

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ  
БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ имени академика С.П. КОРОЛЁВА»  
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)**

**Задачи для самостоятельных работ  
по сопротивлению материалов**

Электронные методические указания

**С А М А Р А  
2 0 1 2**

УДК 639.3/62 (075)

ББК 30.121

3 153

Составители: *Кирпичёв Виктор Алексеевич,  
Павлов Валентин Фёдорович,  
Сазанов Вячеслав Петрович,  
Чирков Алексей Викторович,  
Шадрин Валентин Карпович*

Рецензент: доцент кафедры «Космическое машиностроение» к-т. техн. наук, доц. В. А. Мехеда

Редакторская обработка В. Ф. Павлов  
Компьютерная верстка В. К. Шадрин

*Задачи для самостоятельных работ по сопротивлению материалов.*  
[Электронный ресурс] : электрон. метод. указания / В. А. Кирпичёв, и др.; Минобрнауки России, Самар. гос. аэрокосм. ун-т им. С. П. Королева (Нац. исслед. ун-т). - Электрон. текстовые и граф. дан. (0,42 Мбайт). - Самара, 2012. - 1 эл. опт. диск (CD-R). - Систем. требования: ПК Pentium; Windows 98 или выше.

Приведены задачи для самостоятельных работ по разделам курса: центральное растяжение или сжатие, геометрические характеристики плоских сечений, плоский изгиб и сложное сопротивление, а также примеры выполнения некоторых вариантов задач.

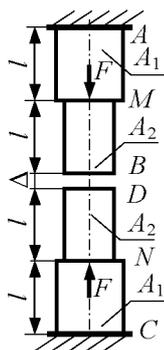
Методические указания предназначены для студентов очной, очно-заочной и заочной форм обучения по специальностям: самолёто- и вертолётостроение (160201), ракетостроение (160801), космические аппараты и разгонные блоки (160803), лазерные системы (200202), стандартизация и сертификация (200503), управление качеством (200501), организация перевозок (190701), авиационные двигатели и энергетические установки (160301), ракетные двигатели (160302), гидравлические машины и гидроприводы (1608002), двигатели внутреннего сгорания (140501), техническая эксплуатация летательных аппаратов и двигателей (160901), обработка металлов давлением (ОМД) (150106), машины ОМД (150201), технология машиностроения (151001).

Методические указания разработано и изготовлено на кафедре сопротивления материалов.

© Самарский государственный  
аэрокосмический университет, 2012

**1. Задачи**  
**для самостоятельных работ по теме**  
**«Стержневые системы»**

### Задача А - I



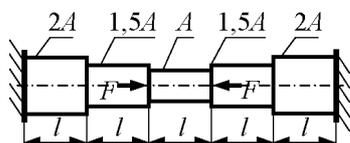
Брусья начерчены в ненагруженном состоянии. Между брусьями  $AB$  и  $CD$  имеется зазор  $\Delta$ .  
К брусьям в сечениях  $M$  и  $N$  приложены силы  $F$ . Считая, что под действием нагрузки брусья упираются друг в друга,

1. Построить эпюры внутренних сил, напряжений и перемещений.
2. Определить коэффициент запаса по текучести  $n_T$ .

Принять  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа,  $l = 0,2$  м,  $\sigma_{тр} = \sigma_{тс} = 200$  МПа.

№ п/п	1	2	3	4	5
$F$ , кН	70	80	90	100	110
$A_1$ , см <sup>2</sup>	6	8	9	10	12
$A_2$ , см <sup>2</sup>	5	6	7	8	9

### Задача А - II

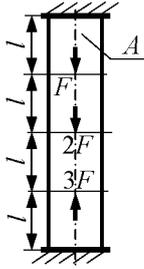


Стальной ступенчатый брус жёстко закреплён концевыми сечениями и нагружен силами  $F$ .

1. Построить эпюры внутренних сил, напряжений и перемещений.
2. Определить коэффициент запаса по текучести  $n_T$ .

Принять  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа,  $\sigma_{тр} = \sigma_{тс} = 200$  МПа.

№ п/п	1	2	3	4	5
$F$ , кН	40	50	60	70	80
$A$ , см <sup>2</sup>	3	3,5	4	4,5	5
$l$ , м	0,3	0,25	0,20	0,12	0,10

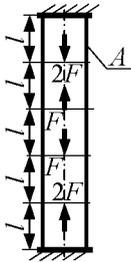


### Задача А - III

Стальной ступенчатый брус жёстко закреплён концевыми сечениями и нагружен силами  $F$ ,  $2F$ ,  $3F$ .

1. Построить эпюры внутренних сил, напряжений и перемещений.
  2. Определить коэффициент запаса по текучести  $n_T$ .
- Принять  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа,  $[\sigma]_p = [\sigma]_c = [\sigma]$ .

№ п/п	1	2	3	4	5
$F$ , кН	20	25	30	35	40
$[\sigma]$ , МПа	120	140	160	180	200
$l$ , м	0,4	0,35	0,30	0,25	0,20

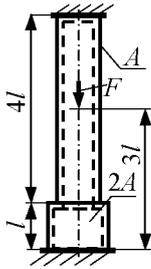


### Задача А - IV

Стальной ступенчатый брус жёстко закреплён концевыми сечениями и нагружен силами  $F$ ,  $2F$ .

1. Построить эпюры внутренних сил, напряжений и перемещений.
  2. Определить коэффициент запаса по текучести  $n_T$ .
- Принять  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа,  $[\sigma]_p = [\sigma]_c = [\sigma]$ .

№ п/п	1	2	3	4	5
$F$ , кН	20	23	26	29	31
$[\sigma]$ , МПа	110	120	130	150	160
$l$ , м	0,4	0,35	0,30	0,25	0,20



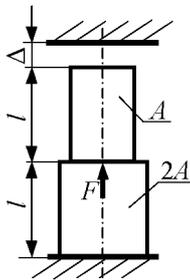
### Задача А - V

Чугунная пустотелая колонна жёстко закреплена концевыми сечениями и нагружена силой  $F$ .

1. Построить эпюры внутренних сил, напряжений и перемещений.

Принять  $E = 1,4 \cdot 10^5$  МПа.

№ п/п	1	2	3	4	5
$F$ , кН	30	35	40	45	50
$[\sigma]$ , МПа	110	120	130	150	160
$l$ , м	0,4	0,35	0,30	0,25	0,20



### Задача А - VI

Стальной ступенчатый брус начерчен в ненагруженном состоянии. Между верхней опорой и торцем бруса имеется зазор  $\Delta$ .

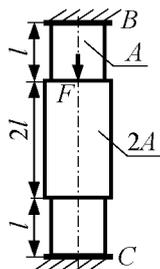
Брус нагружен силой  $F$ .

Построить эпюры внутренних сил, напряжений и перемещений.

Принять  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа,  $\Delta = 0,1$  мм.

№ п/п	1	2	3	4	5
$F$ , кН	80	85	90	95	100
$A$ , см <sup>2</sup>	3	3,5	4	4,5	5
$l$ , м	0,4	0,45	0,50	0,55	0,60

### Задача А - VII

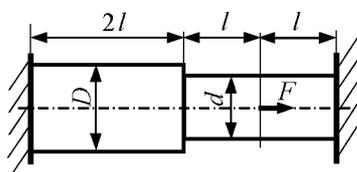


Стальной ступенчатый брус  $BC$  жёстко закреплён концевыми сечениями и нагружен силой  $F$ .

1. Построить эпюры внутренних сил, напряжений и перемещений.  
Принять  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа.

№ п/п	1	2	3	4	5
$F$ , кН	40	42	44	46	48
$A$ , см <sup>2</sup>	8	9	10	11	12
$l$ , м	0,18	0,16	0,14	0,12	0,10

### Задача А - VIII

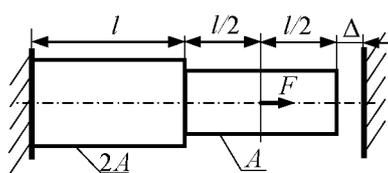


Стальной ступенчатый брус закреплён между двумя жёсткими опорами и нагружен силой  $F$ .

1. Построить эпюры внутренних сил, напряжений и перемещений.  
Принять  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа,  $l = 10$  см.

№ п/п	1	2	3	4	5
$F$ , кН	80	90	100	110	120
$d$ , см	3	3,5	4	4,5	5
$D$ , см	4	4,5	5	5,5	6

### Задача А - IX



Стальной ступенчатый брус начерчен в ненагруженном состоянии. Между правой опорой и торцом бруса имеется зазор  $\Delta$ .

Брус нагружен силой  $F$ .

Построить эпюры внутренних сил, напряжений и перемещений.

Принять  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа,  $A = 15$  см<sup>2</sup>.

№ п/п	1	2	3	4	5
$F$ , кН	80	85	90	95	100
$A$ , см <sup>2</sup>	3	3,5	4	4,5	5
$\Delta$ , мм	0,1	1,2	1,4	1,8	0,2

### Задача А - X

Стальной ступенчатый брус начерчен в ненагруженном состоянии. Между нижней опорой и торцом бруса имеется зазор  $\Delta$ .

Брус нагружен силой  $F$ .

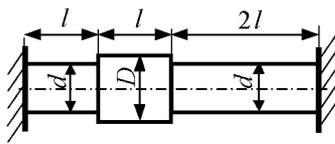
1. Построить эпюры внутренних сил, напряжений и перемещений.

2. Определить коэффициент запаса по текучести  $n_T$ .

Принять  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа,  $\sigma_T = 260$  МПа,  $\Delta = 0,1$  мм.

№ п/п	1	2	3	4	5
$F$ , кН	100	110	120	140	150
$A$ , см <sup>2</sup>	4	4,5	5	5,5	6
$l$ , м	0,4	0,35	0,3	0,25	0,2

### Задача В - I



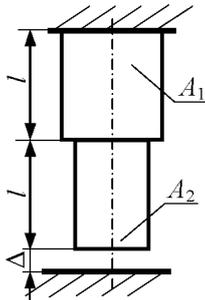
Стальной брус вставлен плотно, но без напряжений между двумя жёсткими опорами, после чего нагревается равномерно на  $\Delta t$ .

Построить эпюры напряжений и перемещений по длине бруса.

Принять  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа,  $\alpha = 1,25$  1/К·м.

№ п/п	1	2	3	4	5
$\Delta t$ , К	40	60	90	100	120
$D$ , см	5	6	7	8	9
$l$ , м	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4

### Задача В - II



Стальной брус изображён в недеформированном состоянии, между его нижним концом и опорной поверхностью имеется зазор  $\Delta$ .

Брус нагревается равномерно по длине на  $\Delta t$ .

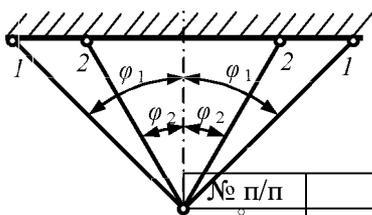
Построить эпюры внутренних сил, напряжений и перемещений по длине бруса.

Принять  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа,  $\alpha = 1,25$  1/К·м,  
 $A_1 = 10$  см<sup>2</sup>,  $A_2 = 8$  см<sup>2</sup>.

№ п/п	1	2	3	4	5
$\Delta t$ , К	150	170	190	210	230
$\Delta$ , мм	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5
$l$ , м	1	1,2	1,4	1,6	1,8

### Задача В - III

После сборки системы стержни 2 нагреваются на  $\Delta t^\circ$ .  
 Определить внутренние силы в стержнях системы.  
 Принять  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа,  $\alpha = 1,25$  1/К·м,  $\varphi_1 = 45^\circ$ ,  $\varphi_2 = 30^\circ$ .

