Министерство высшего и среднего специального
образования РСФСР
Куйбышевский ордена Трудового Красного Знамени
авиационный институт имени академика С.П.Королева

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЛОГАРИФМИЧЕСКОГО
ДЕКРЕМЕНТА ЗАТУХАНИЯ

Утверждено
редакционно-издательским
советом института
в качестве
методических указаний
к лабораторной
работе № 11-М
для студентов

Куйбышев 1989

Составители: Б.П. Д ь я ч е н к о, Т.М. Л а р и о н о в

УДК 534.075

Определение логарифмического декремента затухания: Метод.указания /Сост. Б.П. Д ь я ч е н к о, Т.М. Л а р и о н о в а; Куйбыш.авиац.ин-т. Куйбышев, 1989. 12 с.

Методические указания к лабораторной работе содержат краткие сведения о характеристиках затухающих колебаний, дается обоснование экспериментального их определения.

Приводятся схема экспериментальной установки, порядок выполнения работы, перечень контрольных вопросов, необходимых для самостоятельной подготовки студентов, и перечень рекомендуемой литературы.

Лабораторная работа предназначена для студентов дневных и вечерних отделений факультетов.

Цель работы: экспериментальное изучение основных закономерностей затухающих колебаний и определение логарифмического декремента затухания.

Приборы и принадлежности: лабораторная установка FPM-07.

КРАТКАЯ ТЕОРИЯ

Процесс изменения какой-либо физической величины во времени называется колебанием. Различают колебания периодические и апериодические (рис. I). В периодическом процессе изменение какой-либо величины повторяется в том же виде через равные промежутки времени - период. Период - это время одного полного колебания.

Среди разнообразных колебаний, встречающихся в природе, значительное место занимают гармонические колебания. Гармонические колебания представляют собой периодический процесс, в котором изменения наблюдаемой величины происходят по закону синуса или косинуса. Например,

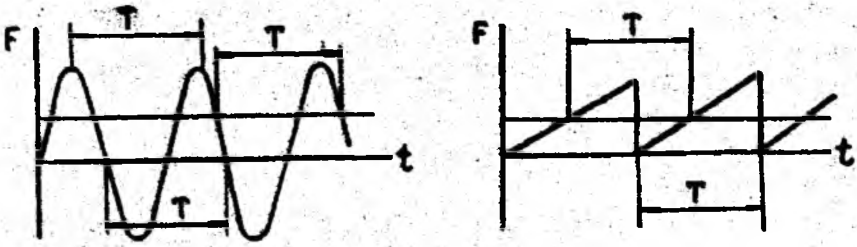
$$x = A_0 \sin(\omega t + \varphi_0), \qquad (I)$$

где ω - круговая (циклическая) частота; φ_0 - начальная фаза колебаний; A_0 - амплитуда колебаний.

Амплитудой колебаний называется максимальное отклонение от положения равновесия. Фаза колебаний - это аргумент тригонометрической функции в уравнении (I). Фаза определяет положение системы в любой момент времени. Число колебаний в единицу времени называют частотой колебаний.

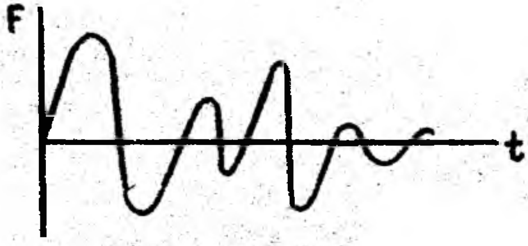
Если на колебательную систему после снятия возмущения не действуют никакие силы, то она может совершать колебания бесконечно долго. Такие колебания называются свободными, незатухающими (рис.I) и они описываются уравнением (I). Однако, всегда имеется трение или другое сопротивление движению, которые вызывают затухание колебаний. Поэтому свободные колебания являются затухающими (рис.2).

Вынужденные колебания происходят под действием внешней периодической силы. Амплитуда вынужденных колебаний зависит не только от величины действующей внешней силы, но и от ее частоты.



а

периодические колебания



б

апериодические колебания

Рис. I

Амплитуда вынужденных колебаний резко возрастает, если частота внешней силы близка к частоте собственных колебаний системы (рис.3). Это явление называется резонансом.

При затухающих механических колебаниях энергия, сообщенная при начальном их возбуждении, постепенно переходит в тепловую форму.

Энергия пропорциональна квадрату амплитуды, следовательно, при убывании энергии уменьшается и амплитуда. Закон убывания амплитуды определяется быстротой расхода энергии системы.
В большинстве случаев расход энергии обусловлен наличием сопротивления. Силы трения довольно сложно зависят от скорости, но при малых скоростях можно считать, что сила трения пропорциональна скорости движения. Поэтому уравнение движения в процессе затухающих колебаний имеет вид

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -r\frac{dx}{dt} - kx, \qquad (2)$$

где m - масса тела; x - смещение; r - коэффициент сопротивления; k - жесткость; $r\frac{dx}{dt}$ - сила трения;
kx - возвращающая сила упругой природы.

