МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ
БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ АКАДЕМИКА С.П.КОРОЛЕВА
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

Математический анализ.
Сборник индивидуальных заданий.

Электронные методические указания

САМАРА
2011

УДК 517

Составитель: **Пчелкина Юлия Жиганшевна**

Математический анализ. Сборник индивидуальных заданий [Электронный ресурс] : электрон. метод. указания / М-во образования и науки РФ, Самар. гос. аэрокосм. ун-т им. С. П. Королева (нац. исслед. ун-т); сост. Ю. Ж. Пчелкина. – Электрон. текстовые дан. (2,36 Мбайт). – Самара, 2011. – 1 эл. опт. диск (CD-ROM).

Настоящие методические указания содержат 20 вариантов индивидуальных расчетных работ по следующим темам, соответствующим программе 1-го курса математического анализа факультета информатики: пределы, дифференцирование функции одной переменной, исследование функций, неопределенный и определенный интегралы, ряды.

Методические указания предназначены для подготовки бакалавров направления 010400.62 «Прикладная математика и информатика» факультета информатики, изучающих дисциплину «Математический анализ» в 1 и 2 семестрах.

Разработано на кафедре прикладной математики.

Оглавление

§ 1. Индивидуальные задания по теме «Пределы»

Вариант 1.

1. Исходя из определения предела, доказать:

а) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{x^2-x-12}{x-4}=7$; б) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{3}{2^x-1}=\infty$.

2. Доказать, что функция $f(x)$ не имеет предела при $x\to x_0$:

$f(x)=\sin\dfrac{\pi}{x-2}$, $x_0=2$.

3. Исходя из определения непрерывности, убедиться, что функция $f(x)=x^3+3x+2$ непрерывна на всей области определения:

4. Вычислить пределы:

а) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{(x+1)(x^3-2x-1)}{x^4+4x^2-5}$;

б) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\sqrt{1+2x}-3}{\sqrt{x}-2}$;

в) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+\sin x)}{\sin(4x-4\pi)}$;

г) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-1}{\ln x}$;

д) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{7^{2x}-5^{3x}}{2x-\operatorname{arctg}x}$;

е) $\lim\limits_{x\to 0}\left(1-\ln(1+x^3)\right)^{\frac{3}{x^2\arcsin x}}$;

ж) $\lim\limits_{x\to \pi/2}\dfrac{2^{\cos 2x}-1}{\ln\sin x}$;

з) $\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{3x-1}{x+1}\right)^{\frac{1}{\sqrt[3]{x}-1}}$.

5. Сравнить бесконечно малые функции $\alpha(x)$ и $\beta(x)$ при $x\to x_0$:

$\alpha(x)=1+\cos 3x$, $\beta(x)=\sin^2 7x$, $x_0=\pi$.

6. Исследовать на непрерывность, выяснить характер точек разрыва и изобразить графически следующие функции:

а) $y\ \ x\ =\begin{cases}\sqrt{x^2-4},\ x<-2;\\ |x-3|,\ x\ge -2.\end{cases}$ б) $y\ \ x\ =\dfrac{1}{2^x-1}$.

Вариант 2.

1. Исходя из определения предела, доказать:

а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x-1}{1-x}=-2$; б) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{\ln\ 1+x}=\infty$.

2. Доказать, что функция $f\ \ x$ не имеет предела при $x\to x_0$:

$f\ \ x\ =\sin\dfrac{\pi}{x-3}$, $x_0=3$.

3. Исходя из определения непрерывности, убедиться, что функция $f\ \ x\ =\cos 2x$ непрерывна на всей области определения:

4. Вычислить пределы:

а) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-6x^2+12x-8}{x^3-3x^2+4}$;

б) $\lim\limits_{x\to -8}\dfrac{\sqrt{1-x}-3}{2+\sqrt[3]{x}}$;

в) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln\ 1-7x}{\sin\ \ \pi x+7\pi}$;

г) $\lim\limits_{x\to\pi}\dfrac{\ln 2x-\ln 2\pi}{\sin\left(\dfrac{5x}{2}\right)\cos x}$;

д) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{3^{5x}-2^x}{x-\sin 9x}$;

е) $\lim\limits_{x\to 0}\ 1-e^{x^2}\ ^{\frac{1}{\ln\ 1+tg^2\ \ \pi x\ /3}}$;

ж) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\ln(2x-5)}{e^{\sin \pi x}-1}$;

з) $\lim\limits_{x\to 8}\left(\dfrac{2x-7}{x+1}\right)^{\frac{1}{\sqrt[3]{x}-2}}$.

5. Сравнить бесконечно малые функции $\alpha(x)$ и $\beta(x)$ при $x \to x_0$:

$\alpha(x) = a^x - a^{-x}$, $\beta(x) = \operatorname{tg} x$, $x_0 = 0$.

6. Исследовать на непрерывность, выяснить характер точек разрыва и изобразить графически следующие функции:

а) $y(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2-4}, \ x < -3; \\ |x-4|, \ x \geq -3. \end{cases}$

б) $y(x) = \dfrac{1}{3^x - 1}$.

Вариант 3.

1. Исходя из определения предела, доказать:

а) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-1}{1-x} = -2$;

б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1}{x}\cos\dfrac{\pi x}{6} = 0$.

2. Доказать, что функция $f(x)$ не имеет предела при $x \to x_0$:

$f(x) = 1 - 2\cos\dfrac{\pi}{x}$, $x_0 = 0$.

3. Исходя из определения непрерывности, убедиться, что функция $f(x) = \dfrac{1}{x+3}$ непрерывна на всей области определения:

4. Вычислить пределы:

а) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^3-3x-2}{x+x^2}$;

б) $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{\sqrt[3]{x-6}+2}{x^3+8}$;

в) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 10\ \ x+\pi}{e^{x^2}-1}$;

г) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{x^2-x+1}-1}{\ln x}$;

д) $\lim\limits_{x\to 1/2}\dfrac{2x-1\ ^2}{e^{\sin \pi x}-e^{-\sin 3\pi x}}$;

е) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{3x}-e^{-2x}}{2\arcsin x-\sin x}$;

ж) $\lim\limits_{x\to 0}\ \cos\sqrt{x}\ ^{\frac{1}{x}}$;

з) $\lim\limits_{x\to a}\left(\dfrac{\sin x}{\sin a}\right)^{\frac{1}{x-a}}$.

5. Сравнить бесконечно малые функции $\alpha\ x$ и $\beta\ x$ при $x\to x_0$:

$\alpha\ x\ =\ln\ 1+\sqrt{x^2 \operatorname{tg} x}\ ,\ \beta\ x\ =x,\ x_0=0$.

6. Исследовать на непрерывность, выяснить характер точек разрыва и изобразить графически следующие функции:

а) $y\ x\ =\begin{cases}\sqrt{-x},\ x\le 0;\\ 2,\ 0<x\le 2;\\ x^2+3,\ x>2.\end{cases}$

б) $y\ x\ =2-3^{\frac{x+1}{x}}$.

Вариант 4.

1. Исходя из определения предела, доказать:

а) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{4x^2-14x+6}{x-3}=10$;

б) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2}{2^x-1}=\infty$.

2. Доказать, что функция $f\ x$ не имеет предела при $x\to x_0$:

$f\ x\ =\cos\dfrac{\pi}{x-2},\ x_0=2$.

3. Исходя из определения непрерывности, убедиться, что функция $f\ x\ =\dfrac{1}{x-4}$ непрерывна на всей области определения:

4. Вычислить пределы:

а) $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^3+5x^2+8x+4}{x^3+7x^2+16x+12}$;

б) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{x-1}}{\sqrt[3]{x^2-1}}$;

в) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos\left(x+\dfrac{5\pi}{2}\right)\operatorname{tg}x}{\arcsin 2x^2}$;

г) $\lim\limits_{x\to \pi/4}\dfrac{\ln \operatorname{tg}x}{\cos 2x}$;

д) $\lim\limits_{x\to \pi/3}\dfrac{e^{\sin^2 6x}-e^{\sin^2 3x}}{\log_3 \cos 6x}$;

е) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{4x}-e^{-2x}}{2\operatorname{arctg}x-\sin x}$;

ж) $\lim\limits_{x\to 2}\left(\dfrac{\cos x}{\cos 2}\right)^{\frac{1}{x-2}}$;

з) $\lim\limits_{x\to 3}\left(\dfrac{\arcsin(x-3)}{\sin 3\pi x}\right)^{x^2-8}$.

5. Сравнить бесконечно малые функции $\alpha(x)$ и $\beta(x)$ при $x\to x_0$:

$\alpha(x)=e^{\sqrt{x^3}}$, $\beta(x)=1-\cos(\sin x)$, $x_0=0$.

6. Исследовать на непрерывность, выяснить характер точек разрыва и изобразить графически следующие функции:

а) $y(x)=\begin{cases} x^2+1, & x\le 1; \\ 2x, & 1<x\le 3; \\ x+3, & x>3. \end{cases}$

б) $y(x)=1-2^{\frac{x-2}{x}}$.

Вариант 5.

1. Исходя из определения предела, доказать:

а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x-1}{4x+3}=\dfrac{1}{2}$;

б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x\sin(\pi x)}{x^2+1}=0$.

2. Доказать, что функция $f(x)$ не имеет предела при $x\to x_0$:

$f(x) = \cos\dfrac{\pi}{x-1}$, $x_0 = 1$.

3. Исходя из определения непрерывности, убедиться, что функция $f(x) = e^{x+1}$ непрерывна на всей области определения:

4. Вычислить пределы:

а) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{(x^2+3x+2)^2}{x^3+2x^2-x-2}$;

б) $\lim\limits_{x\to 16}\dfrac{\sqrt[4]{x}-2}{\sqrt{x}-4}$;

в) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{3x^2-5x}{\sin 3x}$;

г) $\lim\limits_{x\to \pi}\dfrac{1+\cos 3x}{\sin^2 7x}$;

д) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\ln\left(x-\sqrt[3]{2x-3}\right)}{\sin(\pi x/2)-\sin(\pi x)}$;

е) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{6^{2x}-7^{-2x}}{\sin 3x-2x}$;

ж) $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1+x2^x}{1+x3^x}\right)^{\frac{1}{x^2}}$;

з) $\lim\limits_{x\to \pi/4}\left(\dfrac{\ln \operatorname{tg} x}{1-\operatorname{ctg} x}\right)^{\frac{1}{x-\pi/4}}$.

5. Сравнить бесконечно малые функции $\alpha(x)$ и $\beta(x)$ при $x \to x_0$:

$\alpha(x) = \sqrt[3]{1-\sqrt{x}}-1$, $\beta(x) = x$, $x_0 = 0$.

6. Исследовать на непрерывность, выяснить характер точек разрыва и изобразить графически следующие функции:

а) $y(x) = \begin{cases} x-3, \; x<0; \\ x+1, \; 0\le x\le 4; \\ 3+\sqrt{x}, \; x>4. \end{cases}$

б) $y(x) = 1-\dfrac{1}{x+2}$.

Вариант 6.

1. Исходя из определения предела, доказать:

а) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-2x-3}{x-3}=4$;   б) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{3}{1-3^x}=\infty$.

2. Доказать, что функция $f(x)$ не имеет предела при $x\to x_0$:

$f(x)=1+\sin\dfrac{\pi}{x}$, $x_0=0$.

3. Исходя из определения непрерывности, убедиться, что функция $f(x)=x^2+3x-2$ непрерывна на всей области определения:

4. Вычислить пределы:

а) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^3-3x-2}{\left(x^2-x-2\right)^2}$;

б) $\lim\limits_{x\to 8}\dfrac{\sqrt{9+2x}-5}{\sqrt[3]{x}-2}$;

в) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1-3x)}{\sqrt{8x+4}-2}$;

г) $\lim\limits_{x\to \pi}\dfrac{e^{\pi}-e^{x}}{\sin 5x-\sin 3x}$;

д) $\lim\limits_{x\to \pi/2}\dfrac{e^{\sin 2x}-e^{\operatorname{tg} 2x}}{\ln(2x/\pi)}$;

е) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{12^x-5^{-3x}}{2\arcsin x-x}$;

ж) $\lim\limits_{x\to 0}\left(2-3^{\sin^2 x}\right)^{\frac{1}{\ln\cos x}}$;

з) $\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{2x-1}{x}\right)^{\frac{1}{\sqrt[5]{x}-1}}$.

5. Сравнить бесконечно малые функции $\alpha(x)$ и $\beta(x)$ при $x\to x_0$:

$\alpha(x)=\sin\left(\sqrt{9+x}-3\right)$, $\beta(x)=x$, $x_0=0$.

6. Исследовать на непрерывность, выяснить характер точек разрыва и изобразить графически следующие функции:

а) $y(x)=\begin{cases} x^2,\ x<0;\\ 1-x,\ 0\le x<1;\\ \ln x,\ x\ge 1.\end{cases}$ б) $y(x)=\left(1+8^{\frac{1}{3-x}}\right)^{-1}$.

Вариант 7.

1. Исходя из определения предела, доказать:

а) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{5x^2-4x-1}{x-1}=6$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1}{x}\sin\pi x=0$.

2. Доказать, что функция $f(x)$ не имеет предела при $x\to x_0$:

$f(x)=2\sin\dfrac{\pi}{x+1}$, $x_0=-1$.

3. Исходя из определения непрерывности, убедиться, что функция $f(x)=\sin\dfrac{x}{2}$ непрерывна на всей области определения:

4. Вычислить пределы:

а) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\left(2x^2-x-1\right)^2}{x^3+2x^2-x-2}$;

б) $\lim\limits_{x\to 16}\dfrac{\sqrt[4]{x}-2}{\sqrt[3]{\left(\sqrt{x}-4\right)^2}}$;

в) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 2x}{\cos 7x-\cos 3x}$;

г) $\lim\limits_{x\to\pi/4}\dfrac{1-\sin 2x}{\left(\pi-4x\right)^2}$;

д) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\operatorname{tg}x-\operatorname{tg}2}{\sin\ln\left(x-1\right)}$;

е) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{5x}-e^{3x}}{\sin 2x-\sin x}$;

ж) $\lim\limits_{x\to 0}\left(2-3^{\operatorname{arctg}^2\sqrt{x}}\right)^{\frac{2}{\sin x}}$;

з) $\lim\limits_{x\to a}\left(2-\dfrac{x}{a}\right)^{\operatorname{tg}\frac{\pi x}{2a}}$.

5. Сравнить бесконечно малые функции $\alpha(x)$ и $\beta(x)$ при $x\to x_0$:

$\alpha(x)=\ln\left(1+\sqrt{x}\right)$, $\beta(x)=x$, $x_0=0$.

6. Исследовать на непрерывность, выяснить характер точек разрыва и изобразить графически следующие функции:

а) $y(x)=\begin{cases} -1,\ x\le 0; \\ 2\sin x,\ 0<x\le \pi/2; \\ \dfrac{\pi+4}{2}-x,\ x>\pi/2. \end{cases}$

б) $y(x)=1+2^{\frac{1}{3x-2}}$.

Вариант 8.

1. Исходя из определения предела, доказать:

а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1}{x^2+1}=0$;

б) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2}{\ln(1-x)}=\infty$.

2. Доказать, что функция $f(x)$ не имеет предела при $x\to x_0$:

$f(x)=\cos\dfrac{1}{x-5}$, $x_0=5$.

3. Исходя из определения непрерывности, убедиться, что функция $f(x)=\operatorname{tg}\dfrac{x}{3}$ непрерывна на всей области определения:

4. Вычислить пределы:

а) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-3x-2}{x-2}$;

б) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt[3]{x}-1}{\sqrt{x+1}-\sqrt{2x}}$;

в) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 7x}{x^2+\pi x}$;

г) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\ln(9-2x^2)}{\sin 2\pi x}$;

д) $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{\operatorname{tg}\left(e^{x+2}-e^{x^2-4}\right)}{\operatorname{tg}x+\operatorname{tg}2}$;

е) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{7x}-e^{-2x}}{\sin x-2x}$;

ж) $\lim\limits_{x\to 0}(2-\cos x)^{\frac{1}{x^2}}$;

з) $\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{2-x}{x}\right)^{\frac{1}{\ln(2-x)}}$.

5. Сравнить бесконечно малые функции $\alpha(x)$ и $\beta(x)$ при $x \to x_0$:

$\alpha(x) = \ln\left(1+\sqrt{x^3}\right)$, $\beta(x) = x$, $x_0 = 0$.

6. Исследовать на непрерывность, выяснить характер точек разрыва и изобразить графически следующие функции:

а) $y(x) = \begin{cases} e^x, x \le 0; \\ \sin x, 0 < x \le \pi/2; \\ \ln(x - \pi/2), x > \pi/2. \end{cases}$

б) $y(x) = \dfrac{1}{x^3 - 1}$.

Вариант 9.