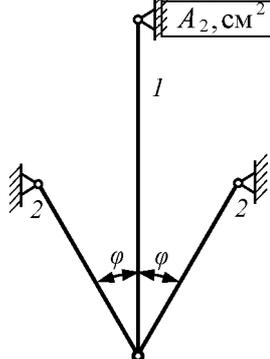


№ п/п	1	2	3	4	5
$\Delta t, \text{K}$	50	60	70	80	90
$A_1, \text{см}^2$	2	3	4	5	6
$A_2, \text{см}^2$	4	5	6	7	8

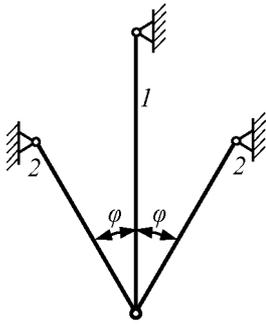
### Задача В - IV

После сборки системы стержень 1 нагревается на  $\Delta t^\circ$ .  
 Определить внутренние силы и напряжения в стержнях системы.

Принять  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа,  $\alpha = 1,25$  1/К·м,  
 $l_1 = 2l$ ,  $l_2 = l$ ,  $A_2 = 2 \text{ см}^2$ .



№ п/п	1	2	3	4	5
$\Delta t, \text{K}$	60	70	80	90	100
$A_1, \text{см}^2$	2	3	4	5	6
$\varphi,$	30	35	40	45	50

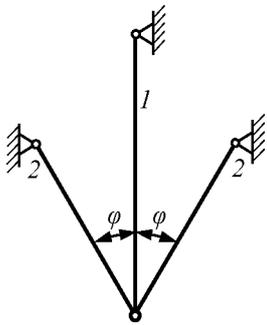


### Задача В – V

После сборки системы стержни 2 нагреваются на  $\Delta t^\circ$ .  
 Определить внутренние силы и напряжения в стержнях системы.

Принять  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа,  $\alpha = 1,25$  1/К·м,  
 $l_1 = 1,5l$ ,  $l_2 = l$ ,  $A_2 = 2$  см<sup>2</sup>.

№ п/п	1	2	3	4	5
$\Delta t, \text{K}$	60	70	80	90	100
$A_1, \text{см}^2$	2	3	4	5	6
$\varphi,$	30	35	40	45	50



### Задача В - VI

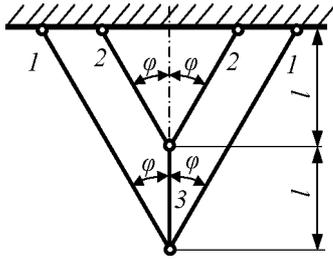
После сборки все стержни системы нагреваются на  $\Delta t^\circ$ .  
 Стержень 1 – стальной, а стержни 2 – медные.

Определить внутренние силы и напряжения в стержнях системы.

Принять  $E_c = 2 \cdot 10^5$  МПа,  $\alpha_c = 1,25$  1/К·м,  
 $E_m = 1,1 \cdot 10^5$  МПа,  $\alpha_m = 1,65$  1/К·м,  $A_1 = 5$  см<sup>2</sup>,  
 $A_2 = 2$  см<sup>2</sup>,  $\Delta t^\circ = 200$  К.

№ п/п	1	2	3	4	5
$\Delta t, \text{K}$	60	70	80	90	100
$l_1, \text{м}$	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4
$l_2, \text{м}$	1,1	1,0	0,9	0,8	0,7

### Задача В - VII

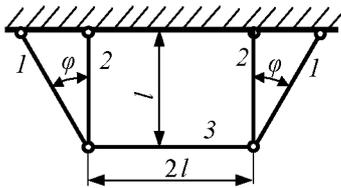


После сборки системы стержень 3 нагревается на  $\Delta t$ .  
 Определить внутренние силы и напряжения в стержнях системы.

Принять  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа,  $\alpha = 1,25$  1/К·м,  $l = 1$  м,  $A_1 = 2$  см<sup>2</sup>,  $A_2 = 3$  см<sup>2</sup>.

№ п/п	1	2	3	4	5
$\Delta t$ , К	50	60	70	80	90
$A_3$ , см <sup>2</sup>	2	3	4	5	6
$\varphi$ ,	30	35	40	45	50

### Задача В - VIII



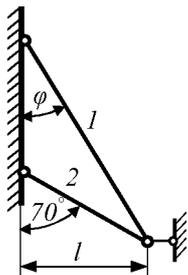
После сборки системы стержень 3 нагревается на  $\Delta t$ .  
 Определить внутренние силы и напряжения в стержнях системы.

Принять  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа,  $\alpha = 1,25$  1/К·м,  $l = 1$  м,  $A_1 = A_2 = 3$  см<sup>2</sup>.

№ п/п	1	2	3	4	5
$\Delta t$ , К	50	60	70	80	90
$A_3$ , см <sup>2</sup>	2	3	4	5	6
$\varphi$ ,	60	45	35	30	25

### Задача В - IX

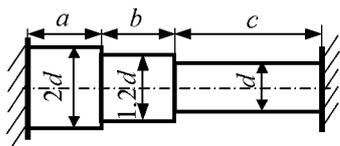
После сборки системы стержень 2 нагревается на  $\Delta t^\circ$ .  
 Определить внутренние силы и напряжения в стержнях системы.  
 Принять  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа,  $\alpha = 1,25$  1/К·м,  $l = 1$  м,  $A_1 = A_2 = A$ .



В - X

Задача

№ п/п	1	2	3	4	5
$\Delta t, \text{K}$	40	50	60	70	80
$A, \text{см}^2$	2	2,5	3	3,5	4
$\varphi, \text{°}$	50	45	40	35	30



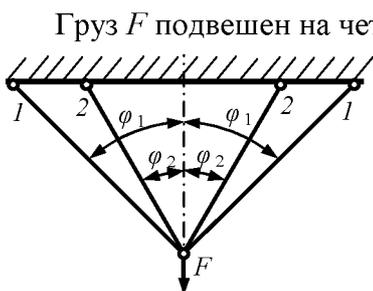
Стальной брус вставлен плотно, но без напряжений между двумя жёсткими опорами, после чего нагревается равномерно на  $\Delta t$ .

1. Построить эпюры внутренних сил, напряжений и перемещений по длине бруса.
2. Определить приращение температуры  $\Delta t^\circ$ , при котором наибольшее напряжение равно 130 МПа.

Принять  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа,  $\alpha = 1,25$  1/К·м,  $d = 2$  см.

№ п/п	1	2	3	4	5
$a, \text{см}$	8	9	10	11	12
$b, \text{см}$	15	14	13	12	11
$c, \text{см}$	16	17	18	19	20

### Задача С - I



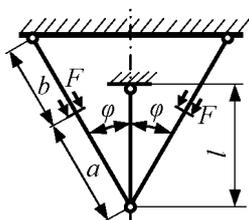
Груз  $F$  подвешен на четырёх стержнях. Стержни 1 – медные, а стержни 2 – стальные.

Определить внутренние силы и напряжения в стержнях системы.

Принять  $E_c = 2 \cdot 10^5$  МПа,  $A_2 = 3$  см<sup>2</sup>,  
 $E_m = 1,1 \cdot 10^5$  МПа,  $\varphi_2 = 20^\circ$ .

№ п/п	1	2	3	4	5
$F$ , кН	35	40	45	50	55
$A_1$ , см <sup>2</sup>	3	4	5	6	7
$\varphi_1$ , °	55	50	45	40	35

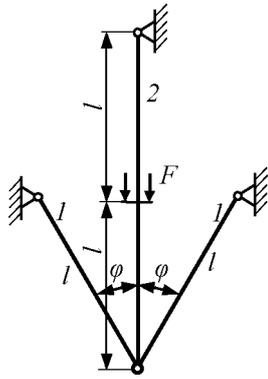
### Задача С - II



Определить внутренние силы и напряжения, вызываемые силой  $F$  в стальных стержнях системы.

Принять  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа,  $A = 3$  см<sup>2</sup>,  
 $a = l$ .

№ п/п	1	2	3	4	5
$F$ , кН	35	38	40	42	45
$a:b$	1:0,7	1:0,9	1:1,2	1:1,4	1:1,6
$\varphi$ , °	45	40	35	3,	25

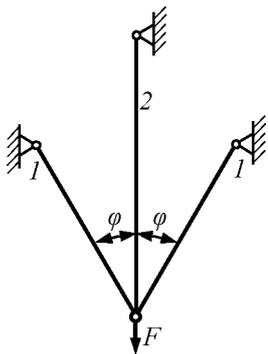


### Задача С - III

Определить внутренние силы и напряжения, вызываемые силой  $F$  в стальных стержнях системы.

Принять  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа,  $A_1 = 2 \text{ см}^2$ .

№ п/п	1	2	3	4	5
$F$ , кН	40	45	50	55	60
$A_{2,0}$ , $\text{см}^2$	3	3,5	4	4,5	5
$\varphi$ ,	45	40	35	30	25



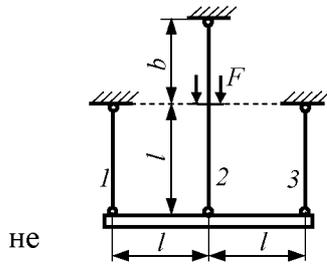
### Задача С - IV

Груз  $F$  подвешен на трёх стержнях. Стержни  $l$  – медные, а тяга  $2$  – стальная.

Определить внутренние силы и напряжения в стержнях системы.

Принять  $E_c = 2 \cdot 10^5$  МПа,  
 $E_m = 1,1 \cdot 10^5$  МПа,  $A_1 = 3 \text{ см}^2$ ,  $l_1 = 1,2 \text{ м}$ ,  
 $l_2 = 1,0 \text{ м}$ .

№ п/п	1	2	3	4	5
$F$ , кН	8	10	12	15	18
$A_1:A_2$	1:1,5	1:2	1:2,5	1:3	1:3,5
$\varphi$ ,	50	45	40	35	30



не

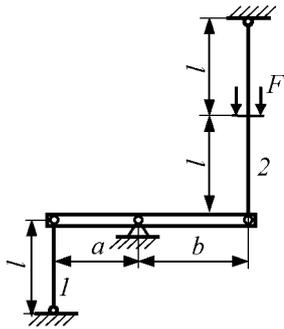
### Задача С- V

Определить внутренние силы и напряжения, вызываемые силой  $F$  в стальных стержнях системы.

Собственный вес горизонтального бруса и его деформации учитывать.

Принять  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа,  $A_1 = A_3 = 2$  см<sup>2</sup>.

№ п/п	1	2	3	4	5
$F$ , кН	15	17,5	20	22,5	25
$A_1:A_2$	1:0,75	1:1	1:1,5	1:2	1:2,5
$l:b$	1:2,5	1:2	1:1,5	1:1	1:0,75



### Задача С- VI

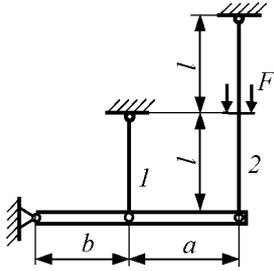
Определить внутренние силы и напряжения, вызываемые силой  $F$  в стальных стержнях системы.

Собственный вес горизонтального бруса и его деформации не учитывать.

Принять  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа,  $A_1 = 2$  см<sup>2</sup>,  $a = l$ .

№ п/п	1	2	3	4	5
$F$ , кН	15	17,5	20	22,5	25
$A_1:A_2$	1:1	1:1,5	1:2	1:2,5	1:3
$l:b$	1:1,5	1:1,25	1:1	1:0,75	1:0,5

### Задача С - VII

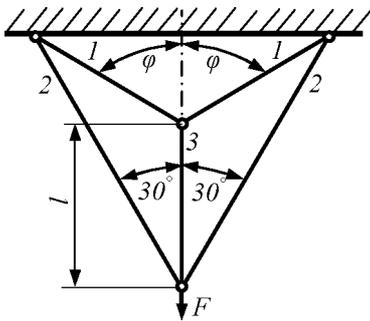


Определить внутренние силы и напряжения, вызываемые силой  $F$  в стальных стержнях системы.

