

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ РСФСР

Куйбышевский ордена Трудового Красного Знамени
авиационный институт имени акад. С. П. Королёва

Лабораторная работа № 10-М

ИЗУЧЕНИЕ ДВИЖЕНИЙ ГИРОСКОПА

Утверждено редакционным
советом института в ка-
честве методических ука-
заний к лабораторной ра-
боте № 10-М для студентов

Куйбышев 1968

"Изучение движений гироскопа"

В методических указаниях рассматриваются основные законы динамики вращательного движения в приложении к изучению движений гироскопа.

Приводятся описание лабораторной установки и методики определения угловой скорости прецессии гироскопа.

Указание содержит 3 рисунка, 1 таблицу, контрольные вопросы, список рекомендуемой литературы из 3 наименований.

Лабораторная работа предназначена для студентов дневных и вечерних отделений всех факультетов.

Составители: Б.П.Дьяченко, Т.М.Ларионова, А.И.Моисеев.

Рецензенты: А.Н.Бекренев, В.Г.Шахов.

ИЗУЧЕНИЕ ДВИЖЕНИЙ ГИРОСКОПА

Цель работы: Изучение основного закона динамики вращательного движения и определение угловой скорости прецессии гироскопа.

Приборы и принадлежности: лабораторная установка
ФРМ-10

Краткая теория

Гироскопом называется массивное симметричное тело, вращающееся с большой скоростью вокруг оси симметрии. Ось симметрии является одной из главных осей инерции гироскопа, поэтому его момент импульса совпадает по направлению с осью вращения.

Для изучения законов движения гироскопа следует закреплять его в центре масс. Это достигается с помощью карданового подвеса (рис.1), представляющего собой систему двух рамок со взаимно-перпендикулярными осями вращения, позволяющими оси гироскопа принимать любое положение в пространстве.

Гироскоп - массивный диск, который вращается вокруг оси AA с малым трением в подшипниках, укрепленных во внутренней рамке. Внутренняя рамка, в свою очередь, может вращаться вокруг оси BB , опирающейся на подшипники, укрепленные на внешней рамке. Условно ось BB считаем горизонтальной. Она составляет с осью гироскопа угол 90° . Внешняя рамка может свободно вращаться вокруг оси CC , перпендикулярной к горизонтальной оси.

Пусть точка пересечения всех трех осей AA , BB , CC находится в центре масс гироскопа. Если рамки симметричны относительно своих осей, то они и диск гироскопа будут всегда

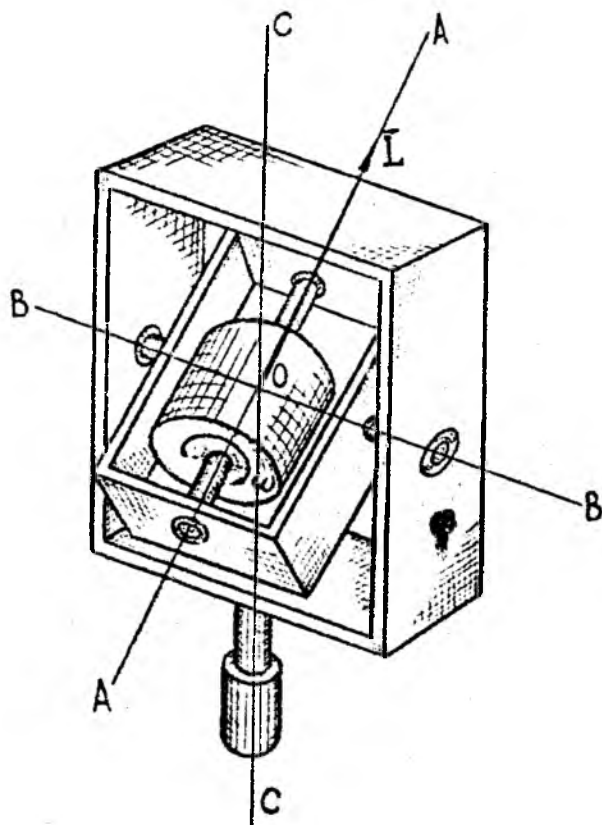


Рис. I

в равновесии, т.к. равнодействующая сил тяжести приложена в точке пересечения осей. В этом случае диск можно повернуть на любой угол относительно осей. При этом центр масс O останется неподвижным. Такой гироскоп называется свободным.

