Министерство образования Российской Федерации

Самарский государственный аэрокосмический университет

имени академика С.П. Королева

Павлов О.В.

Решение оптимизационных задач в математическом пакете Mathcad

Методические указания к курсовой работе

Самара 2000

Составитель: доц. к.т.н Павлов О.В.
УДК 681.3.06

Решение оптимизационных задач в математическом пакете Mathcad: Методические указания к курсовой работе /Самарский государственный аэрокосмический университет. Сост. Павлов О.В. Самара, 2000, 27 с.

Содержатся указания по выполнению курсовой работы, целью которой является решение оптимизационных задач в математическом пакете Mathcad 2000. Предназначены для студентов факультета экономики и управления, обучающихся по специальности «менеджмент организации» на очной, очно-заочной и заочной формах обучения.
Составлены на кафедре «Компьютерные системы»

Печатаются по решению редакционно-издательского совета Самарского государственного аэрокосмического университета им. академика С.П. Королева

Рецензент: проф. д.т.н. Кораблин М.А.

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ — *4*

1.ОПТИМИЗАЦИОННЫЕ ЗАДАЧИ В ЭКОНОМИКЕ И УПРАВЛЕНИИ — *5*

1.1.Постановка оптимизационных задач — **5**

1.1.1.Задачи линейного программирования — 5

1.1.2.Задачи нелинейного программирования — 5

1.2.Математическая формализация оптимизационных задач — **6**

2.ГРАФИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ ОПТИМИЗАЦИОННЫХ ЗАДАЧ — *9*

2.1.Методика графического решения задач линейного программирования — **9**

2.2.Пример графического решения задачи линейного программирования — **10**

2.3.Методика графического решения задачи нелинейного программирования. — **13**

2.4.Пример графического решения задачи нелинейного программирования — **15**

3.ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ОПТИМИЗАЦИОННЫХ ЗАДАЧ — *18*

3.1.Методика численного решения оптимизационных задач — **18**

3.2.Пример численного решения задачи линейного программирования — **19**

3.3. Пример численного решения задачи нелинейного программирования — **20**

4.РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОФОРМЛЕНИЮ ПОЯСНИТЕЛЬНОЙ ЗАПИСКИ — *21*

ЛИТЕРАТУРА — *22*

Приложение 1 — *23*

Приложение 2 — *24*

Приложение 3 — *26*

ВВЕДЕНИЕ

В процессе экономической деятельности часто приходится решать следующие задачи: что производить? Где производить? Какова цена продукции? Какова зарплата? Процесс управления любой организацией состоит в принятии тех или иных решений. Эффективность управления заключается в обоснованности принимаемых решений. Менеджеру часто приходится решать **оптимизационные задачи**, в которых ищется наилучшее в определенном смысле решение проблемы из множества возможных при ограничениях (сырьевых, финансовых, материальных и т.д.).

Для того чтобы оптимально распорядиться имеющимися ограниченными ресурсами привлекают математический аппарат. Оптимизационную задачу формализуют и рассматривают как математическую.

Для решения таких задач используются различные численные методы, которые реализуются на персональных компьютерах с помощью языков программирования высокого уровня (Pascal, C) или специализированного программного обеспечения: электронной таблицы Excel, математического пакета Mathcad.

В методических указаниях к курсовой работе рассматривается постановка различных оптимизационных задач, встречающихся в экономике и управлении, математическая формализация задач, методика их решения в **математическом пакете Mathcad 2000**. Приводятся рекомендации по выполнению курсовой работы и оформлению пояснительной записки. Рассматриваются примеры решения различных оптимизационных задач.

Задание на курсовую работу состоит из задачи **линейного программирования** (тип А или Б) и задачи **нелинейного программирования** (тип С или Д). **В задачах считать m=3, n=2**. Описание задач приводится в разделе **Постановка оптимизационных задач**.

Исходные данные студент выбирает из приложений № 2 и 3 в соответствии с вариантом, назначенным преподавателем. В ходе выполнения курсовой работы студенту необходимо решить с помощью математического пакета Mathcad оптимизационные задачи двумя методами: графическим и численным, результаты обязательно сравнить. Нечетные номера вариантов соответствуют задачам А и С, четные - Б и Д.

1.ОПТИМИЗАЦИОННЫЕ ЗАДАЧИ В ЭКОНОМИКЕ И УПРАВЛЕНИИ

1.1.Постановка оптимизационных задач

1.1.1.Задачи линейного программирования

Задача А. ***Задача планирования выпуска продукции.*** Имеется организация, выпускающая n видов продукции, объемом $x_{1,},x_2...x_n$ условных единиц. В процессе производства используются m различных видов сырья в количестве $b_1,b_2,..b_m$. единиц. Для производства единицы j-го вида (j=1,n) продукции необходимо затратить i-й (i=1,m) ресурс в количестве a_{ij} единиц. Заданы цены продуктов $c_1,c_2...c_n$. Необходимо определить объёмы производства продукции с целью максимизации стоимости произведенной продукции.

Задача Б. ***Задача о загрузке оборудования.*** Пусть на предприятии после модернизации производства появился свободный ресурс времени. Предлагается организовать производство n новых изделий нескольких наименований x_j, j=1,n. Известно время a_{ij}, требуемое на изготовление отдельного j-го изделия на каждом i-том оборудовании, свободные резервы времени на каждом оборудовании b_i, i=1,m, а также прибыль, получаемая от выпуска каждого изделия c_i. Требуется определить, какие изделия и в каком количестве целесообразно производить на предприятии, чтобы получить максимальную прибыль.

1.1.2.Задачи нелинейного программирования

Задача С. ***Оптимизация производства при ограничении на затраты.*** Фирма в процессе производства использует n различных ресурсов в количестве $x_{1,},x_2...x_n$ единиц. Известны цены на ресурсы $c_1,c_2...c_n$ единиц и количество финансовых средств V, находящихся в распоряжении фирмы. Известна нелинейная зависимость, связывающая затраченные ресурсы и выпущенную фирмой продукцию $f(x_{1,},x_2...x_n)=a_0x_1^{a1}x_2^{a2}...x_n^{an}$. Необходимо определить оптимальную комбинацию ресурсов $x_{1,},x_2...x_n$, которая максимизирует объём произведенной продукции фирмы.

