

**САМАРА**

П 765

**САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ имени академика С.П. КОРОЛЕВА**

**ПРИМЕРЫ РАСЧЕТА  
ХАРАКТЕРИСТИК НАДЕЖНОСТИ  
АВИАЦИОННОЙ ТЕХНИКИ**

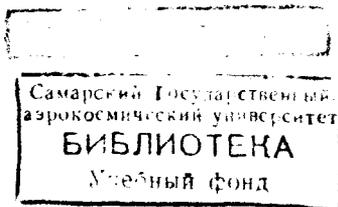
**САМАРА 2002**

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ имени академика С.П. КОРОЛЕВА

**ПРИМЕРЫ РАСЧЕТА  
ХАРАКТЕРИСТИК НАДЕЖНОСТИ  
АВИАЦИОННОЙ ТЕХНИКИ**

Методические указания



САМАРА 2002 (2с3)

Составители: В.А. Кочуров, Г.А. Новиков

УДК 629.7.017.1 - 192

**Примеры расчета характеристик надежности авиационной техники:** Метод. указания / Самар. гос. аэрокосм. ун-т; Самара, 2002. 48 с.

Даны примеры расчета характеристик надежности изделий авиационной техники для различных планов наблюдений и справочные материалы, необходимые для расчетов.

Указания предназначены для студентов, обучающихся по специальности 13.03, и могут быть полезны студентам, обучающимся по другим специальностям, изучающим проблемы надежности технических устройств. Выполнены на кафедре эксплуатации летательных аппаратов и двигателей.

Печатаются по решению редакционно-издательского совета Самарского государственного аэрокосмического университета имени академика С.П. Королева.

Рецензент Суслин А.В.

## СОДЕРЖАНИЕ

1. ЦЕЛЬ И ЗАДАЧИ РАБОТЫ.....	4
2. МЕТОДИКА И ПОРЯДОК РАСЧЕТА ХАРАКТЕРИСТИК НАДЕЖНОСТИ .....	4
3. ПРИМЕРЫ РАСЧЕТА.....	9
4. ОЦЕНКА УРОВНЯ НАДЕЖНОСТИ .....	23
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	25
ПРИЛОЖЕНИЯ .....	26

## 1. ЦЕЛЬ И ЗАДАЧИ РАБОТЫ

Целью настоящей работы является оценка уровня надежности элементов, узлов и агрегатов изделий авиационной техники (АТ). В процессе выполнения работы необходимо освоить методику обработки статистических данных об отказах и неисправностях АТ в эксплуатации с целью определения закона распределения времени наработки изделий до отказа и получения количественных показателей характеристик надежности.

## 2. МЕТОДИКА И ПОРЯДОК РАСЧЕТА

Исходными данными для решения настоящей задачи являются упорядоченные по возрастанию (вариационный ряд) значения наработки до отказа выборки изделий ( $t_i$ ), размер выборки ( $N$ ), количество отказов в выборке ( $n$ ) и вид плана наблюдений.

Порядок расчета следующий:

- 1) группировка данных;
- 2) расчет эмпирических характеристик надежности;
- 3) выбор теоретического закона распределения;
- 4) определение неизвестных параметров закона распределения;
- 5) проверка правильности принятой гипотезы о законе распределения;
- 6) определение точности оценок параметров распределения;
- 7) оценка надежности объекта.

**Группировка данных.** Интервал наработки, на котором обнаружены неисправности, разбивается на несколько разрядов (интервалов) величиной  $\Delta t$ . Количество разрядов  $k$  определяется правилом Старджена:

$$k = 1 + 3,3 * \lg n. \quad (1)$$

**Расчет эмпирических характеристик надежности.** В каждом интервале  $\Delta t_i$  производится расчет эмпирических значений плотности  $f^*(t)$ , интенсивности  $\lambda^*(t)$  отказов и вероятности безотказной работы  $P^*(t)$  по формулам:

$$f_i^*(t) = \frac{\Delta n_i}{N * \Delta t_i}; \lambda^*(t) = \frac{\Delta n_i}{\left( N - \sum_{i=0}^{i-1} \Delta n_i \right) \Delta t_i}; P_i^*(t) = \frac{f_i^*(t)}{\lambda_i^*(t)}, \quad (2)$$

где  $(N - \sum_{i=0}^{i-1} \Delta n_i) = N_{ni}$  - число объектов, исправно проработавших на начало рассматриваемого периода (т.е. на начало  $i$ -го разряда);

$\Delta n_i$  - число объектов, отказавших в интервале наработки  $\Delta t_i$ .

Если в какой-либо интервал  $\Delta t_i$  попадает менее двух значений наработки, то его необходимо объединить с соседним и рассматривать интервал  $2 \cdot \Delta t_i$ . При этом, соответственно, уменьшается количество интервалов разбиения.

**Выбор теоретического закона распределения.** На основе расчета эмпирических характеристик строятся гистограммы распределения плотности, интенсивности отказов и вероятности безотказной работы как функции времени наработки. Исходя из внешнего вида гистограмм, их схожести с известными законами распределения (Приложение 1) и физической природы появления отказа, структуры изделия, условий и режимов эксплуатации, принимается гипотеза о виде теоретического распределения отказов.

*Экспоненциальное распределение.* Причины отказов - внезапные концентрации нагрузок внутри или вне объекта. Отказ наступает при превышении нагрузкой допустимой величины. Очевидно, что интенсивность отказов здесь не зависит от наработки. Такое распределение характерно для большого класса внезапных отказов, появляющихся без каких-либо предшествующих симптомов. Типичным примером такого отказа является отказ, связанный с попаданием посторонних предметов в проточную часть двигателя. Также близки к экспоненциальному распределению отказы объекта, состоящего из большого числа элементов, вероятности отказов которых малы (например, отказы радиоэлектронного, высотного оборудования самолетов).

*Нормальное распределение.* Это распределение имеет случайная величина, представляющая собой сумму большого числа независимых случайных величин, причем все они в общей сумме играют относительно малую роль. В практике эксплуатации нормальное распределение характерно для отказов, связанных с накоплением повреждений в материале конструкции, происходящих с постоянной или примерно постоянной скоростью развития. Такими отказами могут являться износы, старение материалов, наклеп, происходящие с постоянной скоростью.

*Логарифмически нормальное распределение.* Этому распределению могут подчиняться отказы, имеющие следующую причину. Каждое воздействие внешней нагрузки приводит к накоплению повреждений

в материале детали. При этом величина добавляемого повреждения пропорциональна уже накопленному. Отказ наступает при превышении накопленного повреждения определенной величины. Примером такого отказа может служить усталостная долговечность лопаток, дисков, валов и других деталей авиадвигателей, силовой набор, узлы крепления агрегатов и другие детали планера ЛА.

*Распределению Вейбулла* обычно отвечает физическая модель так называемого "слабого звена". Объект представляется состоящим из большого числа элементов, накопление повреждений в которых идет независимо друг от друга. Отказ объекта наступает при отказе одного любого элемента. При этом, независимо от типа распределения отказов каждого элемента, распределение отказов объекта будет Вейбулловским. Оно хорошо описывает усталостную долговечность авиационных конструкций и приработочные отказы.

*Распределение Рэлея* характерно для объектов, имеющих интенсивные износы, старение, накопление повреждений.

*Равномерное распределение* применяется, если отсутствуют физические предпосылки, приводящие к вышеперечисленным моделям, а гистограмма плотности не имеет явно выраженной тенденции к увеличению или уменьшению.

**Определение неизвестных параметров закона распределения.** Исходя из вида плана наблюдений и закона распределения отказов, выбирается метод определения неизвестных параметров.

Для плана наблюдений [NUN], т.е. для полной выборки, рекомендуется использовать метод моментов. Формулы для вычисления параметров различных законов распределения с помощью этого метода приведены в Приложении 2. Некоторую трудность здесь представляет нахождение параметров распределения Вейбулла. Их можно найти путем графического решения системы уравнений:

$$t_o = \frac{\sum_{i=1}^N t_i^m}{N},$$

$$t_o = \frac{\sum_{i=1}^N t_i^m \ln t}{\frac{N}{m} + \sum_{i=1}^N \ln t}.$$
(3)

Для этого строятся кривые  $t_0 = f_1(m)$  и  $t_0 = f_2(m)$  по ряду значений  $m$ . Точка пересечения этих кривых дает значения искомых параметров  $t_0$  и  $m$  (рис. 1).

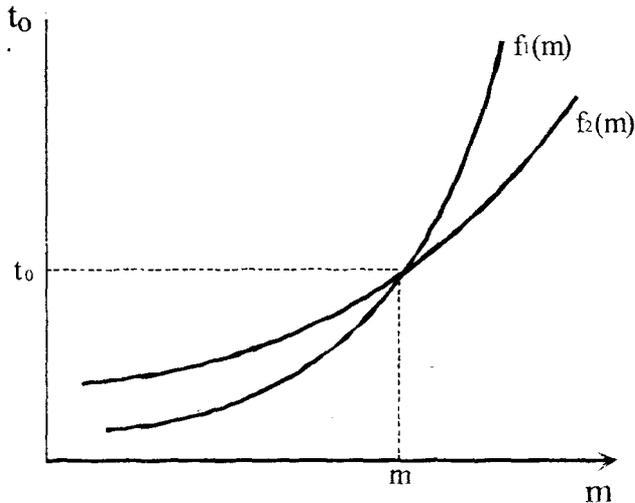


Рис. 1. Графическое решение уравнений

Для планов наблюдений [NUT] и [NUT] рекомендуется применять метод разделяющих разбиений или метод максимума правдоподобия. Последний метод даст простое выражение для вычисления параметра  $\lambda$  для плана [NUT] экспоненциального закона распределения:

$$\lambda = \frac{n}{\sum_{i=1}^n t_i + (N-n)\Gamma} \quad (4)$$

Параметры нормального и логарифмически нормального законов распределения можно найти с использованием метода разделяющих разбиений. Суть метода заключается в приравнивании значений теоретической и эмпирической функции распределений при некоторых значениях наработки и составлении системы уравнений, число

которых равно числу неизвестных параметров закона распределения. Для нормального закона распределения эта система будет состоять из двух уравнений:

$$F^*(t_1) = F(m_t, \sigma_t, t_1); F^*(t_2) = F(m_t, \sigma_t, t_2), \quad (5)$$

где  $m_t$  - математическое ожидание;

$\sigma_t$  - среднеквадратическое отклонение;

$F^*$ ,  $F$  - эмпирическая и теоретическая функции распределения.

Значения наработки  $t_1$  и  $t_2$  рекомендуется выбирать в первой и последней третях вариационного ряда. Так как  $F^*(t_i) = 1 - P^*(t_i)$ , а  $F(m_t, \sigma_t, t_i) = F[(t_i - m_t)/\sigma_t]$ , где  $F$  - стандартная нормальная функция распределения (таблица 2 Приложения 2), то из системы уравнений (5) можно получить следующую систему:

$$Z_1 = \frac{t_1 - m_t}{\sigma_t}; Z_2 = \frac{t_2 - m_t}{\sigma_t}, \quad (6)$$

где  $Z_i$  - аргумент функции  $\Phi(Z_i)$  при ее значении, равном  $F^*(t_i)$ .

При решении системы (6) получим:

$$m_t = \frac{t_1 Z_2 - t_2 Z_1}{Z_2 - Z_1}; \sigma_t = \frac{t_2 - t_1}{Z_2 - Z_1}. \quad (7)$$

Для логарифмически нормального распределения

$$m_t = \frac{\ln t_1 Z_2 - \ln t_2 Z_1}{Z_2 - Z_1}; \sigma_t = \frac{\ln t_2 - \ln t_1}{Z_2 - Z_1}, \quad (8)$$

где  $m_t$  и  $\sigma_t$  - параметры логарифмически нормального распределения.

