

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ  
АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ имени академика С.П. КОРОЛЕВА  
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)» (СГАУ)

## ПРОСТЫЕ ДЕФОРМАЦИИ

Рекомендовано редакционно-издательским советом федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королева (национальный исследовательский университет)» в качестве лабораторного практикума для студентов, обучающихся по программам высшего образования технических специальностей и направлений подготовки бакалавров

САМАРА  
Издательство СГАУ  
2015

УДК 539.3(075)

ББК 30.121я7

П 828

Рецензенты: канд. техн. наук, доц. П.В. Вершинин,  
канд. техн. наук, доц. В.А. Мехеда

Составители: *В.С. Вакулюк, О.В. Каранаева, В.Ф. Павлов,  
В.П. Сазанов, А.П. Филатов, В.К. Шадрин*

П 828     **Простые деформации:** лаб. практикум /сост.: В.С. Вакулюк, О.В. Каранаева, В.Ф. Павлов [и др.]. – Самара: Изд-во СГАУ, 2015. – 76 с.

**ISBN 978-5-7883-1026-8**

Рассмотрены методы экспериментального исследования перемещений, деформаций и напряжений в различных деталях авиационных конструкций. Ко всем работам приводятся теоретические обоснования и соответствующие формулы.

Изложена методика проведения работ, даны схемы испытательных установок, протоколы испытаний, контрольные вопросы.

Предназначено для студентов очного, очно-заочного и заочного форм обучения, изучающих дисциплину «Сопrotивление материалов» по специальностям:

Институт авиационной техники: 250301#Ф3+; 250302#Ф3+; 250402#Ф3+; 240507#Ф3+; 240304#Ф3+; 240404#Ф3+ – 3-4-й с.; 270302#Ф3+ – 4-й с.

Институт ракетно-космической техники: 240501#Ф3+; 240507#Ф3+; 240301#Ф3+; 240403#Ф3+ – 3-4-й с.

Инженерно-технологический факультет: 220302#Ф3+; 150301#Ф3+ – 3-й с.;

Институт двигателей и энергетических установок: 15.03.05; 24.05.02; 24.04.05 – 4-5-й с.; 24.03.05 – 4-й с.

Дисциплину «Механика материалов и конструкций» – 13.03.03 – 4-5-й с.

Подготовлено на кафедре сопротивления материалов СГАУ.

УДК 539.3(075)

ББК 30.121я7

ISBN 978-5-7883-1026-8

© СГАУ, 2015

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Испытание на растяжение. Основные механические характеристики материалов.....	4
2. Измерение деформации проволочными тензорезисторами.....	14
3. Исследование деформаций при центральном растяжении .....	23
4. Исследование деформаций и напряжений в статически неопределимой системе при сжатии.....	26
5. Определение напряжений и перемещений при кручении брусьев .....	31
6. Определение деформаций и напряжений при плоском изгибе .....	40
7. Определение перемещений балки с податливым закреплением.....	47
8. Определение остаточных напряжений .....	54
9. Определение перемещений статически неопределимой балки.....	60
10. Определение деформаций и напряжений плоской статически неопределимой рамы.....	65
11. Устойчивость сжатых стержней.....	69
Библиографический список.....	74

# 1. ИСПЫТАНИЕ НА РАСТЯЖЕНИЕ. ОСНОВНЫЕ МЕХАНИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ МАТЕРИАЛОВ

*Цель работы:* изучение зависимости между напряжениями и деформациями при растяжении до разрушения и определение основных механических характеристик материалов.

## *Теоретическое обоснование*

При расчёте деталей машин и сооружений необходимо знание механических свойств материалов, характеризующих их прочность и пластичность.

К характеристикам прочности относятся: предел пропорциональности, предел упругости, предел текучести, предел прочности (временное сопротивление).

Предел прочности и предел текучести необходимы для назначения допускаемого напряжения, входящего в условие прочности. Например, при статическом нагружении бруса допускаемое напряжение равно

$$[\sigma] = \frac{\sigma_L}{n}, \quad (1.1)$$

где  $\sigma_L$  – опасное напряжение, в качестве которого для пластичных материалов принимается предел текучести, а для хрупких – предел прочности;

$n$  – коэффициент запаса, устанавливаемый на основании инженерной практики.

Характеристиками пластичности являются относительное остаточное удлинение и относительное остаточное сужение образца при разрыве.

Все перечисленные выше механические характеристики определяются при испытании на растяжение, которое является наиболее распространённым методом исследования и контроля механических свойств материалов. Испытания производятся на разрывных или универсальных испытательных машинах с соблюдением всех требований, указанных в соответствующих стандартах.

### **Образец для испытаний**

По ГОСТ 1497–84 испытание металлов на растяжение производится на стандартных цилиндрических и плоских образцах. В настоящей лабораторной работе используются цилиндрические образцы (рис. 1.1). Рабочая часть цилиндрического образца плавно сопрягается с головками для крепления в захватах машины.

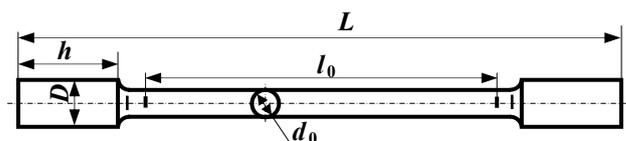


Рис. 1.1 – Образец для испытания на растяжение

Перед началом испытаний с помощью штангенциркуля или специального шаблона в пределах рабочей части образца наносятся две неглубокие риски, расстояние между которыми равно расчётной длине  $l_0$ . Погрешность базы  $l_0$  не должно превышать 0,1 мм. Для получения сопоставимых результатов при определении механических характеристик необходимо соблюдать закон подобия, заключающийся в том, что между продольными и поперечными размерами образца должно сохраняться постоянное соотношение. Согласно ГОСТу приняты следующие соотношения между расчётной длиной  $l_0$  и площадью поперечного сечения  $A_0$ :

$$\text{для нормальных образцов } \frac{l_0}{\sqrt{A_0}} = 11,3;$$

$$\text{для укороченных образцов } \frac{l_0}{\sqrt{A_0}} = 5,65.$$

Для образцов круглого поперечного сечения из этих соотношений получаются следующие простые зависимости между расчётной длиной  $l_0$  и начальным диаметром  $d_0$ :

- для нормальных образцов  $l_0 = 10 d_0$ ;
- для укороченных образцов  $l_0 = 5 d_0$ .

В соответствии с требованиями ГОСТа диаметр образца измеряется перед началом испытаний в трёх местах (в середине и по краям расчётной длины), в каждом месте – по двум взаимно перпендикулярным направлениям. Измерение производится микрометром с точностью до 0,01 мм. За расчётный принимается наименьший диаметр  $d_0$ . Площадь поперечного сечения образца  $A_0$  вычисляется с точностью до 0,01 мм<sup>2</sup>. Результаты измерений и вычислений заносят в протокол испытаний (табл. 1.1).

Таблица 1.1 – Протокол испытаний на растяжение

№ образца	Материал	$d_0$ , мм	$A_0$ , мм <sup>2</sup>	$l_0$ , мм	$F_T$ , кН	$\sigma_T$ , МПа	$F_{max}$ , кН	$\sigma_{\sigma}$ , МПа	$l_k$ , мм	$\delta$ , %	$d_k$ , мм	$A_k$ , мм <sup>2</sup>	$\psi$ , %
1													
2													
3													

### *Диаграмма растяжения*

Подготовленный к испытаниям образец закрепляют в зажимах машины, в диаграммное устройство закладывают миллиметровую бумагу и производят плавное нагружение образца до разрушения. При этом диаграммное устройство автоматически вычерчивает зависимость между нагрузкой  $F$  и абсолютной деформацией образца  $\Delta l$ . Эта кривая называется диаграммой растяжения. Характер диаграммы растяжения зависит от свойств испытуемого материала. Для различных материалов диаграммы могут значительно отличаться друг от друга. На рис. 1.2 показана типичная диаграмма растяжения для отожжённой

малоуглеродистой стали, дающая полную картину поведения материала в процессе его испытания.

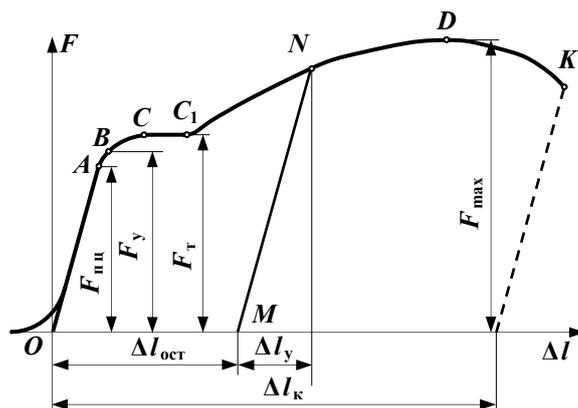


Рис. 1.2 – Диаграмма растяжения малоуглеродистой стали

Начальный криволинейный участок диаграммы является результатом смятия головок образца и устранения различных зазоров в захватах. Этот участок не отражает свойств материала и его исключают, принимая за начало координат точку  $O$  (точка пересечения продолжения прямолинейного участка диаграммы с осью абсцисс). Отметим на диаграмме растяжения ряд характерных точек и участков.

Первый участок изображается прямой  $OA$ . Здесь связь между усилиями и деформациями подчиняется закону Гука. Угол наклона линии  $OA$  определяется модулем упругости материала  $E$ . В точке  $A$ , являющейся границей 1-го участка, нарушается пропорциональность между  $F$  и  $\Delta l$ . Нагрузка  $F_{пц}$  соответствует пределу пропорциональности. Второй участок –  $AB$ . Точка  $B$  находится в непосредственной близости от точки  $A$ . Нагрузка  $F_y$  соответствует пределу упругости материала. Это наибольшая нагрузка, при которой после разгрузки практически отсутствуют остаточные деформации.

Третий участок диаграммы растяжения изображается кривой  $BCC_1$ . За точкой  $B$  в образце после разгрузки появляются остаточные

деформации. Начиная с точки  $C$  абсолютное удлинение возрастает практически без увеличения нагрузки, материал образца течёт. Горизонтальный участок  $CC_1$  называется площадкой текучести, а нагрузка  $F_T$  соответствует физическому пределу текучести. Конец площадки текучести (точка  $C_1$ ) характеризует момент, когда образец восстанавливает способность сопротивляться нарастанию нагрузки.

Четвёртый участок диаграммы  $C_1D$ , представляющий собой плавную кривую с небольшим подъёмом, называется зоной упрочнения. В конце этого участка в одном из сечений начинает образовываться местное сужение, так называемая «шейка». При этом нагрузка достигает максимальной величины  $F_{\max}$ , соответствующей пределу прочности (временному сопротивлению) материала образца.

Пятый участок диаграммы  $DK$  представляет ниспадающую кривую. Здесь наблюдается уменьшение нагрузки  $F$  вследствие прогрессирующе развивающегося утонения образца в зоне шейки. В точке  $K$  происходит разрушение образца.

Если нагрузить образец силой, превышающей  $F_y$  (точка  $N$ ), а затем снять нагрузку, то график разгрузки будет представлять собой прямую  $NM$ , параллельную участку диаграммы  $OA$ . При повторном нагружении график снова пойдёт по линии  $MN$ , а далее по линии  $NDK$  до разрушения материала. Из этого следует, что при разгрузке и повторном нагружении зависимость между силой и деформацией подчиняется закону Гука с одинаковым модулем упругости  $E$ . Общее удлинение образца при действии силы  $F$  состоит из двух частей: упругого удлинения  $\Delta l_y$  и остаточного или пластического –  $\Delta l_{\text{ост}}$ .

### ***Основные механические характеристики материалов***

На основании диаграммы растяжения строят диаграмму условных напряжений в координатах  $\sigma - \varepsilon$  (напряжение – относительная деформация), где

$$\sigma = \frac{F}{A_0}, \quad \varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}. \quad (1.2)$$

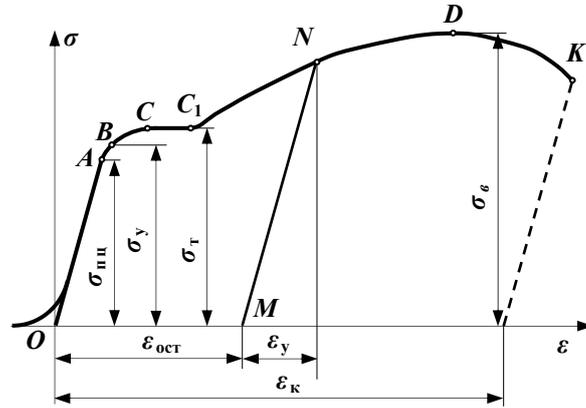


Рис. 1.3 – Диаграмма условных напряжений малоуглеродистой стали

Диаграмма  $\sigma - \epsilon$  (рис. 1.3) подобна диаграмме  $F - \Delta l$ , так как при её построении изменяется лишь масштаб осей. Ординаты характерных точек диаграммы  $\sigma - \epsilon$  определяют основные характеристики прочности материала.

*Предел пропорциональности*  $\sigma_{пц}$  – наибольшее напряжение, при котором ещё выполняется закон Гука:

$$\sigma_{пц} = \frac{F_{пц}}{A_0}. \quad (1.3)$$

Обычно предел пропорциональности определяется как напряжение, при котором тангенс угла наклона касательной к оси ординат увеличивается на 50% от значения в начале кривой растяжения.

*Предел упругости*  $\sigma_y$  – наибольшее напряжение, при котором практически отсутствуют пластические (остаточные) деформации:

$$\sigma_y = \frac{F_y}{A_0}. \quad (1.4)$$

Вначале остаточная деформация (деформация, остающаяся в образце после разгрузки) настолько мала, что её измерение связано с

техническими трудностями. Поэтому обычно определяют условный предел упругости  $\sigma_{0,05}$ , представляющий собой напряжение, при котором остаточное относительное удлинение составляет 0,05%.

Физический предел текучести  $\sigma_T$  – напряжение, при котором образец деформируется без увеличения нагрузки:

$$\sigma_T = \frac{F_T}{A_0}. \quad (1.5)$$

*Предел прочности* или *временное сопротивление*  $\sigma_b$  – условное напряжение, равное частному от деления максимальной нагрузки, которую выдерживает образец до разрушения, на первоначальную площадь поперечного сечения образца:

$$\sigma_b = \frac{F_{\max}}{A_0}. \quad (1.6)$$

Характеристики пластичности материала определяются путём сравнения размеров образца до и после испытания.

*Относительное остаточное удлинение образца после разрыва*  $\delta$  равно отношению приращения расчётной длины образца после разрушения к её исходной величине:

$$\delta = \frac{\Delta l_k}{l_0} \cdot 100\% = \frac{l_k - l_0}{l_0} \cdot 100\%, \quad (1.7)$$

где  $l_k$  — длина расчётной части образца после разрыва.

Для определения  $l_k$  обе части разорванного образца состыкуют друг с другом и измеряют расстояние между рисками, определяющими границы расчётной длины. Если разрыв происходит на расстоянии двух и менее размера диаметра рабочей части образца от какой-либо риски, то результаты этого опыта не учитываются и испытание нужно повторить на новом образце.

Относительное остаточное сужение после разрыва  $\psi$  есть отношение уменьшения площади поперечного сечения образца в месте разрыва к начальной площади поперечного сечения образца:

$$\psi = \frac{A_0 - A_k}{A_0} \cdot 100\%, \quad (1.8)$$

где  $A_k$  – конечная, минимальная площадь поперечного сечения образца.