Собственный вес горизонтального бруса и его деформации не учитывать.

Принять  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа,  $A_1 = 2$  см<sup>2</sup>,  
 $a = l$ .

№ п/п	1	2	3	4	5
$F$ , кН	15	17,5	20	22,5	25
$A_1:A_2$	1:1	1:1,5	1:2	1:2,5	1:3
$l:b$	1:1,5	1:1,25	1:1	1:0,75	1:0,5



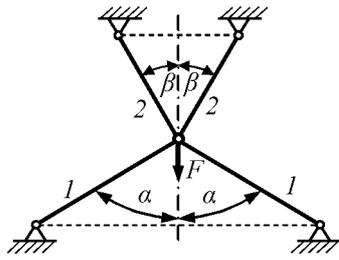
### Задача С - VIII

Определить внутренние силы и напряжения, вызываемые силой  $F$  в стальных стержнях системы.

Жёсткость стержней одинакова.

№ п/п	1	2	3	4	5
$F$ , кН	20	25	30	35	40
$A$ , см <sup>2</sup>	2	2,5	3	3,5	4
$\varphi$ , °	50	55	60	65	70

### Задача С - IX

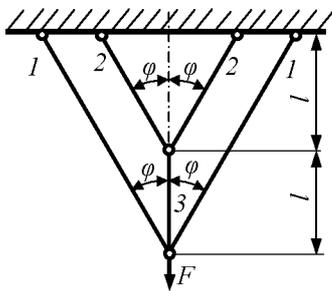


Определить внутренние силы и напряжения, вызываемые силой  $F$  в стержнях системы. Стержни 1 – медные, а стержни 2 – стальные.

Принять  $F = 40$  кН,  $E_c = 2 \cdot 10^5$  МПа,  $E_m = 1,1 \cdot 10^5$  МПа,  $A_1 = 2$  см<sup>2</sup>,  $l_2 = 2l_1$ .

№ п/п	1	2	3	4	5
$A_1 : A_2$	1:2	1:1	1:1,5	1:0,5	1:0,75
$\alpha, \circ$	30	45	40	50	60
$\beta, \circ$	60	45	50	40	30

### Задача С - X

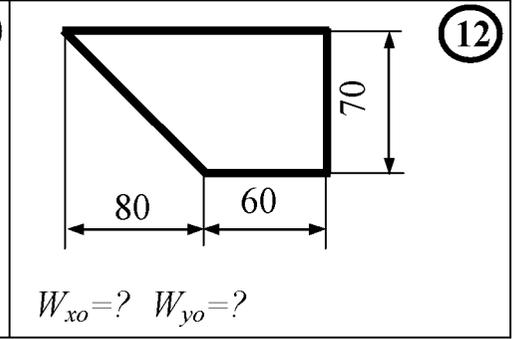
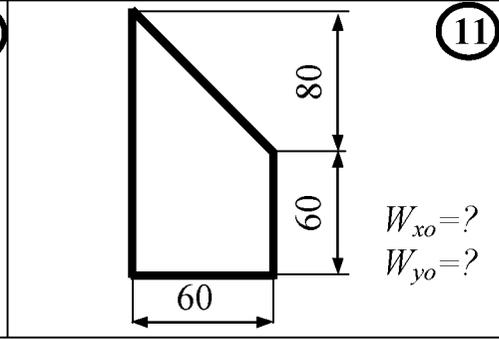
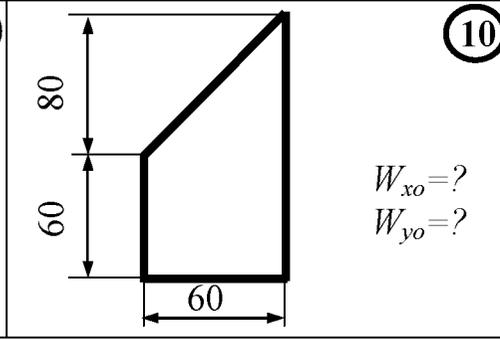
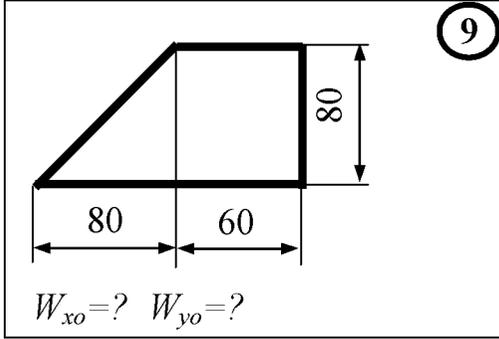
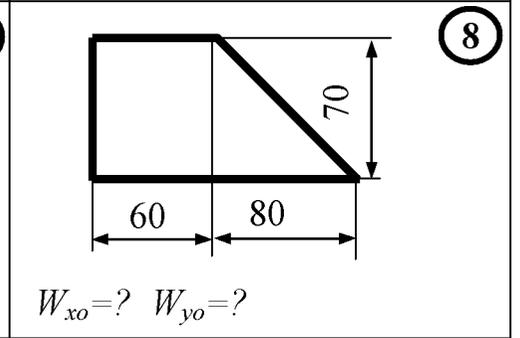
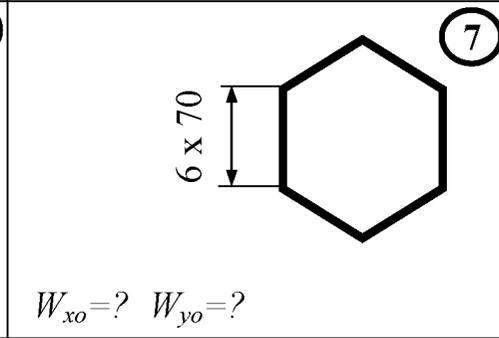
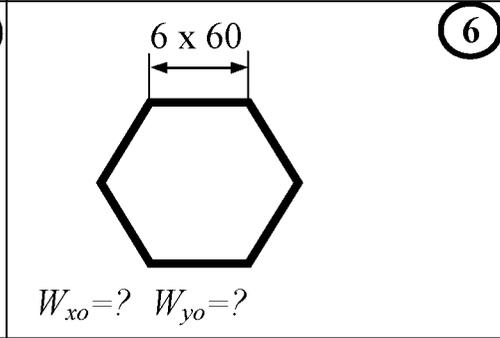
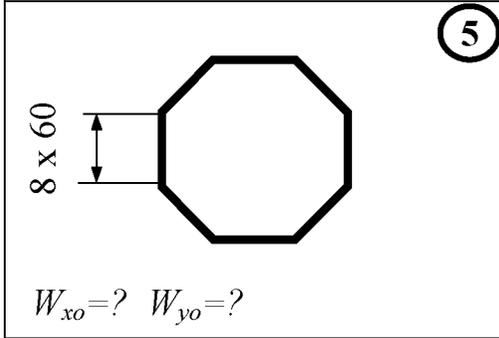
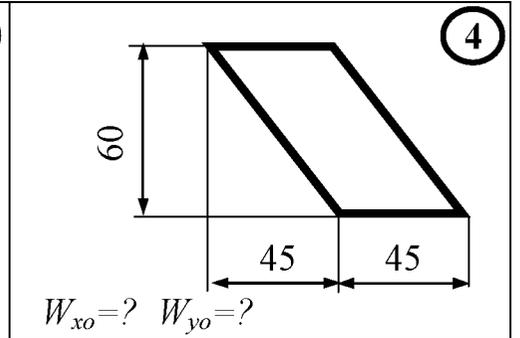
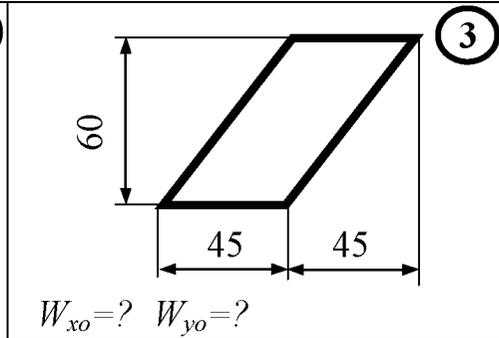
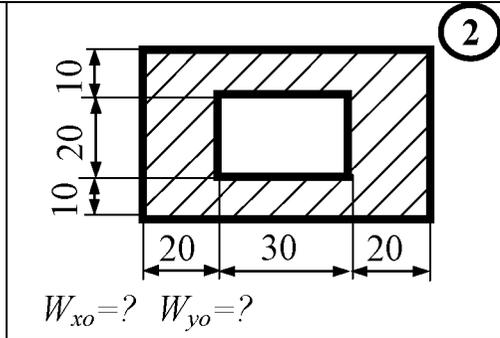
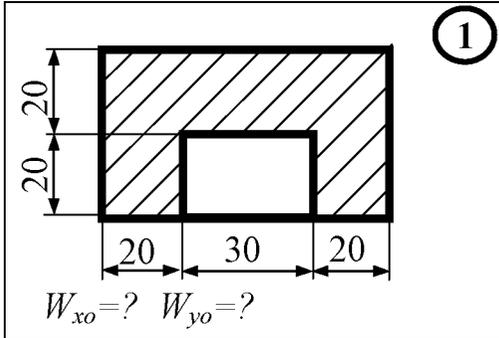


Определить внутренние силы и напряжения, вызываемые силой  $F$  в стальных стержнях системы.

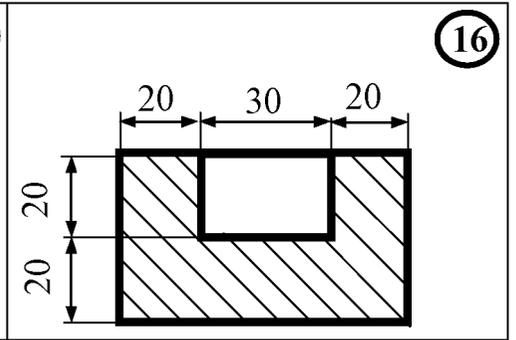
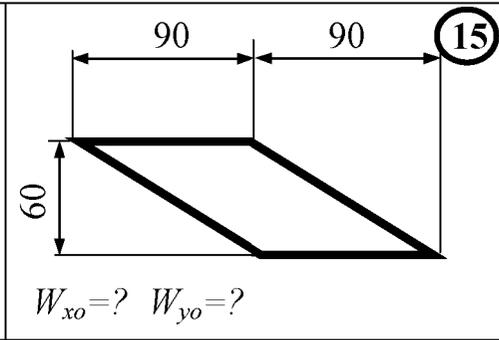
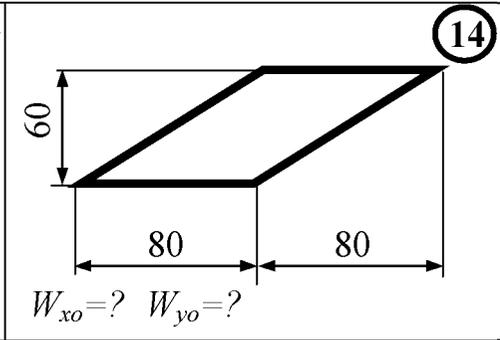
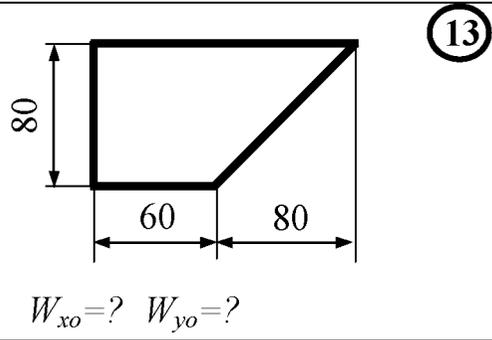
Принять  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа,  $A_3 = A_2 = 2$  см<sup>2</sup>.