Тогда

$$m_t = \exp(m_t + 0,5\sigma_t^2),$$

$$\sigma_t = [\exp(\sigma_t^2) - 1] \exp(2m_t + \sigma_t^2) = [\exp(\sigma_t^2) - 1] m_t^2. \quad (9)$$

Параметры распределения Вейбулла для планов [NUT] [NUT] находятся, как и в предыдущем случае, путем графического решения системы уравнений:

$$t_o = \frac{\sum_{i=1}^N t_i^m}{n} + \frac{(N-n)T^m}{n}, t_o = \frac{\sum_{i=1}^N t_i^m \ln t_i + (N-n)T^m \ln T}{\frac{n}{m} + \sum_{i=1}^N \ln t_i} \quad (10)$$

Проверка правильности принятой гипотезы осуществляется с помощью критерия  $\chi^2$  Пирсона. Для его использования необходимо определить некоторую величину  $U$ , характеризующую степень расхождения теоретического и эмпирического распределений, и оценить, значимо ли это расхождение или незначимо. Если в качестве расхождения принять величину

$$U^2 = \frac{\sum_{i=1}^k (\Delta n_i - Nq_i(\Delta t_i))^2}{Nq_i(\Delta t_i)}, \quad (11)$$

где  $q_i(\Delta t_i)$ - теоретическая вероятность отказа в интервале  $\Delta t_i$ , то она не будет зависеть от вида распределения отказов и при увеличении числа  $N$  будет приближаться к распределению  $\chi^2$  Пирсона, т.е.  $U^2 = \chi^2$ .

При экспоненциальном распределении значение  $q_i(\Delta t_i)$  определяется выражением

$$q_i(\Delta t_i) = e^{-\lambda t_{i-1}} - e^{-\lambda t_i}, \quad (12)$$

где  $t_{i-1}$ ,  $t_i$  - наработки, соответствующие началу и концу интервала  $\Delta t_i$ .

При нормальном распределении

$$q_i(\Delta t_i) = F\left(\frac{t_i - m_t}{\sigma_t}\right) - F\left(\frac{t_{i-1} - m_t}{\sigma_t}\right). \quad (13)$$

Распределение  $\chi^2$  зависит от числа "степеней свободы"  $r$ , которое равно числу разрядов  $k$  минус число "связей", наложенных на  $q_i^*$ . Число связей равно числу неизвестных параметров распределения

плюс единица (дополнительная "связь" -  $\sum_{i=1}^k q_i(\Delta t_i) = 1$ ). Число

разрядов  $k$  для плана наблюдения [NUN] равно числу интервалов разбиения вариационного ряда, а для планов [NUT] и [NUT] на единицу больше, так как добавляется интервал от  $T(t_n)$  до  $+\infty$ :

$$r = k - s - 1, \quad (14)$$

где  $s$  - число параметров закона распределения.

Распределение  $\chi^2$  представлено в табличном виде (таблица 3 Приложения 2). По нему для каждого значения  $\chi^2$  и числа степеней

свободы  $l$  можно найти вероятность того, что величина, распределенная по закону  $\chi^2$ , превзойдет табличное значение.

Оценку согласованности распределений производят, задавая уровень значимости  $\alpha$ , выраженной в процентах максимально допустимой вероятности того, что гипотеза отвергнута неправильно. Рекомендуемые уровни значимости - 1, 5, 10%. Задав  $\alpha$ , по величине  $P=1-\alpha$  и  $l$ , по таблице распределения находится критическое значение  $\chi^2_{кр}$ . Если величина  $U^2$ , рассчитанная по формуле (11), попадает в критическую область  $(\chi^2_{кр}; +\infty)$ , то гипотеза о виде закона распределения отвергается и вероятность того, что гипотеза отвергнута ошибочно, не будет превышать  $\alpha$ . Принимается гипотеза о другом виде распределения, и расчеты повторяются.

**Определение точности оценок параметров распределения.** Требуется установить, к каким ошибкам может привести замена истинного параметра закона распределения  $m$  его статистической оценкой  $m^*$ . Для этого используются доверительные интервалы и доверительные вероятности. Доверительным называется интервал  $I_\beta$ , который с заданной достаточно большой вероятностью  $\beta$  (как правило,  $\beta > 90\%$ ) накрывает истинное значение параметра

распределения, т.е.  $P\left(m^* - \frac{I_\beta}{2} < m < m^* + \frac{I_\beta}{2}\right) = \beta$ . Величина  $\beta$

называется доверительной вероятностью.

Расхождение между  $m$  и  $m^*$  является случайной величиной, связанной, как правило, с недостаточным объемом выборки. Для различных параметров законов распределения эта случайная величина (или некоторая функция от нее) подчиняется собственным законам распределения. Как правило, это распределения Стьюдента, нормальное или Пирсона  $\chi^2$ . Зная эти законы распределения, можно получить расчетные формулы для вычисления граничных значений доверительных интервалов.

Например, для нормального закона распределения некоторая функция

$$T = \sqrt{\frac{N}{D^*}}(m^* - m),$$

где  $m$  - математическое ожидание,  $D^*$  - дисперсия, подчиняется закону распределения Стьюдента с  $N-1$  степенями свободы.

Отсюда можно определить доверительный интервал для  $m$ .

$$I_{\beta} = \left( m^* - t_{\beta} \sqrt{\frac{D^*}{N}}; m^* + t_{\beta} \sqrt{\frac{D^*}{N}} \right).$$

Выражения для нахождения верхних и нижних границ доверительных интервалов параметров различных законов распределения приведены в Приложении 2.

Построение графиков теоретического распределения. Строятся графики распределений  $f(t)$ ,  $\lambda(t)$  и  $P(t)$  при значениях параметров распределения, соответствующих верхним и нижним границам доверительного интервала.

Оценка надежности объекта. Осуществляется путем сравнения расчетных и нормативных значений некоторых показателей надежности. Как правило, в качестве таких показателей принимается либо  $\gamma$ -процентная наработка до первого отказа  $t_{\gamma}$  при заданном значении вероятности безотказной работы  $\gamma$ , выраженной в процентах, либо по величине коэффициента  $K_{1000}$ , равной числу отказов на 1000 часов наработки.

### 3. ПРИМЕРЫ РАСЧЕТА

*Пример 1.* Определить закон распределения неисправностей насосов-регуляторов двигателя НК-8-2У.

Дано: время наблюдения  $t_a=1000$  часов;

число изделий  $N=383$ ;

число неисправных изделий  $n=16$ ;

время наработки до отказов отдельных экземпляров  $t_i$ : 50, 70, 150, 220, 250, 400, 480, 500, 590, 640, 660, 790, 880, 910, 940, 980 часов.

Группировка данных. Интервал наработки 0...1000 часов разбиваем на разряды по правилу Старджена:

$$k = 1 + 3.3 \cdot \lg 16 = 4.97.$$

Число разрядов принимаем равным 5 с величиной  $\Delta t_i=200$  ч.

Расчет эмпирических характеристик надежности. По формулам (2) вычисляем в каждом разряде значения  $f_i^*(t)$ ,  $\lambda_i^*(t)$  и  $P_i^*(t)$ . Результаты расчетов представляются в табличном виде (табл. 1).

Следует помнить, что  $N_{ii}$  - это разность между числом объектов  $N$ , над которыми велось наблюдение, и числом объектов, отказавших на начало интервала  $i$ . Например, для четвертого интервала  $N_{i4}=383-3-2-4=374$ .

## Расчет эмпирических характеристик

№ инт.	$t_{i-1}$ , час	$t_i$ , час	$\Delta t_i$ , час	$\Delta n_i$	$f_i^* = \Delta n_i / N \Delta t_i$ , 1/час	$\lambda_i^* = \Delta n_i / N_m \Delta t_i$ , 1/час	$P_i^* = f_i^*(t) / \lambda_i^*(t)$
1	0	200	200	3	$3.915 \cdot 10^{-3}$	$3.915 \cdot 10^{-3}$	1.0
2	200	400	200	2	$2.61 \cdot 10^{-3}$	$2.63 \cdot 10^{-3}$	0.9922
3	400	600	200	4	$5.22 \cdot 10^{-3}$	$5.28 \cdot 10^{-3}$	0.9886
4	600	800	200	3	$3.915 \cdot 10^{-3}$	$4.02 \cdot 10^{-3}$	0.9739
5	800	1000	200	4	$5.22 \cdot 10^{-3}$	$5.40 \cdot 10^{-3}$	0.9667

Выбор теоретического закона распределения. По данным табл. 1 строятся гистограммы эмпирического распределения (рис. 2).

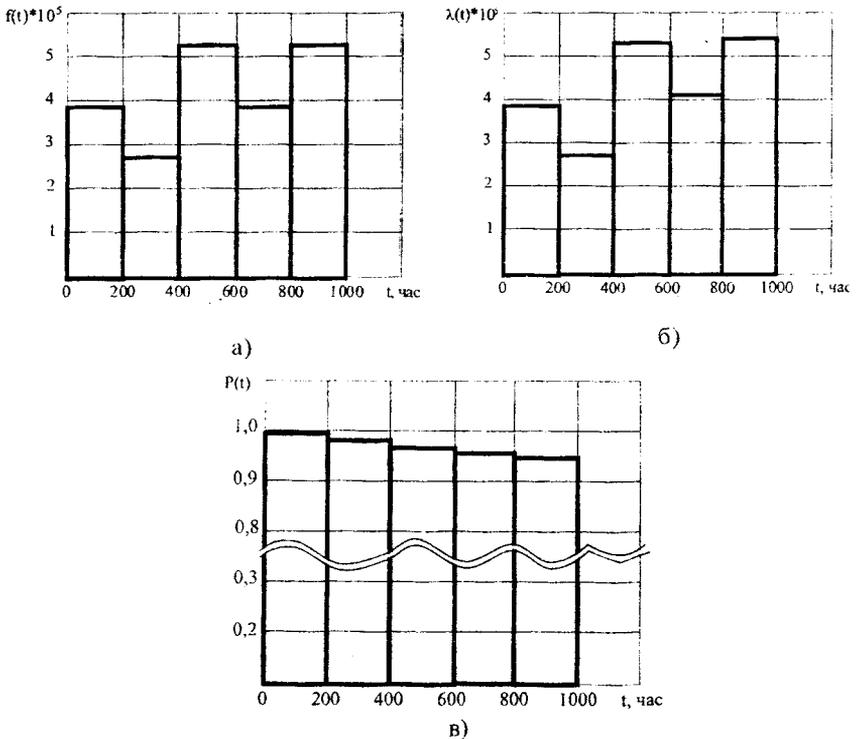


Рис. 2. Гистограммы эмпирического распределения:  
 а - плотность распределения; б - интенсивность отказов;  
 в - вероятность безотказной работы

Насос-регулятор является сложным объектом, состоящим из множества элементов, вероятность отказов которых достаточно мала. Следовательно, можно выдвинуть гипотезу, что отказы насоса-регулятора распределены по *экспоненциальному закону*. Этому предположению не противоречит и внешний вид гистограмм.

Определение параметров закона распределения. Экспоненциальный закон распределения является однопараметрическим, т.е. для его полного определения необходимо найти один параметр - интенсивность отказов  $\lambda$ . В настоящем примере осуществлен план наблюдений [NUT], следовательно, параметр  $\lambda$  можно вычислить с использованием метода максимума правдоподобия по выражению (4):

$$\lambda = \frac{n}{\sum_{i=1}^n t_i + (N - n)t_a} = \frac{16}{8620 + 367 \cdot 1000} = 4,09 \cdot 10^{-5} [1/ч].$$

Отсюда среднее время наработки до отказа  $T_{cp} = 1/\lambda = 1/4,088 \cdot 10^{-5} = 24460$  ч.

Проверка правильности принятой гипотезы. Осуществляется с помощью критерия Пирсона  $\chi^2$ , рассчитанного по выражению (11). Число разрядов при расчете критерия на единицу больше числа разрядов разбиения вариационного ряда  $k$ , так как добавляется интервал от  $t_a$  до  $+\infty$ . Результаты расчетов представлены в табл. 2

Таблица 2

Расчет критерия Пирсона  $\chi^2$

№ инт.	$t_{i-1}$ , час	$t_i$ , час	$\Delta t_i$ , час	$\Delta n_i$	$q_i(\Delta t_i)$	$N \cdot q_i(\Delta t_i)$	$\frac{\Delta n_i}{N} - q_i(\Delta t_i)$	$U_i^2$
1	0	200	200	3	0.0081462	3.12	-0.12	0.00463
2	200	400	200	2	0.0080809	3.095	-1.095	0.38725
3	400	600	200	4	0.0080156	3.07	0.93	0.28205
4	600	800	200	3	0.0079503	3.045	-0.045	0.00065
5	800	1000	200	4	0.0078851	3.02	0.98	0.31822
6	1000	$\infty$		367	0.959925	367.65	-0.65	0.000115
$U^2 = \sum U_i^2 = 0.99397$								

Величина  $q_i(\Delta t_i)$  рассчитывается по выражению (12). Например, для второго интервала

$$q_2(\Delta t_2) = e^{-200 \cdot 0,0000409} - e^{-400 \cdot 0,0000409} = e^{-0,00818} - e^{-0,01636} = 0,991853 - 0,983773 = 0,00808.$$

Число степеней свободы  $r$  в случае шести разрядов таблицы и одного параметра закона распределения в соответствии с (14) равно 4 ( $r=6-1-1$ ). Задавшись уровнем значимости  $\alpha=10\%$ , по таблице 3 Приложения 2 в зависимости от  $P=1-\alpha=90\%$  и числа степеней свободы  $r=4$  находим критическое значение  $\chi^2_{кр}=7,78$ . Подсчитанное значение  $U^2=0,99397$  не попадает в критическую область  $(7,78; +\infty)$ , следовательно, принятая гипотеза об экспоненциальном законе распределения не противоречит статистическим данным.