Диаметр образца в месте разрыва (диаметр шейки) измеряют в двух взаимно перпендикулярных направлениях, находят среднее значение  $d_k$  и по нему вычисляют  $A_k$ .

Если нагрузить образец выше предела текучести, а затем снять нагрузку, то график разгрузки будет представлять собой прямую  $NM$ , параллельную участку диаграммы  $OA$ . При повторном нагружении график снова пойдёт по линии  $MN$ , а далее – по линии  $NDK$  до разрушения материала, следовательно механические характеристики материала при этом изменятся. Это явление называется наклёпом.

Таким образом, *наклёп* – это явление, при котором, повышаются прочностные (кроме  $\sigma_v$ ) и снижаются деформационные характеристики материала за счёт предварительного нагружения образца выше предела текучести.

Диаграммы нагружения многих пластичных материалов не имеют площадки текучести (рис. 1.4). Для таких материалов определяют *условный предел текучести* ( $\sigma_{0,2}$ ), равный напряжению, при котором относительное остаточное удлинение составляет 0,2%.

#### **Порядок выполнения работы**

1. На поверхности рабочей части образца, симметрично отно-

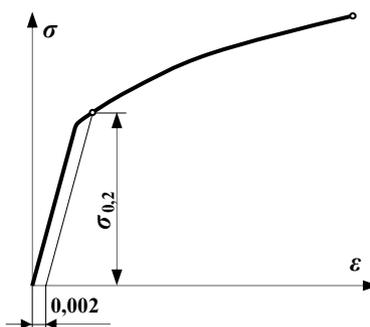


Рис. 1.4 – Диаграмма условных напряжений для материала без площадки текучести

сительно его середины, при помощи шаблона или штангенциркуля нанести риски, ограничивающие рабочую длину образца  $l_0$ .

2. Перед началом испытаний при помощи микрометра измерить диаметр  $d_0$  образца в трёх местах (в середине и по краям расчётной длины), в каждом месте – по двум взаимно перпендикулярным направлениям. За расчётный принять наименьший из измеренных диаметров.

3. Вычислить площадь поперечного сечения образца.

4. Образец установить в захваты машины.

5. Нагрузить образец до разрушения. В процессе нагружения наблюдать за стрелкой динамометра и характером деформирования образца.

6. После окончания испытания снять миллиметровую бумагу с диаграммного устройства и произвести обработку полученной диаграммы растяжения, построить диаграмму условных напряжений, определить механические характеристики материалов: предел текучести  $\sigma_T$ , предел прочности  $\sigma_e$ .

*Примечание:* определение предела пропорциональности и предела упругости не проводить, так как для этого требуется более точное измерение деформаций.

7. Измерить длину образца после разрыва  $l_k$  и диаметр шейки  $d_k$ , плотно состыковав обе части образца. Вычислить  $A_k$ .

8. Определить характеристики пластичности  $\delta$  и  $\psi$ .

9. Результаты измерения и вычислений занести в протокол испытаний (см. табл. 1.1).

#### ***Содержание отчёта***

1. Эскиз и размеры образца до испытаний.

2. Эскиз и размеры образца после испытаний.

3. Диаграмма растяжения в координатах  $F - \Delta l$ .

4. Диаграмма условных напряжений в координатах  $\sigma - \varepsilon$ .

5. Расчёты, относящиеся к определению характеристик прочности и пластичности.

6. Протокол испытаний.

### ***Контрольные вопросы***

1. Для чего проводят испытания образцов на растяжение?
2. Каковы соотношения размеров стандартных образцов?
3. Дать определения основных механических характеристик материала – предела пропорциональности, предела упругости, предела текучести, предела прочности, относительного удлинения и относительного сужения.
4. Что принимается за предел текучести материала, не имеющего площадки текучести?
5. Как изменяются основные механические характеристики материала после предварительного нагружения образца выше предела текучести?
6. Как используются основные механические характеристики в расчётах на прочность?

## **2. ИЗМЕРЕНИЕ ДЕФОРМАЦИИ ПРОВОЛОЧНЫМИ ТЕНЗОРЕЗИСТОРАМИ**

*Цель работы:* ознакомление с методами измерения деформаций; тарирование тензометрического прибора с тензорезистором.

### *Теоретическое обоснование*

Экспериментальное определение деформаций (тензометрирование) в деталях машин и элементах сооружений находит широкое применение при проверке точности расчётов, при исследовании распределения деформаций и напряжений в деталях сложной конфигурации, при определении динамических нагрузок и во многих других случаях.

Деформации можно измерять с помощью механических, оптических и электрических приборов – тензометров, из которых последние – электрические – получили в настоящее время наибольшее распространение.

Принцип действия электрических тензометров, чувствительным элементом которых является тензорезистор, основан на изменении сопротивления проводника в результате его удлинения или укорочения вследствие деформации детали. Регистрируя изменение сопротивления, можно определить деформацию детали в месте закрепления тензорезистора. Одним из преимуществ тензорезисторов является малогабаритность, что позволяет устанавливать их в труднодоступных местах и измерять деформации на весьма малых участках поверхности детали. Применяются проволочные, фольговые и полупроводниковые тензорезисторы.

### **Проволочный тензорезистор**

Проволочный тензорезистор (рис. 2.1) представляет собой плоскую спираль *1* из константановой или нихромовой проволоки диаметром 0,015-0,030 мм, наклеенную на бумажную подложку *2*. Концы

спирали припаиваются к выводам 3 из более толстого проводника. Сопротивление тензорезистора  $R$  обычно составляет 50-250 Ом, длина  $l$ , называемая базой, лежит в пределах 2,5-20 мм. Тензорезистор наклеивается на исследуемую деталь клеями: БФ-2, ЦИАКРИН-30, целлулоидным и другими. При деформации тензорезистора вместе с деталью изменяется его сопротивление в силу известного физического закона об изменении сопротивления деформированного проводника:

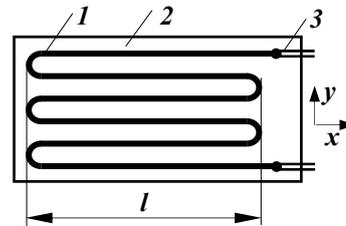


Рис. 2.1 – Проволочный тензорезистор

$$\Delta R = S \cdot R \cdot \varepsilon_x, \quad (2.1)$$

где  $\Delta R$  – изменение сопротивления тензорезистора в результате деформации;

$R$  – сопротивление тензорезистора;

$\varepsilon_x$  – деформация тензорезистора в направлении его главной оси  $x$ ;

$S$  – коэффициент тензочувствительности тензорезистора ( $S \approx 2$ ).

Из-за наличия у спирали криволинейных участков поперечная деформация  $\varepsilon_y$  также вызывает изменение сопротивления тензорезистора, однако оно относительно мало и им пренебрегают. Чем меньше доля криволинейных участков в общем сопротивлении тензорезистора, тем меньше влияние поперечной деформации.

#### Фольговый тензорезистор

В настоящее время широко применяются фольговые тензорезисторы, чувствительная решётка  $I$  которых выполняется из очень тонкой (толщиной 0,002—0,010 мм) константановой фольги (рис. 2.2). Основные преимущества фольговых тензорезисторов:

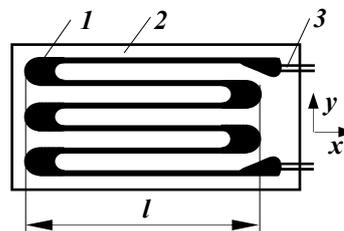


Рис. 2.2 – Фольговый тензорезистор

1) малая чувствительность к поперечной деформации благодаря широким перемычкам;

2) хорошая теплоотдача, что позволяет, с одной стороны, несколько расширить диапазон рабочих температур, с другой – увеличить рабочий ток и тем самым повысить чувствительность электрической схемы, в которую включён тензорезистор.

### **Полупроводниковый тензорезистор**

В последние годы начали применяться германиевые и кремниевые полупроводниковые тензорезисторы. Наибольшее распространение получили кремниевые тензорезисторы, которые выпускаются с базой 7,3 и 2 мм и сопротивлением 55-330 Ом. Такой тензорезистор представляет собой тонкую и узкую пластинку *1* из монокристалла кремния, вырезанную в определённом кристаллографическом направлении (рис. 2.3). По обоим концам пластинки закреплены короткие выводы из золотой проволоки *2*, к концам которых приварены медные проводники *3*. Полупроводниковые тензорезисторы имеют ряд преимуществ:



Рис. 2.3 – Полупроводниковый тензорезистор

1) высокий коэффициент тензочувствительности, достигающий до 200 и более, что позволяет измерять малые деформации без усиления выходного сигнала;

2) отсутствие гистерезиса;

3) малая поперечная тензочувствительность, не превышающая 1 % от продольной чувствительности.

Недостатком полупроводниковых тензорезисторов является существенная зависимость их удельного сопротивления от кристаллографического направления, примесей и температуры.

### **Электрические схемы с тензорезисторами**

При измерении деформаций с помощью тензорезисторов применяют две электрические схемы: мостовую и потенциометрическую. Наибольшее распространение получила мостовая схема, которая вы-

полняется в двух вариантах: с отсчётом по гальванометру и с отсчётом по нулевому методу.

На рис. 2.4 изображена мостовая схема с отсчётом по гальванометру. Она составлена из четырех сопротивлений: рабочего тензорезистора  $R_1$ , компенсационного тензорезистора  $R_2$ , постоянных сопротивлений  $R_3$  и  $R_4$  и гальванометра  $G$ .

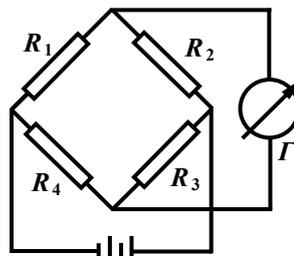


Рис. 2.4 – Мостовая схема с отсчётом по гальванометру

Наличие компенсационного тензорезистора в схеме исключает влияние температуры на результаты измерения деформаций. Этот тензорезистор, представляющий собой точную копию рабочего, наклеивается на образец, изготовленный из того же материала, что и исследуемая деталь, и располагается в одинаковых с ней температурных условиях. При изменении температуры сопротивления тензорезисторов  $R_1$  и  $R_2$  меняются на одинаковую величину и балансировка моста не нарушается.

Изменение сопротивления тензорезистора  $R_1$  за счёт деформации детали приводит к появлению разности потенциалов в измерительной диагонали моста. При умеренных деформациях отклонение стрелки гальванометра пропорционально  $\Delta R$  и, следовательно, пропорционально измеряемой деформации. Для увеличения чувствительности схемы сигнал с измерительной диагонали моста может подаваться на электронный усилитель, к которому подключается регистрирующий прибор. Рассмотренная мостовая схема может применяться для измерения как постоянных, так и переменных деформаций. В последнем случае в качестве регистрирующего прибора используется шлейфовый или катодный осциллограф. Недостатком схемы с отсчётом по гальванометру является зависимость показаний прибора от напряжения источника питания.

Схема с отсчётом по нулевому методу изображена на рис. 2.5. При нулевом методе измерения в схему моста включается переменное сопротивление – реохорд  $R$ . Измерительная диагональ подключается к

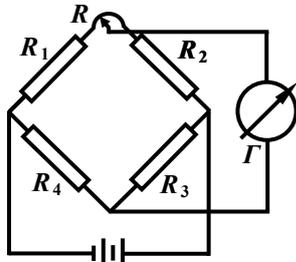


Рис. 2.5 – Мостовая схема с отсчётом по нулевому методу

определить измеряемую деформацию. Балансировка моста осуществляется либо вручную, либо автоматически. При автоматической балансировке поворот движка реохорда производится электродвигателем, на который подается сигнал с диагонали моста через электронный усилитель. В отличие от предыдущего способа измерения показания прибора здесь не будут зависеть от напряжения источника питания моста, что является большим преимуществом нулевого метода измерения. Однако из-за инерционности схемы с отсчётом по нулевому методу последняя может применяться только для измерения постоянных или медленно меняющихся деформаций.

#### **Тарировка тензорезистора**

До измерения деформаций электрическую схему с рабочим тензорезистором необходимо протарировать, т. е. установить зависимость  $\varepsilon = f(\Delta A)$ , где  $\varepsilon$  – измеряемая деформация,  $\Delta A$  – приращение показания регистрирующего прибора, соответствующее деформации  $\varepsilon$ . Обычно тарировке подвергаются несколько тензорезисторов из партии, в которой все тензорезисторы изготовлены из одной катушки проволоки на одном и том же приспособлении. Чувствительность остальных тензорезисторов в партии принимается равной средней чувствительности испытанных.

Для тарировки чаще всего применяют балку равного сопротивления, схема которой показана на рис. 2.6. Балка *I* нагружается в точке пересечения боковых сторон. В пределах клиновидной части балки её деформации по длине остаются постоянными. Эта часть балки и ис-

мосту через движок реохорда. Изменение сопротивления рабочего тензорезистора  $R_1$ , вызванное деформацией детали, приводит к разбалансировке моста, т. е. к появлению тока в измерительной диагонали. Поворотом движка реохорда мост приводится в равновесие. По углу поворота движка реохорда, на основании предварительной тарировки, можно

пользуется для наклейки тензорезистора 2, включённого в мостовую схему. Измеряемую деформацию балки можно вычислить через нагрузку  $F$ , модуль упругости материала балки  $E$  и размеры балки.

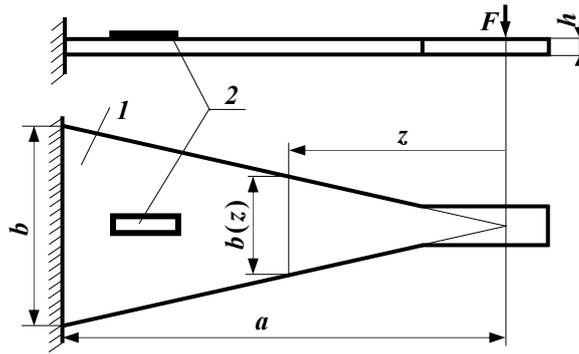


Рис. 2.6 – Балка равного сопротивления для тарировки тензорезисторов

Учитывая, что

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E}, \quad \sigma = \frac{M}{W}, \quad (2.2)$$

где  $M = F \cdot z$ ,  $W = \frac{b(z) \cdot h^2}{6}$ ,  $b(z) = \frac{b}{a} \cdot z$ , получим зависимость между деформацией и нагрузкой в виде

$$\varepsilon = \frac{6 \cdot a}{b \cdot h^2 \cdot E} \cdot F. \quad (2.3)$$

Для построения тарировочного графика  $\varepsilon = f(\Delta A)$  к балке ступенями прикладывается нагрузка  $F$ , для каждого значения которой по формуле (2.3) подсчитывается величина относительной деформации  $\varepsilon$ , а со шкалы прибора снимается соответствующее показание  $A$ . Расчётные и опытные величины заносятся в протокол (табл. 2.1).

Таблица 2.1 – **Протокол тарировки тензорезистора**

$F$ , Н							
$A$ , дел							
$\Delta A$ , дел							
$\varepsilon$ , мм/мм							

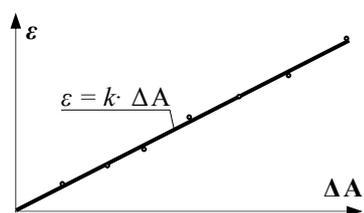


Рис. 2.7 – Тарировочный график

Затем строится тарировочный график, который обычно имеет вид прямой линии, проходящей через начало координат (рис. 2.7):

$$\varepsilon = k \cdot \Delta A. \quad (2.4)$$

В линейной зависимости (2.4) коэффициент  $k$  представляет собой цену деления шкалы прибора и называется тарировочным коэффициентом.