1. Исходя из определения предела, доказать:

а) $\lim\limits_{x \to 10} \dfrac{5x^2 - 51x + 10}{x - 10} = 49$;

б) $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{\sqrt{x^2 + a^2}}{x} = 1$.

2. Доказать, что функция $f(x)$ не имеет предела при $x \to x_0$:

$f(x) = 1 + \cos\dfrac{1}{x}$, $x_0 = 0$.

3. Исходя из определения непрерывности, убедиться, что функция $f(x) = \ln(x - 2)$ непрерывна на всей области определения:

4. Вычислить пределы:

а) $\lim\limits_{x \to -3} \dfrac{\left(x^2 + 2x - 3\right)^2}{x^3 + 4x^2 + 3x}$;

б) $\lim\limits_{x \to 4} \dfrac{\sqrt[3]{16x} - 4}{\sqrt{x + 4} - \sqrt{2x}}$;

в) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sqrt{4 + x} - 2}{3\operatorname{arctg} x}$;

г) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{1 + \cos \pi x}{\operatorname{tg}^2 \pi x}$;

д) $\lim\limits_{x \to \pi/2} \dfrac{e^{\operatorname{tg} 2x} - e^{-\sin 2x}}{\sin x - 1}$;

е) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{3^{2x}-5^{3x}}{\operatorname{arctg} x + x^3}$;

з) $\lim\limits_{x\to 2\pi}\ \cos x^{\frac{\operatorname{ctg} 2x}{\sin 3x}}$.

ж) $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1+\sin x\cos\alpha x}{1+\sin x\cos\beta x}\right)^{\operatorname{ctg}^3 x}$;

5. Сравнить бесконечно малые функции $\alpha\ \ x$ и $\beta\ \ x$ при $x\to x_0$:

$\alpha\ \ x\ =1-\cos\sqrt{x}$, $\beta\ \ x\ =x$, $x_0=0$.

6. Исследовать на непрерывность, выяснить характер точек разрыва и изобразить графически следующие функции:

а) $y\ \ x\ =\dfrac{x|a-x|}{a-x}$.

б) $y\ \ x\ =2+\dfrac{1}{1+3^{\frac{1}{x-2}}}$.

Вариант 10.

1. Исходя из определения предела, доказать:

а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x-3}{x+3}=2$;

б) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{1}{x^2-2x+1}=\infty$.

2. Доказать, что функция $f\ \ x$ не имеет предела при $x\to x_0$:

$f\ \ x\ =\sin\dfrac{1}{x-5}$, $x_0=5$.

3. Исходя из определения непрерывности, убедиться, что функция $f\ \ x\ =e^{3x}$ непрерывна на всей области определения:

4. Вычислить пределы:

а) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^3-3x-2}{x^2+2x+1}$;

б) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{x}-1}{x^2-1}$;

в) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{4x}{\operatorname{tg}(\pi(2+x))}$;

г) $\lim\limits_{x\to\pi/2}\dfrac{\operatorname{tg}3x}{\operatorname{tg}x}$;

д) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{2^x+7}-\sqrt{2^{x+1}+5}}{x^3-1}$;

е) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{2x}-e^{3x}}{\operatorname{arctg}x-x^2}$;

ж) $\lim\limits_{x\to 0}\left(6-\dfrac{5}{\cos x}\right)^{\operatorname{ctg}^2 x}$;

з) $\lim\limits_{x\to 2\pi}(\cos x)^{\frac{1}{\sin^2 2x}}$.

5. Сравнить бесконечно малые функции $\alpha(x)$ и $\beta(x)$ при $x\to x_0$:

$\alpha(x)=1-\cos\sqrt[3]{x^2}$, $\beta(x)=x$, $x_0=0$.

6. Исследовать на непрерывность, выяснить характер точек разрыва и изобразить графически следующие функции:

а) $y(x)=\dfrac{|x-2|}{x-2}-\dfrac{1}{x}$;

б) $y(x)=-1+\dfrac{1}{2^{\frac{1}{1-x}}}$.

Вариант 11.

1. Исходя из определения предела, доказать:

а) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{1}{\sqrt{x+7}}=\dfrac{1}{3}$;

б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x}{x^2-1}\cos\dfrac{\pi}{x}=0$.

2. Доказать, что функция $f(x)$ не имеет предела при $x\to x_0$:

$f(x)=\sin\dfrac{\pi}{2x}$, $x_0=0$.

3. Исходя из определения непрерывности, убедиться, что функция $f(x)=x+e^x$ непрерывна на всей области определения:

4. Вычислить пределы:

а) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{\left(x^3-2x-1\right)^2}{x^4+2x+1}$;

б) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt[3]{4x}-1}{\sqrt{2+x}-\sqrt{2x}}$;

в) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2x}{\operatorname{tg}\left(\pi\left(1+2x\right)\right)}$;

г) $\lim\limits_{x\to \pi}\dfrac{\sin^2 x-\operatorname{tg}^2 x}{\left(x-\pi\right)^4}$;

д) $\lim\limits_{x\to \pi/6}\dfrac{\ln\sin 3x}{\left(6x-\pi\right)^2}$;

е) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{3^{5x}-2^{7x}}{\arcsin 2x-x}$;

ж) $\lim\limits_{x\to 0}\left(5-\dfrac{4}{\cos x}\right)^{\frac{1}{\sin^2 3x}}$;

з) $\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{\sin\left(x-1\right)}{x-1}\right)^{\frac{\sin\left(x-1\right)}{x-1-\sin\left(x-1\right)}}$.

5. Сравнить бесконечно малые функции $\alpha\left(x\right)$ и $\beta\left(x\right)$ при $x\to x_0$:

$\alpha\left(x\right)=\ln\left(x-3\right)$, $\beta\left(x\right)=x^2-5x+4$, $x_0=4$.

6. Исследовать на непрерывность, выяснить характер точек разрыва и изобразить графически следующие функции:

а) $y\left(x\right)=\begin{cases} x-3,\ x<0; \\ 2x,\ 0\le x<3; \\ x^2-6x+5,\ x\ge 3. \end{cases}$

б) $y\left(x\right)=2^{-\frac{1}{x-1}}-1$.

Вариант 12.

1. Исходя из определения предела, доказать:

а) $\lim\limits_{x\to \infty}\dfrac{x-1}{x+2}=1$;

б) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{\sin x}=\infty$.

2. Доказать, что функция $f\left(x\right)$ не имеет предела при $x\to x_0$:

$f(x)=\sin\dfrac{\pi}{x+3}$, $x_0=-3$.

3. Исходя из определения непрерывности, убедиться, что функция $f(x)=\sin(x+1)$ непрерывна на всей области определения:

4. Вычислить пределы:

а) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-2x+1}{x^3-x^2-x+1}$;

б) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{\sqrt[7]{x}}$;

в) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos^3 x}{4x^2\pi}$;

г) $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{\mathrm{tg}\,\pi x}{x+2}$;

д) $\lim\limits_{x\to \pi}\dfrac{\ln(2+\cos x)}{\left(3^{\sin x}-1\right)^2}$;

е) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{5x}-e^{x}}{\arcsin x+x^3}$;

ж) $\lim\limits_{x\to a}\left(\dfrac{\sin x-\sin a}{x-a}\right)^{\frac{x^2}{a^2}}$;

з) $\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{2-x}{x}\right)^{\frac{1}{\ln(2-x)}}$.

5. Сравнить бесконечно малые функции $\alpha(x)$ и $\beta(x)$ при $x\to x_0$:

$\alpha(x)=\ln(x-6)$, $\beta(x)=\sqrt[3]{8-x}-1$, $x_0=7$.

6. Исследовать на непрерывность, выяснить характер точек разрыва и изобразить графически следующие функции:

а) $y(x)=\begin{cases} x\cdot\sin\dfrac{1}{x},\ x\neq 0; \\ 0,\ x=0. \end{cases}$

б) $y(x)=\mathrm{arctg}\dfrac{1}{x}$.

Вариант 13.

1. Исходя из определения предела, доказать:

а) $\lim\limits_{x\to 2-0} 2^{\frac{1}{x-2}} = 0$; б) $\lim\limits_{x\to -2} \dfrac{x^2-x-6}{x+2} = -5$.

2. Доказать, что функция $f(x)$ не имеет предела при $x \to x_0$:

$f(x) = \sin\dfrac{1}{x+2}$, $x_0 = -2$.

3. Исходя из определения непрерывности, убедиться, что функция $f(x) = \cos(x^2)$ непрерывна на всей области определения:

4. Вычислить пределы:

а) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^4-1}{2x^4-x^2-1}$;

б) $\lim\limits_{x\to 4} \dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt[3]{x^2-16}}$;

в) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\arcsin 3x}{\sqrt{2+x}-\sqrt{2}}$;

г) $\lim\limits_{x\to \pi} \dfrac{1-\sin(x/2)}{\pi-x}$;

д) $\lim\limits_{x\to 2\pi} \dfrac{(x-2\pi)^2}{\lg(\cos x-1)}$;

е) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^{3x}-e^{2x}}{\sin 3x-\operatorname{tg} 2x}$;

ж) $\lim\limits_{x\to 0} \left(2-e^{\arcsin^2\sqrt{x}}\right)^{\frac{3}{x}}$;

з) $\lim\limits_{x\to 3} \left(\dfrac{6-x}{x}\right)^{\operatorname{tg}\frac{\pi x}{6}}$.

5. Сравнить бесконечно малые функции $\alpha(x)$ и $\beta(x)$ при $x \to x_0$:

$\alpha(x) = \ln\cos x$, $\beta(x) = 3^{\sin x} - 1$, $x_0 = 2\pi$.

6. Исследовать на непрерывность, выяснить характер точек разрыва и изобразить графически следующие функции:

а) $y(x) = \begin{cases} |x-3|, & x \le 2; \\ \dfrac{2}{x}, & x > 2. \end{cases}$ б) $y(x) = 2^{-\frac{1}{x}}$.

Вариант 14.

1. Исходя из определения предела, доказать:

а) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{1}{3^{x-1}-1}=\infty$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2-3x}{1-x}=3$.

2. Доказать, что функция $f(x)$ не имеет предела при $x\to x_0$:

$f(x)=1-\cos\dfrac{\pi}{x-1}$, $x_0=1$.

3. Исходя из определения непрерывности, убедиться, что функция $f(x)=1+\sin(x^2)$ непрерывна на всей области определения:

4. Вычислить пределы:

а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{(1+x)^3-(1+3x)}{x+x^5}$;

б) $\lim\limits_{x\to 1/4}\dfrac{\sqrt[3]{x/16}-1/4}{\sqrt{1/4+x}-\sqrt{2x}}$;

в) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2^{x+1}-2}{\ln(1+4x)}$;

г) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{x^2-x+1}-1}{\mathrm{tg}\,\pi x}$;

д) $\lim\limits_{x\to 2\pi}\dfrac{\ln\cos 2x}{\ln\cos 4x}$;

е) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{4^x-2^{7x}}{\mathrm{tg}3x-x}$;

ж) $\lim\limits_{x\to 2}\left(\dfrac{\sqrt{x+2}-2}{x^2-4}\right)^{\frac{1}{x}}$;

з) $\lim\limits_{x\to \pi/2}\left(\mathrm{ctg}\dfrac{x}{2}\right)^{\frac{1}{\cos x}}$.

5. Сравнить бесконечно малые функции $\alpha(x)$ и $\beta(x)$ при $x\to x_0$:

$\alpha(x)=\cos^2 3x-1$, $\beta(x)=\sin^2 2x$, $x_0=\pi$.

6. Исследовать на непрерывность, выяснить характер точек разрыва и изобразить графически следующие функции:

а) $y(x)=\begin{cases} x\cdot\cos\dfrac{1}{x},\ x\neq 0; \\ 0,\ x=0. \end{cases}$ б) $y(x)=\operatorname{arcctg}\dfrac{1}{x}$.

Вариант 15.

1. Исходя из определения предела, доказать:

а) $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^2-x-6}{x+2}=-1$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1}{x-1}\sin\left(\pi x^2\right)=0$.

2. Доказать, что функция $f(x)$ не имеет предела при $x\to x_0$:

$f(x)=1+\sin\dfrac{\pi}{x-1}$, $x_0=1$.

3. Исходя из определения непрерывности, убедиться, что функция $f(x)=e^{3x}+\sin x$ непрерывна на всей области определения:

4. Вычислить пределы:

а) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^3+5x^2+7x+3}{x^3+4x^2+5x+2}$;

б) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\sqrt[3]{9x}-3}{\sqrt{3+x}-\sqrt{2x}}$;

в) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2\sin\left(\pi(x+1)\right)}{\ln(1+2x)}$;

г) $\lim\limits_{x\to \pi}\dfrac{\cos 5x-\cos 3x}{\sin^2 x}$;

д) $\lim\limits_{x\to \pi}\dfrac{\left(x^3-\pi^3\right)\sin 5x}{\left(e^{\sin^2 x}-1\right)^2}$;

е) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{5^{2x}-2^{3x}}{\sin x+\sin x^2}$;

ж) $\lim\limits_{x\to 0}\left(\cos\pi x\right)^{\frac{1}{x\sin\pi x}}$;

з) $\lim\limits_{x\to 4\pi}\left(\cos x\right)^{\frac{\operatorname{ctg}x}{\sin 4x}}$.

5. Сравнить бесконечно малые функции $\alpha(x)$ и $\beta(x)$ при $x \to x_0$:

$\alpha(x) = \dfrac{1-x}{1+x}$, $\beta(x) = 2 - 2\sqrt{x}$, $x_0 = 1$.

6. Исследовать на непрерывность, выяснить характер точек разрыва и изобразить графически следующие функции:

а) $y(x) = \begin{cases} e^{2x}, x \le 0; \\ \ln x, 0 < x \le 100; \\ -2\sqrt{x}, x > 100. \end{cases}$ б) $y(x) = 4^{\frac{1}{2-x}}$.

Вариант 16.

1. Исходя из определения предела, доказать:

а) $\lim\limits_{x\to 5} \dfrac{5x^2 - 24x - 5}{x-5} = 26$; б) $\lim\limits_{x\to -2+0} 4^{\frac{1}{x+2}} = 0$.

2. Доказать, что функция $f(x)$ не имеет предела при $x \to x_0$:

$f(x) = 1 + 2\cos\dfrac{1}{x-3}$, $x_0 = 3$.

3. Исходя из определения непрерывности, убедиться, что функция $f(x) = e^{2x} - x^2$ непрерывна на всей области определения:

4. Вычислить пределы:

а) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^3 - 3x + 2}{x^3 - x^2 - x + 1}$; в) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\cos 2x - \cos x}{1 - \cos x}$;

б) $\lim\limits_{x\to 1/2} \dfrac{\sqrt[3]{x/4} - 1/2}{\sqrt{1/2 + x} - \sqrt{2x}}$; г) $\lim\limits_{x\to \pi/3} \dfrac{1 - \cos 2x}{\pi - 3x}$;

д) $\lim\limits_{x\to\pi/2}\dfrac{\ln\sin x}{(2x-\pi)^2}$;

ж) $\lim\limits_{x\to0}\left(1+\sin^2 3x\right)^{\frac{1}{\ln\cos x}}$;

е) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{e^x-e^{-x}}{\mathrm{tg}2x-\sin x}$;

з) $\lim\limits_{x\to1}(3-2x)^{\mathrm{tg}\frac{\pi x}{2}}$.

5. Сравнить бесконечно малые функции $\alpha(x)$ и $\beta(x)$ при $x\to x_0$:

$\alpha(x)=\dfrac{x-4}{x+4}$, $\beta(x)=2-\sqrt{x}$, $x_0=4$.

6. Исследовать на непрерывность, выяснить характер точек разрыва и изобразить графически следующие функции:

а) $y(x)=\begin{cases}e^x+1, & x<0;\\ |x-2|, & x\ge0.\end{cases}$

б) $y(x)=\dfrac{1}{e^{\frac{1}{x-1}}}$.

Вариант 17.

1. Исходя из определения предела, доказать:

а) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{x^2+x+1}{x^2+2}=\dfrac{1}{2}$;

б) $\lim\limits_{x\to\infty}2^{\frac{1}{x-1}}=1$.

2. Доказать, что функция $f(x)$ не имеет предела при $x\to x_0$:

$f(x)=2\cos\dfrac{2}{x-3}$, $x_0=3$.