Приложив к гироскопу небольшое усилие, можно заставить его поворачиваться вокруг любой оси.

При вращении диска гироскоп приобретает момент импульса

$$\vec{L} = J\vec{\omega},$$

где J — момент инерции гироскопа; $\vec{\omega}$ — его угловая скорость.

Для такого гироскопа направление векторов момента импульса и угловой скорости совпадают с осью симметрии диска.

При перемещении свободного вращающегося гироскопа в пространстве, можно заметить, что направление вектора момента импульса остается неизменным. Это свойство свободных гироскопов используют для создания гироскопических компасов. Ось такого гироскопа в отсутствие трения всегда имеет определенное направление в пространстве независимо от вращения и движения Земли. Это объясняется основным законом динамики вращательного движения

$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}, \quad (1)$$

где \vec{M} — момент внешних сил.

Если на гироскоп не действуют моменты внешних сил, т.е.

$\vec{M} = 0$ (считаем моменты сил трения в подшипниках пренебрежимо малыми), то

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = 0.$$

Отсюда $\vec{L} = const$, т.е. вектор момента импульса свободного гироскопа остается постоянным в пространстве.

При действии на гироскоп постоянной внешней силы, не уравновешенной относительно центра масс, его ось придет в движение. Это движение, называемое прецессией, объясняется, исходя из основного закона динамики вращательного движения (I).

Обратимся к схематическому изображению гироскопа (рис.2), используемому в данной работе.

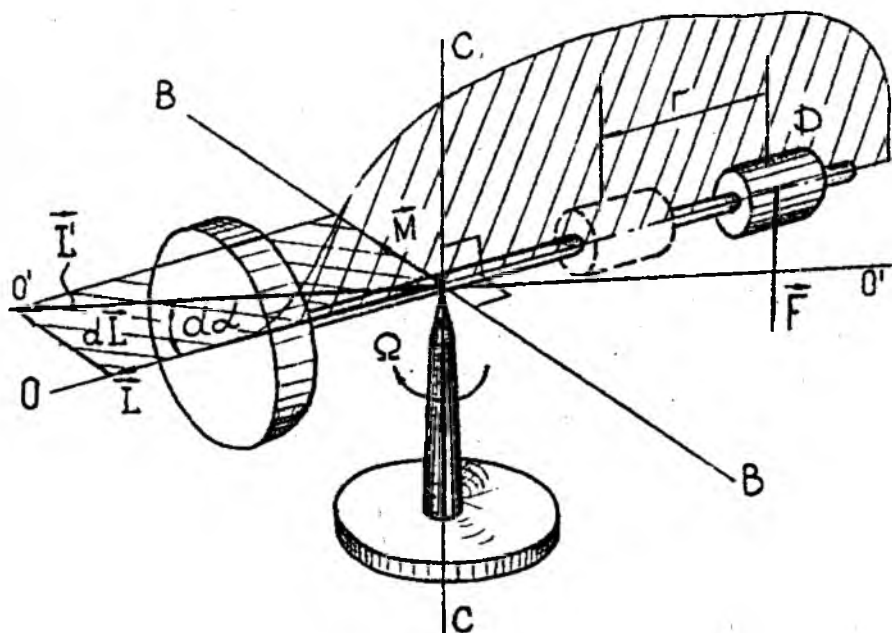


Рис.2

Если груз D установлен так, что момент его силы тяжести \vec{F} относительно точки опоры уравнивается моментом силы тяжести гироскопа относительно этой же точки, то гироскоп будет сохранять свое положение в пространстве.

Если теперь груз D переместить от первоначального положения на некоторое расстояние r , то момент сил, действующих на гироскоп не будет равен нулю. Этот момент будет направлен перпендикулярно оси вращения гироскопа OO , как показано на рис. 2. и его вектор лежит в горизонтальной плоскости.

Казалось бы, что под действием момента внешних сил \vec{M} , ось гироскопа OO должна повернуться вокруг прямой BB . Однако, происходит поворот оси OO гироскопа вокруг прямой CC . Прямые OO , BB и CC взаимно перпендикулярны. Это явление называется гироскопическим эффектом, а указанный поворот оси OO гироскопа под действием момента внешних сил называется прецессией гироскопа.

