

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ имени академика С. П. КОРОЛЕВА

**ИЗУЧЕНИЕ ЗАКОНОВ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА С ПОМОЩЬЮ МАЯТНИКА  
ОБЕРЬЕКА**

*Методические указания  
к лабораторной работе №1-6 (2 вариант)*

Самара 2004

**Составитель:** *Т.В.Кривко*

УДК 535 (075)

**Изучение основного закона динамики вращательного движения твердого тела с помощью маятника Обербека:** Метод. указания к лаб. раб. №1-6 (2 вариант)/Самар. гос. аэрокосм.ун-т. Сост. *Т.В.Кривко. Самара, 2004. 10с.*

Методические указания к лабораторной работе содержат основные закономерности вращательного равноускоренного движения, методику экспериментального определения зависимости углового ускорения от момента силы для вращательного движения.

Приводятся описание экспериментальной установки; порядок выполнения лабораторной работы; методика обработки полученных результатов; перечень контрольных вопросов, необходимых для самостоятельной подготовки студентов; список рекомендуемой литературы.

Методические указания рекомендованы студентам всех факультетов, а также могут быть использованы в аэрокосмическом лицее.

Печатаются по решению редакционно-издательского совета Самарского государственного аэрокосмического университета имени академика С.П.Королева.

**Рецензент:** д.ф.-м.н., профессор *В.В.Котляр*

# ИЗУЧЕНИЕ ЗАКОНОВ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА С ПОМОЩЬЮ МАЯТНИКА ОБЕРБЕКА

## 1. ВВОДНАЯ ЧАСТЬ

Настоящие методические указания (МУ) устанавливают методики выполнения измерений с помощью лабораторной установки «маятник Обербека», набора грузов и штангенциркуля моментов инерции маятника Обербека с относительной погрешностью не более 5%.

В процессе изучения МУ и выполнения измерений должны быть решены следующие задачи:

1. Изучены основные закономерности динамики вращательного движения; теорема Гюйгенса-Штейнера, определение моментов инерции твердых тел; применение этих закономерностей для получения формул измерений;
2. Исследована зависимость величины углового ускорения твердого тела (маятника Обербека) от моментов приложенных к нему сил при вращении вокруг закрепленной оси;
3. Определены моменты инерции маятника Обербека;
4. Выполнена экспериментальная проверка теоремы Гюйгенса-Штейнера;
5. Определены погрешности результатов измерений;
6. Составлен письменный отчет, включающий в себя название работы; фамилию и номер группы исполнителя; наименование средств измерений; систематизированные по измерительным задачам результаты экспериментов: сводные таблицы и графики; оценку погрешностей результатов измерений; окончательные результаты с учетом погрешности и общие выводы по работе.

## 2. СРЕДСТВА ИЗМЕРЕНИЙ

Маятник Обербека состоит из четырех стержней, укрепленных на втулке под прямым углом друг к другу, образуя крестовину. На стержнях находятся и могут перемещаться вдоль стержней грузы одинаковой массы  $\mu$ . На ту же втулку насажен двухступенчатый шкив с радиусами ступеней  $r_1$  и  $r_2$ . Вся эта система может свободно вращаться вокруг горизонтальной оси. Момент инерции системы можно менять, передвигая грузы  $\mu$  вдоль стержней.

Момент сил создается грузом  $m$ , привязанным к нити, которая намотана на одну из ступеней шкива. При поступательном движении этого груза вниз, нить разматывается со шкива и вызывает вращательное равномерно ускоренное движение крестовины.

