МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ АКАДЕМИКА С.П. КОРОЛЕВА
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

Теория случайных процессов. Тесты

Промежуточный и итоговый контроль знаний

Самара 2011

УДК 519.21

Составитель: **Храмов Александр Григорьевич**

Теория случайных процессов. Тесты [Электронный ресурс]: промежут. и итог. контроль знаний / М-во образования и науки РФ. Самар. гос. аэрокосм. ун-т им. С. П. Королёва (нац. исслед. ун-т); сост. А. Г. Храмов. – Электрон. текстовые дан. (0,13 Мбайт). – Самара, 2011. – 1 эл. опт. диск (CD-ROM).

Электронные тесты предназначены для самостоятельной дистанционной подготовки к экзамену по дисциплине «*Теория случайных процессов*». Функционирующий электронный ресурс для самоподготовки размещён по адресу: http://www.ws.samtel.ru/exams.php?subject=tsp.

Особенностью электронного теста является многовариантность допустимых вариантов ответа и ведение базы данных персональных ответов.

Индивидуальные домашние задания предназначены для подготовки бакалавров по направлению 010400.62 *«Прикладная математика и информатика»*, изучающих дисциплину *«Теория случайных процессов»* в 5 семестре.

Разработаны на кафедре технической кибернетики.

Вопросы теста

Отметьте правильные варианты. При ответе следует иметь в виду, что может быть произвольное число правильных ответов, в том числе ***все*** или ***ни одного***.

1. Если случайный процесс является стационарным в широком смысле, то

   - он является также стационарным в узком смысле
   - он является также гауссовским
   - он является также винеровским
   - его дисперсия равна константе

2. Какие из приведенных ниже функций $R(\tau)$ не могут быть корреляционными функциями некоторого стационарного в широком смысле случайного процесса?

   - $\mathrm{R}(\tau) = 0{,}8^{-|\tau|}$
   - $\mathrm{R}(\tau) = e^{-|\tau|}$
   - $\mathrm{R}(\tau) = 0{,}8^{|\tau|}$
   - $\mathrm{R}(\tau) = \sin(\tau)/\tau$

3. Спектральная плотность мощности стационарного в широком смысле случайного процесса является

   - вещественной функцией
   - неотрицательной функцией
   - неотрицательно определенной функцией
   - четной функцией
   - нечетной функцией

4. Для исчерпывающего описания процесса с независимыми значениями достаточно задать

   - его одномерную функцию распределения
   - его математическое ожидание и дисперсию
   - его корреляционную функцию
   - его спектральную плотность мощности

5. Для исчерпывающего описания процесса с независимыми приращениями достаточно задать

   - его одномерную функцию распределения
   - его математическое ожидание и дисперсию
   - его корреляционную функцию
   - его спектральную плотность мощности

6. Винеровский процесс является

- гауссовским
- стационарным в узком смысле
- стационарным в широком смысле
- процессом с нулевым математическим ожиданием
- процессом с независимыми приращениями
- процессом с возрастающей дисперсией

7. Однородный дискретный марковский процесс с непрерывным временем исчерпывающе характеризуется

- матрицей переходных интенсивностей
- матрицей переходных вероятностей
- корреляционной функцией
- одномерной функцией распределения
- спектральной плотностью мощности

8. Разложение Карунена–Лоэва – это

- разложение случайной функции в ряд Фурье
- разложение случайной функции по полиномам Чебышева
- разложение случайной функции произвольному ортогональному базису
- разложение случайной функции по собственным функциям корреляционной функции

9. Двое играют в «орлянку» до полного банкротства одного из игроков. Чему равна средняя продолжительность игры, если начальные капиталы игроков равны, соответственно, **10** (у бросающего первым игрока) и **100** (у бросающего вторым игрока) ставкам?

- **1000**
- **1100**
- **1110**
- **1111**
- другой ответ

10. Два дуэлянта поочередно стреляют друг в друга. Вероятность попадания в соперника стреляющим первым дуэлянтом при каждом выстреле равна **1/4**, вторым – **1/2**. Дуэль продолжается до первого попадания. Найти среднюю продолжительность дуэли.