3. Исходя из определения непрерывности, убедиться, что функция $f(x)=4-\mathrm{tg}(2x)$ непрерывна на всей области определения:

4. Вычислить пределы:

а) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^3-2x-1}{x^4+2x+1}$;

б) $\lim\limits_{x\to -8}\dfrac{10-x-6\sqrt{1-x}}{2+\sqrt[3]{x}}$;

в) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{arctg}2x}{\sin\ 2\pi\ \ x+10}$;

г) $\lim\limits_{x\to 2\pi}\dfrac{\sin 7x-\sin 3x}{e^{x^2}-e^{4\pi^2}}$;

д) $\lim\limits_{x\to \pi}\dfrac{\ln\cos 2x}{\left(1-\dfrac{\pi}{x}\right)^2}$;

е) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^x-e^{-2x}}{\sin 3x-\operatorname{tg}2x}$;

ж) $\lim\limits_{x\to 0}\left(\operatorname{tg}\left(\dfrac{\pi}{4}-x\right)\right)^{\operatorname{ctg}x}$;

з) $\lim\limits_{x\to 4\pi}(\cos x)^{\frac{5}{\operatorname{tg}5x\sin 2x}}$.

5. Сравнить бесконечно малые функции $\alpha(x)$ и $\beta(x)$ при $x\to x_0$:

$$\alpha(x)=\frac{4-x^2}{2+x},\ \beta(x)=\ln(3-x),\ x_0=2.$$

6. Исследовать на непрерывность, выяснить характер точек разрыва и изобразить графически следующие функции:

а) $y(x)=\begin{cases} x,\ x<0; \\ 2x+3,\ 0\le x<5; \\ \sqrt{x},\ x\ge 5. \end{cases}$

б) $y(x)=\dfrac{2^{\frac{1}{x-2}}-1}{2^{\frac{1}{x-2}}+1}$.

Вариант 18.

1. Исходя из определения предела, доказать:

а) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-2x+1}{x^2-1}=0$;

б) $\lim\limits_{x\to \infty}\dfrac{2}{x^2}\cos\dfrac{\pi}{x}=0$.

2. Доказать, что функция $f(x)$ не имеет предела при $x\to x_0$:

$$f(x)=\cos\frac{1}{x+3},\ x_0=-3.$$

3. Исходя из определения непрерывности, убедиться, что функция $f(x) = x^4 + 3x^2 - 1$ непрерывна на всей области определения:

4. Вычислить пределы:

а) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-1}{2x^2-x-1}$;

б) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1-2x+x^2}-(1+x)}{x}$;

в) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\sqrt{\cos x}}{x\sin x}$;

г) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sin 7\pi x}{\sin 8\pi x}$;

д) $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{a^{x^2-a^2}}{\operatorname{tg}\ln(x/a)}$;

е) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{10^{2x}-7^{-x}}{2\operatorname{tg}2x-\operatorname{arctg}x}$;

ж) $\lim\limits_{x\to 0}\left(1-x\sin^2 x\right)^{\frac{1}{\ln(1+\pi x^3)}}$;

з) $\lim\limits_{x\to 3}\left(\dfrac{\sin x}{\sin 3}\right)^{\frac{1}{x-3}}$.

5. Сравнить бесконечно малые функции $\alpha(x)$ и $\beta(x)$ при $x\to x_0$:

$\alpha(x)=\dfrac{9-x^2}{3+x}$, $\beta(x)=\ln(4-x)$, $x_0=3$.

6. Исследовать на непрерывность, выяснить характер точек разрыва и изобразить графически следующие функции:

а) $y(x)=\begin{cases} x-3, & x<0; \\ x+1, & 0\le x\le 4; \\ 4+\sqrt{x}, & x>4. \end{cases}$

б) $y(x)=\dfrac{3^{\frac{1}{1-x}}-1}{3^{\frac{1}{1-x}}+1}$.

Вариант 19.

1. Исходя из определения предела, доказать:

а) $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{x+5}{x^2-25}=\infty$;

б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1}{\sqrt{4x+1}}=0$.

2. Доказать, что функция $f(x)$ не имеет предела при $x \to x_0$:

$$f(x) = \cos\frac{2}{x-2}, \ x_0 = 2.$$

3. Исходя из определения непрерывности, убедиться, что функция $f(x) = x^3 + 3x + \sin x$ непрерывна на всей области определения:

4. Вычислить пределы:

а) $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^3+5x^2+8x+4}{x^3+3x^2-4}$;

б) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{9-8x}-1}{x-1}$;

в) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(x^2+1)}{2-\sqrt{2x^2+4}}$;

г) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\operatorname{arctg}(x^2-2x)}{\sin 3\pi x}$;

д) $\lim\limits_{x\to 2\pi}\dfrac{\ln\cos x}{3^{\sin 2x}-1}$;

е) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{9^x-2^{3x}}{\operatorname{arctg}2x-7x}$;

ж) $\lim\limits_{x\to 0}\left(2-e^{\sin x}\right)^{\operatorname{ctg}\pi x}$;

з) $\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{x+1}{2x}\right)^{\frac{\ln(x+2)}{\ln(2-x)}}$.

5. Сравнить бесконечно малые функции $\alpha(x)$ и $\beta(x)$ при $x \to x_0$:

$$\alpha(x) = (10x+1)^{x-10} - 1, \ \beta(x) = \ln(11-x), \ x_0 = 10.$$

6. Исследовать на непрерывность, выяснить характер точек разрыва и изобразить графически следующие функции:

а) $y(x) = \begin{cases} \sqrt{-x}, \ x \le 0; \\ 2x, \ 0 < x \le 3; \\ x^2-3, \ x > 3. \end{cases}$

б) $y(x) = 1 - 2^{\frac{x+1}{x}}$.

Вариант 20.

1. Исходя из определения предела, доказать:

а) $\lim\limits_{x\to 8}\dfrac{3x^2-40x+128}{x-8}=8$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x}{x^2-1}\sin\dfrac{\pi}{x}=0$.

2. Доказать, что функция $f(x)$ не имеет предела при $x\to x_0$:

$f(x)=\dfrac{1}{2}\cos\dfrac{1}{x}-2$, $x_0=0$.

3. Исходя из определения непрерывности, убедиться, что функция $f(x)=x-\sin x$ непрерывна на всей области определения:

4. Вычислить пределы:

а) $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{x^3+7x^2+15x+9}{x^3+8x^2+21x+18}$;

б) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt{17-8x}-1}{x-2}$;

в) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin^2 x-\operatorname{tg}^2 x}{x^4}$;

г) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{2^x-16}{\sin\pi x}$;

д) $\lim\limits_{x\to\pi}\dfrac{\cos(x/2)}{e^{\sin x}-e^{\sin 4x}}$;

е) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{2x}-e^x}{\operatorname{tg}(x^2+x)}$;

ж) $\lim\limits_{x\to 0}(1-\ln\cos x)^{\operatorname{ctg}^2 x}$;

з) $\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{1}{x}\right)^{\frac{\ln(x+1)}{\ln(2-x)}}$.

5. Сравнить бесконечно малые функции $\alpha(x)$ и $\beta(x)$ при $x\to x_0$:

$\alpha(x)=(100x+1)^{x-100}-1$, $\beta(x)=\ln(101-x)$, $x_0=100$.

6. Исследовать на непрерывность, выяснить характер точек разрыва и изобразить графически следующие функции:

а) $y\left(x\right)=\begin{cases} \left|x-2\right|, x\le 0; \\ x+2, 0<x\le 4; \\ 4-\sqrt{x}, x>4. \end{cases}$

б) $y\left(x\right)=1-2^{\frac{1}{x+2}}$.

§1. Индивидуальные задания по теме «Дифференцирование функций»

Вариант 1.

1. Пользуясь определением производной, найти $f'\ \ 0\ $:

$$f\ \ x\ =\begin{cases}\operatorname{tg}\left(x^3+x^2\sin\dfrac{2}{x}\right), & x\neq 0;\\ 0, \quad x=0.\end{cases}$$

2. Найти производные следующих функций:

а) $y=\dfrac{2\ \ 3x^3+4x^2-x-2}{15\sqrt{1+x}}$;

б) $y=\sqrt{x}\ln\ \ \sqrt{x}+\sqrt{x+a}\ \ -\sqrt{x+a}$;

в) $y=\sin\sqrt{3}+\dfrac{1}{3}\dfrac{\sin^2 3x}{\cos 6x}$;

г) $y=\operatorname{arctg}\dfrac{\operatorname{tg}x-\operatorname{ctg}x}{\sqrt{2}}$;

д) $y=\dfrac{1}{4\sqrt{5}}\ln\dfrac{2+\sqrt{5}\operatorname{th}x}{2-\sqrt{5}\operatorname{th}x}$;

е) $y=\ \ \operatorname{arctg}x\ \ ^{1/2\ \ln\ \operatorname{arctg}x}$.

3. Составить уравнение нормали и касательной к данным кривым в точке с абсциссой x_0:

а) $y=\ \ 4x-x^2\ \ /4,\quad x_0=2$;

б) $\begin{cases}x=a\sin^3 t,\\ y=a\cos^3 t, \quad t_0=\pi/3.\end{cases}$

4. Вычислить приближенно с помощью дифференциала:

$y=\sqrt[3]{x},\quad x=7{,}76.$

5. Найти производную второго порядка y''_{xx} от функции, заданной параметрически и неявно:

а) $\begin{cases} x = \cos 2t, \\ y = 2\sec^2 t. \end{cases}$

б) $y^2 = 8x$.

Вариант 2.

1. Пользуясь определением производной, найти $f'\ \ 0$:

$$f\ \ x\ = \begin{cases} \arcsin\left(x^2\cos\dfrac{1}{x}\right) + \dfrac{2}{3}x, \ x \neq 0; \\ 0, \quad x = 0. \end{cases}$$

2. Найти производные следующих функций:

а) $y = \dfrac{2x^2 - 1\ \ \sqrt{1+x^2}}{3x^3}$;

б) $y = \ln\ \ x + \sqrt{a^2 + x^2}\ \ $;

в) $y = \cos\ln 2 - \dfrac{1}{3}\dfrac{\cos^2 3x}{\sin 6x}$;

г) $y = \arcsin\dfrac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{5x}}$;

д) $y = \dfrac{\operatorname{sh} x}{4\operatorname{ch}^4 x} + \dfrac{3\operatorname{sh} x}{8\operatorname{ch}^2 x} + \dfrac{3}{8}\operatorname{arctg}\ \operatorname{sh} x$

;

е) $y = \ \sin\sqrt{x}\ ^{\ln\sin\sqrt{x}}$.

3. Составить уравнение нормали и касательной к данным кривым в точке с абсциссой x_0:

а) $y = 2x^2 + 3x - 1, \quad x_0 = -2$;

б) $\begin{cases} x = \sqrt{3}\cos t, \\ y = \sin t, \quad t_0 = \pi/3. \end{cases}$

4. Вычислить приближенно с помощью дифференциала:

$y = x^7, \quad x = 2{,}002.$

5. Найти производную второго порядка y''_{xx} от функции, заданной параметрически и неявно:

а) $\begin{cases} x = \ln t, \\ y = \operatorname{arctg} t. \end{cases}$

б) $y = x + \operatorname{arctg} y$.

Вариант 3.

1. Пользуясь определением производной, найти $f' \ \ 0 \ \ $:

$$f \ \ x \ \ = \begin{cases} \operatorname{arctg}\left(x \cos \dfrac{1}{5x} \right), & x \neq 0; \\ 0, \quad x = 0. \end{cases}$$

2. Найти производные следующих функций:

а) $y = \dfrac{x^4 - 8x^2}{2 \ \ x^2 - 4}$;

б) $y = 2\sqrt{x} - 4\ln \ \ 2 + \sqrt{x} \ \ $;

в) $y = \operatorname{tg} \lg \dfrac{1}{3} + \dfrac{1}{4}\dfrac{\sin^2 4x}{\cos 8x}$;

г) $y = \operatorname{arctg} \dfrac{\sqrt{1 + x^2} - 1}{x}$;

д) $y = \dfrac{1}{2}\ln \dfrac{1 + \sqrt{\operatorname{th} x}}{1 - \sqrt{\operatorname{th} x}} - \operatorname{arctg}\sqrt{\operatorname{th} x}$;

е) $y = \ \ \sin x \ \ ^{5e^x}$.

3. Составить уравнение нормали и касательной к данным кривым в точке с абсциссой x_0:

а) $y = x - x^3, \quad x_0 = -1$;

б) $\begin{cases} x = a(t - \sin t), \\ y = a(1 - \cos t), \quad t_0 = \pi/3. \end{cases}$

4. Вычислить приближенно с помощью дифференциала:

$y = \sqrt[3]{x^3 + 7x}, \quad x = 1{,}012.$

5. Найти производную второго порядка y''_{xx} от функции, заданной параметрически и неявно:

а) $\begin{cases} x = \sqrt{1 - t^2}, \\ y = 1/t. \end{cases}$

б) $y^2 = 25x^2 - 4$.

Вариант 4.

1. Пользуясь определением производной, найти $f'(0)$:

$$f(x) = \begin{cases} \ln\left(1 - \sin\left(x^3 \sin\dfrac{1}{x}\right)\right), & x \neq 0; \\ 0, & x = 0. \end{cases}$$

2. Найти производные следующих функций:

а) $y = \dfrac{2x^2 - x - 1}{3\sqrt{2 + 4x}}$;

б) $y = \ln\dfrac{x^2}{\sqrt{1 - ax^4}}$;

в) $y = \operatorname{ctg}\sqrt[3]{5} - \dfrac{1}{8}\dfrac{\cos^2 4x}{\sin 8x}$;

г) $y = \arccos\dfrac{x^2 - 4}{\sqrt{x^4 + 16}}$;

д) $y = \dfrac{3}{8\sqrt{2}}\ln\dfrac{\sqrt{2} + \operatorname{th} x}{\sqrt{2} - \operatorname{th} x} - \dfrac{\operatorname{th} x}{4(2 - \operatorname{th}^2 x)}$;

е) $y = (\arcsin x)^{e^x}$.

3. Составить уравнение нормали и касательной к данным кривым в точке с абсциссой x_0:

а) $y = x^2 + 8\sqrt{x} - 32, \quad x_0 = 4$;

б) $\begin{cases} x = 2t - t^2, \\ y = 3t - t^3, \quad t_0 = 1. \end{cases}$

4. Вычислить приближенно с помощью дифференциала:

$y = \sqrt{4x-3}, \quad x = 1{,}78.$

5. Найти производную второго порядка y''_{xx} от функции, заданной параметрически и неявно:

а) $\begin{cases} x = \cos t + \sin t, \\ y = \sin 2t. \end{cases}$

б) $y^2 - x = \cos y$.

Вариант 5.

1. Пользуясь определением производной, найти $f'(0)$:

$$f(x) = \begin{cases} \sin\left(x \sin \dfrac{3}{x}\right), & x \neq 0; \\ 0, & x = 0. \end{cases}$$

2. Найти производные следующих функций:

а) $y = \dfrac{(1+x^8)\sqrt{1+x^8}}{12x^{12}}$;

б) $y = \ln\left(\sqrt{x} + \sqrt{x+1}\right)$;

в) $y=\dfrac{\cos\sin 5\cdot\sin^2 2x}{2\cos 4x}$;

г) $y=\sqrt{\dfrac{2}{3}}\operatorname{arctg}\dfrac{3x-1}{\sqrt{6x}}$;

д) $y=\dfrac{1}{2}\operatorname{th}x+\dfrac{1}{4\sqrt{2}}\ln\dfrac{1+\sqrt{2}\operatorname{th}x}{1-\sqrt{2}\operatorname{th}x}$;

е) $y=\;\ln x\;\;^{3^x}$.

3. Составить уравнение нормали и касательной к данным кривым в точке с абсциссой x_0:

а) $y=x+\sqrt{x^3},\quad x_0=1$;

б) $\begin{cases} x=t\;\; t\cos t-2\sin t\;\;, \\ y=t\;\; t\sin t+2\cos t\;\;,\quad t_0=\pi/4. \end{cases}$

4. Вычислить приближенно с помощью дифференциала:

$y=\;\; x+\sqrt{5-x^2}\;\;\big/2,\quad x=0{,}98.$

5. Найти производную второго порядка y''_{xx} от функции, заданной параметрически и неявно:

а) $\begin{cases} x=\mathrm{e}^t\cos t, \\ y=\mathrm{e}^t\sin t. \end{cases}$

б) $\operatorname{arctg}y=4x+5y$.

Вариант 6.

1. Пользуясь определением производной, найти $f'\;\;0\;\;$:

$$f\;\;x\;\;=\begin{cases} x^2\cos\dfrac{4}{3x}+\dfrac{x^2}{2},\quad x\neq 0; \\ 0,\quad x=0. \end{cases}$$

2. Найти производные следующих функций:

а) $y=\dfrac{x^2}{2\sqrt{1-3x^4}}$;

б) $y=\ln\dfrac{a^2+x^2}{a^2-x^2}$;

в) $y=\dfrac{\sin\cos 3\cdot\cos^2 2x}{4\sin 4x}$;

г) $y=\dfrac{1}{4}\ln\dfrac{x-1}{x+1}-\dfrac{1}{2}\operatorname{arctg}x$;

д) $y=-\dfrac{1}{2}\ln\left(\operatorname{th}\dfrac{x}{2}\right)-\dfrac{\operatorname{ch}x}{2\operatorname{sh}^2 x}$;

е) $y=x^{\arcsin x}$.

