

Учебное издание

**ИЗУЧЕНИЕ ЗАКОНОВ ПОСТУПАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ  
НА МАШИНЕ АТВУДА**

*Методические указания*

Составитель: Т.В.Кривко

Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П.Королева.  
443086 Самара, Московское шоссе, 34.

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ имени академика С. П. КОРОЛЕВА

**ИЗУЧЕНИЕ ЗАКОНОВ ПОСТУПАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ  
НА МАШИНЕ АТВУДА**

*Методические указания  
к лабораторной работе №1-2 (2 вариант)*

Самара 2004

Составители: *Т.В.Кривко*

УДК 535 (075)

**Изучение законов поступательного движения на машине Атвуда:** Метод. Указания к лаб. раб. №1-2 (2 вариант)/ Самар. гос. аэрокосм. ун-т. Сост. *Т.В.Кривко*. Самара, 2004. 12с.

Методические указания к лабораторной работе содержат краткие сведения о законах динамики и кинематики поступательного движения, методику определения ускорения, силы трения покоя и скольжения на машине Атвуда.

Приводятся описание экспериментальной установки; порядок выполнения лабораторной работы; методика обработки полученных результатов (в том числе, с помощью компьютера); перечень контрольных вопросов, необходимых для самостоятельной подготовки студентов; список рекомендуемой литературы.

Методические указания рекомендованы студентам всех факультетов, а также могут быть использованы в аэрокосмическом лицее.

Печатаются по решению редакционно-издательского совета Самарского государственного аэрокосмического университета имени академика С.П.Королева.

Рецензент:

# ИЗУЧЕНИЕ ЗАКОНОВ ПОСТУПАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ НА МАШИНЕ АТВУДА

## 1. ВВОДНАЯ ЧАСТЬ

Настоящие методические указания (МУ) устанавливают методики выполнения измерений с помощью лабораторной установки "машина Атвуда":

1. ускорения при равноускоренном движении с относительной погрешностью не более 5%;
2. силы трения как источника систематической погрешности при определении ускорения.

В процессе изучения МУ и выполнения измерений должны быть решены следующие задачи:

1. изучены основные законы кинематики и динамики поступательного движения связанной системы тел с учетом силы трения;
2. определено ускорение связанной системы тел;
3. определены силы трения покоя и скольжения;
4. определены погрешности результатов измерений;
5. составлен письменный отчет, включающий в себя название работы; фамилию и номер группы исполнителя; наименование средств измерений; систематизированные по измерительным задачам результаты экспериментов: сводные таблицы и графики; оценку погрешностей результатов измерений; окончательные результаты с учетом погрешности и общие выводы по работе.

## 2. СРЕДСТВА ИЗМЕРЕНИЙ

Классической установкой для изучения законов кинематики и динамики поступательного движения является "машина Атвуда", общий вид которой приведен на рис. 1.

На вертикальной стойке 2 основания 1 расположены три кронштейна: нижний 3, средний 5 и верхний 7.

На верхнем кронштейне 7 крепится легкий алюминиевый блок, вращающийся с малым сопротивлением в подшипниках. Через блок перекинута тонкая нить с грузами 12 и 13 одинаковой массы  $m$  (см. также



### 3. МЕТОДИКА ИЗМЕРЕНИЙ

Если на концах нити висят грузы одинаковой массы  $m$ , система находится в состоянии безразличного равновесия. Когда на один из грузов положен перегрузок массой  $\Delta m$ , система выходит из равновесия и начинает двигаться равноускоренно под действием силы тяжести перегрузка. При этом, если масса перегрузка  $m$  много меньше массы груза  $m$ :  $\Delta m \ll m$ , то движение будет происходить с ускорением  $a$ , много меньшим ускорения свободного падения,  $a \ll g$ , что существенно увеличивает время измерений, открывая возможность использовать при измерениях обычный секундомер.

В комплект добавочных грузов входит несколько перегрузков, что позволяет исследовать движение с разными ускорениями. На каждый груз (рис.2) действуют две силы: сила тяжести и сила натяжения нити.

