

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ

ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ имени академика С.П. Королева»

ПРИМЕНЕНИЕ ЭВМ ПРИ ВЫПОЛНЕНИИ
КУРСОВЫХ И РАСЧЕТНО-
ПРОЕКТИРОВОЧНЫХ РАБОТ
ПО СОПРОТИВЛЕНИЮ МАТЕРИАЛОВ

*Утверждено Редакционно-издательским советом университета в
качестве задания и методических указаний к курсовым
и расчетно-проектировочным работам*

УДК 620.10

Составители: *В.К. Шадрин, О.В. Каранаева*

Рецензент канд. техн. наук, доцент В. А. Мехеда

**Применение ЭВМ при выполнении курсовых и
расчетно-проектировочных работ по сопротивлению
материалов:** задания и метод. указания к курсовым и расчетно-
проектировочным работам / сост. *В.К. Шадрин, О.В. Каранаева.* –
Самара: Самар. гос. аэрокосм. ун-т; 2008. – 14 с.

Приведены задания к расчетно-проектировочным работам,
методики выполнения курсовых и расчетно-проектировочных
работ по сопротивлению материалов с применением ЭВМ,
характерные примеры.

Методические указания предназначены для студентов всех
специальностей, изучающих курс «Сопротивление материалов».

УДК 620.10

© Самарский государственный
аэрокосмический университет, 2008

САМАРА 2008

I. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПОПЕРЕЧНЫХ СЕЧЕНИЙ ЛОПАТОК ТУРБОМАШИН И ВОЗДУШНЫХ ВИНТОВ

При выполнении данной расчетно-проектировочной работы возникает необходимость определять положение центра тяжести сечения в произвольно выбранных осях x , y , площадь и моменты инерции сечения относительно этих осей. Такие расчеты для сложных сечений, какими являются сечения лопаток турбомашин и воздушных винтов, выполняют обычно численным методом с реализацией на ЭВМ.

1.1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Задано поперечное сечение лопатки турбомашин или воздушного винта (рис.1.1). Требуется определить положение главных центральных осей сечения, главные центральные моменты инерции, моменты сопротивления при изгибе, а также построить эллипс инерции.

Площадь сечения, положение центра тяжести и моменты инерции относительно произвольных осей определить численным методом с применением ЭВМ. Положение главных центральных осей и главные центральные моменты инерции определить аналитическим и графическим способами.

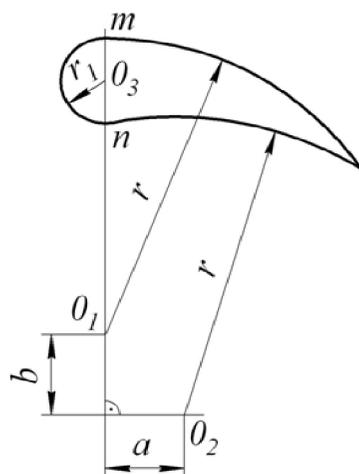


Рис. 1.1. Поперечное сечение лопатки и воздушного винта

В пояснительной записке следует представить задание, реферат, содержание, исходные данные для расчета на ЭВМ, результаты расчета, выданные печатающим устройством, аналитическое и графическое решение с необходимыми пояснениями, выполненный в масштабе чертеж поперечного сечения с изображением всех осей и эллипса инерции.

1.2. ВЫБОР ЗАДАНИЯ

Студенту выдается трехзначный номер, например 376, и номер варианта, например I. Под цифрами следует записать шифр, состоящий из трех букв а, б, в.

