МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ

ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ имени академика С.П. КОРОЛЕВА»
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ

МЕТОДЫ И МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ОПТИМИЗАЦИИ ПРОЕКТНЫХ РЕШЕНИЙ

ЭЛЕКТРОННЫЙ ПРАКТИКУМ

С А М А Р А
2010

УДК 629.7.017.1 (075)

Составители: Салмин Вадим Викторович, Старинова Ольга Леонардовна, Петрухина Ксения Вячеславовна.

Даны задания для самостоятельной работы студентов специальности 160400.68 «Ракетные комплексы и космонавтика» направления подготовки по магистерской программе «Проектирование и конструирование космических мониторинговых и транспортных систем», приведен пример выполнения работы.

Разработано на кафедре летательных аппаратов СГАУ.

Часть 1

Глава6, №1

$$I=\int_{t_0}^{t_k}\frac{\sqrt{1+x^2}}{x}dt$$

F зависит от x и $\dot{x} \Rightarrow$ *уравнение Эйлера имеет форму* 1 *интеграла.*

$$F-\dot{x}\frac{\partial F}{\partial \dot{x}}=c_1$$

$$\frac{\sqrt{1+\dot{x}^2}}{x}-\dot{x}\frac{2\dot{x}}{2\sqrt{1+\dot{x}^2}}=\frac{1}{x}(\sqrt{1+\dot{x}^2}-\frac{x^2}{\sqrt{1+\dot{x}^2}})=c_1$$

$$\frac{1}{x\sqrt{1+\dot{x}^2}}=c_1$$

$$xC_1=\frac{1}{\sqrt{1+\dot{x}^2}}$$

$$1+\dot{x}^2=\frac{1}{(cx)^2}$$

$$\dot{x}=\sqrt{\frac{1-(cx)^2}{(cx)^2}}$$

$$\frac{dx}{dt}=\frac{\sqrt{1-(cx)^2}}{cx}$$

$$dt=\frac{cxdx}{\sqrt{1-(cx)^2}}$$

$$dt=-\frac{1}{2c}\frac{d(1-(cx)^2)}{\sqrt{1-(cx)^2}}$$

$$t=-\frac{1}{c}\sqrt{1-(cx)^2}$$

$$x=\frac{\sqrt{1-(ct)^2}}{c}$$

Ответ: $x=\frac{\sqrt{1-(ct)^2}}{c}$

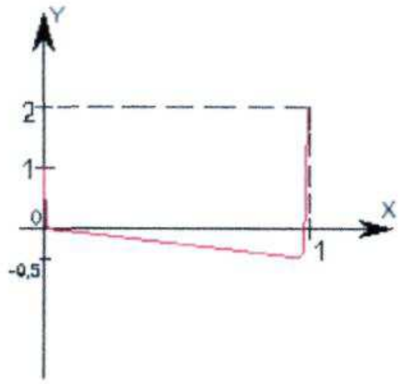
Глава 6, №3

$$u[y(x)] = \int_0^1 (xy + y^2 - 2y^2\dot{y})dx,\ \ y(0)=1;\ \ y(1)=2;$$

$$\frac{\partial F}{\partial y} = x + 2y - 4y\dot{y},\ \ \frac{\partial F}{\partial \dot{y}} = -2y^2,\ \ \frac{d}{dx}\frac{\partial F}{\partial \dot{y}} = -2\cdot 2y\cdot \dot{y} = -4y\dot{y}$$

$$x + 2y - 4y\dot{y} + 4y\dot{y} = 0$$

$y = -\dfrac{x}{2}$ – *решение не удовл. нач. условиям.*



$$\textit{Ответ}:\quad y = \begin{cases} x=0,\ \ y=1, \\ x\in(0;1),\ y=-\dfrac{x}{2}, \\ x=1,\ \ y=2; \end{cases}$$

Глава 6, №6

$$I[x(t)] = \int_{t_0}^{t_1}(t\dot{x} + \dot{x}^2)dt$$

$$\frac{\partial F}{\partial x} = 0, \Rightarrow \frac{\partial F}{\partial \dot{x}} = c_1,$$

$$\frac{\partial F}{\partial \dot{x}} = t + 2\dot{x}, \quad 1 + 2\dot{x} = c_1$$

$$\bar{x} = \frac{c_1 - 1}{2}t + c_2;$$

$$Ответ: \bar{x} = \frac{c_1 - 1}{2}t + c_2.$$

Глава 6, №8

$$I = \int_{t_0}^{t_1}(x^2 + \dot{x}^2 - 2x\sin t)dt$$

$$\frac{\partial F}{\partial x} = 2x - 2\sin t, \ \frac{\partial F}{\partial \dot{x}} = 2\dot{x}, \ \frac{d}{dt}\frac{\partial F}{\partial \dot{x}} = 2\ddot{x}$$

