

РЕКОНСТРУКЦИЯ НЕУПРАВЛЯЕМОГО ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ МАЛОГО СПУТНИКА «АИСТ»

В.И.Абрашкин¹, К.Е.Воронов², А.В.Пияков², Ю.Я.Пузин¹, В.В.Сазонов³,
Н.Д.Сёмкин², А.С.Филиппов¹, С.Ю.Чебуков³

¹ ОАО «Ракетно-космический центр «Прогресс», Самара, Россия

² Самарский государственный аэрокосмический университет им. ак. С.П. Королева (Национальный исследовательский университет), Самара, Россия

³ Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, Москва, Россия

1. Спутник «Аист» разработан предприятием «Ракетно-космический центр «Прогресс» и предназначен для научных исследований. В изготовлении бортовой аппаратуры участвовали специалисты Самарского аэрокосмического университета. Запуск спутника осуществлен 21.04.2013 посредством отделения от КА «Бион М-1», находящегося на почти круговой орбите с высотой 570 км и наклоном 64.9°. Режим орбитального полета спутника – неориентированный. На борту установлена командно-управляющая навигационная система, обеспечивающая информационное взаимодействие спутника с наземными средствами управления.

2. Уравнения движения. Спутник считаем твердым телом, центр масс которого – точка O – движется по геоцентрической орбите. Для записи уравнений движения спутника относительно центра масс и соотношений, используемых при обработке данных измерений, введем четыре правые декартовы системы координат.

Приборная система $Oy_1y_2y_3$ жестко связана со спутником. В ней интерпретируются данные измерений бортовых магнитометров. Система $Ox_1x_2x_3$ образована главными центральными осями инерции спутника. Ось Ox_i составляет острый угол с осью Oy_i ($i = 1, 2, 3$). Ниже, если не оговорено особо, компоненты векторов относятся к системе $Ox_1x_2x_3$.

Система $SY_1Y_2Y_3$ близка ко второй геоэкваatorialной системе координат эпохи даты. Ее начало находится в центре масс Земли, плоскость SY_1Y_2 совпадает с плоскостью экватора, ось SY_3 направлена в северный полюс мира, ось SY_1 направлена приблизительно в точку весеннего равноденствия – повернута от плоскости гринвичского меридиана на среднее звездное время против вращения Земли. Система $SY_1Y_2Y_3$ используется в модели SGP4 [1], принятой в данной работе для описания орбитального движения спутника. Эту систему считаем инерциальной.

$OZ_1Z_2Z_3$ – квазиинерциальная система координат. Ось OZ_2 направлена по вектору кинетического момента орбитального движения спутника, ось OZ_3 параллельна линии узлов орбиты спутника и направлена от нисходящего узла к восходящему. Абсолютная величина угловой скорости этой системы не превышает 5 град./сут.

Матрицу перехода от системы $Ox_1x_2x_3$ к системе $Oy_1y_2y_3$ обозначим $\|a_{ij}\|_{i,j=1}^3$, где a_{ij} – косинус угла между осями Oy_i и Ox_j . Элементы этой матрицы будем выражать через углы γ, α, β , которые введем посредством следующего условия. Система $Oy_1y_2y_3$ может быть переведена в систему $Ox_1x_2x_3$ тремя последовательными поворотами: 1) на угол α вокруг оси Oy_2 , 2) на угол β вокруг новой оси Oy_3 , 3) на угол γ вокруг новой оси Oy_1 , совпадающей с осью Ox_1 .

Положение системы координат $Ox_1x_2x_3$ относительно системы $CY_1Y_2Y_3$ зададим нормированным кватернионом $\mathbf{Q} = (Q_0, Q_1, Q_2, Q_3)$, $Q_0^2 + Q_1^2 + Q_2^2 + Q_3^2 = 1$. Кватернионная формула перехода (при совпадении точек O и C): $(0, Y_1, Y_2, Y_3) = \mathbf{Q} \circ (0, x_1, x_2, x_3) \circ \mathbf{Q}^{-1}$. Положение системы $Ox_1x_2x_3$ относительно системы $OZ_1Z_2Z_3$ будем задавать углами Эйлера ψ, θ, φ , которые введем по общепринятой схеме. Система $OZ_1Z_2Z_3$ может быть переведена в систему $Ox_1x_2x_3$ тремя последовательными поворотами: 1) на угол ψ вокруг оси OZ_3 , 2) на угол θ вокруг новой оси OZ_1 , 3) на угол φ вокруг новой оси OZ_3 , совпадающей с осью Ox_3 .

