

УДК 531.36

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ЖИДКОГО ТОПЛИВА НА ОРИЕНТАЦИОННОЕ ДВИЖЕНИЕ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА

Ахмадуллин И. И., Алексеев А. В.

Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика
С. П. Королёва (национальный исследовательский университет), г. Самара

При исследовании динамики космического аппарата (КА) с жидким топливом относительно центра масс его заменяют механической системой, состоящей из твёрдого тела произвольной формы с полостью, целиком или частично заполненной жидкостью. Исследование влияния жидкого топлива на движение КА относительно центра масс является весьма актуальной задачей, которая связана с всё более возрастающими требованиями к учёту различных возмущений, действующих на КА.

В классической механике движения твёрдых тел относительно неподвижной точки большое внимание уделяется так называемым интегрируемым случаям Эйлера, Лагранжа и Ковалевской, в которых уравнения движения имеют первые интегралы, позволяющие сократить порядок дифференциальности системы до единицы. В данной работе ставится задача определения влияния жидкого топлива, находящегося в баке КА, на его движение в особых случаях динамических форм.

В работе осуществляется математическое моделирование движения космического аппарата с полостью, целиком заполненной вязкой жидкостью, относительно неподвижной точки. При этом получены динамические уравнения:

$$A\dot{p} + (C - B)qr = M_x + m_x; \quad B\dot{q} + (A - C)pr = M_y + m_y; \quad C\dot{r} + (B - A)pq = M_z + m_z,$$

где A, B, C – моменты инерции тела относительно осей связанной системы координат (ССК), совпадающие с главными осями инерции, начало системы координат совпадает с неподвижной точкой; p, q, r – проекции вектора угловой скорости на оси ССК; $\mathbf{M} = (M_x, M_y, M_z)$ – момент внешних сил относительно неподвижной точки; $\mathbf{m} = (m_x, m_y, m_z)$ – момент, характеризующий влияние вязкой жидкости на движение твёрдого тела [1].

Для наглядности влияния жидкости, находящейся в полости, на рисунке 1 представлены графики зависимостей параметров движения от времени, полученные для твёрдого тела с жидкостью и без неё.

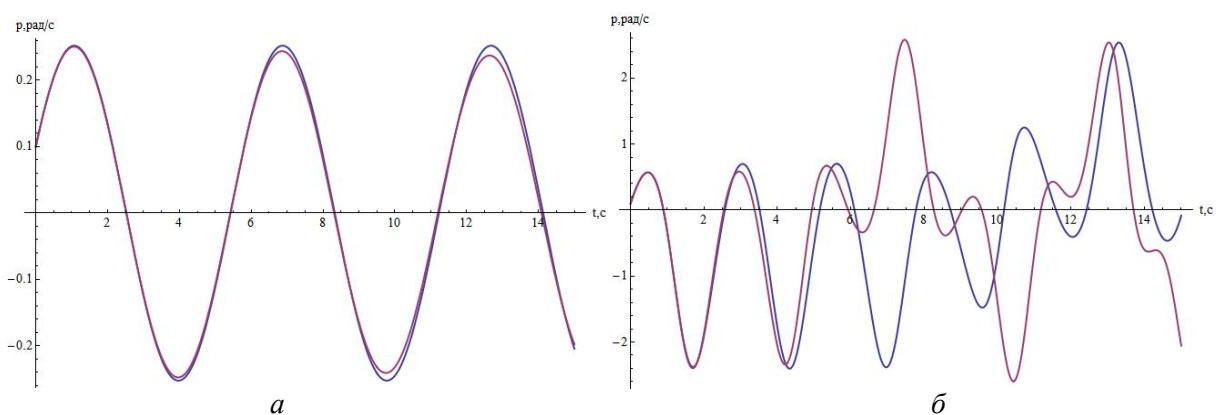


Рис. 1. Зависимости проекции p угловой скорости ССК от времени:

а – для случая Эйлера, б – для случая Лагранжа

(— с жидкостью, - - - без жидкости)