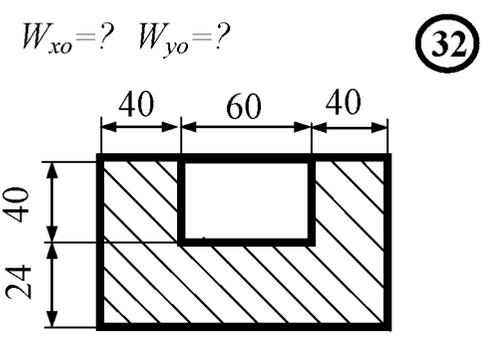
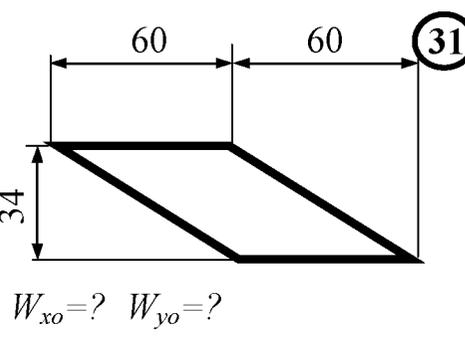
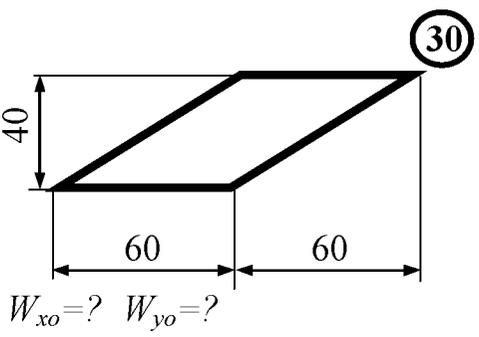
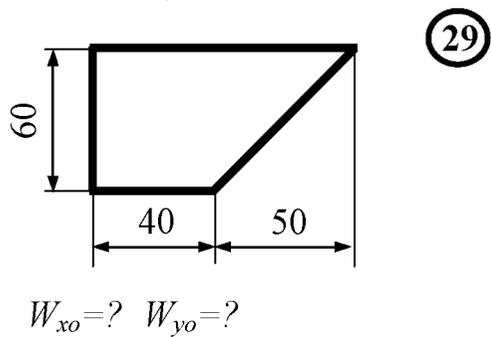
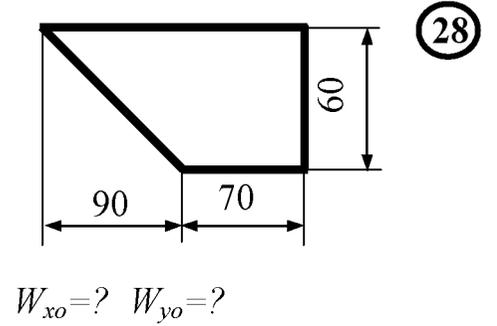
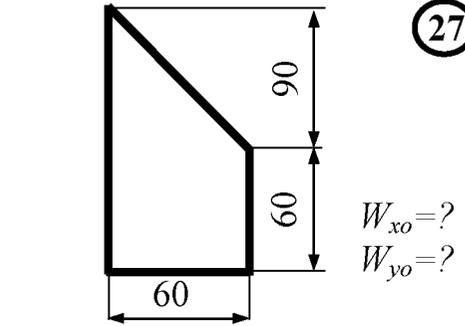
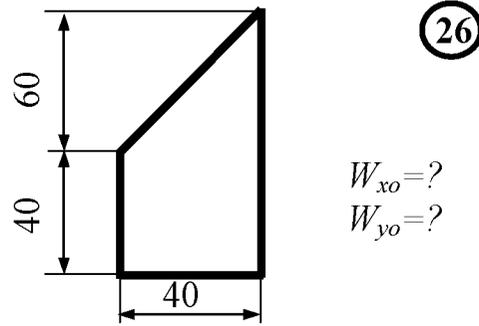
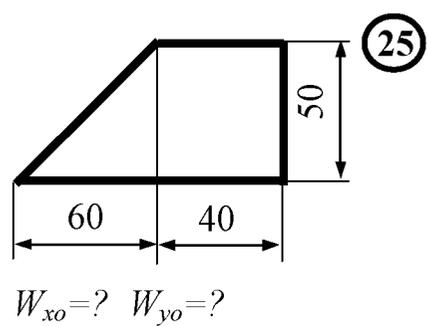
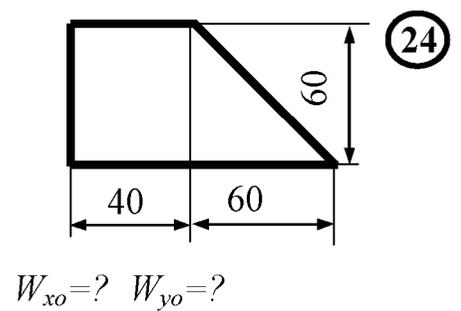
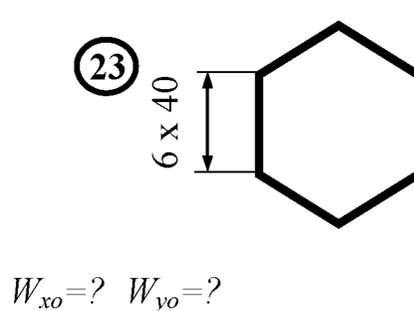
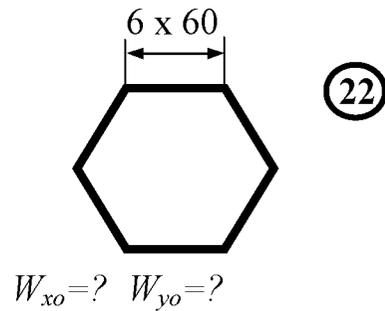
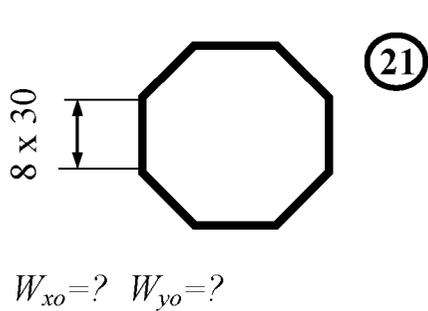
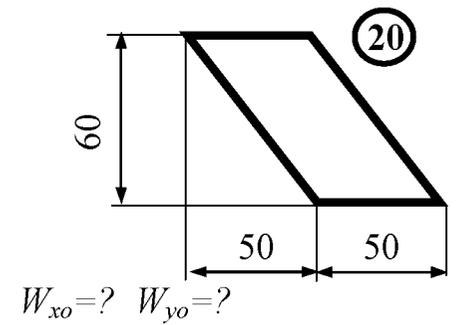
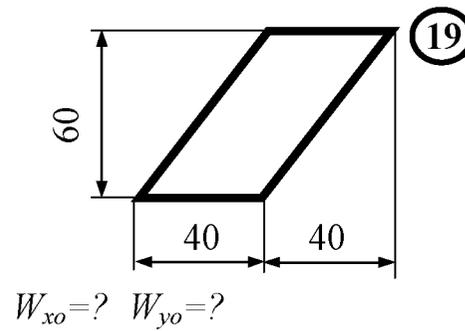
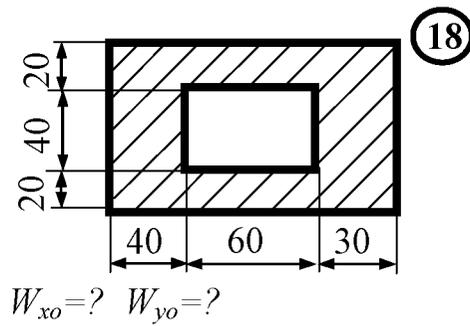
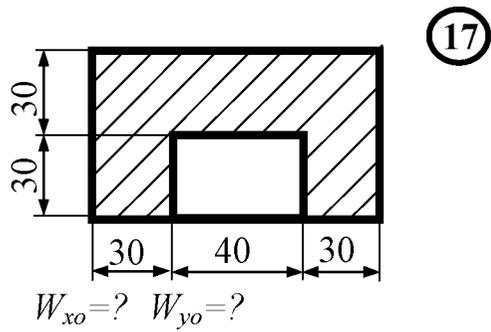
№ п/п	1	2	3	4	5
$A_1, \text{ см}^2$	1	1,5	2	2,5	3
$F, \text{ кН}$	20	25	30	35	40
$\phi, \circ$	45	40	35	30	25

**2 Задачи**  
для самостоятельных работ по теме  
«Геометрические характеристики плоских сечений»



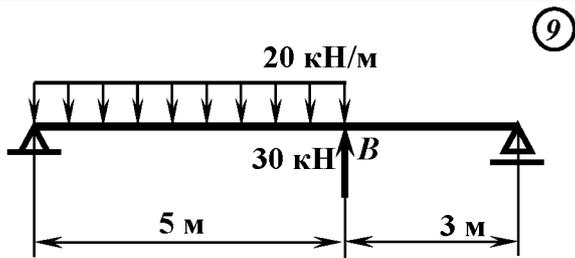
$W_{x_0}=? \quad W_{y_0}=?$



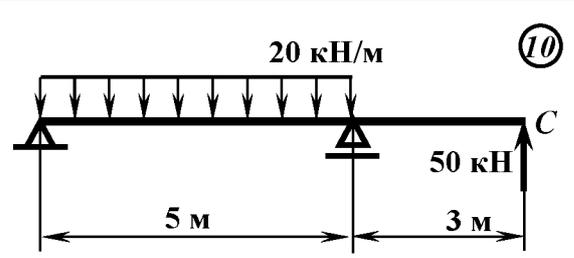


### **3 Задачи**

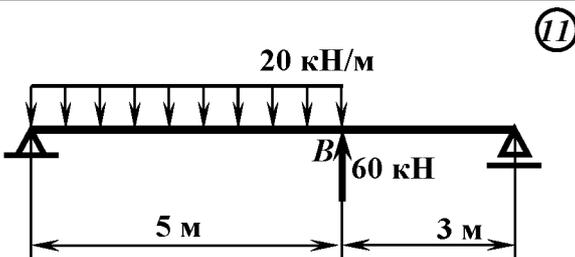
**для самостоятельных работ по теме «Изгиб»**



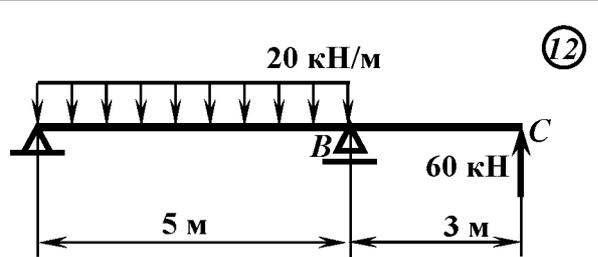
9) Определить прогиб сечения  $B$  стальной двутавровой балки № 40



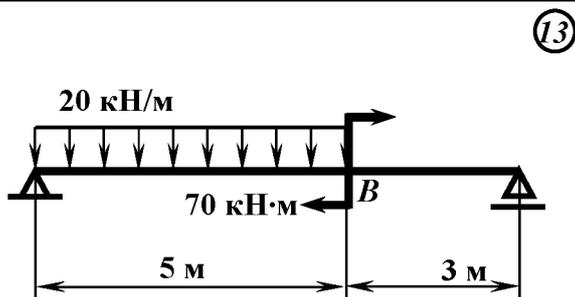
10) Определить угол поворота сечения  $C$  стальной двутавровой балки № 45



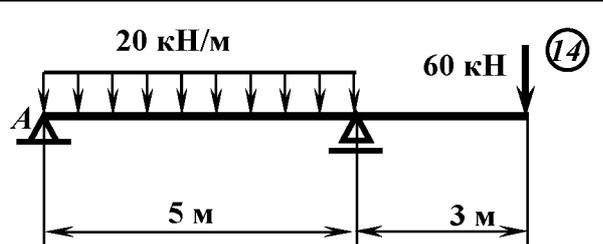
11) Определить прогиб сечения  $B$  стальной двутавровой балки № 50