3. Составить уравнение нормали и касательной к данным кривым в точке с абсциссой x_0:

а) $y=\sqrt[3]{x^2}-20,\quad x_0=-8$;

б) $\begin{cases} x=2\ln\ \operatorname{ctg}t\ \ +\operatorname{ctg}t, \\ y=\operatorname{tg}t+\operatorname{ctg}t,\quad t_0=\pi/4. \end{cases}$

4. Вычислить приближенно с помощью дифференциала:

$y=\sqrt{1+x+\sin x},\quad x=0{,}01.$

5. Найти производную второго порядка y''_{xx} от функции, заданной параметрически и неявно:

а) $\begin{cases} x=1/t^2, \\ y=1/\ \ t^2+1\ \ . \end{cases}$

б) $3x+\sin y=5y$.

Вариант 7.

1. Пользуясь определением производной, найти $f'\ \ 0\ \ $:

$$f(x)=\begin{cases}\sin\left(e^{x^2\sin\frac{5}{x}}-1\right)+x, & x\neq 0;\\ 0, \quad x=0.\end{cases}$$

2. Найти производные следующих функций:

а) $y=\dfrac{(x^2-6)\sqrt{(4+x^2)^3}}{120x^5}$;

б) $y=\ln^2(x+\cos x)$;

в) $y=\dfrac{\cos\ln 7\cdot\sin^2 7x}{7\cos 14x}$;

г) $y=\dfrac{(1+x)\operatorname{arctg}\sqrt{x}}{x^2}+\dfrac{1}{3x\sqrt{x}}$;

д) $y=\dfrac{1}{2a\sqrt{1+a^2}}\ln\dfrac{a+\sqrt{1+a^2}\,\mathrm{th}\,x}{a-\sqrt{1+a^2}\,\mathrm{th}\,x}$;

е) $y=(\mathrm{ctg}\,3x)^{2e^x}$.

3. Составить уравнение нормали и касательной к данным кривым в точке с абсциссой x_0:

а) $y=8\sqrt[4]{x}-70, \quad x_0=16$;

б) $\begin{cases}x=at\cos t,\\ y=at\sin t, \quad t_0=\pi/2.\end{cases}$

4. Вычислить приближенно с помощью дифференциала:

$y=\sqrt[3]{x}, \quad x=27{,}54.$

5. Найти производную второго порядка y''_{xx} от функции, заданной параметрически и неявно:

а) $\begin{cases}x=\mathrm{sh}^2 t,\\ y=1/\mathrm{ch}^2 t.\end{cases}$

б) $y^2+x^2=\sin y$.

Вариант 8.

1. Пользуясь определением производной, найти $f'(0)$:

$$f(x)=\begin{cases}\sin x\cdot\cos\dfrac{5}{x}, & x\neq 0;\\ 0, & x=0.\end{cases}$$

2. Найти производные следующих функций:

а) $y=\dfrac{(x^2-8)\sqrt{x^2-8}}{6x^3}$;

б) $y=\ln^3(1+\cos x)$;

в) $y=\cos(\operatorname{ctg}2)-\dfrac{1}{16}\dfrac{\cos^2 8x}{\sin 16x}$;

г) $y=\dfrac{x^3}{3}\arccos x-\dfrac{2+x^2}{9}\sqrt{1-x^2}$;

д) $y=\dfrac{1}{18\sqrt{2}}\ln\dfrac{1+\sqrt{2}\operatorname{cth}x}{1-\sqrt{2}\operatorname{cth}x}$;

е) $y=x^{e^{\operatorname{tg}x}}$.

3. Составить уравнение нормали и касательной к данным кривым в точке с абсциссой x_0:

а) $y=2x^2-3x+1,\quad x_0=1$;

б) $\begin{cases}x=\sin t,\\ y=\cos t, \quad t_0=\pi/6.\end{cases}$

4. Вычислить приближенно с помощью дифференциала:

$y=\sqrt[3]{3x+\cos x},\quad x=0{,}01.$

5. Найти производную второго порядка y''_{xx} от функции, заданной параметрически и неявно:

а) $\begin{cases}x=\sin t-t\cos t,\\ y=\cos t+t\sin t.\end{cases}$

б) $y=e^y+4x$.

Вариант 9.

1. Пользуясь определением производной, найти $f'\ \ 0\ \ $:

$$f\ \ x\ \ =\begin{cases} x+\arcsin\left(x^2\sin\dfrac{6}{x}\right), & x\neq 0; \\ 0, & x=0. \end{cases}$$

2. Найти производные следующих функций:

а) $y=\dfrac{4+3x^3}{x\sqrt[3]{\ \ 2+x^3\ \ ^2}}$;

б) $y=\ln\dfrac{x^2}{1-x^2}$;

в) $y=\operatorname{ctg}\ \ \cos 2\ \ +\dfrac{1}{6}\dfrac{\sin^2 6x}{\cos 12x}$;

г) $y=\dfrac{1}{2\sqrt{x}}+\dfrac{1+x}{2x}\operatorname{arctg}\sqrt{x}$;

д) $y=\operatorname{arctg}\dfrac{\sqrt{\operatorname{sh}2x}}{\operatorname{ch}x-\operatorname{sh}x}$;

е) $y=\ \ \operatorname{tg}x\ \ ^{4e^x}$.

3. Составить уравнение нормали и касательной к данным кривым в точке с абсциссой x_0:

а) $y=\ \ x^2-3x+6\ \ \big/x^2,\quad x_0=3$;

б) $\begin{cases} x=a\sin^3 t, \\ y=a\cos^3 t, \quad t_0=\pi/6. \end{cases}$

4. Вычислить приближенно с помощью дифференциала:

$y=\arcsin x,\quad x=0{,}08.$

5. Найти производную второго порядка y''_{xx} от функции, заданной параметрически и неявно:

а) $\begin{cases} x = t + \sin t, \\ y = 2 - \cos t. \end{cases}$

б) $4\sin^2\ x + y\ = x$.

Вариант 10.

1. Пользуясь определением производной, найти $f'\ 0\ $:

$$f\ x\ = \begin{cases} \operatorname{arctg} x \cdot \sin\dfrac{7}{x}, & x \neq 0; \\ 0, \quad x = 0. \end{cases}$$

2. Найти производные следующих функций:

а) $y = \sqrt[3]{\dfrac{1 + x^{3/4}\ ^2}{x^{3/2}}}$;

б) $y = \ln\operatorname{tg}\left(\dfrac{\pi}{4} + \dfrac{x}{2}\right)$;

в) $y = \sqrt[3]{\operatorname{ctg} 2} - \dfrac{1}{20}\dfrac{\cos^2 10x}{\sin 20x}$;

г) $y = \dfrac{3 + x}{2}\sqrt{x\ 2 - x\ } + 3\arccos\sqrt{\dfrac{x}{2}}$;

д) $y = \dfrac{1}{6}\ln\dfrac{1 - \operatorname{sh} 2x}{2 + \operatorname{sh} 2x}$;

е) $y = \ \cos 5x\ ^{e^{x}}$.

3. Составить уравнение нормали и касательной к данным кривым в точке с абсциссой x_0:

а) $y = \sqrt{x} - 3\sqrt[3]{x}, \quad x_0 = 64$;

б) $\begin{cases} x = a\ \ t\sin t + \cos t\ , \\ y = a\ \ \sin t - t\cos t\ , \quad t_0 = \pi/4. \end{cases}$

4. Вычислить приближенно с помощью дифференциала:

$y=\sqrt[4]{2x-\sin\;\;\pi x/2\;}$, $\quad x=1{,}02.$

5. Найти производную второго порядка y''_{xx} от функции, заданной параметрически и неявно:

а) $\begin{cases} x=2\;\;t-\sin t\;\;, \\ y=4\;\;2+\cos t\;\;. \end{cases}$

б) $\operatorname{tg} y=4y-5x$.

Вариант 11.

1. Пользуясь определением производной, найти $f'\;\;0\;\;$:

$$f\;\;x\;\;=\begin{cases} 2x^2+x^2\cos\dfrac{1}{9x}, & x\neq 0; \\ 0, \quad x=0. \end{cases}$$

2. Найти производные следующих функций:

а) $y=\dfrac{x^6+x^3-2}{\sqrt{1-x^3}}$;

б) $y=\ln\sqrt[4]{\dfrac{1+2x}{1-2x}}$;

в) $y=\dfrac{1}{3}\cos\left(\operatorname{tg}\dfrac{1}{2}\right)+\dfrac{1}{10}\dfrac{\sin^2 10x}{\cos 20x}$;

г) $y=\dfrac{4+x^4}{x^3}\operatorname{arctg}\dfrac{x^2}{2}+\dfrac{4}{x}$;

д) $y=\sqrt[4]{\dfrac{1+\operatorname{th} x}{1-\operatorname{th} x}}$;

е) $y=\;\;x\sin x^{\;\;8\ln\;\;x\sin x}$.

3. Составить уравнение нормали и касательной к данным кривым в точке с абсциссой x_0:

а) $y=\;\;x^3+2\;\big/\;x^3-2\;\;$, $\quad x_0=2$;

б) $\begin{cases} x = \sin^3 t, \\ y = \cos^3 t, \quad t_0 = \pi/6. \end{cases}$

4. Вычислить приближенно с помощью дифференциала:

$y = \sqrt[3]{x^2 + 2x + 5}, \quad x = 0{,}97.$

5. Найти производную второго порядка y''_{xx} от функции, заданной параметрически и неявно:

а) $\begin{cases} x = \cos t/(1 + 2\cos t), \\ y = \sin t/(1 + 2\cos t). \end{cases}$

б) $xy^2 - y^3 = 4x - 5$.

Вариант 12.

1. Пользуясь определением производной, найти $f'(0)$:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \cos^2 \dfrac{11}{x}, & x \neq 0; \\ 0, & x = 0. \end{cases}$$

2. Найти производные следующих функций:

а) $y = \dfrac{(x^2 - 2)\sqrt{4 + x^2}}{24x^3}$;

б) $y = x + \dfrac{1}{\sqrt{2}} \ln \dfrac{x - \sqrt{2}}{x + \sqrt{2}} + a^{\pi\sqrt{2}}$;

в) $y = \ln \sin \dfrac{1}{2} - \dfrac{1}{24} \dfrac{\cos^2 12x}{\sin 24x}$;

г) $y = \arcsin \sqrt{\dfrac{x}{x+1}} + \operatorname{arctg} \sqrt{x}$;

д) $y = \dfrac{1 + 8\operatorname{ch}^2 x \cdot \ln(\operatorname{ch} x)}{2\operatorname{ch}^2 x}$;

е) $y = (x - 5)^{\operatorname{ch} x}$.

3. Составить уравнение нормали и касательной к данным кривым в точке с абсциссой x_0:

а) $y = 2x^2 + 3, \quad x_0 = -1$;

б) $\begin{cases} x = 2\ \ t\sin t + \cos t\ \ , \\ y = 2\ \ \sin t - t\cos t\ \ , \quad t_0 = \pi/4. \end{cases}$

4. Вычислить приближенно с помощью дифференциала:

$y = \sqrt{x^2 + 5}, \quad x = 1{,}97.$

5. Найти производную второго порядка y''_{xx} от функции, заданной параметрически и неявно:

а) $\begin{cases} x = \sin t, \\ y = \ln\cos t. \end{cases}$

б) $x^4 + y^2x^2 + y = 4$.

Вариант 13.

1. Пользуясь определением производной, найти $f'\ \ 0\ \ $:

$$f\ \ x\ \ = \begin{cases} 2x^2 + x^2\cos\dfrac{1}{x}, & x \neq 0; \\ 0, \quad x = 0. \end{cases}$$

2. Найти производные следующих функций:

а) $y = \dfrac{1 + x^2}{2\sqrt{1 + 2x^2}}$;

б) $y = \ln\sin\dfrac{2x + 4}{x + 1}$;

в) $y = 8\sin\ \ \mathrm{ctg}3\ \ + \dfrac{1}{5}\dfrac{\sin^2 5x}{\cos 10x}$;

г) $y = \dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{1}{x^2} - 1} - \dfrac{\arccos x}{2x^2}$;

д) $y=-\dfrac{12\operatorname{sh}^2 x+1}{3\operatorname{sh}^2 x}$; е) $y=\left(x^3+4\right)^{\operatorname{tg}x}$.

3. Составить уравнение нормали и касательной к данным кривым в точке с абсциссой x_0:

а) $y=3\left(\sqrt[3]{x}-2\sqrt{x}\right)$, $x_0=1$;

б) $\begin{cases} x=1-t^2, \\ y=t-t^3, \quad t_0=2. \end{cases}$

4. Вычислить приближенно с помощью дифференциала:

$y=\sqrt[3]{x}, \quad x=26{,}46.$

5. Найти производную второго порядка y''_{xx} от функции, заданной параметрически и неявно:

а) $\begin{cases} x=\operatorname{sh}t, \\ y=\operatorname{th}^2 t. \end{cases}$

б) $\sqrt{x}+\sqrt{y}=7$.

Вариант 14.

1. Пользуясь определением производной, найти $f'(0)$:

$$f(x)=\begin{cases} 6x+x\sin\dfrac{1}{x}, \quad x\neq 0; \\ 0, \quad x=0. \end{cases}$$

2. Найти производные следующих функций:

а) $y=\dfrac{\sqrt{x-1}\,(3x+2)}{4x^2}$;

б) $y=\log_{16}\log_5\operatorname{tg}x$;

в) $y=\dfrac{\cos(\operatorname{ctg}3)\cdot\cos^2 14x}{28\sin 28x}$;

г) $y=6\arcsin\dfrac{\sqrt{x}}{2}-\dfrac{6+x}{2}\sqrt{x(4-x)}$;

д) $y=-\dfrac{\operatorname{sh}x}{2\operatorname{ch}^2 x}+\dfrac{3}{2}\arcsin(\operatorname{th}x)$;

е) $y=x^{\sin x^3}$.

3. Составить уравнение нормали и касательной к данным кривым в точке с абсциссой x_0:

а) $y=1/(3x+2)$, $x_0=2$;

б) $\begin{cases} x=\ln(1+t^2), \\ y=t-\operatorname{arctg}t, \quad t_0=1. \end{cases}$

4. Вычислить приближенно с помощью дифференциала:

$y=1/\sqrt{2x+1}$, $x=1{,}58$.

5. Найти производную второго порядка y''_{xx} от функции, заданной параметрически и неявно:

а) $\begin{cases} x=\operatorname{ch}t, \\ y=\sqrt[3]{\operatorname{sh}^2 t}. \end{cases}$

б) $\ln y-y/x=5$.

Вариант 15.

1. Пользуясь определением производной, найти $f'(0)$:

$$f(x)=\begin{cases} e^{x\sin\frac{5}{x}}-1, & x\neq 0; \\ 0, & x=0. \end{cases}$$

2. Найти производные следующих функций:

а) $y=\dfrac{\sqrt{(1+x^2)^3}}{3x^3}$;

г) $y=\dfrac{(1+x)\operatorname{arctg}\sqrt{x}-\sqrt{x}}{x}$;

б) $y=\log_4\log_2\operatorname{tg}x$;

д) $y=\dfrac{1}{\sqrt{8}}\arcsin\dfrac{3+\operatorname{ch}x}{1+3\operatorname{ch}x}$;

в) $y=\dfrac{\sqrt[5]{\operatorname{ctg}2}\cdot\cos^2 18x}{36\sin 36x}$;

е) $y=(x^2-1)^{\operatorname{sh}x}$.

3. Составить уравнение нормали и касательной к данным кривым в точке с абсциссой x_0:

а) $y=x/(x^2+1)$, $x_0=-2$;

б) $\begin{cases} x=t(1-\sin t), \\ y=t\cos t, \quad t_0=0. \end{cases}$

4. Вычислить приближенно с помощью дифференциала:

$y=\sqrt{x^2+x+3}, \quad x=1{,}97.$

5. Найти производную второго порядка y''_{xx} от функции, заданной параметрически и неявно:

а) $\begin{cases} x=\cos^2 t, \\ y=\operatorname{tg}^2 t. \end{cases}$

б) $xy-6=\cos y$.

Вариант 16.

1. Пользуясь определением производной, найти $f'(0)$:

$$f\ \ x\ \ =\begin{cases}3^{x^2\sin\frac{2}{x}}-1+2x, & x\neq 0;\\ 0, \quad x=0.\end{cases}$$

2. Найти производные следующих функций:

а) $y=\dfrac{x^6+8x^3-128}{\sqrt{8-x^3}}$;

б) $y=\ln\cos\dfrac{2x+3}{x+1}$;

в) $y=\dfrac{\operatorname{tg}\ \ \ln 2\ \ \cdot\sin^2 19x}{19\cos 38x}$;

г) $y=\dfrac{2\sqrt{1-x}\arcsin\sqrt{x}}{x}+\dfrac{2}{\sqrt{x}}$;

д) $y=-\dfrac{1}{4}\arcsin\dfrac{5+3\operatorname{ch}x}{3+5\operatorname{ch}x}$;

е) $y=\ \ x^4+5\ \ ^{\operatorname{ctg}x}$.