$$2x - 2\sin t - 2\ddot{x} = 0,$$

$$\ddot{x} - x = -\sin t,$$

$$\bar{x} = x_1 + x_2 - лнду, сост. из общ. и част. реш.$$

$$k^2 - 1 = 0; \ k = \pm 1;$$

$$x_1 = c_1e^t + c_2e^{-t}$$

$$x_2 = A\sin t + B\cos t,$$

$$\ddot{x}_2 = -A\sin t - B\cos t, \ A = \frac{1}{2}, \quad B = 0$$

$$\bar{x} = c_1e^t + c_2e^{-t} + \frac{1}{2}\sin t$$

$$Ответ: \quad \bar{x} = c_1e^t + c_2e^{-t} + \frac{1}{2}\sin t.$$

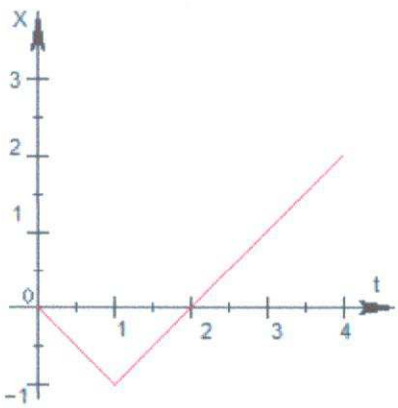
Глава 7, №1

$$I=\int_0^4 (\dot{x}-1)^2(\dot{x}+1)^2\,dt,\ x(0)=0,\ x(4)=2.$$

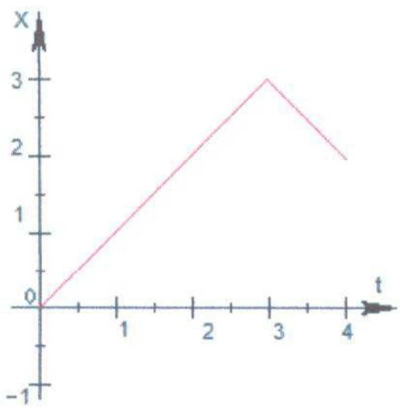
$$(\dot{x}-1)^2(\dot{x}+1)^2\geq 0,\ \Rightarrow \left[\begin{array}{l}\dot{x}=1\\ x=-1\end{array}\right. \left[\begin{array}{l}x=t+c_1\\ x=-t+c_2\end{array}\right.$$

2 *решения*;

$$\begin{cases}x\in[0;1],\ x=-t\\ x\in[1;4],\ x=t-2\end{cases}$$



$$\begin{cases}x\in[0;3],\ x=t\\ x\in[3;4],\ x=-t+6\end{cases}$$



Ответ: $x=\begin{cases}-t,\ x\in[0;1]\\ t-2,\ x\in[1;4]\end{cases}$ *или* $x=\begin{cases}t,\ x\in[0;3]\\ 6-t,\ x\in[3;4]\end{cases}$

Глава 7, №6

$$I = \int_0^{10} \dot{x}^3 dt,\ x(0) = 0,\ x(10) = 10.$$ *Кривые не могут проходить внутри круга.*

$(t-5)^2 + x^2 = 9$

$\frac{\partial F}{\partial x} = 0, \Rightarrow \frac{\partial F}{\partial x} = c,$

$3\dot{x}^2 = c,\ \dot{x} = \pm\sqrt{\frac{c}{3}},\ x = \pm\sqrt{\frac{c}{3}}t + c_2,\ x = c_1 t + c_2$

Найдем такие экстремали, которые бы касались поверхности круга:

$\begin{cases} x = C_1 * t + C_2 \\ (t-5)^2 + x^2 = 9 \end{cases}$

x(0)=0

$x = C_1 * t$

Найдем такое C_1 *чтобы была одна точка пересечения, т.е. прямая* $x = C_1 * t$ *касалась поверхности круга.*