Задача Д. ***Оптимизация производства при фиксированном объёме выпуска.*** Фирма получила заказ на производство продукции объёмом R единиц. Для выполнения заказа используется n различных ресурсов в количестве $x_{1,},x_2...x_n$ единиц. Известны цены на ресурсы $c_1,c_2...c_n$ единиц. Известна нелинейная зависимость, связывающая затраченные ресурсы и выпущенную фирмой продукцию $R=a_0x_1^{a1}x_2^{a2}...x_n^{an}$. Необходимо определить оптимальную комбинацию ресурсов $x_{1,},x_2...x_n$, которая минимизирует затраты фирмы.

1.2.Математическая формализация оптимизационных задач

Решение, которое должен принять менеджер, описывается набором **переменных $x_1,x_2...x_n$.** Достоинства того или иного решения определяются значениями **целевой функции $f(x_1,x_2,...,x_n)$.** Наилучшее **(оптимальное)** решение – это набор переменных **$x_1,x_2...x_n$,** при которых целевая функция принимает максимальное или минимальное (экстремальное) значение.

Под переменными обычно понимают план производства продукции, план перевозок грузов, план распределения работ и т.д. Целевыми функциями организационных систем часто является максимум прибыли, максимум объёма производства или минимум затрат, минимум времени на выполнение работ и т.д. Ограничения отражают конечность финансовых, материальных, сырьевых и других ресурсов. Научное направление, которое занимается решением подобных оптимизационных задач называется **математическим программированием.**

З**адача математического программирования** формулируется следующим образом. Необходимо найти переменные $x_1,x_2...x_n$, при которых целевая функция $f(x_1,x_2,...,x_n)$ принимает **максимальное или минимальное значение (**экстремальное значение**):**

$f(x_1, x_2,...,x_n)\rightarrow max(min)$ (1)

При этом выполняются ограничения в виде неравенств:

$g_1(x_1, x_2,...,x_n) \leq b_1$;

$g_1(x_1, x_2,...,x_n)\leq b_2$;

.... (2)

$g_m(x_1, x_2,...,x_n)\leq b_m$;

$x_1\geq 0, x_2\geq 0,...x_n\geq 0$

Набор значений **переменных $x_1,x_2...x_n$**, удовлетворяющий условиям (1)-(2), называется **оптимальным решением задачи**.

Если в задаче **математического программирования** (1)-(2) ограничения (2) в виде неравенств заменяются на равенства, то получается задача на условный экстремум:

$f(x_1, x_2,...,x_n)\rightarrow max(min)$

Ограничения в виде равенств:

$g_1(x_1, x_2,...,x_n)=b_1$;

$g_1(x_1, x_2,...,x_n)=b_2$;

....

$g_m(x_1, x_2,...,x_n)=b_m$;

Задачи математического программирования в зависимости от вида целевой функции и ограничений делятся на линейные и нелинейные. Если в оптимизационной задаче (1)-(2) ограничения (2) и целевая функция (1) являются линейными функциями, то такие задачи называются **задачами линейного программирования.** ***Поставленные ранее задачи линейного программирования (тип А и Б) математически формализуются следующим образом.***

Необходимо найти неизвестные переменные $x_1,x_2...x_n$, максимизирующие линейную целевую функцию

$f(x_1, x_2,...,x_n)=c_1x_1+ c_1x_1+...+ c_nx_n \rightarrow max(min)$

При этом должны выполняться ограничения:

$a_{11}x_1+ a_{12}x_2+... a_{1n}x_n \leq b_1$

$a_{21}x_1+ a_{22}x_2+... a_{2n}x_n \leq b_2$

....

$a_{m1}x_1+ a_{m2}x_2+... a_{mn}x_n \leq b_m$

Неизвестные переменные в силу экономического смысла задачи должны быть неотрицательными

$x_j \geq 0$, $j=1,2...n$.

В общем случае задачи линейного программирования решаются «симплексным методом» или «методом решения с помощью мультипликатора», который предложили независимо Л.В. Канторович и Дж. Данциг. В случае, когда число неизвестных переменных равно двум, то задача линейного программирования легко решается графически.

Если хотя бы одно из ограничений (2) или критерий оптимизации (1) являются нелинейными функциями, то задача называется **задачей нелинейного программирования,** которая формулируется следующим образом.

Необходимо найти неизвестные переменные $x_1,x_2...x_n$, максимизирующие нелинейную целевую функцию $f(x_1, x_2,...,x_n)_j \rightarrow max(min)$;

При этом должны выполняться ограничения:

$g_1(x_1, x_2,...,x_n) \leq b_1$;

$g_1(x_1, x_2,...,x_n) \leq b_2$;

....

$g_m(x_1, x_2,...,x_n) \leq b_m$;

$x_1 \geq 0$, $x_2 \geq 0$,...$x_n \geq 0$.

Описанная выше задача С оптимизации производства при ограничении на затраты математически формулируются следующим образом.

Необходимо определить количество ресурсов $x_1,x_2...x_n$, максимизирующие объём выпускаемой продукции. Объем выпускаемой продукции связан с ресурсами **производственной функцией Кобба-Дугласа**

$f(x_1,x_2,...,x_n)=a_0x_1^{a1}x_2^{a2}...x_n^{an}$:

Производственная функция – это функция, связывающая ресурсы с объёмом выпуска продукции. При этом должны выполняться следующие условия: все затраты на ресурсы не должны превышать количество финансовых средств:

$c_1x_1+c_2x_2+...+c_nx_n \leq V$;

Неизвестные переменные в силу экономического смысла задачи должны быть неотрицательными

$x_1 \geq 0$, $x_2 \geq 0$,...$x_n \geq 0$.

Описанная выше задача задача Д оптимизации производства при фиксированном объёме выпуска формулируются следующим образом.

Необходимо определить количество ресурсов $x_1, x_2 ... x_n$, минимизирующие затраты:

$$f(x_1,x_2,...,x_n)=c_1x_1+c_2x_2+...+c_nx_n\to\min$$

при условии, что выпуск продукции равен заказу

$a_0x_1^{a1}x_2^{a2}...x_n^{an} = R$

Неизвестные переменные в силу экономического смысла задачи должны быть неотрицательными

$x_1\geq0,\ x_2\geq0, ... x_n\geq0.$

2.ГРАФИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ ОПТИМИЗАЦИОННЫХ ЗАДАЧ

2.1.Методика графического решения задач линейного программирования

В частном случае, когда количество переменных равно двум возможна геометрическая интерпретация задачи линейного программирования. В этом случае математическая формулировка задачи упростится.