3 7 6

а б в

Цифра над буквой указывает, какую строку следует взять в соответствующем столбце таблицы с размерами поперечного сечения лопатки турбомашин (вариант I). Получим следующие исходные данные: $r = 130$ мм; $\gamma = 30^\circ$; $a/r = 0,22$; $b/r = 0,20$;

Вариант I

Поперечное сечение лопатки турбомашин

№ строки	Выбираемые размеры			
	r , мм	γ , град	a/r	b/r
1	110	20	0,16	0,25
2	120	25	0,17	0,24
3	130	30	0,18	0,23
4	140	40	0,19	0,22
5	150	50	0,20	0,21
6	160	60	0,21	0,20
7	170	70	0,22	0,19
8	180	80	0,23	0,18
9	190	85	0,24	0,17
0	200	90	0,25	0,16
	а		б	в

Вариант II

Поперечное сечение воздушного винта

№ строки	Выбираемые размеры			
	r , мм	γ , град	a , мм	b , мм
1	510	20	31	16
2	520	25	32	47
3	530	30	33	18
4	540	40	34	19
5	550	50	35	20
6	560	60	36	21
7	570	70	37	22
8	580	80	38	23
9	590	85	39	24
0	600	90	40	25
	а		б	в

Центр кривизны O_3 (см. рис. 1.1) делит отрезок mn пополам, т.е.

$$r_1 = mn/2.$$

Угол γ используется при построении осей x , y .

1.3. ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ

Численный метод расчета геометрических характеристик заключается в разбиении поперечного сечения на элементарные площадки и вычислении характеристик каждой площадки с последующим их суммированием.

Для определения геометрических характеристик выделенной заштрихованной площадки (рис. 1.2) можно пользоваться известными формулами:

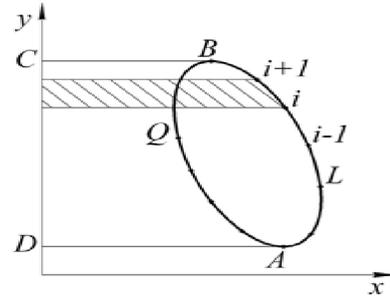


Рис. 1.2. Разбиение произвольного сечения на элементарные площадки

$$A^{(i)} = \frac{(x_{i+1} + x_i)}{2} (y_{i+1} - y_i); \quad (1.1)$$

$$S_x^{(i)} = A^{(i)} \frac{(y_{i+1} + y_i)}{2} = \frac{1}{4} (x_{i+1} + x_i) (y_{i+1}^2 - y_i^2); \quad (1.2)$$

$$I_x^{(i)} = A^{(i)} \frac{(y_{i+1} + y_i)^2}{4} = \frac{1}{8} (x_{i+1} + x_i) (y_{i+1} - y_i) (y_{i+1} + y_i)^2; \quad (1.3)$$

$$I_{xy}^{(i)} = A^{(i)} \frac{(x_{i+1} + x_i)}{4} \frac{(y_{i+1} + y_i)}{2} = \frac{1}{16} (x_{i+1} + x_i)^2 (y_{i+1}^2 - y_i^2); \quad (1.4)$$

При суммировании от A до B (против часовой стрелки) получают геометрические характеристики фигуры $ALBCD$. При суммировании от B до A - фигуры $AQBCD$ с обратным знаком. Следовательно, при суммировании по всему контуру получают геометрические характеристики рассматриваемого сечения:

$$A = \sum_{i=1}^n A^{(i)} = \sum_{i=1}^n \frac{(x_{i+1} + x_i)}{2} (y_{i+1} - y_i); \quad (1.5)$$

$$S_x = \sum_{i=1}^n S_x^{(i)} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{4} (x_{i+1} + x_i) (y_{i+1}^2 - y_i^2); \quad (1.6)$$

$$I_x = \sum_{i=1}^n I_x^{(i)} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{8} (x_{i+1} + x_i) (y_{i+1} - y_i) (y_{i+1} + y_i)^2; \quad (1.7)$$

$$I_{xy} = \sum_{i=1}^n I_{xy}^{(i)} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{16} (x_{i+1} + x_i)^2 (y_{i+1}^2 - y_i^2); \quad (1.8)$$

Аналогично можно вывести формулы:

$$S_y = \sum_{i=1}^n S_y^{(i)} = - \sum_{i=1}^n \frac{1}{4} (y_{i+1} + y_i) (x_{i+1}^2 - x_i^2); \quad (1.9)$$

$$I_y = \sum_{i=1}^n I_y^{(i)} = - \sum_{i=1}^n \frac{1}{8} (y_{i+1} + y_i) (x_{i+1} - x_i) (x_{i+1} + x_i)^2; \quad (1.10)$$

Выражение (1.5)-(1.10) можно получить также после замены интеграла по области интегралом по ее контуру (формула Грина).