3. Составить уравнение нормали и касательной к данным кривым в точке с абсциссой x_0:

а) $y=\ \ x^2-3x+3\ \ \big/3,\quad x_0=3$;

б) $\begin{cases}x=3\cos t,\\ y=4\sin t, \quad t_0=\pi/4.\end{cases}$

4. Вычислить приближенно с помощью дифференциала:

$y=1\big/\sqrt{x},\quad x=4{,}16.$

5. Найти производную второго порядка y''_{xx} от функции, заданной параметрически и неявно:

а) $\begin{cases}x=\operatorname{arctg}t,\\ y=t^2/2.\end{cases}$

б) $3y=4+xy^3$.

Вариант 17.

1. Пользуясь определением производной, найти $f'(0)$:

$$f(x)=\begin{cases} e^{x\sin\frac{3}{5x}}-1, & x\neq 0; \\ 0, & x=0. \end{cases}$$

2. Найти производные следующих функций:

а) $y=\dfrac{\sqrt{2x+3}\,(x-2)}{x^2}$;

б) $y=\lg\ln(\operatorname{ctg}x)$;

в) $y=\operatorname{ctg}(\cos 5)-\dfrac{1}{40}\dfrac{\cos^2 20x}{\sin 40x}$;

г) $y=\operatorname{arctg}x+\dfrac{5}{6}\ln\dfrac{x^2+1}{x^2+4}$;

д) $y=\dfrac{1-8\operatorname{ch}^2 x}{4\operatorname{ch}^4 x}$;

е) $y=(\sin x)^{5x/2}$.

3. Составить уравнение нормали и касательной к данным кривым в точке с абсциссой x_0:

а) $y=2x/(x^2+1)$, $x_0=1$;

б) $\begin{cases} x=t-t^4, \\ y=t^2-t^3, \quad t_0=1. \end{cases}$

4. Вычислить приближенно с помощью дифференциала:

$y=x^{11}$, $x=1{,}021$.

5. Найти производную второго порядка y''_{xx} от функции, заданной параметрически и неявно:

а) $\begin{cases} x=t+\sin t, \\ y=2+\cos t. \end{cases}$

б) $y^2=(x-y)/(x+y)$.

Вариант 18.

1. Пользуясь определением производной, найти $f'\ 0$:

$$f\ x\ =\begin{cases}\operatorname{arctg}\left(\dfrac{3x}{2}-x^2\sin\dfrac{1}{x}\right), & x\neq 0;\\ 0, \quad x=0.\end{cases}$$

2. Найти производные следующих функций:

а) $y=\ 1-x^2\ \sqrt[5]{x^3+\dfrac{1}{x}}$;

б) $y=\log_a\dfrac{1}{\sqrt{1-x^4}}$;

в) $y=\sqrt{\operatorname{tg}4}+\dfrac{\sin^2 21x}{21\cos 42x}$;

г) $y=\arcsin\dfrac{x-2}{x-1\ \sqrt{2}}$;

д) $y=\dfrac{1}{2}\operatorname{arctg}\ \operatorname{sh}x\ -\dfrac{\operatorname{sh}x}{2\operatorname{ch}^2 x}$;

е) $y=19^{x^{19}}\ x^{19}$.

3. Составить уравнение нормали и касательной к данным кривым в точке с абсциссой x_0:

а) $y=-2\ \sqrt[3]{x}+3\sqrt{x}\ ,\quad x_0=1$;

б) $\begin{cases}x=2\operatorname{tg}t,\\ y=2\sin^2 t+\sin 2t, \quad t_0=\pi/4.\end{cases}$

4. Вычислить приближенно с помощью дифференциала:

$y=1/\sqrt{2x^2+x+1},\quad x=1{,}016.$

5. Найти производную второго порядка y''_{xx} от функции, заданной параметрически и неявно:

а) $\begin{cases}x=\cos t,\\ y=\sin^4\ t/2\ .\end{cases}$

б) $\operatorname{ctg}^2\ \ x+y\ \ =5x$.

Вариант 19.

1. Пользуясь определением производной, найти $f'\ \ 0\ $:

$$f\ \ x\ \ =\begin{cases} x^2e^{|x|}\sin\dfrac{1}{x^2}, & x\neq 0;\\ 0, \quad x=0. \end{cases}$$

2. Найти производные следующих функций:

а) $y=\dfrac{2x^2+3\ \ \sqrt{x^2-3}}{9x^3}$;

б) $y=\ln\arcsin\sqrt{1-e^{2x}}$;

в) $y=\cos\ \ \ln 13\ \ -\dfrac{1}{44}\dfrac{\cos^2 22x}{\sin 44x}$;

г) $y=\sqrt{1-x^2}-x\arcsin\sqrt{1-x^2}$;

д) $y=\dfrac{\operatorname{sh}x}{2\operatorname{ch}^2 x}+\dfrac{1}{2}\operatorname{arctg}\ \ \operatorname{sh}x\ \ $;

е) $y=x^{3^x}\cdot 2^x$.

3. Составить уравнение нормали и касательной к данным кривым в точке с абсциссой x_0:

а) $y=14\sqrt{x}-15\sqrt[3]{x}+2, \quad x_0=1$;

б) $\begin{cases} x=t^3+1,\\ y=t^2+t+1, \quad t_0=1. \end{cases}$

4. Вычислить приближенно с помощью дифференциала:

$$y=\sqrt[3]{x}, \quad x=1{,}21.$$

5. Найти производную второго порядка y''_{xx} от функции, заданной параметрически и неявно:

а) $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 2 - \cos t. \end{cases}$

б) $xy = \operatorname{ctg} y$.

Вариант 20.

1. Пользуясь определением производной, найти $f'(0)$:

$$f(x) = \begin{cases} 1 - \cos\left(x \sin\dfrac{1}{x}\right), & x \neq 0; \\ 0, & x = 0. \end{cases}$$

2. Найти производные следующих функций:

а) $y=\dfrac{x-1}{x^2+5\ \sqrt{x^2+5}}$;

б) $y=\ln\ bx+\sqrt{a^2+b^2x^2}\ $;

г) $y=\operatorname{arctg}\dfrac{\sqrt{1-x}}{1-\sqrt{x}}$;

д) $y=\dfrac{2}{3}\operatorname{cth}x-\dfrac{\operatorname{ch}x}{3\operatorname{sh}^3 x}$;

е) $y=\ \sin\sqrt{x}\ ^{\mathrm{e}^{1/x}}$.

в) $y=\ln\cos\dfrac{1}{3}+\dfrac{\sin^2 23x}{23\cos 46x}$;

3. Составить уравнение нормали и касательной к данным кривым в точке с абсциссой x_0:

а) $y=3\sqrt[4]{x}-\sqrt{x},\quad x_0=1$;

б) $\begin{cases} x=2\cos t, \\ y=\sin t, \quad t_0=-\pi/3. \end{cases}$

4. Вычислить приближенно с помощью дифференциала:

$y=\sqrt{4x-1},\quad x=2{,}56.$

5. Найти производную второго порядка y''_{xx} от функции, заданной параметрически и неявно:

а) $\begin{cases} x=\mathrm{e}^t, \\ y=\arcsin t. \end{cases}$

б) $x^y=4x$.

§2. **Индивидуальные задания по теме «Исследование функций и построение графиков функций»**

Требуется: Провести полное исследование предлагаемых функций и, пользуясь полученными результатами, построить графики этих функций.

Исследование функций проводить в соответствии со следующей схемой:

1) Определить область определения функции. Область значений функции.
2) Исследовать функцию на непрерывность. Классифицировать имеющиеся точки разрыва.
3) Определить интервалы возрастания и убывания функции.
4) Найти экстремумы функции, точки максимума и минимума.
5) Найти максимальное и минимальное значение функции на ее области определения.
6) Определить области выпуклости и вогнутости.
7) Исследовать функцию на наличие точек перегиба.
8) Найти вертикальные и наклонные асимптоты (если они имеются).
9) При необходимости провести дополнительное исследование.
10) Построить график функции.

Вариант 1. а) $y(x)=\dfrac{12}{x^2-4}$; б) $y(x)=x+\dfrac{\ln x}{x}$.	**Вариант 2.** а) $y(x)=x-\ln x$; б) $y(x)=\dfrac{3}{x}-\dfrac{1}{x^3}$.
Вариант 3. а) $y(x)=x+\dfrac{4}{x+2}$; б) $y(x)=x^2\sqrt{x+1}$.	**Вариант 4.** а) $y(x)=\dfrac{2}{x}-\dfrac{1}{x^2}$; б) $y(x)=\ln(4-x^2)$.
Вариант 5. а) $y(x)=2-\dfrac{1}{x^2}$; б) $y(x)=x+2\operatorname{arcctg}x$.	**Вариант 6.** а) $y(x)=\dfrac{1-x^3}{x^2}$; б) $y(x)=\sqrt[3]{(x+1)^2}-\sqrt[3]{(x-1)^2}$.

Вариант 7. а) $y(x)=\dfrac{x^2-6x+3}{x-3}$; б) $y(x)=(x^2-6x+3)e^{x-1}$.	**Вариант 8.** а) $y(x)=\dfrac{x^3}{x^2+1}$; б) $y(x)=\ln[(x^2-1)^2]$.
Вариант 9. а) $y(x)=\dfrac{x^3}{2(x+1)^2}$; б) $y(x)=5xe^{-x}$.	**Вариант 10.** а) $y(x)=\dfrac{10x}{(1+x)^3}$; б) $y(x)=\sqrt[3]{1-x^3}$.
Вариант 11. а) $y(x)=\dfrac{x^2-1}{x^2+1}$; б) $y(x)=\dfrac{e^x}{2x}$.	**Вариант 12.** а) $y(x)=\dfrac{2x^2+x+1}{2(x+1)}$; б) $y(x)=\sqrt{x}\ln x$.

Вариант 13. а) $y(x)=\frac{1}{x^2}+\frac{2}{x}$; б) $y(x)=\frac{1}{2}\ln\frac{x-1}{x+1}$.	**Вариант 14.** а) $y(x)=\frac{x^2}{2}+\frac{1}{x}$; б) $y(x)=\frac{1}{2}\ \sqrt[3]{(x+1)^2}+\sqrt[3]{(x-1)^2}$.
Вариант 15. а) $y(x)=\frac{1}{x^2}+\frac{2}{x}$; б) $y(x)=\frac{1}{x^2e^x}$.	**Вариант 16.** а) $y(x)=\frac{1}{x^2}-\frac{1}{(x-1)^2}$; б) $y(x)=1+e^{-x^2}$.
Вариант 17. а) $y(x)=\frac{x^2-2x+1}{x^2+1}$; б) $y(x)=x\ln x$.	**Вариант 18.** а) $y(x)=\frac{\sqrt[3]{x^2}}{x+1}$; б) $y(x)=xe^{1/x}$.

Вариант 19.	Вариант 20.
а) $y(x)=3\sqrt[3]{x}-x$; б) $y(x)=\operatorname{arctg}\dfrac{1}{x}$.	а) $y(x)=5\dfrac{x+1}{x^2}$; б) $y(x)=x+\ln(x^2-1)$.

§3. Индивидуальные задания по теме «Неопределенный интеграл»

1) Вычислить неопределенные интегралы:

1.	а) $\int -6-x+x^2\ \ \ln 5x dx$; б) $\int\sqrt{48-x^2-8x}dx$; в) $\int\frac{2x+1}{\sqrt{x^2+4x+20}}dx$; г) $\int\frac{dx}{x\sqrt{x^2+x+1}}$; д) $\int\frac{1-\sqrt{x+1}}{1+\sqrt[3]{x+1}\ \ \sqrt{x+1}}dx$; е) $\int\frac{2x^2+31x+145}{x-3\ \ \ x+5\ ^{2}}dx$; ж) $\int\frac{10x^2+4x-4\ \ dx}{3+x\ \ \ x^2-6x+10}$; з) $\int\frac{\cos x-3\sin x}{\cos x-3\sin x+3}dx$; и) $\int\frac{-4\cos^2 x+3\sin x\cos x+5\sin^2 x}{\sin x\ \ 1+\cos x}dx$.	2.	а) $\int 2e^{2x}\ \ 6+7x-x^2\ \ dx$; б) $\int\sqrt{x^2+2x-3}dx$; в) $\int\frac{3+2x}{\sqrt{x^2-10x+9}}dx$; г) $\int\frac{dx}{x\sqrt{x^2-x+1}}$; д) $\int\frac{\sqrt[4]{x}+\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}dx$; е) $\int\frac{x^2+10x-35}{3+x\ \ \ x-1\ \ \ x-4}dx$; ж) $\int\frac{23x^2-14x-17\ \ dx}{3\ \ x-1\ \ \ x^2+2x+5}$; з) $\int\frac{\cos x+2\sin x}{3\cos x-3\sin x+3}dx$; и) $\int\frac{-2\cos^2 x+4\sin x\cos x+\sin^2 x}{\sin x\ \ 1-\cos x}dx$.
3.	а) $\int -1+4x-x^2\ \ \ln 9x dx$; б) $\int\sqrt{48-x^2-2x}dx$; в) $\int\frac{2x-3}{\sqrt{x^2-10x-11}}dx$;	4.	а) $\int -12-48x-27x^2\ \ e^{-9x}dx$; б) $\int\sqrt{x^2-4x-21}dx$; в) $\int\frac{2x+5}{\sqrt{x^2+10x+34}}dx$;

	г) $\int\frac{dx}{x\sqrt{x^2+x-1}}$; д) $\int\frac{\sqrt[3]{(x+1)^2}+\sqrt[6]{x+1}}{\sqrt{x+1}+\sqrt[3]{x+1}}dx$; е) $\int\frac{3x^2+14x+19}{(x-1)(x+2)^2}dx$; ж) $\int\frac{(17x^2+34x+21)dx}{(x+1)(x^2+2x+5)}$; з) $\int\frac{\cos x-3\sin x}{\cos x-3\sin x+3}dx$; и) $\int\frac{-3\cos^2 x+2\sin x\cos x+3\sin^2 x}{\sin x(1-\cos x)}dx$.		г) $\int\frac{dx}{x\sqrt{x^2-x-1}}$; д) $\int\frac{(\sqrt[3]{x}+1)(\sqrt{x}+1)}{\sqrt[6]{x^5}}dx$; е) $\int\frac{7x^2-27x-12}{(x-3)(x+2)(x-5)}dx$; ж) $\int\frac{(-x^2-20x+36)dx}{(3+2x)(x^2-6x+10)}$; з) $\int\frac{\cos x+2\sin x}{3\cos x-3\sin x+3}dx$; и) $\int\frac{-5\cos^2 x-\sin x\cos x+2\sin^2 x}{\sin x(1+\cos x)}dx$.
5.	а) $\int(-4+2x-7x^2)\ln 7x\,dx$; б) $\int\sqrt{60-x^2+4x}\,dx$; в) $\int\frac{2x+2}{\sqrt{5+6x+x^2}}dx$; г) $\int\frac{dx}{x\sqrt{1+x-x^2}}$; д) $\int\frac{x+\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[6]{x}}{x(1+\sqrt[3]{x})}dx$; е) $\int\frac{x^2-19x-113}{(x-2)(x+5)^2}dx$; ж) $\int\frac{4(2x^2+9x+15)dx}{(x+2)(x^2+6x+18)}$; з) $\int\frac{(\cos x-2\sin x)dx}{3\cos x-\sin x+1}$;	6.	а) $\int(-29-64x-28x^2)e^{7x}dx$; б) $\int\sqrt{x^2+8x+52}\,dx$; в) $\int\frac{3+2x}{\sqrt{x^2+4x-21}}dx$; г) $\int\frac{dx}{x\sqrt{x^2+x-2}}$; д) $\int\frac{\sqrt{2x+1}+\sqrt[3]{2x+1}}{\sqrt{2x+1}}dx$; е) $\int\frac{x^2-6x+32}{(x+2)(x-5)(x-6)}dx$; ж) $\int\frac{(-7x^2-4x+16)dx}{2(x-1)(x^2-4x+8)}$; з) $\int\frac{(\cos x-\sin x)dx}{\cos x-\sin x+1}$; и)