- **1,6**
- **2,0**
- **2,2**
- **2,8**

- другой ответ

11. Одномерное броуновское движение частицы описывается

- процессом с независимыми значениями
- пуассоновским процессом
- стационарным в широком смысле процессом
- стационарным в узком смысле процессом
- винеровским процессом

12. Простейший поток событий обладает следующими свойствами:

- интервал времени между событиями распределен по показательному закону
- число событий на заданном интервале времени распределено по закону Пуассона
- количества событий на непересекающихся интервалах времени являются независимыми
- промежуток времени до наступления очередного события распределен по нормальному закону
- вероятность появления более одного события на интервале есть величина высшего порядка малости по сравнению с длиной интервала

13. Любой гауссовский процесс всегда является также

- стационарным в широком смысле
- стационарным в узком смысле
- процессом с независимыми значениями
- процессом с независимыми приращениями

14. Какие из приведенных соотношений ***не выполняются*** для спектральной плотности мощности $S(\omega)$ стационарного в широком смысле случайного процесса?

- $S(\omega) = S(-\omega)$
- $S(\omega) = |S(\omega)|$
- $S(\omega) \geq 0$
- $S(\omega) = \mathrm{Re}[S(\omega)]$

15. Уравнения Юла-Уокера

- устанавливают связь между коэффициентами уравнения авторегрессии и корреляционной функцией случайного процесса
- устанавливают связь между коэффициентами уравнения скользящего среднего и корреляционной функцией случайного процесса
- используются для проверки стационарности случайного процесса
- служат для моделирования случайного процесса

- используются для ортогонального разложения случайного процесса

16. Математическое ожидание пуассоновского процесса

- равно константе
- равно нулю
- возрастает линейно
- возрастает нелинейно
- убывает линейно
- убывает нелинейно

17. Если случайный процесс является стационарным в узком смысле, то

- он является также стационарным в широком смысле
- он является также гауссовским
- он является также пуассоновским
- его математическое ожидание равно константе

18. Какие из приведенных функций $R(\tau)$ могут быть корреляционными функциями некоторого стационарного в широком смысле случайного процесса

- $R(\tau) = \begin{cases} 1 - |\tau|, |\tau| < 1 \\ 0, |\tau| \geq 1 \end{cases}$
- $R(\tau) = \begin{cases} |\tau|, |\tau| < 1 \\ 0, |\tau| \geq 1 \end{cases}$
- $R(\tau) = 0{,}8^{|\tau|}$
- $R(\tau) = \frac{sin^2\tau}{\tau^2}$

19. Корреляционная функции $R(t,s)$ произвольного действительного случайного процесса обладает следующими свойствами:

- $R(t,s) = R(s,t)$
- $R^2(t,s) \leq R(s,s)R(t,t)$
- $R(t,s) \leq max\big(R(s,s), R(t,t)\big)$
- $R(t,s)$ – неотрицательно определенная функция
- $R(t,s) \geq 0$

20. Для исчерпывающего описания ***произвольного*** случайного процесса достаточно задать

- одномерную функцию распределения случайного процесса
- двумерную функцию распределения случайного процесса
- его математическое ожидание, дисперсию и корреляционную функцию
- его спектральную плотность мощности

21. Вероятность поглощения в задаче полубесконечного случайного блуждания на прямой с поглощающим экраном

- o всегда равна единице
- o никогда не равна единице
- o всегда равна нулю
- o никогда не равна нулю

22. Однородная цепь Маркова с дискретным временем исчерпывающе характеризуется

- o матрицей переходных интенсивностей
- o матрицей переходных вероятностей
- o корреляционной функцией
- o одномерной функцией распределения
- o спектральной плотностью мощности

23. Стационарный в широком смысле «белый шум» обладает следующими свойствами:

- o гауссовское распределение сечений
- o некоррелированность сечений
- o математическое ожидание равно константе
- o дисперсия равна константе
- o спектральная плотность мощности равна константе

24. Двое играют в «орлянку» до полного банкротства одного из игроков. Чему равна вероятность выигрыша первого игрока, если начальные капиталы игроков равны, соответственно, **10** (у бросающего первым игрока) и **100** (у бросающего вторым игрока) ставкам?

- o **1/10**
- o **1/11**
- o **11/100**
- o **10/111**
- o **11/111**
- o другой ответ

25. Два дуэлянта поочередно стреляют друг в друга. Вероятность попадания в соперника стреляющим первым дуэлянтом при каждом выстреле равна **1/4**, вторым – **1/2**. Дуэль продолжается до первого попадания. Найти вероятность «выигрыша» первого дуэлянта.