Второй закон Ньютона для тел, движущихся поступательно:

$$\text{первое тело} \quad (m + \Delta m)\vec{g} + \vec{T}_1 = (m + \Delta m)\vec{a}_1,$$

$$\text{в проекции на ось ОУ: } (m + \Delta m)g - T_1 = (m + \Delta m)a_1; \quad (1)$$

$$\text{второе тело:} \quad m\vec{g} + \vec{T}_2 = m\vec{a}_2,$$

$$\text{в проекции на ось ОУ: } mg - T_2 = -ma_2. \quad (2)$$

Ускорение грузов легко найти, если ввести два предположения (выбрать модель):

- 1) блок и нить невесома, т.е. их массы равны нулю;
- 2) трением тела о воздух и трением между блоком и его осью можно пренебречь.

С учетом этих предположений:  $T_1 = T_2 = T$  и  $a_1 = a_2 = a$ . Тогда из уравнений (1) и (2) получим теоретическое значение ускорения:

$$a_T = a = \frac{\Delta mg}{2m + \Delta m} = g \frac{\varepsilon}{1 + \varepsilon}, \quad (3)$$

где  $\varepsilon = \Delta m/2m$ .

Время, за которое груз опускается, проходя расстояние  $h$ , равно:

$$t = \sqrt{\frac{2h}{a}} = \sqrt{\frac{2h}{g}} \sqrt{\frac{1 + \varepsilon}{\varepsilon}}. \quad (4)$$

Из выражения (4) действительно видно, что время падения груза возрастает при уменьшении  $\varepsilon$ .

Экспериментальное значение ускорения можно найти из уравнения равноускоренного движения с нулевой начальной скоростью:

$$h = \frac{at^2}{2}, \quad (5)$$

где  $h$  – путь, пройденный грузами;  $t$  - время движения грузов, и экспериментальное значение ускорения равно:

$$a_s = \frac{2h}{t^2}. \quad (6)$$

Прежде чем использовать (6) для нахождения ускорения, необходимо убедиться выполняется ли в эксперименте соотношение (5), т.е. является ли движение равноускоренным.

Для этого удобно переписать соотношение (5) в следующем виде:

$$t = \sqrt{\frac{2}{a_s}} \sqrt{h}. \quad (7)$$

Это уравнение прямой, проходящей через начало координат

$$y = Ax \quad (8)$$

в осях координат  $x = \sqrt{h}$ ,  $y = t$  с коэффициентом наклона  $A = \sqrt{\frac{2}{a_3}}$ .

Данная линейная зависимость может быть построена по экспериментальным точкам: для одного перегрузка  $\Delta m$  и ряда различных значений высоты  $h$  измеряется время падения груза. Коэффициент линейной зависимости  $A$  вычисляется по формуле метода наименьших квадратов:

$$A = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i \cdot y_i)}{\sum_{i=1}^n x_i^2}. \quad (9)$$

Параметр  $A$  является случайной величиной. Средняя квадратическая погрешность определения коэффициента наклона прямой  $A$  находится как:

$$S_A = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - A \cdot x_i)^2}{(n-1) \sum_{i=1}^n x_i^2}}. \quad (10)$$

На тот же график наносятся экспериментальные точки  $(t_i; \sqrt{h_i})$ . Если экспериментальные точки ложатся на прямую:  $y = Ax$ , то движение системы грузов можно считать равноускоренным.

Ускорение находится по формуле:

$$\overline{a_3} = \frac{2}{A^2}. \quad (11)$$

Доверительный интервал определяется как:

$$\Delta a_3 = t_{\alpha, n} \cdot S_a = t_{\alpha, n} \cdot 2a_3 \cdot S_A / A. \quad (12)$$

Реальное значение ускорения  $a_3$ , будет меньше теоретического  $a_T$ , найденного по формуле (3), т.к. принятая модель не учитывает силу трения в подшипниках оси блока и силу трения скольжения нити по блоку.