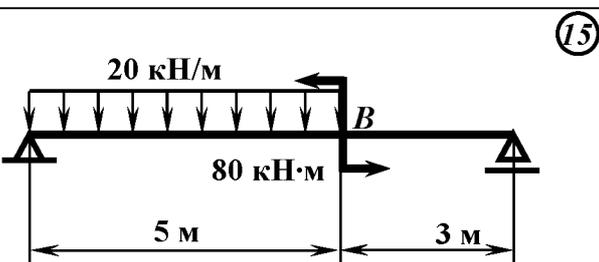
12) Определить угол поворота сечения  $B$  стальной двутавровой балки № 55



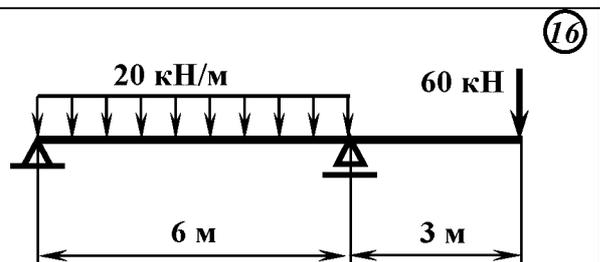
13) Определить прогиб сечения  $B$  стальной двутавровой балки № 55



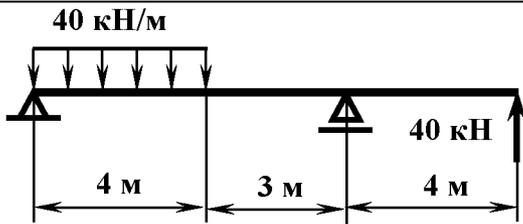
14) Определить угол поворота сечения  $A$  стальной двутавровой балки № 40



15) Определить прогиб сечения  $B$  стальной двутавровой балки № 45

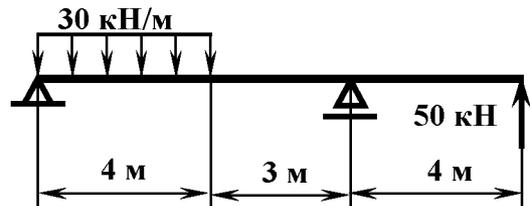


16) Определить прогиб сечения  $B$  стальной двутавровой балки № 60



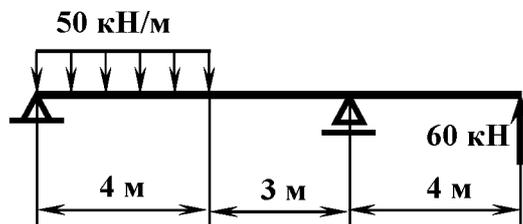
17

Построить эпюры  $Q$  и  $M$ , изобразить характер изогнутой оси и проверить прочность балки, составленной из четырех неравнополочных уголков № 7х5х0,5.



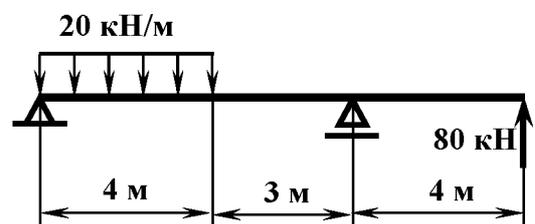
18

Построить эпюры  $Q$  и  $M$ , изобразить характер изогнутой оси и подобрать сечение, составленное из двух швеллеров.



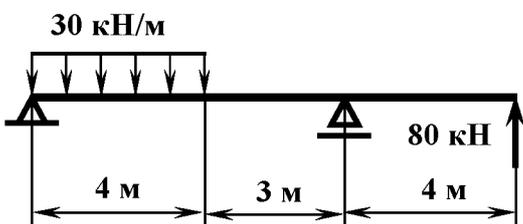
19

Построить эпюры  $Q$  и  $M$ , изобразить характер изогнутой оси и подобрать двутавровое сечение.



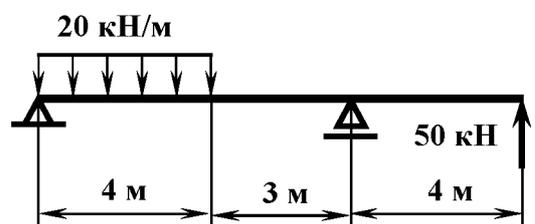
20

Построить эпюры  $Q$  и  $M$ , изобразить характер изогнутой оси и подобрать сечение, составленное из двух двутавров.



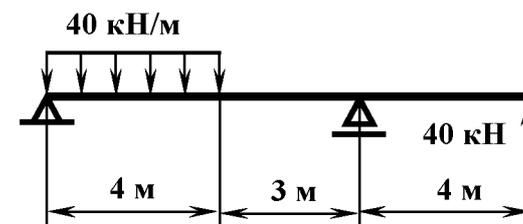
21

Построить эпюры  $Q$  и  $M$ , изобразить характер изогнутой оси и подобрать прямоугольное ( $b = 0,7 \cdot h$ ) сечение.



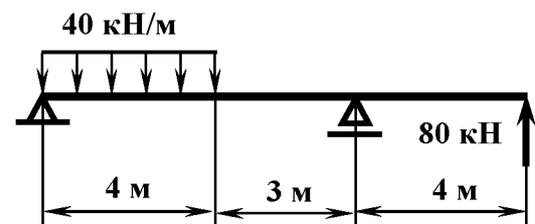
22

Построить эпюры  $Q$  и  $M$ , изобразить характер изогнутой оси и подобрать кольцевое ( $\alpha = 0,7$ ) сечение.



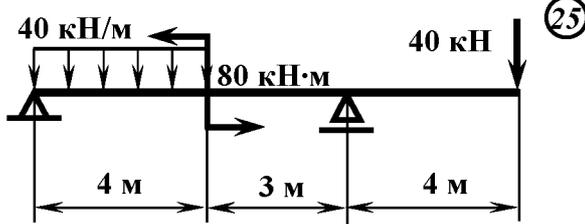
23

Построить эпюры  $Q$  и  $M$ , изобразить характер изогнутой оси и проверить прочность балки, составленной из двух швеллеров № 27.

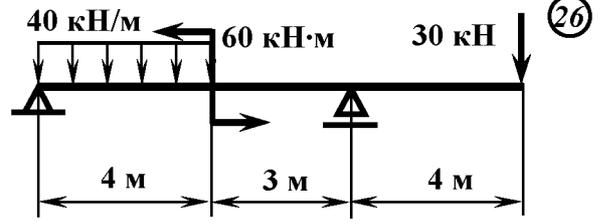


24

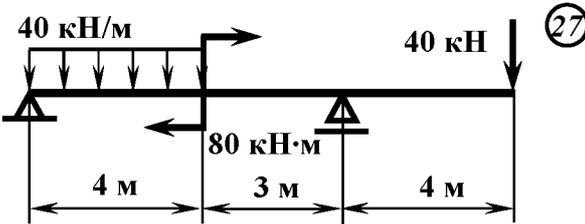
Построить эпюры  $Q$  и  $M$ , изобразить характер изогнутой оси и проверить прочность балки, составленной из двух двутавров № 27.



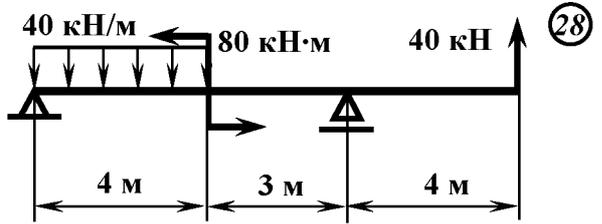
25) Построить эпюры  $Q$  и  $M$ , изобразить характер изогнутой оси и проверить прочность балки, составленной из двух двутавров № 33.



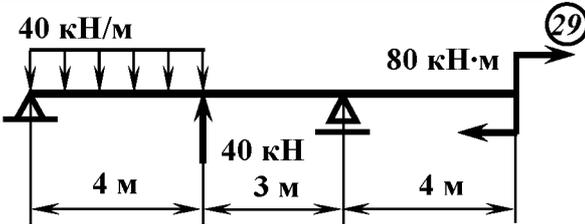
26) Построить эпюры  $Q$  и  $M$ , изобразить характер изогнутой оси и проверить прочность балки, составленной из двух швеллеров № 33.



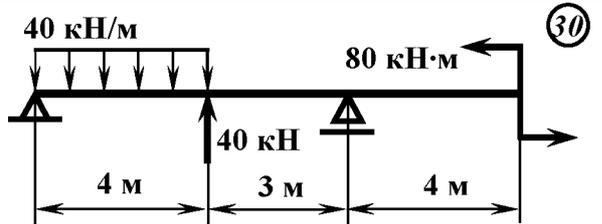
27) Построить эпюры  $Q$  и  $M$ , изобразить характер изогнутой оси и подобрать прямоугольное ( $b = 0,6 \cdot h$ ) сечение.



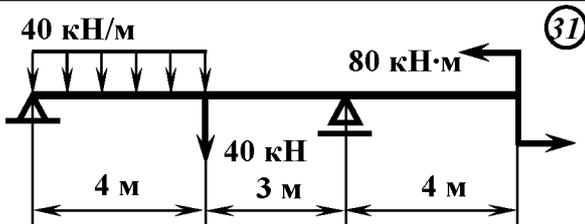
28) Построить эпюры  $Q$  и  $M$ , изобразить характер изогнутой оси и подобрать кольцевое ( $\alpha = 0,6$ ) сечение.



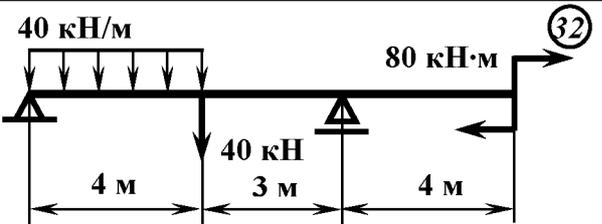
29) Построить эпюры  $Q$  и  $M$ , изобразить характер изогнутой оси и проверить прочность балки, составленной из четырех неравнополочных уголков № 7x5x0,5.