	и) $\int\frac{-3\cos^2 x-2\sin x\cos x+\sin^2 x}{\sin x\ \ 1-\cos x}dx$.		$\int\frac{-2\cos^2 x+4\sin x\cos x+2\sin^2 x}{\sin x\ \ 1-\cos x}dx$.
7.	а) $\int -8+x+9x^2\ \ \ln 5xdx$; б) $\int\sqrt{35+2x-x^2}dx$; в) $\int\frac{2x-2}{\sqrt{x^2+10x+74}}dx$; г) $\int\frac{dx}{x+1\ \ \sqrt{x^2-x+1}}$; д) $\int\frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt[3]{x-1}+\sqrt[6]{x-1}}dx$; е) $\int\frac{4x^2+17x-23}{x-3\ \ \ x+5\ ^2}dx$; ж) $\int\frac{-7x^2+8x-19\ \ dx}{x+1\ \ \ x^2-8x+25}$; з) $\int\frac{\cos x+2\sin x\ \ dx}{3\cos x-3\sin x+3}$; и) $\int\frac{-6\cos^2 x-4\sin x\cos x+2\sin^2 x}{\sin x\ \ 1+\cos x}dx$.	8.	а) $\int 14+42x-27x^2\ \ e^{-9x}dx$; б) $\int\sqrt{x^2-6x+13}dx$; в) $\int\frac{2x+4}{\sqrt{x^2+2x-48}}dx$; г) $\int\frac{dx}{x+1\ \ \sqrt{x^2-x-1}}$; д) $\int\frac{\sqrt{x-1}-2\sqrt[3]{x-1}}{2\sqrt[3]{x-1}+\sqrt{x-1}}dx$; е) $\int\frac{-2\ \ 3x^2-6x-10}{x+3\ \ \ x-2\ \ \ x-4}dx$; ж) $\int\frac{11x^2-28x+4\ \ dx}{3\ \ 1-x\ \ \ x^2-8x+20}$; з) $\int\frac{\cos x-2\sin x\ \ dx}{3\cos x-\sin x+1}$; и) $\int\frac{-5\cos^2 x-4\sin x\cos x+4\sin^2 x}{\sin x\ \ 1+\cos x}dx$.
9.	а) $\int -3+4x-9x^2\ \ \ln 5xdx$; б) $\int\sqrt{48+2x-x^2}dx$; в) $\int\frac{2x-3}{\sqrt{x^2-8x}}dx$; г) $\int\frac{dx}{x+1\ \ \sqrt{x^2+x+1}}$;	10.	а) $\int -14-30x+12x^2\ \ e^{-4x}dx$; б) $\int\sqrt{25+6x+x^2}dx$; в) $\int\frac{2x+2}{\sqrt{x^2-4x-21}}dx$; г) $\int\frac{dx}{x+1\ \ \sqrt{x^2+x-1}}$;

	д) $\int\frac{\sqrt{x+3}\,dx}{\sqrt[3]{x+3}+\sqrt[6]{x+3}}$; е) $\int\frac{8x^2+55x+81}{x-1\ \ x+5\ ^2}dx$; ж) $\int\frac{-2\ 10x^2+14x+13\ dx}{1+3x\ \ x^2+2x+10}$; з) $\int\frac{\cos x+3\sin x\ dx}{2\cos x-3\sin x+3}$; и) $\int\frac{-6\cos^2 x+2\sin x\cos x+2\sin^2 x}{\sin x\ 1+\cos x}dx$.		д) $\int\frac{\sqrt[6]{x-1}\,dx}{\sqrt[3]{x-1}+\sqrt{x-1}}$; е) $\int\frac{-2x^2+9x-19}{x+2\ \ x-1\ \ x-3}dx$; ж) $\int\frac{-16-6x+5x^2\ dx}{3\ x+1\ \ x^2+6x+10}$; з) $\int\frac{\cos x-2\sin x\ dx}{3\cos x-2\sin x+2}$; и) $\int\frac{-2\cos^2 x+2\sin x\cos x+5\sin^2 x}{\sin x\ 1+\cos x}dx$.
11.	а) $\int -4+2x+3x^2\ \sin 2xdx$; б) $\int\sqrt{21-4x-x^2}dx$; в) $\int\frac{2x-1}{\sqrt{x^2-2x-48}}dx$; г) $\int\frac{dx}{x+1\ \sqrt{1+x-x^2}}$; д) $\int\frac{\sqrt{x+3}\,dx}{1+\sqrt[3]{x+3}}$; е) $\int\frac{3x^2+27x+34}{x-2\ \ x+3\ ^2}dx$; ж) $\int\frac{18-6x-37x^2\ dx}{3\ x+1\ \ x^2+6x+18}$; з) $\int\frac{\cos x+3\sin x\ dx}{\cos x-\sin x+1}$; и) $\int\frac{-4\cos^2 x-5\sin x\cos x+\sin^2 x}{\sin x\ 1+\cos x}dx$.	12.	а) $\int -6-19x-15x^2\ \cos 2xdx$; б) $\int\sqrt{-55+6x+x^2}dx$; в) $\int\frac{2x+2}{\sqrt{x^2+4x-60}}dx$; г) $\int\frac{dx}{x-1\ \sqrt{1+x+x^2}}$; д) $\int\frac{\sqrt{x}+\sqrt[3]{x}}{\sqrt{x}+\sqrt[6]{x}}dx$; е) $\int\frac{21-3x}{x-2\ \ x^2-9}dx$; ж) $\int\frac{14x^2+28x-22\ dx}{2x+1\ \ x^2-6x+13}$; з) $\int\frac{\cos x+2\sin x\ dx}{\cos x-3\sin x+3}$; и) $\int\frac{-5\cos^2 x+5\sin x\cos x+3\sin^2 x}{\sin x\ 1+\cos x}dx$.
13.	а) $\int 8x^2+2x+9\ \sin 4xdx$;	14.	а) $\int 8x-8-3x^2\ \cos 4xdx$;

	б) $\int\sqrt{16+6x-x^2}dx$; в) $\int\frac{2x-1}{\sqrt{x^2+2x-15}}dx$; г) $\int\frac{dx}{x-1\ \sqrt{1-x+x^2}}$; д) $\int\frac{\sqrt[6]{x+3}dx}{\sqrt{x+3}+\sqrt[3]{x+3}}$; е) $\int\frac{5x^2+x+6}{x-1\ \ x+1^{\ 2}}dx$; ж) $\int\frac{47x^2+36x-16\ \ dx}{1+3x\ \ x^2-8x+20}$; з) $\int\frac{\cos x-\sin x\ \ dx}{2\cos x-2\sin x+2}$; и) $\int\frac{-2\cos^2 x+\sin x\cos x+4\sin^2 x}{\sin x\ \ 1-\cos x}dx$.		б) $\int\sqrt{x^2-4x-45}dx$; в) $\int\frac{2x+1}{\sqrt{x^2+2x+26}}dx$; г) $\int\frac{dx}{x-1\ \sqrt{x^2+x-1}}$; д) $\int\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt[3]{x}+1\ \sqrt{x}}dx$; е) $\int\frac{x^2-17x-24}{3+x\ \ x-1\ \ x-6}dx$; ж) $\int\frac{49x^2-50x+22\ \ dx}{2x-1\ \ x^2-2x+10}$; з) $\int\frac{\cos x+2\sin x\ \ dx}{\cos x-\sin x+1}$; и) $\int\frac{-4\cos^2 x+\sin x\cos x+3\sin^2 x}{\sin x\ \ 1-\cos x}dx$.
15.	а) $\int 4-2x-5x^2\ \ \sin 5xdx$; б) $\int\sqrt{-x^2-10x-9}dx$; в) $\int\frac{2x-4}{\sqrt{x^2+2x-15}}dx$; г) $\int\frac{dx}{x-1\ \sqrt{x^2-x-1}}$; д) $\int\frac{\sqrt{3x+1}+2}{\sqrt{3x+1}+2\sqrt[3]{3x+1}}dx$; е) $\int\frac{8x^2+24x+13}{x-1\ \ x+2^{\ 2}}dx$; ж) $\int\frac{6x^2-32x+22\ \ dx}{2x-3\ \ x^2-6x+13}$;	16.	а) $\int 9-6x^2\ \ \cos 5xdx$; б) $\int\sqrt{x^2+8x-48}dx$; в) $\int\frac{2x-1}{\sqrt{x^2+10x+34}}dx$; г) $\int\frac{dx}{x\sqrt{x^2+x-3}}$; д) $\int\frac{dx}{\sqrt[3]{2x+1^{\ 2}}-\sqrt{2x+1}}$; е) $\int\frac{2x^2+5x-54}{x-5\ \ x^2-4}dx$; ж) $\int\frac{13x^2+12x+9\ \ dx}{1-3x\ \ x^2-8x+17}$;

	з) $\int\frac{\cos x+\sin x\;\;dx}{2\cos x-3\sin x+3}$; и) $\int\frac{-4\cos^2 x+3\sin x\cos x+5\sin^2 x}{\sin x\;\;1-\cos x}dx$.		з) $\int\frac{\cos x+\sin x\;\;dx}{\cos x-2\sin x+2}$; и) $\int\frac{-3\cos^2 x-2\sin x\cos x+5\sin^2 x}{\sin x\;\;1-\cos x}dx$.
17.	а) $\int\;3-2x+7x^2\;\;\sin 2xdx$; б) $\int\sqrt{-x^2+8x-15}dx$; в) $\int\frac{2x-3}{\sqrt{x^2-8x+32}}dx$; г) $\int\frac{dx}{x+1\;\;\sqrt{x^2+x-2}}$; д) $\int\frac{\sqrt{x}-\sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{x}-\sqrt[6]{x}-1}dx$; е) $\int\frac{6x^2+58x+116}{x-1\;\;\;x+5\;^2}dx$; ж) $\int\frac{7x^2+26x+34\;\;dx}{x+1\;\;\;x^2+6x+10}$; з) $\int\frac{\cos x+\sin x\;\;dx}{\cos x-3\sin x+3}$; и) $\int\frac{-5\cos^2 x+3\sin x\cos x+\sin^2 x}{\sin x\;\;1-\cos x}dx$.	18.	а) $\int\;-24-46x-30x^2\;\;\cos 2xdx$; б) $\int\sqrt{x^2+10x+29}dx$; в) $\int\frac{2x+2}{\sqrt{x^2-2x+65}}dx$; г) $\int\frac{dx}{x\sqrt{x^2-3x+2}}$; д) $\int\frac{\sqrt{x}dx}{1-\sqrt[4]{x}}$; е) $\int\frac{2x^2+10x-82}{x+1\;\;\;x-4\;\;\;x-5}dx$; ж) $\int\frac{30x^2-28x-16\;\;dx}{2x-1\;\;\;x^2+2x+10}$; з) $\int\frac{\cos x+3\sin x\;\;dx}{2\cos x-2\sin x+2}$; и) $\int\frac{-4\cos^2 x+\sin x\cos x+\sin^2 x}{\sin x\;\;1+\cos x}dx$.
19.	а) $\int\;8+7x+8x^2\;\;\sin 3xdx$; б) $\int\sqrt{5+4x-x^2}dx$; в) $\int\frac{2x-4}{\sqrt{x^2-8x+52}}dx$; г) $\int\frac{dx}{x+1\;\;\sqrt{2-x-x^2}}$;	20.	а) $\int\;-34-51x-15x^2\;\;\cos 3xdx$; б) $\int\sqrt{x^2+4x+13}dx$; в) $\int\frac{2x-2}{\sqrt{x^2-10x-24}}dx$; г) $\int\frac{dx}{x\sqrt{1-3x-2x^2}}$;

	д) $\int\frac{\sqrt{x}dx}{x-4\sqrt[3]{x^2}}$; е) $\int\frac{3+x-6x^2}{x-3\ \ x+1\ ^2}dx$; ж) $\int\frac{17x^2-16x+12\ \ dx}{x-1\ \ x^2+4x+8}$; з) $\int\frac{\cos x-3\sin x\ \ dx}{2\cos x-\sin x+1}$; и) $\int\frac{-5\cos^2 x+4\sin x\cos x+3\sin^2 x}{\sin x\ \ 1-\cos x}dx$.		д) $\int\frac{\sqrt{x+1}-1}{\sqrt[3]{x+1}+1\ \ \sqrt{x+1}}dx$; е) $\int\frac{17-8x-x^2}{x-5\ \ x^2-1}dx$; ж) $\int\frac{11x^2-16x-5\ \ dx}{1-x\ \ x^2-8x+17}$; з) $\int\frac{\cos x-3\sin x\ \ dx}{\cos x-2\sin x+2}$; и) $\int\frac{-3\cos^2 x-5\sin x\cos x+2\sin^2 x}{\sin x\ \ 1+\cos x}dx$.

§4. Индивидуальные задания по теме

«Определенный интеграл
и его приложения»

1. Вычислить определенные интегралы:

1.	а) $\int\limits_{e+1}^{e^2+1}\frac{1+\ln(x-1)}{x-1}dx$; б) $\int\limits_{\pi/2}^{\pi}2^8\sin^8 x\,dx$.	2.	а) $\int\limits_0^1\frac{(x^2+1)\,dx}{(x^3+3x+1)^2}$; б) $\int\limits_0^{\pi}2^4\sin^6 x\cos^2 x\,dx$.
3.	а) $\int\limits_0^1\frac{4\operatorname{arctg}x-x}{1+x^2}dx$; б) $\int\limits_0^{\pi}2^4\cos^8(x/2)\,dx$.	4.	а) $\int\limits_0^2\frac{x^3dx}{x^2+4}$; б) $\int\limits_{-\pi/2}^{0}2^8\sin^8 x\,dx$.
5.	а) $\int\limits_{\pi}^{2\pi}\frac{x+\cos x}{x^2+2\sin x}dx$; б) $\int\limits_0^{2\pi}\sin^4 x\cos^4 x\,dx$.	6.	а) $\int\limits_0^{\pi/4}\frac{2\cos x+3\sin x}{(2\sin x-3\cos x)^3}dx$; б) $\int\limits_0^{2\pi}\sin^2(x/4)\cos^6(x/4)\,dx$.
7.	а) $\int\limits_0^{1/2}\frac{8x-\operatorname{arctg}2x}{1+4x^2}dx$; б) $\int\limits_{\pi/2}^{\pi}2^4\sin^6 x\cos^2 x\,dx$.	8.	а) $\int\limits_1^4\frac{1/(2\sqrt{x})+1}{(\sqrt{x}+x)^2}dx$; б) $\int\limits_0^{\pi}2^4\sin^4 x\cos^4 x\,dx$.
9.	а) $\int\limits_0^1\frac{xdx}{x^4+1}$; б) $\int\limits_0^{2\pi}\sin^2 x\cos^6 x\,dx$.	10.	а) $\int\limits_{\sqrt{3}}^{\sqrt{8}}\frac{x+1/x}{\sqrt{x^2+1}}dx$; б) $\int\limits_0^{2\pi}\cos^8(x/4)\,dx$.

11.	а) $\int\limits_{\sqrt{3}}^{\sqrt{8}} \frac{x-1/x}{\sqrt{x^2+1}}dx$; б) $\int\limits_{0}^{\pi} 2^4 \sin^8 (x/2)\, dx$.	12.	а) $\int\limits_{0}^{\sqrt{3}} \frac{\operatorname{arctg} x + x}{1+x^2}dx$; б) $\int\limits_{-\pi}^{0} 2^8 \sin^6 x \cos^2 x\, dx$.
13.	а) $\int\limits_{0}^{\sqrt{3}} \frac{x-(\operatorname{arctg} x)^4}{1+x^2}dx$; б) $\int\limits_{\pi/2}^{2\pi} 2^8 \sin^4 x \cos^4 x\, dx$.	14.	а) $\int\limits_{0}^{1} \frac{x^3}{x^2+1}dx$; б) $\int\limits_{0}^{\pi} 2^4 \sin^2 x \cos^6 x\, dx$.
15.	а) $\int\limits_{0}^{\sin 1} \frac{(\arcsin x)^2+1}{\sqrt{1-x^2}}dx$; б) $\int\limits_{0}^{2\pi} \cos^8 x\, dx$.	16.	а) $\int\limits_{1}^{3} \frac{1-\sqrt{x}}{\sqrt{x}(x+1)}dx$; б) $\int\limits_{0}^{2\pi} \sin^8 (x/4)\, dx$.
17.	а) $\int\limits_{\sqrt{3}}^{\sqrt{8}} \frac{dx}{x\sqrt{x^2+1}}$; б) $\int\limits_{0}^{\pi} 2^4 \sin^6 (x/2) \cos^2 (x/2)\, dx$.	18.	а) $\int\limits_{1}^{e} \frac{1+\ln x}{x}dx$; б) $\int\limits_{-\pi/2}^{0} 2^8 \sin^4 x \cos^4 x\, dx$.
19.	а) $\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}}$; б) $\int\limits_{\pi/2}^{\pi} 2^8 \sin^2 x \cos^6 x\, dx$.	20.	а) $\int\limits_{1}^{e} \frac{x^2+\ln x^2}{x}dx$; б) $\int\limits_{0}^{\pi} 2^4 \cos^8 x\, dx$.