- o **0,3**
- o **0,4**
- o **0,5**

- **0,6**
- другой ответ

26. Количество занятых телефонных линий на АТС наиболее адекватно описывается

- процессом с независимыми значениями
- процессом с независимыми приращениями
- цепью Маркова с дискретным временем
- цепью Маркова с непрерывным временем
- винеровским процессом

27. В простейшем потоке событий по закону Пуассона распределено

- интервал времени между соседними событиями
- максимальный интервал времени между событиями на заданном временном промежутке
- миниимальный интервал времени между событиями на заданном временном промежутке
- промежуток времени до наступления очередного события

28. Какие из приведенных ниже характеристик случайного процесса относится к марковскому процессу?

- процесс без памяти
- вероятностное развитие процесса в будущем полностью определяется настоящим моментом времени и не зависит от прошлого
- одномерное гауссовское распределение вероятности

29. Какие из приведенных ниже соотношений выполняются для двумерной $F(t,s,x,y)$ и одномерной с функций распределения произвольного случайного процесса?

- $F(t,s,x,y) = F(s,t,y,x)$
- $F(t,s,+\infty,+\infty) = 1$
- $F(t-u,s-u,x,y) = F(s,t,y,x)$ для любых u
- $F(t,x) = F(t,s,x,+\infty)$
- $F(t,s,-\infty,+\infty) = 0$

30. Модель авторегрессии случайного процесса

- используются для проверки стационарности случайного процесса
- используются для описания процессов с независимыми значениями
- служит для моделирования дискретной цепи Маркова
- служит для моделирования стационарного в широком смысле случайного процесса
- используется для ортогонального разложения случайного процесса

31. Дисперсия пуассоновского процесса

- равна константе
- возрастает линейно
- возрастает нелинейно
- убывает линейно
- убывает нелинейно

32. Любой гауссовский случайный процесс

- является стационарным в узком смысле
- является стационарным в широком смысле
- полностью определяется функцией математического ожидания и корреляционной функцией
- имеет нулевое математическое ожидание и единичную дисперсию
- является процессом с независимыми значениями
- является процессом с независимыми приращениями

33. Какие из приведенных функций $S(\omega)$ могут быть спектральной плотностью мощности некоторого стационарного в широком смысле случайного процесса?

- $S(\omega) = \frac{1}{1+\omega^2}$
- $S(\omega) = \frac{\omega}{1+\omega^2}$
- $S(\omega) = exp(-\omega^2)$
- $S(\omega) = \frac{sin^2\omega}{\omega^2}$

34. Какие из указанных соотношений являются свойствами корреляционной функции $R(\tau)$ стационарного в широком смысле действительного случайного процесса?

- $R(\tau) = R(-\tau)$
- $R(\tau) \leq R(0)$
- $R(\tau) = D$
  , где D – дисперсия случайного процесса
- $R(\tau)$ – неотрицательно определенная функция
- $R(\tau) \geq 0$

35. Предельные вероятности состояний конечной однородной цепи Маркова с дискретным временем рассчитываются на основе

- матрицы переходных вероятностей
- матрицы переходных интенсивностей

- корреляционной матрицы
- двумерной функции распределения

36. Если случайный процесс $\xi(t)$ является стационарным в широком смысле, то процесс $\eta(t) = \xi(t) - \xi(t-T)$ будет

- стационарным в узком смысле
- стационарным в широком смысле
- гауссовским
- винеровским
- процессом с независимыми приращениями

37. Вероятность поглощения в задаче однородного случайного блуждания на прямой с двумя поглощающими экранами

- всегда равна единице
- никогда не равна единице
- всегда равна нулю
- никогда не равна нулю

38. Система дифференциальных уравнений Колмогорова позволяет рассчитать

- предельные вероятности состояний цепи Маркова с дискретным временем
- матрицу переходных вероятностей для цепи Маркова с дискретным временем
- матрицу переходных интенсивностей для цепи Маркова с непрерывным временем
- корреляционную функцию марковского процесса
- переходные вероятности для цепи Маркова с непрерывным временем

39. Одномерная функция распределения случайного процесса позволяет полностью описать

- процесс с независимыми приращениями
- процесс с независимыми значениями
- пуассоновский процесс
- марковский процесс
- гауссовский процесс

40. Если случайная величина X распределена по нормальному закону, то случайный процесс $\xi(t) = Xsin(\omega t)$, где ω – детерминированная величина, является

- винеровским
- стационарным в широком смысле

- стационарным в узком смысле
- процессом с независимыми значениями

41. Если $\xi(t)$ и $\eta(t)$ – независимые стационарные в широком смысле случайные процессы, то процесс $\zeta(t) = \xi(t) - \eta(t)$ является

- стационарным в широком смысле
- стационарным в узком смысле
- процессом с независимыми приращениями
- процессом с независимыми значениями

42. Укажите свойства, характеризующие разложение Карунена–Лоэва.