Необходимо найти переменные x_1, x_2, максимизирующие целевую функцию: $f(x_1, x_2)=c_1x_1+ c_2x_2\rightarrow max$

При ограничениях:

$a_{11}x_1+ a_{12}x_2\le b_1$

$a_{21}x_1+ a_{22}x_2\le b_2$

$x_1\ge 0,\ x_2\ge 0.$

Каждое из неравенств означает, что допустимые значения переменных (решений) - координаты точек, лежащих в области, ограниченной координатными осями (условия $x_1\ge 0$, $x_2\ge 0$) ниже соответствующих прямых, заданных уравнениями:

$a_{11}x_1+ a_{12}x_2=b_1$

$a_{21}x_1+ a_{22}x_2=b_2$

………………

$a_{m1}x_1+ a_{m2}x_2=b_m$

Для определенности будем считать, что m=3. Тогда множество допустимых значений переменных геометрически изображается точками, расположенными внутри и на границе заштрихованного многоугольника (рис. 1).

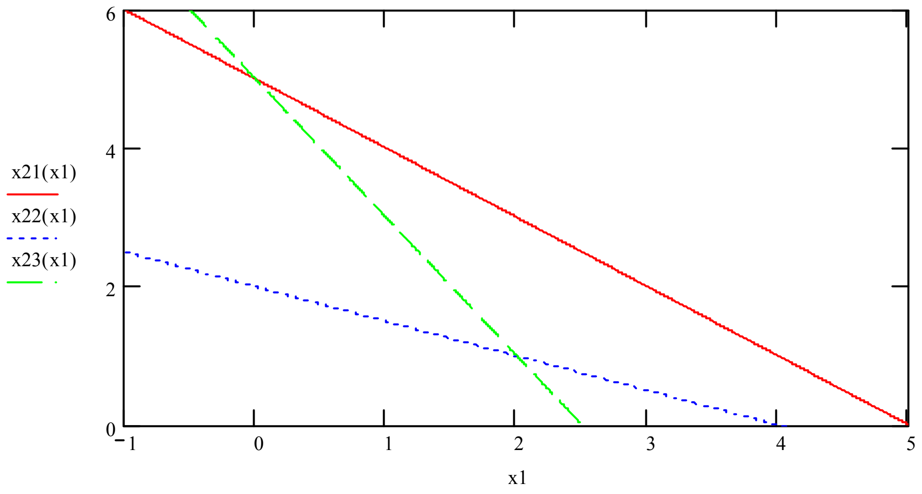


рис. 1

Линии уровня целевой функции $f(x_1,x_2)=c_1x_1+c_2x_2=C$ – семейство параллельных прямых. Чем больше значение константы C, тем правее расположена соответствующая прямая. Из приведенной геометрической интерпретации сразу следует следующий путь решения: **необходимо построить совокупность параллельных прямых** $c_1x_1+c_2x_2=C$ **(рис.1), соответствующих разным числам, выбрать среди них такую прямую, которая имеет общие точки с многоугольником допустимых значений переменных и максимальное C.**

2.2.Пример графического решения задачи линейного программирования

Задача А.

Имеется организация, выпускающая 2 вида продукции, объёмом x_1,x_2 единиц. В процессе производства используются 3 типа сырья в количестве $b_1=60$, $b_2=40$, $b_3=50$ единиц. Расход i-го сырья на j-ый вид продукции задан в таблице в виде коэффициентов a_{ij}

вид продукции / тип сырья	1	2
1	$a_{11}=1$	$a_{21}=1$
2	$a_{21}=1$	$a_{22}=2$
3	$a_{31}=2$	$a_{32}=1$

Заданы цены продуктов $c_1=1$, $c_2=2$. Необходимо определить объёмы производства продукции x_1,x_2 с целью максимизации стоимости произведенной продукции.

Математическая формулировка задачи.

Найти x1,x2 максимизируя целевую функцию

$$f(x1,x2) = 2\cdot x1 + 3\cdot x2$$

при ограничениях

$$\begin{aligned} &x1 + x2 \le 60 \\ &x1 + 2\cdot x2 \le 40 \\ &2\cdot x1 + x2 \le 50 \\ &x1 \ge 0 \\ &x2 \ge 0 \end{aligned}$$

Последовательность действий при графическом решении задачи

1.Запустите пакет Mathcad. Установите порядок автоматических вычислений в пакете Mathcad.

2.Запишете в виде x2=k*x1+b уравнения прямых, ограничивающих область допустимых значений переменных.

$$x1 + x2 = 60 \qquad x21(x1) := -x1 + 60$$

$$x1 + 2\cdot x2 = 40 \qquad x22(x1) := \frac{-1}{2}\cdot x1 + 20$$

$$2\cdot x1 + x2 = 50 \qquad x23(x1) := -2\cdot x1 + 50$$

3.Изобразите на графике соответствующие прямые и определите область допустимых значений переменных см. рис.2

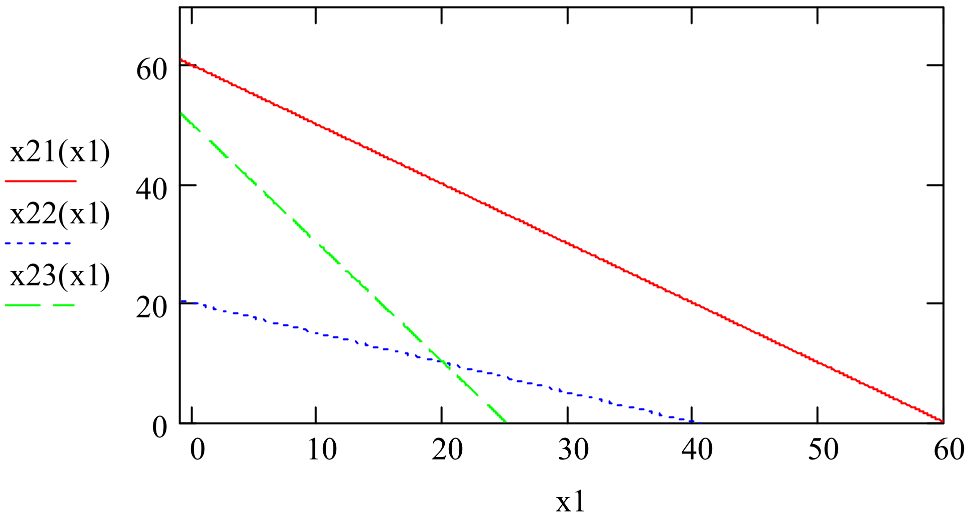


рис. 2

Область допустимых значений x1 и x2 - четырехугольник,ограниченный пересекающимися прямыми и координатными осями абсцис и ординат.

