

УДК 517.95

ЗАДАЧА О КОЛЕБАНИИ ТОНКОГО СТЕРЖНЯ С НЕЛОКАЛЬНЫМ ДИНАМИЧЕСКИМ УСЛОВИЕМ

© Богатов А.В., Пулькина Л.С.

*Самарский национальный исследовательский университет
имени академика С.П. Королева, г. Самара, Российская Федерация*

e-mail: andrebogato@mail.ru

В данной работе рассмотрена задача с динамическим условием для одномерного гиперболического уравнения, возникающая при исследовании колебаний стержня. Получены условия на входные данные, обеспечивающие однозначную разрешимость поставленной задачи, проведено доказательство существования и единственности решения задачи.

Строительные конструкции и сооружения в значительной степени подвержены как природным, так и техногенным динамическим воздействиям, к которым можно отнести ветровые и сейсмические воздействия, нагрузки от оборудования, движущегося транспорта, пешеходов.

Энергия колебаний инженерных систем постепенно рассеивается за счет внутреннего трения в материале и внешнего сопротивления, что, безусловно, влияет на их колебательный процесс, а снижение интенсивности внешних динамических воздействий приводит к затуханию колебаний. Для обеспечения безаварийной работы инженерных систем необходимо проводить динамические расчеты конструкций и сооружений, выявлять их динамические характеристики. Также стоит отметить, что необходимо учитывать влияние эффекта внутреннего демпфирования, которое гасит колебания за счет трения в материале и тем самым влияет на общий колебательный процесс. И если уже известно, как учитывать эффекты внешнего трения (внешнее гашение колебаний), то задача учета внутреннего трения до сих пор не имеет однозначного решения. Переходя к математическим терминам, мы получаем задачу с нелокальными условиями, которая описывает модель внутреннего трения (нелокального демпфирования материала).

Математическая модель поставленной задачи имеет вид.

В области $Q_T = (0, l) \times (0, T)$ найти решение уравнения

$$u_{tt} - (au_x)_x + bu_t + cu = f,$$

удовлетворяющее начальным данным

$$u(x, 0) = 0, u_t(x, 0) = 0,$$

и условиям:

$$u_x(0, t) = 0, \\ u_x(l, t) + \gamma u_t(l, t) + \int_0^l K(x) u_t(x, t) dx = 0.$$

В современной теории дифференциальных уравнений задачи с нелокальными условиями представляют собой довольно развивающееся направление. Исследования нелокальных задач показали, что классические подходы к их решению неприменимы [1]. Однако к настоящему времени разработаны некоторые методы, позволяющие преодолеть трудности, возникающие вследствие нелокальных условий [2]. Модификацией одного из них мы и воспользовались для доказательства однозначной разрешимости поставленной задачи в пространстве Соболева [3].

Библиографический список

1. Пулькина Л.С. Задачи с неклассическими условиями для гиперболических уравнений. Самара: Самарский университет, 2012. 192 с.
2. Pulkina L.S. Solution to nonlocal problems of pseudohyperbolic equations // EJDE. 2014. Vol. 116. P. 1–9.
3. Ладыженская О.А. Краевые задачи математической физики. М.: Наука, 1973. 408 с.