

# ДИНАМИКА НЕСИММЕТРИЧНОЙ ИНЕРТНОЙ МАССЫ НА НЕТОЧНОМ ВРАЩАЮЩЕМСЯ ШАРИКОПОДШИПНИКЕ

Курушин М.И., Курушин А.М.  
Самарский аэрокосмический университет, г. Самара

Целью исследования является: создание упругой и математической моделей динамики несимметричной инертной массы на неточном вращающемся смазываемом шариковом подшипнике со змейковым сепаратором для лабораторной установки по исследованию сопротивления вращению шарикоподшипника при комбинированном нагружении и различных частотах вращения его - рис.1.

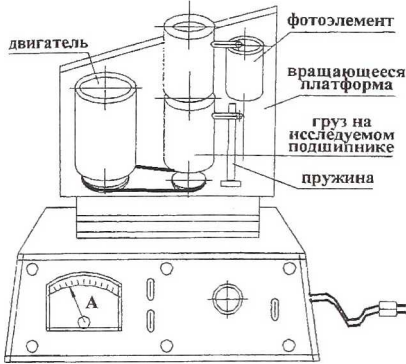


Рис.1.

Установка для исследования динамики несимметричной массы на шарикоподшипнике

Экспериментально было замечено, что при добавлении груза на имеющийся уже груз при стандартных испытаниях работа установки становилась неустойчивой и при определенных частотах вращения

она вошла в резонанс, и добавочный груз соскальзывал с основного груза. Чтобы разобраться в этом факте, нами была составлена упругая модель установки рис.4, как одномассовой несимметричной системы на упругости смазываемого неточного вращающегося шарикового подшипника качения в режиме контактно- гидродинамической кинематики движения его элементов (тел

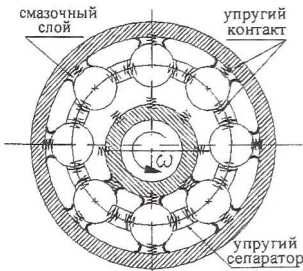


Рис.3.

Упругая контактно-гидродинамическая модель подшипника качения

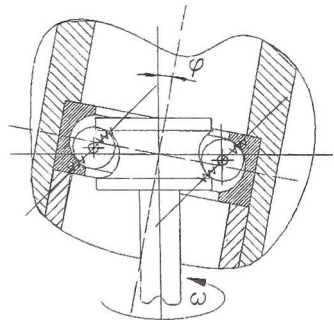


Рис.2.

Масса на шарикоподшипнике

она вошла в резонанс, и добавочный груз соскальзывал с основного груза. Чтобы разобраться в этом факте, нами была составлена упругая модель установки рис.4, как одномассовой несимметричной системы на упругости смазываемого неточного вращающегося шарикового подшипника качения в режиме контактно- гидродинамической кинематики движения его элементов (тел

качения и сепаратора) –рис-3 и рис.4.

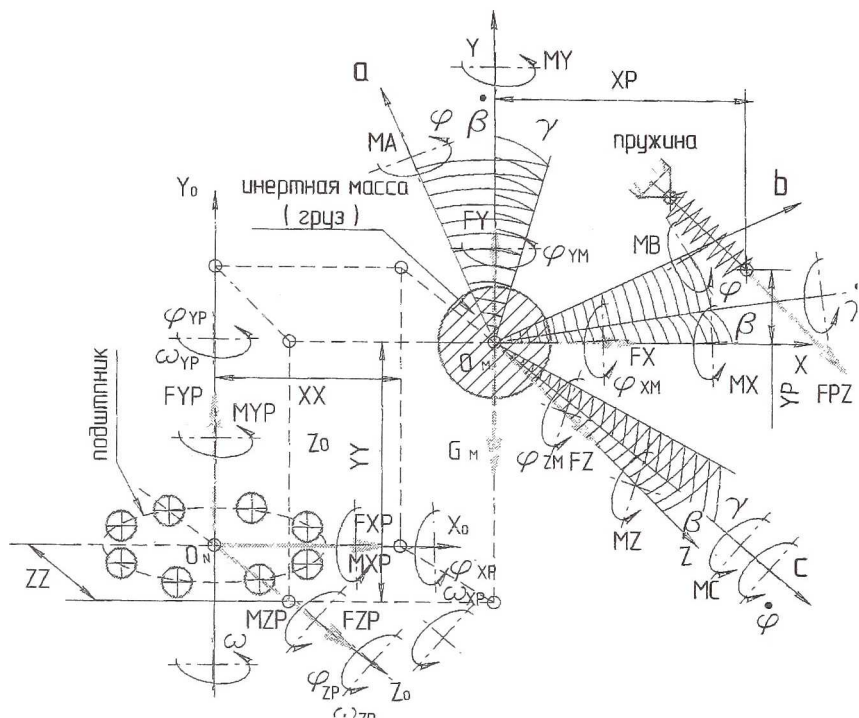


Рис.4.