4.Постройте для одного или нескольких значений C линии уровня целевой функции f(x1,x2)=C (столько, сколько понадобиться, чтобы понять, имеет ли задача решение и где достигается экстремум).

$$2 \cdot x1 + 3 \cdot x2 = c$$

$$c := 70$$

$$x24(x1) := \frac{-2}{3} \cdot x1 + \frac{1}{3} \cdot c$$

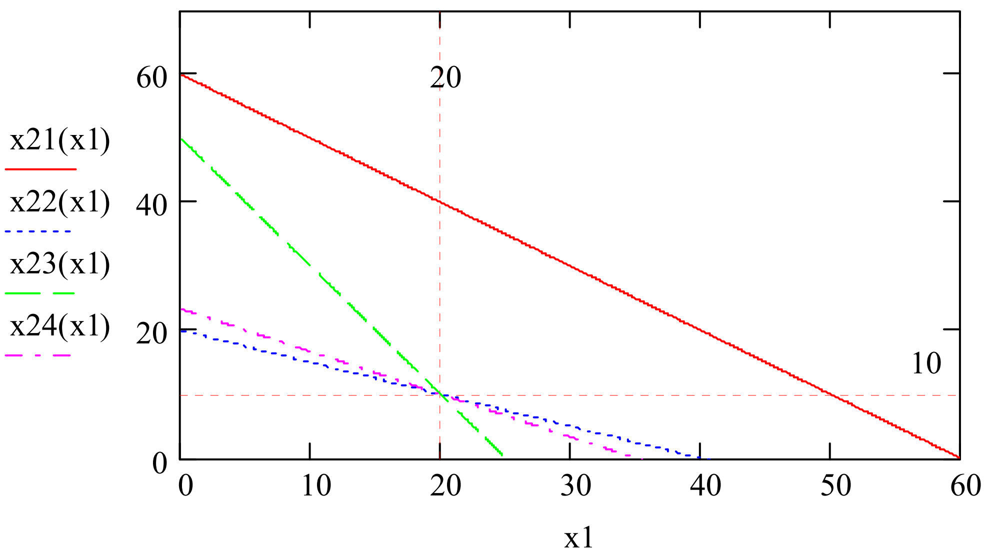


рис. 3

Для определения точки пересечения установите на графике маркеры с помощью меню **Format/Graph/X-Y Plot** опций **Show markers** рис. 3.
При c=70 целевая функция достигает максимума в точке (20,10).

5. Вычислите значение целевой функции в найденной точке

$$\text{Given} \qquad x1 + 2\cdot x2 = 40$$

$$2\cdot x1 + x2 = 50$$

$$\text{Find}(x1, x2) \rightarrow \begin{pmatrix} 20 \\ 10 \end{pmatrix}$$

$$f(x1, x2) := 2\cdot x1 + 3\cdot x2$$

$$fmax := f(20, 10) \qquad fmax = 70$$

6. Запишите ответ.

Оптимальный объём выпуска первого вида продукции x1=20, второго x2=10.

2.3.Методика графического решения задачи нелинейного программирования.

Для определенности рассмотрим задачу С **оптимизации производства при ограничении на затраты**. Фирма в процессе производства использует 2 ресурса в количестве x_1,x_2 единиц. Известны цены на ресурсы c_1,c_2 единиц и количество финансовых средств V, находящихся в распоряжении фирмы. Необходимо определить оптимальную комбинацию ресурсов, которая максимизирует объём произведенной продукции фирмы.

В случае двух переменных x_1 и x_2 математическая формализация упростится. В качестве целевой функции используется производственная функция

$$f(x_1,x_2)=a_0x_1^{a1}x_2^{a2}\rightarrow max \qquad (3)$$

Ограничения

$$c_1x_1+c_2x_2\leq V; \qquad (4)$$

$$x_1\geq 0,\ x_2\geq 0 \qquad (5)$$

В этом случае возможна наглядная геометрическая интерпретация см. рис. 4.

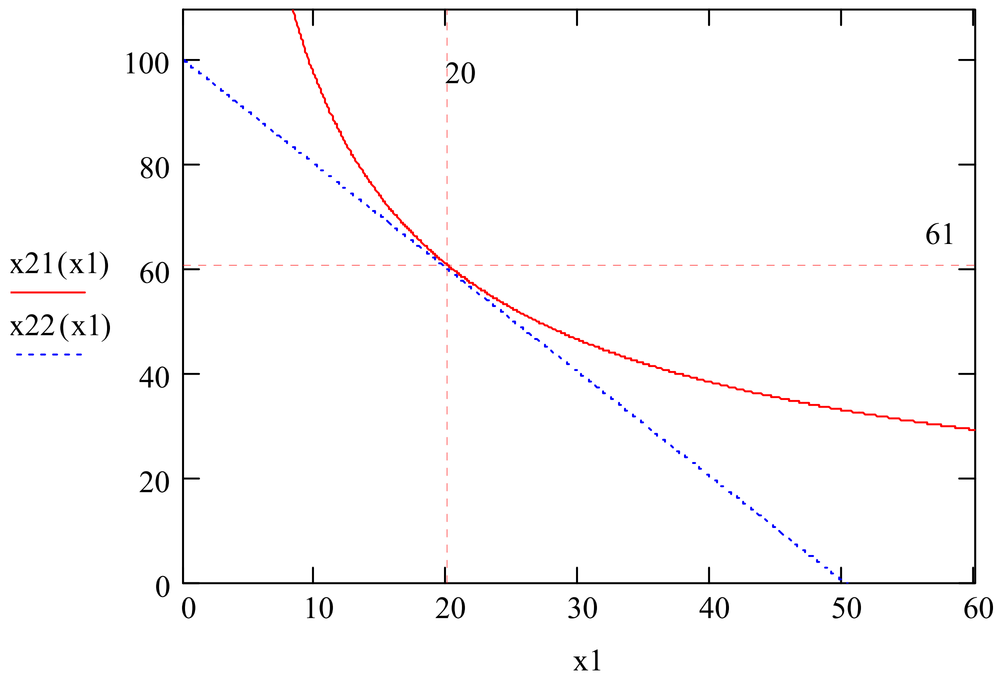


рис. 4

Ограничениям (4), (5) соответствует треугольник OB_1B_2 плоскости OX_1X_2. Линия уровня функции издержек производства называется изокостой. **Изокоста - это множество точек, в которых функция издержек производства постоянна.** На рисунке изокоста изображена гипотенузой B_1B_2 треугольника OB_1B_2.