2. Вычислить площадь фигур, ограниченных линиями, в различных системах координат:

1.	а) $y=\ x-2\ ^{3},\ y=4x-8$; б) $\begin{cases}x=4\sqrt{2}\cos^{3}t,\\ y=2\sqrt{2}\sin^{3}t,\end{cases}\ x=2\quad x\geq 2$; в) $r=4\cos 3\varphi,\quad r=2\quad r\geq 2$.	2.	а) $y=x\sqrt{9-x^{2}},\ y=0\ \ 0\leq x\leq 3$; б) $\begin{cases}x=\sqrt{2}\cos t,\\ y=2\sqrt{2}\sin t,\end{cases}\ y=2\quad y\geq 2$; в) $r=\cos 2\varphi$.
3.	а) $y=4-x^{2}, y=x^{2}-2x$; б) $\begin{cases}x=4\ \ t-\sin t\ ,\\ y=4\ \ 1-\cos t\ ,\end{cases}\ y\geq 4\ \ 0<x<8\pi$; в) $r=\sqrt{3}\cos\varphi, r=\sin\varphi, \varphi\in\ \ 0,\pi/2$.	4.	а) $y=\sin x\cos^{2}x,\ y=0\ \ 0\leq x\leq\pi/2$; б) $\begin{cases}x=16\cos^{3}t,\\ y=2\sin^{3}t,\end{cases}\ x=2\quad x\geq 2$; в) $r=4\sin 3\varphi,\ r=2\quad r\geq 2$.
5.	а) $y=\sqrt{4-x^{2}},\ y=0,\ x=0, x=1$; б) $\begin{cases}x=2\cos t,\\ y=6\sin t,\end{cases}\ y=3\quad y\geq 3$; в) $r=\sin 3\varphi$.	6.	а) $y=x^{2}\sqrt{4-x^{2}},\ y=0\ \ 0\leq x\leq 2$; б) $\begin{cases}x=16\cos^{3}t,\\ y=\sin^{3}t,\end{cases}\ x=6\sqrt{3}\quad x\geq 6\sqrt{3}$; в) $r=6\sin 3\varphi,\ r=3\ \ r\geq 3$.
7.	а) $y=\cos x\sin^{2}x,\ y=0\ \ 0\leq x\leq\pi/2$; б) $\begin{cases}x=6\cos t,\\ y=2\sin t,\end{cases}\ y=\sqrt{3}\ \ y\geq\sqrt{3}$; в) $r=\cos 3\varphi$.	8.	а) $y=\sqrt{e^{x}-1}, y=0,\ x=\ln 2$; б) $\begin{cases}x=8\sqrt{2}\cos^{3}t,\\ y=\sqrt{2}\sin^{3}t,\end{cases}\ x=4\quad x\geq 4$; в) $r=1/2+\sin\varphi$.
9.	а) $y=\arccos x, y=0, x=0$; б) $\begin{cases}x=2\sqrt{2}\cos t,\\ y=3\sqrt{2}\sin t,\end{cases}\ y=3\ \ y\geq 3$; в) $r=\cos\varphi,\ r=\sin\varphi\ \ 0\leq\varphi\leq\pi/2$.	10.	а) $y=\ x+1\ ^{2},\ y^{2}=x+1$; б) $\begin{cases}x=32\cos^{3}t,\\ y=\sin^{3}t,\end{cases}\ x=4\ \ x\geq 4$; в) $r=\cos\varphi,\ r=2\cos\varphi$.
11.	а) $y=2x-x^{2}+3, y=x^{2}-4x+3$;	12.	а) $y=x\sqrt{36-x^{2}},\ y=0\ \ 0\leq x\leq 6$;

	б) $\begin{cases} x=3\cos t, \\ y=8\sin t, \end{cases}$ $y=4 \quad y\geq 4 \;$; в) $r=\sin\varphi, r=2\sin\varphi$.		б) $\begin{cases} x=8\cos^3 t, \\ y=4\sin^3 t, \end{cases}$ $x=3\sqrt{3} \quad x\geq 3\sqrt{3} \;$; в) $r=1+\sqrt{2}\cos\varphi$.
13.	а) $x=\arccos y, y=0, x=0$; б) $\begin{cases} x=6\cos^3 t, \\ y=4\sin^3 t, \end{cases}$ $x=2\sqrt{3} \quad x\geq 2\sqrt{3} \;$; в) $r=1+\sqrt{2}\sin\varphi$.	14.	а) $y=\operatorname{arctg} x,\ y=0,\ x=\sqrt{3}$; б) $\begin{cases} x=2\sqrt{2}\cos^3 t, \\ y=\sqrt{2}\sin^3 t, \end{cases}$ $x=1 \quad x\geq 1 \;$; в) $r= \; 5/2 \; \sin\varphi,\ r= \; 3/2 \; \sin\varphi$.
15.	а) $y=x^2\sqrt{8-x^2}, y=0 \;\; 0\leq x\leq 2\sqrt{2} \;$; б) $\begin{cases} x=\sqrt{2}\cos t, \\ y=4\sqrt{2}\sin t, \end{cases}$ $y=4 \quad y\geq 4 \;$; в) $r=4\cos 4\varphi$.	16.	а) $x=\sqrt{e^y-1},\ x=0,\ y=\ln 2$; б) $\begin{cases} x=8\cos^3 t, \\ y=8\sin^3 t, \end{cases}$ $x=1 \quad x\geq 1 \;$; в) $r=\sin 6\varphi$.
17.	а) $x= \; y-2 \; ^3,\ x=4y-8$; б) $\begin{cases} x=9\cos t, \\ y=4\sin t, \end{cases}$ $y=2 \quad y\geq 2 \;$; в) $r=2\cos\varphi,\ r=3\cos\varphi$.	18.	а) $x=4-y^2,\ x=y^2-2y$; б) $\begin{cases} x=24\cos^3 t, \\ y=2\sin^3 t, \end{cases}$ $x=9\sqrt{3} \quad x\geq 9\sqrt{3} \;$; в) $r=\cos\varphi+\sin\varphi$.
19.	а) $y= \; x-1 \; ^2, y^2=x-1$; б) $\begin{cases} x=32\cos^3 t, \\ y=3\sin^3 t, \end{cases}$ $x=12\sqrt{3} \quad x\geq 12\sqrt{3} \;$; в) $r=\cos\varphi-\sin\varphi$.	20.	а) $y=x^2\cos x,\ y=0 \;\; 0\leq x\leq \pi/2 \;$; б) $\begin{cases} x=4\sqrt{2}\cos^3 t, \\ y=\sqrt{2}\sin^3 t, \end{cases}$ $x=2 \quad x\geq 2 \;$; в) $r=2\cos 6\varphi$.

3. Вычислить длины дуг кривых, заданных уравнениями в различных системах координат:

1.	а) $y=\ln x,\ \sqrt{3}\le x\le\sqrt{15}$; б) $\begin{cases}x=5\ \ t-\sin t\ \ ,\\ y=5\ \ 1-\cos t\ \ ,\end{cases}\ 0\le t\le\pi;$ в) $\rho=3\mathrm{e}^{3\varphi/4},\ \ -\pi/2\le\varphi\le\pi/2$.	2.	а) $y=\sqrt{1-x^2}+\arcsin x,\ 0\le x\le 7/9$; б) $\begin{cases}x=3\ \ 2\cos t-\cos 2t\ \ ,\\ y=3\ \ 2\sin t-\sin 2t\ \ ,\end{cases}\ 0\le t\le 2\pi;$ в) $\rho=2\mathrm{e}^{4\varphi/3},\ \ -\pi/2\le\varphi\le\pi/2$.
3.	а) $y=-\ln\cos x,\ 0\le x\le\pi/6$; б) $\begin{cases}x=4\ \ \cos t+t\sin t\ \ ,\\ y=4\ \ \sin t-t\cos t\ \ ,\end{cases}\ 0\le t\le 2\pi;$ в) $\rho=\sqrt{2}\,\mathrm{e}^{\varphi},\ -\pi/2\le\varphi\le\pi/2$.	4.	а) $y=\mathrm{e}^x+6,\ \ln\sqrt{8}\le x\le\ln\sqrt{15}$; б) $\begin{cases}x=\ \ t^2-2\ \ \sin t+2t\cos t,\\ y=\ \ 2-t^2\ \ \cos t+2t\sin t,\end{cases}\ 0\le t\le\pi;$ в) $\rho=5\mathrm{e}^{5\varphi/12},\ -\pi/2\le\varphi\le\pi/2$.
5.	а) $y=\ln\ \ x^2-1\ \ ,\ 2\le x\le 3$; б) $\begin{cases}x=10\cos^3 t,\\ y=10\sin^3 t,\end{cases}\ 0\le t\le\pi/2;$ в) $\rho=6\mathrm{e}^{12\varphi/5},\ \ -\pi/2\le\varphi\le\pi/2$.	6.	а) $y=\sqrt{1-x^2}+\arccos x,\ 0\le x\le 8/9$; б) $\begin{cases}x=\mathrm{e}^t\ \ \cos t+\sin t\ \ ,\\ y=\mathrm{e}^t\ \ \cos t-\sin t\ \ ,\end{cases}\ 0\le t\le\pi;$ в) $\rho=3\mathrm{e}^{3\varphi/4},\ \ 0\le\varphi\le\pi/3$.
7.	а) $y=\ln\ \ 1-x^2\ \ ,\ 0\le x\le 1/4$; б) $\begin{cases}x=3\ \ t-\sin t\ \ ,\\ y=3\ \ 1-\cos t\ \ ,\end{cases}\ \pi\le t\le 2\pi;$ в) $\rho=4\mathrm{e}^{4\varphi/3},\ 0\le\varphi\le\pi/3$.	8.	а) $y=2+\operatorname{ch}x,\ 0\le x\le 1$; б) $\begin{cases}x=3\ \ \cos t+t\sin t\ \ ,\\ y=3\ \ \sin t-t\cos t\ \ ,\end{cases}\ 0\le t\le\pi/3;$ в) $\rho=\sqrt{2}\,\mathrm{e}^{\varphi},\ 0\le\varphi\le\pi/3$.
9.	а) $y=1-\ln\cos x,\ 0\le x\le\pi/6$; б) $\begin{cases}x=\ \ t^2-2\ \ \sin t+2t\cos t,\\ y=\ \ 2-t^2\ \ \cos t+2t\sin t,\end{cases}\ 0\le t\le\pi/3;$ в) $\rho=5\mathrm{e}^{5\varphi/12},\ 0\le\varphi\le\pi/3$.	10.	а) $y=\mathrm{e}^x+13,\ \ln\sqrt{15}\le x\le\ln\sqrt{24}$; б) $\begin{cases}x=6\cos^3 t,\\ y=6\sin^3 t,\end{cases}\ 0\le t\le\pi/3;$ в) $\rho=12\mathrm{e}^{12\varphi/5},\ 0\le\varphi\le\pi/3$.

11.	а) $y=-\arccos\sqrt{x}+\sqrt{x-x^2},\ 0\le x\le 1/4$; б) $\begin{cases} x=e^t\ \ \cos t+\sin t\ \ , \\ y=e^t\ \ \cos t-\sin t\ \ , \end{cases} \pi/2\le t\le\pi$; в) $\rho=1-\sin\varphi,\ -\pi/2\le\varphi\le-\pi/6$.	12.	а) $y=2-e^x,\ \ln\sqrt{3}\le x\le\ln\sqrt{8}$; б) $\begin{cases} x=2{,}5\ \ t-\sin t\ \ , \\ y=2{,}5\ \ 1-\cos t\ \ , \end{cases} \pi/2\le t\le\pi$; в) $\rho=2\ \ 1-\cos\varphi\ \ ,\ -\pi\le\varphi\le-\pi/2$.
13.	а) $y=\arcsin x-\sqrt{1-x^2},\ 0\le x\le 15/16$; б) $\begin{cases} x=3{,}5\ \ 2\cos t-\cos 2t\ \ , \\ y=3{,}5\ \ 2\sin t-\sin 2t\ \ , \end{cases} 0\le t\le\frac{\pi}{2}$; в) $\rho=3\ \ 1+\sin\varphi\ \ ,\ -\pi/6\le\varphi\le 0$.	14.	а) $y=1-\ln\sin x,\ \pi/3\le x\le\pi/2$; б) $\begin{cases} x=6\ \ \cos t+t\sin t\ \ , \\ y=6\ \ \sin t-t\cos t\ \ , \end{cases} 0\le t\le\pi$; в) $\rho=4\ \ 1-\sin\varphi\ \ ,\ 0\le\varphi\le\pi/6$.
15.	а) $y=1-\ln\ \ x^2-1\ \ ,\ 3\le x\le 4$; б) $\begin{cases} x=8\cos^3 t, \\ y=8\sin^3 t, \end{cases} 0\le t\le\pi/6$; в) $\rho=5\ \ 1-\cos\varphi\ \ ,\ -\pi/3\le\varphi\le 0$.	16.	а) $y=\ln\sin x,\ \pi/3\le x\le\pi/2$; б) $\begin{cases} x=e^t\ \ \cos t+\sin t\ \ , \\ y=e^t\ \ \cos t-\sin t\ \ , \end{cases} 0\le t\le 2\pi$; в) $\rho=6\ \ 1+\sin\varphi\ \ ,-\pi/2\le\varphi\le 0$.
17.	а) $y=\operatorname{ch}x+3,\ 0\le x\le 1$; б) $\begin{cases} x=4\ \ t-\sin t\ \ , \\ y=4\ \ 1-\cos t\ \ , \end{cases} \pi/2\le t\le 2\pi/3$; в) $\rho=7\ \ 1-\sin\varphi\ \ ,\ -\pi/6\le\varphi\le\pi/6$.	18.	а) $y=\ln\cos x+2,\ 0\le x\le\pi/6$; б) $\begin{cases} x=2\ \ 2\cos t-\cos 2t\ \ , \\ y=2\ \ 2\sin t-\sin 2t\ \ , \end{cases} 0\le t\le\pi/3$; в) $\rho=8\ \ 1-\cos\varphi\ \ ,\ -2\pi/3\le\varphi\le 0$.
19.	а) $y=e^x+26,\ \ln\sqrt{8}\le x\le\ln\sqrt{24}$; б) $\begin{cases} x=8\ \ \cos t+t\sin t\ \ , \\ y=8\ \ \sin t-t\cos t\ \ , \end{cases} 0\le t\le\pi/4$; в) $\rho=2\varphi,\ 0\le\varphi\le 3/4$.	20.	а) $y=e^x+e,\ \ln\sqrt{3}\le x\le\ln\sqrt{15}$; б) $\begin{cases} x=e^t\ \ \cos t+\sin t\ \ , \\ y=e^t\ \ \cos t-\sin t\ \ , \end{cases} 0\le t\le 3\pi/2$; в) $\rho=2\varphi,\ 0\le\varphi\le 4/3$.

4. Вычислить объемы тел, ограниченных поверхностями и образованных вращением фигур, ограниченных заданными функциями (в вариантах 1–10 ось вращения Ox, в вариантах 11–20 ось вращения Oy):

5.

1.	а) $\dfrac{x^2}{9}+y^2=1,\ z=y,\ z=0\quad y\geq 0\ $; б) $y=-x^2+5x-6,\ \ y=0$.	2.	а) $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}-z^2=1,\ z=0,\ z=3$; б) $y=3\sin x,\ y=\sin x,\ 0\leq x\leq \pi$.
3.	а) $z=x^2+4y^2,\ \ z=2$; б) $y=5\cos x, y=\cos x, x=0, x\geq 0$.	4.	а) $x^2+y^2=9,\ z=y,\ z=0\quad y\geq 0\ $; б) $y=\sin^2 x,\ x=\pi/2,\ \ y=0$.
5.	а) $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}-\dfrac{z^2}{36}=-1,\ z=12$; б) $x=\sqrt[3]{y-2},\ x=1,\ y=1$.	6.	а) $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{9}+\dfrac{z^2}{4}=1,\ z=1,\ z=0.$; б) $y=x\mathrm{e}^x,\ y=0,\ x=1$.
7.	а) $z=x^2+9y^2,\ z=3$; б) $y=2x-x^2,\ y=-x+2,\ x=0$.	8.	а) $z=x^2+5y^2,\ z=5$; б) $y=2x-x^2,\ y=-x+2$.
9.	а) $\dfrac{x^2}{4}+y^2-z^2=1,\ z=0,\ z=3$; б) $x^2+\ \ y-2\ ^2=1$.	10.	а) $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{16}-\dfrac{z^2}{64}=-1,\ z=16$; б) $y=x^3,\ y=\sqrt{x}$.
11.	а) $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{9}+\dfrac{z^2}{16}=1,\ z=2,\ z=0$; б) $y=x^2, x=2,\ y=0$.	12.	а) $\dfrac{x^2}{3}+\dfrac{y^2}{4}=1, z=y\sqrt{3}, z=0\quad y\geq 0\ $; б) $y=\ln x,\ x=2,\ y=0$.
13.	а) $\dfrac{x^2}{81}+\dfrac{y^2}{25}-z^2=1,\ z=0,\ z=2$; б) $y=x^3,\ y=x^2$.	14.	а) $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{9}-\dfrac{z^2}{36}=-1,\ z=12$; б) $y=\arcsin x,\ y=\arccos x,\ y=0$.
15.	а) $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{9}+\dfrac{z^2}{36}=1,\ z=3,\ z=0$; б) $y=x^2-2x+1,\ x=2,\ y=0$.	16.	а) $\dfrac{x^2}{3}+\dfrac{y^2}{16}=1, z=y\sqrt{3}, z=0\quad y\geq 0\ $; б) $y=x^3,\ y=x$.