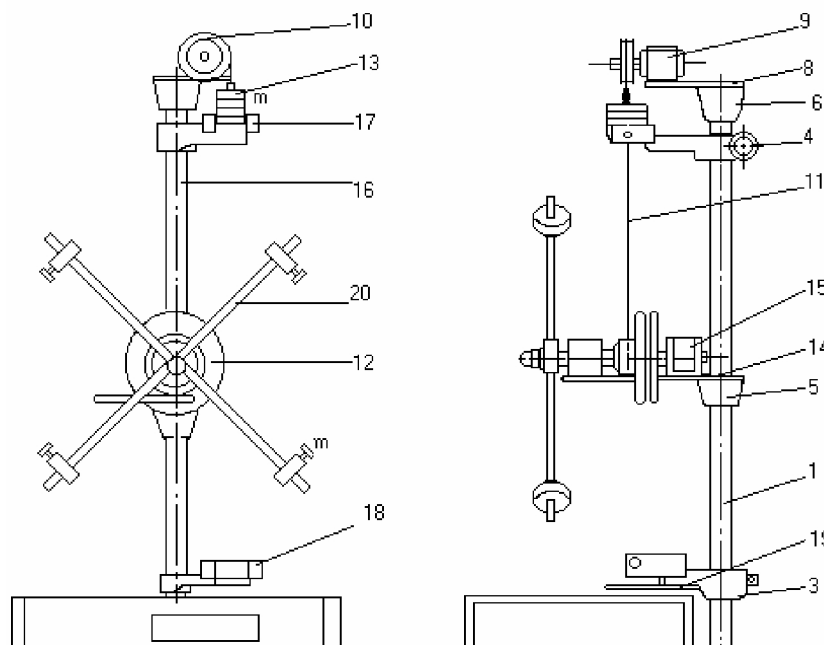


Рис.1. Внешний вид лабораторной установки

Общий вид лабораторной установки с маятником Обербека изображен на рис. 1. На вертикальной колонне 1, установленной на основании прибора 2, укреплены две неподвижные втулки 5 и 6, а также кронштейн 3 и 4.

На верхней втулке 6 посредством основания 8 закреплен подшипниковый узел 9 и диск 10, через который перебрасывается нить. Одним концом нить прикрепляется к двухступенчатому шкиву 12, а вторым концом ее прикрепляют к грузу 13 массой  $m$ .

На нижней неподвижной втулке 5 посредством основания 14 прикреплен тормозной электромагнит 15, который при подключении напряжения питания обеспечивает с помощью фрикционной муфты состояние покоя крестовины 20 вместе с грузами  $\mu$ .

Основание прибора снабжено регулируемыми ножками 7, обеспечивающими горизонтальную установку прибора. К основанию прибора прикреплен миллисекундомер, к гнездам которого подключен фотоэлектрический датчик 18.

На лицевой панели миллисекундомера расположены кнопки управления, имеющие следующие назначения:

1. «Сеть» - включение и выключение сетевого напряжения. При включении сетевого напряжения включается также тормозной электромагнит.
2. «Сброс» - обнуление показаний миллисекундомера.
3. «Пуск» - запуск отсчета времени и отключение электромагнита.

На нижнем кронштейне 3, закреплен фотоэлектрический датчик 18, вырабатывающий электрический импульс конца измерения времени и включающий тормозной электромагнит 15, а также кронштейн 19 с резиновыми амортизаторами, ограничивающими движение грузов.

Перемещение  $h$  грузов  $m$  отсчитывается на миллиметровой шкале 16, нанесенной на вертикальной колонне 1.

## 3. ОПИСАНИЕ ИЗМЕРЯЕМОЙ ВЕЛИЧИНЫ

В механике моментом инерции тела относительно данной оси называется физическая величина  $J$  равная сумме произведений элементарных масс на квадраты их расстояний до рассматриваемой оси

$$J = \sum_{i=1}^n m_i \cdot r_i^2 . \quad (1)$$

Суммирование производится по всем элементарным массам  $m_i$ , на которые можно разбить тело.

В случае непрерывного распределения масс эта сумма сводится к интегралу

$$J = \int_V r^2 dm , \quad (2)$$

где интегрирование производится по всему объему тела  $V$ . Величина  $r$  в этом случае есть функция положения точки с координатами  $x, y, z$ .

Из определения (1) видно, что момент инерции есть величина *аддитивная*. Это означает, что момент инерции тела равен сумме моментов инерции его частей. Кроме того, очевидно, что величина момента инерции тела зависит от положения оси вращения в пространстве.

Если известен момент инерции тела относительно оси, проходящей через его центр масс, то момент инерции относительно любой другой параллельной оси определяется теоремой Гюйгенса - Штейнера: момент инерции тела  $J$  относительно произвольной оси равен моменту его инерции  $J_C$  относительно параллельной оси, проходящей через центр масс  $C$  тела, сложенному с произведением массы тела  $m$  на квадрат расстояния  $l$  между осями

$$J = J_C + ml^2. \quad (3)$$

Момент инерции маятника Обербека зависит от положения четырех грузов на стержнях относительно оси вращения, проходящей через центр крестовины, и, исходя из свойства аддитивности моментов инерции, равен:

$$J = J_0 + 4J_\mu, \quad (4)$$

где  $J_0$  – момент инерции крестовины с валом;

$J_\mu$  – момент инерции грузов  $\mu$  относительно оси, проходящей через центр крестовины.