$t^2 - 10t + 25 + c_1^2 t^2 = 9$

$t^2(1 + c_1^2) - 10t + 16 = 0$

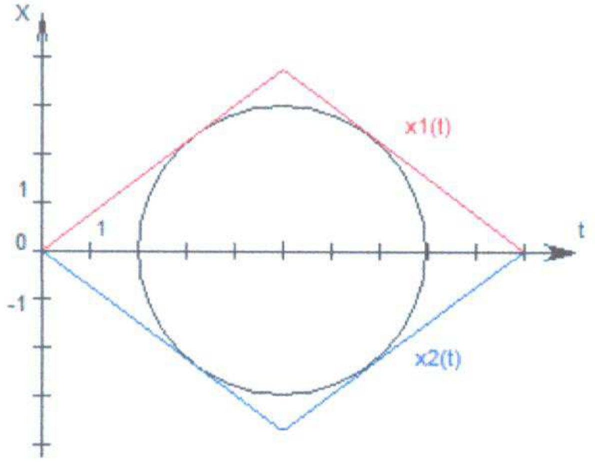
100-4$(1 + c_1^2)$16=0

$C_1 = \pm 0.75$

Т.е. при $t\epsilon[0,5]$ $x = \pm 0.75t$

При $t\epsilon(5,10]$ *получаем* $x = \mp 0,75 * t \pm C_2$

x(10)=0 => $x = \mp 0,75 * t \pm 7.5$



Ответ: $x_1 = \begin{cases} 0.75t & t\epsilon[0,5] \\ -0.75t + 7.5 & t\epsilon(5,10] \end{cases}$

$x_2 = \begin{cases} -0.75t & t\epsilon[0,5] \\ 0.75t - 7.5 & t\epsilon(5,10] \end{cases}$

Глава 7, №7

$$I=\int_0^{\frac{\pi}{4}}(x^2-\dot{x}^2)dt,\ x(0)=0,\ \ x(\frac{\pi}{4})\neq fixe;$$

$$\frac{\partial F}{\partial x}=2x,\ \frac{d}{dt}\frac{\partial F}{\partial \dot{x}}=-2\ddot{x}$$

$$x+\ddot{x}=0$$

$$k_{1,2}=\pm i,\quad \bar{x}=c_1\sin t+c_2\cos t$$

Условие трансверсальности:

$$\left.\frac{\partial F}{\partial \dot{x}}\right|_{\frac{\pi}{4}}=-2\,\dot{x}|_{\frac{\pi}{4}}=-2(c_1\cos t-c_2\sin t)|_{\frac{\pi}{4}}=-2(c1\frac{\sqrt{2}}{2}-c_2\frac{\sqrt{2}}{2})=0,\ \Rightarrow\ c_1=c_2$$

$$\bar{x}(0)=c_2,\ c_2=0,\ \Rightarrow\ c_1=0$$

$$\bar{x}=0$$

Ответ: $\bar{x}=0$

Глава 8, №1

$$I=\int_0^2(t\dot{x}+\dot{x}^2)dt,\quad x(0)=1;\ x(2)=0$$

$$\frac{\partial F}{\partial x}=0,\ \Rightarrow\ \frac{\partial F}{\partial \dot{x}}=c,$$

$$t+2\dot{x}=c,\ x=-\frac{t^2}{4}+c_1t+c_2$$

$$x(0)=c_2=1$$

$$x(2)=-1+2c_1+1=0$$

$$\bar{x}=-\frac{t^2}{4}+1$$

$$\frac{\partial^2 F}{\partial \dot{x}^2}=2>0,\ \Rightarrow\ \text{решение является слабым минимумом}$$

Ответ: $\bar{x}=-\frac{t^2}{4}+1$, *решение является слабым минимумом.*

Глава 8, №5

$$I=\int_{-1}^{2}\dot{x}(1+t^2\dot{x})dt,\ x(-1)=x(2)=1$$

$$\frac{\partial F}{\partial x}=0,\Rightarrow\frac{\partial F}{\partial \dot{x}}=c$$

$$1+t^2\dot{x}+\dot{x}t^2=c,\ 2t^2\dot{x}=c-1,$$

$$\dot{x}=\frac{c-1}{2t^2},\ x=-\frac{c-1}{2t},\ \overline{x}=\frac{c_1}{t},$$

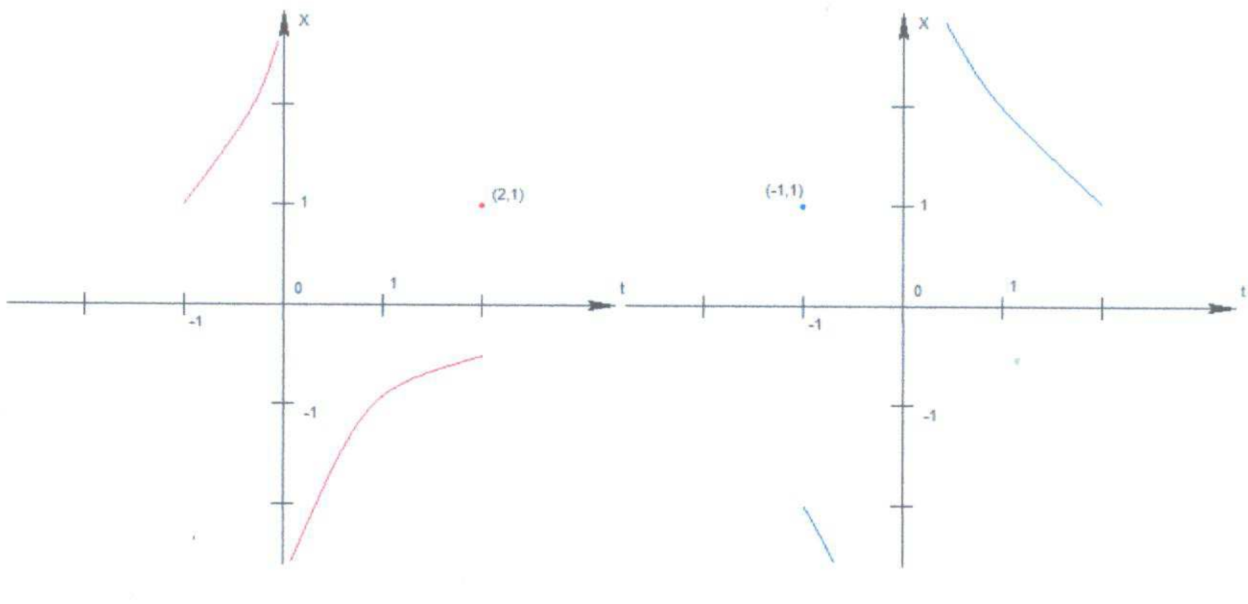
$$\frac{\partial^2 F}{\partial \dot{x}^2}=2t^2+1\geq 0,\ \Rightarrow\ \text{решение является слабым минимумом}$$