Значение силы трения скольжения можно оценить введением ее в уравнение (1), и сравнивая результат с экспериментальным значением (6):

$$a_3 = \frac{\Delta mg - F_{\text{мп.ск}}}{2m + \Delta m}, \quad (13)$$

откуда

$$F_{\text{мп.ск}} = \Delta mg - a_3 (2m + \Delta m). \quad (14)$$

Это выражение с учетом значения  $a_T$ , определенного формулой (3), удобно переписать в виде:

$$F_{\text{мп.ск}} = (2m + \Delta m) \cdot (a_T - a_3). \quad (15)$$

При  $\Delta m \ll m$  получаем:

$$F_{\text{мп.ск}} = 2m(a_T - a_3). \quad (16)$$

Данный эксперимент, кроме силы трения скольжения, позволяет определить максимальную силу трения покоя, а значит и минимальную массу перегрузка, необходимого для того, чтобы привести систему в движение.

Для этого строят графики зависимостей  $a_T = f(\Delta m)$  и  $a_3 = f(\Delta m)$ . На оси абсцисс откладывают значения массы перегрузка, а на оси ординат значения ускорения  $a_3$ , рассчитанные по формуле (11), и  $a_T$ , вычисленные при данном значении массы перегрузка по формуле (3). Для каждой экспериментальной точки отмечают на графике доверительные интервалы в виде отрезков прямых, отложенных по обе стороны от точки так, чтобы точка оказалась в центре. Через полученные точки проводят две прямые: одну - по теоретическим точкам через начало отсчета; другую, экспериментальную, - проводят параллельно теоретической вблизи экспериментальных точек, не выходя за пределы удвоенных доверительных интервалов  $\Delta a_3$ .

Экспериментальную прямую продолжают до пересечения с осью абсцисс и получают значение минимальной величины перегрузка  $\Delta m_{min}$ , не вызывающего движения грузов ( $a=0$ ). Значение силы трения покоя находят по формуле

$$F_{тр.пок} = \Delta m_{min} g . \quad (17)$$

Из графика также видно, что сила трения скольжения вызывает систематическую погрешность в экспериментально найденном значении ускорения.

#### 4. ПОДГОТОВКА УСТАНОВКИ К РАБОТЕ

1. Ознакомьтесь с внешним видом установки по описанию раздела 2 (средства измерений).
2. Оденьте на блок нить с большими грузами равной массы, и проверьте, находится ли система в состоянии безразличного равновесия.
3. При помощи регулируемых ножек основания приведите колонну прибора к вертикальному положению, используя при этом нить с грузами как отвес.
4. Установите средний кронштейн с фотодатчиком на расстоянии 40 см от нижнего края правого груза так, чтобы правый груз при движении проходил посередине рабочего окна фотодатчика.
5. Включите в сеть шнур питания секундомера.
6. Нажмите на кнопку «Сеть», при этом должна загореться лампочка с цифровой индикацией и лампочка фотодатчика.
7. Нажмите на кнопку «Пуск», переместите правый груз в верхнее положение и отожмите кнопку «Пуск». Проверьте, произошла ли блокировка блока. Положите на груз перегрузок и убедитесь, что система находится в состоянии покоя.
8. Нажмите на кнопку «Сброс» секундомера, убедитесь, что на цифровых индикаторах произошло обнуление показаний.
9. Нажмите кнопку «Пуск» секундомера и, удерживая ее, убедитесь, что система пришла в движение, секундомер отсчитывает время и при пересечении правым грузом оптической оси фотоэлектрического датчика счет времени прекращается.
10. Отожмите кнопку «Пуск» секундомера.