На основании теоремы Гюйгенса - Штейнера для одного груза  $\mu$  :

$$J_\mu = J_{\mu_0} + \mu \cdot l^2, \quad (5)$$

где  $J_{\mu_0}$  – момент инерции груза на стержне относительно оси, проходящей через его центр инерции параллельно оси вращения;

$l$  – расстояние между осью вращения маятника и параллельной осью, проходящей через центр инерции груза  $\mu$ .

Груз представляет собой цилиндр, момент инерции которого относительно оси проходящей через его центр масс параллельно оси вращения, а значит, перпендикулярно к оси цилиндра, определяется как:

$$J_{\mu_0} = \frac{\mu \cdot d^2}{16} + \frac{\mu \cdot H^2}{12}, \quad (6)$$

где  $d$  – диаметр цилиндра,

$H$  – высота цилиндра.

После подстановки (6) и (5) в (4) получаем формулу для определения теоретического (опорного) значения момента инерции маятника Обербека:

$$J = J_T = J_0 + 4 \cdot J_{\mu_0} + 4 \cdot \mu \cdot l^2 = J_0 + \frac{\mu \cdot d^2}{4} + \frac{\mu \cdot H^2}{3} + 4 \cdot \mu \cdot l^2. \quad (7)$$

## 4. МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЙ

### 4.1. Экспериментальная проверка основного уравнения динамики вращательного движения и определение момента инерции маятника Обербека

Вращение твердого тела постоянной массы вокруг неподвижной оси описывается уравнением

$$\vec{M} = J \cdot \vec{\varepsilon}, \quad (8)$$

где  $\vec{M}$  – результирующий вектор моментов сил, действующих на тело;

$\vec{\varepsilon}$  – вектор углового ускорения тела;

$J$  – момент инерции тела относительно оси вращения.

Из сопоставления основных законов динамики поступательного ( $\vec{F} = m\vec{a}$ ) и вращательного ( $\vec{M} = J \cdot \vec{\varepsilon}$ ) движений видно, что момент инерции является массовой характеристикой и определяет инертность тела при вращательном движении тела.

Момент инерции маятника Обербека может быть найден из уравнения (8) по значениям результирующего момента сил и углового ускорения.

Получим *формулы измерений* для экспериментального определения моментов сил, действующих на маятник Обербека, и его углового ускорения.

В данной установке *поступательное* равноускоренное движение совершает груз  $m$ . Силы, действующие на движущийся поступательно груз  $m$  (рис.2):  $m \cdot \vec{g}$  – сила тяжести груза;  $\vec{T}_2$  – сила натяжения нити.

*Вращательное* движение совершает шкив вместе с прикрепленными к нему телами (крестовиной с четырьмя грузами  $\mu$ ). Силы, действующие на шкив:  $\vec{N}$  – сила реакции оси вращения;  $m_1 \cdot \vec{g}$  – сила тяжести шкива вместе с прикрепленными к нему телами;  $\vec{T}_1$  – сила натяжения нити.

Кроме того, на маятник действует момент силы трения в оси  $M_{тр}$ , который способен существенно исказить результаты опыта.

Для шкива уравнение вращательного движения (8) в проекции на ось вращения (ось OZ) имеет вид:

$$\sum M_z = J_z \cdot \varepsilon_z. \quad (9)$$

Направим ось OZ перпендикулярно плоскости рисунка на нас. Моменты сил тяжести  $m_1 \cdot \vec{g}$  и силы реакции оси вращения  $\vec{N}$  относительно оси OZ, проходящей через ось вращения, равны нулю (линии действия сил пересекают ось OZ). Проекция вектора углового ускорения на ось OZ и вектора момента силы натяжения положительны:  $\varepsilon_z = \varepsilon$ ;