$$x(-1)=-c,\ c=-1$$

$$x(2)=\frac{c}{2},\ c=2$$

2 решения: 1) $\overline{x}=-\frac{1}{t}$ с точкой разрыва 1 рода $x(2)=1$

2) $\overline{x}=\frac{2}{t}$ с точкой разрыва 1 рода $x(-1)=1$



Ответ: 1) $\overline{x}=-\frac{1}{t}$ с точкой разрыва 1 рода $x(2)=1$

2) $\overline{x}=\frac{2}{t}$ с точкой разрыва 1 рода $x(-1)=1$

Часть 2

№1

$$I=\frac{1}{2}\int_0^1 u^2dt \longrightarrow \min,\ \dot{x}_1=x_2, \dot{x}_2=u$$

$x_1(0)=1,\ x_1(1)=0,\ x_2(0)=1,\ x_2(1)=0.$

Решение:

1) $H=-\dfrac{u^2}{2}+\psi_1x_2+\psi_2u=\max\limits_u H$

$\dfrac{\partial H}{\partial u}=-u+\psi_2,\ u=\psi_2$

$\dfrac{\partial^2 H}{\partial u^2}=-1<0, \Rightarrow \max\limits_u H,\ \bar{u}=\psi_2$

2) $\begin{cases}\dfrac{d\psi_1}{dt}=-\dfrac{\partial H}{\partial x_1},\\ \dfrac{d\psi_2}{dt}=-\dfrac{\partial H}{\partial x_2}\end{cases}\quad \begin{cases}\dot{\psi}_1=0,\\ \dot{\psi}_2=-\psi_1,\end{cases}\quad \begin{cases}\psi_1=c_1\\ \psi_2=c_2-c_1t\end{cases}$

$u=c_2-c_1t$

$\begin{cases}\dot{x}_2=c_2-c_1t\\ \dot{x}_1=x_2\end{cases}\quad \begin{cases}x_2=c_2t-c_1\dfrac{t^2}{2}+c_3\\ x_1=-\dfrac{c_1}{6}t^3+\dfrac{c_2}{2}t^2+c_3t+c_4\end{cases}$

$x_1(0)=c_4=1,\ x_2(0)=c_3=1$

$\begin{cases}x_1(1)=-\dfrac{c_1}{6}+\dfrac{c_2}{2}+2=0,\\ x_2(1)=c_2-\dfrac{c_1}{2}+1=0;\end{cases}\quad \begin{cases}c_1=-18,\\ c_2=-10;\end{cases}$

$\bar{x}_1=3t^3-5t^2+t+1,$

$\bar{x}_2=9t^2-10t+1,$

$\bar{u}=-10+18t.$

Ответ: $\bar{x}_1=3t^3-5t^2+t+1;\ \bar{x}_2=9t^2-10t+1; \bar{u}=-10+18t.$

№2

$$I = \frac{1}{2}\int_{t_0}^{t_k} u^2 dt + 4x(t_k) \longrightarrow \min$$

$\dot{x} = u,\ x(0) = 1,\ x(t_k) \neq fixe.$

Решение:

1) $H = -\dfrac{u^2}{2} + \psi u$

$\dfrac{\partial H}{\partial u} = -u + \psi,\ u = \psi,$

$\dfrac{\partial^2 H}{\partial u^2} = -1 < 0, \Rightarrow \max\limits_{u} H,\ \bar{u} = \psi.$

