

УДК 535.42

**ТЕОРЕМЫ ОБ ОРБИТАЛЬНОМ УГЛОВОМ МОМЕНТЕ
СУПЕРПОЗИЦИЙ ОДИНАКОВЫХ ОПТИЧЕСКИХ ВИХРЕЙ,
СМЕЩЁННЫХ С ОПТИЧЕСКОЙ ОСИ**

Калинкина Д. С.^{1,2}, Ковалёв А. А.^{1,2}

¹Институт систем обработки изображений Российской академии наук, г. Самара,

²Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика
С. П. Королёва (национальный исследовательский университет), г. Самара

Данная работа посвящена исследованию лазерных пучков, обладающих орбитальным угловым моментом (ОУМ). Такие пучки нашли применение в манипуляции микрообъектами, квантовых телекоммуникациях, микроскопии, интерферометрии, метрологии. Недавний обзор работ по ОУМ приведён в [1].

Целью работы является исследование условий, при которых суперпозиция одинаковых радиально-симметричных оптических вихрей, смещённых с оптической оси, обладает тем же ОУМ, что и каждый отдельный оптический вихрь, входящий в суперпозицию. Для нахождения этих условий было получено аналитическое выражение, связывающее угловые спектры плоских волн всей суперпозиции и каждого отдельного входящего в неё оптического вихря. Анализ полученного выражения показал, что ОУМ всей суперпозиции равен ОУМ отдельного вихря в двух возможных случаях, каждый из которых был сформулирован в виде теоремы.

Теорема 1. Пусть световой пучок является суперпозицией смещённых с оптической оси одинаковых оптических вихрей n -го порядка с произвольной радиальной формой, причем все весовые коэффициенты суперпозиции вещественны, а смещение каждого пучка произвольно. Тогда нормированный ОУМ всей суперпозиции равен ОУМ одного пучка $J_z/I = n$.

Теорема 2. Пусть световой пучок является суперпозицией смещённых с оптической оси одинаковых оптических вихрей n -го порядка с произвольной радиальной формой, причем центры всех оптических вихрей находятся на одной прямой, проходящей через начало координат. Тогда нормированный ОУМ всей суперпозиции равен ОУМ одного пучка $J_z/I = n$.

При численном моделировании были рассмотрены четыре различных вида оптических вихрей с топологическим зарядом n : бездифракционные моды Бесселя [2], непараксиальные пучки Ханкеля-Бесселя [3], параксиальные пучки Бесселя-Гаусса [4] и параксиальные моды Лагерра-Гаусса [5].

На рис. 1 показаны интенсивности и фазы суперпозиций трёх пучков с центрами в вершинах правильного треугольника. Все три пучка имеют топологический заряд $n = 7$. Расчёт показал, что ОУМ J_z , нормированный на мощность пучка I , для всех четырёх пучков примерно равен 7, несмотря на различие дифракционных картин.

На рис. 2 *а, б* показаны интенсивность и фаза суперпозиции из пяти мод Лагерра-Гаусса порядка $(n, m) = (7, 2)$, расположенных на прямой $y = 0,4x$ в точках с координатами $x_m = [-12, -6, 0, 6, 12]\lambda$, $y_m = 0,4x_m$, $m = 0, \dots, 4$, с параметрами $\lambda = 532$ нм, $w = \lambda$, вектор весовых коэффициентов $C_m = \exp(2\pi im/5)$, размер расчётной области $2R = 40\lambda$ (т.е. $-R \leq x, y \leq R$). На рис. 2 *в, г* показаны интенсивность и фаза суперпозиции из пяти пучков Бесселя-Гаусса 7-го порядка, расположенных в этих же точках, что и на рис. 2 *а, б* (т.е. на прямой $y = 0,4x$ в точках с координатами $x_m = [-12, -6, 0, 6, 12]\lambda$, $y_m = 0,4x_m$, $m = 0, \dots, 4$), с параметрами $\lambda = 532$ нм, $w = 2\lambda$, $\alpha = 2/\lambda$, вектор весовых коэффициентов $C_m = \exp(2\pi im/5)$, размер расчётной области $2R = 40\lambda$ (т.е. $-R \leq x, y \leq R$). При расчёте нормированный ОУМ J_z/I обоих пучков на рис. 2 также оказался равен 7.