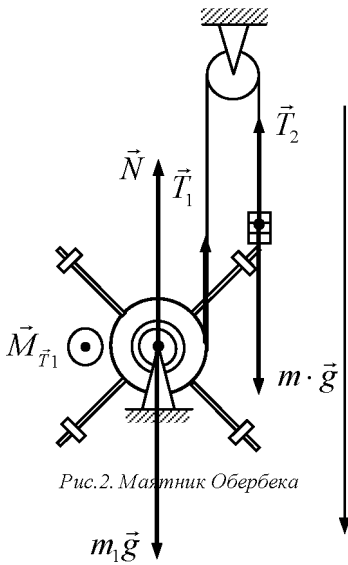


Рис.2. Маятник Обербека

$$M_{Tz} = M_{T_1}$$

С учетом в явном виде момента силы трения в оси  $M_{mp}$  уравнение (9) приобретает вид:

$$M_{T_1} - M_{mp} = J \cdot \varepsilon \quad (10)$$

Из определения момента силы следует:

$$M_{T_1} = T_1 \cdot r = T_1 \cdot \frac{D}{2}, \quad (11)$$

где  $D$  – диаметр шкива.

Если пренебречь массой блока 10 (см. рис.1), то  $T_1 \approx T_2$ .

Силу натяжения нити  $T_2$  можно найти из второго закона Ньютона для поступательного движения груза  $m$ :

$$m \cdot \vec{a} = m \cdot \vec{g} + \vec{T}_2 \quad (12)$$

$$OX : ma = mg - T_2$$

Тогда (11) и (10) принимают вид:

$$M_{T_1} = T_1 \cdot r \approx T_2 \cdot r \approx m(g - a) \cdot r,$$

$$m(g - a)r - M_{mp} = J \cdot \varepsilon. \quad (13)$$

Учитывая, что тангенциальное ускорение наружных точек шкива совпадает с ускорением поступательного движения груза  $a_t = a$ , можем написать для углового ускорения шкива  $\varepsilon$  следующее соотношение:

$$\varepsilon = \frac{a_t}{r} = \frac{a}{r} = \frac{2a}{D}, \quad (14)$$

или с учетом (13):

$$\varepsilon = \frac{a}{r} = \frac{1}{J} \frac{(mgr - M_{mp})}{\left(1 + \frac{mr^2}{J}\right)}. \quad (15)$$

В условиях опыта величина  $\frac{mr^2}{J} \leq 10^{-2}$ . Пренебрегая этой величиной в знаменателе выражения (15), получаем формулу, которую можно проверить экспериментально:

$$\varepsilon = \frac{a}{r} = \frac{1}{J} (mgr - M_{mp}). \quad (16)$$

Ускорение  $a$  поступательного движения груза находится из опыта по измерениям времени движения груза  $t$  и его перемещения  $h$  по формуле:

$$a = \frac{2 \cdot h}{t^2}. \quad (17)$$

Уравнение (16) является прямым следствием второго закона Ньютона, поэтому его экспериментальная проверка является в то же время проверкой основных положений механики.

Уравнение (16) является уравнением прямой

$$y = Ax + B \quad (18)$$

в осях координат  $x = M_T = mgr = \frac{mgD}{2} \quad (19)$

и  $y = \varepsilon = \frac{a}{r} = \frac{4h}{D \cdot t^2} \quad (20)$

с коэффициентом наклона  $A = 1/J, \quad (21)$

а точка пересечения с осью абсцисс определяет величину

$$M_{mp} = -B/A. \quad (22)$$

#### 4.1.1. Методика, основанная на графическом линейном выравнивании экспериментальных результатов "на глаз"

Уравнение (16) можно использовать как основу экспериментальной методики определения моментов инерции маятника Обербека и силы трения в оси. Для этого следует построить график функции  $\varepsilon = f(M_T)$  по экспериментально найденным значениям  $x_i$  (19) и  $y_i$  (20), измеряя время  $t_i$  движения грузов различных масс  $m_i$ . График представляет собой прямую линию, наиболее близко лежащую к экспериментальным точкам (линейное выравнивание выполняется "на глаз"). По коэффициенту наклона  $A$  (тангенс угла наклона прямой  $\varepsilon = f(M_T)$  к оси абсцисс) находится момент инерции маятника:

$$J_{\text{э}} = 1/A. \quad (23)$$

Момент инерции силы трения определяется координатой пересечения прямой  $\varepsilon = f(M_T)$  с осью абсцисс.