2) $\dfrac{d\psi}{dt} = -\dfrac{\partial H}{\partial x}, \dot{\psi} = 0,$

$\begin{cases} \bar{u} = c_1 \\ \dot{x} = u \end{cases} \begin{cases} \bar{u} = c_1 \\ \bar{x} = c_1 t + c_2 \end{cases}$

3) *Запишем граничное условие*:

$\psi(t_k) = -\dfrac{\partial F}{\partial x}(t_k)$

$\psi(t_k) = -4,\ \psi = const \Rightarrow \psi = -4,\ c_1 = -4$

$\begin{cases} \bar{u} = -4 \\ \bar{x} = -4t + c_2 \end{cases} \begin{cases} \bar{u} = -4 \\ \bar{x}(0) = 1 \Rightarrow c_2 = 1 \end{cases} \begin{cases} \bar{u} = -4 \\ \bar{x} = 1 - 4t_k \end{cases}$

Ответ: $u = -4,\ \bar{x} = 1 - 4t_k.$

№3

$$I=\int_0^1 (u^2+x^2)dt \longrightarrow \min,\ \dot{x}=u,\ x(0)=0,\ x(1)=0,5.$$

Решение:

1) $H=-u^2-x^2+\psi u,$

$$\frac{\partial H}{\partial u}=-2u+\psi,\ u=\frac{\psi}{2}$$

$$\frac{\partial^2 H}{\partial u^2}=-2<0,\Rightarrow \max_u H,\ \bar{u}=\frac{\psi}{2}$$

$$2)\begin{cases}\dot{\psi}=-\dfrac{\partial H}{\partial x},\\ \dot{x}=u;\end{cases} \begin{cases}\dot{\psi}=2x,\\ \dot{x}=u=\dfrac{\psi}{2};\end{cases} \begin{cases}\dot{\psi}=2\ddot{x},\\ 2\ddot{x}=2x.\end{cases} \begin{cases}\ddot{x}-x=0\\ \dot{x}=\dfrac{\psi}{2}=\bar{u}\end{cases}$$

$$\ddot{x}-x=0$$

$$k^2=1,\ k_{1,2}=\pm 1,\ x=c_1e^t+c_2e^{-t}$$

$$\begin{cases}x(0)=c_1+c_2=0\\ x(1)=c_1e+\dfrac{c_2}{e}=\dfrac{1}{2}\end{cases} \begin{cases}c_1=-c_2\\ c_1(e-\dfrac{1}{e})=\dfrac{1}{2}\end{cases} \begin{cases}c_1=\dfrac{e}{2(e^2-1)}\\ c_2=\dfrac{-e}{2(e^2-1)}\end{cases}$$

$$\bar{x}=\frac{e}{2(e^2-1)}[e^t-e^{-t}],\ \bar{u}=\dot{\bar{x}}=\frac{e}{2(e^2-1)}[e^t+e^{-t}]$$

Ответ: $\bar{x}=\dfrac{e}{2(e^2-1)}[e^t-e^{-t}],\ \bar{u}=\dfrac{e}{2(e^2-1)}[e^t+e^{-t}]$

№4

$\dot{x}_1 = x_2,\ \dot{x}_2 = -x_1 + u$

$x_1(0) = 0,\ x_2(0) = 0,\ |u| \in 1.$

$I = x_2(2\pi),\ t \in [0;2\pi].$

Решение:

1) $H = \psi_1 x_2 + \psi_2(u - x_1) \longrightarrow \max\limits_{u \in 1} H$

2) $\begin{cases} \dot{\psi}_1 = -\dfrac{\partial H}{\partial x_1}, \\ \dot{\psi}_2 = -\dfrac{\partial H}{\partial x^2}; \end{cases} \begin{cases} \dot{\psi}_1 = \psi_2, \\ \dot{\psi}_2 = -\psi_1; \end{cases} \begin{cases} \ddot{\psi}_1 = -\psi_1, \\ \ddot{\psi}_2 = -\psi_1; \end{cases} \begin{cases} \psi_1 = c_1 \cos t + c_2 \sin t, \\ \psi_2 = -c_1 \sin t + c_2 \cos t; \end{cases}$

3) *Используем условие:* $\psi(t_k) = -\dfrac{\partial F}{\partial x}(t_k)$

$\begin{cases} \psi_1(t_k) = 0, \\ \psi_2(t_k) = -1; \end{cases} \begin{cases} \psi_1(2\pi) = c_1 = 0, \Rightarrow c_1 = 0, \\ \psi_2(2\pi) = c_2 = -1, \Rightarrow c_2 = -1; \end{cases}$