Определение точности оценок параметров распределения. Верхнюю и нижнюю границы доверительного интервала для параметра  $\lambda$  вычисляем по формулам, приведенным в соответствующей таблице Приложения 2.

$$\lambda_H = \frac{\lambda \cdot N^* \chi^2_{\frac{(1-\beta)}{2}; 2 \cdot n}}{n^* \left( 2 \cdot N - n + \frac{1}{2 \cdot \chi^2_{\frac{(1-\beta)}{2}; 2 \cdot n}} \right)},$$

$$\lambda_B = \frac{\lambda \cdot N^* \chi^2_{\frac{(1+\beta)}{2}; 2 \cdot n+2}}{n^* \left( 2 \cdot N - n + \frac{1}{2 \cdot \chi^2_{\frac{(1+\beta)}{2}; 2 \cdot n+2}} \right)}.$$

Для доверительной вероятности  $\beta=90\%$  и  $n=16$  найдем значения  $\chi^2_{\frac{(1-\beta)}{2}; 2 \cdot n}$  и  $\chi^2_{\frac{(1+\beta)}{2}; 2 \cdot n+2}$ , т.е. значения  $\chi^2$ , соответствующие

доверительной вероятности  $\frac{1-\beta}{2} = 0,05$  и  $\frac{1+\beta}{2} = 0,95$  соответственно и числу степеней свободы  $2*n=2*16=32$  и  $2*n+2=2*16+2=34$  (по табл. 3 приложения 2):

$$\chi^2_{0,05;32}=20,1; \quad \chi^2_{0,95;34}=46,2.$$

Подставив найденные значения, получим

$$\lambda_H = \frac{4,09 \cdot 10^{-5} \cdot 383 \cdot 20,1}{16 \left( 2 \cdot 383 - 16 + \frac{1}{2 \cdot 20,1} \right)} = 2,59 \cdot 10^{-5} \text{ [1/ч];}$$

$$\lambda_B = \frac{4,09 \cdot 10^{-5} \cdot 383 \cdot 46,2}{16 \left( 2 \cdot 383 - 16 + \frac{1}{2 \cdot 46,2} \right)} = 5,85 \cdot 10^{-5} \text{ [1/ч].}$$

Таким образом, интервал  $(2,59 \cdot 10^{-5}; 5,85 \cdot 10^{-5})$  с доверительной вероятностью 90% покрывает истинное значение параметра  $\lambda$ .

Построение графиков теоретического распределения. Построение графиков распределения производим для диапазона  $0 < t < 20000$  часов (рис. 3). Расчетные данные сведены в табл. 3.

Таблица 3

*Расчет теоретических характеристик*

t, час	2000	4000	6000	8000	10000	12000	14000	16000	18000	20000
$\lambda(t) \cdot 10^{-5}$ 1/час	4,09	4,09	4,09	4,09	4,09	4,09	4,09	4,09	4,09	4,09
$f(t) \cdot 10^{-5}$ 1/час	3,77	3,47	3,20	2,95	2,72	2,50	2,31	2,13	1,96	1,80
$P_n(t)$	0,8895	0,7913	0,7040	0,6263	0,5571	0,4956	0,4409	0,3922	0,3489	0,3104
$P(t)$	0,9215	0,8491	0,7824	0,7209	0,6643	0,6121	0,5641	0,5198	0,4789	0,4413
$P_e(t)$	0,9495	0,9016	0,8560	0,8129	0,7718	0,7328	0,6959	0,6608	0,6274	0,5957

Вычисления проводились по формулам (таблица 1 Приложения 2):

$$P(t) = e^{-\lambda t}; P_H(t) = e^{-\lambda_H t^a}; P_B(t) = e^{-\lambda_B t^a}; f(t) = \lambda^* e^{-\lambda t}.$$

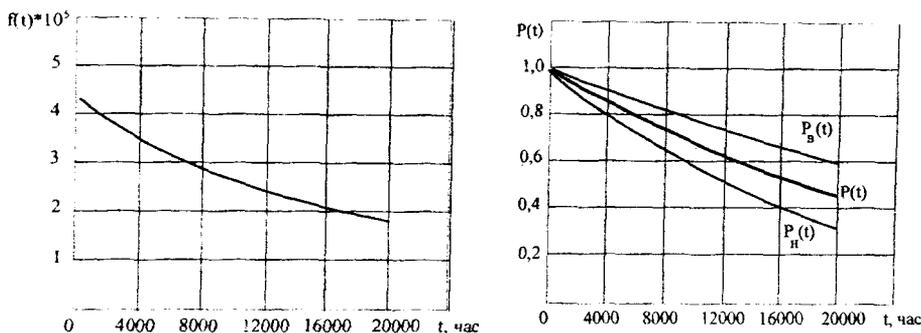


Рис. 3. Графики теоретического распределения

**Пример 2.** Определить закон распределения неисправностей подшипников опор двигателя НК-8-2У.

Дано: время наблюдения  $t_a = 1000$  часов;

число изделий  $N = 352$ ;

число неисправных изделий  $n = 18$ ;

время наработки до отказов отдельных экземпляров  $t_i$ : 60, 110, 110, 110, 130, 170, 200, 230, 260, 280, 280, 370, 510, 570, 780, 790, 920, 1000 часов.

Группировка данных. Интервал наработки 0...1000 часов разбиваем на разряды по правилу Старджена:

$$k = 1 + 3,3 \lg 18 = 5,14.$$

Число разрядов принимаем равным 5 величиной  $\Delta t_i = 200$  ч.

Расчет эмпирических характеристик надежности. По формулам (2) вычисляем в каждом разряде значения  $f_i^*(t)$ ,  $\lambda_i^*(t)$  и  $P_i^*(t)$ . Результаты расчетов представляются в табличном виде (табл. 4).

Выбор теоретического закона распределения. По данным табл. 4 строятся гистограммы эмпирического распределения аналогично примеру 1.

Надежность подшипников определяется усталостной долговечностью. Следовательно, можно выдвинуть гипотезу, что отказы подшипников распределены по закону Вейбулла. Это подтверждает и внешний вид гистограмм.

Определение параметров закона распределения. Закон Вейбулла

Таблица 4

## Расчет эмпирических характеристик

№ инт	$t_{i-1}$ , час	$t_i$ , час	$\Delta t_i$ , час	$\Delta n_i$	$f_i^* = \Delta n_i / N \Delta t_i$ , 1/час	$\lambda_i^* = \Delta n_i / N_{инт} \Delta t_i$ , 1/час	$P_i^* = t_i^* (t) / \lambda_i^* (t)$
1	0	200	200	7	$9,95 \cdot 10^{-5}$	$9,95 \cdot 10^{-5}$	1.0
2	200	400	200	5	$7,10 \cdot 10^{-5}$	$7,25 \cdot 10^{-5}$	0,9801
3	400	600	200	2	$2,84 \cdot 10^{-5}$	$2,94 \cdot 10^{-5}$	0,9659
4	600	800	200	2	$2,84 \cdot 10^{-5}$	$2,96 \cdot 10^{-5}$	0,9602
5	800	1000	200	2	$2,84 \cdot 10^{-5}$	$2,98 \cdot 10^{-5}$	0,9545

является двухпараметрическим, т.е. для его полного определения необходимо найти два параметра -  $m$  и  $t_0 = 1/\lambda$ .

Для плана наблюдений [NUT] параметры распределения можно найти графическим методом с использованием выражения (10) и задаваясь различными значениями  $m$ .

$$\begin{array}{lll}
 m=0.5 & f_1(m)=604.90 & f_2(m)=545.45 \\
 m=0.7 & f_1(m)=2396.36 & f_2(m)=2338.33 \\
 m=0.9 & f_1(m)=9505.34 & f_2(m)=9719.49 \\
 m=0.8 & f_1(m)=4772.02 & f_2(m)=4779.34
 \end{array}$$

Графики  $f_1(m)$  и  $f_2(m)$  пересекаются в точке с абсциссой, соответствующей  $m=0,79$ . При решении уравнений (10) одним из методов последовательного приближения с помощью компьютера получено уточненное значение  $m=0,793$ . Соответствующее значение  $t_0=4560$ ,  $\lambda=0,000219$ .

Среднее время гос.наработки, час до отказа определяется по формуле

$$T_{cp} = t_0^{1/m} \Gamma(1/m + 1),$$

где  $\Gamma(1/m + 1)$  - Гамма-функция (таблица 16 Приложения 2),

$$T_{cp} = 4560^{1/0,793} \Gamma(1/0,793 + 1) = 41122,5 * 1,14 = 46879,6 \text{ час.}$$

**Проверка правильности принятой гипотезы.** Осуществляется с помощью критерия Пирсона  $\chi^2$ , рассчитанного по выражению (11). Число разрядов при расчете критерия на единицу больше числа

разрядов разбиения вариационного ряда  $k$ , так как добавляется интервал от  $t_0$  до  $+\infty$ . Результаты расчетов представлены в табл. 5.

Величины  $q_i(\Delta t_i)$  рассчитываются по следующему выражению:

$$q_i(\Delta t_i) = e^{-\left(\frac{t_i^m}{t_0}\right)} - e^{-\left(\frac{t_{i+1}^m}{t_0}\right)}$$

Таблица 5

Расчет критерия Пирсона  $\chi^2$

N инт.	$t_{i-1}$ час	$t_i$ час	$\Delta t_i$ час	$\Delta n_i$	$q_i(\Delta t_i)$	$N \cdot q_i(\Delta t_i)$	$\Delta n_i - N \cdot q_i(\Delta t_i)$	$U_i^2$
1	0	200	200	7	0.01454	5.118	1,882	0.69187
2	200	400	200	5	0.010519	3.703	1,297	0.45455
3	400	600	200	2	0.009338	3.287	-1,287	0.50399
4	600	800	200	2	0.008622	3.035	-1,035	0.35299
5	800	1000	200	2	0.008111	2.855	-0,855	0.25614
6	1000	∞		334	0.948869	334.0017	-0.0017	$8,99 \cdot 10^{-9}$
						$U^2 = \sum U_i^2 = 2,25956$		

Например, для третьего интервала

$$q_i(\Delta t_i) = e^{-\left(\frac{400^{0,793}}{4560}\right)} - e^{-\left(\frac{600^{0,793}}{4560}\right)} = e^{-0,025379} - e^{-0,035003}$$

$$q_3(\Delta t_3) = 0.974941 - 0.965602 = 0.009338$$

Число степеней свободы  $r$  в случае шести разрядов таблицы и двух параметров закона распределения в соответствии с (14) равно 3 ( $r=6-2-1$ ). Задавшись уровнем значимости  $\alpha=10\%$ , по таблице 3 Приложения 2 в зависимости от  $P=1-\alpha=90\%$  и числа степеней свободы  $r=3$  находим критическое значение  $\chi^2_{кр}=6,25$ . Подсчитанное значение  $U^2=2,25956$  не попадает в критическую область  $(6,25; +\infty)$ , следовательно, принятая гипотеза о законе распределения Вейбулла не противоречит статистическим данным.