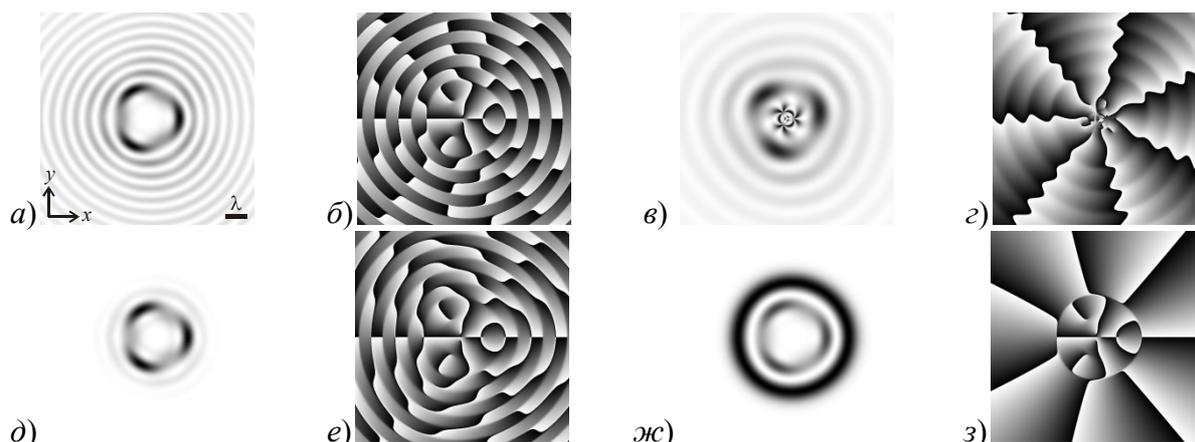


Рис. 1. Интенсивность (а, в, д, ж) и фаза (б, г, е, з) суперпозиций трёх вихревых пучков (длина волны $\lambda = 532$ нм), расположенных в точках с координатами $x_p = R_0 \cos \varphi_p$, $y_p = R_0 \sin \varphi_p$ ($R_0 = 0,3\lambda$, $\varphi_p = 2\pi p/3$, $p = 0, 1, 2$), и имеющих топологический заряд, равный 7: мод Бесселя (а, б), пучков Ханкеля-Бесселя (в, г), пучков Бесселя-Гаусса (д, е) и пучков Лагерра-Гаусса (ж, з).

Вектор весовых коэффициентов в каждой суперпозиции равен $C = (1, 1, 1)$, размер расчётной области $2R = 10\lambda$. Масштабирующий множитель пучков Бесселя и Бесселя-Гаусса (а, б, д, е) $\alpha = 6/\lambda$. Радиус перетяжки Гауссова пучка равен $w = 2\lambda$ (д, е) и $w = \lambda$ (ж, з). Индекс моды Лагерра-Гаусса (ж, з): $(n, m) = (7, 1)$

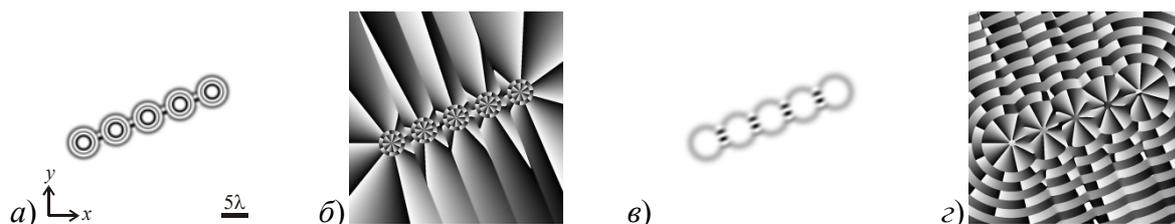


Рис. 2. Интенсивность (а, в) и фаза (б, д) суперпозиции пяти мод Лагерра-Гаусса (а, б) и пучков Бесселя-Гаусса (в, г). Параметры мод Лагерра-Гаусса: порядок $(n, m) = (7, 2)$, радиус перетяжки $w = \lambda$. Параметры пучков Бесселя-Гаусса: порядок $n = 7$, радиус перетяжки $w = 2\lambda$, масштабирующий множитель $\alpha = 2/\lambda$. Все пучки имеют длину волны $\lambda = 532$ нм, центры расположены на прямой $y = 0,4x$ в точках с координатами $x_m = [-12, -6, 0, 6, 12]\lambda$, $y_m = 0,4x_m$, $m = 0, \dots, 4$, вектор весовых коэффициентов в суперпозиции $C_m = \exp(2\pi i m/5)$, размер расчётной области $2R = 40\lambda$

Доказанные теоремы позволяют с помощью любого числа одинаковых радиально-симметричных вихревых пучков, путем подбора весовых коэффициентов и величины смещения каждого пучка с оптической оси, формировать новые пучки с разным распределением интенсивности (в том числе и не радиально-симметричным), но обладающие одинаковым нормированным ОУМ.

Библиографический список

1. Yao, A.M. Orbital angular momentum: origins, behavior and applications / A.M. Yao, M.J. Padgett // *Advances in Optics and Photonics*. – 2011. – Vol. 3. – P. 161-204.
2. Durnin, J. Exact solution for nondiffractive beams. I. The scalar theory / J. Durnin // *Journal of the Optical Society of America A*. – 1987. – Vol. 4. – No. 4. – P. 651-654.
3. Kotlyar, V.V. Hankel-Bessel laser beams / V.V. Kotlyar, A.A. Kovalev, V.A. Soifer // *Journal of the Optical Society of America A*. – 2012. – Vol. 29. – No. 5. – P. 741-747.
4. Gori, F. Bessel-Gauss beams / F. Gori, G. Guattari, C. Padovani // *Optics Communications*. – 1987. – Vol. 64. – P. 491-495.
5. Allen, L. Orbital angular momentum of light and the transformation of Laguerre-Gaussian laser modes / L. Allen, M.W. Beijersbergen, R.J.C. Spreeuw, J.P. Woerdman // *Physical Review A*. – 1992. – Vol. 45. – P. 8185-8189.