Координаты центра тяжести сечения определяются по формулам:

$$x_T = \frac{S_y}{A}; \quad y_T = \frac{S_x}{A}. \quad (1.11)$$

Геометрически характеристики поперечного сечения лопатки или воздушного винта (рис. 1.3) относительно произвольных осей x, y и координаты центра тяжести сечения определяют по формулам (1.5) - (1.11). Для этого наносят на контуре сечения точки и нумеруют их против часовой стрелки, причем точки 1 и n должны совпадать. На каждую из трех дуг, образующих поперечное сечение, рекомендуется наносить по 8 - 30 точек в зависимости от кривизны дуги и ее длины. На дугу с радиусом r_i сечения следует наносить точки через 6 - 8 мм; на дуги с радиусом r - через 10 - 15 мм.

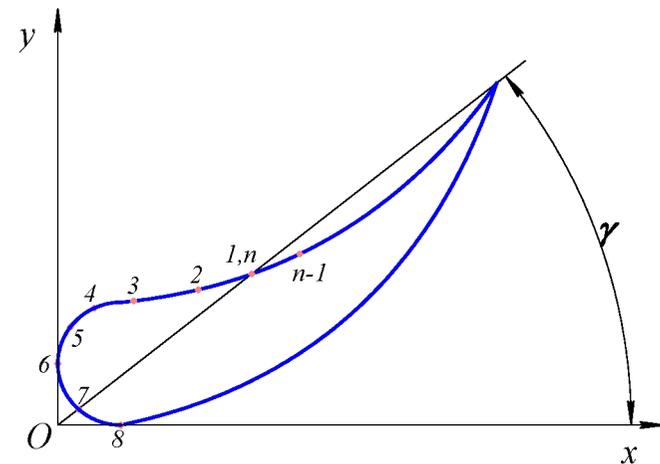


Рис. 1.3. Обозначение точек на контуре сечения

1.4. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. По соответствующим данным вычерчивают поперечное сечение (рис. 1.1).
2. На миллиметровке изображают координатные оси x , y и из начала координат проводят луч под углом γ к оси x (см. рис. 1.3). В этих осях изображают полученное сечение таким образом, чтобы передняя кромка сечения касалась координатных осей, а задняя (острая) кромка лежала на проведенном из начала координат луче.
3. Наносят на контур сечения точки (см. раздел 1.3) и нумеруют их против часовой стрелки, причем первая и последняя точки должны совпадать (желательно, чтобы точек было не больше 50). С чертежа снимают их координаты x и y в миллиметрах, составляют таблицу полученных значений.
4. Подготовленные исходные данные вводятся в компьютер.
5. Используя полученные результаты расчета, изображают центр тяжести сечения, проводят центральные оси x_1 , y_1 , параллельные осям x , y , и вычисляют относительно них осевые и центробежные моменты инерции по формулам преобразования при параллельном переносе осей.
6. Вычисляют главные центральные моменты инерции сечения и определяют положение главных центральных осей аналитическим и графическим (с помощью круга Мора) способами. Проводят главные центральные оси x_0 , y_0 сечения.
7. Вычисляют моменты сопротивления сечения при изгибе.
8. Вычисляют главные радиусы инерции сечения и строят эллипс инерции.
9. Оформляют расчетно-пояснительную записку.