Определение точности оценок параметров распределения. Верхние

и нижние границы доверительных интервалов для параметров  $\lambda=1/t_0$  и  $m$  вычисляем по формулам, приведенным в соответствующей таблице Приложения 2:

$$\lambda_H = \lambda - Z_\beta \sqrt{D(\lambda)}; \quad \lambda_B = \lambda + Z_\beta \sqrt{D(\lambda)};$$

$$m_H = m - Z_\beta \sqrt{D(m)}; \quad m_B = m + Z_\beta \sqrt{D(m)}.$$

Формулы для определения величин  $D(m)$  и  $D(\lambda)$  также представлены в Приложении 2.

Выполним промежуточные вычисления:

$$\begin{aligned} n/\lambda^2 &= 3,75 * 10^8; \quad n/m^2 = 28,594; \\ \sum t_i^m \ln t_i &= 11760,05; \quad \sum t_i^m \ln t_i^2 = 73047,74; \\ t_a^m &= 239,33; \quad \ln t_a = 6,908; \quad \ln^2 t_a = 47,717; \\ n/\lambda^2 + \lambda * \sum t_i^m \ln t_i^2 + (N-n) * t_a^m \ln^2 t_a &= \\ &= 28,594 + 0,000219 * (73047,74 + (352-16) * 239,33 * 47,717) = 884,9288; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D(\lambda) &= \frac{884,9288}{3,75 * 10^8 * 884,9288 - [11760,05 + (352 - 16) * 239,33 * 6,908]^2} = \\ &= 8,799 * 10^{-8}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D(m) &= \frac{3,75 * 10^{-8}}{3,75 * 10^8 * 884,9288 - [11760,05 + (352 - 16) * 239,33 * 6,908]^2} = \\ &= 0,03728. \end{aligned}$$

Для доверительной вероятности  $\beta=90\%$   $Z_\beta=1,645$ .

$$\lambda_H = 0,000219 - 1,645 \sqrt{8,7999 * 10^{-8}} = -0,00027;$$

$$\lambda_B = 0,000219 + 1,645 \sqrt{8,7999 * 10^{-8}} = 0,0007;$$

$$m_H = 0,793 - 1,645 \sqrt{0,0378} = 0,474;$$

$$m_B = 0,793 + 1,645 \sqrt{0,0378} = 1,112.$$

Таким образом, интервал  $(-0,00027; 0,0007)$  с доверительной вероятностью 90% покрывает истинное значение параметра  $\lambda$ , а интервал  $(0,474; 1,112)$  - значение параметра  $m$ .

Построение графиков теоретического распределения. Построение графиков распределения производим для диапаназона  $0 < t < 20000$  часов аналогично примеру 1. Следует учесть, что отрицательное значение  $\lambda$  не имеет смысла, так как при этом величина  $P(t)$  будет больше 1. Поэтому необходимо ограничить  $\lambda_n = 0$  с соответствующим значением  $P_n(t) = 1$ . Нижнее значение  $P_n(t)$  соответствует верхним значениям параметров  $\lambda_n$  и  $m_n$ .

Расчетные данные сведены в табл. 6.

Таблица 6

Расчет теоретических характеристик

t, час	2000	4000	6000	8000	10000	12000	14000	16000	18000	20000
$\lambda(t) \cdot 10^{-5}$ 1/час	3,61	3,12	2,87	2,71	2,58	2,48	2,41	2,34	2,28	2,24
$f(t) \cdot 10^{-5}$ 1/час	3,29	2,67	2,31	2,06	1,87	1,71	1,58	1,46	1,36	1,27
$P_n(t)$	0,378	0,008	$4,7 \cdot 10^{-5}$	$2 \cdot 10^{-7}$	$3 \cdot 10^{-9}$	$5,6 \cdot 10^{-11}$	$4 \cdot 10^{-13}$	$1 \cdot 10^{-15}$	$4 \cdot 10^{-17}$	$4 \cdot 10^{-19}$
$P(t)$	0,9132	0,8544	0,8049	0,7613	0,7222	0,6865	0,6538	0,6235	0,5953	0,5690
$P_n(t)$	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0

**Пример 3.** Определить закон распределения неисправностей редуктора, связанных с износом зубчатых колес.

Дано: время наблюдения  $t_a = 6000$  часов;

число изделий  $N = 174$ ;

число неисправных изделий  $n = 31$ ;

время наработки до отказов отдельных экземпляров  $t_i$ :

360,920,987,1002,1380,1690,1850,1920,2780,3025,3272,3670,3810,  
3880,7117,4190,4210,4380,4420,4500,4730,4800,4850,5050,5190,5  
5310,5360,5590,5870,5910,5920 часов.

Группировка данных. Интервал наработки 0...6000 часов разбиваем на разряды по правилу Старджена:

$$k = 1 + 3,3 \lg 31 = 5,92.$$

Число разрядов принимаем равным 6 величиной  $\Delta t_i = 1000$  ч.

В интервале от 2000 до 3000 часов наблюдался только один отказ, поэтому объединяем его с соседним и получаем новый интервал от 2000 до 4000 часов. Число разрядов при этом будет равно 5.

Расчет эмпирических характеристик надежности. По формулам (2) вычисляем в каждом разряде значения  $f_i^*(t)$ ,  $\lambda_i^*(t)$  и  $P_i^*(t)$ . Результаты расчетов представляются в табличном виде (табл. 7).

Выбор теоретического закона распределения. По данным табл. 7 строятся гистограммы эмпирического распределения.

Таблица 7

*Расчет эмпирических характеристик*

№ инт.	$t_{i-1}$ , час	$t_i$ , час	$\Delta t_i$ , час	$\Delta n_i$	$f_i^* = \Delta n_i / N \Delta t_i$ , 1/час	$\lambda_i = \Delta n_i / N_m \Delta t_i$ , 1/час	$P_i = f_i^*(t) / \lambda_i^*(t)$
1	0	1000	1000	3	$1,724 \cdot 10^{-5}$	$1,724 \cdot 10^{-5}$	1,0
2	1000	2000	1000	5	$2,874 \cdot 10^{-5}$	$2,924 \cdot 10^{-5}$	0,9829
3	2000	4000	2000	6	$1,724 \cdot 10^{-5}$	$1,807 \cdot 10^{-5}$	0,9541
4	4000	5000	1000	9	$5,172 \cdot 10^{-5}$	$5,625 \cdot 10^{-5}$	0,9195
5	5000	6000	1000	8	$4,598 \cdot 10^{-5}$	$5,298 \cdot 10^{-5}$	0,8679

Выдвигаем гипотезу о *нормальном законе распределения*, так как именно оно характерно для отказов, связанных с износом. Это подтверждает и внешний вид гистограмм.

Определение параметров закона распределения. Нормальный закон распределения является двухпараметрическим, т.е. для его полного определения необходимо найти два параметра -  $m$  и  $\sigma$ .

Для плана наблюдений [NUT] параметры распределения можно найти методом разделяющих разбиений с использованием выражений (5) и (6).

Выберем значения наработки  $t_1=2000$  и  $t_2=5000$  ч.

Значения  $F^*(t_i)=1-P^*(t_i)$  соответственно:

$$F^*(t_1)=1-0,9541=0,0459; \quad F^*(t_2)=1-0,8679=0,1321.$$

По таблице стандартной нормальной функции распределения (таблица 2 Приложения 2) находим значения квантилей  $Z$ , соответствующих значениям  $F^*(t_i)$ :

$$Z_1=-1,68; \quad Z_2=-1,115;$$

$$m_t = \frac{t_1 z_2 - t_2 z_1}{z_2 - z_1} = \frac{-200 \cdot 1,115 + 5000 \cdot 1,68}{-1,115 + 1,68} = 10817,4 \text{ ч};$$

$$\sigma_t = \frac{t_2 - t_1}{z_2 - z_1} = \frac{5000 - 2000}{-1,115 + 1,68} = 5217,4 \text{ ч}.$$

Проверка правильности принятой гипотезы. Осуществляется с помощью критерия Пирсона  $\chi^2$ , рассчитанного по выражению (11). Число разрядов при расчете критерия на единицу больше числа разрядов разбиения вариационного ряда  $k$ , так как добавляется интервал от  $t_a$  до  $+\infty$ . Результаты расчетов представлены в табл. 8.

Таблица 8

Расчет критерия Пирсона  $\chi^2$ 

N инт.	$t_{i-1}$ , час	$t_i$ , час	$\Delta t_i$ , час	$\Delta n_i$	$q_i(\Delta t_i)$	$N \cdot q_i(\Delta t_i)$	$\Delta n_i - N \cdot q_i(\Delta t_i)$	$U_i^2$
1	0	1000	1000	3	0.0301	5,24	-2,24	0,95756
2	1000	2000	1000	5	0.0158	2,75	2,25	1,84091
3	2000	4000	2000	6	0.0509	8,86	-2,86	0,92321
4	4000	5000	1000	9	0.0353	6,14	2,86	1,33218
5	5000	6000	1000	8	0.0454	7,90	0,10	0,00127
6	6000	$\infty$		143	0.8225	143,115	-0.115	0,00009
$U^2 = \sum U_i^2 = 5,05522$								

Величина  $q_i(\Delta t_i)$  рассчитывается по следующему выражению:

$$q_i(\Delta t_i) = F\left(\frac{t_i - m_t}{\sigma_t}\right) - F\left(\frac{t_{i-1} - m_t}{\sigma_t}\right).$$

Например, для четвертого интервала

$$\begin{aligned} q_4(\Delta t_4) &= F\left(\frac{5000 - 10817,4}{5217,4}\right) - F\left(\frac{4000 - 10817,4}{5217,4}\right) = \\ &= F(-1,115) - F(1,31); \\ q_4(\Delta t_4) &= 0,1321 - 0,0968 = 0,0353. \end{aligned}$$

Число степеней свободы  $r$  в случае шести разрядов таблицы и двух параметров закона распределения в соответствии с (14) равно 3 ( $r=6-2-1$ ). Задавшись уровнем значимости  $\alpha=10\%$ , по таблице 3 Приложения 2 в зависимости от  $P=1-\alpha=90\%$  и числа степеней свободы  $r=3$  находим критическое значение  $\chi^2_{кр}=6,25$ . Подсчитанное значение  $U^2=5,05522$  не попадает в критическую область  $(6,25; +\infty)$ , следовательно, принятая гипотеза о нормальном законе распределения не противоречит статистическим данным.

Определение точности оценок параметров распределения. Верхние

и нижние границы доверительных интервалов для параметров  $m$  и  $\sigma$ , вычисляем по формулам, приведенным в соответствующей таблице Приложения 2:

$$\sigma_H = \sigma_t - Z_\beta \sigma_t \sqrt{\frac{f_3(k)}{N}}; \sigma_B = \sigma_t + Z_\beta \sigma_t \sqrt{\frac{f_3(k)}{N}};$$

$$m_H = m_t - Z_\beta \sigma_t \sqrt{\frac{f_2(k)}{N}}; m_B = m_t + Z_\beta \sigma_t \sqrt{\frac{f_2(k)}{N}};$$

$Z_\beta$  - квантиль нормального распределения (таблица 4 Приложения 2); для  $\beta=90\%$   $Z_\beta=1,645$ ;

$k=(m_t - t_a)/\sigma_t$ ;  $f_2(k)$  и  $f_3(k)$  находятся по таблице 15 Приложения 2 в зависимости от величины  $k$ .

$$K = \frac{10817,4 - 6000}{5217,4} = 0,92; f_2(k) = 6,923 \text{ и } f_3(k) = 4,016;$$

$$\sigma_H = 5217,4 - 1,645 \cdot 5217,4 \cdot \sqrt{\frac{4,016}{174}} = 3913,6;$$

$$\sigma_B = 5217,4 + 1,645 \cdot 5217,4 \cdot \sqrt{\frac{4,016}{174}} = 6521,2;$$

$$m_H = 10817,4 - 1,645 \cdot 5217,4 \cdot \sqrt{\frac{6,923}{174}} = 9105,4;$$

$$m_B = 10817,4 + 1,645 \cdot 5217,4 \cdot \sqrt{\frac{6,923}{174}} = 12529,6.$$

Таким образом, интервал (3913,6; 6512,2) с доверительной вероятностью 90% покрывает истинное значение параметра  $\sigma_t$ , а интервал (9105,4; 12529,6) - значение параметра  $m_t$ .