- минимизация среднеквадратичной погрешности аппроксимации случайного процесса при заданном количестве компонентов разложения
- минимизация количества компонентов разложения при заданной среднеквадратичной погрешности аппроксимации случайного процесса
- разложение применимо как для стационарных, так и для нестационарных случайных процессов
- гауссовское распределение коэффициентов разложения
- ортогональность базисных функций

43. Укажите тип случайного процесса, наиболее адекватно описывающий количество людей, стоящих в очереди.

- процесс с независимыми значениями
- процесс с независимыми приращениями
- цепь Маркова с дискретным временем
- цепь Маркова с непрерывным временем
- гауссовский процесс

44. Распределение числа событий на интервале времени в простейшем потоке событий описывается

- распределением Пуассона
- формулой Эрланга
- показательным распределением
- гауссовским распределением
- равномерным распределением

45. Дисперсия случайного процесса характеризует

- амплитуду колебаний процесса относительно нуля
- амплитуду колебаний процесса относительно среднего значения
- степень коррелированности сечений случайного процесса

- степень «гладкости» реализаций случайного процесса

46. Двумерная функция распределения случайного процесса позволяет

- рассчитать корреляционную функцию
- рассчитать математическое ожидание
- определить, является ли процесс стационарным в узком смысле
- определить, является ли процесс стационарным в широком смысле
- исчерпывающе описать процесс с независимыми приращениями

47. Корреляционная функция разности двух независимых стационарных в широком смысле случайных процессов с нулевыми математическими ожиданиями равна

- разности корреляционных функций исходных случайных процессов
- сумме корреляционных функций исходных случайных процессов
- произведению корреляционных функций исходных случайных процессов
- свертке корреляционных функций исходных случайных процессов

48. Вероятность разорения при игре в "орлянку" с бесконечно богатым соперником

- равна единице
- меньше единицы
- равна нулю
- меньше единицы, но больше нуля
- не определена

49. Предельные вероятности состояний конечной однородной цепи Маркова с непрерывным временем рассчитываются на основе

- матрицы переходных вероятностей
- матрицы переходных интенсивностей
- корреляционной матрицы
- двумерной функции распределения

50. Если случайный процесс $\xi(t)$ является стационарным в узком смысле, то процесс $\eta(t) = \xi(t) - \xi(t - T)$ будет

- стационарным в узком смысле
- стационарным в широком смысле
- гауссовским
- винеровским
- процессом с независимыми приращениями.

51. Математическое ожидание числа бросаний монеты при игре в «орлянку» с бесконечно богатым соперником равно

- **1**
- **2**
- **3**
- $+\infty$
- не определено

52. Корреляционная функция случайного процесса характеризует

- амплитуду колебаний процесса относительно нуля
- амплитуду колебаний процесса относительно среднего значения
- изменение среднего значения случайного процесса
- степень «гладкости» реализаций случайного процесса
- ничего из указанного

53. Если случайные величины X и Y независимы и распределены по нормальному закону с нулевым средним и единичной дисперсией, то случайный процесс $\xi(t) = X\cos(\omega t) + Y\sin(\omega t)$, где ω – детерминированная величина,

- является гауссовским
- является стационарным в узком смысле
- является винеровским
- имеет нулевое математическое ожидание
- имеет единичную дисперсию

54. Если $\xi(t)$ и $\eta(t)$ – независимые стационарные в широком смысле случайные процессы, то процесс $\zeta(t) = \xi(t)\eta(t)$ является

- процессом с независимыми приращениями
- процессом с независимыми значениями
- стационарным в широком смысле
- стационарным в узком смысле

55. Укажите свойства матрицы переходных вероятностей (МПВ).