Линии уровня целевой функции $f(x_1,x_2,...,x_n)=a_0x_1^{a1}x_2^{a2}=C$ представляют семейство кривых, называемых изоквантами. **Изокванта - это множество точек, в которых производственная функция постоянна и равна С.** Чем больше значение константы С, тем правее расположена соответствующая изокванта. Графическое решение заключается в том, чтобы найти изокванту, расположенную как можно правее на графике и имеющую общие точки с областью допустимых значений переменных x_1,x_2 - треугольником OB_1B_2. Решению задачи (3), (4), (5) соответствует изокванта, которая касается изокосты B_1B_2 в точке B_0. Координаты $x_1(B_0)$, $x_2(B_0)$ точки B_0 и дают решение задачи.

2.4.Пример графического решения задачи нелинейного программирования

Фирма в процессе производства использует 2 ресурса в количестве x_1,x_2 единиц. Известны цены на ресурсы c_1=20, c_2=10 единиц и количество финансовых средств V=1000 единиц, находящихся в распоряжении фирмы. Необходимо определить оптимальную комбинацию ресурсов, которая максимизирует объём произведенной продукции фирмы.

Математическая формализация задачи

Целевая функция

$f(x_1,x_2)=0.95x_1^{0.4}x_2^{0.6}\rightarrow max$

Ограничения:

$c_1x_1+c_2x_2\leq 1000$;

$x_1\geq 0$, $x_2\geq 0$.

Последовательность действий при графическом решении задачи

1.Запустите пакет Mathcad. Установите порядок автоматических вычислений в пакете Mathcad.

2.Запишете в виде x2=k*x1+b уравнения прямых, ограничивающих область допустимых значений переменных.

$c1 := 20 \qquad c2 := 10 \qquad V := 1000$

Уравнение изокосты

$$c1\cdot x1 + c2\cdot x2 = V$$

$$x21(x1) := \frac{V - c1\cdot x1}{c2}$$

3.Изобразите на графике соответствующие прямые и определите область допустимых значений переменных см. рис. 5

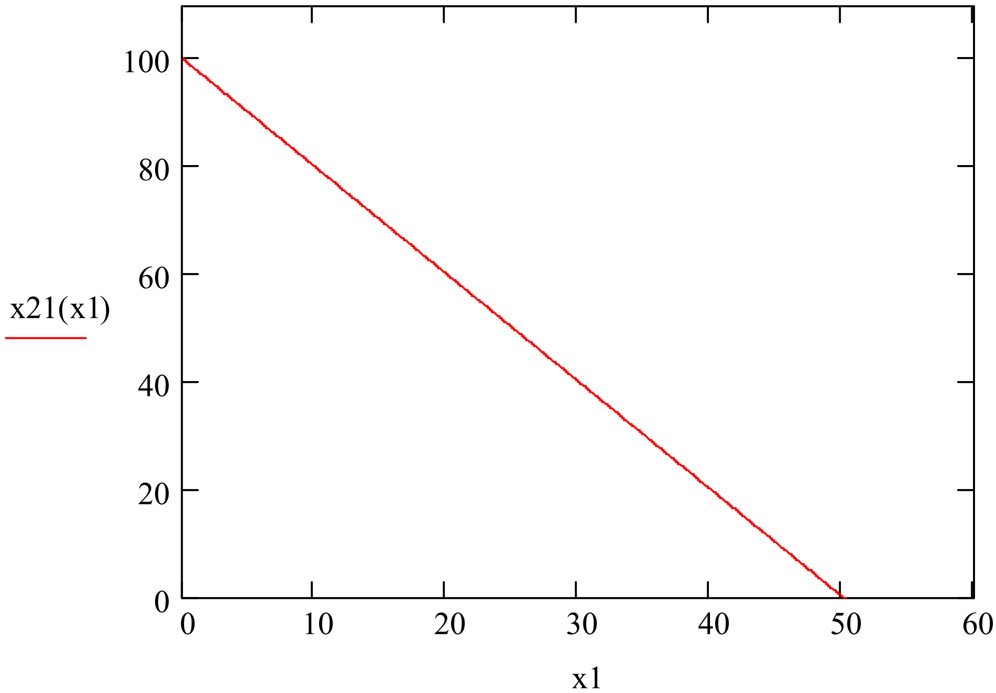


рис. 5

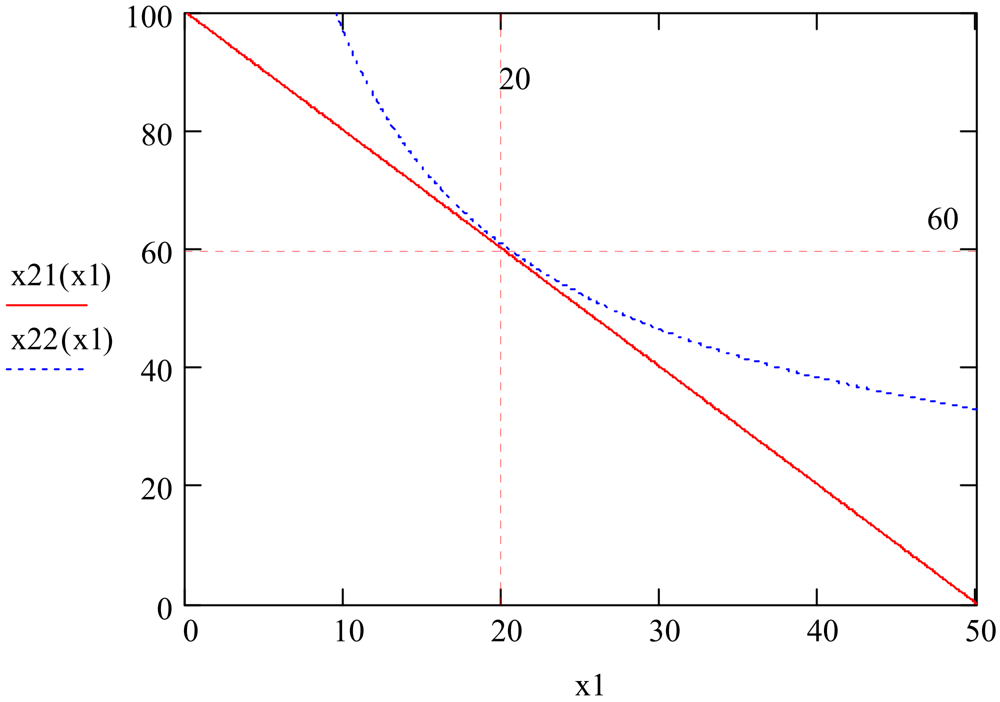
Область допустимых значений x1 и x2 - треугольник,ограниченный прямой и координатными осями абсцис и ординат.