#### **Порядок выполнения работы**

1. Включить измерительный прибор и прогреть его в течение 15 мин.
2. Установить переключатель каналов в позицию, соответствующую включению в измерительную схему прибора тензорезистора, наклеенного на тарировочную балку.
3. Ступенями приложить нагрузку  $F$  и снять показания прибора для каждой ступени. Результаты измерений занести в протокол (см. табл. 2.1).
4. Построить тарировочный график и вычислить цену деления прибора.

$$k = \varepsilon / \Delta A. \quad (2.5)$$

#### **Содержание отчёта**

1. Эскиз тарировочной балочки.
2. Принципиальная электрическая схема прибора для определения деформаций.

3. Эскиз проволочного тензорезистора.
4. Протокол тарировки, расчёты, тарировочный график, значение цены деления шкалы прибора.

***Контрольные вопросы***

1. Устройство и принцип действия проволочного тензорезистора.
2. Какая зависимость существует между относительной деформацией и изменением сопротивления тензорезисторов?
3. Как компенсируется влияние температуры при измерении деформаций тензорезисторами?
4. В чём заключается разница измерений деформаций по нулевому методу и с отсчётом по гальванометру? Преимущества и недостатки того и другого способов.
5. Почему для тарировки тензорезисторов применяется балка равного сопротивления?

### 3. ИССЛЕДОВАНИЕ ДЕФОРМАЦИЙ ПРИ ЦЕНТРАЛЬНОМ РАСТЯЖЕНИИ

**Цель работы:** опытное определение продольных и поперечных деформаций бруса при центральном растяжении и сопоставление

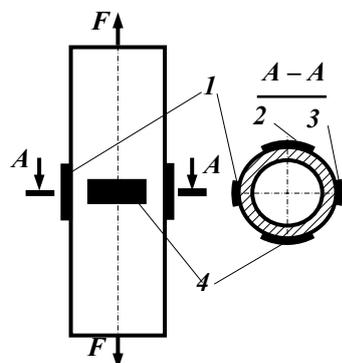


Рис. 3.1 – Схема нагружения и наклейки тензорезисторов на тяге

полученных результатов с расчётными величинами, вычисленными по формулам сопротивления материалов.

#### **Объект исследования**

В данной работе с помощью проволочных тензорезисторов определяются деформации титановой тяги привода створки регулируемого сопла турбореактивного авиационного двигателя, которая во время эксплуатации испытывает центральное растяжение и сжатие (рис. 3.1).

#### **Теоретическое решение**

При центральном растяжении относительная продольная деформация тяги определяется по формуле

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{F}{E \cdot A}, \quad (3.1)$$

где  $\sigma$  – напряжение в поперечном сечении;  
 $F$  – нагрузка, действующая на тягу;  
 $A$  – площадь поперечного сечения тяги;  
 $E$  – модуль продольной упругости материала.

Относительная поперечная деформация вычисляется по формуле

$$\varepsilon_{non} = -\mu \cdot \varepsilon, \quad (3.2)$$

где  $\mu$  – коэффициент Пуассона.

#### *Экспериментальное исследование деформаций*

Тяга закрепляется в захваты разрывной машины и нагружается силой  $F$ . Для определения относительной продольной деформации  $\varepsilon_{оп}$  на тягу наклеиваются в продольном направлении тензорезисторы **1**, **3** (см. рис. 3.1). Они располагаются на противоположных сторонах тяги, что позволяет путём вычисления полусуммы показаний исключить влияние изгибающего момента, возникающего в результате несовпадения линии действия силы  $F$  с осью стержня.

Для определения относительной поперечной  $(\varepsilon_{non})_{оп}$  деформации на стержень наклеиваются тензорезисторы **2**, **4** в поперечном направлении. Поперечная деформация также определяется как полусумма показаний двух тензорезисторов. Все тензорезисторы поочередно включаются в мостовую схему регистрирующего прибора с отсчётом по нулевому методу. Перемещение движка реохорда для балансировки моста осуществляется автоматически и показания прибора выводятся на экран монитора.

Зная цену деления прибора  $\kappa$ , деформацию можно подсчитать по формуле

$$\varepsilon = \kappa \cdot \Delta A, \quad (3.3)$$

где  $\kappa$  – тарифовочный коэффициент, определённый в работе 2;

$\Delta A$  – приращение показания прибора.

Результаты опытного определения деформаций заносятся в протокол (табл. 3.1).



10. Определить расхождение между опытными и теоретическими результатами:

$$\delta_{np} = \frac{|\varepsilon - \varepsilon_{on}|}{\varepsilon} \cdot 100\%,$$

$$\delta_{non} = \frac{|\varepsilon_{non} - (\varepsilon_{non})_{on}|}{\varepsilon_{non}} \cdot 100\%.$$

#### ***Содержание отчёта***

1. Эскиз тяги с тензорезисторами.
2. Расчёты.
3. Протокол испытаний.
4. Выводы о достоверности формул сопротивления материалов.

#### ***Контрольные вопросы***

1. Как формулируются и записываются законы Гука и Пуассона?
2. Как рассчитываются напряжения в поперечном сечении стержня при центральном растяжении?
3. Как рассчитываются продольная и поперечная деформации стержня при центральном растяжении?
4. Почему для измерения каждой деформации используются два тензорезистора, наклеенные на противоположные стороны?
5. Почему для изготовления авиационных деталей применяются титановые сплавы?

#### 4. ИССЛЕДОВАНИЕ ДЕФОРМАЦИЙ И НАПРЯЖЕНИЙ В СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМОЙ СИСТЕМЕ ПРИ СЖАТИИ

**Цель работы:** опытное определение деформаций и напряжений в статически неопределимой системе и сопоставление опытных данных с расчётными величинами, найденными по формулам сопротивления материалов.

##### **Объект исследования**

Испытанию подвергается биметаллическая труба, показанная на рис. 4.1. С помощью универсальной испытательной машины она нагружается сжимающими силами  $F$ , направленными по её оси. Материал внешней трубы – сталь X18H10T ( $E_c = 1,9 \cdot 10^5$  МПа,  $\sigma_e = 600$  МПа,  $\sigma_{0,2} = 280$  МПа). Материал внутренней трубы – алюминиево-магниевый сплав АМг6 ( $E_a = 0,7 \cdot 10^5$  МПа,  $\sigma_e = 320$  МПа,  $\sigma_{0,2} = 170$  МПа).

Биметаллические трубы применяются в авиационной технике для соединения сваркой трубопроводов из разных материалов.

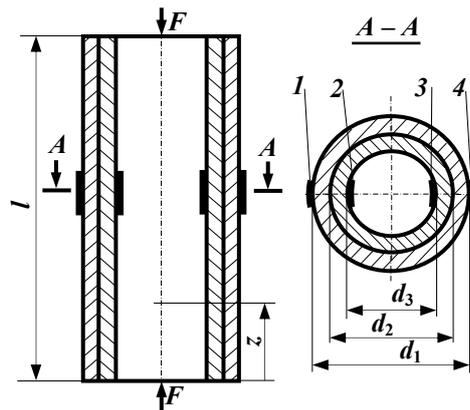


Рис. 4.1 – Схема нагружения и наклейки тензорезисторов на трубе

##### **Теоретическое решение**

При центральном сжатии биметаллической трубы в ней возникает линейное напряжённое состояние, характеризующееся тем, что все внешние и внутренние силы направлены по одной оси. Поэтому, если воспользоваться методом сечений и рассмотреть равновесие верхней

части трубы (рис. 4.2), то из всех уравнений равновесия останется только одно:

$$-F + N_c + N_a = 0, \quad (4.1)$$

где  $N_c$  – результирующая внутренняя сила, приложенная к сечению стальной части;

$N_a$  – результирующая внутренняя сила, приложенная к сечению алюминиевой части.

Одно уравнение равновесия (4.1) содержит две неизвестные величины  $N_c$ ,  $N_a$ , следовательно, задача один раз статически неопределимая.

Чтобы решить её, необходимо получить ещё одно уравнение. Оно составляется, исходя из условия совместности деформаций. В данном случае это условие заключается в том, что обе части трубы имеют одинаковую осевую деформацию, т. е.

$$\Delta l_c = \Delta l_a = \Delta l, \quad (4.2)$$

где  $\Delta l_c$ ,  $\Delta l_a$  – абсолютные осевые деформации стальной и алюминиевой частей трубы.

На основании закона Гука имеем

$$\Delta l_c = \frac{N_c \cdot l}{E_c \cdot A_c}, \quad \Delta l_a = \frac{N_a \cdot l}{E_a \cdot A_a}, \quad (4.3)$$

где  $A_c$ ,  $A_a$  – площади поперечных сечений стальной и алюминиевой частей трубы.

Подставив выражения (4.3) в равенство (4.2), получим

$$\frac{N_a \cdot l}{E_a \cdot A_a} = \frac{N_c \cdot l}{E_c \cdot A_c}. \quad (4.4)$$

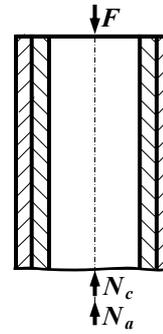


Рис. 4.2 – Силы, действующие на часть трубы

Из соотношений (4.1) и (4.4) найдём

$$N_c = \frac{E_c \cdot A_c}{E_c \cdot A_c + E_a \cdot A_a} \cdot F; \quad (4.5)$$

$$N_a = \frac{E_a \cdot A_a}{E_c \cdot A_c + E_a \cdot A_a} \cdot F. \quad (4.6)$$

Теоретическое значение напряжения в биметаллической трубе определяется по формулам:

$$\sigma_c = \frac{N_c}{A_c} = \frac{E_c}{E_c \cdot A_c + E_a \cdot A_a} \cdot F; \quad (4.7)$$

$$\sigma_a = \frac{N_a}{A_a} = \frac{E_a}{E_c \cdot A_c + E_a \cdot A_a} \cdot F \quad (4.8)$$

### ***Экспериментальное определение напряжений***

На внешней и внутренней поверхности биметаллической трубы наклеиваются в осевом направлении проволочные тензорезисторы, как показано на рис. 4.1. С помощью этих тензорезисторов и тензометрической аппаратуры измеряются осевые деформации в двух парах точек, расположенных на одном диаметре поперечного сечения:

$$\varepsilon = \kappa \cdot \Delta A, \quad (4.9)$$

Осевая деформация трубы  $\varepsilon$  определяется как среднеарифметическое показаний всех четырёх тензорезисторов. Такое осреднение позволяет исключить влияние изгибной деформации, обусловленной эксцентриситетом нагрузки. Опытные значения осевых напряжений вычисляются по формулам:

$$\text{в наружной части трубы } (\sigma_c)_{\text{опыт}} = E_c \cdot \varepsilon; \quad (4.10)$$

$$\text{во внутренней части трубы } (\sigma_a)_{\text{опыт}} = E_a \cdot \varepsilon. \quad (4.11)$$

### Порядок проведения работы

1. Включить измерительный прибор и прогреть его в течение 15 мин.
2. Вычислить по формулам (4.7), (4.8) расчётные значения напряжений в биметаллической трубе для заданной нагрузки  $F_{расч}$ .
3. Установить переключатель в позицию, соответствующую включению в измерительную схему прибора тензорезисторов работы № 4.
4. Приложить предварительную нагрузку  $F_0$  к исследуемой детали и снять показания прибора.
5. Приложить окончательную нагрузку  $F_k = F_0 + F_{расч}$  и снять новые показания прибора.
7. В каждом опыте относительную деформацию  $\varepsilon$  определить как среднее арифметическое показаний четырёх тензорезисторов. Повторить пп. 4, 5 не менее 3 раз и результаты усреднить.
8. Результаты замеров занести в протокол испытаний (см. табл. 4.1).

Таблица 4.1 – Протокол испытаний

№ опыта	F, кН	A <sub>1</sub>	ΔA <sub>1</sub>	ε <sub>1</sub> , мм/мм	A <sub>2</sub>	ΔA <sub>2</sub>	ε <sub>2</sub> , мм/мм	A <sub>3</sub>	ΔA <sub>3</sub>	ε <sub>3</sub> , мм/мм	A <sub>4</sub>	ΔA <sub>4</sub>	ε <sub>4</sub> , мм/мм	ε, мм/мм	ε <sub>ср</sub> , мм/мм
		дел			дел			дел			дел				
1															
2															
3															

9. По измеренным деформациям с помощью формул (4.10), (4.11) определить опытные значения напряжений в стальной и алюминиевой частях трубы.
10. Определить расхождение между опытными и теоретическими результатами:

$$\delta_c = \frac{|\sigma_c - (\sigma_c)_{опт}|}{\sigma_c} \cdot 100\%,$$

$$\delta_a = \frac{|\sigma_a - (\sigma_a)_{опт}|}{\sigma_a} \cdot 100\%.$$

11. Расчётные и опытные данные занести в табл. 4.2.

Таблица 4.2 – Сравнение расчётных и опытных значений напряжений

$\varepsilon_{ср}$	$\sigma_c$	$(\sigma_c)_{опт}$	$\delta_c$	$\sigma_a$	$(\sigma_a)_{опт}$	$\delta_a$
	МПа		%	МПа		%

#### **Содержание отчёта**

1. Схема объекта исследования (см. рис. 4.1, 4.2) с указанием фактических размеров.
2. Расчёты, относящиеся к опытному и теоретическому определению напряжений.
3. Выводы о степени соответствия теоретических и опытных результатов.
4. Протоколы испытаний и сравнение результатов.

#### **Контрольные вопросы**

1. Почему биметаллическая труба является статически неопределимой системой?
2. Какие уравнения составляются при решении задач о напряжениях в статически неопределимых системах?
3. В чём сущность условия совместности деформаций при осевом сжатии биметаллической трубы?
4. Какое напряжённое состояние наблюдается в каждой части биметаллической трубы при центральном сжатии?
5. Для каких целей на испытываемую трубу наклеивается несколько тензорезисторов?
6. В какой части биметаллической трубы напряжения будут больше и почему?

## 5. ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ И ПЕРЕМЕЩЕНИЙ ПРИ КРУЧЕНИИ БРУСЬЕВ

**Цель работы:** определение напряжений и перемещений при кручении брусьев круглого и коробчатого сечений опытным путём и сопоставление полученных данных с результатами вычислений по формулам сопротивления материалов.

### Кручение ступенчатого бруса круглого поперечного сечения

#### *Теоретическое решение*

В сопротивлении материалов для определения абсолютного угла закручивания бруса переменного круглого сечения применяется формула

$$\varphi = \int_0^l \frac{M_{\kappa}(z)}{GJ_p} dz, \quad (5.1)$$

где  $M_{\kappa}(z)$  – крутящий момент в сечении с координатой  $z$ ;

$G$  – модуль упругости при сдвиге, равный  $G = \frac{E}{2 \cdot (1 + \mu)}$ ;

$J_p = \frac{\pi \cdot d^4(z)}{32}$  – полярный момент инерции поперечного сечения.

ния.

Если диаметр изменяется по длине бруса ступенями, а крутящий момент остаётся постоянным, выражение (5.1) приводится к виду

$$\phi = \frac{M_{\kappa}}{G} \sum_{i=1}^m \frac{l_i}{J_{p_i}}, \quad (5.2)$$

где  $l_i$ ,  $J_{p_i}$  – длина и полярный момент инерции поперечного сечения ступени  $i$ .