Для случая движения твёрдого тела относительно центра масс, совпадающего с началом отсчёта ССК, когда рассматриваемое тело является динамически симметричным, получены аналитические зависимости параметров движения от времени методом Пуанкаре [2]:

$$p(t) = C_1 \sin(kt) + C_2 \cos(kt) + \frac{\varepsilon}{k} [C_3 \sin(-kt) - C_4 \cos(-kt)] + \frac{\varepsilon^2}{k} \left[\left(\frac{M_1 t + H_1}{N} + \frac{2M_2 k}{N^2} + C_2 \right) \cos(kt) - \left(\frac{M_2 t + H_2}{N} - \frac{2M_1 k}{N^2} + C_1 \right) \sin(kt) + \left(\frac{U_1 t}{2(N-3k^2)} + \frac{2U_2 k}{(N-3k^2)^2} \right) \cos(2kt) - \left(\frac{U_2 t}{2(N-3k^2)} - \frac{2U_1 k}{(N-3k^2)^2} \right) \sin(2kt) \right],$$

$$q(t) = C_3 \cos(-kt) + C_4 \sin(-kt) + \varepsilon \left[\left(\frac{M_1 t + H_1}{N} + \frac{2M_2 k}{N^2} + C_2 \right) \sin(kt) + \left(\frac{M_2 t + H_2}{N} - \frac{2M_1 k}{N^2} + C_1 \right) \cos(kt) + \left(\frac{U_1 t}{N-3k^2} + \frac{4U_2 k}{(N-3k^2)^2} \right) \sin(2kt) + \left(\frac{U_2 t}{N-3k^2} - \frac{4U_1 k}{(N-3k^2)^2} \right) \cos(2kt) \right],$$

$$r(t) = r_0 + \varepsilon \frac{r_0}{A} (A - C)(C_1^2 + C_2^2)t,$$

где $C_1, C_2, C_3, C_4, M_1, M_2, H_1, H_2, U_1, U_2, U_3, N$ – постоянные коэффициенты, зависящие от параметров системы и начальных условий.

На рисунке 2 представлены зависимости проекции угловой скорости от времени, полученные численным интегрированием и с помощью аналитического решения.

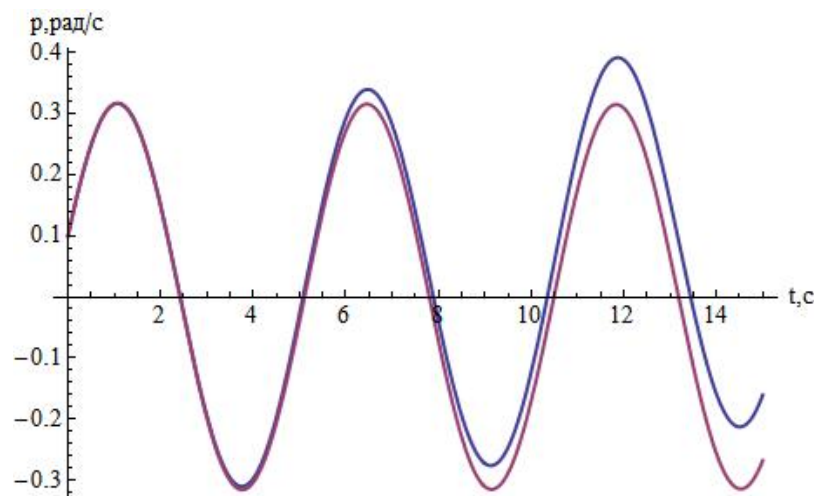


Рис. 2. Зависимость проекции p угловой скорости от времени для случая Эйлера-Лагранжа (— — численное интегрирование, — — аналитическое решение)

Из графика видно, что аналитическое решение довольно хорошо совпадает с численным на начальном интервале времени, что соответствует теории метода Пуанкаре.

Библиографический список

1. Черноусько, Ф. Л. Движение твёрдого тела с полостями, содержащими вязкую жидкость [Текст] / Ф.Л. Черноусько – М.: Изд. ВЦ АН СССР, 1968. – 250 с.
2. Моисеев, Н. Н. Асимптотические методы нелинейной механики [Текст] / Н.Н. Моисеев // М.: Наука. – 1969. – 380 с.