Номер точки	x_i	y_i
	мм	
1		
2		
n-1		
n		

1.6. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Как определяют положение центра тяжести сечения?
2. Какие оси называют главными?
3. Как доказать существование главных осей?
4. Сколько главных осей имеет сечение?
5. Для каких сечений можно, не прибегая к расчетам, установить положение главных осей?
6. Каким свойством обладает сумма осевых моментов инерции относительно двух взаимно перпендикулярных осей?

7. Для какой цели строят эллипс инерции?
8. В чем заключается численный метод определения геометрических характеристик сечений?
9. Для каких геометрических характеристик нельзя применять суммирование по частям сечения?

1.7. ПРИМЕР

Для заданного поперечного сечения лопатки (рис. 1.5) определить положение главных центральных осей, главные центральные моменты инерции, моменты сопротивления при изгибе, построить эллипс инерции.

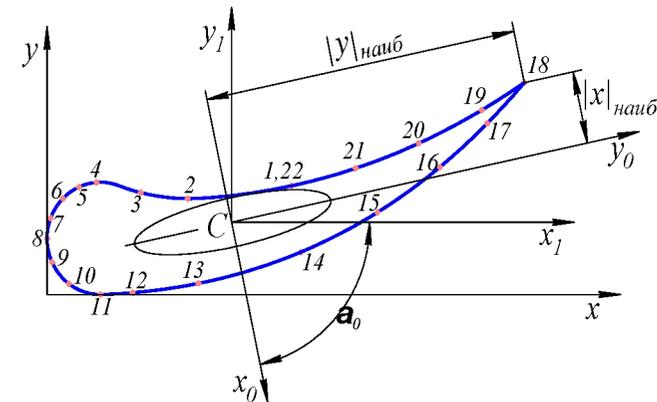


Рис. 1.5. Поперечное сечение лопатки

Определяем координаты точек контура сечения. Для этого нанесем на контур точки (рис. 1.5) и пронумеруем их против часовой стрелки. Первой точке присвоим номер 1 и ей же последний номер 22. Непосредственным измерением с чертежа находим координаты точек и заносим в таблицу (см. разд. 1.4).

В компьютерном классе:

- набираем на дисплее в диалоговом режиме свою фамилию, инициалы и номер группы, нажимаем кнопку «подтвердить».
- вводим количество точек на контуре, нажимаем кнопку «далее».
- вводим номер и координаты каждой точки (в первой колонке x , во второй y).
- после ввода данных нажимаем «просчитать», получаем напечатанные исходные данные и результаты расчета:

Иванов И.И. группа 2207

Координаты точек:

X ₁ = 60	Y ₁ = 28
X ₂ = 43	Y ₂ = 27
X ₃ = 25	Y ₃ = 30
X ₄ = 10	Y ₄ = 30
X ₅ = 6	Y ₅ = 26
X ₆ = 3	Y ₆ = 22
X ₇ = 1	Y ₇ = 19
X ₈ = 0	Y ₈ = 15
X ₉ = 1	Y ₉ = 11
X ₁₀ = 3	Y ₁₀ = 6
X ₁₁ = 7	Y ₁₁ = 3
X ₁₂ = 13	Y ₁₂ = 1
X ₁₃ = 34	Y ₁₃ = 1
X ₁₄ = 58	Y ₁₄ = 5
X ₁₅ = 75	Y ₁₅ = 11
X ₁₆ = 96	Y ₁₆ = 21
X ₁₇ = 114	Y ₁₇ = 38
X ₁₈ = 140	Y ₁₈ = 58
X ₁₉ = 118	Y ₁₉ = 45
X ₂₀ = 100	Y ₂₀ = 36
X ₂₁ = 78	Y ₂₁ = 31
X ₂₂ = 60	Y ₂₂ = 28

Количество точек на контуре сечения: 22

Геометрические характеристики сечения:

Площадь сечения $A = 24 \text{ см}^2$

Координаты центра тяжести: $X_C = 5,11 \text{ см}$, $Y_C = 1,86 \text{ см}$

Моменты инерции:

$$I_X = 91,9 \text{ см}^4$$

$$I_Y = 865 \text{ см}^4$$

$$I_{XY} = 260,8 \text{ см}^4$$

Нанесем на сечение центр тяжести и построим центральные оси x_1, y_1 , параллельные осям x, y (см. рис. 1.5). Вычислим относительно осей x_1, y_1 осевые и центробежный моменты инерции по формулам преобразования при параллельном переносе осей:

$$I_{x_1} = I_x - y_c^2 A = 91,9 - 1,86^2 \cdot 24 = 8,87 \text{ см}^4,$$

$$I_{y_1} = I_y - x_c^2 A = 865 - 5,11^2 \cdot 24 = 238 \text{ см}^4,$$

$$I_{x_1 y_1} = I_{xy} - x_c y_c A = 260,8 - 5,11 \cdot 1,86 \cdot 24 = 32,7 \text{ см}^4.$$

Найдем главные центральные моменты инерции сечения и определим положение главных центральных осей:

$$I_{x_0, y_0} = \frac{I_{x_1} + I_{y_1}}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(I_{x_1} - I_{y_1})^2 + 4I_{x_1 y_1}^2} =$$

$$= \frac{8,87 + 238}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(8,87 - 238)^2 + 4 \cdot 32,7^2} = 123 \pm 119;$$

$$I_{x_0} = I_{\max} = 123 + 119 = 242 \text{ см}^4;$$

$$I_{y_0} = I_{\min} = 123 - 119 = 4 \text{ см}^4;$$

$$\operatorname{tg} \alpha_0 = -\frac{I_{x_0 y_0}}{I_{x_1} - I_{y_1}} = -\frac{32,7}{8,87 - 4} = -6,71;$$

$$\alpha_0 = \operatorname{arctg}(-6,71) = -81,5^\circ.$$

Определим главные центральные моменты инерции и положение главных центральных осей графическим способом с помощью круга Мора (рис. 1.6). Непосредственными измерениями с чертежа получим

$$I_{x_0} \approx 245 \text{ см}^4; I_{y_0} \approx 5 \text{ см}^4; \alpha_0 \approx -80^\circ.$$

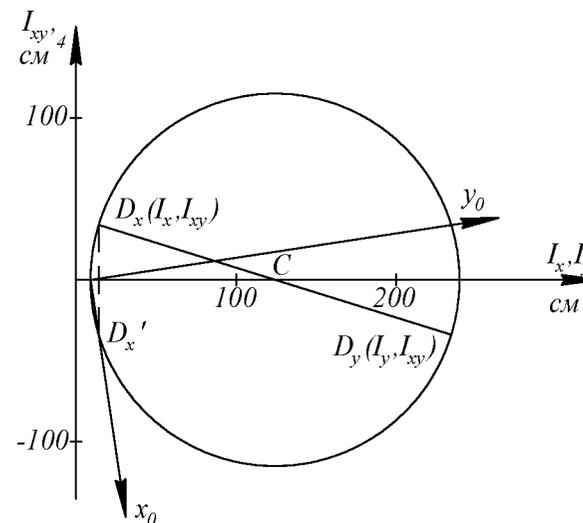


Рис. 1.6. Круг Мора для моментов инерции

Строим главные центральные оси сечения (см. рис. 1.5) и непосредственным измерением находим координаты наиболее удаленных от этих осей точек:

$$|x_0|_{\text{наиб}} = 2,63 \text{ см}; |y_0|_{\text{наиб}} = 9,36 \text{ см}.$$

Вычислим моменты сопротивления сечения при изгибе

$$W_{x_0} = \frac{I_{x_0}}{|y_0|_{\text{наиб}}} = \frac{242}{9,36} = 25,85 \text{ см}^3;$$

$$W_{y_0} = \frac{I_{y_0}}{|x_0|_{\text{наиб}}} = \frac{4}{2,63} = 1,52 \text{ см}^3.$$

Определим радиусы инерции сечения

$$i_{x_0} = \sqrt{\frac{I_{x_0}}{A}} = \sqrt{\frac{242}{24}} = 3,18 \text{ см};$$

$$i_{y_0} = \sqrt{\frac{I_{y_0}}{A}} = \sqrt{\frac{4}{24}} = 0,4082 \text{ см}$$

и построим эллипс инерции (см. рис. 1.5), положение и размеры которого не противоречат закономерностям взаимного расположения эллипса и сечения.