## 5. ВЫПОЛНЕНИЕ ИЗМЕРЕНИЙ

1. Выполните пункты 7-10 раздела 4 для одного перегрузка три раза с занесением в таблицу 1 показаний миллисекундомера времени равноускоренного движения грузов.
2. Не меняя положения среднего кронштейна выполните предыдущий пункт с другими перегрузками.
3. Измените положение среднего кронштейна. Рекомендуемые значения расстояний от нижнего края правого груза: 40, 30, 20 см.
4. Опыты 1-2 проделайте в той же последовательности перегрузков с другими высотами. Результаты измерений занесите в таблицу 1.

Таблица 1

### Определение экспериментальных значений времени движения грузов

| Расстояние<br>$h$ , см | Масса перегрузка<br>$\Delta m$ , г | Время движения грузов $t$ , с | Среднее время движения грузов<br>$\bar{t}$ , с |  |
|------------------------|------------------------------------|-------------------------------|--|--|
| 40                     |                                    |                               |  |  |
|                        |                                    |                               |  |  |
|                        |                                    |                               |  |  |
|                        |                                    |                               |  |  |
|                        |                                    |                               |  |  |
|                        |                                    |                               |  |  |
| 30                     |                                    |                               |  |  |
|                        |                                    |                               |  |  |
|                        |                                    |                               |  |  |
|                        |                                    |                               |  |  |
|                        |                                    |                               |  |  |
|                        |                                    |                               |  |  |
| 20                     |                                    |                               |  |  |
|                        |                                    |                               |  |  |
|                        |                                    |                               |  |  |
|                        |                                    |                               |  |  |
|                        |                                    |                               |  |  |
|                        |                                    |                               |  |  |

## 6. ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

### 6.1. Определение экспериментальных и теоретических значений ускорения системы грузов

1. Заполните первые три столбца таблицы 2 по данным измерений из таблицы 1.
2. Для каждого перегрузка  $\Delta m$  вычислите коэффициент линейной зависимости  $A$  по формуле (9).
3. В одной системе координат постройте графики зависимостей  $\bar{t} = A \cdot \sqrt{h}$  для каждой массы перегрузка и нанесите там же экспериментальные точки  $(\bar{t}_i, h_i)$  (т.е. постройте диаграммы разброса).
4. Для каждой массы перегрузка  $\Delta m$  сделайте оценку ускорения по формуле (11) и запишите экспериментальные значения ускорений в таблицу 2.
5. Сделайте оценки среднеквадратических погрешностей  $S_A$  по формуле (10) и найдите доверительные интервалы  $\Delta a_3$  по формуле (12).
6. Вычислите теоретическое значение ускорения по формуле (3) для каждой массы перегрузка и занесите данные в таблицу 2.

Таблица 2

#### Определение экспериментальных и теоретических значений ускорения системы грузов

| Ма<br>сса<br>пе<br>ре<br>гр<br>уз<br>ка<br>$\Delta m$<br>, г | Ква<br>драт<br>ный<br>ко<br>эф<br>фи<br>ци<br>ент<br>ли<br>ней<br>ной<br>зави<br>си<br>мо<br>сти<br>$A$ ,<br>$\text{с/см}^{1/2}$ | Сре<br>днее<br>вре<br>мя<br>дви<br>же<br>ния<br>гру<br>зов<br>$\bar{t}$ , с | Козф<br>фици<br>ент<br>линей<br>ной<br>зави<br>си<br>мо<br>сти<br>$A$ ,<br>$\text{с/см}^{1/2}$ | Уско<br>рение<br>систе<br>мы гру<br>зов<br>(экспе<br>римен<br>таль<br>ное)<br>$a_3$ ,<br>$\text{см/с}^2$ | Уско<br>рение<br>сис<br>темы<br>грузов<br>(тео<br>рети<br>чес<br>кое)<br>$a_T$ ,<br>$\text{см/с}^2$ | Сред<br>няя<br>квад<br>рати<br>ческая<br>по<br>греш<br>ность<br>$S_A$ ,<br>$\text{с/см}^{1/2}$ | До<br>вери<br>тель<br>ный<br>ин<br>тер<br>вал<br>$\Delta a_3$ ,<br>$\text{см/с}^2$ |
|--|--|---|--|--|---|--|--|
|  |  |   |  |  |   |  |  |
|  |  |   |  |  |   |  |  |
|  |  |   |  |  |   |  |  |
|  |  |   |  |  |   |  |  |