4.Постройте для одного или нескольких значений C линии уровня целевой функции f(x1,x2)=C (столько, сколько понадобиться, чтобы понять, имеет ли задача решение и где достигается экстремум).

$a0 := 0.95 \quad a1 := 0.4 \quad a2 := 0.6 \quad C := 37$

Уравнение изокванты $a0 \cdot x1^{a1} \cdot x2^{a2} = C$

$$x22(x1) := \left(\frac{C}{a0 \cdot x1^{a1}}\right)^{\frac{1}{a2}}$$



5.Для определения точки пересечения изокванты и изокосты установите на графике маркеры с помощью меню Format/Graph/X-Y Plot опций Show markers
При c=37 целевая функция достигает максимума в точке (20,60).

6.Запишите ответ.

Ответ:
Оптимальная комбинация ресурсов x1=20,x2=60

3.ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ОПТИМИЗАЦИОННЫХ ЗАДАЧ

3.1.Методика численного решения оптимизационных задач

Методика численного решения оптимизационных задач состоит из следующих этапов.

1. **Запуск приложения Mathcad 2000 Professional.** Выполнить двойной щелчок мышкой на пиктограмме **Mathcad 2000 Professional** рабочего стола Windows или выбрать мышкой кнопку основного меню Windows **Пуск**, пункт **Программы**, пункт **MathSoftApps**, пункт **Mathcad 2000 Professional**.
2. **Ввод поясняющего текста и комментариев.** Разместить курсор (**красный крестик**) в месте ввода текста. Выбрать пункт меню **Insert (Вставка).** В появившемся падающем меню выбрать пункт **Text Region (Текстовая область)** или в месте расположения курсора нажать клавишу с двойной кавычкой (команда для ввода текста). Ввести в появившийся шаблон поясняющий текст или комментарии (название оптимизационной задачи, экономический смысл ограничений и т.д.). По окончании ввода текста вывести курсор за пределы текстовой области.
3. **Ввод целевой функции (критерия оптимизации).** Разместить курсор в месте ввода математического выражения. Ввести имя критерия оптимизации с аргументами, записанными через запятые и заключенными в скобки. Ввести знак присваивания **:=** выбрав из математического меню **Calculator (Калькулятор)** или нажав комбинацию клавиш **Shift+:.** Ввести все выражение целевой функции.
4. **Ввод начальных приближений для переменных.** Вводятся аналогично целевой функции. Начальные значения переменных выбираются студентом самостоятельно.
5. **Начало ввода блока Given...Maximize(Minimize).** Ввести ключевое слово **Given,** используя клавиатуру.
6. **Ввод ограничений.** При вводе ограничений использовать жирный знак равенства, выбрав его с помощью меню **Boolean (Отношения)** или комбинации клавиш **Ctrl-=**.
7. **Окончание блока Given...Maximize(Minimize).** Ввести вектор-столбец переменных, выбрав мышкой математическую палитру **Matrix (Матрица)** или нажав комбинацию клавиш **Ctrl+=**. В появившемся диалоговом окне **Insert Matrix** в поле **Rows** (строки) ввести число строк, а в поле **Columns** (Столбцы) -1. Ввести знак присваивания, а затем функцию maximize для максимизации целевой функции или minimize для минимизации**.**
8. **Вывод результатов решения.** Ввести вектор-столбец переменных и знак «равно».

3.2.Пример численного решения задачи линейного программирования

Математическая формулировка задачи
Найти максимум целевой функции

$$f(x1,x2) = 2\cdot x1 + 3\cdot x2$$

при ограничениях

$$x1 + x2 \le 60$$
$$x1 + 2\cdot x2 \le 40$$
$$2\cdot x1 + x2 \le 50$$
$$x1 \ge 0$$
$$x2 \ge 0$$

Начальные приближение

$x1 := 1 \qquad x2 := 0$

Целевая функция $\quad f(x1,x2) := (2\cdot x1 + 3\cdot x2)$

Given

$$x1 + x2 \le 60$$
$$x1 + 2\cdot x2 \le 40$$
$$2\cdot x1 + x2 \le 50$$
$$x1 \ge 0$$
$$x2 \ge 0$$

$$\begin{pmatrix} x1 \\ x2 \end{pmatrix} := \mathrm{Maximize}(f, x1, x2)$$

$$\begin{pmatrix} x1 \\ x2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 20 \\ 10 \end{pmatrix}$$

$$f(x1,x2) = 70$$

Ответ: Оптимальный объём выпуска первого вида продукции x1=20, второго x2=10.

3.3. Пример численного решения задачи нелинейного программирования

$a0 := 0.95 \quad a1 := 0.4 \quad a2 := 0.6 \quad c1 := 20 \quad c2 := 10 \quad V := 1000$

Целевая функция

$$f(x1,x2) := a0 \cdot x1^{a1} \cdot x2^{a2}$$

$x1 := 0 \qquad x2 := 0$

Given

$c1 \cdot x1 + c2 \cdot x2 = 1000$

$x1 \geq 0$

$x2 \geq 0$

$$\begin{pmatrix} x1 \\ x2 \end{pmatrix} := \text{Maximize}(f, x1, x2)$$

$$\begin{pmatrix} x1 \\ x2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 20 \\ 60 \end{pmatrix}$$

$f(x1,x2) = 36.73$

Ответ:
Оптимальная комбинация ресурсов x1=20,x2=60

4.РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОФОРМЛЕНИЮ ПОЯСНИТЕЛЬНОЙ ЗАПИСКИ

Пояснительная записка к курсовой работе оформляется в текстовом редакторе Word. Образец оформления титульного листа приводится в Приложении 1. Записка состоит из разделов и подразделов, описанных ниже.