Погрешность результата измерения находится как отклонение экспериментально значения момента инерции от его теоретического (опорного) значения:

$$\Delta J = |J_T - J_{\text{э}}|, \quad \delta = \frac{\Delta J}{J_T} 100\% \quad (24)$$

#### 4.1.2. Методика, основанная на графическом линейном выравнивании экспериментальных результатов по методу наименьших квадратов (МНК)

Коэффициент наклона  $A$  прямой, которую необходимо построить по экспериментальным точкам  $(x_i, y_i)$ , может быть найден по методу наименьших квадратов как:

$$A = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left( \sum_{i=1}^n x_i \right)^2}. \quad (25)$$

Далее по формуле (23) находится экспериментальное значение момента инерции маятника Обербека. Погрешность результата измерения находится аналогично предыдущей методике по формулам (24).

Коэффициент  $B$  определяется по МНК как:

$$B = \frac{\sum_{i=1}^n y_i \sum_{i=1}^n (x_i)^2 - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n x_i y_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left( \sum_{i=1}^n x_i \right)^2}. \quad (26)$$

Момент силы трения находится по формуле (22).

#### 4.2. Экспериментальная проверка теоремы Гюйгенса-Штейнера.

Выберем массу груза  $m$  и радиус шкива  $r = D/2$  так, чтобы заведомо выполнялось неравенство

$$mgr \gg M_{mp},$$

тогда моментом силы трения  $M_{mp}$  в (16) можно пренебречь и преобразовать соотношение (16) с учетом теоремы Гюйгенса-Штейнера для маятника Обербека (7) к виду:

$$\varepsilon = \frac{a}{r} = \frac{1}{J} (mgr - M_{mp}) \approx \frac{mgr}{J} = \frac{mgr}{J_0 + 4J_{\mu_0} + 4\mu \cdot l^2} = \frac{mgr}{J_1 + 4\mu \cdot l^2}, \quad (27)$$

где  $J_1 = J_0 + 4J_{\mu_0}$ .

Следовательно:

$$\frac{g}{a} = \frac{J_1 + 4\mu \cdot l^2}{mr^2} = \frac{J_1}{mr^2} + 4 \frac{\mu}{m} \left( \frac{l}{r} \right)^2. \quad (28)$$

Зависимость (28) можно проверить экспериментально, выбрав постоянную массу  $m$  груза и измеряя ускорение  $a$  при различных положениях  $l$  грузов  $\mu$  на стержнях крестовины маятника.

Уравнение (28) является уравнением прямой вида:

$$y = Ax + B \quad (29)$$

в координатной плоскости  $XOY$ , где

$$x = \left(\frac{l}{r}\right)^2 = \left(\frac{2 \cdot l}{D}\right)^2, \quad y = \frac{g}{a}. \quad (30)$$

#### 4.1. Методика, основанная на графическом линейном выравнивании экспериментальных результатов "на глаз"

Уравнение (28) можно использовать как основу экспериментальной методики проверки теоремы Гюйгенса-Штейнера. Для этого следует построить график функции  $y = f(x)$  по экспериментально найденным значениям  $x_i$  и  $y_i$  (30). График представляет собой прямую линию с коэффициентом наклона  $A = 4\mu/m$ , наиболее близко лежащую к экспериментальным точкам. Коэффициент  $B$  определяет точку пересечения проведенной прямой линии с осью ординат и находится по графику. Экспериментальное значение момента инерции  $J_I$  вычисляется по формуле:

$$J_{I_1} = Bmr^2 = \frac{BmD^2}{4}. \quad (31)$$

Теоретическое (опорное) значение момента инерции  $J_I$  находится из соотношения:

$$J_{I_T} = J_0 + 4 \cdot J_{\mu_0} = J_0 + \frac{\mu \cdot d^2}{4} + \frac{\mu \cdot H^2}{3}. \quad (32)$$

Погрешность результата измерения определяется по формулам (24).

#### 4.2.2. Методика, основанная на графическом линейном выравнивании экспериментальных результатов по методу наименьших квадратов (МНК)

Коэффициент  $B$  определяется по формуле (26) и позволяет найти экспериментальное значение момента инерции  $J_I$  по формуле (31). Теоретическое (опорное) значение момента инерции  $J_I$  определяется из соотношения (32). Погрешность результата измерения находится по формулам (24).

Далее строится теоретический график зависимости (29) с коэффициентом наклона прямой  $A = 4\mu/m$ . На график наносятся экспериментальные точки, т.е. строится диаграмма разброса. Если экспериментальные точки ложатся на построенную по МНК прямую, то это качественно подтверждает зависимость (28), а значит, теорему Гюйгенса-Штейнера.