Уравнение (2) - дифференциальное уравнение затухающих колебаний.
Разделим (2) на m и введем обозначения $\frac{r}{m} = 2\delta$, $\frac{k}{m} = \omega_0^2$, тогда получим

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\delta\frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0. \qquad (3)$$

Здесь ω_0 - частота свободных колебаний при отсутствии трения.
Решение этого уравнения имеет вид

$$x = A_0 e^{-\delta t}\cos(\omega_1 t + \varphi).$$

В этом выражении $\omega_1 = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{r^2}{4m^2}}$ - частота свободных затухающих колебаний; $\delta = \frac{r}{2m}$ - коэффициент затухания, характеризующий быстроту изменения амплитуды колебаний; A_0 и φ - постоянные, зависящие от начальных условий.

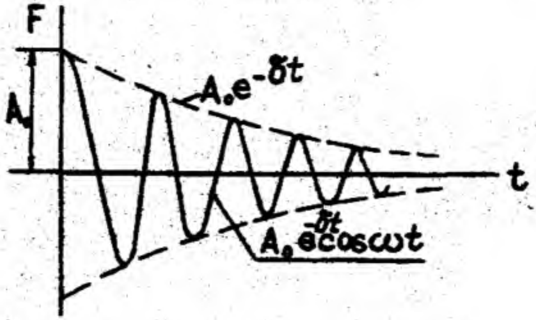


Рис.2. Затухающие колебания.

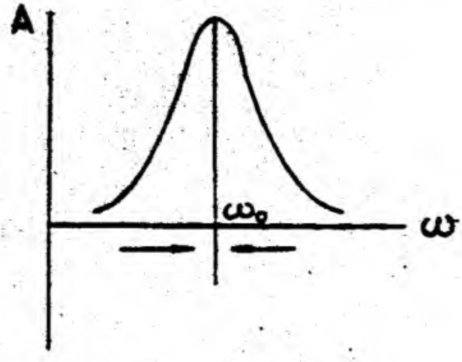


Рис. 3. Резонансная кривая.

Частота ω_1 затухающих колебаний меньше частоты свободных колебаний ω_0 при отсутствии трения.

Затухающие колебания можно рассматривать как гармонические колебания с экспоненциально убывающей амплитудой, скорость убывания которой определяется коэффициентом затухания δ.

При этом сам по себе коэффициент затухания δ не характеризует колебательную систему, т.к. в зависимости от периода за одно и тоже время t разные системы совершают разное число колебаний. Поэтому для оценки затухания системы в зависимости от числа колебаний пользуются декрементом затухания-безразмерной величиной, равной отношению двух последующих амплитуд A_1 и A_2, разделенных одним периодом.

$$A_1 = A_0 e^{-\delta t}$$
$$A_2 = A_0 e^{-\delta(t+T_1)}.$$

Здесь $T = \frac{2\pi}{\omega_1}$ - период затухающих колебаний. Тогда декремент затухания определится выражением

$$\frac{A_1}{A_2} = e^{-\delta T}. \qquad (4)$$

Возьмем натуральный логарифм этого выражения и получим

$$\Delta = \delta T. \qquad (5)$$

Это выражение определяет логарифмический декремент затухания.

Используя закон изменения амплитуды $A = A_0 e^{-\delta t}$ и соотношение (5), можно закон убывания амплитуды во времени записать в виде

$$A = A_0 e^{-\frac{\Delta}{T} t} \quad \text{или} \quad \frac{A_0}{A} = e^{\Delta/T\, t}$$

Приняв $A_0 = 2A$, получим формулу для определения логарифмического декремента затухания

$$\Delta = \ln 2 \frac{T_1}{t_1}, \tag{6}$$

где t_1 - время, в течение которого амплитуда колебаний уменьшилась в два раза.

ОПИСАНИЕ ЛАБОРАТОРНОЙ УСТАНОВКИ

Экспериментальная установка представлена на рис.4.

На вертикальной стойке 2 основания I размещается червячный редуктор, который осуществляет поворот и фиксацию нижнего кронштейна 3. Червячный редуктор приводится во вращение маховиком, а отсчет угла наклона образца производится по шкале 4.

Шкала отсчета амплитуды колебаний маятника 5 представляет собой пластину, в которой имеется гнездо для установки образца. По шкале определяется угол отклонения маятника от положения равновесия.

В верхнем кронштейне 7 размещается механизм подвеса маятника, который позволяет регулировать его длину. Маятник 8 представляет металлический шарик, подвешенный на тонкой нити. Датчик 9 регистрации прохождения маятника через положения равновесия-фотоэлектрический. Он размещен на нижнем кронштейне и служит для выдачи электрического сигнала на миллисекундомер IO.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

I. Регулировочными винтами установить прибор так, чтобы нить маятника оказалась против нулевого деления шкалы.

2. Отрегулировать длину маятника так, чтобы при его колебании шарик перемещался по рабочей поверхности образца, не касаясь шкалы.