### Экспериментальное определение угла закручивания

Испытания проводятся на установке, принципиальная схема которой показана на рис. 5.1. Испытуемый образец *1* из стали 60Г закрепляется в захватах установки и нагружается скручивающим моментом, создаваемым червячной парой и маятником-противовесом. Определение абсолютных углов закручивания осуществляется с помощью угломерного устройства, состоящего из двух разрезных втулок *2* и *3*, закреплённых на испытуемом образце *1*, и индикатора *4*. Держатель индикатора жёстко связан со втулкой *3*, а другая втулка составляет одно целое с колечкатым рычагом, на плоскую опорную поверхность которого опирается ножка индикатора. При нагружении образца крутящим моментом сечения *2* и *3* повернутся одно по отношению к другому на некоторый угол  $\varphi$  и индикатор *4* зафиксирует взаимное смещение концов рычагов  $\Delta B$ . Угол закручивания образца на длине  $l$  будет определяться отношением

$$\varphi = \frac{\Delta B}{r}, \quad (5.3)$$

где  $r$  – расстояние между ножкой индикатора и осью образца.

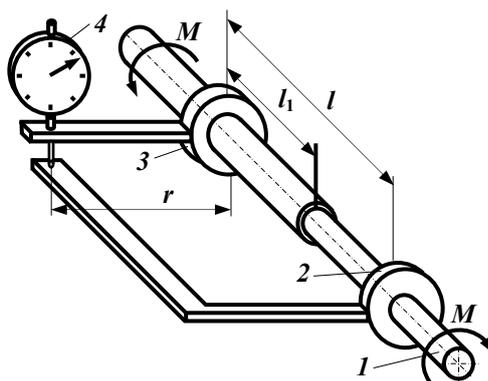


Рис. 5.1 – Схема установки для определения углов закручивания бруса круглого сечения

Таблица 5.1 – Протокол испытаний

№ опыта	$M_{кз}$ Н·м	$B$	$\Delta B$	$\Delta B_{ср}$	$\varphi_{оп}$	$\varphi_{расч}$	$\delta, \%$
		мм			рад		
1							
3							

**Порядок выполнения работы**

1. Измерить диаметры образца  $d_1, d_2$  и длины  $l_1, l_2$ .
2. По заданному преподавателем значению крутящего момента определить теоретическое значение угла закручивания с помощью формулы (5.2).
3. Задать на установке предварительную нагрузку и снять показание индикатора 4.
4. Догрузить образец заданным моментом и снять новое показание индикатора . Опыт повторить не менее трёх раз.
5. Вычислить приращения показаний индикатора и найти их среднее значение.
6. Определить по формуле (5.3) опытный угол закручивания  $\varphi_{оп}$ .
7. Полученный результат сопоставить с теоретическим путём вычисления расхождения

$$\delta = \frac{|\varphi - \varphi_{оп}|}{\varphi} \cdot 100\%.$$

8. Результаты исследования занести в протокол (табл. 5.1).

## Кручение тонкостенного бруса коробчатого сечения

### Теоретическое решение

Конструкция и схема нагружения рассматриваемого стержня показаны на рис. 5.2.

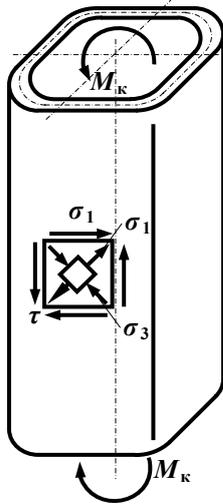


Рис. 5.2 – Схема нагружения бруса коробчатого сечения

Известно, что касательные напряжения при кручении тонкостенного бруса с замкнутым профилем определяются по формуле

$$\tau = \frac{M_k}{2 \cdot A^* \cdot \delta}, \quad (5.4)$$

где  $M_k$  – крутящий момент;

$A^*$  – площадь фигуры, ограниченной срединной линией поперечного сечения;

$\delta$  – толщина стенки бруса.

Материал стержня в каждой точке боковой плоской грани испытывает деформации чистого сдвига (см. рис. 5.2). При чистом сдвиге главные напряжения равны:  $\sigma_1 = \tau$ ,  $\sigma_2 = 0$ ,  $\sigma_3 = -\tau$ .

Выражения для главных деформаций на основании обобщённого закона Гука запишутся в виде

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{1}{E} \cdot \left[ \sigma_1 - \mu \cdot (\sigma_2 + \sigma_3) \right] = \frac{1 + \mu}{E} \cdot \tau; \\ \varepsilon_3 &= \frac{1}{E} \cdot \left[ \sigma_3 - \mu \cdot (\sigma_1 + \sigma_2) \right] = -\frac{1 + \mu}{E} \cdot \tau. \end{aligned} \quad (5.5)$$

Отсюда можно получить формулу для определения касательных напряжений через главные деформации  $\varepsilon_1$  или  $\varepsilon_3$ :

$$\tau = \frac{E}{1 + \mu} \cdot \varepsilon_1 = -\frac{E}{1 + \mu} \cdot \varepsilon_3. \quad (5.6)$$

Главные деформации могут быть измерены с помощью тензометров, установленных в направлении главных напряжений, т. е. под углом  $45^\circ$  к оси стержня.

Угол закручивания тонкостенного стержня с замкнутым профилем определяется по формуле

$$\varphi = \frac{M_{\kappa} \cdot l}{\oint_s \frac{ds}{\delta} (2 \cdot A^*)^2}, \quad (5.7)$$

где  $l$  – длина закручиваемого стержня;  
 $ds$  – дифференциал дуги срединной линии поперечного сечения;  
 $\delta$  – толщина стенки.

При постоянной толщине стенки стержня получим

$$\oint_s \frac{ds}{\delta} = \frac{1}{\delta} \cdot \oint_s ds = \frac{S}{\delta}. \quad (5.8)$$

Здесь через  $S$  обозначена длина срединной линии поперечного сечения стержня. В этом случае зависимость (5.7) примет вид

$$\varphi = \frac{M_{\kappa} \cdot l \cdot S}{4 \cdot G \cdot (A^*)^2 \cdot \delta}. \quad (5.9)$$

#### ***Экспериментальное определение напряжений и угла закручивания бруса***

Опыт проводится на машине для испытаний на кручение вертикального типа. Брус коробчатого сечения из алюминиевого сплава Д16 с помощью жёстких вставок устанавливается в захватах машины и нагружается крутящим моментом. На поверхности бруса установлены четыре рычажных тензометра для измерения деформаций в различных направлениях (рис. 5.3). Тензометры **I** и **II**, расположенные под углом  $45^\circ$  к оси

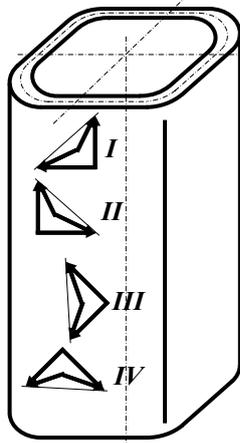


Рис. 5.3 – Схема установки тензометров

стержня, служат для измерения главных деформаций  $\varepsilon_I = \varepsilon_I$  и  $\varepsilon_3 = \varepsilon_{II}$ , необходимых при вычислении опытных значений касательного напряжения по формуле (5.6). Тензометры **III** и **IV** служат для того, чтобы убедиться в отсутствии деформаций в продольном ( $\varepsilon_{III}$ ) и поперечном ( $\varepsilon_{IV}$ ) направлениях. Только при отсутствии этих деформаций в стержне будет иметь место чистый сдвиг, что позволит применить формулу (5.6). Степень отклонения от чистого сдвига оценивается величинами

$$\frac{|\varepsilon_{III}|}{\varepsilon_I} \cdot 100\%; \quad \frac{|\varepsilon_{IV}|}{\varepsilon_I} \cdot 100\%; \quad \frac{|\varepsilon_I + \varepsilon_{II}|}{\varepsilon_I} \cdot 100\%. \quad (5.10)$$

В эти величины входят также ошибки опыта при определении деформаций.

Определение абсолютных углов закручивания осуществляется с помощью угломерного устройства (рис. 5.4), состоящего из двух жёстких рычагов **2** и **3**, закреплённых на испытуемом образце **1**, и индикатора **4**.

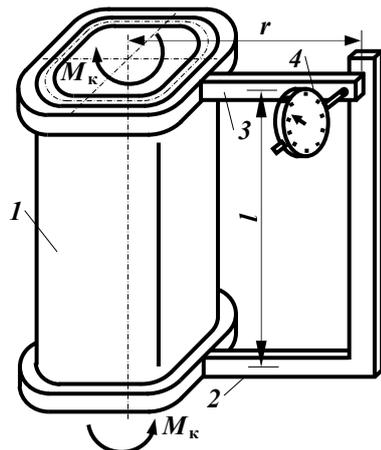


Рис. 5.4 – Схема измерения угла поворота

Держатель индикатора жёстко связан с рычагом **3**, а на плоскую опорную поверхность коленчатого рычага **2** опирается ножка индикатора. При нагружении образца крутящим моментом сечения **2** и **3** повернутся одно по отношению к другому на некоторый угол  $\varphi$  и индикатор **4** зафиксирует взаимное смещение концов рычагов  $\Delta B$ . Угол закручивания образца на длине  $l$  будет определяться отношением

$$\varphi = \frac{\Delta B}{r}, \quad (5.11)$$

где  $r$  – расстояние между ножкой индикатора и осью образца.

**Порядок выполнения работы**

1. По заданной величине  $M_{\kappa}^{\text{расч}}$  и размерам бруса вычислить теоретические значения  $\tau$  и  $\varphi$  (формулы (5.4) и (5.9)).

2. Брус нагрузить небольшим предварительным моментом  $M_{\kappa}^0$ , после чего записать начальные показания тензометров и индикатора.

3. Приложить окончательную нагрузку  $M_{\kappa} = M_{\kappa}^0 + M_{\kappa}^{\text{расч}}$  и записать конечные показания тензометров и индикатора. Опыт выполнить не менее трёх раз.

4. Определить приращения показаний тензометров  $\Delta A$ , индикатора  $\Delta B$  и их средние значения  $\Delta A_{\text{ср}}$ ,  $\Delta B_{\text{ср}}$  по результатам опытов.

5. Вычислить опытные значения деформаций:

$$\varepsilon_{\text{оп}} = \frac{\Delta A_{\text{ср}}}{\kappa \cdot l_T}, \quad (5.12)$$

где  $\kappa$  – коэффициент увеличения тензометра;

$l_T$  – база тензометра.

6. Найти опытное значение угла закручивания по формуле (5.11).

7. Оценить степень отклонения от чистого сдвига по формулам (5.10).

8. По формуле (6) вычислить опытное значение касательного напряжения. Если  $\varepsilon_I \neq |\varepsilon_{II}|$ , то следует принять для расчётов их среднее арифметическое, тогда

$$\tau_{\text{оп}} = \frac{E}{1 + \mu} \cdot \frac{\varepsilon_I + |\varepsilon_{II}|}{2}.$$

9. Произвести сопоставление опытных и теоретических значений рассматриваемых величин путём вычисления расхождений:

$$\delta_{\tau} = \frac{\tau - \tau_{оп}}{\tau} \cdot 100\%; \quad \delta_{\varphi} = \frac{\varphi - \varphi_{оп}}{\varphi} \cdot 100\%.$$

10. Результаты исследований занести в табл. 5.2 и 5.3.

Таблица 5.2 – **Определение угла поворота бруса**

№ опыта	$M_k, \text{Н}\cdot\text{м}$	$B$	$\Delta B$	$\Delta B_{ср}$	$\varphi_{оп}$	$\varphi_{расч}$	$\delta, \%$
		мм			рад		
1							
2							
3							

### **Содержание отчёта**

*1-я часть – кручение ступенчатого бруса:*

1. Схема угломера с основными размерами.
2. Расчёты, относящиеся к определению теоретических и опытных значений углов закручивания.
3. Протокол испытаний.
4. Выводы о достоверности формул сопротивления материалов.

*2-я часть – кручение бруса коробчатого сечения:*

1. Поперечное сечение бруса с размерами.
2. Схема установки тензометров и угломера.
3. Расчёты, относящиеся к определению теоретических и опытных значений углов закручивания и напряжений.
4. Протоколы испытаний.
5. Выводы о достоверности формул сопротивления материалов.

**Контрольные вопросы**

1. Какое напряжённое состояние материала возникает при кручении бруса?
2. Что такое угол закручивания?
3. Что называется полярным моментом инерции сечения и какова его размерность?
4. Что такое крутящий момент?
5. Почему нулевые показания тензометров III и IV подтверждают предположение о наличии «чистого» сдвига на поверхности бруса?
6. Какая связь существует между касательными и главными напряжениями при чистом сдвиге?

Таблица 5.3 – Определение угла поворота бруса

№ опыта	M <sub>кв</sub> · H	Показания тензометров				ΔA, мм				ΔA <sub>ср</sub> , мм				МПа			%		
		I	II	III	IV	I	II	III	IV	I	II	III	IV	τ <sub>оп</sub>	τ <sub>расч</sub>	δ <sub>τ</sub>	$\frac{\varepsilon_{III}}{\varepsilon_I}$	$\frac{\varepsilon_{VI}}{\varepsilon_I}$	$\frac{\varepsilon_I + \varepsilon_{II}}{\varepsilon_I}$
1																			
2																			
3																			

## 6. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДЕФОРМАЦИЙ И НАПРЯЖЕНИЙ ПРИ ПЛОСКОМ ИЗГИБЕ

**Цель работы** – опытное определение деформаций и напряжений балки при плоском изгибе и сопоставление опытных данных с расчётными значениями, найденными по формулам сопротивления материалов.

### **Объект исследования**

Испытуемая балка представляет собой часть лонжерона хвостового оперения самолета Ту-154, поперечное сечение которого показано на рис. 6.1. Балка установлена на двух опорах и нагружена сосредоточенной силой в середине пролёта (рис. 6.2). Сечение, в котором измеряются деформации, отстоит от правой опоры на расстоянии  $c$ . Нормальные напряжения определяются в крайних волокнах  $y = \pm \frac{H}{2}$  и на нейтральной оси  $y = 0$ , касательные напряжения – на нейтральной оси.

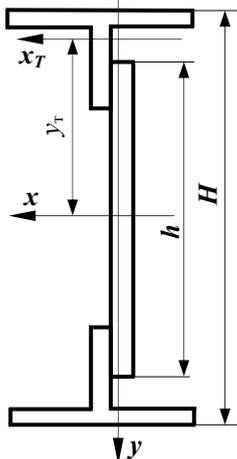


Рис. 6.1 – Поперечное сечение балки

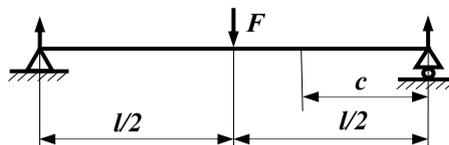


Рис. 6.2 – Расчётная схема балки

Нагружение балки осуществляется на универсальной испытательной машине. Опоры балки находятся на подвижной траверсе, силу на балку передает нож, закрепленный в неподвижной траверсе.

#### *Теоретическое обоснование*

Нормальные напряжения балки при прямом изгибе вычисляют по формуле

$$\sigma = \frac{M}{J_x} y, \quad (6.1)$$

где  $M$  – изгибающий момент в данном сечении балки;

$J_x$  – момент инерции поперечного сечения относительно нейтральной оси;

$y$  – ордината точки, в которой определяют напряжение.