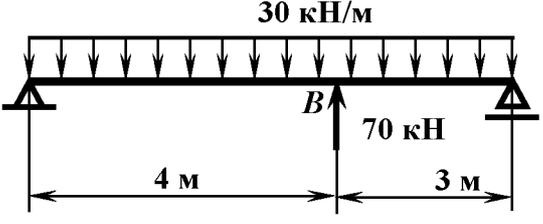
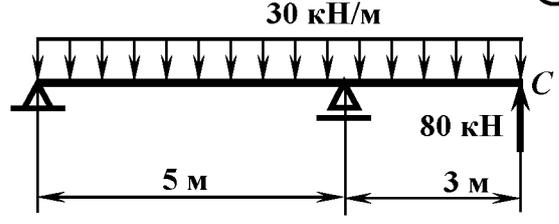
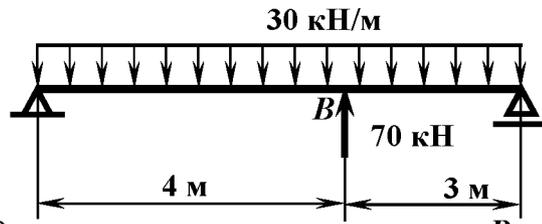
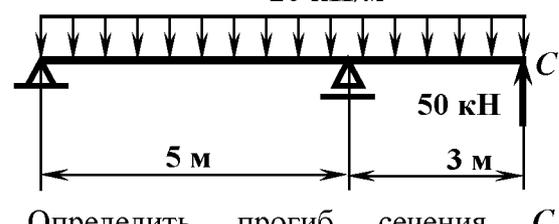
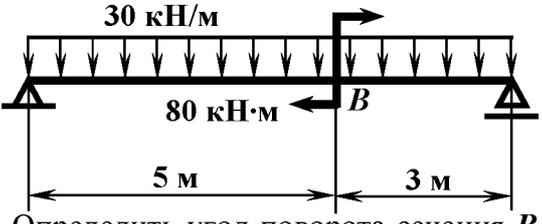
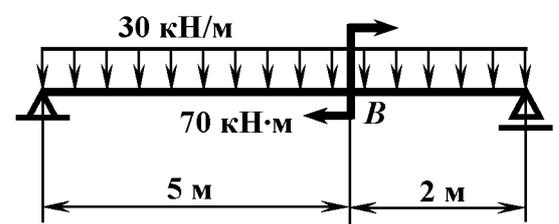
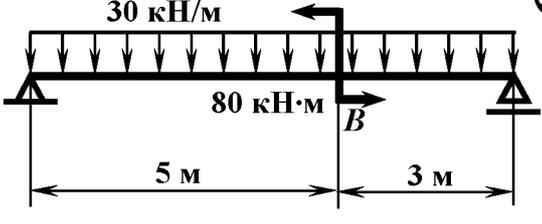
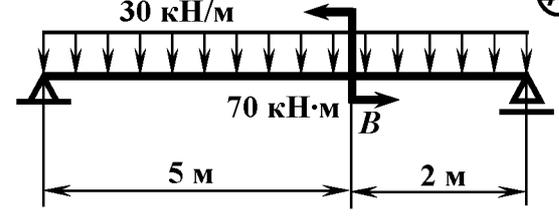
30) Построить эпюры  $Q$  и  $M$ , изобразить характер изогнутой оси и подобрать сечение, составленное из двух швеллеров.

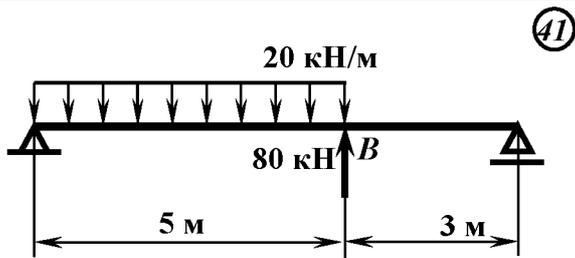


31) Построить эпюры  $Q$  и  $M$ , изобразить характер изогнутой оси и подобрать сечение, составленное из двух двутавров.

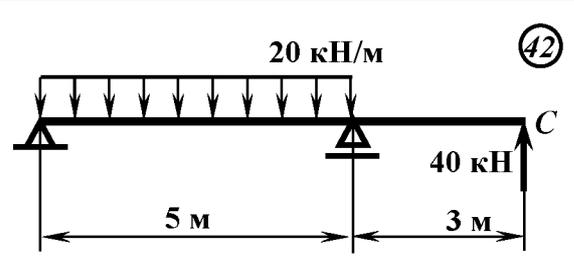


32) Построить эпюры  $Q$  и  $M$ , изобразить характер изогнутой оси и подобрать двутавровое сечение.

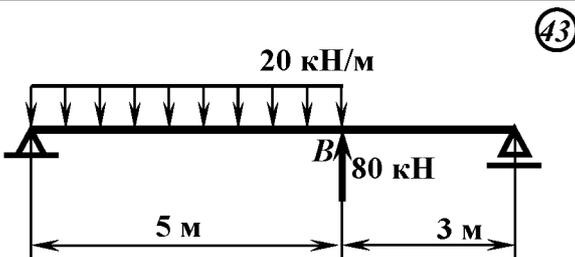
<p style="text-align: right;">(33)</p>  <p>Определить угол поворота сечения <math>B</math> стальной балки, составленной из четырех равнополочных уголков № 7Х0,5.</p>	<p style="text-align: right;">(34)</p>  <p>Определить прогиб сечения <math>C</math> стальной балки, составленной из двух швеллеров № 10.</p>
<p style="text-align: right;">(35)</p>  <p>Определить угол поворота сечения <math>B</math> стальной балки, составленной из четырех неравнополочных уголков № 7x5x0,5.</p>	<p style="text-align: right;">(36)</p>  <p>Определить прогиб сечения <math>C</math> стальной балки, составленной из двух швеллеров № 16.</p>
<p style="text-align: right;">(37)</p>  <p>Определить угол поворота сечения <math>B</math> стальной балки, составленной из четырех неравнополочных уголков № 7x0,7.</p>	<p style="text-align: right;">(38)</p>  <p>Определить прогиб сечения <math>B</math> стальной двутавровой (№ 30) балки.</p>
<p style="text-align: right;">(39)</p>  <p>Определить угол поворота сечения <math>B</math> стальной балки, составленной из четырех неравнополочных уголков № 10x6,3x0,7.</p>	<p style="text-align: right;">(40)</p>  <p>Определить прогиб сечения <math>B</math> стальной балки, составленной из двух двутавров № 16.</p>



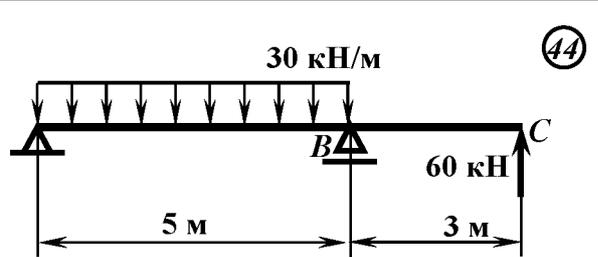
41  
 Определить прогиб сечения  $B$  стальной двутавровой балки № 40



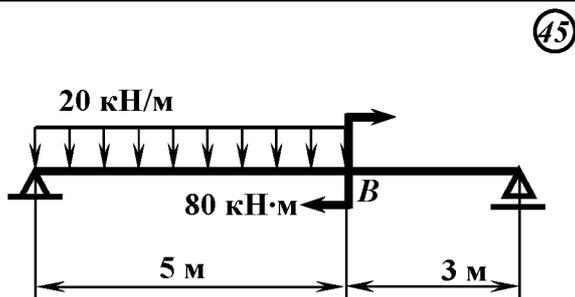
42  
 Определить угол поворота сечения  $C$  стальной двутавровой балки № 45



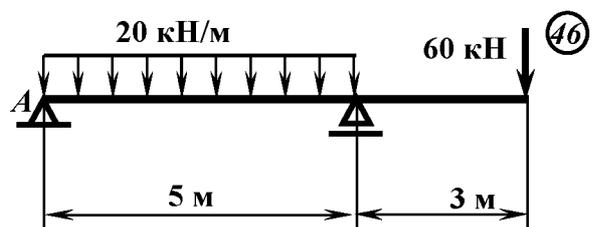
43  
 Определить прогиб сечения  $B$  стальной двутавровой балки № 50



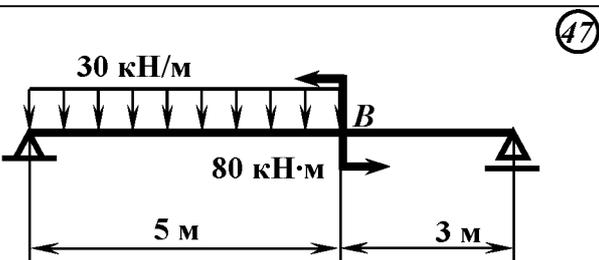
44  
 Определить угол поворота сечения  $B$  стальной двутавровой балки № 55



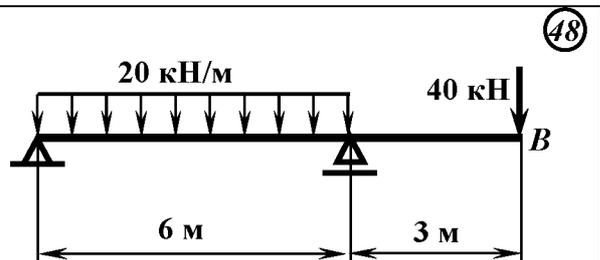
45  
 Определить прогиб сечения  $B$  стальной двутавровой балки № 55



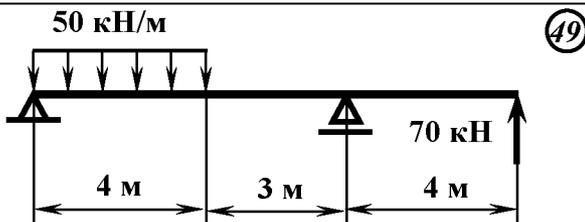
46  
 Определить угол поворота сечения  $A$  стальной двутавровой балки № 40



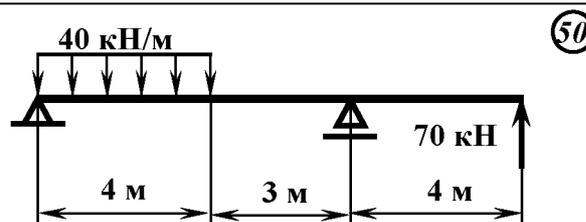
47  
 Определить прогиб сечения  $B$  стальной двутавровой балки № 45



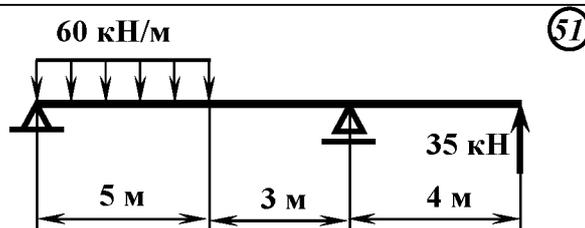
48  
 Определить прогиб сечения  $B$  стальной двутавровой балки № 60



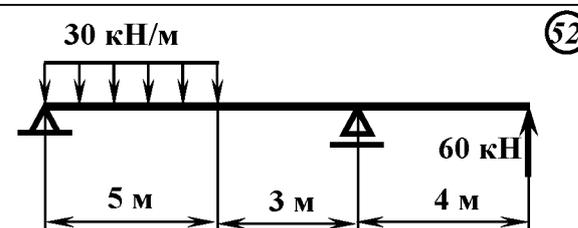
49) Построить эпюры  $Q$  и  $M$ , изобразить характер изогнутой оси и проверить прочность балки, составленной из четырех неравнополочных уголков № 7х5х0,5.



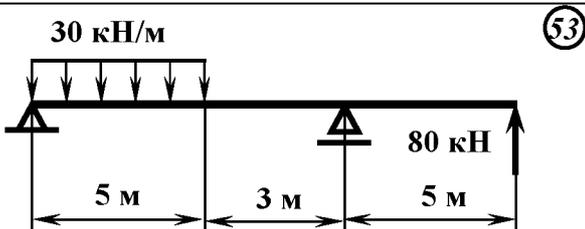
50) Построить эпюры  $Q$  и  $M$ , изобразить характер изогнутой оси и подобрать сечение, составленное из двух швеллеров.



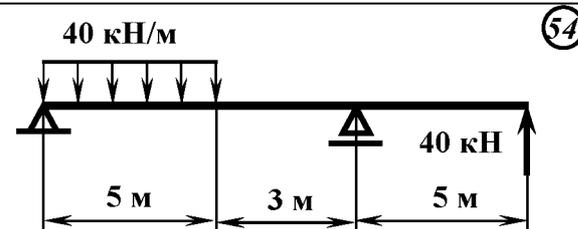
51) Построить эпюры  $Q$  и  $M$ , изобразить характер изогнутой оси и подобрать двутавровое сечение.



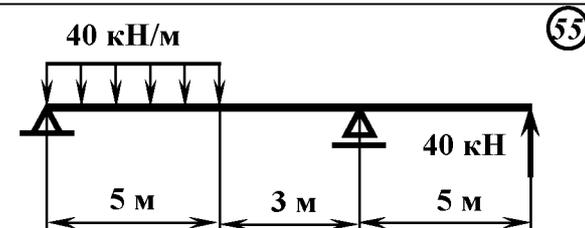
52) Построить эпюры  $Q$  и  $M$ , изобразить характер изогнутой оси и подобрать сечение, составленное из двух двутавров.