$\begin{cases} \psi_1 = -\sin t, \\ \psi_2 = -\cos t; \end{cases}$

4) $\begin{cases} \psi_2 \geq 0, \Rightarrow\ \bar{U} = 1,\ t \in [\dfrac{\pi}{2}; \dfrac{3\pi}{2}] \\ \psi_2 < 0, \Rightarrow\ \bar{U} = -1,\ t \in [0; \dfrac{\pi}{2}) \cup (\dfrac{3\pi}{2}; 2\pi] \end{cases}$

а) $\bar{u} = 1, \Rightarrow \begin{cases} \dot{x}_2 = 1 - x, \\ \dot{x}_1 = x_2; \end{cases} \begin{cases} \ddot{x}_1 + x_1 = 1, \\ x_2 = \dot{x}_1; \end{cases} \begin{cases} \bar{x}_1 = c_3 \sin t + c_4 \cos t + A, \\ \bar{x}_2 = c_3 \cos t - c_4 \sin t \end{cases}$

б) $\bar{u} = -1, \Rightarrow \begin{cases} \dot{x}_2 = -x_1 - 1, \\ \dot{x}_1 = x_2; \end{cases} \begin{cases} x_1 = c_5 \cos t + c_6 \sin t - 1, \\ \bar{x}_2 = -c_5 \sin t + c_6 \cos t \end{cases}$

$x_1(0) = c_5 - 1 = 0,\ c_5 = 1$

$x_2(0) = c_6 = 0\ \Rightarrow\ \bar{x}_1 = \cos t - 1,\ \bar{x}_2 = -\sin t$

$I = \bar{x}_2(2\pi) = 0$

Ответ: $\bar{x}_2 = -\sin t,\ \bar{u} = 1$ *при* $t \in [\dfrac{\pi}{2}; \dfrac{3\pi}{2}]$, $\bar{u} = -1$ *при* $t \in [0; \dfrac{\pi}{2}) \cup (\dfrac{3\pi}{2}; 2\pi]$.

№5

$$I=\int_0^T (x+u^2)dt;\ \dot{x}=u,\ x(0)=0, |u|\le 1$$

$а)\ T=1,\ б)\ T=3$

Решение:

$1)\ H=\psi u - x - u^2$

$$\frac{\partial H}{\partial u}=\psi-2u,\ u=\frac{\psi}{2}$$

$$\frac{\partial^2 H}{\partial u^2}=-2<0,\ \Rightarrow\ \overline{u}=\frac{\psi}{2}$$

$$2)\begin{cases}\dot{x}=u,\\ \dot{\psi}=1;\end{cases}\ \begin{cases}\overline{x}=\dfrac{t^2}{4}+c_1\dfrac{t}{2}+c_2\\ \psi=t+c_1\end{cases}$$

$$\overline{u}=\frac{t+c_1}{2}$$

Используем условие: $|u|\le 1.$

$$(\frac{t+c_1}{2})\le 1,$$

$$\overline{u}=\begin{cases}\dfrac{c_1+t}{2}, если\ |c_1+t|\le 2\\ 1, если \dfrac{c_1+t}{2}>1\\ -1, если \dfrac{c_1+t}{2}<1\end{cases}$$

3) *Использум условие трансверсальности*:

$\psi(T)\delta x(T)=0, \delta x(T)\ne 0, \Rightarrow \psi(T)=0,$

$\psi=t+c_1,\ \psi(T)=T+c_1,\ \Rightarrow c_1=-T.$

$а)\ T=1$

$$c_1=-1,\ \overline{x}=\frac{t^2}{4}-\frac{t}{2}+c_2,\ \overline{x}(0)=0,\ \Rightarrow\ c_2=0,\ \overline{x}=\frac{t^2}{4}-\frac{t}{2}$$

$$\overline{u}=\frac{t-1}{2},\ |\frac{t-1}{2}|<1\ при\ t\in[0;1]$$

$|u|\le 1$ *выполняется*

Задача о выборе оптимального маршрута.

Самолет (или другой летательный аппарат), находящийся в точке А, имеющий скорость V_0 и высоту H_0, должен быть поднят на заданную высоту $H_{кон}$, а скорость его доведена до значения $V_{кон}$ (точка В). Известен расход горючего, необходимый для подъема с любой высоты H_1 на высоту H_2 при постоянной скорости V, и расход на высоте H. Найти оптимальный режим набора высоты и скорости, при которых общий расход горючего будет минимальным.

Пусть необходимо выбрать оптимальный маршрут АВС, где С – любая промежуточная точка.

$$W_{ACB} = W_{AC} + W_{CB};$$

$$\bar{u}_1 = \arg\min_{u\in U} W_{AC} \ - \textit{стратегия на участке } AC;$$

$$\bar{u}_2 = \arg\min_{u\in U} W_{CB} \ - \textit{стратегия на участке } CB;$$

$$\min W_{ACB} = S_{ACB}(t_0, x_0) - \textit{функция будущих потерь};$$

$$S_{ACB} = \min_{u_1 u_2}(W_{AC} + W_{CB});$$

$$S_{ACB} = \min_{u_1}(W_{AC} + \min_{u_2} W_{CB}).$$

Получим рекуррентное соотношение:

$$S_{ACB} = \min_{u_1}(J_{AC} + S_{CB}).$$

Отступим на один шаг от точки В, получим точку C^*.

