

## РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ СЛОЖНОГО ИЗГИБА БАЛКИ НА УПРУГОМ ОСНОВАНИИ НА ОСНОВЕ РАЗЛОЖЕНИЙ ТЕЙЛОРА

Радченко В. П., Ковалева М. А.

Самарский государственный технический университет, г. Самара,  
[radchenko.vp@samgtu.ru](mailto:radchenko.vp@samgtu.ru)

*Ключевые слова:* обыкновенное дифференциальное уравнение четвёртого порядка, переменные коэффициенты, многочлены Тейлора, сложный изгиб балки

В работе предложен сеточный метод решения краевых задач для неоднородных обыкновенных дифференциальных уравнений четвёртого порядка с переменными коэффициентами на основе разложений Тейлора, в частности описывающий сложный изгиб балок на упругом основании из неоднородного материала с переменным сечением.

Рассматривается уравнение в самом общем виде:

$$u(t)x^{(4)}(t) + s(t)x'''(t) + r(t)x''(t) + p(t)x'(t) + q(t)x(t) = f(t),$$

где  $u(t)$ ,  $s(t)$ ,  $r(t)$ ,  $p(t)$ ,  $q(t)$ ,  $f(t)$  – заданные функции, дифференцируемые нужное число раз,  $x(t)$  – искомая функция, являющаяся точным решением задачи, с последующим вычислением порядка её аппроксимации в зависимости от степени  $k$  используемого многочлена Тейлора. Рассмотрим спектр граничных условий, в которые входят значения искомой функции  $x(t)$ , первые три производные и линейные комбинации функции и её производных первого, второго и третьего порядков. В частности, эти граничные условия включают всевозможные комбинации граничных условий для балки.

Метод не подразумевает замену производных через их конечные разности, а используется разложение в ряд Тейлора в каждом узле сетки области изменения параметра  $t$ , далее решается система уравнений относительно самой функции и её производных. Получены априорные оценки погрешности для функции и её производных при значениях степени многочлена Тейлора  $k \geq 4$  (при  $k = 4$  имеем классический метод сеток), при этом увеличение степени многочлена Тейлора на единицу при том же количестве узлов сетки приводит к уменьшению погрешности решения почти на порядок [1].

Разработанный численный метод опробован при решении одномерных задач сложного изгиба балок на упругом основании при сложных комбинациях продольных и поперечных сил, описываемых уравнением

$$(EJW''(x))'' - TW''(x) + k(x)W(x) = q(x), \quad (1)$$

где  $q = q(x)$  – распределенная нагрузка,  $T$  – осевая сила,  $k = k(x)$  – жёсткость упругого основания,  $E$  – модуль упругости материала балки (в общем случае  $E = E(x)$ , т.е. учитывается неоднородность материала),  $J$  – момент инерции сечения (в общем случае  $J = J(x)$ , т.е. учитывается переменная площадь поперечного сечения по длине балки),  $W = W(x)$  – величина прогиба балки. С использованием граничных условий метод тейлоровских разложений позволяет находить не только функцию прогиба  $W = W(x)$  из (1), но и первую, вторую и третью производные этой функции, причём две последние прямо пропорциональны изгибающему моменту и перерезывающей силе, играющих важную роль в расчётах на прочность балок. Одним из достоинств метода является то, что не используются конечные разности для аппроксимации производных в уравнении (1).

Выполнен детальный параметрический анализ влияния внешних нагрузок, геометрических параметров, упругого основания на зависимости  $W(x)$ ,  $W'(x)$ ,  $W''(x)$ ,  $W'''(x)$ , включая сингулярный характер сосредоточенной нагрузки. Найдены оценки погрешности для функции  $W = W(x)$  и её трёх производных при различном количестве удерживаемых членов в разложении Тейлора по отношению к аналитическому решению в частных случаях. Работа иллюстрируется большим объёмом информации для решения краевых задач с различными граничными условиями.

## Список литературы

1. Маклаков В. Н., Ильичева М.А. Численное интегрирование матричным методом и оценка порядка аппроксимации разностных краевых задач для неоднородных линейных обыкновенных дифференциальных уравнений четвертого порядка с переменными коэффициентами / Вестник СамГТУ. Сер. Физ.-мат. науки, 2020. С. 137-162.

### Сведения об авторах

Радченко Владимир Павлович, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой прикладной математики и информатики. Область научных интересов: новые методы решения краевых задач механики деформируемого твёрдого тела.

Ковалева Мария Александровна, аспирант кафедры прикладной математики и информатики. Область научных интересов: численные методы решения краевых задач механики деформируемого твёрдого тела.

## **SOLUTION OF COMPLEX BEAM BENDING PROBLEM ON ELASTIC BASE BASED ON TAYLOR SERIES**

Radchenko V.P., Kovaleva M. A.  
Samara State Technical University, Samara, Russia,  
[radchenko.vp@samgtu.ru](mailto:radchenko.vp@samgtu.ru)

*Keywords: ordinary differential of the fourth order, variable coefficients, Taylor series, complex beam bending*

A new numerical method for solving edge problems of complex bending of a beam based on Taylor series has been developed. Estimates of decision error were obtained, comparison of numerical and analytical decisions in particular cases was made.