17.	а) $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{25}-\frac{z^2}{100}=-1,\ z=20$; б) $y=\arccos x,\ y=\arcsin x,\ x=0$.	18.	а) $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}+\frac{z^2}{64}=1,\ z=4,\ z=0$; б) $y=(x-1)^2,\ x=0,\ x=2,\ y=0$.
19.	а) $z=2x^2+18y^2,\ z=6$; б) $y=\arccos(x/3),\ y=\arccos x,\ y=0$	20.	а) $z=2x^2+8y^2,\ z=4$; б) $y^2=x-2, y=0,\ y=x^3,\ y=1$.

§5. Индивидуальные задания по теме «Ряды»

1. Найти сумму ряда:

1.	$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{3n+8}{n(n+1)(n+2)}$.	2.	$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{3n+4}{n(n+1)(n+2)}$.
3.	$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{3-n}{(n+3)(n+1)n}$.	4.	$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n-1}{n(n+1)(n+2)}$.
5.	$\sum\limits_{n=3}^{\infty}\frac{4}{n(n-1)(n-2)}$.	6.	$\sum\limits_{n=2}^{\infty}\frac{5n-2}{(n-1)n(n+2)}$.
7.	$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{4-n}{n(n+1)(n+2)}$.	8.	$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{5n+9}{n(n+1)(n+3)}$.
9.	$\sum\limits_{n=3}^{\infty}\frac{3n+1}{(n-1)n(n+1)}$.	10.	$\sum\limits_{n=3}^{\infty}\frac{n-4}{n(n-1)(n-2)}$.
11.	$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1-n}{n(n+1)(n+3)}$.	12.	$\sum\limits_{n=3}^{\infty}\frac{3n-1}{n(n^2-1)}$.
13.	$\sum\limits_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n(n^2-1)}$.	14.	$\sum\limits_{n=3}^{\infty}\frac{8n-10}{(n-1)(n-2)(n+1)}$.
15.	$\sum\limits_{n=3}^{\infty}\frac{n-2}{(n-1)n(n+1)}$.	16.	$\sum\limits_{n=3}^{\infty}\frac{n+5}{(n^2-1)(n+2)}$.
17.	$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n+6}{n(n+1)(n+2)}$.	18.	$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{3n+2}{n(n+1)(n+2)}$.
19.	$\sum\limits_{n=3}^{\infty}\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.	20.	$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2}{(n+2)(n+1)n}$.

2. Исследовать на сходимость ряды:

1.	а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\sin^2 n\sqrt{n}}{n\sqrt{n}}$;	б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\ln\frac{n^2+5}{n^2+4}$;	в) $\sum\limits_{n=2}^{\infty}\frac{n+1}{2^n\,(n-1)!}$;
	г) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{3^n}\left(\frac{n}{n+1}\right)^{-n^2}$;	д) $\sum\limits_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n\ln^2(3n+1)}$;	е) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{2n+1}{n(n+1)}$.
2.	а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}n\sin\frac{2+(-1)^n}{n^3}$;	б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(n^2+3)^2}{n^5+\ln^4 n}$;	в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(n!)^2}{2^{n^2}}$;
	г) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{4^n}\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n^2}$;	д) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n\ln^2(2n+1)}$;	е) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\left(\frac{n}{2n+1}\right)^n$
3.	а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\ln n}{\sqrt[3]{n^7}}$;	б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}\mathrm{tg}\frac{1}{\sqrt{n}}$;	в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2^{n+1}(n^3+1)}{(n+1)!}$;
	г) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2n^2+1}{n^2+1}\right)^{n^2}$;	д) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(2n+3)\ln^2(2n+1)}$;	е) $\sum\limits_{n=2}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{\ln(n+1)}$.
4.	а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\cos^2(n\pi/2)}{n(n+1)(n+2)}$;	б) $\sum\limits_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n-1}\mathrm{arctg}\frac{1}{\sqrt[3]{n-1}}$;	в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{10^n 2n!}{(2n)!}$;
	г) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}n^4\left(\frac{2n}{3n+5}\right)^n$;	д) $\sum\limits_{n=3}^{\infty}\frac{1}{(3n-5)\ln^2(4n-7)}$;	е) $\sum\limits_{n=3}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n(\ln\ln n)\ln n}$.
5.	а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2+(-1)^n}{n-\ln n}$;	б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(n^2+3)^2}{n^5+\ln^4 n}$;	в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(2n+2)!}{3n+5}\cdot\frac{1}{2^n}$;
	г) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2n+1}{3n-2}\right)^{n^2}$;	д) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(3n+4)\ln^2(5n+2)}$;	е) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n 2n^2}{n^4-n^2+1}$.

6.	а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n(2+\cos n\pi)}{2n^2-1}$;	б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n^3+2}{n^5+\sin 2^n}$;	в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n+5}{n!}\sin\frac{2}{3^n}$;
	г) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2n+2}{3n+1}\right)^n(n+1)^3$;	д) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(2n+1)\ln^2(n\sqrt{5}+2)}$;	е) $\sum\limits_{n=3}^{\infty}\frac{(-1)^n}{(n+1)\ln n}$.
7.	а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\sin^2 n}{n^2+1}$;	б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2^n+\cos n}{3^n+\sin n}$;	в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n^n}{3^n n!}$;
	г) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\frac{4n-3}{5n+1}\right)^{n^3}$;	д) $\sum\limits_{n=5}^{\infty}\frac{1}{(n-2)\ln(n-3)}$;	е) $\sum\limits_{n=3}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n\ln(n+1)}$.
8.	а) $\sum\limits_{n=2}^{\infty}\frac{\ln\sqrt{n^2+3n}}{\sqrt{n^2-n}}$;	б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n-\cos^2 6n}$;	в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n}{(2n)!}\operatorname{tg}\frac{1}{5^n}$;
	г) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n}{10n+5}\right)^{n^2}$;	д) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(2n-1)\ln(2n)}$;	е) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n\sqrt[4]{2n+3}}$.
9.	а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n\cos^2 n}{n^3+5}$;	б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt[5]{n+1}}\sin\frac{1}{\sqrt{n}}$;	в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{6^n(n^2-1)}{n!}$;
	г) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}n\arcsin^n\frac{\pi}{4n}$;	д) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(n+1)\ln(2n)}$;	е) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n\cos\frac{\pi}{6n}$.
10.	а) $\sum\limits_{n=2}^{\infty}\frac{n\ln n}{n^2-3}$;	б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt[3]{n}}\operatorname{arctg}\frac{\pi}{4\sqrt{n}}$;	в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{(n+2)!}$;
	г) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n+2}{3n-1}\right)^{n^2}$;	д) $\sum\limits_{n=2}^{\infty}\frac{1}{(3n-1)\ln n}$;	е) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\sin n}{n!}$.
11.	а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\ln n}{n^3+n+1}$;	б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2-\ln n}$;	в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n^n}{(n!)^2}$;
	г) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n-1}{n}\right)^n\frac{n}{5^n}$;	д) $\sum\limits_{n=2}^{\infty}\frac{1}{(2n-1)\ln(n+1)}$;	е) $\sum\limits_{n=3}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n\ln(2n)}$.

12.	а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\sin^2 2^n}{n^2}$; б) $\sum\limits_{n=2}^{\infty}\frac{1}{\sqrt[3]{n+5}}\sin\frac{1}{n-1}$; в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{7^{2n}}{(2n-1)!}$; г) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2n+3}{n+1}\right)^{n^2}$; д) $\sum\limits_{n=2}^{\infty}\frac{1}{(2n-3)\ln(3n+1)}$; е) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n\operatorname{tg}\frac{1}{n}$.
13.	а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\ln n}{\sqrt{n^5+n}}$; б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt[3]{n+2}}\operatorname{arctg}\frac{n+3}{n^2+5}$; в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n!}{3n!}$; г) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\frac{3n+2}{4n-1}\right)^{n}(n-1)^2$; д) $\sum\limits_{n=2}^{\infty}\frac{1}{(n+2)\ln^2 n}$; е) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\cos n}{n^2}$.
14.	а) $\sum\limits_{n=3}^{\infty}\frac{1}{n^2\ln n+\sqrt[3]{\ln^2 n}}$; б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{n+3}}\left(e^{1/\sqrt{n}}-1\right)$; в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1\cdot 3\cdot 5\ldots(2n-1)}{3^n(n+1)!}$; г) $\sum\limits_{n=2}^{\infty}\left(\frac{n+1}{2n-3}\right)^{n^2}$; д) $\sum\limits_{n=2}^{\infty}\frac{1}{(n+3)\ln^2(2n)}$; е) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{(n+1)2^{2n}}$.
15.	а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{3+(-1)^n}{2^{n+2}}$; б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\ln\frac{n^2+1}{n^2+n+2}$; в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(n!)^2}{(3^n+1)(2n)!}$; г) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n}{3n+1}\right)^{2n+1}$; д) $\sum\limits_{n=2}^{\infty}\frac{1}{(2n+3)\ln^2(n+1)}$; е) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{(n+1)(3/2)^n}$.
16.	а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\operatorname{arctg}\left[2+(-1)^n\right]}{\ln(1+n)}$; б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\sqrt[3]{n}\operatorname{arctg}\frac{1}{n^3}$; в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}n!\sin\frac{\pi}{2^n}$; г) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2n-1}{3n+1}\right)^{n/2}$; д) $\sum\limits_{n=3}^{\infty}\frac{1}{n\ln(n-1)}$; е) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{2n-1}{3n}$.
17.	а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\operatorname{arcctg}(-1)^n}{\sqrt{n(2+n^2)}}$; б) $\sum\limits_{n=3}^{\infty}n^3\operatorname{tg}^5\frac{\pi}{n}$; в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(n+1)!}{n^n}$;

	г) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2^{n+1}}{n^n}$;	д) $\sum\limits_{n=2}^{\infty}\frac{1}{2n\sqrt{\ln(3n-1)}}$;	е) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n(n+3)}{\ln(n+4)}$.
18.	а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{n^3+2}}{n^2\sin^2 n}$;	б) $\sum\limits_{n=2}^{\infty}\frac{n+1}{(\sqrt[3]{n}-1)(n\sqrt[4]{n^3}-1)}$;	в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{5^n\sqrt[3]{n^2}}{(n+1)!}$;
	г) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}n^2\sin^n\frac{\pi}{2n}$;	д) $\sum\limits_{n=5}^{\infty}\frac{1}{(n-2)\sqrt{\ln(n-3)}}$;	е) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{n+1}{\sqrt{n^3}}$.
19.	а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n\cos^2 n}{n^3-10}$;	б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(1-\cos\frac{\pi}{n}\right)$;	в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2^n n!}{n^n}$;
	г) $\sum\limits_{n=2}^{\infty}\frac{n^3}{(\ln n)^n}$;	д) $\sum\limits_{n=4}^{\infty}\frac{1}{(3n-1)\sqrt{\ln(n-2)}}$;	е) $\sum\limits_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n}{(2n+1)2^{2n+1}}$.
20.	а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\ln n}{\sqrt{n^5+n^2}}$;	б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\sin\frac{\sqrt[3]{n}}{\sqrt{n^5+2}}$;	в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{5^n(n+1)!}{(2n)!}$;
	г) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n}{3n-1}\right)^{n^3}$;	д) $\sum\limits_{n=2}^{\infty}\frac{n}{(n^2-1)\ln n}$;	е) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n^2+\sin^2 n}$.

3. Найти область сходимости функционального ряда:

1.	а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{(x+n)^{-1/5}}$; б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{9^n}{n}x^{2n}\sin(x+\pi n)$.	2.	а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{2n-1}\left(\frac{1-x}{1+x}\right)^n$; б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{4^n}{n}x^{4n}\sin(2x-\pi n)$.
3.	а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n}{n+1}\frac{1}{(3x^2+4x+2)^n}$; б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{3^n}{n}x^{4n}\cos(x+\pi n)$.	4.	а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n+1}{3^n}(x^2-4x+6)^n$; б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\frac{5}{3}\right)^n\frac{1}{\sqrt{n}}x^{2n}\cos(x-\pi n)$.
5.	а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{1-x^n}$; б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2^{3n}}{\sqrt[3]{n}}x^{4n}\sin(3x+\pi n)$.	6.	а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n+3}{n+1}\frac{1}{(27x^2+12x+2)^n}$; б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{6^n}{n}x^{2n}\sin(5x-\pi n)$.
7.	а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{1+x^{2n}}$; б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}2^n x^{3n}\sin\frac{x}{n}$.	8.	а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n2^n}{n+1}\frac{1}{(3x^2+8x+6)^n}$; б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}3^{2n}x^n\sin\frac{x}{2n}$.
9.	а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n+3}\left(\frac{1+x}{1-x}\right)^n$; б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}2^{3n}x^n\sin\frac{2x}{n}$.	10.	а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(x^2-6x+12)^n}{4^n(n^2+1)}$; б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}3^n x^{3n}\sin\frac{3x}{\sqrt{n}}$.

11.	а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{\left(\sqrt[3]{n^2}+\sqrt{n}+1\right)^{2x+1}}$; б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}3^n x^n \operatorname{tg}\dfrac{3x}{n}$.	12.	а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{(x+n)^3}$; б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}8^n x^{3n}\operatorname{tg}\dfrac{x}{4\sqrt{n}}$.
13.	а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{\sqrt[3]{x+n}}$; б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}x^{3n}\operatorname{tg}\dfrac{2x}{3n}$.	14.	а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(x^2-5x+11)^n}{5^n(n^2+5)}$; б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}2^n x^{3n}\arcsin\dfrac{x}{3n}$.
15.	а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(n+x)^n}{n^n}$; б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}27^n x^{3n}\operatorname{arctg}\dfrac{3x}{2n+3}$.	16.	а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n(n+x)}$; б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^n}{\sqrt{n}}\sin^{2n}(2x)$.
17.	а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{(x+n)^2}$; б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{3^n}{n}\operatorname{tg}^{2n}x$.	18.	а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1+x^n}{1-x^n}$; б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^n}{n^4}\sin^n(3x)$.
19.	а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n+1}{xn^x}$; б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{4^n}{n^2}\sin^{2n}x$.	20.	а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{\sqrt{n}}{n^{x^2-1}}$; б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n\cdot 3^{n/2}}\operatorname{tg}^n x$.

4. Разложить функцию в ряд Тейлора по степеням x:

1.	$\dfrac{9}{20-x-x^2}$.	2.	$\dfrac{x^2}{\sqrt{4-5x}}$.
3.	$\ln\ 1-x-6x^2$.	4.	$2x\cos^2\ x/2\ -x$.
5.	$\dfrac{\text{sh}2x}{x}-2$.	6.	$\dfrac{7}{12+x-x^2}$.
7.	$\dfrac{x}{\sqrt[3]{27-2x}}$.	8.	$\dfrac{\text{ch}3x-1}{x^2}$.
9.	$\ln\ 1+x-6x^2$.	10.	$x-1\ \sin 5x$.
11.	$\dfrac{6}{8+2x-x^2}$.	12.	$\dfrac{1}{\sqrt[4]{16-3x}}$.
13.	$\ln\ 1-x-12x^2$.	14.	$3+e^{-x}\ ^{2}$.
15.	$\dfrac{\arcsin x}{x}-1$.	16.	$\dfrac{7}{12-x-x^2}$.
17.	$x^2\sqrt{4-3x}$.	18.	$\ln\ 1+2x-8x^2$.
19.	$2x\sin^2\ x/2\ -x$.	20.	$x-1\ \text{sh}x$.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу //М.: Астрель, 2004. – 558с.
2. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа // М.: Наука, 1985. – 384с.
3. Пономаренко В.Н. Сборник задач по математическому анализу //Самара: СГАУ, 2010. –132 с.
4. Райков Д.А. Одномерный математический анализ //М.: Высшая школа, 1982. –416 с.
5. Райков Д.А. Многомерный математический анализ //М.: Высшая школа, 1989. –272 с.