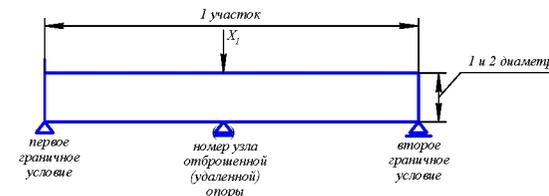
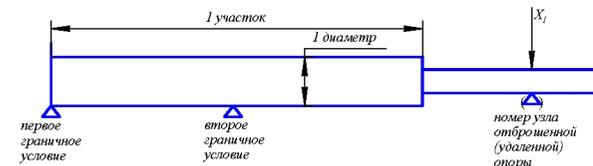
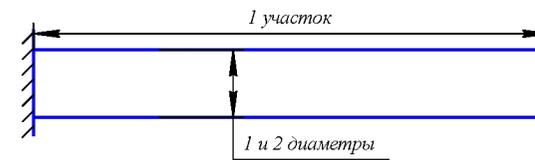
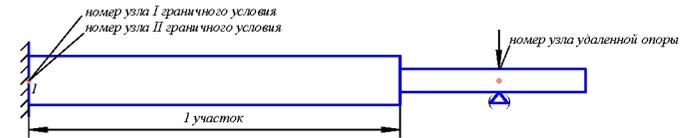
2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ИЗОГНУТОЙ ОСИ БАЛКИ

При выполнении расчетно-проектировочной работы «Расчет балки на прочность при колебаниях» возникает необходимость определения изогнутой оси балки для проверки правильности раскрытия статической неопределимости и определения перемещения $\zeta_{ст}$ от веса груза. Рассматриваемые балки, как правило, имеют несколько грузовых участков и переменные поперечные сечения, поэтому аналитический метод решения поставленной задачи оказывается громоздким. В этом случае естественно применить численный метод решения с использованием ЭВМ.

2.1 ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Длину балки l следует разбить на $n-1$ равных частей длиной 0,05м для обеспечения достаточной точности.
2. Нумерацию узловых точек от 1 до n следует начинать с опоры.
3. Вычислить значения изгибающих моментов M_i в Нм и занести в таблицу:
4. Подготовленные исходные данные вводятся в компьютер:

Номер узла	M_i , Нм
1	
2	
$n-1$	
n	



5. Получают результаты расчета – перемещения узловых точек в мм, по которым строится изогнутая ось балки.
6. В точке, где приложен вес груза, и будет $\zeta_{ст}$.
7. Выполняется проверка правильности раскрытия статической неопределимости

2.2 ПРИМЕР

На рис изображена статически неопределимая балка переменного сечения. При расчете этой балки на колебания нужно определить прогиб на левом конце от силы веса груза $F_G = 2$ кН. Расчет прогиба выполним на ЭВМ, используя эквивалентную систему (рис.). Результатами расчета воспользуемся также для генеральной проверки раскрытия статической неопределимости. Заданную длину балки $l = 1,5$ м разобьем на 15 равных частей. Вычислим изгибающие моменты.