### 5. ПОДГОТОВКА ПРИБОРА К ИЗМЕРЕНИЯМ

1. Ознакомьтесь с внешним видом прибора. Приведите, если необходимо, колонну прибора к вертикальному положению при помощи регулируемых ножек основания 7.
2. Закрепите грузы  $\mu$  на стержнях крестовины на одинаковом и достаточно большом расстоянии  $l$  ( $0,2 \text{ м} \leq l \leq 0,24 \text{ м}$ ) от оси вращения маятника. Небольшими перемещениями грузов добейтесь, чтобы маятник был сбалансированным, т.е. находился в положении безразличного равновесия. Последнее проверяется приведением маятника несколько раз во вращательное движение. Маятник должен каждый раз останавливаться в различных положениях. Значение  $l$  запишите в таблицу 2.
3. Занесите в таблицу 1 значение массы  $\mu$  одного из грузов, находящихся на стержнях крестовины маятника Обербека (величина массы указана на самих грузах).
4. Измерьте штангенциркулем диаметр  $d$  и высоту  $H$  любого из грузов  $\mu$  и занесите результаты измерений в таблицу 1.
5. Измерьте штангенциркулем с максимальной точностью диаметры  $D_1$  большой и  $D_2$  малой ступеней шкива. Результаты измерений занесите в таблицу 1.
6. Включите сетевой шнур измерителя в сеть питания.
7. Поставьте грузы  $m$  на резиновый амортизатор кронштейна 3, перекиньте нить через блок и намотайте нить на малую ступень шкива вращением крестовины против часовой стрелки. Переместите грузы  $m$  в верхнее положение.
8. Включите клавишу «Сеть» и установите, находится ли схема в состоянии покоя, т.е. произошла ли блокировка маятника, светятся ли индикаторы измерителя и фотоэлектрического датчика.
9. Нажмите клавишу "Пуск" и, удерживая ее нажатом состоянии до остановки грузов, проверьте, произошло ли движение грузов и вращение маятника, измерил ли миллисекундомер время прохождения пути.
10. Нажмите клавишу "Сброс" и определите, произошло ли обнуление показаний измерителя.
11. Выключите клавишу «Сеть» и переведите вращением крестовины маятника против часовой стрелки груз  $m$  в верхнее положение, нажмите клавишу "Сеть" и проверьте, произошла ли повторная блокировка.
12. Снимите отсчет по миллиметровой шкале 16, соответствующий нижнему краю грузов. Занесите значение длины пути  $h$  поступательного движения грузов в таблицу 1. Все последующие опыты проводятся при постоянном значении величины  $h$ .

Таблица 1.

#### Данные лабораторной установки «маятник Обербека»

Диаметр	Диаметр	Диаметр	Высота	Масса	Длина пути	Момент
---------	---------	---------	--------	-------	------------	--------



большого шкива $D_1$ , м	малого шкива $D_2$ , м	груза на крестовине $d$ , м	груза на крестовине $H$ , м	груза на крестовине $\mu$ , кг	поступательного движения грузов $h$ , м	инерции крестовины с валом $J_0$ , кг·м <sup>2</sup>
						0, 00448

## 6. ВЫПОЛНЕНИЕ ИЗМЕРЕНИЙ И ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

В работе предлагается несколько способов обработки экспериментальных данных. Способ определяет преподаватель.

### 6.1. Экспериментальная проверка основного уравнения динамики вращательного движения и определение момента инерции маятника Обербека

#### 6.2.1. Методика, основанная на графическом линейном выравнивании экспериментальных результатов "на глаз"

1. Нажмите клавишу «Пуск» и удерживайте ее в нажатом состоянии до остановки грузов. Прочитайте время  $t$  падения грузов на шкале миллисекундомера и запишите его значение в таблицу 2.
2. Выключите клавишу «Сеть» и переведите вращением крестовины маятника против часовой стрелки груз  $m$  в верхнее положение, нажмите клавишу "Сеть" для блокировки маятника. Для обнуления показаний миллисекундомера нажмите клавишу «Сброс».
3. Измерения времени по пунктам 1-2 повторите еще два раза для той же самой массы грузов  $m$ .
4. Измените массу грузов  $m$  и проведите три раза измерения времени их падения по пунктам 1-2. Повторите аналогичные измерения времени еще для двух значений массы  $m$  грузов (т.е. выполните три измерения времени для каждой массы грузов).
5. Найдите среднее значение времени падения для каждой массы груза и занесите результаты вычислений в таблицу 2.
6. Определите среднее ускорение для каждой массы грузов из соотношения (17).
7. Рассчитайте для каждой массы грузов  $m$  угловое ускорение маятника  $\varepsilon$  по формуле (20).
8. Рассчитайте для каждой массы грузов  $m$  момент силы натяжения нити  $M$  по формуле (19).