Построение графиков теоретического распределения. Построение графиков распределения производим для диапазона  $0 < t < 12000$  часов аналогично примеру 1. Нижнее значение  $P_H(t)$  соответствует  $\sigma_H$  и  $m_H$ ; верхнее значение  $P_B(t)$  соответствует  $\sigma_B$  и  $m_B$ :

$$P_{H,B}(t) = 1 - F\left(\frac{t - m_{H,B}}{\sigma_{B,H}}\right);$$

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi} \sigma_t} \cdot \exp\left(-\frac{(t - m_t)^2}{2 \cdot \sigma_t^2}\right);$$

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{P(t)}.$$

Расчетные данные сведены в табл. 9.

Таблица 9

*Расчет теоретических характеристик*

t, час	2000	4000	6000	8000	10000	12000
$\lambda(t) \cdot 10^{-5}$ 1/час	1,92	3,61	6,09	9,37	13,46	18,22
$\bar{f}(t) \cdot 10^{-5}$ 1/час	1,83	3,26	4,99	6,61	7,56	8,45
$P_n(t)$	0,8621	0,7823	0,6844	0,5675	0,4443	0,3300
$P(t)$	0,9545	0,904	0,8186	0,7054	0,5616	0,409
$P_s(t)$	0,9965	0,9861	0,9515	0,8770	0,7422	0,5537

Определим  $\gamma$ -процентный ресурс для  $\gamma=99,99\%$  и нижней оценки  $P_H(t)$  :

$$\frac{\gamma}{100} = 1 - F\left(\frac{t_\gamma - m_t}{\sigma_t}\right);$$

$$F\left(\frac{t_\gamma - m_t}{\sigma_{tB}}\right) = 1 - 0,9999 = 0,0001.$$

Квантиль, соответствующий вероятности 0,0001, определяется по таблице 2 Приложения 2:

$$Z = \frac{t_Y - m_t}{\sigma_{tB}} = -3,7,$$

отсюда  $t_Y = \sigma_{tB} \cdot Z + m_H = 6521,2 \cdot (-3,7) + 9105,4 = -15023,04$  ч.

Отрицательное значение наработки объясняется тем, что отношение  $\sigma_B/m_t = 1,5$  слишком мало и распределение с такими параметрами необходимо рассматривать как усеченно-нормальное. Величина  $t_Y$  в этом случае находится из соотношения

$$F\left(\frac{t_Y - m_t}{\sigma_t}\right) = \frac{0,0001 + C \cdot F\left(\frac{0 - m_t}{\sigma_t}\right)}{C},$$

$$\text{где } C = \frac{1}{1 - F\left(\frac{0 - m_t}{\sigma_t}\right)},$$

$$C = \frac{1}{1 - F(-1,4)} = \frac{1}{1 - 0,0808} = 1,088,$$

$$F\left(\frac{t_Y - m_t}{\sigma_t}\right) = \frac{0,0001 + 1,088 \cdot 0,0808}{1,088} = 0,08089.$$

Отсюда  $Z = -1,399$ , а  $t_Y = 6521,2 \cdot (-1,399) + 9105,4 = 17,7$  ч.

**Пример 4.** При исходных данных примера 3 проверить гипотезу о логарифмически нормальном законе распределения.

Определение параметров закона распределения  $m_1$  и  $\sigma_1$ .

Для плана наблюдений [NUT] параметры распределения можно найти методом разделяющих разбиений с использованием выражений (5) и (6).

Выберем значения наработки  $t_1 = 1500$  и  $t_2 = 5500$  ч. Значения  $F^*(t_i) = 1 - P^*(t_i)$  соответственно:

$$F^*(t_1) = 1 - 0,9829 = 0,0171; F^*(t_2) = 1 - 0,8679 = 0,1321.$$

По таблице стандартной нормальной функции распределения (таблица 2 Приложения 2) находим значения квантилей  $Z$ , соответствующих значениям  $F^*(t_i)$ :

$$Z_1 = 2,1; Z_2 = 1,115 ;$$

$$m_1 = \frac{\ln t_1 z_2 - \ln t_2 z_1}{z_2 - z_1} = \frac{-7,313 \cdot 1,115 + 8,613 \cdot 2,1}{-1,115 + 2,1} = 10,08 ;$$

$$\sigma_1 = \frac{\ln t_2 - \ln t_1}{z_2 - z_1} = \frac{5500 - 1500}{-1,115 + 2,1} = 1,32 ;$$

$$m_i = \exp(m_1 + 0,5\sigma_1^2) = \exp(10,08 + 0,5 * 1,32^2) = 57022 \text{ ч} ;$$

$$\sigma_i = \sqrt{[\exp(\sigma_1^2) - 1] m_i^2} = \sqrt{[\exp(1,32^2 - 1)] \cdot 57022^2} = 123765 \text{ ч} .$$

Проверка правильности принятой гипотезы. Осуществляется с помощью критерия Пирсона  $\chi^2$ , рассчитанного по выражению (11). Число разрядов при расчете критерия на единицу больше числа разрядов разбиения вариационного ряда  $k$ , так как добавляется интервал от  $t_n$  до  $+\infty$ . Результаты расчетов представлены в табл. 10.

Таблица 10

Расчет критерия Пирсона  $\chi^2$

№ инт.	$\ln t_{i-1}$	$\ln t_i$	$\Delta t_i$	$\Delta n_i$	$q_i(t)$	$N^* q_i(t)$	$\Delta n_i - N^* q_i(t)$	$U_i^2$
1		8,9077	1000	3	0,0082	1,43	1,57	1,73485
2	6,9077	7,6009	1000	5	0,0219	3,81	1,19	0,37125
3	7,6009	8,2941	2000	6	0,0584	10,16	-4,16	1,70435
4	8,2941	8,5172	1000	9	0,0285	4,96	4,04	3,29294
5	8,5172	8,6995	1000	8	0,0299	5,20	2,80	1,50414
6	8,6995	<del>8,6995</del>		143	0,8531	148,439	-5,439	0,19932
$U^2 = \sum U_i^2 = 8,80662$								

Величина  $q_i(\Delta t_i)$  рассчитывается по следующему выражению:

$$q_i(\Delta t_i) = \frac{F\left(\frac{\ln t_i - m_1}{\sigma_1}\right) - F\left(\frac{\ln t_{i-1} - m_1}{\sigma_1}\right)}{\sigma_1}$$

Например, для четвертого интервала

$$\begin{aligned} q_4(\Delta t_4) &= F\left(\frac{\ln 5000 - 10,08}{1,32}\right) - F\left(\frac{\ln 4000 - 10,08}{1,32}\right) = \\ &= F(-1,187) - F(1,356), \end{aligned}$$

$$q_4(\Delta t_4) = 0,117 - 0,0885 = 0,0285.$$

При уровне значимости  $\alpha=10\%$ , числе степеней свободы  $r=3$  и критическом значении  $\chi^2_{кр}=6,25$  подсчитанное значение  $U^2=8,80622$  попадает в критическую область  $(6,25; +\infty)$ . Но если принять  $\alpha=2,5\%$ , то  $\chi^2_{кр}=9,35$  и  $U^2=8,80622$  не попадает в критическую область  $(9,35; +\infty)$ . Следовательно, можно принять гипотезу о логарифмически нормальном законе распределения, однако следует иметь в виду, что нормальное распределение лучше описывает рассматриваемые статистические данные.

Определение точности оценок параметров распределения. Верхние и нижние границы доверительных интервалов для параметров  $m_1$  и  $\sigma_1$  вычисляем по формулам, приведенным в соответствующей таблице Приложения 2:

$$\sigma_{IH} = \sigma_1 - \frac{Z_\beta \sigma_1 \sqrt{f_3(k)}}{\sqrt{N}}; \sigma_{IB} = \sigma_1 + \frac{Z_\beta \sigma_1 \sqrt{f_3(k)}}{\sqrt{N}};$$

$$m_{IH} = m_1 - Z_\beta \sigma_1 \sqrt{\frac{f_2(k)}{N}}, m_{IB} = m_1 + Z_\beta \sigma_1 \sqrt{\frac{f_2(k)}{N}};$$

$Z_\beta$  - квантиль нормального распределения (таблица 4 Приложения 2); для  $\beta=90\%$   $Z_\beta=1,645$ ;

$k = \frac{m_1 - \ln t_a}{\sigma_1}$ ;  $f_2(k)$  и  $f_3(k)$  находятся по таблице 15 Приложения

2 в зависимости от величины  $k$ ,

$$K = \frac{10,08 - \ln 6000}{1,32} = 1,046; f_2(k)=9,648 \text{ и } f_3(k)=4,962;$$

$$\sigma_{IH} = 1,32 - 1,645 \cdot 1,32 \cdot \sqrt{\frac{4,962}{174}} = 0,95;$$

$$\sigma_{IB} = 1,32 + 1,645 \cdot 1,32 \cdot \sqrt{\frac{4,962}{174}} = 1,68;$$

$$m_{III} = 10,08 - 1,645 \cdot 1,32 \cdot \sqrt{\frac{9,648}{174}} = 9,57 ;$$

$$m_{IV} = 10,08 + 1,645 \cdot 1,32 \cdot \sqrt{\frac{9,648}{174}} = 10,59 .$$

Таким образом, интервал (0,95; 1,68) с доверительной вероятностью 90% покрывает истинное значение параметра  $\sigma_1$ , а интервал (9,57; 10,59) – значение параметра  $m_1$ .

Построение графиков теоретического распределения. Построение графиков распределения производится аналогично примеру 3.

#### 4. ОЦЕНКА УРОВНЯ НАДЕЖНОСТИ

Конечным результатом работы является сравнение фактических значений характеристик надежности с нормативными величинами. В качестве нормативных величин можно выбрать либо гамма-процентную наработку до первого отказа, либо коэффициент  $K_{100\gamma}$ .

Гамма-процентная наработка ( $t_\gamma$ ) – это наработка, в течение которой изделие проработает до первого отказа с вероятностью  $\gamma$ , выраженной в процентах.

По Нормам летной годности воздушное судно допускается к эксплуатации, если оно спроектировано и построено так, что в ожидаемых условиях эксплуатации, при действии экипажа в соответствии с требованиями Руководства по летной эксплуатации, суммарная вероятность возникновения катастрофической ситуации, вызванной отказом функциональных систем, не превышает  $10^{-7}$ , аварийной ситуации –  $10^{-6}$ , сложной ситуации –  $10^{-4}$  на один час типового полета.

Для анализа надежности можно принять допустимую вероятность отказа  $Q(t=1)=10^{-4}$ , а вероятность безотказной работы  $P(t=1)=0,9999$  и, соответственно,  $\gamma=99,99\%$ . В этом случае величина  $t_{99,99}$  должна быть не менее 1 часа.

Определим гамма-процентную наработку  $t_{99,99}$  для примера 1.

По условию:  $P(t_\gamma) = e^{-\lambda \cdot t_\gamma}$ .

Подставив численные значения, получим  $0,9999 = e^{-0,0000409 \cdot t_\gamma}$ . Отсюда

$$t_{99,99} = \left( \frac{-\ln 0,9999}{0,0000409} \right) = 2,445 \text{ часа.}$$

Таким образом, гамма-процентная наработка насосов-регуляторов удовлетворяет требованиям надежности и безопасности полетов.

*Пример 2.* Для распределения Вейбулла  $P(t_\gamma) = \exp(-t_\gamma^m/t_0)$ . Отсюда

$$t_{99,99} = (-\ln 0,9999 \cdot 4560)^{1/0,793} = 0,371 \text{ часа} .$$

Как видим, надежность подшипникового узла значительно меньше требуемой. Для повышения надежности требуется произвести доработку узла.

Для *примера 3* величина  $t_{99,99} = 17,7$  часа.

*Пример 4.* Для логарифмически нормального закона распределения

$$P(t_\gamma) = 1 - F\left(\frac{\ln t_\gamma - m_l}{\sigma_l}\right),$$

$$F\left(\frac{\ln t_\gamma - m_l}{\sigma_l}\right) = 1 - 0,9999 = 0,0001 .$$

Квантиль, соответствующий вероятности 0,0001, определяется по таблице 2 Приложения 2:

$$z = \frac{\ln t_\gamma - m_l}{\sigma_l} = -3,7, \text{ отсюда } t_\gamma = \exp(\sigma_l \cdot z + m_l),$$

$$t_{99,99} = \exp(-3,7 \cdot 1,32 + 10,08) = 180,55 \text{ часов.}$$

Величина  $t_{99,99} = 180,55$  часов удовлетворяет требованиям надежности.