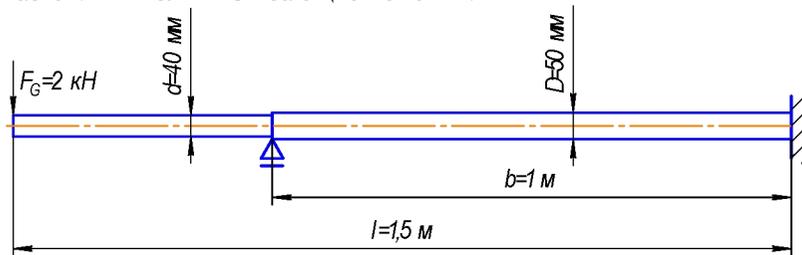


Рис. Статически неопределенная балка переменного сечения

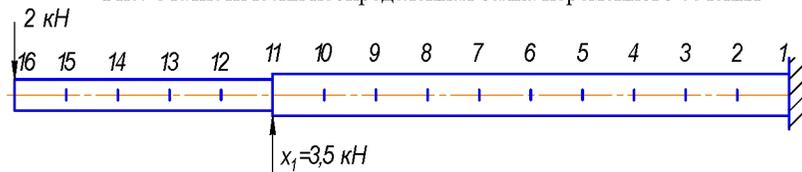


Рис. Эквивалентная система

В компьютерном классе:

- набираем на дисплее в диалоговом режиме свою фамилию, инициалы и номер группы, нажимаем кнопку «подтвердить».
- вводим исходные данные:
 - количество узловых точек на оси балки 16
 - номер узла первого граничного условия 1
 - номер узла второго граничного условия 1
 - диаметр первого участка 0,05
 - диаметр второго участка 0,04
 - длина балки 1,5
 - номер узла удаленной опоры 11
 - количество узлов первого участка 11
- нажимаем кнопку «далее».
- вводим значения изгибающих моментов построчно.

- после ввода данных нажимаем «просчитать» и на «печатать» получаем напечатанные исходные данные и результаты расчета:

Изогнутая ось балки, построенная по данным распечатки, приведена на рис.

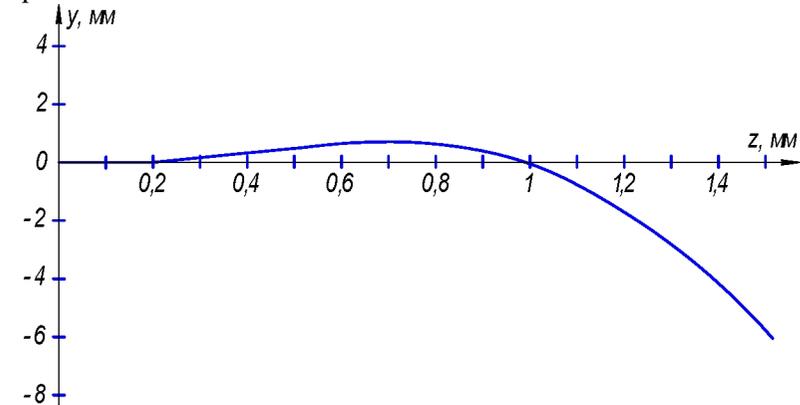


Рис. Изогнутая ось балки

Определяем погрешность раскрытия статической неопределимости

Учебное издание

ПРИМЕНЕНИЕ ЭВМ ПРИ ВЫПОЛНЕНИИ
КУРСОВЫХ И РАСЧЕТНО-
ПРОЕКТИРОВОЧНЫХ РАБОТ
ПО СОПРОТИВЛЕНИЮ МАТЕРИАЛОВ
Методические указания

Составители: *Шадрин Валентин Карпович,
Караньева Оксана Валериевна*

Редактор Т.И. Кузнецова
Компьютерная верстка

Подписано в печать 29.08.2008 г. Формат 60x84 1/8.
Бумага офсетная. Печать офсетная. Усл. печ. л. 1,0
Тираж 300 экз. Заказ Арт. С – 50 /2008

Самарский государственный аэрокосмический
университет имени академика С.П.Королева
443086, Самара, московское шоссе, 34

Изд-во Самарского государственного аэрокосмического
университета. 443086, Самара, Московское шоссе, 34.