Оптимизируем возможности перехода $C^* \to B$.

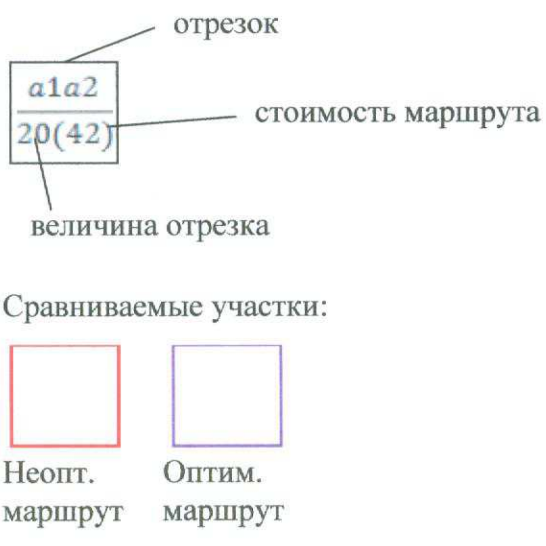
Представляем и запоминаем их в виде зависимости от координаты точки С.

Отступим еще на один шаг. Оптимизируем переход $C^{**} \to B$ таким образом, чтобы учитывались координаты C^*.

На каждом шаге сравниваются только те стратегии, начало и конец которых совпадают. Решение иллюстрируется графической схемой «веника», а затем отображается на плоскости параметров H-V.

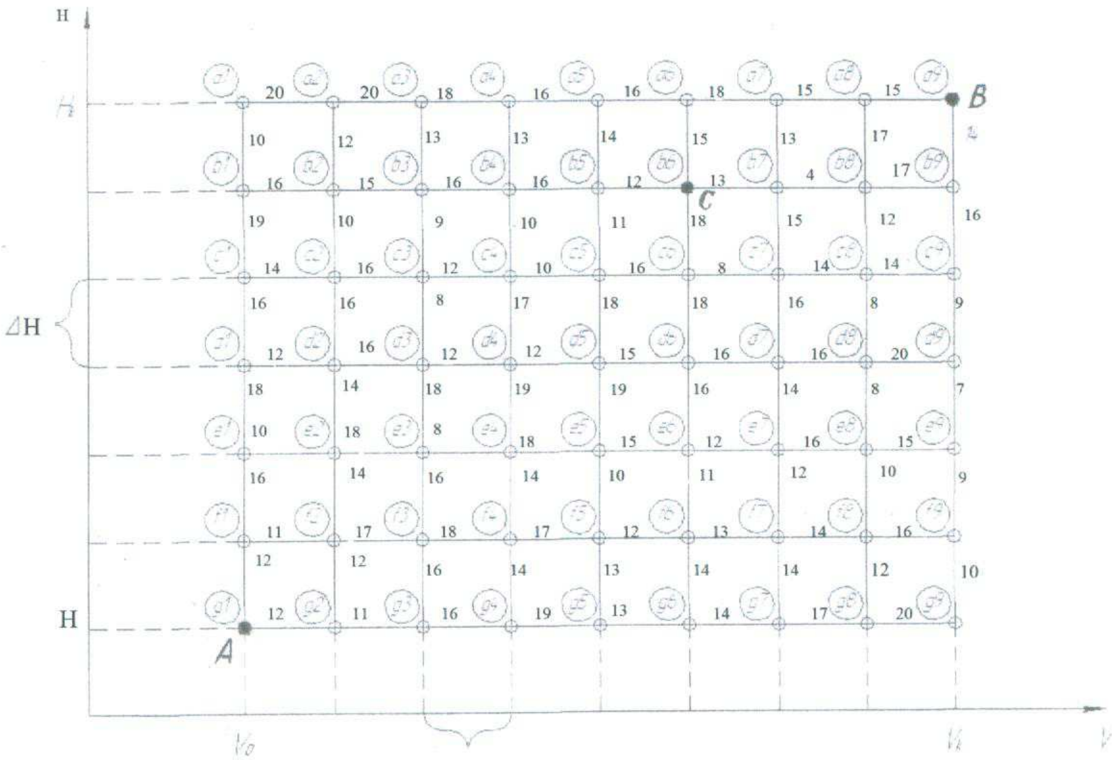
Решение. На основании соотношений будем решать задачу последовательно, двигаясь от точки В к точке А.