Коэффициент  $K_{1000}$  равен числу отказов, приходящихся на 1000 часов наработки изделия. Он определяется выражением:  $K_{1000} = 1000/T_{\text{ср}}$ , где  $T_{\text{ср}}$  - среднее время наработки до отказа элемента, агрегата или системы.

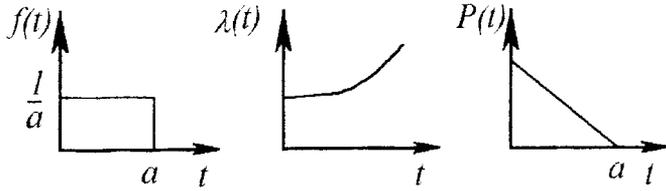
Существуют нормативные значения  $K_{1000}$  для каждого типа самолета для основных деталей, узлов и агрегатов всех функциональных систем. За контрольный уровень коэффициента принимается значение, равное 0,2. Оценка уровня надежности сводится к сравнению фактического и нормативного значений этого коэффициента.

Для *примера 1* значение  $K_{1000}=1000/24460=0,041$ , для *примера 2* -  $K_{1000}=1000/4687966=0,021$ , для *примера 3* -  $K_{1000}=1000/10817,4=0,092$ , для *примера 4* -  $K_{1000}=1000/57022=0,017$ . При сравнении с контрольным значением расчетных величин  $K_{1000}$  видим, что в *примере 2* заключение, которое можно сделать по коэффициенту  $K_{1000}$  (изделие удовлетворяет требованиям надежности) не согласуется с заключением, сделанным на основе анализа гамма-процентной наработки до первого отказа. В этом случае принимается наилучший вариант, что идет в запас надежности.

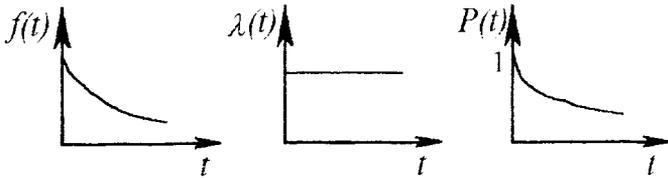
## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Акимов В.М. Основы надежности газотурбинных двигателей. М.: Машиностроение, 1981. 207 с.
2. Косточкин В.В. Надежность авиационных двигателей и силовых установок. М.: Машиностроение, 1976. 248 с.
3. Милов Е.А. Анализ эксплуатационной надежности авиационной техники. Метод. указания / Куйбышев: Куйбышев. авиац. ин-т, 1992 38 с.

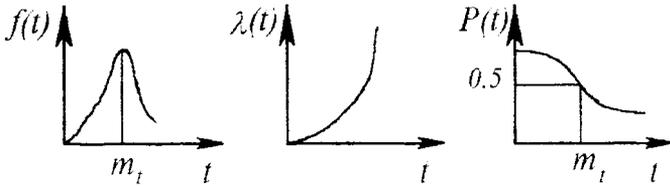
Равномерное распределение



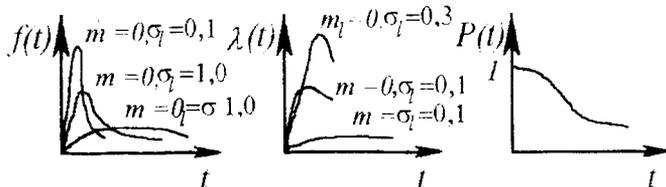
Экспоненциальное распределение



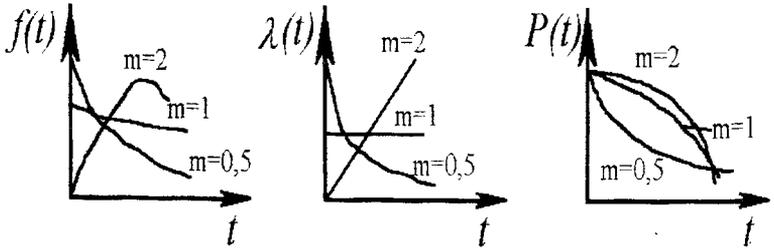
Нормальное распределение



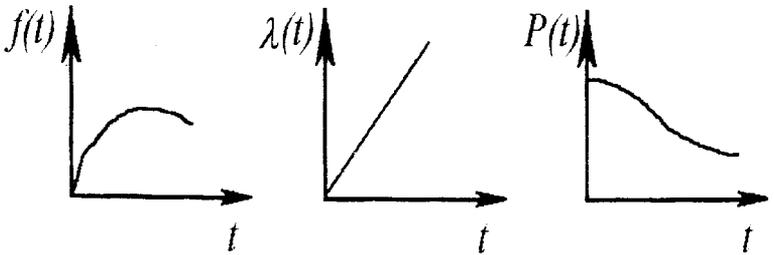
Логарифмически нормальное распределение



### Распределение Вейбулла



### Распределение Релея



Аналитический вид характеристик законов распределения

Наименование распределения	Плотность распределения	Интенсивность отказов	Вероятность безотказной работы
Равномерное	0 при $t=0, x>a$ $\frac{1}{a}$ при $0 \leq t \leq a$	$\frac{1}{a-t}$ при $0 \leq t \leq a$	0 при $t>a$ $1 - \frac{t}{a}$ при $0 \leq t \leq a$ 1 при $t=0$
Экспоненциальное	$\lambda * e^{-\lambda t}$	$\lambda$	$\lambda^{-\lambda t}$
Нормальное	$\frac{1}{\sigma_t} f\left(\frac{t - m_t}{\sigma_t}\right)$	$\frac{1}{\sigma_t} \frac{f\left(\frac{t - m_t}{\sigma_t}\right)}{1 - F\left(\frac{t - m_t}{\sigma_t}\right)}$	$1 - F\left(\frac{t - m_t}{\sigma_t}\right)$
Логарифмически нормальное	$f\left(\frac{\ln t - m_t}{\sigma_t}\right)$	$\frac{f\left(\frac{\ln t - m_t}{\sigma_t}\right)}{1 - F\left(\frac{\ln t - m_t}{\sigma_t}\right)}$	$1 - F\left(\frac{\ln t - m_t}{\sigma_t}\right)$
Распределение Вейбулла	$\frac{m}{t_0} t^{m-1} e^{-\frac{t^m}{t_0}}$	$\frac{m}{t_0} t^{m-1}$	$e^{-\frac{t^m}{t_0}}$
Распределение Релея	$\frac{t}{\sigma^2} e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}}$	$\frac{t}{\sigma^2}$	$e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}}$

Продолжение прил. 2

Таблица П 2

Значения стандартной нормальной функции распределения

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
-0,00	0,5000	0,4960	0,4920	0,4880	0,4840	0,4601	0,4761	0,4721	0,4681	0,4641
-0,10	0,4602	0,4562	0,4522	0,4483	0,4443	0,4404	0,4364	0,4325	0,4286	0,4247
-0,20	0,4207	0,4168	0,4129	0,4090	0,4052	0,4013	0,3974	0,3936	0,3897	0,3859
-0,30	0,3821	0,3783	0,3745	0,3707	0,3669	0,3632	0,3594	0,3557	0,3520	0,3483
-0,40	0,3446	0,3409	0,3372	0,3336	0,3300	0,3264	0,3228	0,3192	0,3156	0,3121
-0,50	0,3085	0,3050	0,3015	0,2981	0,2946	0,2912	0,2877	0,2843	0,2810	0,2776
-0,60	0,2743	0,2709	0,2676	0,2643	0,2611	0,2578	0,2546	0,2514	0,2483	0,2551
-0,70	0,2420	0,2389	0,2358	0,2327	0,2297	0,2266	0,2236	0,2206	0,2177	0,2148
-0,80	0,2119	0,2090	0,2061	0,2033	0,2005	0,1977	0,1949	0,1922	0,1894	0,1867
-0,90	0,1841	0,1814	0,1788	0,1762	0,1736	0,1711	0,1685	0,1660	0,1635	0,1611
-1,00	0,1587	0,1563	0,1539	0,1515	0,1492	0,1469	0,1446	0,1423	0,1401	0,1379
-1,10	0,1357	0,1335	0,1314	0,1292	0,1271	0,1251	0,1230	0,1210	0,1190	0,1170
-1,20	0,1151	0,1131	0,1112	0,1093	0,1075	0,1056	0,1039	0,1020	0,1003	0,0985
-1,30	0,0968	0,0951	0,0934	0,918	0,0901	0,0885	0,0869	0,0853	0,0838	0,0823
-1,40	0,0808	0,0793	0,0778	0,0764	0,0749	0,0735	0,0721	0,0708	0,0694	0,0681
-1,50	0,0668	0,0655	0,0643	0,0630	0,0618	0,0606	0,0594	0,0582	0,0571	0,0559
-1,60	0,0548	0,0537	0,0526	0,0516	0,0505	0,0495	0,0485	0,0475	0,0465	0,0455
-1,70	0,0446	0,0436	0,0427	0,0418	0,0409	0,0401	0,0392	0,0384	0,0375	0,0334
-1,80	0,0359	0,0351	0,0344	0,0336	0,0329	0,0322	0,0314	0,0307	0,0301	0,0294
-1,90	0,0288	0,0281	0,0274	0,0268	0,0262	0,0256	0,0250	0,0244	0,0239	0,0233
-2,00	0,0228	0,0179	0,0139	0,0107	0,0082	0,0062	0,0047	0,0035	0,0026	0,0019
-3,00	0,0014	0,0010	0,0007	0,0005	0,0003	0,0002	0,0002	0,0001	0,0001	0,0000

Продолжение прил. 2  
Таблица П 3  
Значения функции распределения Пирсона  $\chi^2$

Число степеней свободы	Доверительная вероятность											
	0,005	0,01	0,025	0,05	0,1	0,2	0,8	0,9	0,95	0,975	0,99	0,995
1	0,3 *10 <sup>-4</sup>	0,16 *10 <sup>-3</sup>	0,09 *10 <sup>-3</sup>	0,39 *10 <sup>-2</sup>	0,016	0,064	1,64	2,71	3,84	5,02	6,63	7,88
2	0,010	0,020	0,051	0,103	0,211	0,446	3,22	4,61	5,98	7,38	9,21	10,60
3	0,072	0,115	0,216	0,352	0,584	1,000	4,64	6,25	7,81	9,35	11,30	12,80
4	0,207	0,297	0,484	0,711	1,060	1,650	5,99	7,78	9,49	11,10	13,30	14,90
5	0,412	0,554	0,831	1,150	1,610	2,340	7,29	9,24	11,10	12,80	15,10	16,70
6	0,676	0,872	1,240	1,640	2,200	3,070	8,56	10,60	12,60	14,40	16,80	18,50
7	0,989	1,240	1,690	2,170	2,830	3,820	9,80	12,00	14,10	16,00	18,50	20,30
8	1,340	1,650	2,180	2,730	3,490	4,590	11,00	13,40	15,50	17,50	20,10	22,00
9	1,730	2,090	2,700	3,330	4,170	5,380	12,20	14,70	16,90	19,00	21,70	23,60
10	2,160	2,560	3,250	3,940	4,870	6,180	13,40	16,00	18,30	20,50	23,20	25,20
11	2,600	3,050	3,820	4,570	5,580	6,990	14,60	17,30	19,70	21,90	24,70	26,80
12	3,070	3,570	4,400	5,230	6,300	7,810	15,80	18,50	21,00	23,30	26,20	28,30
13	3,570	4,110	5,010	5,890	7,040	8,630	17,00	19,80	22,40	24,70	27,70	29,80
14	4,070	4,660	5,630	6,570	7,790	9,470	18,20	21,10	23,70	26,10	29,10	31,30
15	4,600	5,230	6,260	7,260	8,560	10,300	19,30	22,30	25,00	27,50	30,60	32,80
16	5,140	5,810	6,910	7,960	9,310	11,200	20,50	23,50	26,30	28,80	32,00	34,30
18	6,260	7,010	8,230	9,390	10,900	12,900	22,80	26,00	28,90	31,50	34,80	37,20
20	7,430	8,260	9,590	10,900	12,400	14,600	25,00	28,40	31,40	34,20	37,60	40,00
22	8,640	9,540	11,000	12,300	14,000	16,300	27,30	30,30	33,90	36,80	40,30	42,80
24	9,890	10,900	12,400	13,800	15,700	18,100	29,60	33,20	36,40	39,40	43,00	45,60
26	11,20	12,20	13,80	15,40	17,30	19,80	31,80	35,60	38,90	41,90	45,60	48,30
28	12,50	13,60	15,30	16,90	18,90	21,60	34,00	37,90	41,30	44,50	48,30	51,00
30	13,80	15,00	16,80	18,50	20,60	23,40	36,30	40,30	43,80	47,00	50,90	53,70
35	17,20	17,50	20,60	22,50	24,80	27,80	41,80	46,10	49,90	53,20	57,30	60,30
40	20,70	22,20	24,40	26,50	29,10	32,30	47,30	51,80	55,80	59,30	63,70	66,80
45	24,30	25,90	28,40	30,60	33,40	36,90	52,70	57,50	61,70	65,40	70,00	73,20
50	28,00	29,70	32,40	34,80	37,70	41,80	58,20	63,20	67,50	71,40	76,20	79,50
55	31,70	33,60	36,40	39,00	42,10	46,00	63,60	68,80	73,30	77,40	82,30	85,70
60	35,50	37,50	40,50	43,20	46,50	50,60	69,00	74,40	79,10	83,40	88,40	92,00
65	39,40	41,40	44,60	47,40	50,90	55,30	74,40	80,00	84,80	89,20	94,40	98,10
70	43,30	45,40	48,80	51,70	55,30	59,90	79,70	85,50	90,50	95,90	100,40	104,2
75	47,20	49,50	52,90	56,10	59,80	64,50	85,10	91,10	96,20	100,80	106,40	110,3
80	51,20	53,50	57,20	60,40	64,30	69,20	90,40	96,60	101,90	106,60	112,30	116,3
85	55,20	57,60	61,40	64,70	68,80	73,90	95,70	102,10	107,50	112,4	118,20	122,3
90	59,90	61,80	65,60	69,10	73,30	78,60	101,10	107,60	112,10	118,1	124,10	128,3
95	63,20	65,90	69,90	73,50	77,80	83,20	106,40	113,00	118,80	123,90	130,00	134,2
100	67,30	70,10	74,20	77,90	82,40	87,90	111,70	118,50	124,30	129,60	135,80	140,2