Реферат.

Содержит сведения об объёме курсовой работы, данные о количестве листов и содержащихся в ней рисунков и таблиц, количестве источников и приложений.

Ведение.

Отражает сущность выполненной работы и основные результаты работы .

Постановка задачи.

Содержит описание конкретных оптимизационных задач.

Математическая формулировка оптимизационных задач.

Приводится математическая формулировка задач линейного и нелинейного программирования.

Методика решения оптимизационных задач.

Приводится описание графического и численного решения оптимизационных задач. Приводится распечатка решения в математическом пакете Mathcad.

Анализ результатов решения.

Содержит анализ решения, сравнение результатов, полученных графическим и численным методом.

Заключение.

Содержит заключение и выводы по проделанной работе.

Список литературы.

Содержит перечень использованной литературы и учебных материалов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Математические методы в экономике: Учебник. -М.: МГУ им. М.В. Ломоносова, Издательство «Дис», 1998. - 368 с.
2. Горстко А.Б. Познакомьтесь с математическим моделированием. - М.: Знание, 1991. -160 с.
3. Терехов Л.Л. Экономико-математические методы. – М.: Статистика, 1968. – 210 с.
4. Дьяконов В.П., Абраменкова И.В. MathCAD 7.0 в математике, физике и в Internet. – М.: "Нолидж", 1998. – 346 с.
5. Кудрявцев Е.М. Mathcad 8. Символьное и численное решение разнообразных задач – М.:ДМК, 2000. – 320 с.: ил.
6. М. Херхагер, Х. Партолль. Mathcad 2000: полное руководство: Пер. с нем.- К.: Издательская группа BHV, 2000 - 416 с.

Приложение 1

Образец титульного листа пояснительной записки к курсовой работе

Министерство образования Российской Федерации

Самарский государственный аэрокосмический университет

имени академика С.П. Королева

Факультет экономики и управления

Кафедра компьютерных систем

Пояснительная записка к курсовой работе

Решение оптимизационных задач в математическом пакете Mathcad

Выполнил: Иванов И.И. гр. 711

Проверил: Павлов О.В.

Самара 2000

Приложение 2

Варианты заданий для решения задач линейного программирования

№	a_{11}	a_{12}	a_{21}	a_{22}	a_{31}	a_{32}	b_1	b_2	b_3	c_1	c_2
1.	1	2	3	2	2	1	70	100	45	2	3
2.	1	2	2	1	2	1	75	105	50	2	1
3.	1	2	1	2	2	1	80	110	55	1	2
4.	1	2	3	4	2	1	85	115	60	3	2
5.	1	2	4	3	2	1	90	120	65	2	1
6.	1	2	3	2	2	1	85	125	70	4	3
7.	1	2	2	1	2	1	80	130	75	3	4
8.	1	2	3	1	2	1	75	135	80	2	3
9.	1	2	3	2	2	1	70	140	55	2	1
10.	1	2	2	1	2	1	70	145	60	1	2
11.	1	2	1	2	2	1	75	150	65	3	2
12.	1	2	3	4	2	1	80	155	70	2	1
13.	1	2	4	3	2	1	85	160	75	4	3
14.	1	2	3	2	2	1	90	165	55	3	4
15.	1	2	2	1	2	1	85	175	60	2	3
16.	1	2	3	2	2	1	80	180	65	2	1
17.	1	2	3	1	2	1	75	175	70	1	2
18.	1	2	2	1	2	1	70	165	75	3	2
19.	1	2	1	2	2	1	70	160	80	2	1
20.	1	2	3	4	2	1	75	155	55	4	3
21.	1	2	4	3	2	1	80	150	60	3	4
22.	1	2	3	2	2	1	85	145	65	2	3
23.	1	2	2	1	2	1	90	140	70	2	1
24.	1	2	3	1	2	1	85	135	75	1	2
25.	1	2	3	2	2	1	80	130	80	3	2
26.	1	2	2	1	2	1	75	125	55	2	1
27.	1	2	1	2	2	1	70	100	55	4	3
28.	1	2	3	4	2	1	70	120	60	3	4
29.	1	2	4	3	2	1	75	115	65	2	3
30.	1	2	3	2	2	1	80	110	70	2	1
31.	2	3	2	1	1	2	150	60	90	1	2
32.	2	1	2	1	1	2	155	65	95	3	2
33.	1	2	2	1	1	2	160	70	100	2	1
34.	3	2	2	1	1	2	165	75	105	4	3
35.	2	1	2	1	1	2	170	80	110	3	4
36.	4	3	2	1	1	2	175	85	115	3	4
37.	3	4	2	1	1	2	180	90	120	2	3
38.	2	1	2	1	1	2	185	95	125	2	1
39.	1	2	2	1	1	2	190	100	130	1	2
40.	3	2	2	1	1	2	195	105	135	3	2
41.	2	1	2	1	1	2	200	110	140	2	1
42.	4	3	2	1	1	2	195	115	135	4	3
43.	3	4	2	1	1	2	190	120	130	3	4
44.	1	2	2	1	1	2	185	125	125	2	3