### Упругая модель установки с несимметричной массой на одном шарикоподшипнике

Математическая модель такой упругой системы базируется на разработанной авторами методе расчета динамики подшипника качения с учетом влияния смазки при качении, которая хорошо согласуется с результатами экспериментов и мы ее в виду громоздкости и математической сложности кратко иллюстрируем только рисунками и комментариями к ним. На рис.5 показаны геометрические условия совместности деформаций в контакте шарика с внутренним кольцом с учетом влияния толщины смазочного слоя. На рис.6 показана система координат для шарика в подшипнике при описании его движения по динамическим уравнениям Эйлера как свободного контактно-упругого тела с шестью степенями свободы. На рис. 7 и 8 показаны зависимости для определения контактно-гидродинамических параметров в контактах шаров с кольцами подшипника.

На рис.9 показаны контактно-геометрические условия совместности де

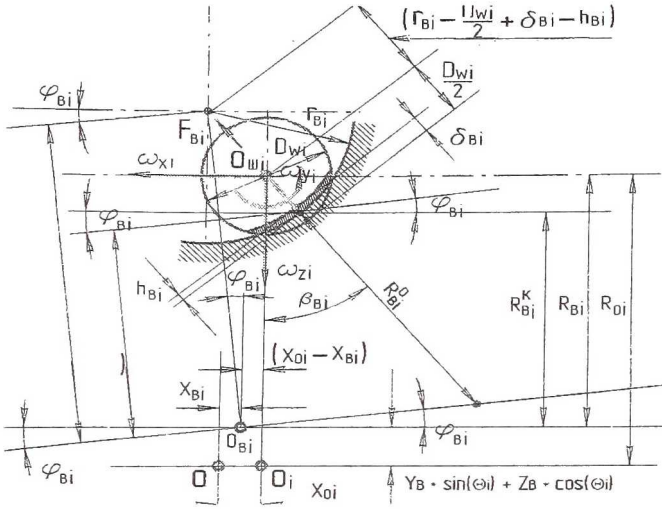


Рис 5.

Геометрические условия совместности деформаций шарика с внутренним кольцом подшипника

формаций шара и сепаратора в одной из позиций.

Математическая модель описания движения несимметричной инертной массы с шестью степенями свободы на подшипнике качения и с опиранием в окружном направлении на пружину прибора (рис.1 и рис.2) следующая:

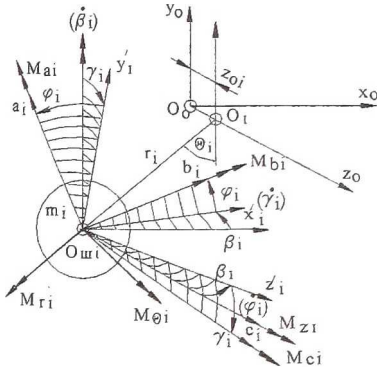


Рис.6.

Система координат для описания движения шарика в подшипнике как свободного контактно-упругого тела с шестью степенями свободы

математическая модель описания движения несимметричной инертной массы с шестью степенями свободы на подшипнике качения и с опиранием в окружном направлении на пружину прибора (рис.1 и рис.2) следующая:

- $X_0, Y_0, Z_0$ -абсолютная декартова система координат;
- $X, Y, Z$ - переносная декартова система координат;
- $a, b, c$ - связанная с массой система координат (главные центральные оси инерции);
- $XX, YY, ZZ$ -смещения центра массы (переносной декартовой системы координат) относительно абсолютной декартовой системы координат;
- Дифференциальные уравнения переносного движения центра массы в прямо-