Гироскопический эффект полностью описывается законами динамики вращательного движения.

Действительно, до перемещения груза D , когда гироскоп был уравновешен моментами внешних сил, он имел момент импульса

$$L = J\omega,$$

где J — момент инерции гироскопа, ω — его угловая скорость.

После перемещения груза D на расстояние r на гироскоп стал действовать момент внешних сил

$$M = Fr.$$

Под действием этого момента \vec{M} за время dt вектор момента импульса вращающегося гироскопа \vec{L} получит приращение $d\vec{L}$ (рис.2), направленное перпендикулярно к \vec{L} .

В результате за время dt вектор момента импульса \vec{L} , совпадавший по направлению с осью OO повернется на угол $d\alpha$, примет значение $\vec{L}' = \vec{L} + d\vec{L}$, а ось гироскопа OO примет положение $O'O'$

Из основного уравнения динамики вращательного движения приращение момента импульса

$$d\vec{L} = \vec{M} dt. \quad (1)$$

Угол поворота оси гироскопа $d\alpha$ (рис.2) за малое время dt определится выражением

$$d\alpha = \frac{dL}{L}$$

или с использованием выражения (1)

$$d\alpha = \frac{M}{L} dt. \quad (2)$$

Так как момент внешней силы \vec{M} действует постоянно и направлен всегда перпендикулярно к оси OO гироскопа, то вектор момента импульса начнет совершать равномерное вращение вокруг оси CC , параллельной действующей внешней силе, т.е. начнется прецессия гироскопа.

Из формулы (2) получаем выражение угловой скорости прецессии

$$\Omega = \frac{d\alpha}{dt} = \frac{M}{L} = \frac{M}{J\omega} = \frac{mgr}{J\omega}, \quad (3)$$

где m - масса груза D , r - плечо действия силы тяжести этого груза.

Схема установки

В работе используется установка ГРМ-10, общий вид которой представлен на рис.3.

На литом основании I с регулируемыми опорами расположен электронный блок, включающий в себя индикатор отсчета угла поворота рабочей части гироскопа 26 и индикатор частоты вращения ротора гироскопа 27.

Рабочая часть гироскопа состоит из электродвигателя 3, диска (маховика) 4, насаженного на вал электродвигателя 3. Якорь электродвигателя вместе с диском является ротором гироскопа. Корпус электродвигателя является внутренней рамкой карданового подвеса. Маховик гироскопа 4 закрыт охранным кожухом 26, изготовленным из прозрачного органического стекла. Штанга 5 имеет шкалу для отсчета положения противовеса (груза) 6, одетого на штангу. Штанга 5 соединена с корпусом электродвигателя фланцем 9.

Поворот гироскопа в вертикальной плоскости происходит вокруг горизонтальной оси 8, закрепленной в вилке 7, которая является внешней рамкой карданового подвеса. Основание вилки 7 установлено в подшипниковом узле 10 с токосъемником, что обеспечивает поворот рабочей части гироскопа в горизонтальной плоскости.

Подшипниковый узел 10 с токосъемником закреплен с помощью кронштейна II на стойке, расположенной на задней части основания I.