Продолжение прил. 2

Таблица П 4

*Квантили нормального распределения*

$\beta$	$Z_{\beta}$	$\beta$	$Z_{\beta}$
0,50	0,674	0,82	1,341
0,51	0,690	0,63	1,372
0,52	0,706	0,84	1,405
0,53	0,722	0,85	1,440
0,54	0,739	0,86	1,476
0,55	0,755	0,87	1,514
0,56	0,772	0,88	1,555
0,57	0,789	0,89	1,598
0,58	0,806	0,90	1,645
0,59	0,824	0,91	1,625
0,60	0,842	0,92	1,751
0,61	0,860	0,925	1,780
0,62	0,878	0,93	1,812
0,63	0,896	0,94	1,881
0,64	0,915	0,95	1,960
0,65	0,935	0,96	2,054
0,66	0,954	0,97	2,170
0,67	0,974	0,975	2,241
0,68	0,994	0,980	2,326
0,69	1,015	0,990	2,576
0,68	0,994	0,980	2,326
0,69	1,015	0,990	2,576
0,70	1,036	0,991	2,612
0,71	1,080	0,993	2,697
0,72	1,103	0,994	2,748
0,73	1,126	0,995	2,807
0,74	1,150	0,996	2,878
0,75	1,175	0,997	2,968
0,76	1,200	0,9975	3,024
0,77	1,227	0,9980	3,040
0,78	1,254	0,9990	3,291
0,79	1,282	0,9995	3,480
0,80	1,311	0,9999	3,885
0,81	1,000		

Продолжение прил. 2  
Таблица П 5

*Квантили распределения Стьюдента*

N-1	P								
	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,95	0,98	0,99	0,999
1	1,000	1,376	1,963	3,078	6,314	12,706	31,821	63,657	636,619
2	0,816	1,061	1,336	1,886	2,920	4,303	6,965	9,965	31,598
3	0,765	0,978	1,250	1,638	2,353	3,181	4,541	5,841	12,941
4	0,741	0,941	1,190	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604	8,610
5	0,727	0,920	1,156	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032	6,869
6	0,718	0,906	1,134	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707	5,959
7	0,711	0,896	1,119	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499	5,405
8	0,706	0,889	1,108	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355	5,041
9	0,703	0,883	1,100	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250	4,781
10	0,700	0,879	1,093	1,372	1,812	2,228	2,704	3,169	4,587
12	0,695	0,873	1,083	1,356	1,782	2,179	2,681	3,056	4,318
14	0,692	0,868	1,076	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977	4,140
16	0,690	0,865	1,071	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921	4,015
18	0,688	0,862	1,067	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878	3,922
20	0,687	0,860	1,064	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845	3,850
25	0,684	0,856	1,058	1,316	1,708	2,060	2,485	2,787	3,725
30	0,683	0,854	1,055	1,310	1,697	2,042	2,457	2,750	3,646
60	0,679	0,848	1,046	1,296	1,671	2,000	2,390	2,660	3,460
$\infty$	0,674	0,842	1,036	1,282	1,645	1,960	2,326	2,576	3,291

## Оценка параметров экспоненциального распределения

План наблюдения	Формулы для определения оценки $\lambda^*$
[NUN]	$\frac{N}{\sum_{i=1}^N t_i}$
[NUT]	$\frac{n}{\sum_{i=1}^N t_i + (N - n)T}$
[Nur]	$\frac{r - 1}{\sum_{i=1}^N t_i + (N - r)t_r}$

*Доверительные границы для параметров экспоненциального закона распределения*

Планы наблюдений	Формулы для определения двусторонних границ параметра $\lambda$ с доверительной вероятностью $\beta$	
	Нижняя граница	Верхняя граница
[NUN]	$\frac{\lambda * \chi^2_{1-\beta, 2n}}{2(N-1)}$	$\frac{\lambda * \chi^2_{1+\beta, 2n}}{2(N-1)}$
[NUT]	$\frac{\lambda * N * \chi^2_{1-\beta, 2n}}{n \left( 2N - n + \frac{1}{2} \chi^2_{1-\beta, 2n} \right)}$	$\frac{\lambda * N * \chi^2_{1+\beta, 2n}}{n \left( 2N - n + \frac{1}{2} \chi^2_{1+\beta, 2n+2} \right)}$
[NUr]	$\frac{\lambda * \chi^2_{1-\beta, 2r}}{2(r-1)}$	$\frac{\lambda * \chi^2_{1+\beta, 2r}}{2(r-1)}$

Таблица П 8

*Оценка параметров распределения Вейбулла*

План наблюдения	Формулы для определения оценок $\lambda^* = \frac{1}{t_0}$ и $m^*$
[NUN]	$\lambda^* = \frac{N}{\sum_{i=1}^N t_i^{m^*}}$ $\left( \frac{N}{m^*} + \sum_{i=1}^N \ln t_i \right) \sum_{i=1}^N t_i^{m^*} = N \sum_{i=1}^N t_i^{m^*} \ln t_i = 0$
[NUT]	$\lambda^* = \frac{n}{\sum_{i=1}^n t_i^{m^*} + (N-n)T^{m^*}}$ $\left( \frac{n}{m^*} + \sum_{i=1}^n \ln t_i \right) \left[ \sum_{i=1}^n t_i^{m^*} + (N-n)T^{m^*} \right] - n \left[ \sum_{i=1}^n t_i^{m^*} \ln t_i + (N-n)T^{m^*} \ln T \right] = 0$
[NUr]	$\lambda^* = \frac{r}{\sum_{i=1}^r t_i^{m^*} + (N-r)t_r^{m^*}}$ $\left( \frac{r}{m^*} + \sum_{i=1}^r \ln t_i \right) \left[ \sum_{i=1}^r t_i^{m^*} + (N-r)t_r^{m^*} \right] - r \left[ \sum_{i=1}^r t_i^{m^*} \ln t_i + (N-r)t_r^{m^*} \ln t_r \right] = 0$

Продолжение прил. 2

Таблица П 9

Доверительные границы для параметров распределения Вейбулла

Планы наблюдений	Формулы для определения двусторонних границ параметров $\lambda$ и $m$ с доверительной вероятностью $\beta$			
	Нижняя граница $\lambda_H$	Верхняя граница $\lambda_B$	Нижняя граница $m_H$	Верхняя граница $m_B$
[NUN] [NUT] [Nur]	$\lambda^* - Z_{\beta} \sqrt{D(\lambda^*)}$	$\lambda^* + Z_{\beta} \sqrt{D(\lambda^*)}$	$m^* - Z_{\beta} \sqrt{D(m^*)}$	$m^* + Z_{\beta} \sqrt{D(m^*)}$

Таблица П 10

Дисперсия оценок параметров  $\lambda$  и  $m$  распределения Вейбулла

Планы наблюдений	Дисперсии оценок	Формулы для определения дисперсий оценок параметров $\lambda$ и $m$
[NUN]	$D(\lambda^*)$	$\frac{\frac{N}{m^{*2}} + \lambda^* \sum_{i=1}^N t_i^{m^*} \ln^2 t_i}{\lambda^{*2} \left( \frac{N}{m^{*2}} + \lambda^* \sum_{i=1}^N t_i^{m^*} \ln^2 t_i \right) - \left( \sum_{i=1}^N t_i^{m^*} \ln t_i \right)^2}$
	$D(m^*)$	$\frac{\frac{N}{\lambda^{*2}}}{\lambda^{*2} \left( \frac{N}{m^{*2}} + \lambda^* \sum_{i=1}^N t_i^{m^*} \ln^2 t_i \right) - \left( \sum_{i=1}^N t_i^{m^*} \ln t_i \right)^2}$
[NUT]	$D(\lambda^*)$	$\frac{\frac{n}{m^{*2}} + \lambda^* \left[ \sum_{i=1}^n t_i^{m^*} \ln^2 t_i + (N-n)T^{m^*} \ln^2 T \right]}{\lambda^{*2} \left[ \frac{n}{m^{*2}} + \lambda^* \left[ \sum_{i=1}^n t_i^{m^*} \ln^2 t_i + (N-n)T^{m^*} \ln^2 T \right] \right] - \left[ \sum_{i=1}^n t_i^{m^*} \ln t_i + (N-n)T^{m^*} \ln T \right]^2}$
	$D(m^*)$	$\frac{\frac{n}{\lambda^{*2}}}{\lambda^{*2} \left[ \frac{n}{m^{*2}} + \lambda^* \left[ \sum_{i=1}^n t_i^{m^*} \ln^2 t_i + (N-n)T^{m^*} \ln^2 T \right] \right] - \left[ \sum_{i=1}^n t_i^{m^*} \ln t_i + (N-n)T^{m^*} \ln T \right]^2}$
[Nur]	$D(\lambda^*)$	$\frac{\frac{r}{m^{*2}} + \lambda^* \left[ \sum_{i=1}^r t_i^{m^*} \ln^2 t_i + (N-r)r^{m^*} \ln^2 r \right]}{\lambda^{*2} \left[ \frac{r}{m^{*2}} + \lambda^* \left[ \sum_{i=1}^r t_i^{m^*} \ln^2 t_i + (N-r)r^{m^*} \ln^2 r \right] \right] - \left[ \sum_{i=1}^r t_i^{m^*} \ln t_i + (N-r)r^{m^*} \ln r \right]^2}$
	$D(m^*)$	$\frac{\frac{r}{\lambda^{*2}}}{\lambda^{*2} \left[ \frac{r}{m^{*2}} + \lambda^* \left[ \sum_{i=1}^r t_i^{m^*} \ln^2 t_i + (N-r)r^{m^*} \ln^2 r \right] \right] - \left[ \sum_{i=1}^r t_i^{m^*} \ln t_i + (N-r)r^{m^*} \ln r \right]^2}$

*Оценка параметров распределения Релея*

План наблюдения	<p>Формулы для определения оценок <math>\lambda^* = \frac{1}{t_0} = \frac{1}{2\sigma^2}</math> и</p> $m^* = \sigma \cdot \sqrt{2}$
[NUN]	$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^N t_i^2}{2N} = \frac{t_0}{2}$
[NUT]	$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n t_i^2 + (N-n) \cdot T_a^2}{2n} = \frac{t_0}{2}$
[NUr]	$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^r t_i^2 + (N-r) \cdot T_r^2}{2r} = \frac{t_0}{2}$