Таблица 2

Экспериментальные и расчетные данные для нахождения зависимости углового ускорения от момента приложенной силы

Диаметр малого шкива $D_2$ , м	Расстояние от оси вращения до центра масс груза на крестовине $l$ , м	Масса груза на нити $m$ , кг	Время поступательного движения грузов $t$ , с	Среднее время поступательного движения грузов $\bar{t}$ , с	Ускорение $\bar{a}$ , м/с <sup>2</sup>	Угловое ускорение маятника $\varepsilon$ , с <sup>-2</sup>	Момент силы натяжения нити $M$ , Н·м

9. Постройте график зависимости  $\varepsilon = f(M)$ . Для этого в осях координат (19) и (20) отложите экспериментальные точки. Проведите прямую, выравнивающую результаты измерений. Проводить прямую следует так, чтобы она лежала возможно ближе к точкам и чтобы по обе стороны ее оказывалось приблизительно равное их количество. Выберите на прямой две произвольные точки, найдите их координаты  $(x_1, y_1)$  и  $(x_2, y_2)$ , вычислите коэффициент наклона  $A$  по формуле:  $A = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$ .
10. Определите момент инерции маятника Обербека из соотношения (23).
11. Вычислите теоретическое (опорное) значение момента инерции по формуле (7).
12. Оцените погрешность измерения момента инерции по формулам (24).
13. Запишите окончательный результат измерений в виде:  $J = J_0 \pm \Delta J$ .
14. Определите по графику момент силы трения  $M_{тр}$ .

**6.1.2. Методика, основанная на графическом линейном выравнивании экспериментальных результатов по методу наименьших квадратов**

1. Вычислите коэффициент линейной зависимости  $A$  по формуле (25).
2. Определите коэффициент  $B$  по формуле (26).
3. Постройте график зависимости (18) и нанесите там же экспериментальные точки, т.е. постройте диаграмму разброса.
4. Определите момент инерции маятника Обербека из соотношения (23).
5. Вычислите теоретическое (опорное) значение момента инерции по формуле (7).
6. Оцените погрешность измерения момента инерции по формулам (24).
7. Запишите окончательный результат измерений в виде:  $J = J_0 \pm \Delta J$ .
8. Определите момент силы трения  $M_{тр}$  по формуле (22).

**6.1.3. Методика, основанная на графическом линейном выравнивании экспериментальных результатов по методу наименьших квадратов на ПК с помощью MS Excel**

1. Получите разрешение преподавателя или дежурного инженера лаборатории на включение компьютера и принтера. Узнайте имя файла программы. Откройте файл. Программа выполнена в MS Excel и представляет собой готовые таблицы для автоматической обработки экспериментальных результатов.
2. Внесите экспериментальные данные в соответствующие столбцы электронной таблицы, при этом произойдет автоматическое обновление графика и обработка данных.
3. Выведите страницу на печать. Для этого выберите в меню *Файл – Печать – ОК*. Закройте окно MS Excel с сохранением или без сохранения файла.

**6.2. Экспериментальная проверка теоремы Гюйгенса-Штейнера**

Данная серия измерений выполняется при постоянной массе груза  $m$  и четырех различных положениях  $l$  грузов  $\mu$  на стержнях крестовины маятника. 1.

**6.2.2. Методика, основанная на графическом линейном выравнивании экспериментальных результатов "на глаз"**

1. Выключите клавишу «Сеть». Подвесьте к нити все грузы  $m$ , т.е. совокупная масса грузов должна быть наибольшей. Все последующие опыты проводятся при постоянном значении величин  $m=m_{max}$  и  $h$ .
2. Намотайте нить на **большую** ступень шкива.
3. Выполните пункты 1-3 раздела 6.1.1. с занесением результатов измерений в таблицу 3.