Касательные напряжения вычисляют по формуле Журавского

$$\tau = \frac{Q \cdot S_x^{omc}}{J_x \cdot b(y)}, \quad (6.2)$$

где  $Q$  – поперечная сила в данном сечении балки;

$S_x^{omc}$  – статический момент отсеченной части поперечного сечения балки относительно нейтральной оси;

$J_x$  – момент инерции всего поперечного сечения относительно нейтральной оси;

$b(y)$  – ширина сечения на уровне точки, в которой вычисляют напряжение.

Значения поперечной силы и статического момента, взятые по абсолютной величине, подставляют в формулу (6.2). Направление (знак) касательного напряжения совпадает с направлением поперечной силы.

Например, для балки двутаврового поперечного сечения эпюры напряжений  $\sigma$  и  $\tau$ , построенные по формулам (6.1) и (6.2), имеют вид, изображенный на рис. 6.3.

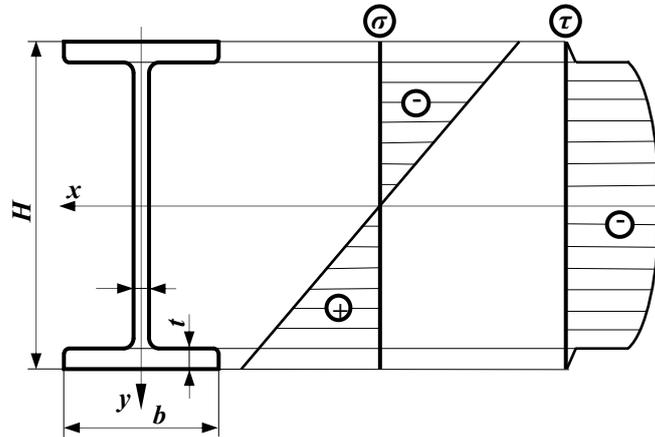


Рис. 6.3. – Эпюры напряжений в балке двутаврового поперечного сечения

### Опытное определение деформаций и напряжений

Деформации измеряют проволочными или фольговыми тензорезисторами. Схема установки тензорезисторов в исследуемом сечении приведена на рис. 6.4. Для перевода показаний прибора, подключенного к тензорезисторам, в величины относительных линейных деформаций используют либо тарифовочный график, либо цену деления прибора, полученную при проведении лабораторной работы № 2.

Опытное определение нормальных напряжений при изгибе проводят на основании закона Гука, в котором используют измеренные величины относительных продольных деформаций. В данной работе напряжения находят в наиболее удаленных от нейтральной оси точках сечения I и II, испытывающих линейное напряженное состояние, и в точке III на нейтральной оси, испытывающей чистый сдвиг.

В случае линейного напряженного состояния закон Гука выражается зависимостью

$$\sigma = E \cdot \varepsilon, \quad (6.3)$$

где  $E$  – модуль продольной упругости материала балки;

$\varepsilon$  – относительная линейная деформация в направлении напряжения  $\sigma$ .  $\varepsilon = \kappa \cdot \Delta A$ .

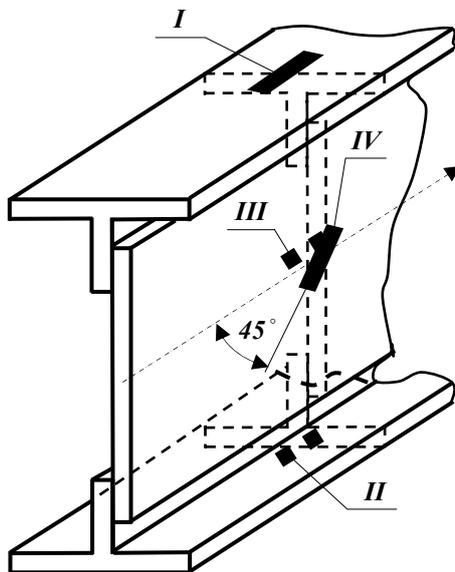


Рис.6.4.– Схема установки тензорезисторов

Следовательно, для точек сечения I, II нормальные напряжения можно определить, измерив линейную деформацию  $\varepsilon$  вдоль оси балки и применив формулу (6.3).

В точках на нейтральной оси материал балки испытывает деформацию чистого сдвига. При этом главные напряжения  $\sigma_1 = \tau_{\text{наиб}}$ ,  $\sigma_3 = -\tau_{\text{наиб}}$  действуют на площадках под углом  $45^\circ$  к оси балки, а  $\sigma_2 = 0$  (рис. 6.5).

Тогда из обобщённого закона Гука следует:

$$\varepsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E} - \mu \frac{\sigma_3}{E} = \frac{1 + \mu}{E} \tau_{\text{наиб}}, \quad (6.4)$$

$$\varepsilon_3 = \frac{\sigma_3}{E} - \mu \frac{\sigma_1}{E} = -\frac{1 + \mu}{E} \tau_{\text{наиб}}.$$

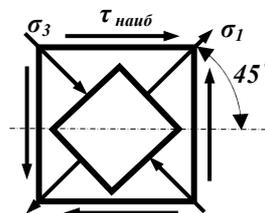


Рис. 6.5 – Напряжённое состояние в точках нейтральной оси

Из этих выражений получается формула для вычисления опытного значения касательного напряжения

$$\tau_{наиб} = \frac{E}{1 + \mu} \varepsilon_1 = - \frac{E}{1 + \mu} \varepsilon_3. \quad (6.5)$$

Следовательно, опытное значение касательного напряжения  $\tau_{наиб}$  в точках на нейтральной оси можно найти, ограничившись измерением линейной деформации по направлению одного из главных напряжений под углом  $45^\circ$  к оси балки.

#### **Порядок проведения работы**

1. Для заданной нагрузки  $F$  по формулам (6.1) и (6.2) вычислить теоретические значения нормальных  $\sigma_T$  и касательных  $\tau_T$  напряжений в исследуемых точках, предварительно вычислив  $S_x^{омс}$  и  $J_x$  сложного поперечного сечения лонжерона.

2. Нагрузить балку небольшой предварительной силой и записать начальные показания прибора, подключенного к тензорезисторам, в протокол испытаний (табл. 6.1); догрузить балку заданной силой  $F$  и записать конечные показания.

3. По средним из трёх опытов приращением показаний прибора, переведённых в величины деформаций, с помощью формул (6.3) и (6.5) вычислить опытные значения напряжений  $\sigma_{он}$ ,  $\tau_{он}$ .

4. Провести сопоставление опытных и теоретических значений напряжений путём вычисления расхождений по формулам

$$\frac{|\sigma_T - \sigma_{он}|}{|\sigma_T|} 100\%; \quad \frac{|\tau_T - \tau_{он}|}{|\tau_T|} 100\%.$$

5. Опытные и теоретические значения напряжений занести в протокол испытаний (табл. 6.1) и результатов исследований (табл. 6.2).

Таблица 6.1 – Протокол испытаний

№ опыта	Нагрузка $F$ , кН	Верхние волокна			Нижние волокна			Средние волокна					
		$A_{I, \text{дел}}$	$\Delta A_{I, \text{дел}}$	$\Delta A_{I \text{ ср, дел}}$	$A_{II, \text{дел}}$	$\Delta A_{II, \text{дел}}$	$\Delta A_{II \text{ ср, дел}}$	$A_{III, \text{дел}}$	$\Delta A_{III, \text{дел}}$	$\Delta A_{III \text{ ср, дел}}$	$A_{IV, \text{дел}}$	$\Delta A_{IV, \text{дел}}$	$\Delta A_{IV \text{ ср, дел}}$
1													
2													
3													

Таблица 6.2 – Результаты исследований

Верхние волокна			Нижние волокна			Средние волокна		
$\sigma_T$ , МПа	$\sigma_{от}$ , МПа	Расхождение, %	$\sigma_T$ , МПа	$\sigma_{от}$ , МПа	Расхождение, %	$\tau_T$ , МПа	$\tau_{от}$ , МПа	Расхождение, %

**Содержание отчёта**

1. Расчётная схема балки с эпюрами  $Q$  и  $M$ .
2. Схема расположения тензорезисторов.
3. Поперечное сечение лонжерона с вычислением необходимых геометрических характеристик.
4. Расчёт теоретических и опытных значений напряжений.
5. Протокол испытаний и таблица результатов исследований.
6. Общий вывод.

**Контрольные вопросы**

1. В каком случае брус испытывает плоский (прямой) изгиб?
2. По каким формулам вычисляются напряжения в балке?

3. Как определить напряжения в балке опытным путём?
4. Как распределены нормальные и касательные напряжения в поперечном сечении лонжерона (построить эпюры)?
5. Как доказать, что в точках нейтральной оси балки главные напряжения имеют значения  $\sigma_1 = \tau_{\text{наиб}}$ ;  $\sigma_3 = -\tau_{\text{наиб}}$ ?
6. Как расположены главные площадки на уровне нейтральной оси двутавровой балки и в точках, наиболее удалённых от этой оси?

## 7 ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ БАЛКИ С ПОДАТЛИВЫМ ЗАКРЕПЛЕНИЕМ

**Цель работы** – опытное определение прогиба балки с податливым закреплением и сопоставление полученной величины с теоретическим значением, найденным по формулам сопротивления материалов.

### **Объект исследования**

В работе рассматривается прогиб конца трубки обратного клапана гидросистемы самолета МиГ, вызванный силой  $F$  (рис. 7.1).

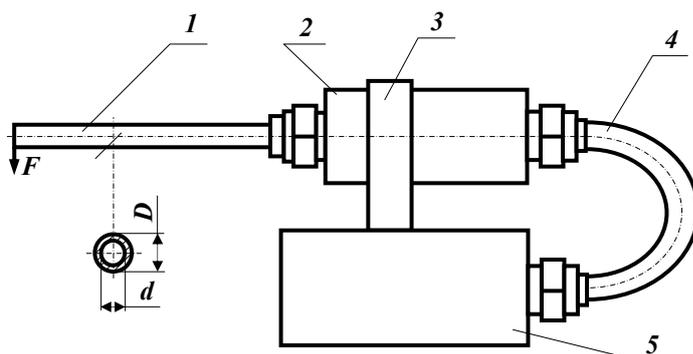


Рис.7.1 – Трубка обратного клапана гидросистемы самолета МиГ

Трубка 1 присоединена к обратному клапану 2, который с помощью хомутика 3 и трубки подвода гидросмеси 4 крепится к основанию 5, заменяющему лонжерон крыла самолета. Расчетной схемой трубки 1 является консольная балка с податливо закреплённым правым концом (рис. 7.2).

### **Теоретическое обоснование**

Для определения линейных и угловых перемещений балок при изгибе используют дифференциальное уравнение изогнутой оси балки

$$E \cdot J_x \cdot y'' = M(z). \quad (7.1)$$

В случае консольной балки, нагруженной на свободном конце силой  $F$  (рис. 7.2), уравнение (7.1) запишется как

$$E \cdot J_x \cdot y'' = -F \cdot (l - z). \quad (7.2)$$

После интегрирования этого уравнения получим следующие выражения для углов поворота поперечных сечений и прогибов:

$$E \cdot J_x \cdot y' = -F \cdot \left( l \cdot z - \frac{z^2}{2} \right) + C, \quad (7.3)$$

$$E \cdot J_x \cdot y = -F \cdot \left( \frac{l \cdot z^2}{2} - \frac{z^3}{6} \right) + C \cdot z + D. \quad (7.4)$$

Постоянные интегрирования  $C$  и  $D$  находим из граничных условий, которые для рассматриваемой балки состоят в том, что при  $z = 0$   $y' = y'_o$ ,  $y = y_o$ , где  $y'_o$  и  $y_o$  – соответственно угол поворота и прогиб в месте податливого закрепления трубки. Используя эти условия, найдём

$$C = EJ_x y'_o, \quad D = EJ_x y_o. \quad (7.5)$$

Для балок с неподатливым закреплением  $y'_o = 0$ ,  $y_o = 0$ , в связи с чем равны нулю и постоянные интегрирования  $C$  и  $D$ . Когда закрепление податливо, эти величины отличны от нуля, значения  $y'_o$ ,  $y_o$  приходится определять через найденные опытным путём податливости закрепления.

Податливость  $\delta$  представляет величину перемещения, вызванного действием единичной нагрузки. При обозначении податливости используют два индекса, например  $\delta_{QQ}$  или  $\delta_{QM}$ . Первый индекс обозначает направление перемещения, второй – единичную нагрузку,

вызывающую это перемещение. Так,  $\delta_{QM}$  обозначает перемещение (прогиб) по направлению поперечной силы, вызванное действием единичной пары сил.

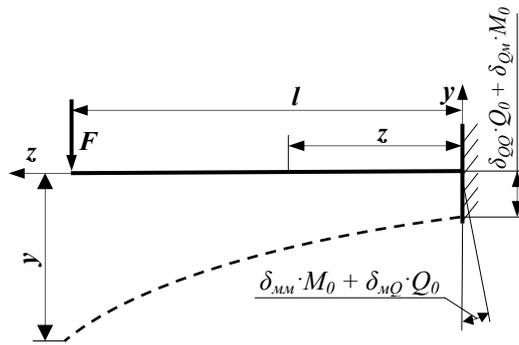


Рис. 7.2 – Расчётная схема трубки

Закрепление (опора) характеризуется главными и побочными податливостями. Для рассматриваемой опоры типа защемления главными будут податливости  $\delta_{QQ}$  и  $\delta_{MM}$ , побочными –  $\delta_{QM}$  и  $\delta_{MQ}$  (рис. 7.3), причём на основании теоремы о взаимности перемещений  $\delta_{QM} = \delta_{MQ}$ .

Если учесть, что в опорном сечении рассматриваемой балки действуют поперечная сила  $Q_0$  и изгибающий момент  $M_0$ , то угол поворота и прогиб на опоре можно определить по следующим формулам:

$$y'_0 = \delta_{MM} \cdot M_0 + \delta_{MQ} \cdot Q_0, \quad (7.6)$$

$$y_0 = \delta_{QQ} \cdot Q_0 + \delta_{QM} \cdot M_0. \quad (7.7)$$

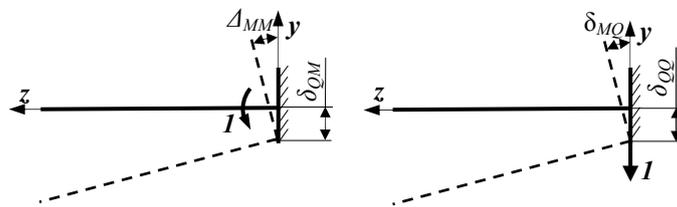


Рис. 7.3 Схема податливостей места закрепления трубки

После подстановки этих выражений в зависимости (7.5), а затем в (7.3) и (7.4), получим формулы для определения перемещений трубки в любом сечении:

$$EJ_x y' = -F \cdot \left( l \cdot z - \frac{z^2}{2} \right) + EJ_x (\delta_{MM} \cdot M_0 + \delta_{MQ} \cdot Q_0), \quad (7.8)$$

$$EJ_x y = -F \cdot \left( \frac{l \cdot z^2}{2} - \frac{z^3}{6} \right) + EJ_x (\delta_{MM} \cdot M_0 + \delta_{MQ} \cdot Q_0) z + EJ_x (\delta_{QQ} \cdot Q_0 + \delta_{QM} \cdot M_0). \quad (7.9)$$

#### **Опытное определение податливостей и прогиба**

Податливости опор, как правило, определяют опытным путём. В данной работе для этого следует использовать нагружение силой  $F$  в сечениях  $A$  и  $B$  (рис. 7.4). Индикаторы служат для определения: 1 и 2 – угла поворота опорного сечения, 3 – вертикального перемещения опоры, 4 – измерения прогиба конца трубки.