угольной системе координат  
 $m \cdot d^2x/dt^2 = F_x - \lambda_x \cdot V_x$ ;  $m \cdot d^2y/dt^2 = F_y - \lambda_y \cdot V_y$ ;  $m \cdot d^2z/dt^2 = F_z - \lambda_z \cdot V_z$ .  
 Дифференциальные уравнения относительного вращения груза вокруг центра массы ( по Эйлеру)

$$J_a \cdot d\omega_a/dt + (J_b - J_c) \cdot \omega_c \cdot \omega_b = M_a; \quad J_b \cdot d\omega_b/dt + (J_c - J_a) \cdot \omega_a \cdot \omega_c = M_b;$$

$$J_c \cdot d\omega_c/dt + (J_a - J_b) \cdot \omega_a \cdot \omega_b = M_c.$$

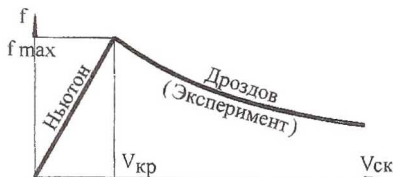


Рис.7.

Коэффициенты трения в контактах тел качения с кольцами в зависимости от скоростей скольжения

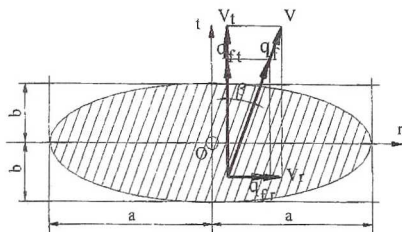


Рис.8.

Составляющие скоростей скольжения в контакте шара с кольцами

Кинематические соотношения (по Эйлеру)

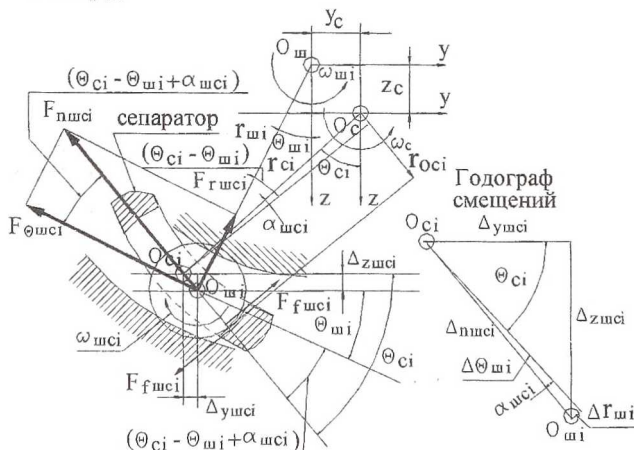


Рис.9.

Геометрические условия совместности деформаций шарика и змейкового сепаратора.

$$d\beta/dt = (\omega_a \cdot \cos \varphi + \omega_b \cdot \sin \varphi) / \cos \gamma$$

$$d\gamma/dt = \omega_b \cdot \cos \varphi - \omega_a \cdot \sin \varphi$$

$$d\varphi/dt = \omega_c + \text{tg} \gamma \cdot (\omega_a \cdot \cos \varphi + \omega_b \cdot \sin \varphi)$$

Здесь  
 m-масса груза;  
 $G_M$ —вес груза;  
 $J_a, J_b, J_c$ -главные центральные моменты инерции относительно главных центральных осей-а, b и с, которые явно совпадают с осями декартовой системы координат- X, Y и Z;

$\beta, \gamma$  и  $\varphi$ - углы Эйлера (нутации, прецессии и собственного вращения)-рис.4;

$\omega_a, \omega_b$  и  $\omega_c$  – угловые скорости вращения массы относительно связанных с

массой осей координат-а, b и с;

$F_x, F_y, F_z$ -усилия на массу в декартовой системе координат в переносном движении со стороны подшипника при данном относительном положении его колец и тел качения-;

$$F_x = F_{XP} + G_M \cdot \sin \psi; \quad F_y = F_{YP} - G_M \cdot \cos \psi; \quad F_z = F_{XP} + F_{ZP}.$$

Здесь  $F_{XP}, F_{YP}$  и  $F_{ZP}$ - усилия на наружном кольце подшипника в абсолютной системе координат при данном относительном положении его колец вместе с валом и грузом; эти усилия рассчитываются по выше изложенной методике и программе;

$\Psi$ -угловое положение вектора  $G_M$  в плоскости X-Y переносной декартовой системы координат;

$\lambda_x, \lambda_y$  и  $\lambda_z$ - коэффициенты вязкого демпфирования при поступательном перемещении массы, которые принимались при исследовании колебаний системы в условиях ее неустойчивой работы.

$V_x, V_y$  и  $V_a$ - скорости перемещения массы в переносной декартовой системе координат.