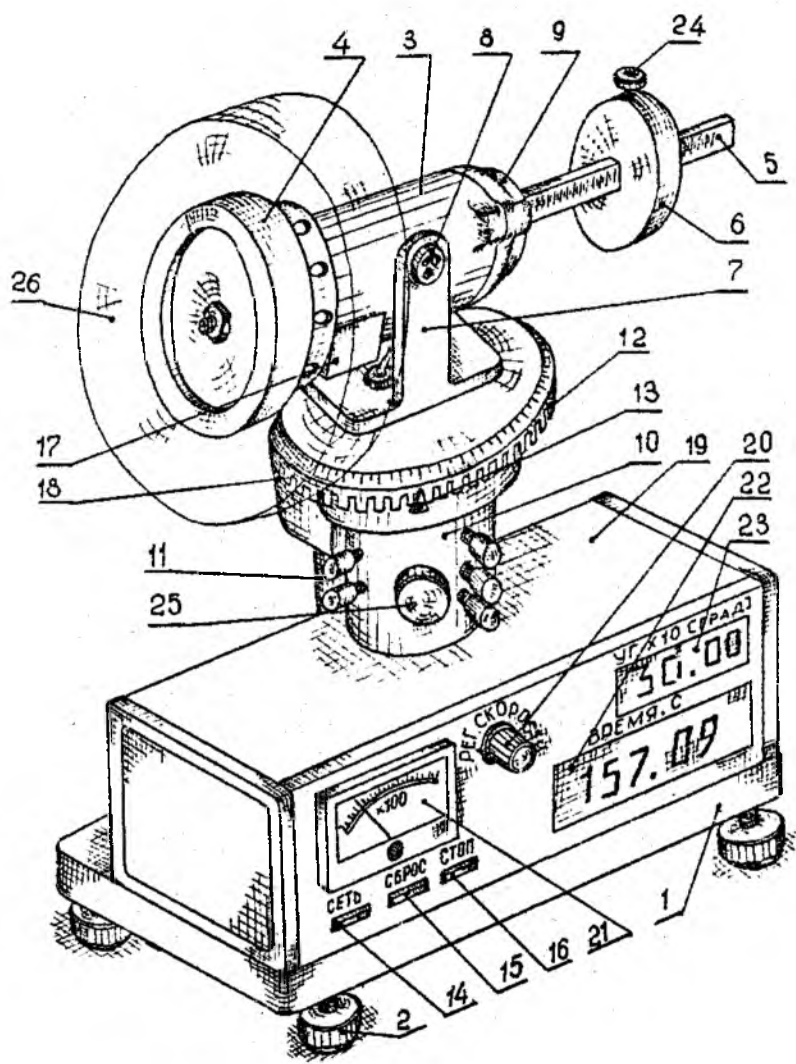


Рис. 3

Отсчет угла поворота рабочей части гироскопа в горизонтальной плоскости осуществляется по лимбу I2 с помощью стрелки I3.

Сигналы о частоте вращения электродвигателя снимаются с помощью фотодатчика I7 и отверстий, расположенных по периферии маховика 4.

Угловая скорость подвижной системы в горизонтальной плоскости измеряется с помощью фотодатчика I8 и гребенки, расположенной на лимбе I2.

Токоподвод к электродвигателю 3 и фотодатчику I7 осуществляется через систему щеток и контактных колец токосъемника, расположенных в подшипниковом узле IO.

Управление электродвигателем гироскопа 3 осуществляется с помощью электронного блока I9. На панель блока I9 выведена кнопка I4 "Сеть", а также ручка 20 включения двигателя и регулировки его частоты вращения.

Число оборотов двигателя определяет по шкале индикатора 2I частоты вращения электродвигателя.

Время измеряется по блоку индикации миллисекундомера 22, расположенном на электронном блоке.

Угол поворота гироскопа в горизонтальной плоскости считывается с индикатора угла поворота 23.

Винт 25 служит для фиксации вращения гироскопа в горизонтальной плоскости.

Порядок выполнения работы

Упражнение I. Определение угловой скорости прецессии, момента инерции и момента импульса гироскопа

I. Установить ручку 20 регулировки частоты вращения дви-

гателя в крайнее левое положение до щелчка.

2. Передвижением противовеса 6 по штанге 5 добиться равновесия, при котором ось, проходящая через штангу, двигатель и маховик, займут горизонтальное положение. Закрепить противовес 6 на штанге винтом 24.

3. Открутить стопорный винт 25 до тех пор, пока гироскоп не будет свободно вращаться в горизонтальной плоскости. Это вращение проверить рукой, не прикладывая большого усилия.

4. Нажать кнопку 14 "Сеть". При этом будут индигироваться нули на миллисекундомере 22 и индикаторе угла поворота 23. Затем ручкой 20, вращая ее по часовой стрелке, включить электродвигатель и установить по прибору 21 частоту вращения двигателя $n = 8000 \text{ мин}^{-1}$. Прибор 21 обладает инерционностью. Поэтому установленную частоту поддерживают вращением ручки 20.