Таблица П 12

*Доверительные границы для параметров распределения Релея*

Планы наблюдений	Формулы для определения двусторонних границ параметра $\lambda$ с доверительной вероятностью $\beta$	
	Нижняя граница $\lambda_H$	Верхняя граница $\lambda_B$
[NUN] [NUT] [Nur]	$\lambda^* - Z_\beta \sqrt{D(\lambda^*)}$	$\lambda^* + Z_\beta \sqrt{D(\lambda^*)}$

*Дисперсия оценок параметра / распределения Релея*

Планы наблюдений	Дисперсии оценок	Формулы для определения дисперсий оценок параметров $\lambda$ и $m$
[NUN]	$D(\lambda^*)$	$\frac{1}{\lambda^{*2} \frac{N}{4} + \lambda \cdot \sum_{i=1}^N t_i^2 \cdot \ln^2 t_i} \frac{\left( \sum_{i=1}^N t_i^2 \cdot \ln t_i \right)^2}{N}$
[NUT]	$D(\lambda^*)$	$\frac{1}{\lambda^{*2} \frac{n}{4} + \lambda \cdot \left\{ \sum_{i=1}^n t_i^2 \cdot \ln^2 t_i + [N-n] \cdot T^2 \cdot \ln^2 T \right\}} \frac{\left( \sum_{i=1}^n t_i^2 \cdot \ln t_i + [N-n] \cdot T^2 \cdot \ln T \right)^2}{n}$
[Nur]	$D(\lambda^*)$	$\frac{1}{\lambda^{*2} \frac{r}{4} + \lambda \cdot \left\{ \sum_{i=1}^r t_i^2 \cdot \ln^2 t_i + [N-r] \cdot T_r^2 \cdot \ln^2 T_r \right\}} \frac{\left( \sum_{i=1}^r t_i^2 \cdot \ln t_i + [N-r] \cdot T_r^2 \cdot \ln T_r \right)^2}{r}$

Оценка параметров нормального распределения

План наблюдений	Расчетные формулы
[NUN]	$m_i^* = \frac{\sum_{i=1}^N t_i}{N}; \sigma_i^* = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (t_i - m_i^*)^2}{N-1}}$
[NUT]	$\sum_{i=1}^n \left( \frac{t_i - m_i^*}{\sigma_i^*} \right) + (N-n) \frac{f\left(\frac{m_i^* - t_n}{\sigma_i^*}\right)}{F\left(\frac{m_i^* - t_n}{\sigma_i^*}\right)} = 0$
[NUr]	$r - \sum_{i=1}^r \left( \frac{t_i - m_i^*}{\sigma_i^*} \right) + (N-r) \frac{m_i^* - t_r}{\sigma_i^*} \frac{f\left(\frac{m_i^* - t_r}{\sigma_i^*}\right)}{F\left(\frac{m_i^* - t_r}{\sigma_i^*}\right)} = 0$

Таблица П 15

Доверительные границы для параметров нормального распределения

Планы наблюдений	Формулы для определения двусторонних границ параметров $m$ и $\sigma$ с доверительной вероятностью $\beta$			
	Нижняя граница $m_{iH}$	Верхняя граница $m_{iB}$	Нижняя граница $\sigma_{iH}$	Верхняя граница $\sigma_{iB}$
[NUN]	$m_i^* - t_{\beta, N-1} \frac{\sigma_i^*}{\sqrt{N}}$	$m_i^* + t_{\beta, N-1} \frac{\sigma_i^*}{\sqrt{N}}$	$\sigma_i^* \sqrt{\frac{N-1}{\chi_{1-\beta, N-1}^2}}$	$\sigma_i^* \sqrt{\frac{N-1}{\chi_{\beta, N-1}^2}}$
[NUT] [Nur]	$m_i^* - Z_{\beta} \frac{\sigma_i^*}{\sqrt{N}} \sqrt{f_1(K)}$	$m_i^* + Z_{\beta} \frac{\sigma_i^*}{\sqrt{N}} \sqrt{f_1(K)}$	$\sigma_i^* - Z_{\beta} \frac{\sigma_i^*}{\sqrt{N}} \sqrt{f_1(K)}$	$\sigma_i^* + Z_{\beta} \frac{\sigma_i^*}{\sqrt{N}} \sqrt{f_1(K)}$

Оценка параметров логарифмически нормального распределения

План наблюдений	Расчетные формулы
[NUN]	$m_l^* = \frac{\sum_{i=1}^N \ln t_i}{N}; \sigma_l^* = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (\ln t_i - m_l^*)^2}{N-1}}$
[NUT]	$\sum_{i=1}^n \left( \frac{\ln t_i - m_l^*}{\sigma_l^*} \right) + (N-n) \frac{f\left(\frac{m_l^* - \ln t_n}{\sigma_l^*}\right)}{F\left(\frac{m_l^* - \ln t_n}{\sigma_l^*}\right)} = 0$
[NUr]	$r - \sum_{i=1}^r \left( \frac{\ln t_i - m_l^*}{\sigma_l^*} \right) + (N-r) \frac{m_l^* - \ln t_r}{\sigma_l^*} \frac{f\left(\frac{m_l^* - \ln t_r}{\sigma_l^*}\right)}{F\left(\frac{m_l^* - \ln t_r}{\sigma_l^*}\right)} = 0$

Доверительные границы для параметров логарифмически нормального закона распределения

Планы наблюдений	Формулы для определения двусторонних границ параметров $m_i$ и $\sigma_i$ с доверительной вероятностью $\beta$			
	Нижняя граница $m_{iH}$	Верхняя граница $m_{iB}$	Нижняя граница $\sigma_{iH}$	Верхняя граница $\sigma_{iB}$
[NUN]	$m_i^* - t_{\beta, N-1} \frac{\sigma_i^*}{\sqrt{N}}$	$m_i^* + t_{\beta, N-1} \frac{\sigma_i^*}{\sqrt{N}}$	$\sigma_i^* \sqrt{\frac{N-1}{\chi_{1-\beta, N-1}^2}}$	$\sigma_i^* \sqrt{\frac{N-1}{\chi_{1+\beta, N-1}^2}}$
[NUT] [Nur]	$m_i^* - Z_{\beta} \frac{\sigma_i^*}{\sqrt{N}} \sqrt{f_2(K)}$	$m_i^* + Z_{\beta} \frac{\sigma_i^*}{\sqrt{N}} \sqrt{f_2(K)}$	$\sigma_i^* - Z_{\beta} \frac{\sigma_i^*}{\sqrt{N}} \sqrt{f_3(K)}$	$\sigma_i^* + Z_{\beta} \frac{\sigma_i^*}{\sqrt{N}} \sqrt{f_3(K)}$

Продолжение прил. 2  
Таблица П 18

*Значения коэффициентов  $K$ ;  $f_1(K)$ ;  $f_2(K)$ ;  $f_3(K)$*

$K$	$f_1(K)$	$f_2(K)$	$f_3(K)$
-2,0	2,373	1,003	0,519
-1,9	2,285	1,004	0,524
-1,8	2,197	1,005	0,530
-1,7	2,110	1,006	0,537
-1,6	2,024	1,009	0,546
-1,5	1,939	1,011	0,556
-1,4	1,854	1,015	0,568
-1,3	1,770	1,019	0,583
-1,2	1,688	1,025	0,600
-1,1	1,606	1,032	0,620
-1,0	1,525	1,042	0,643
-0,9	1,446	1,054	0,671
-0,8	1,376	1,069	0,702
-0,7	1,290	1,089	0,740
-0,6	1,215	1,114	0,783
-0,5	1,141	1,147	0,833
-0,4	1,069	1,189	0,891
-0,3	0,998	1,243	0,959
-0,2	0,929	1,312	1,039
-0,1	0,868	1,401	1,132
0,0	0,790	1,517	1,241
0,1	0,735	1,667	1,370
0,2	0,675	1,863	1,523
0,3	0,617	2,119	1,704
0,4	0,562	2,458	1,919
0,5	0,509	2,898	2,178
0,6	0,459	3,473	2,488
0,7	0,412	4,241	2,863
0,8	0,368	5,261	3,319
0,9	0,326	6,623	3,876
1,0	0,288	8,448	4,561
1,1	0,252	10,900	5,408
1,2	0,219	14,220	6,462
1,3	0,190	18,730	7,780
1,4	0,163	24,890	9,442
1,5	0,139	33,340	11,550
1,6	0,117	44,590	14,240
1,7	0,098	51,130	17,240
1,8	0,082	83,640	22,190
1,9	0,068	115,200	28,050
2,0	0,055	159,700	35,740

*Значения Гамма-функции  $\Gamma(x)$*

x	$\Gamma(x)$										
0,30	2,992	0,32	2,796	0,34	2,624	0,36	2,473	0,38	2,338	0,40	2,218
0,42	2,110	0,44	2,013	0,46	1,925	0,48	1,845	0,50	1,772	0,52	1,706
0,54	1,645	0,56	1,589	0,58	1,537	0,60	1,489	0,62	1,445	0,64	1,404
0,66	1,366	0,68	1,331	0,70	1,298	0,72	1,267	0,74	1,239	0,76	1,212
0,78	1,187	0,80	1,164	0,82	1,142	0,84	1,122	0,86	1,103	0,88	1,085
0,90	1,069	0,92	1,053	0,94	1,038	0,96	1,025	0,98	1,012	1,00	1,000
1,02	0,989	1,04	0,978	1,06	0,969	1,08	0,960	1,10	0,951	1,12	0,944
1,14	0,936	1,16	0,930	1,18	0,924	1,20	0,918	1,22	0,913	1,24	0,909
1,26	0,904	1,28	0,901	1,30	0,897	1,32	0,895	1,34	0,892	1,36	0,890
1,38	0,889	1,40	0,887	1,42	0,886	1,44	0,886	1,46	0,886	1,48	0,886
1,50	0,886	1,52	0,887	1,54	0,888	1,56	0,890	1,58	0,891	1,60	0,894
1,62	0,896	1,64	0,899	1,66	0,902	1,68	0,905	1,70	0,909	1,72	0,913
1,74	0,917	1,76	0,921	1,78	0,926	1,80	0,931	1,82	0,937	1,84	0,943
1,86	0,949	1,88	0,955	1,90	0,962	1,92	0,969	1,94	0,976	1,96	0,984
1,98	0,992	2,00	1,000	2,02	1,009	2,04	1,018	2,06	1,027	2,08	1,037
2,10	1,046	2,12	1,057	2,14	1,068	2,16	1,079	2,18	1,090	2,20	1,102
2,22	1,114	2,24	1,127	2,26	1,140	2,28	1,153	2,30	1,167	2,32	1,181
2,34	1,196	2,36	1,211	2,38	1,226	2,40	1,242	2,42	1,259	2,44	1,276
2,46	1,293	2,48	1,311	2,50	1,329	2,52	1,348	2,54	1,368	2,56	1,388
2,58	1,408	2,60	1,430	2,62	1,451	2,64	1,474	2,66	1,497	2,68	1,520
2,70	1,545	2,72	1,570	2,74	1,595	2,76	1,622	2,78	1,649	2,80	1,676
2,82	1,705	2,84	1,734	2,86	1,765	2,88	1,796	2,90	1,827	2,92	1,860
2,94	1,894	2,96	1,928	2,98	1,964	3,00	2,000				

Учебное издание

**ПРИМЕРЫ РАСЧЕТА ХАРАКТЕРИСТИК  
НАДЕЖНОСТИ АВИАЦИОННОЙ ТЕХНИКИ**

Методические указания

Составители: Кочуров Валерий Алексеевич.  
Новиков Герман Арсеньевич

Редактор Т. К. К р е т и н и н а  
Компьютерная верстка О. А. А н а н ь е в

Подписано в печать 21.11.2002 г. Формат 60×84 1/16.

Бумага офсетная. Печать офсетная.

Усл. печ. л. 2,8. Усл. кр.-отт. 2,9. Уч.-изд. л. 3,0.

Тираж 300 экз. Заказ **98** . Арт. С-28(Д1)/02 г.

Самарский государственный аэрокосмический университет  
имени академика С.П. Королёва.  
443086, г. Самара, Московское шоссе, 34.

---

РИО Самарского государственного аэрокосмического  
университета имени академика С.П. Королева.  
443001, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 151.