

УДК 517.928

ИССЛЕДОВАНИЕ СИНГУЛЯРНО ВОЗМУЩЕННОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ЭПИДЕМИОЛОГИИ

© Тельнова К.С., Щепакина Е.А.

e-mail: telnova.ksjukha2010@yandex.ru

*Самарский национальный исследовательский университет
имени академика С.П.Королева, г. Самара, Российская Федерация*

В данной работе была исследована динамическая модель эпидемии туберкулёза [1, 2]. Одним из наиболее эффективных методов решения таких задач является построение и исследование математической модели, описывающей процессы распространения инфекции в популяции, развития заболевания и воздействие противотуберкулезных мероприятий, на основании которых разрабатываются эффективные методы борьбы. Так как в исходной математической модели нет четкого разделения на быстрые и медленные переменные, то она была приведена к безразмерному виду [3]:

$$\begin{aligned}\frac{dx_1}{d\tau} &= B(1 - x_1) + (1 - m)y_1 - n \frac{x_1 x_2}{x_1 + x_2}, \\ \frac{dx_2}{d\tau} &= (1 - m)y_2 - (1 + B)x_2 - n \frac{x_2^2}{x_1 + x_2}, \\ \varepsilon \frac{dy_1}{d\tau} &= -y_1 + n \frac{x_1 x_2}{x_1 + x_2}, \\ \varepsilon \frac{dy_2}{d\tau} &= m y_1 - (1 - m)y_2 + n \frac{x_2^2}{x_1 + x_2}, \\ \varepsilon \frac{dy_3}{d\tau} &= x_2 - (1 - m)y_3,\end{aligned}$$

где x_1 соответствует популяции чувствительных лиц, не принадлежащих к кластеру, x_2 популяции латентно инфицированных лиц, не принадлежащих к кластеру, y_1 отражает популяцию восприимчивых людей в кластере, y_2 – популяцию латентно инфицированных, а y_3 – популяцию инфицированных лиц, принадлежащих к кластеру, τ – безразмерное время.

В данной работе исследование проводится с помощью методов качественной и численной теории сингулярных возмущений [4]. С помощью метода интегральных многообразий была обоснована редукция исходной модели, в результате которой вместо исходной системы из пяти дифференциальных уравнений была получена система из двух уравнений. В силу устойчивости медленного интегрального многообразия редукция была осуществлена корректно. Были определены условия, при которых в системе есть глобальная асимптотическая устойчивость положения равновесия.

Библиографический список

1. Song, B. Tuberculosis models with fast and slow dynamics: the role of close and casual contacts [Text]/ Baojun Song, Carlos Castillo-Chavez, Juan Pablo Aparicio. Mathematical Biosciences. – 2002.– Vol. 180. – P. 187–205.
2. Castillo-Chavez, C. Dynamical models of tuberculosis and their applications[Text]/ Carlos Castillo-Chavez, Baojun Song. Mathematical Biosciences.– 2004. – Vol. 1, No. 2. – P. 361–404.
3. Марри, Д. Нелинейные дифференциальные уравнения в биологии. Лекции о моделях [Текст]/ Д. Марри. – М.: Мир, 1980. – 368 с.
4. Соболев, В. А. Редукция моделей и критические явления в макрокинетике [Текст]/ В. А. Соболев, Е.А. Щепакина. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2010. – 320 с.