- МПВ исчерпывающе характеризует однородную цепь Маркова с дискретным временем
- Сумма элементов в каждом столбце МПВ равна единице
- Сумма элементов в каждой строке МПВ равна единице
- Все элементы МПВ являютя неотрицательными числами
- Любая степень МПВ обладает всеми свойствами исходной МПВ

56. Укажите тип случайного процесса, наиболее адекватно описывающий азартные игры в казино.

- Процесс с независимыми значениями
- Процесс с независимыми приращениями
- Цепь Маркова с дискретным временем
- Цепь Маркова с непрерывным временем
- Гауссовский процесс

57. Какаие из приведенных функций $R(t, s)$ не могут быть корреляционными функциями некоторого случайного процесса?

- $R(t, s) = \frac{sin(t-s)}{t-s}$
- $R(t, s) = min(t, s)$
- $R(t, s) = \mathrm{e}⍰⍰[-(\mathrm{t}-\mathrm{s})^2]$
- $R(t, s) = \frac{sin^2(t-s)}{(t-s)^2}$
- $R(t, s) = |\mathrm{t}-\mathrm{s}|$
- $R(t, s) = max(t, s)$

58. Укажите свойства, характеризующие пуассоновский процесс.

- Пуассоновский процесс является частным случаем цепи Маркова с непрерывным временем
- Пуассоновский процесс является нестационарным случайным процессом с линейно возрастающим математическим ожиданием
- Моменты времени изменения состояний пуассоновского процесса определяются простейшим потоком событий
- Интенсивность потока событий изменения состояний пуассоновского процесса возрастает во времени
- Корреляционная функция пуассоновского процесса пропорциональна $min(t, s)$

59. Математическое ожидание случайного процесса характеризует

- амплитуду колебаний процесса относительно нуля
- амплитуду колебаний процесса относительно среднего значения
- степень коррелированности сечений случайного процесса
- степень «гладкости» реализаций случайного процесса
- среднее течение процесса во времени

60. Укажите свойства, характерные для однородной цепи Маркова с дискретным временем.

- Переходные вероятности не зависят от абсолютного значения времени
- Всегда существуют предельные вероятности стационарного состояния
- Вероятности переходов за любое число шагов равны вероятностям перехода за один шаг
- Матрица переходных вероятностей за любое число шагов определяется степенью матрицы переходных вероятностей за один шаг
- Переходные вероятности удовлетворяют уравнению Колмогорова–Чепмена

61. Модель скользящего среднего случайного процесса

- используются для проверки стационарности случайного процесса
- используются для описания процессов с независимыми значениями
- служит для моделирования дискретной цепи Маркова
- служит для моделирования стационарного в широком смысле случайного процесса
- используется для ортогонального разложения случайного процесса

62. Дисперсия винеровского процесса

- равна константе
- возрастает линейно
- возрастает нелинейно
- убывает линейно
- убывает нелинейно

63. Математическое ожидание винеровского процесса

- равно константе
- возрастает линейно
- возрастает нелинейно
- убывает линейно
- убывает нелинейно

64. Одномерная функция распределения F(t,⍰) произвольного случайного процесса обладает следующими свойствами:

- $F(t,x) \leq 1$
- $F(t,x) \geq 0$
- $F(t,+\infty) = 1$
- $F(t,-\infty) = 0$
- $F(t,x)$ – неубывающая по t
- $F(t,x)$ – неубывающая по x

65. В систему с двумя линиями обслуживания поступают заявки с интенсивностью $1/T$. Среднее время выполнения одной заявки равно T. Сравнить предельные вероятности: **P** (все линии свободны) и **Q** (все линии заняты).

- **P** > **Q**
- **P** = **Q**
- **P** < **Q**

66. Какие из приведенных ниже соотношений выполняются для спектральной плотности мощности стационарной в широком смысле вещественной случайной последовательности $\{\xi(n)\}$?

- $\Phi_\xi(\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega}) = \Phi_\xi^*(\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega})$
- $\Phi_\xi(\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega}) = \mathrm{Re}\left[\Phi_\xi(\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega})\right]$
- $\Phi_\xi(\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega}) = \Phi_\xi(\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega})$
- $\Phi_\xi(\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega}) = \left|\Phi_\xi(\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega})\right|$
- $\Phi_\xi(\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega}) = \Phi_\xi(\mathrm{e}^{-\mathrm{i}(\omega-2\pi)})$