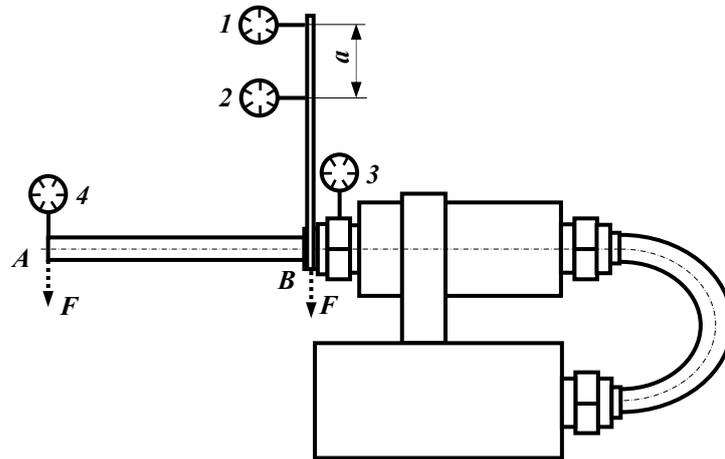


Рис. 7.4– Схема расположения индикаторов для определения прогиба и податливостей закрепления трубки

Если приращения показаний индикаторов при нагружениях силой  $F$  в сечениях  $A$  и  $B$  обозначить через  $\Delta A_i$  и  $\Delta B_i$  соответственно, то главная линейная податливость будет

$$\delta_{QQ} = \frac{\Delta B_3}{F}. \quad (7.10)$$

При определении главной угловой податливости  $\delta_{MM}$  нужно учесть, что поворот опоры  $\frac{\Delta A_1 - \Delta A_2}{a}$  вызван не только изгибающим моментом  $M_0$ , но и поперечной силой  $Q_0$ . Вычитая из указанного выражения поворот от действия поперечной силы  $\frac{\Delta B_1 - \Delta B_2}{a}$ , получим

$$\delta_{MM} = \frac{(\Delta A_1 - \Delta A_2) - (\Delta B_1 - \Delta B_2)}{F \cdot l \cdot a}. \quad (7.11)$$

На основании аналогичных соображений можно получить формулу для побочной податливости

$$\delta_{MQ} = \delta_{QM} = \frac{\Delta A_3 - \Delta B_3}{F \cdot l}. \quad (7.12)$$

Исследуемый прогиб в конце трубки определяем как

$$y_{on} = \Delta A_4. \quad (7.13)$$

#### **Порядок выполнения работы**

1. Нагрузить трубку заданной силой  $F$  в сечении  $A$ , а затем в сечении  $B$  и определить при этом перемещения  $\Delta A_i$  и  $\Delta B_i$ . Нагружение и считывание показаний с приборов осуществлять в два этапа: сначала дать небольшую предварительную нагрузку, а затем догрузить конструкцию заданной силой  $F$ .

2. Вычислить главные и побочную податливости по формулам (7.10) – (7.12) и опытный прогиб по формуле (7.13).

Вычислить прогиб конца трубки  $y_T$  по формуле (7.9), подставив в нее  $z = l$ .

3. Сравнить теоретическое и опытные значения прогибов путём вычисления расхождения по формуле

$$\frac{|y_T - y_{on}|}{|y_T|} \cdot 100\%.$$

4. Расчётные и опытные данные занести в протоколы (табл. 7.1, 7.2, 7.3).

**Содержание отчёта**

1. Схема установки и расположения индикаторов.
2. Схема перемещений трубки и места ее закрепления.
3. Протоколы испытаний.
4. Расчёты, относящиеся к определению податливостей и прогиба трубки.
5. Общий вывод.

**Таблица 7.1 – Протокол испытаний. Напряжение в сечении A**

№ опыта	Нагрузка F, Н	Показания индикаторов, мм				Приращения показаний, мм				Средние значения, мм			
		A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>	A <sub>3</sub>	A <sub>4</sub>	ΔA <sub>1</sub>	ΔA <sub>2</sub>	ΔA <sub>3</sub>	ΔA <sub>4</sub>	ΔA <sub>1</sub>	ΔA <sub>2</sub>	ΔA <sub>3</sub>	ΔA <sub>4</sub>
1													
2													
3													

Таблица 7.2 – **Протокол испытаний. Нагружение в сечении В**

№ опыта	Нагрузка $F$ , Н	Показания индикаторов, мм			Приращения показаний, мм			Средние значения, мм		
		$B_1$	$B_2$	$B_3$	$\Delta B_1$	$\Delta B_2$	$\Delta B_3$	$\Delta B_1$	$\Delta B_2$	$\Delta B_3$
1										
2										
3										

Таблица 7.3 – **Податливости закрепления**

$\delta_{QQ}, \frac{мм}{Н}$	$\delta_{QM}, \frac{1}{Н}$	$\delta_{MM}, \frac{1}{Н \cdot мм}$

**Контрольные вопросы**

1. Что понимают под податливостью?
2. Какая разница между главными и побочными податливостями?
3. Как вывести формулы (7.6), (7.7), выражающие перемещения трубки в месте закрепления?
4. Как вывести формулы (7.10) – (7.12), используемые для подсчёта податливостей?
5. Как доказать, что прогиб  $\delta_{QM}$  и угол поворота  $\delta_{MQ}$  имеют одинаковую размерность?
6. Как иным путём определить побочную податливость  $\delta_{MQ} = \delta_{QM}$ ?
7. Каково влияние податливости закрепления на исследуемый прогиб трубки (в процентах)?

## 8. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОСТАТОЧНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ

**Цель работы** – ознакомление с теорией измерения остаточных напряжений и опытное определение остаточных напряжений пластины.

### **Объект исследования**

В любой детали ещё до её нагружения действуют так называемые остаточные напряжения, возникающие в результате неравномерных пластических деформаций или объёмных изменений при обработке давлением, резанием, химико-термической обработке, обработке поверхностным пластическим деформированием (ППД).

Остаточные напряжения оказывают значительное влияние на сопротивление усталости: растягивающие снижают, а сжимающие повышают предел выносливости детали. В связи с этим при изготовлении деталей, особенно в авиастроении, применяют ППД, например обдувку дробью, после которой в поверхностном слое детали возникают сжимающие остаточные напряжения.

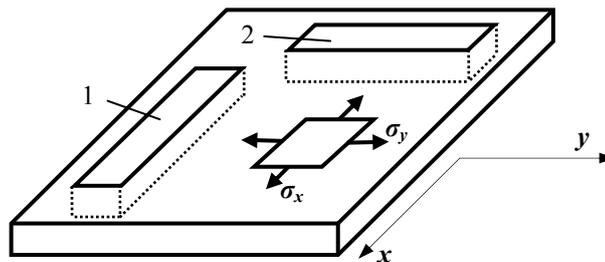


Рис. 8.1 Схема вырезки полосок из пластины

В лабораторной работе определяют остаточные напряжения пластины, образовавшиеся после ППД (обдувки дробью). Исследованию подвергают полоску, вырезанную из пластины, например, из лопатки компрессора авиационного газотурбинного двигателя (рис. 8.1).

### Теоретическое обоснование

При определении остаточных напряжений в детали типа пластины из неё вырезают две полоски 1 и 2 (рис. 8.1). Оси полосок после вырезки в силу самоуравновешенности остаточных напряжений остаются прямыми. Затем удаляют продольные слои полосок и измеряют возникающие при этом прогибы, которые образуются за счёт освобождения остаточных усилий.

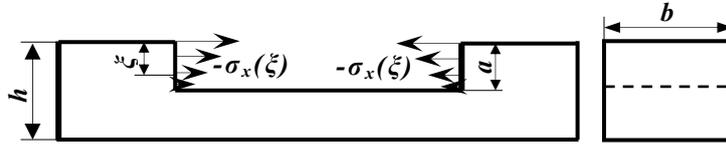


Рис.8.2 – Напряжение полоски, эквивалентное удалению слоя толщиной  $a$

Для установления связи между остаточными напряжениями и прогибами полоски рассмотрим нагружение полоски 1, эквивалентное удалению слоя толщиной  $a$  (рис. 8.2). По торцам зоны удаления слоев действуют остаточные напряжения  $\sigma_x$ , взятые с обратным знаком, так как удаление слоев эквивалентно разгрузке торцов от остаточных напряжений, т. е. нагружению остаточными напряжениями противоположного знака.

Расчётная схема полоски показана на рис. 8.3. Практическое значение имеют остаточные напряжения в тонком поверхностном слое ( $a = 50$ – $100$  мкм), в связи с чем выражение для момента пары сил  $M(a)$  можно записать как

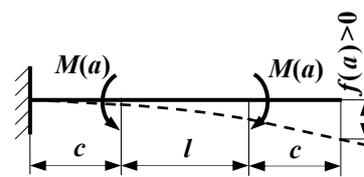


Рис. 8.3 – Расчётная схема полоски

$$M(a) = \frac{b \cdot h}{2} \int_0^a \sigma_x(\xi) d\xi. \quad (8.1)$$

Выражение для прогиба  $f(a)$ , которое можно получить интегрированием дифференциального уравнения изогнутой оси полоски или способом Верещагина, имеет следующий вид:

$$f(a) = \frac{M(a) \cdot l \cdot (l + 2 \cdot c)}{2 \cdot E \cdot J}. \quad (8.2)$$

При вычислении момента инерции поперечного сечения изменением размеров сечения можно пренебречь и считать, что  $J = \frac{b \cdot h^3}{12}$ .

Из выражении (8.1) и (8.2) следует, что

$$\int_0^a \sigma_x(\xi) d\xi = \frac{E \cdot h^2}{3 \cdot l \cdot (l + 2 \cdot c)} \cdot f(a). \quad (8.3)$$

Продифференцировав выражение (8.3) по  $a$ , получим:

$$\sigma_x(a) = \frac{E \cdot h^2}{3 \cdot l \cdot (l + 2 \cdot c)} \cdot \frac{d f(a)}{d a}. \quad (8.4)$$

При удалении слоев полоски освобождаются не только напряжения  $\sigma_x$ , но также и  $\sigma_y$ . Влияние  $\sigma_y$  на прогиб  $f(a)$  обусловлено поперечной деформацией от этих напряжений, которая связана с продольной деформацией зависимостью  $\varepsilon_{non} = -\mu \varepsilon$ . В связи с этим в левую часть формулы (8.4) необходимо добавить  $-\mu \sigma_y(a)$ , т.е.

$$\sigma_x(a) - \mu \cdot \sigma_y(a) = \frac{E \cdot h^2}{3 \cdot l \cdot (l + 2 \cdot c)} \cdot \frac{d f(a)}{d a}. \quad (8.5)$$

По результатам исследования второй полоски получим:

$$\sigma_y(a) - \mu \cdot \sigma_x(a) = \frac{E \cdot h^2}{3 \cdot l \cdot (l + 2 \cdot c)} \cdot \frac{d f(a)}{d a}. \quad (8.6)$$

С помощью двух зависимостей (8.5) и (8.6) определим напряжения  $\sigma_x$  и  $\sigma_y$ . При  $\sigma_x = \sigma_y = \sigma$ , что наблюдается после обдувки дробью, формула для определения остаточных напряжений пластины принимает следующий вид:

$$\sigma(a) = \frac{E \cdot h^2}{3 \cdot (1 - \mu) \cdot l \cdot (l + 2 \cdot c)} \cdot \frac{df(a)}{da}. \quad (8.7)$$

При использовании формул (8.5) – (8.7) возникает необходимость определять производную опытной функции  $f(a)$ , представленной таблично или графически. Здесь следует воспользоваться известными приближенными формулами, содержащими приращения функции:

для внутренних точек

$$\frac{df}{da}(a_i) = \frac{f(a_{i+1}) - f(a_{i-1}))}{a_{i+1} - a_{i-1}}, \quad (8.8)$$

для крайних точек

$$\frac{df}{da}(0) = \frac{f(a)}{a_i}; \quad \frac{df}{da}(a_n) = \frac{f(a_n) - f(a_{n-1}))}{a_n - a_{n-1}}. \quad (8.9)$$

### ***Опытное определение остаточных напряжений пластины***

Для определения остаточных напряжений опытным путём устанавливают зависимость прогибов полоски  $f$  от толщины удалённого слоя  $a$ . Схема установки для удаления слоев полоски электрохимическим способом и измерения прогибов изображена на рис. 8.4.

Исследуемую полоску  $1$  закрепляют в приспособлении  $12$  и погружают в ванну  $3$  с электролитом  $4$ . Напротив полоски устанавливают свинцовую пластину-катод  $2$ . К образцу и свинцовой пластине через понижающий трансформатор  $7$ , выпрямитель  $6$  и реостат  $5$  подводят постоянный ток, который вызывает анодное растворение поверхности исследуемой полоски, т. е. непрерывное удаление слоев. Возникающие при этом прогибы полоски измеряют с помощью тензостанции  $13$  и балочки  $10$  с наклеенными на неё тензорезисторами  $11$ . Контроль процесса травления полоски осуществляется с помощью амперметра  $8$  и вольтметра  $9$ . Слои полоски можно удалять и химическим способом без тока, если удастся подобрать достаточно активный травитель.

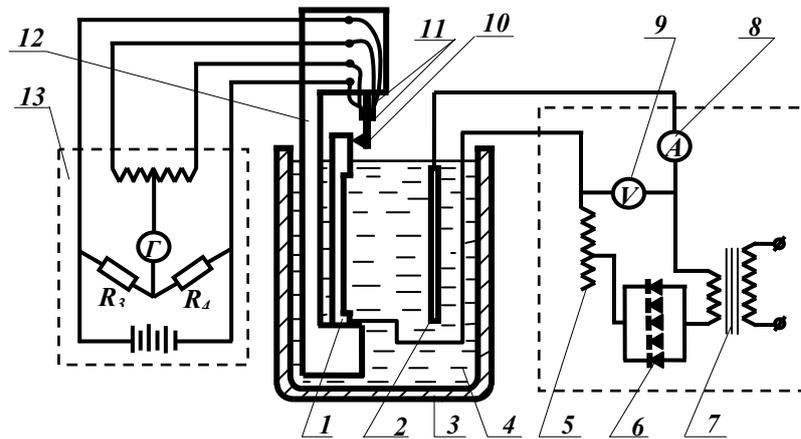


Рис. 8.4 – Схема установки для травления

В связи с тем, что травление происходит практически равномерно, толщину удаленного слоя измеряют лишь после окончания опыта.

#### **Порядок проведения работы**

1. Произвести обмер полоски.
2. Поверхности полоски, которые не должны подвергаться травлению, покрыть хлорвиниловым лаком.
3. Установить полоску в приспособлении так, чтобы измерительная балочка опиралась на неё с некоторым натягом.
4. Приспособление поместить в ванну с электролитом и приступить к травлению (удалению слоев).
5. Через равные промежутки времени регистрировать показания прибора, которые в дальнейшем перевести в величины прогибов полоски.
6. После окончания травления определить толщину удалённого слоя и скорость удаления слоёв, необходимую для перехода от зависимости  $f(t)$  к  $f(a)$ .
7. Вычислить по формулам (8.7) – (8.9) остаточные напряжения  $\sigma = \sigma(a)$  и построить эпюру этих напряжений.
8. Опытные и расчетные данные занести в протокол (табл. 8.1).