Процесс решения удобно изобразить в виде расходящегося «веника», на каждом узле которого, начиная со второго, идёт исключение неоптимальных маршрутов (выделяются красными квадратами). Постепенно «веник» начинает сужаться, пока не сходится к начальной точке А (результат обведён жирной рамкой).



Оптимизируем возможность перехода $B \to C$. Графическая схема «веника» это оптимизация представлена на рис.1.

Оптимизируем возможность перехода $A \to C$. Графическая схема «веника» это оптимизация представлена на рис.1.


H
H_1
ΔH
H
A
B
C
V_0
V_1
V

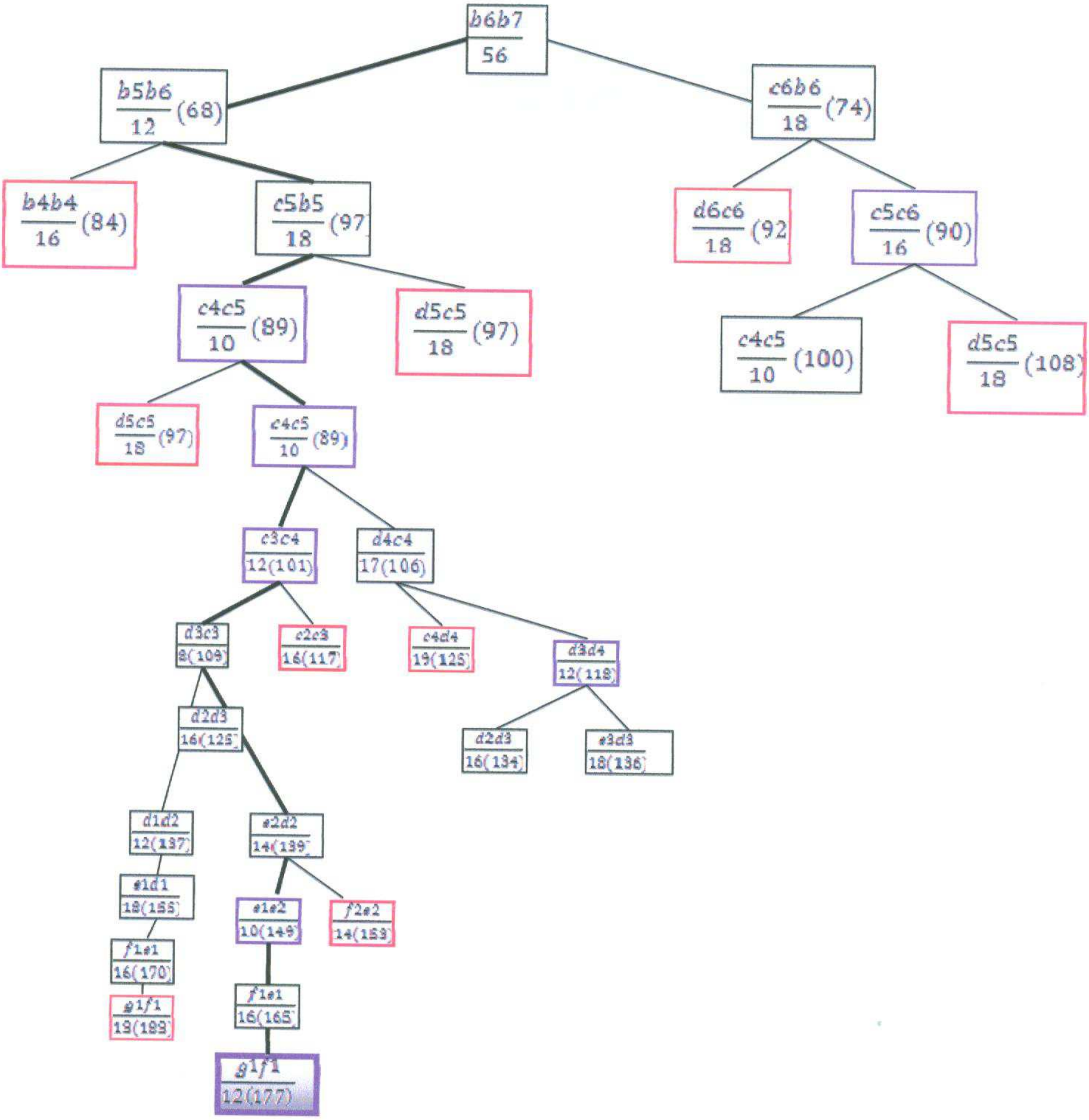


Рис.2

Оптимальный путь прохода из точки В к точке А изображён на (рис.2)

$b6(C) \to b5 \to c5 \to c4 \to c3 \to d3 \to d2 \to e2 \to e1 \to f1 \to g1(A)$

$minW_{DCA} = 177$

ОТВЕТ: Оптимальная стоимость пути составляет 177