Вращающие моменты на массу в переносной декартовой системе координат

$$M_x = M_{XP} + FPZ \cdot YP + F_{YP} \cdot ZZ - F_{ZP} \cdot (YY + ALY) - \lambda_{\omega_x} \cdot \omega_x;$$

$$M_y = M_{YP} - F_{ZP} \cdot XP + FPZ \cdot XX - F_{XP} \cdot ZZ - \lambda_{\omega_y} \cdot \omega_y;$$

$$M_z = M_{ZP} + F_{XP} \cdot (ALY + YY) - F_{YP} \cdot XX - \lambda_{\omega_z} \cdot \omega_z.$$

Здесь  $M_{XP}, M_{YP}$  и  $M_{ZP}$ -изгибающие (поворачивающие) моменты, действующие на наружное кольцо, а следовательно, и на массу в абсолютной декартовой системе координат;

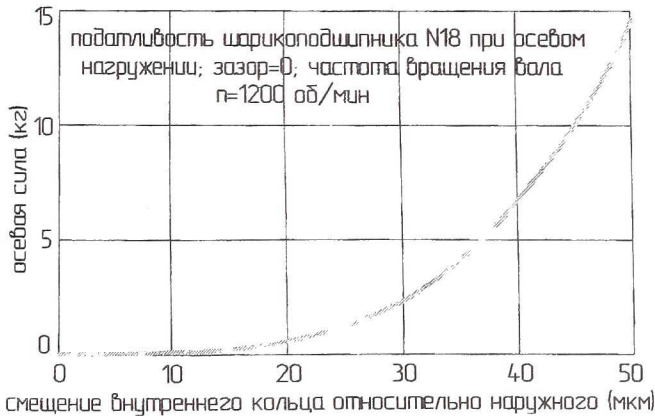


Рис.10.

Осевая податливость лабораторного шарикоподшипника

FPZ-усилие, действующее на упорный рычаг массы со стороны пружины прибора- рис.4; ALY-расстояние от места приложения усилия FPZ до центра масс груза вдоль оси OY;

$\lambda_{\omega_x}$ ,  $\lambda_{\omega_y}$  и  $\lambda_{\omega_z}$  коэффициенты вязкого демпфирования при вращении, которые принимались при исследовании колебаний системы в условиях ее неустойчивой работы;

Вращающие моменты в связанной с массой системе координат  $a, b$  и  $c$ :

$$M_a = M_X \cdot (\sin \beta \cdot \sin \gamma \cdot \cos \varphi - \cos \beta \cdot \sin \varphi) + M_Y \cdot (\cos \gamma \cdot \sin \varphi) + M_Z \cdot (\sin$$

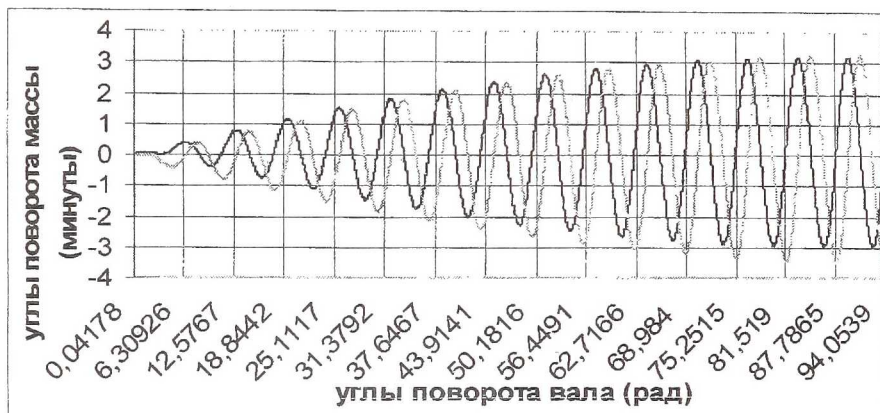


Рис.11.

$\beta \cdot \sin \varphi + \cos \beta \cdot \sin \gamma \cdot \cos \varphi$ );

$M_b = M_X \cdot (\sin \beta \cdot \sin \gamma \cdot \sin \varphi + \cos \beta \cdot \cos \varphi) + M_Y \cdot (\cos \gamma \cdot \sin \varphi) + M_Z \cdot (\cos \beta \cdot \sin \gamma \cdot \sin \varphi - \sin \beta \cdot \cos \varphi)$ ;

$$M_c = M_X \cdot (\sin \beta \cdot \cos \gamma) - M_Y \cdot (\sin \gamma) + M_Z \cdot (\cos \beta \cdot \cos \gamma)$$

Результаты расчетов по этой модели достаточно хорошо согласуются с результатами экспериментов.