## 6.2. Определение значений минимальной массы перегрузка, силы трения покоя и силы трения скольжения

1. Постройте графики зависимости  $a_T = f(\Delta m)$  и  $a_3 = f(\Delta m)$  по данным таблицы 2. Для каждой экспериментальной точки отметьте на графике доверительный интервал. Доверительный интервал обозначается двумя отрезками прямых по обе стороны от точки. Экспериментальная прямая проводится параллельно теоретической вблизи экспериментальных точек и не выходя за пределы удвоенных доверительных интервалов  $\Delta a_3$ .
2. Найдите точку пересечения экспериментальной прямой  $a_3 = f(\Delta m)$  с осью абсцисс, т.е. значение минимальной массы перегрузка  $\Delta m_{min}$ , при котором не будет движения ( $a=0$ ). Оцените величину силы трения покоя по формуле (17).
3. Определите по графикам  $a_T = f(\Delta m)$  и  $a_3 = f(\Delta m)$  значения  $a_T$  и  $a_3$ , соответствующие одному значению массы перегрузка  $\Delta m$ , взятому произвольно на оси абсцисс. Рассчитайте по формуле (16) значение силы трения скольжения.

## 7. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что называется угловой скоростью? Угловым ускорением? Как определяются их направления?
2. Какова связь между линейными и угловыми величинами скорости и ускорения?
3. Чему равна угловая скорость вращения блока?
4. В чем заключается принцип независимости действия сил?
5. Сопоставьте основные уравнения динамики поступательного и вращательного движений, прокомментировав их аналогию.
6. Как связаны друг с другом сила трения покоя и сила трения скольжения?
7. Найти погрешность измерения ускорения (3), возникающую из-за пренебрежения массой блока.

## 8. СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Савельев И.В. Курс общей физики. М.: Астрель. 2003. Т.1.
2. Сивухин Д.В. Общий курс физики. М.: Физматлит. 2002.

## Справочные таблицы

### Значения коэффициентов Стьюдента

| Число изменений N | Коэффициент надежности |      |           |           |       |        |
|-------------------|------------------------|------|-----------|-----------|-------|--------|
|                   | 0,8                    | 0,9  | 0,95      | 0,98      | 0,99  | 0,999  |
| 2                 | 3,1                    | 6,31 | 12,7<br>1 | 31,8<br>2 | 63,66 | 636,62 |
| 3                 | 1,9                    | 2,92 | 4,31      | 6,96      | 9,92  | 31,60  |
| 4                 | 1,6                    | 2,35 | 3,18      | 4,54      | 5,84  | 12,94  |
| 5                 | 1,5                    | 2,13 | 2,78      | 3,75      | 4,60  | 8,61   |
| 6                 | 1,5                    | 2,02 | 2,57      | 3,36      | 4,03  | 6,86   |
| 7                 | 1,4                    | 1,94 | 2,45      | 3,14      | 3,71  | 5,96   |
| 8                 | 1,4                    | 1,90 | 2,36      | 3,00      | 3,50  | 5,40   |
| 9                 | 1,4                    | 1,86 | 2,31      | 2,90      | 3,36  | 5,04   |
| 10                | 1,4                    | 1,83 | 2,26      | 2,82      | 3,25  | 4,78   |
| ∞                 | 1,3                    | 1,65 | 1,96      | 2,33      | 2,59  | 3,31   |

### Значения ускорения свободного падения, принятые в качестве действительных (опорных)

| Положение точки      | Географическая широта, ° | Ускорение свободного падения, м/с <sup>2</sup> |
|----------------------|--------------------------|--|
| Полюс                | 90                       | 9,83219  |
| Самара               | 53                       | 9,81331  |
| Экватор              | 0                        | 9,78049  |
| Стандартное значение | -                        | 9,80665  |