5. Смещением противовеса 6 влево на $r = 20 \text{ мм}$ создать момент силы тяжести $M = mgr$ и закрепить противовес винтом 24. На противовесе указана его масса.

После выполнения этой операции начнется прецессия гироскопа, т.е. вращение его в горизонтальной плоскости.

6. Наблюдая прецессию гироскопа, нажать кнопку 15 "Сброс" и удерживать ее в этом положении. При этом произойдет обнуление индикаторов 22 и 23.

7. Отпустить кнопку 15. На индикаторе 22 начнется отсчет времени, а на индикаторе 23 отсчет угла поворота лимба 12 (угла прецессии α).

После того, как на индикаторе 23 появится цифра 2, необходимо нажать кнопку 16 "Стоп", отпустить ее и, дождавшись окончания отсчета, когда на индикаторе 23 появится цифра 3, произвести считывание зафиксированного значения времени и угла

прецессии $\alpha = 10^\circ \times 3$ (3 - показание индикатора 23).

8. Вернуть гироскоп в исходное положение. Передвижением противовеса по штанге добиться равновесия рабочей части гироскопа и повторить пп 5-7 упражнения 3 раза, чтобы определить среднее значение времени, соответствующее углу прецессии гироскопа $\alpha = 30^\circ$ при одном и том же перемещении противовеса $r = 20$ мм.

9. Перевести ручку 20 до щелчка в крайнее левое положение. Кнопкой 14 отключить электронный блок от сети. Закрепить вертикальную ось гироскопа винтом 25.

10. Путем деления угла прецессии α , выраженного в радианах, на среднее значение времени определить угловую скорость прецессии Ω .

11. Из формулы (3) определить суммарный момент инерции маховика и якоря двигателя, учитывая, что их угловая скорость

$$\omega = 2\pi n.$$

Упражнение 2. Изучение зависимости угловой скорости прецессии гироскопа от момента внешней силы и от угловой скорости электродвигателя.

1. Кнопкой 14 включить электронный блок установки.

2. Передвижением противовеса 6 по штанге 5 добиться положения равновесия гироскопа и закрепить противовес винтом 24.

3. Установить частоту вращения электродвигателя $n = 4000$ мин⁻¹. Сместить противовес от положения равновесия последовательно на 20, 30 и 40 мм. Для каждого из этих положений противовеса определить скорость прецессии по пп 3-7, 9 упражнения 1.

4. Произвести те же самые измерения при частоте вращения

электродвигателя 6000, 8000 мин^{-1} .

5. По окончании работы отключить установку от сети (см. п.9 упр. I).

6. Результаты измерений занести в таблицу I.

7. Построить графики зависимостей Ω от M при $n = \text{const}$ и Ω от ω при $M = \text{const}$.

Таблица I

$n, \text{мин}^{-1}$	$\omega, 1/\text{с}$	$r, \text{мм}$	$M, \text{Н}\cdot\text{м}$	$\alpha, ^\circ$	$t, \text{с}$	$\Omega, \text{рад}/\text{с}$
4000		20				
		30				
		40				
6000		20				
		30				
		40				
8000		20				
		30				
		40				

8. Оценить погрешности измерений.

Контрольные вопросы

1. Дайте определение момента импульса.
2. Сформулируйте основной закон динамики вращательного движения и дайте его математическую запись.
3. Что такое гироскоп? Какие гироскопы называются свободными и где они находят применение в технике?
4. Чем объясняется, что ось симметрии свободного гироскопа не изменяет направления в пространстве?
5. В чем суть гироскопического эффекта? Дайте его объяснение.
6. Как возникает прецессия гироскопа?
7. Дайте вывод формулы скорости прецессии гироскопа.
8. Опишите лабораторную установку. Каково ее назначение?
9. После постукивания по гироскопу он не изменяет своего положения. Почему?
10. Что такое свободные оси гироскопа? Каково свойство его свободных осей?

Литература

1. Савельев И.В. Курс общей физики, т. I. - М.: Наука, 1970, §§ 38, 42, 43, 44.
2. Савельев И.В. Курс общей физики, т. I. - М.: Наука, 1977, §§ 35, 38, 41.
3. Сивухин Д.В. Общий курс физики, т. I. Механика. - М.: Наука, 1979, §§ 33, 49 - 51.