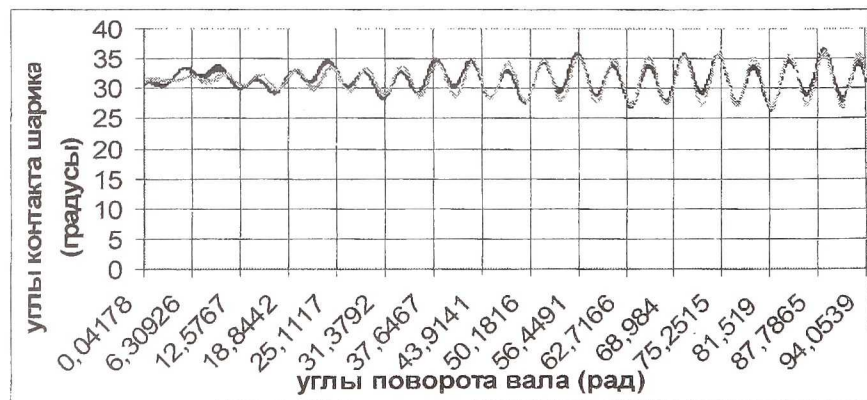


Рис.12.

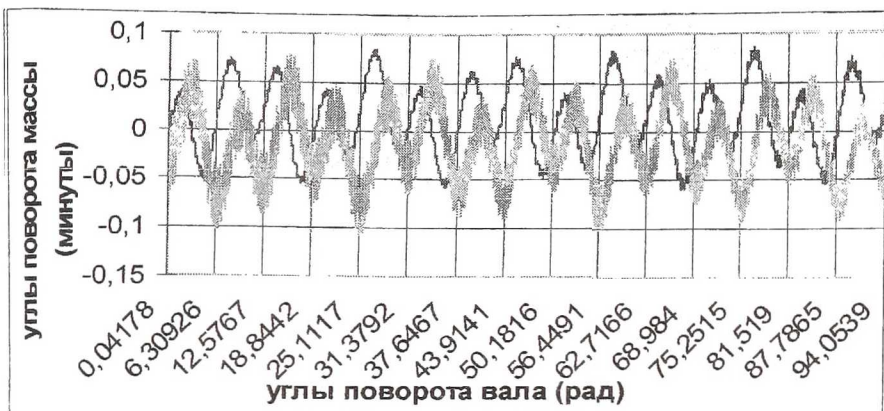


Рис.13.

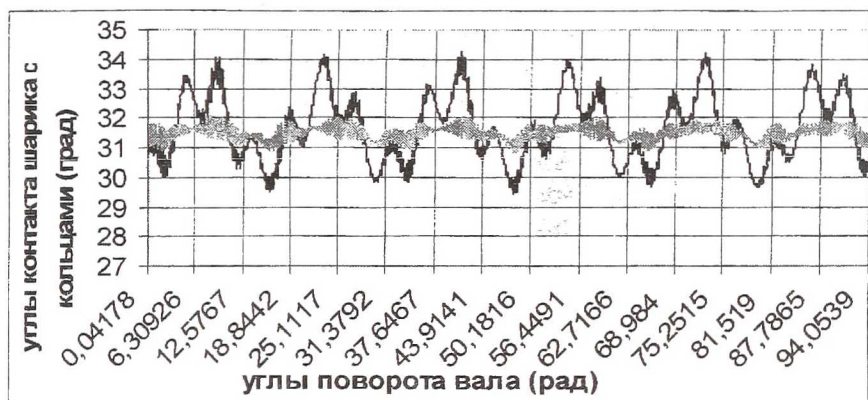


Рис.14.

На рис.11 и 12 показаны результаты расчета динамики инертной массы в 1.5 кг на шарикоподшипнике N 18 с 6 шариками при частоте вращения вала (внутреннего кольца подшипника)  $n = 400$  об/мин. Явно видно неустойчивое (резонансное) состояние установки, которое и имело место в действительности

На рис. 13 и 14 показаны такие же данные по устойчивой работе этой же установки на частоте вращения вала подшипника  $n = 1000$  об/мин, что также в точности имеет место в эксперименте.

На основании этих исследований разработана методика проведения лабораторной работы по исследованию динамики упругой системы на подшипнике качения по курсу “Динамика и работоспособность механизмов и машин с типовыми деталями (зубчатые колеса, подшипники качения, шлицевые соединения и валы)”.