Варианты заданий для решения задач линейного программирования

№	a_{11}	a_{12}	A_{21}	A_{22}	a_{31}	a_{32}	b_1	b_2	b_3	c_1	c_2
45.	4	3	2	1	1	2	155	125	120	2	3
46.	3	4	2	1	1	2	160	120	115	2	1
47.	2	3	2	1	1	2	165	115	110	1	2
48.	2	1	2	1	1	2	170	110	105	3	2
49.	1	2	2	1	1	2	175	105	100	2	1
50.	3	2	2	1	1	2	180	100	95	4	3
51.	2	1	2	1	1	2	185	95	90	3	4
52.	4	3	2	1	1	2	190	90	95	2	3
53.	3	4	2	1	1	2	195	85	100	2	1
54.	2	3	2	1	1	2	200	80	105	1	2
55.	2	1	2	1	1	2	195	75	110	3	2
56.	1	2	2	1	1	2	190	70	115	2	1
57.	3	2	2	1	1	2	185	65	120	4	3
58.	2	1	2	1	1	2	170	65	125	3	4
59.	4	3	2	1	1	2	175	70	130	2	3
60.	3	4	2	1	1	2	180	75	135	2	1
61.	2	3	3	1	1	2	140	80	160	1	2
62.	2	3	3	1	4	3	145	85	165	3	2
63.	2	3	3	1	3	4	150	90	170	2	1
64.	2	3	3	1	2	3	155	95	175	4	3
65.	2	3	3	1	2	1	160	100	180	3	4
66.	2	3	3	1	1	2	165	105	185	2	3
67.	2	3	3	1	3	2	170	110	190	2	1
68.	2	3	3	1	2	1	175	115	195	1	2
69.	2	3	3	1	4	3	180	120	200	3	2
70.	2	3	3	1	3	4	185	125	205	2	1
71.	2	3	3	1	2	3	190	130	210	4	3
72.	2	3	3	1	2	1	195	135	165	3	4
73.	2	3	3	1	4	3	200	140	170	2	3
74.	2	3	3	1	3	4	190	145	175	2	1
75.	2	3	3	1	2	3	195	85	180	1	2
76.	2	3	3	1	2	1	180	90	185	3	2
77.	2	3	3	1	1	2	185	95	190	2	1
78.	2	3	3	1	3	2	175	100	195	4	3
79.	2	3	3	1	2	1	170	105	200	3	4
80.	2	3	3	1	4	3	165	110	205	2	1
81.	2	3	3	1	3	4	160	115	210	1	2
82.	2	3	3	1	2	3	155	120	205	3	2
83.	2	3	3	1	2	1	150	125	210	2	1
84.	2	3	3	1	1	2	145	130	165	4	3
85.	2	3	3	1	3	2	140	135	170	3	4
86.	2	3	3	1	2	1	185	140	175	2	3
87.	2	3	3	1	4	3	190	145	180	2	1
88.	2	3	3	1	3	4	195	95	185	1	2
89.	2	3	3	1	2	3	200	100	190	3	2
90.	2	3	3	1	2	1	190	105	195	2	1

Приложение 3

Варианты заданий для решения задач нелинейного программирования

№	a_0	a_1	a_2	c_1	c_2	V или R
1	0.6	0.3	0.7	20	10	300
2	0.65	0.35	0.65	30	20	350
3	0.7	0.4	0.6	40	30	400
4	0.75	0.45	0.55	50	20	450
5	0.8	0.7	0.3	60	30	500
6	0.85	0.65	0.35	70	35	550
7	0.5	0.6	0.4	80	40	600
8	0.55	0.55	0.45	40	80	650
9	0.45	0.3	0.7	30	75	700
10	0.4	0.35	0.65	35	70	750
11	0.35	0.4	0.6	40	65	800
12	0.3	0.45	0.55	20	60	850
13	0.6	0.7	0.3	30	55	900
14	0.65	0.65	0.35	35	50	950
15	0.7	0.6	0.4	25	45	1000
16	0.75	0.55	0.45	20	40	1050
17	0.8	0.3	0.7	15	35	1100
18	0.85	0.35	0.65	10	30	1200
19	0.5	0.4	0.6	15	25	1250
20	0.55	0.45	0.55	10	20	1300
21	0.45	0.7	0.3	30	15	1350
22	0.4	0.65	0.35	20	10	1400
23	0.35	0.6	0.4	30	70	1450
24	0.3	0.55	0.45	35	65	1500
25	0.6	0.3	0.7	30	60	800
26	0.65	0.35	0.65	20	55	850
27	0.7	0.4	0.6	25	50	900
28	0.75	0.45	0.55	25	45	950
29	0.8	0.7	0.3	20	40	1000
30	0.85	0.65	0.35	15	35	1050
31	0.5	0.6	0.4	20	30	1100
32	0.55	0.55	0.45	10	25	1200
33	0.45	0.3	0.7	15	20	600
34	0.4	0.35	0.65	30	15	650
35	0.35	0.4	0.6	25	10	700
36	0.3	0.45	0.55	30	50	750
37	0.8	0.7	0.3	25	45	800
38	0.6	0.4	0.6	40	65	950
39	0.85	0.65	0.35	20	40	850

Варианты заданий для решения задач нелинейного программирования

№	A_0	a_1	a_2	c_1	c_2	V или R
40	1	0.3	0.7	40	80	500
41	0.95	0.35	0.65	30	75	550
42	0.75	0.4	0.6	35	70	600
43	0.75	0.45	0.55	40	65	650
44	0.8	0.7	0.3	20	60	700
45	0.85	0.65	0.35	30	55	750
46	0.5	0.6	0.4	35	50	800
47	0.55	0.55	0.45	25	45	850
48	0.3	0.7	0.3	20	40	900
49	0.35	0.65	0.35	15	35	950
50	0.4	0.6	0.4	10	30	1000
51	0.5	0.55	0.45	15	25	1050
52	1	0.3	0.7	10	20	1100
53	0.95	0.35	0.65	20	10	1200
54	0.75	0.4	0.6	30	20	1250
55	0.75	0.7	0.3	40	30	1300
56	0.8	0.65	0.35	50	20	1350
57	0.85	0.6	0.4	60	30	1400
58	0.5	0.55	0.45	70	35	1450
59	0.55	0.7	0.3	80	40	1500
60	0.3	0.65	0.35	40	80	800
61	0.35	0.35	0.65	25	50	850
62	0.4	0.4	0.6	25	45	900
63	0.5	0.7	0.3	20	40	700
64	0.55	0.65	0.35	15	35	750
65	0.3	0.6	0.4	20	30	800
66	0.35	0.55	0.45	10	25	850
67	0.4	0.6	0.4	15	20	900
68	0.5	0.55	0.45	30	15	950
69	1	0.7	0.3	25	10	500
70	0.95	0.65	0.35	30	50	550
71	0.75	0.35	0.65	25	45	600
72	0.75	0.4	0.6	40	65	650
73	0.8	0.7	0.3	20	40	700
74	0.85	0.65	0.35	20	40	750
75	0.5	0.35	0.65	15	35	800
76	0.55	0.4	0.6	10	30	850
77	0.3	0.7	0.3	15	25	900
78	0.35	0.65	0.35	10	20	1100
79	0.4	0.6	0.4	20	10	1200