### **Содержание отчёта**

1. Эскиз полоски с эквивалентными нагрузками и расчётная схема.
2. Схема установки для удаления слоёв полоски и измерения прогибов.
3. Протокол испытаний и результаты исследования.
4. График прогибов и эпюра остаточных напряжений.
5. Расчёты, связанные с определением остаточных напряжений.
6. Общий вывод.

Таблица 8.1 – **Протокол испытаний и результаты исследования**

Время травления	Показания прибора $A$ , дел	Приращение показаний прибора $\Delta A$ , дел	Прогиб образца $f$ , мкм	Толщина удаленного слоя $a$ , мкм	$\frac{df}{da}$	$\sigma$ , МПа

### **Контрольные вопросы**

1. Каковы причины образования остаточных напряжений?
2. Как остаточные напряжения влияют на прочность деталей?
3. Почему при выводе формулы для момента освободившихся при удалении слоя остаточных сил считают, что все силы имеют одинаковое плечо?
4. Как получить формулу (8.2), связывающую прогиб полоски при удалении слоёв и момент освободившихся остаточных сил?
5. Почему прогиб полоски связан не только с напряжением  $\sigma_x$ , но и с напряжением  $\sigma_y$ ?
6. Как удаляют слои полоски при определении остаточных напряжений?
7. Как измеряют прогибы полоски при удалении слоев?
8. Как осуществить переход от зависимости прогиб – время к зависимости прогиб – толщина удалённого слоя?

## 9. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМОЙ БАЛКИ

**Цель работы** – опытное определение прогиба и угла поворота поперечного сечения статически неопределимой балки и сопоставление полученных результатов с теоретическими значениями, вычисленными по формулам сопротивления материалов.

### **Объект исследования**

Балка изготовлена из пресованного двутаврового профиля Пр 125-1 (материал Д16Т), применяемого для изготовления стрингеров стабилизатора хвостового оперения самолета. Балка *б* одним концом закреплена и в промежуточном сечении имеет ещё одну опору *7* (рис. 9.1), которую можно считать шарнирно-подвижной. Нагружение балки осуществляется сменными грузами *8*, укладываемыми на подвеску *5*, которая установлена в свободном конце балки.

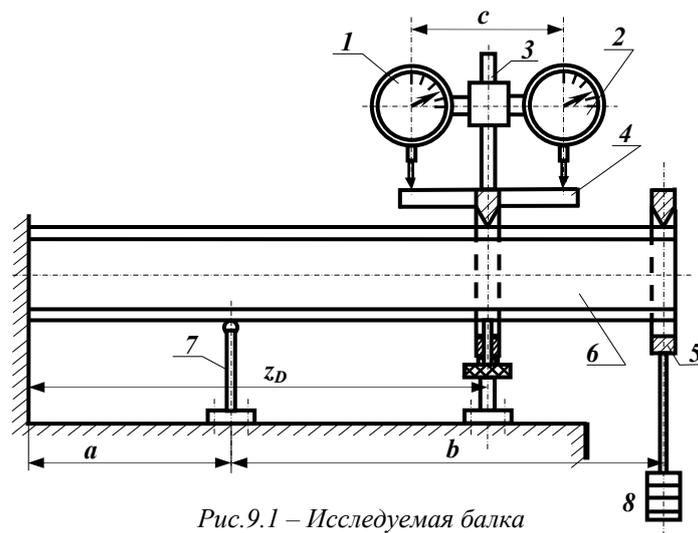


Рис.9.1 – Исследуемая балка

### Теоретическое обоснование

Перемещения балки при плоском изгибе характеризуются двумя величинами: прогибом  $y$  и углом поворота поперечного сечения  $\theta$  (рис. 9.2).

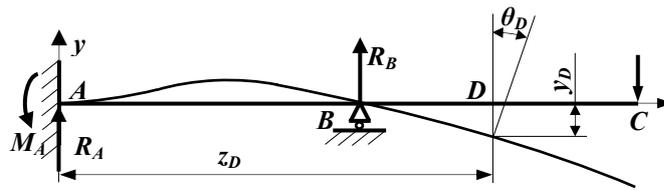


Рис.9.2. Схема перемещений балки

Поскольку рассматриваемая балка является один раз статически неопределимой, то отысканию перемещений должно предшествовать раскрытие её статической неопределимости методом сил.

При этом для заданной расчётной схемы (рис. 9.3,а) выбирают основную систему (рис. 9.3,б) (за лишнее неизвестное принята реакция на правой опоре  $R_B = X_1$ ), строят эквивалентную систему (рис. 9.3,в) и записывают каноническое уравнение метода сил

$$\delta_{11} \cdot X_1 + \Delta_{1F} = 0, \quad (9.1)$$

где  $\delta_{11}$  – перемещение сечения  $B$  в основной системе от действия единичной силы, заменяющей  $X_1$  (рис. 9.4);

$\Delta_{1F}$  – перемещение сечения  $B$  в основной системе от действия заданной силы  $F$  (рис. 9.5).

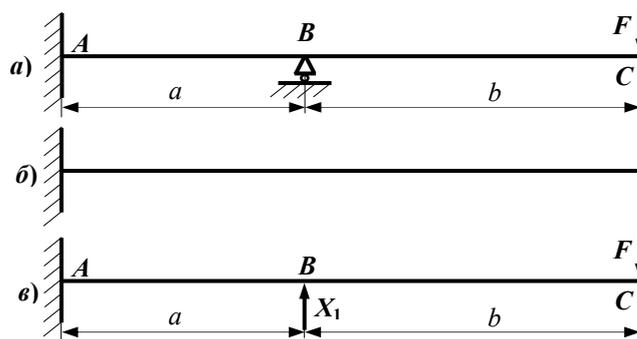


Рис.9.3 – Расчётная схема балки (а), основная (б) и эквивалентная (в) системы

Для вычисления  $\delta_{11}$  и  $\Delta_{1F}$  можно применить формулу Верещагина

$$\Delta = \frac{\sum \Omega_i \cdot (\bar{M}_c)_i}{E \cdot J}, \quad (9.2)$$

где  $\Omega_i$  – площадь эпюры моментов от заданной силы;

$(\bar{M}_c)_i$  – ордината эпюры моментов от единичной нагрузки, расположенная под центром тяжести эпюры  $\Omega_i$ .

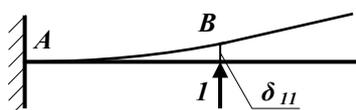


Рис.9.4 – Нагружение основной системы единичной силой

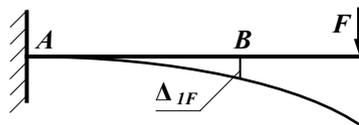


Рис.9.5 – Нагружение основной системы заданной силой

Искомые перемещения балки  $y$ ,  $\theta$  определяются также с помощью формулы (9.2), при этом используется расслоённая эпюра изгибающих моментов в эквивалентной системе и эпюры моментов от соответствующих единичных нагрузений в сечении  $D$  основной системы.

#### **Опытное определение прогиба и угла поворота поперечного сечения**

Для определения опытного прогиба  $y$  и угла поворота  $\theta$  на заданном расстоянии  $z_D$  от защемления устанавливается устройство, состоящее из индикаторной стойки 3 (рис. 9.1), на которой установлены индикаторы часового типа 1, 2, и планки 4, закреплённой на балке 6. После нагружения балки силой  $F$  показания индикаторов изменятся на величину  $\Delta A_i$ . Искомые перемещения вычисляются по формулам:

$$y_{on} = \frac{\Delta A_{2cp} + \Delta A_{1cp}}{2}, \quad \theta_{on} = \frac{\Delta A_{2cp} - \Delta A_{1cp}}{c}. \quad (9.3)$$

### **Порядок выполнения работы**

1. Вычислить перемещения  $\delta_{11}$ ,  $\Delta_{1F}$  и определить лишнее неизвестное  $X_1$  по формуле (9.1), используя заданное значение силы  $F$ .

2. Вычислить перемещения  $y_T$  и  $\theta_T$  в заданном сечении балки по формуле (9.2), используя основную и эквивалентную системы. При этом единичные силовые факторы направить так, чтобы знаки теоретических и опытных перемещений были одинаковыми.

3. Установить угломер и индикаторную стойку с индикаторами в заданном сечении балки  $D$ .

4. Нагрузить балку и записать возникающие при этом показания индикаторов  $\Delta A_i$ . Нагружение и снятие показаний с приборов осуществлять в два этапа: сначала дать небольшую предварительную нагрузку, а потом догрузить балку заданной силой  $F$ .

5. Вычислить  $\Delta A_{i_{cp}}$ .

6. Вычислить опытные значения перемещений  $y_{on}$  и  $\theta_{on}$  по формулам (9.3).

7. Сравнить теоретические и опытные значения перемещений путём вычисления расхождений по формулам

$$\frac{|y_T - y_{on}|}{|y_T|} \cdot 100\%, \quad \frac{|\theta_T - \theta_{on}|}{|\theta_T|} \cdot 100\%.$$

8. Теоретические и опытные данные занести в протокол испытаний и результатов исследований (табл. 9.1).

### **Содержание отчёта**

1. Схема установки.
2. Расчётная схема балки с обозначением исследуемых перемещений.
3. Рисунки и расчёты, относящиеся к раскрытию статической неопределимости.
4. Рисунки и расчёты, относящиеся к определению перемещений.
5. Протокол испытаний и результатов исследований.

6. Общий вывод.

Таблица 9.1. **Протокол испытаний и результатов исследований**

№ опыта	Абсцисса сечения $z_{D, мм}$	Нагрузка $F, Н$	Показания индикаторов, мм						Прогиб, мм			Угол поворота, рад					
			$A_1$	$\Delta A_1$	$\Delta A_{1 ep}$	$A_2$	$\Delta A_2$	$\Delta A_{2 ep}$	$y_T$	$y_{on}$	Расход., %	$\theta_T$	$\theta_{on}$	Расход., %			
1																	
2																	
3																	

**Контрольные вопросы**

1. В каком случае брус испытывает прямой (плоский) изгиб?
2. Какие величины определяют перемещения балки при изгибе?
3. Какие балки относятся к статически неопределимым?
4. Что называют основной и эквивалентной системами?
5. Каков физический смысл канонического уравнения метода сил и входящих в него величин?
6. В каком направлении прикладывается единичная нагрузка при раскрытии статической неопределимости методом сил?
7. Как устроен и работает индикатор часового типа?

## 10. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДЕФОРМАЦИЙ И НАПРЯЖЕНИЙ ПЛОСКОЙ СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМОЙ РАМЫ

**Цель работы** – опытное определение деформаций и напряжений плоской статически неопределимой рамы и сопоставление их с результатами, полученными по формулам сопротивления материалов.

### **Объект исследования**

В лабораторной работе с помощью тензорезисторов определяют деформации и напряжения проставочного кольца авиационного турбореактивного двухконтурного двигателя (рис. 10.1). Кольцо 1 установлено на опоре 2 и нагружено в нижнем сечении грузом 3. На наружной поверхности кольца в окружном направлении наклеены четыре тензорезистора 4 для измерения деформаций.

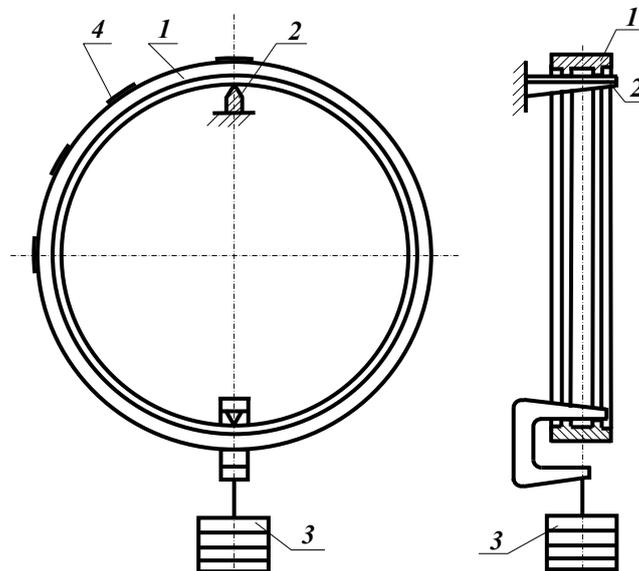


Рис. 10.1 – Проставочное кольцо

### Теоретическое обоснование

На рис. 10.2,а изображена расчётная схема кольца, нагруженного вертикальными силами  $F$  и реакцией опоры  $R = F$ . На рис. 10.2,б показана эквивалентная система, в соответствии с которой рассматриваемое кольцо является три раза статически неопределимой плоской рамой. Канонические уравнения метода сил, с помощью которых определяют неизвестные усилия  $X_1, X_2, X_3$ , имеют в данном случае следующий вид:

$$\begin{aligned}\delta_{11} \cdot X_1 + \delta_{12} \cdot X_2 + \delta_{13} \cdot X_3 + \Delta_{1F} &= 0, \\ \delta_{21} \cdot X_1 + \delta_{22} \cdot X_2 + \delta_{23} \cdot X_3 + \Delta_{2F} &= 0, \\ \delta_{31} \cdot X_1 + \delta_{32} \cdot X_2 + \delta_{33} \cdot X_3 + \Delta_{3F} &= 0.\end{aligned}\quad (10.1)$$

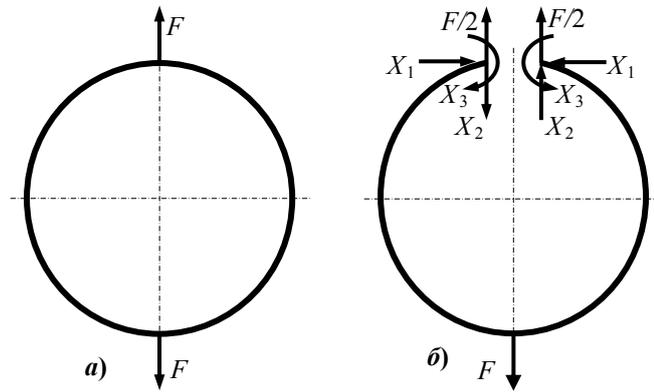


Рис. 10.2 – Расчётная схема кольца (а)  
и эквивалентная система (б)

Благодаря симметрии уравнения (10.1) можно упростить. Из условий равновесия половины кольца (рис. 10.3) следует, что  $X_1 = 0$ . Обе половины кольца, изображенные на рис. 10.3, в силу симметрии должны находиться в одинаковых условиях нагружения, т. е., например, верхние силы  $X_2$  для обеих половин должны иметь одинаковое направление (рис. 10.2,б). В то же время по закону взаимодействия половин

кольца эти силы должны иметь противоположное направление, как это показано на рис. 10.3. Выполнение указанных двух условий возможно лишь при  $X_2 = 0$ . Следовательно, только одно неизвестное  $X_3$  отличается от нуля, а система (10.1) примет следующий вид:

$$\begin{aligned} \delta_{13} \cdot X_3 + \Delta_{1F} &= 0, \\ \delta_{23} \cdot X_3 + \Delta_{2F} &= 0, \\ \delta_{33} \cdot X_3 + \Delta_{3F} &= 0. \end{aligned} \quad (10.2)$$

Каждое из этих уравнений, если коэффициенты отличны от нуля, можно использовать для определения  $X_3$ .