3. С помощью маховика установить угол наклона маятника $\beta = 45^{\circ}$.

4. Включить в сеть 220 В шнур питания миллисекундомера.

5. Нажать на кнопку "СЕТЬ", расположенную на лицевой панели прибора. При этом должны загореться цифровые индикаторы (нули).

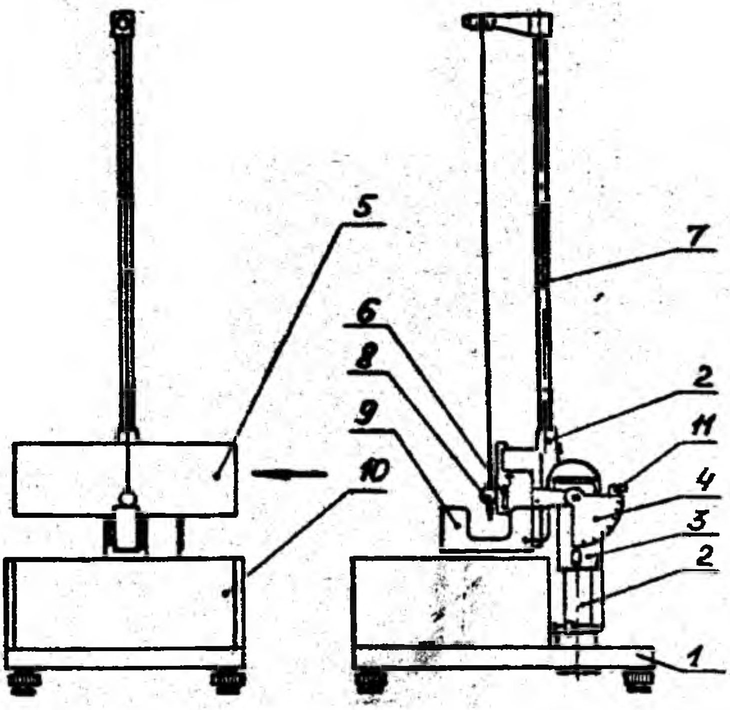


Рис. 4. Схема экспериментальной установки.

6. Отклонив маятник от положения равновесия на угол $\sim 8^0$ и, измеряя число колебаний N и время t, определить период $T_1 = t/N$. Измерения повторить 3-5 раз.

7. Вывести маятник из положения равновесия и, отмечая начальную амплитуду A_0 ($\sim 10^0$), измерить время, в течение которого амплитуда уменьшится в два раза. Измерения повторить 3-5 раз.

8. Результаты измерений занести в таблицу.

Таблица

№ п/п	N	t, с	T, с	t_1, с	$\Delta = \ln 2 \frac{T}{t_1}$
1					
2					
3					
4					
5					
Среднее значение	X	X	X	X	

ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

1. Рассчитать по формуле (6) для каждого измерения логарифмический декремент затухания.

2. Определить величину полуширины доверительного интервала, используя следующие соотношения:

$$\bar{\Delta} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \Delta_i ;$$

$$\Delta(\Delta_i) = \Delta_i - \bar{\Delta} ;$$

$$S_{\bar{\Delta}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} \Delta(\Delta_i)^2}{n(n-1)}};$$

$$\Delta_{гр} = t_{\alpha,n} \cdot S_{\bar{\Delta}},$$

где $t_{\alpha,n}$ - коэффициент Стьюдента.

Принять доверительную вероятность

$$\alpha = 0,95 .$$

3. Записать величину логарифмического декремента затухания в виде $\Delta = \bar{\Delta} \pm \Delta_{гр}$;

4. Определить относительную погрешность измерений

$$\varepsilon = \frac{\Delta_{гр}}{\bar{\Delta}} \cdot 100\%.$$

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

I. Какой процесс называется колебательным? Какие виды колебаний мы различаем?

2. Что такое логарифмический декремент затухания?

3. Какие колебания называются вынужденными?

4. Что такое резонанс?

5. Что больше: период затухающих колебаний или период колебаний, когда трение отсутствует?

6. Являются ли затухающие колебания гармоническими?

7. Что называется амплитудой, фазой, частотой, периодом колебаний?

8. Изменится ли период колебаний маятника при изменении его длины? Почему?

Библиографический список

Савельев И.В. Курс общей физики. Т. I. §§ 58-6I. М.: Наука, I982.

Стрелков С.П. Механика. §§ I23-I28. М.: Наука, I975.

Сивухин Д.В. Общий курс физики. Т. I. Механика. §§ 39-4I. М.: Наука, I974.

Лабораторный практикум по физике /Под ред. А.С.Ахматова. М.: Высшая школа, I980.