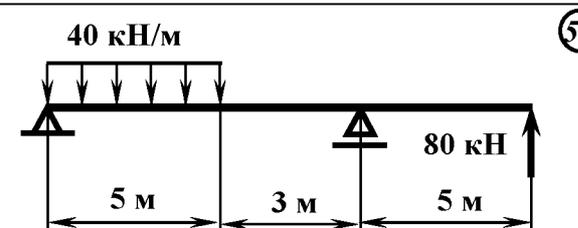
53) Построить эпюры  $Q$  и  $M$ , изобразить характер изогнутой оси и подобрать прямоугольное ( $b = 0,7 \cdot h$ ) сечение.



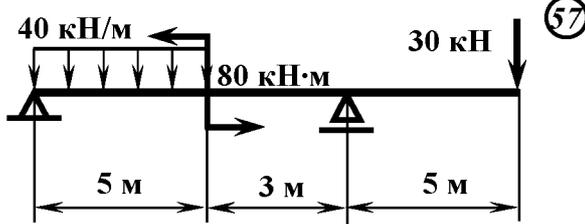
54) Построить эпюры  $Q$  и  $M$ , изобразить характер изогнутой оси и подобрать кольцевое ( $\alpha = 0,7$ ) сечение.



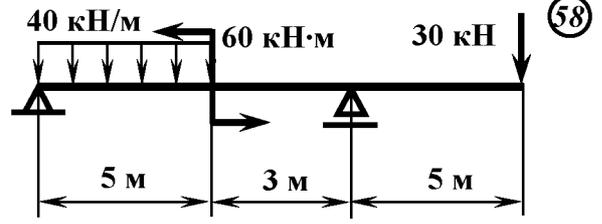
55) Построить эпюры  $Q$  и  $M$ , изобразить характер изогнутой оси и проверить прочность балки, составленной из двух швеллеров № 27.



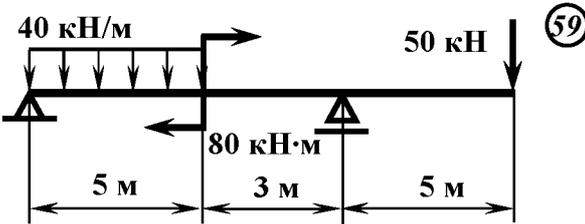
56) Построить эпюры  $Q$  и  $M$ , изобразить характер изогнутой оси и проверить прочность балки, составленной из двух двутавров № 27.



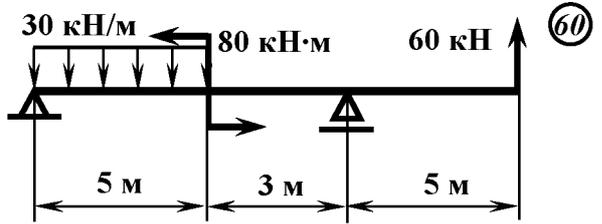
57) Построить эпюры  $Q$  и  $M$ , изобразить характер изогнутой оси и проверить прочность балки, составленной из двух двутавров № 33.



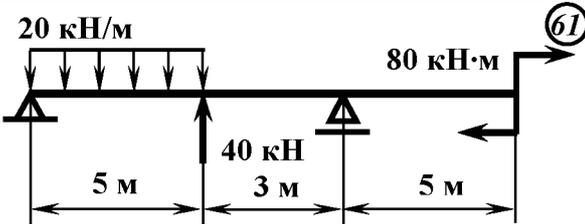
58) Построить эпюры  $Q$  и  $M$ , изобразить характер изогнутой оси и проверить прочность балки, составленной из двух швеллеров № 33.



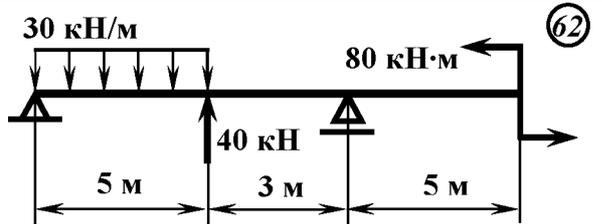
59) Построить эпюры  $Q$  и  $M$ , изобразить характер изогнутой оси и подобрать прямоугольное ( $b = 0,6 \cdot h$ ) сечение.



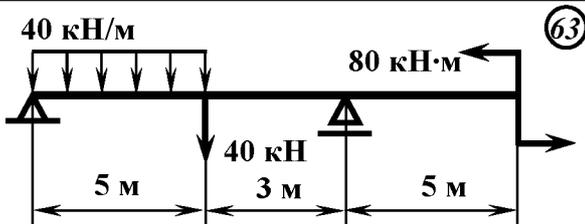
60) Построить эпюры  $Q$  и  $M$ , изобразить характер изогнутой оси и подобрать кольцевое ( $\alpha = 0,6$ ) сечение.



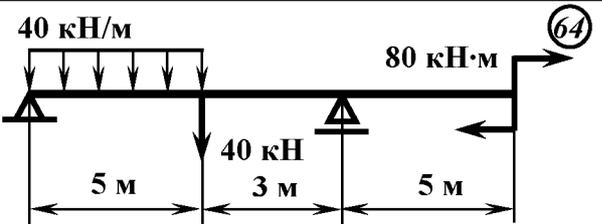
61) Построить эпюры  $Q$  и  $M$ , изобразить характер изогнутой оси и проверить прочность балки, составленной из четырех неравнополочных уголков № 7x5x0,5.



62) Построить эпюры  $Q$  и  $M$ , изобразить характер изогнутой оси и подобрать сечение, составленное из двух швеллеров.



63) Построить эпюры  $Q$  и  $M$ , изобразить характер изогнутой оси и подобрать сечение, составленное из двух двутавров.



64) Построить эпюры  $Q$  и  $M$ , изобразить характер изогнутой оси и подобрать двутавровое сечение.

**Задачи**  
**для самостоятельных работ по теме**  
**«Плоские рамы»**

17

Назначить кольцевое поперечное сечение рамы, если  $\alpha = d/D = 0,8$ ,  $M = 60$  кНм.  $a = 3$  м, материал – сталь 20Х.

18

Используя способ Верещагина определить горизонтальное перемещение сечения С.

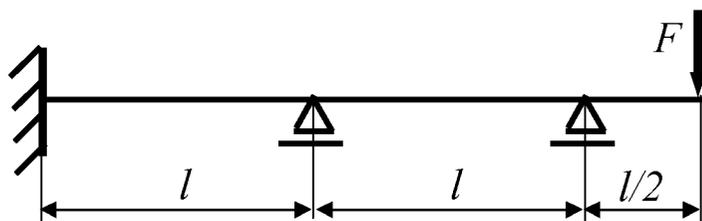
19

Используя способ Верещагина определить вертикальное перемещение сечения С.

20

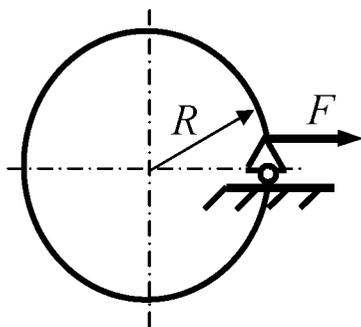
Назначить квадратное поперечное сечение рамы. Материал – сталь 20Х,  $n_T = 1,8$ .

21



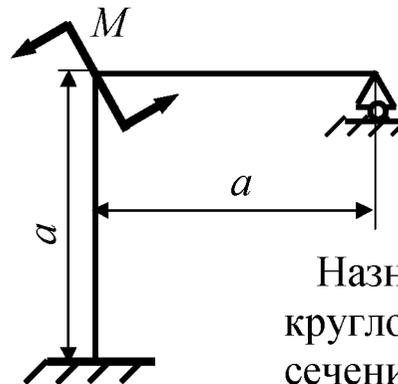
С помощью канонических уравнений метода сил раскрыть статическую неопределенность и построить эпюры  $M$  и  $Q$ .

23



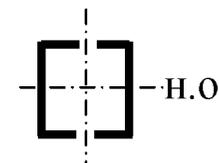
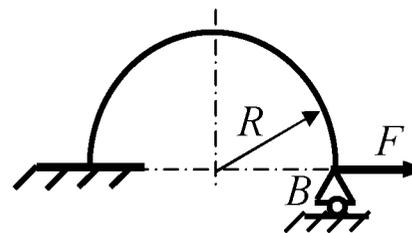
Назначить двутавровое поперечное сечение рамы ( изгиб в плоскости наименьшей плоскости ), если  $R = 1$  м,  $F = 30$  кН.

22



Назначить диаметр круглого поперечного сечения рамы, если  $M = 50$  кНм,  $a = 3$  м, материал рамы – ст.5.

24



Назначить поперечное сечение рамы, составленное из двух швеллеров и определить горизонтальное перемещение сечения  $B$ , если  $R = 1,5$  м,  $F = 5$  кН.

25

Определить сближение концов  $A$  и  $B$  пружины, изготовленной из стальной полосы постоянного поперечного сечения, если  $F = 10\text{кН}$ ,  $a = 1,5\text{ м}$ ,  $b = 0,18\text{ м}$ ,  $h = 0,10\text{ м}$ .

26

Для данной балки подобрать двутавровое сечение, если  $q = 20\text{ кН/м}$ ,  $l_1 = 2\text{ м}$ ,  $l_2 = 1\text{ м}$ .  
Материал балки – сталь 45.

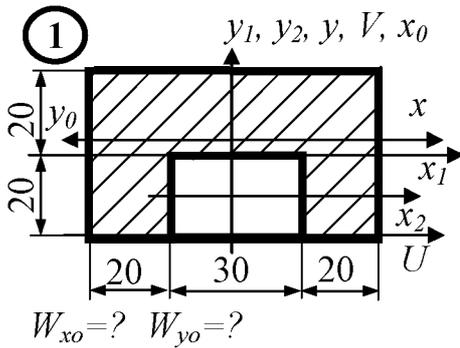
27

Скоба динамометра квадратного поперечного сечения при изменении усилия сжимается силами  $F$ . Определить в общем виде зависимость между силой и сближением концов скобы  $A$  и  $B$ .

28

Для данной балки назначить диаметр круглого поперечного сечения, если  $q = 30\text{ кН/м}$ ,  $l_1 = 2\text{ м}$ ,  $l_2 = 2,5\text{ м}$ .  
Материал балки – сталь 30ХГСА.

## Примеры выполнения самостоятельной работы



1. Делим сложное сечение на простые и определяем площади и моменты инерции составных элементов относительно собственных центральных осей

$$A^I = b_1 \cdot h_1 = 7 \cdot 4 = 28,0 \text{ см}^2;$$

$$J_{x_1}^I = \frac{b_1 \cdot h_1^3}{12} = \frac{7 \cdot 4^3}{12} = 37,33 \text{ см}^4;$$

$$J_{y_1}^I = \frac{h_1 \cdot b_1^3}{12} = \frac{4 \cdot 7^3}{12} = 114,33 \text{ см}^4;$$

$$J_{x_1 y_1}^I = 0.$$

$$A^{II} = b_2 \cdot h_2 = 3 \cdot 2 = 6,00 \text{ см}^2; \quad J_{x_2}^{II} = \frac{b_2 \cdot h_2^3}{12} = \frac{3 \cdot 2^3}{12} = 2,00 \text{ см}^4;$$

$$J_{y_2}^{II} = \frac{h_2 \cdot b_2^3}{12} = \frac{2 \cdot 3^3}{12} = 4,50 \text{ см}^4; \quad J_{x_2 y_2}^{II} = 0.$$

2. Определяем координаты центра тяжести всего сечения относительно произвольных осей U, V.

$$U_c = 0; \quad V_c = \frac{A^I \cdot V_c^I - A^{II} \cdot V_c^{II}}{A^I - A^{II}} = \left| \begin{array}{l} V_c^I = 2,00 \text{ см}; \\ V_c^{II} = 1,00 \text{ см}. \end{array} \right| = \frac{28 \cdot 2 - 6 \cdot 1}{28 - 6} = 2,2727 \text{ см}.$$

проводим центральные оси  $x, y$ .