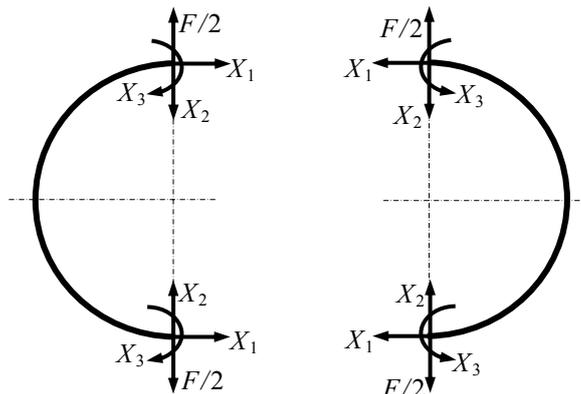


Рис. 10.3 Нагружение половин кольца

Коэффициенты и свободные члены канонических уравнений метода сил вычисляются по формулам:

$$\delta_{33} = \int_L \frac{\bar{M}_3 \cdot \bar{M}_3}{E \cdot J_y} dS; \quad \Delta_{iF} = \int_L \frac{M_F \cdot \bar{M}_3}{E \cdot J_y} dS, \quad (10.3)$$

где  $M_F$  – уравнение для изгибающих моментов при нагружении основной системы внешними силами;

$\bar{M}_3$  – уравнение для изгибающих моментов при нагружении основной системы единичными парами сил.

На рис. 10.4 показаны нагружения основной системы, которым соответствуют  $\bar{M}_1, \bar{M}_2, \bar{M}_3, M_F$ .

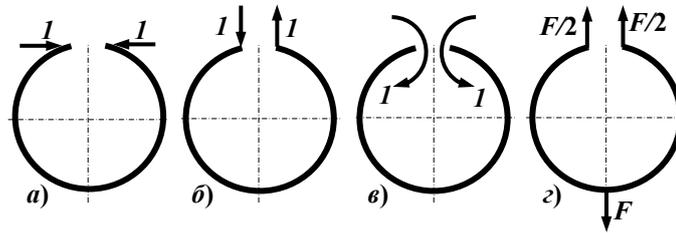


Рис. 10.4 – Нагружения основной системы для раскрытия статической неопределенности

После того как раскрыта статическая неопределенность, т. е. найдено значение  $X_3$ , определяют изгибающий момент  $M$  и нормальную силу  $N$  в сечениях, где установлены тензорезисторы, используя при этом эквивалентную систему (рис. 10.2,б). Нормальные напряжения кольца вычисляют по формуле

$$\sigma_{расч} = \frac{M}{J_y} x + \frac{N}{A}, \quad (10.4)$$

где  $x$  – координата волокна, на котором приклеены тензорезисторы (рис. 10.5). Ось  $x$  следует направить в сторону сжатых волокон.

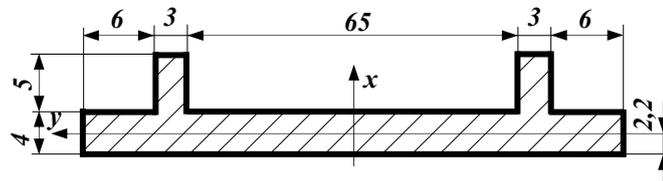


Рис.10.5 – Поперечное сечение кольца

### **Опытное определение деформаций и напряжений кольца**

С помощью тензорезисторов, наклеенных на наружную поверхность кольца, определяют окружные деформации  $\varepsilon$  в заданных сечениях. При этом для перехода от показаний измерительного прибора к деформациям используют результаты тарировки прибора с тензорезистором или паспортную цену деления прибора с поправкой на фактическую характеристику тензорезистора –  $\varepsilon = \kappa \cdot \Delta A$ . Заданные растягивающие силы  $F$  создают навешиванием в нижнем сечении кольца сменных грузов.

Для перехода от деформаций к напряжениям используют закон Гука:

$$\sigma_{оп} = E \cdot \varepsilon. \quad (10.5)$$

### **Порядок проведения работы**

1. Вычислить расчётные значения напряжений  $\sigma_{расч}$  по формуле (10.4), предварительно раскрыв статическую неопределимость кольца.
2. Дать предварительную нагрузку на кольцо и произвести отсчёты по прибору, подключенному к тензорезисторам.
3. Увеличить нагрузку на заданную величину  $F$  и вновь произвести отсчёт по прибору.
4. Пункты 2, 3 повторить не менее трёх раз.
5. По приращению показаний прибора  $\Delta A$  определить деформации внешней поверхности кольца в исследуемых сечениях.
6. Вычислить опытные значения напряжений  $\sigma_{оп}$  по формуле (10.5).
7. Сопоставить опытные и теоретические значения напряжений путём вычисления расхождений по формуле

$$\frac{|\sigma_T - \sigma_{оп}|}{|\sigma_T|} 100\%.$$

8. Опытные и расчётные данные занести в протоколы (табл. 10.1 и 10.2).

Таблица 10.1– **Протокол испытаний**

№ опыта	F, Н	Показания прибора, дел					Приращения показаний прибора, дел						
		A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>	A <sub>3</sub>	A <sub>4</sub>	ΔA <sub>1</sub>	ΔA <sub>1cp</sub>	ΔA <sub>2</sub>	ΔA <sub>2cp</sub>	ΔA <sub>3</sub>	ΔA <sub>3cp</sub>	ΔA <sub>4</sub>	ΔA <sub>4cp</sub>
1													
2													
3													

Таблица 10.2 – **Протокол результатов исследований  
(напряжения, МПа)**

Сечение 1			Сечение 2			Сечение 3			Сечение 4		
σ <sub>T</sub>	σ <sub>оп</sub>	Расхождение, %	σ <sub>T</sub>	σ <sub>оп</sub>	Расхождение, %	σ <sub>T</sub>	σ <sub>оп</sub>	Расхождение, %	σ <sub>T</sub>	σ <sub>оп</sub>	Расхождение, %

**Содержание отчёта**

1. Расчётная схема кольца с указанием использованных данных.
2. Поперечное сечение кольца с указанием размеров.
3. Расчёты и эпюры, связанные с раскрытием статической неопределимости и определением напряжений.
4. Протоколы испытаний и результатов исследований.
5. Общий вывод.

**Контрольные вопросы**

1. Какие стержневые системы относят к плоским, плоско-пространственным и пространственным рамам?
2. Как определить степень статической неопределимости рамы?
3. Что называют основной и эквивалентной системами?
4. Как записываются канонические уравнения метода сил?
5. Какой физический смысл имеют коэффициенты и свободные члены канонических уравнений?
6. Какой физический смысл имеет каждое каноническое уравнение?
7. Любые ли неизвестные можно принять за лишние?
8. Как можно осуществить генеральную проверку результатов раскрытия статической неопределимости рамы?

## 11. УСТОЙЧИВОСТЬ СЖАТЫХ СТЕРЖНЕЙ

**Цель работы** – изучение явления потери устойчивости сжатыми стержнями, опытное определение критических сил и сопоставление их с результатами, полученными по формулам сопротивления материалов.

### **Объект исследования**

Испытанию подвергаются стержни из авиационного алюминиевого профиля, схемы нагружения которых показаны на рис. 11.1.

Установка, изображенная на рис. 11.1, *а*, включает испытуемый стержень 4, установленный в вертикальном положении, нижний конец которого заземлён упорами 5. Нагружение осуществляется сменными грузами 1, прикладываемыми к верхней части стержня через наконечник 2. Для предотвращения разрушения стержня после потери устойчивости в установке предусмотрено ограничивающее устройство 3.

Во второй установке (рис. 11.1, *б*) испытуемый стержень 2 является подкосом кронштейна, нагружаемого винтовым домкратом 3 через пружинный динамометр 4 в сечении *В* горизонтального бруса большой жёсткости 1.

### **Теоретическое обоснование**

При сжатии достаточно длинного стержня можно наблюдать внезапное выпучивание, то есть быстрое нарастание перемещений в направлении, перпендикулярном оси стержня. Силу, при которой возникает выпучивание или, иначе говоря, потеря устойчивости, называют критической и обозначают  $F_{кр}$ .

При  $F < F_{кр}$  устойчивой является прямолинейная форма равновесия стержня, так как упругие силы сопротивления, возникающие в искривленном стержне, превышают сжимающие силы  $F$ . При  $F = F_{кр}$  сжимающие силы сравниваются с упругими силами сопротивления искривленного стержня и, следовательно, происходит потеря устойчивости.

Для вычисления критической силы применяют формулу Эйлера

$$F_{кр} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot J_{\min}}{(\mu \cdot l)^2}, \quad (11.1)$$

где  $E$  – модуль продольной упругости материала стержня;

$J_{\min}$  – минимальный главный центральный момент инерции поперечного сечения стержня;

$\mu$  – коэффициент приведения длины стержня;

$l$  – длина стержня.

Формула Эйлера применима до напряжения, равного пределу пропорциональности  $\sigma_{\text{пц}}$  материала стержня, т. е. при  $\sigma_{кр} = \frac{F_{кр}}{A} \leq \sigma_{\text{пц}}$ .

Это условие выполняется для достаточно длинных стержней, у которых

$$\lambda \geq \sqrt{\frac{\pi^2 \cdot E}{\sigma_{\text{пц}}}}, \quad (11.2)$$

где  $\lambda = \frac{\mu \cdot l}{i_{\min}}$  — гибкость стержня;

$i_{\min}$  — минимальный главный центральный радиус инерции поперечного сечения стержня.

#### ***Опытное определение критических сил***

На установке, изображённой на рис. 11.1, *а*, определяют критическую силу стержня 4 с защемлённым нижним концом 5 методом проб. Поэтапно увеличивают с помощью грузов  $l$  сжимающую силу и каждый раз отводят стержень до упора 3, а затем освобождают. Критической будет та сила, начиная с которой стержень после освобождения и затухания колебаний не возвращается в исходное положение, а остаётся на упоре в изогнутом состоянии.

На установке, изображённой на рис. 11.1,б, определяют критическую силу стержня 2 с шарнирно закреплёнными концами. Нагружение бруса 1 осуществляют домкратом 3, величину нагрузки фиксируют на динамометре 4. При достижении критической силы наблюдается увеличение прогибов стержня 2 при неизменной нагрузке  $F_{кр}$ . По критической нагрузке  $F_{кр}$  бруса, используя метод сечений, находят критическую силу  $N_{кр}$  стержня 2.

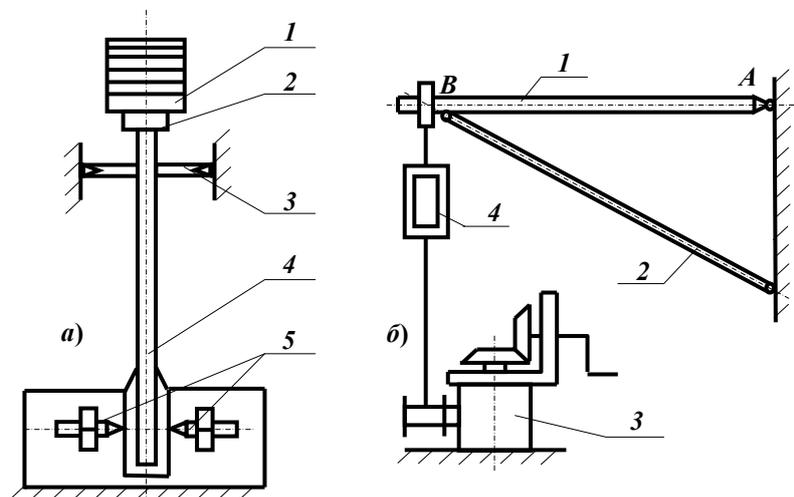


Рис.11.1 – Установки для изучения потери устойчивости

#### **Порядок проведения работы**

1. Установить продольные и поперечные размеры испытуемых стержней, геометрические характеристики поперечных сечений.
2. Вычислить гибкость стержней по формуле (11.2) и убедиться в возможности применения формулы Эйлера.
3. Вычислить по формуле (11.1) теоретические значения критических сил  $F_{кр}^T$ ,  $N_{кр}^T$ .

4. Путём нагружения установить опытные значения критических сил  $F_{кр}^{on}$ . Для стержня 2 (рис. 11.1,б), используя метод сечений, определить также  $N_{кр}^{on}$ .

5. Сопоставить опытные и теоретические значения критических сил путём вычисления расхождений по формулам:

$$\frac{|F_{кр}^T - F_{кр}^{on}|}{|F_{кр}^T|} \cdot 100\%; \quad \frac{|N_{кр}^T - N_{кр}^{on}|}{|N_{кр}^T|} \cdot 100\% .$$

6. Опытные и теоретические данные занести в протокол.

### **Содержание отчета**

1. Расчётные схемы и поперечные сечения испытуемых стержней с указанием размеров.

2. Расчёты, относящиеся к определению опытных и теоретических значений критических сил.

3. Протокол испытаний и результатов исследований (табл. 11.1).

4. Общий вывод.

**Таблица 11.1. – Протокол испытаний и результатов исследований**

Тип установки	Геометрические характеристики стержня			Гибкость стержня, $\lambda$	$\sqrt{\frac{\pi^2 \cdot E}{\sigma_{тц}}}$	Теоретическое значение критической силы, $H$	№ опыта	Опытное значение критической силы, $H$	Среднее значение критической силы, $H$	Расхождение, %
	$l$ , см	$J_{min}$ , см <sup>4</sup>	$i_{min}$ , см							
а							1			
							2			
							3			
б							1			
							2			
							3			

### ***Контрольные вопросы***

1. В чём заключается явление потери устойчивости сжатым стержнем?
2. Какую величину сжимающей силы называют критической?
3. Для всех ли стержней можно применять формулу Эйлера?
4. Как учитывают условия закрепления стержня при определении критической силы?
5. Какая форма поперечного сечения сжатого стержня является рациональной с точки зрения устойчивости?

### **БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК**

1. *Афанасьев А. М., Марьин В. А.* Лабораторный практикум по сопротивлению материалов. – М.: Наука, 1975. – 285 с.
2. *Беляев Н.М.* Лабораторные работы по сопротивлению материалов. – М.: Госиздат, 1954. – 186с.
3. Лабораторные работы по сопротивлению материалов на универсальном стенде. – М.: МАИ, 1989. – 41 с.
4. Расчёты на прочность в машиностроении. В 3 т. / под ред. *С. Д. Пономарева* – М.: Машгиз, 1956. – Т. 1. – 884с.; 1958. Т. 2. – 975 с.; 1959. Т. 3. – 1118 с.
5. *Феодосьев В.И.* Сопротивление материалов. – М.: МГТУ им. Баумана, 2010. – 512 с.

Учебное издание

***Вакулюк Владимир Степанович,  
Каранаева Оксана Валериевна  
Павлов Валентин Федорович,  
Сазанов Вячеслав Петрович,  
Филатов Анатолий Петрович  
Шадрин Валентин Карпович***

## **ПРОСТЫЕ ДЕФОРМАЦИИ**

*Лабораторный практикум*

Редактор Н.С. Купринова  
Доверстка Л.Р. Дмитриенко

Подписано в печать 27.04.2015. Формат 60x84 1/16.

Бумага офсетная. Печать офсетная.

Печ. л. 4,75.

Тираж 300 экз. Заказ . Арт. 5/2015.

федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования «Самарский государственный аэрокосмический  
университет имени академика С.П.Королева  
(национальный исследовательский университет)»  
443086 Самара, Московское шоссе, 34.

---

Изд-во СГАУ. 443086 Самара, Московское шоссе, 34.