Таблица 3

**Экспериментальные и расчетные данные для проверки теоремы Гюйгенса-Штейнера**

Диаметр большого шкива $D_1$ , м	Масса грузов на нити $m$ , кг	Расстояние от оси вращения до центра масс груза на крестовине $l$ , м	Время поступательного движения грузов $t$ , с	Среднее время поступательного движения грузов $\bar{t}$ , с	Ускорение $\bar{a}$ , м/с <sup>2</sup>	$g/\bar{a}$	$\left(\frac{2 \cdot l}{D_1}\right)^2$

4. Передвиньте грузы  $\mu$  по стержням крестовины ближе к оси вращения на 3-4 см и запишите значение расстояния  $l$  в таблицу 3. Проведите три раза измерения времени падения грузов  $m$  при данном  $l$ . Повторите измерения еще для двух значений расстояний  $l$ . Результаты измерений занесите в таблицу 3.
5. Найдите среднее значение времени падения для каждого значения расстояния  $l$  и занесите результаты вычислений в таблицу 3.
6. Определите среднее значение ускорения из соотношения (17).
7. Постройте график зависимости  $y = f(x)$ . Для этого в осях координат (30) отложите экспериментальные точки по данным из таблицы 3. Проведите прямую, выравнивающую результаты измерений. Проводить прямую с

коэффициентом наклона  $A=4\mu/m$  так, чтобы она лежала возможно ближе к точкам и чтобы по обе стороны ее оказывалось приблизительно равное их количество.

8. Определите из графика координату  $B$  точки пересечения прямой с осью ординат и вычислите момент инерции  $J_I$  по формуле (31).
9. Вычислите теоретическое (опорное) значение момента инерции  $J_I$  из соотношения (32).
10. Оцените погрешность измерения момента инерции по формулам (24).
11. Запишите окончательный результат измерений в виде:  $J_I = J_{I_0} \pm \Delta J$ .

#### **6.2.2. Методика, основанная на графическом линейном выравнивании экспериментальных результатов по методу наименьших квадратов**

1. Определите коэффициент  $B$  по формуле (26).
2. Постройте график зависимости (28) с коэффициентом наклона прямой  $A=4\mu/m$  и нанесите там же экспериментальные точки, т.е. постройте диаграмму разброса.
3. Вычислите момент инерции  $J_I$  по формуле (31).
4. Вычислите теоретическое (опорное) значение момента инерции  $J_I$  из соотношения (32).
5. Оцените погрешность измерения момента инерции по формулам (24).
6. Запишите окончательный результат измерений в виде:  $J_I = J_{I_0} \pm \Delta J$ .

### **6. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ**

1. Сформулируйте определения следующих физических величин: псевдовектор угла поворота, псевдовектор угловой скорости и углового ускорения, момент силы относительно точки, момент силы относительно оси, момент импульса материальной точки и твердого тела.
2. На примере данной установки определить взаимное расположение векторов:  $\varepsilon$  - угловое ускорение,  $T$  - силы реакции нити,  $M$  - момента силы реакции нити,  $M_{тр}$  - момента силы трения,  $\omega$  - угловой скорости.
3. Сформулируйте определение момента инерции материальной точки и твердого тела. Выведите формулу момента инерции сплошного (полого) цилиндра относительно оси симметрии.
4. Сформулируйте и докажите теорему Гюйгенса-Штейнера.
5. Запишите основной закон динамики вращательного движения.
6. Показать, что момент инерции тела относительно произвольной оси является мерой его инертности при вращении вокруг этой оси.

### **7. СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Савельев И.В. Курс общей физики. - М.: Астрель, 2003. Т.1.
2. Сивухин Д.В. Общий курс физики. - М.: Физматлит, 2002.
3. Руководство к лабораторным работам по физике / Под редакцией Л.Л.Гольдина. - 2-е изд. - М.: Наука, 1973.
4. Каленков С.Г., Соломахо Г.И. Практикум по физике. М.: Высшая школа. 1990.
5. Изучение основного закона динамики вращательного движения твердого тела с помощью маятника Обербека: Метод. указания к лаб. раб. №1-6м/ Самар. гос. аэрокосм. ун-т. Сост. Т.М.Ларионова, Л.И.Каганов. Самара, 1995.

Учебное издание

**ИЗУЧЕНИЕ ЗАКОНОВ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА С ПОМОЩЬЮ МАЯТНИКА  
ОБЕРБЕКА**

*Методические указания*

Составитель: Т.В.Кривко

Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П.Королева.

443086 Самара, Московское шоссе, 34.