3. Определяем моменты инерции всего сечения относительно центральных осей  $x, y$

$$J_x = J_x^I - J_x^{II} = J_{x_1}^I + b_1^2 \cdot A^I - \left( J_{x_2}^{II} + b_1^2 \cdot A^I \right) = \left| \begin{array}{l} b_1 = V_c^I - V_c = 2 - 2,2727 = -0,2727 \text{ см}; \\ b_1 = V_c^{II} - V_c = 1 - 2,2727 = -1,2727 \text{ см}. \end{array} \right| =$$

$$= 37,33 + 0,2727^2 \cdot 28 - \left( 2 + 1,2727^2 \cdot 6 \right) = 27,70 \text{ см}^4;$$

$$J_y = J_y^I - J_y^{II} = J_{y_1}^I + J_{y_2}^{II} = 114,33 - 4,5 = 108,83 \text{ см}^4; \quad J_{xy} = 0.$$

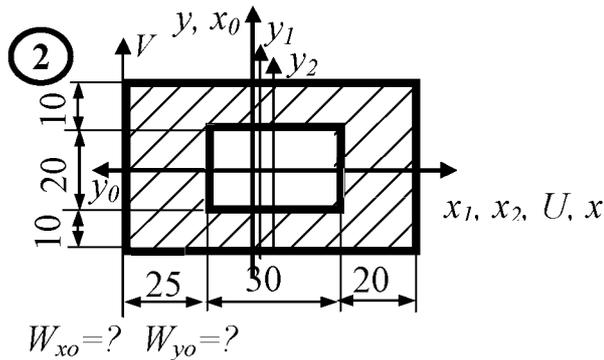
Следовательно, центральные оси являются главными и  $J_{x_0} = 108,33 \text{ см}^4; \quad J_{y_0} = 27,7 \text{ см}^4$ .

4. Определяем координаты наиболее удаленных от главных осей точек сечения.

$$\text{Из рисунка видно, что } |x_0|_{\text{наиб}} = 3,50 \text{ см}; \quad |y_0|_{\text{наиб}} = 2,2727 \text{ см}.$$

5. Определяем главные моменты сопротивления сечения при изгибе

$$W_{x_0} = \frac{J_{x_0}}{|y_0|_{\text{наиб}}} = \frac{108,33}{3,5} = 30,95 \text{ см}^3; \quad W_{y_0} = \frac{J_{y_0}}{|x_0|_{\text{наиб}}} = \frac{27,7}{2,2727} = 12,19 \text{ см}^3.$$



1. Делим сложное сечение на простые и определяем площади и моменты инерции составных элементов относительно собственных центральных осей

$$A^I = b_1 \cdot h_1 = 7,5 \cdot 4 = 30,0 \text{ см}^2;$$

$$J_{x_1}^I = \frac{b_1 \cdot h_1^3}{12} = \frac{7,5 \cdot 4^3}{12} = 40,00 \text{ см}^4;$$

$$J_{y_1}^I = \frac{h_1 \cdot b_1^3}{12} = \frac{4 \cdot 7,5^3}{12} = 140,63 \text{ см}^4;$$

$$J_{x_1 y_1}^I = 0.$$

$$A^{II} = b_2 \cdot h_2 = 3 \cdot 2 = 6,00 \text{ см}^2; \quad J_{x_1}^{II} = \frac{b_2 \cdot h_2^3}{12} = \frac{3 \cdot 2^3}{12} = 2,00 \text{ см}^4;$$

$$J_{y_1}^{II} = \frac{h_2 \cdot b_2^3}{12} = \frac{2 \cdot 3^3}{12} = 4,50 \text{ см}^4; \quad J_{x_2 y_2}^{II} = 0.$$

2. Определяем координаты центра тяжести всего сечения относительно произвольных осей  $U, V$ .

$$U_c = \frac{A^I \cdot U_c^I - A^{II} \cdot U_c^{II}}{A^I - A^{II}} = \left| \begin{array}{l} U_c^I = 3,75 \text{ см}; \\ U_c^{II} = 4,00 \text{ см}. \end{array} \right| = \frac{30 \cdot 3,75 - 6 \cdot 4}{30 - 6} = 3,6875 \text{ см}; \quad V_c = 0.$$

проводим центральные оси  $x, y$ .

3. Определяем моменты инерции всего сечения относительно центральных осей  $x, y$

$$J_x = J_x^I - J_x^{II} = J_{x_1}^I - J_{x_2}^{II} = 40 - 2 = 38,00 \text{ см}^4;$$

$$J_y = J_y^I - J_y^{II} = J_{y_1}^I + a_1^2 \cdot A^I - \left( J_{y_2}^{II} + a_1^2 \cdot A^{II} \right) = \left| \begin{array}{l} a_1 = U_c^I - U_c = 3,75 - 3,6875 = 0,0625 \text{ см}; \\ a_1 = U_c^{II} - U_c = 4 - 3,6875 = 0,3125 \text{ см}. \end{array} \right| =$$

$$= 140,63 + 0,0625^2 \cdot 30 - (2 + 0,3125^2 \cdot 6) = 138,16 \text{ см}^4; \quad J_{xy} = 0.$$

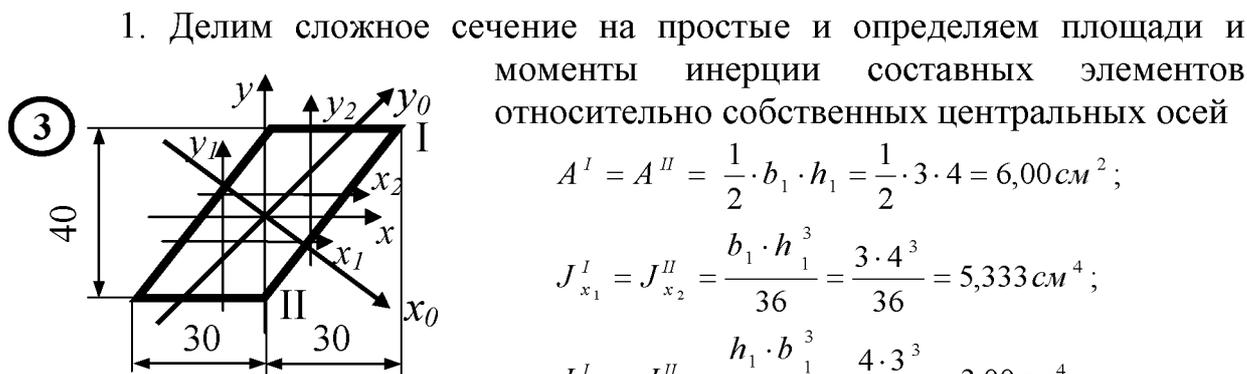
Следовательно, центральные оси являются главными и  $J_{x_0} = 138,16 \text{ см}^4; \quad J_{y_0} = 38,00 \text{ см}^4.$

4. Определяем координаты наиболее удаленных от главных осей точек сечения.

$$\text{Из рисунка видно, что } |y_0|_{\text{наиб}} = 7,5 - 3,6875 = 3,8125 \text{ см}; \quad |x_0|_{\text{наиб}} = 2,00 \text{ см}.$$

5. Определяем главные моменты сопротивления сечения при изгибе

$$W_{x_0} = \frac{J_{x_0}}{|y_0|_{\text{наиб}}} = \frac{138,16}{3,8125} = 36,24 \text{ см}^3; \quad W_{y_0} = \frac{J_{y_0}}{|x_0|_{\text{наиб}}} = \frac{38}{2} = 19,00 \text{ см}^3.$$



$$A^I = A^{II} = \frac{1}{2} \cdot b_1 \cdot h_1 = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 = 6,00 \text{ см}^2;$$

$$J_{x_1}^I = J_{x_2}^{II} = \frac{b_1 \cdot h_1^3}{36} = \frac{3 \cdot 4^3}{36} = 5,333 \text{ см}^4;$$

$$J_{y_1}^I = J_{y_2}^{II} = \frac{h_1 \cdot b_1^3}{36} = \frac{4 \cdot 3^3}{36} = 3,00 \text{ см}^4;$$

$$J_{x_1 y_1}^I = J_{x_2 y_2}^{II} = \frac{h_1^2 \cdot b_1^2}{72} = \frac{4^2 \cdot 3^2}{72} = 2,00 \text{ см}^4.$$

2. Определяем координаты центра тяжести всего сечения относительно произвольных осей U, V.

Вследствие симметрии положение центра тяжести всего сечения известно. проводим центральные оси x, y.

3. Определяем моменты инерции всего сечения относительно центральных осей x, y

$$J_x = J_x^I + J_x^{II} = J_{x_1}^I + b_1^2 \cdot A^I + J_{x_2}^{II} + b_2^2 \cdot A^{II} = \left| -b_1 = b_2 = \frac{h_1}{2} - \frac{h_1}{3} = \frac{h_1}{6} = \frac{4}{6} = 0,6667 \text{ см} \right| =$$

$$= 2 \cdot (5,333 + 0,6667^2 \cdot 6) = 16,00 \text{ см}^4;$$

$$J_y = J_y^I - J_y^{II} = J_{y_1}^I + a_1^2 \cdot A^I + J_{y_2}^{II} + a_2^2 \cdot A^{II} = \left| -a_1 = a_2 = \frac{b_1}{3} = \frac{3}{3} = 1,000 \text{ см} \right| =$$

$$= 2 \cdot (3 + 1,00^2 \cdot 6) = 18,00 \text{ см}^4;$$

$$J_{xy} = 2 \cdot (J_{x_1 y_1}^I + a_1 \cdot b_1 \cdot A^I) = 2 \cdot (2 + 1,0 \cdot 0,6667 \cdot 6) = 12,00 \text{ см}^4.$$

4. Определяем главные моменты инерции сечения и положение главных осей аналитическим методом

$$J_{x_0, y_0} = \frac{J_x + J_y}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(J_x - J_y)^2 + 4 \cdot J_{xy}^2} = \frac{16 + 18}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(16 - 18)^2 + 4 \cdot 12^2} = 17 \pm 12,04;$$

$$J_{x_0} = 17 + 12,04 = 29,04 \text{ см}^4; \quad J_{y_0} = 17 - 12,04 = 4,96 \text{ см}^4;$$

$$\operatorname{tg} \alpha = -\frac{J_{xy}}{J_x - J_{y_0}} = -\frac{12}{16 - 4,96} = 1,087; \quad \alpha_0 = 47,39^\circ.$$

5. Определяем координаты наиболее удаленных от главных осей точек сечения.

$$I: x = 3,00 \text{ см}; \quad y = 2,00 \text{ см};$$

$$y_0 = y \cdot \cos \alpha_0 - x \cdot \sin \alpha_0 = 2 \cdot \cos(-47,39^\circ) - 3 \cdot \sin(-47,39^\circ) = 3,68 \text{ см}.$$

$$II: x = 0; \quad y = -2,00 \text{ см};$$

$$x_0 = x \cdot \cos \alpha_0 + y \cdot \sin \alpha_0 = 0 - 2 \cdot \sin(-47,39^\circ) = 1,47 \text{ см}.$$

5. Определяем главные моменты сопротивления сечения при изгибе

$$W_{x_0} = \frac{J_{x_0}}{|y_0|_{\text{наиб}}} = \frac{29,04}{3,68} = 7,89 \text{ см}^3; \quad W_{y_0} = \frac{J_{y_0}}{|x_0|_{\text{наиб}}} = \frac{4,96}{1,47} = 2,92 \text{ см}^3.$$