Орбитальное движение спутника описывается формулами модели SGP4, исходной информацией для которой служат двухстрочные элементы NORAD [1]. Система уравнений вращательного движения спутника образована динамическими уравнениями Эйлера для компонент его абсолютной угловой скорости ω_i и кинематическими уравнениями для компонент кватерниона \mathbf{Q} . В уравнениях Эйлера учитываются гравитационный момент и момент, обусловленный взаимодействием магнитного поля Земли (МПЗ) с собственным дипольным магнитным моментом спутника. Уравнения движения имеют вид

$$\begin{aligned} \dot{\omega}_1 &= \mu(\omega_2\omega_3 - vx_2x_3) + p_2h_3^\circ - p_3h_2^\circ, \\ \dot{\omega}_2 &= \frac{1-\lambda}{1+\lambda\mu}(\omega_3\omega_1 - vx_3x_1) + \frac{\lambda}{1+\lambda\mu}(p_3h_1^\circ - p_1h_3^\circ), \\ \dot{\omega}_3 &= -(1-\lambda+\lambda\mu)(\omega_1\omega_2 - vx_1x_2) + \lambda(p_1h_2^\circ - p_2h_1^\circ), \\ 2\dot{Q}_0 &= -\sum_{i=1}^3 Q_i\omega_i, \quad 2\dot{Q}_i = Q_0\omega_i + \sum_{j,k=1}^3 e_{ijk}Q_j\omega_k, \\ \lambda &= \frac{I_1}{I_2}, \quad \mu = \frac{I_2 - I_3}{I_1}, \quad v = \frac{3\mu_E}{(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)^{5/2}}. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь x_i – компоненты геоцентрического радиуса-вектора точки O , h_i° – компоненты вектора напряженности МПЗ в этой точке, I_i – моменты инерции спутника относительно осей Ox_i , p_i – отнесенные к I_1 компоненты магнитного диполя спутника, e_{ijk} – символ Леви-Чивиты (равен 1, если i, j, k – четная перестановка чисел 1, 2 и 3, равен -1 для нечетной перестановки и равен 0 в остальных случаях). Величины h_i° рассчитываются по модели IGRF с использованием формул теории SGP4, задающих движение точки O , и формул перехода от гринвичской системы координат к системе $CY_1Y_2Y_3$ и от системы $CY_1Y_2Y_3$ к системе $Ox_1x_2x_3$. При численном интегрировании уравнений (1) используются следующие единицы измерения переменных и параметров: $[t] = 10^3 \text{ с}$, $[x_i] = 10^6 \text{ м}$, $[\omega_i] = 10^{-3} \text{ с}^{-1}$, $[p_i] = 0.1 \text{ г}^{-1/2} \text{ см}^{1/2} \text{ с}^{-1}$, $[h_i^\circ] = 10^{-5} \text{ г}^{1/2} \text{ см}^{-1/2} \text{ с}^{-1} = 10^{-5} \text{ Э}$. Размерности величин p_i и h_i° указаны в системе физических величин СГСМ.

Переменные Q_i зависимы – они связаны условием нормировки кватерниона \mathbf{Q} . Если это условие выполнено в начальный момент времени, то в силу свойств кинематических уравнений в системе (1) оно будет выполняться тождественно. Следовательно, достаточно обеспечить условие нормировки только в начальный момент. Величины $\lambda, \mu, p_i, \gamma, \alpha, \beta$ считаются неизменными на каждом интервале обработки данных измерений (см. ниже), но их значения определяются в результате этой обработки наряду с неизвестными начальными условиями движения спутника. Иными словами, перечисленные величины являются параметрами согласования.

3. Обработка данных измерений. На борту спутника находились два трехкомпонентных магнитометра, которые будем называть магнитометр 1 и магнитометр 2. Измерения

проводились на отрезках полета длиной до 6 часов. Оцифровка показаний магнитометров выполнялась в единые моменты времени. Шаг измерений по времени был либо 5с, либо 10с. Компоненты измеряемых векторов напряженности магнитного поля выдавались в собственной система координат магнитометров. Система координат магнитометра 2 служила приборной системой $Oy_1y_2y_3$. Измерения магнитометра 1 оказались менее точны [2] и в обработку не включались.

Данные измерений магнитометра 2, полученные в течение одного сеанса измерений, представляют собой совокупность чисел $t_n, h_i^{(n)}$ ($i = 1, 2, 3; n = 1, 2, \dots, N$). Здесь $h_i^{(n)}$ – результат измерения i -ой компоненты магнитного поля магнитометром 2 в его собственной системе координат в момент времени t_n . Следуя методу наименьших квадратов, аппроксимацией фактического движения спутника на отрезке $t_1 \leq t \leq t_N$ считаем решение системы (1), доставляющее минимум функционалу

$$\Phi = \sum_{i=1}^3 \left\{ \sum_{n=1}^N [h_i^{(n)} - \hat{h}_i(t_n)]^2 - N\Delta_i^2 \right\}, \quad \Delta_i = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N [h_i^{(n)} - \hat{h}_i(t_n)], \quad \hat{h}_i(t) = \sum_{j=1}^3 a_{ij} h_j^\circ(t).$$

Здесь Δ_i – постоянное смещение в измерениях i -ой компоненты магнитного поля. Минимизация Φ проводится по начальным условиям решения в точке t_1 и параметрам математической модели $p_i, \lambda, \mu, \gamma, \alpha, \beta$. При этом учитываются условия нормировки кватерниона $\mathbf{Q}(t_1)$.

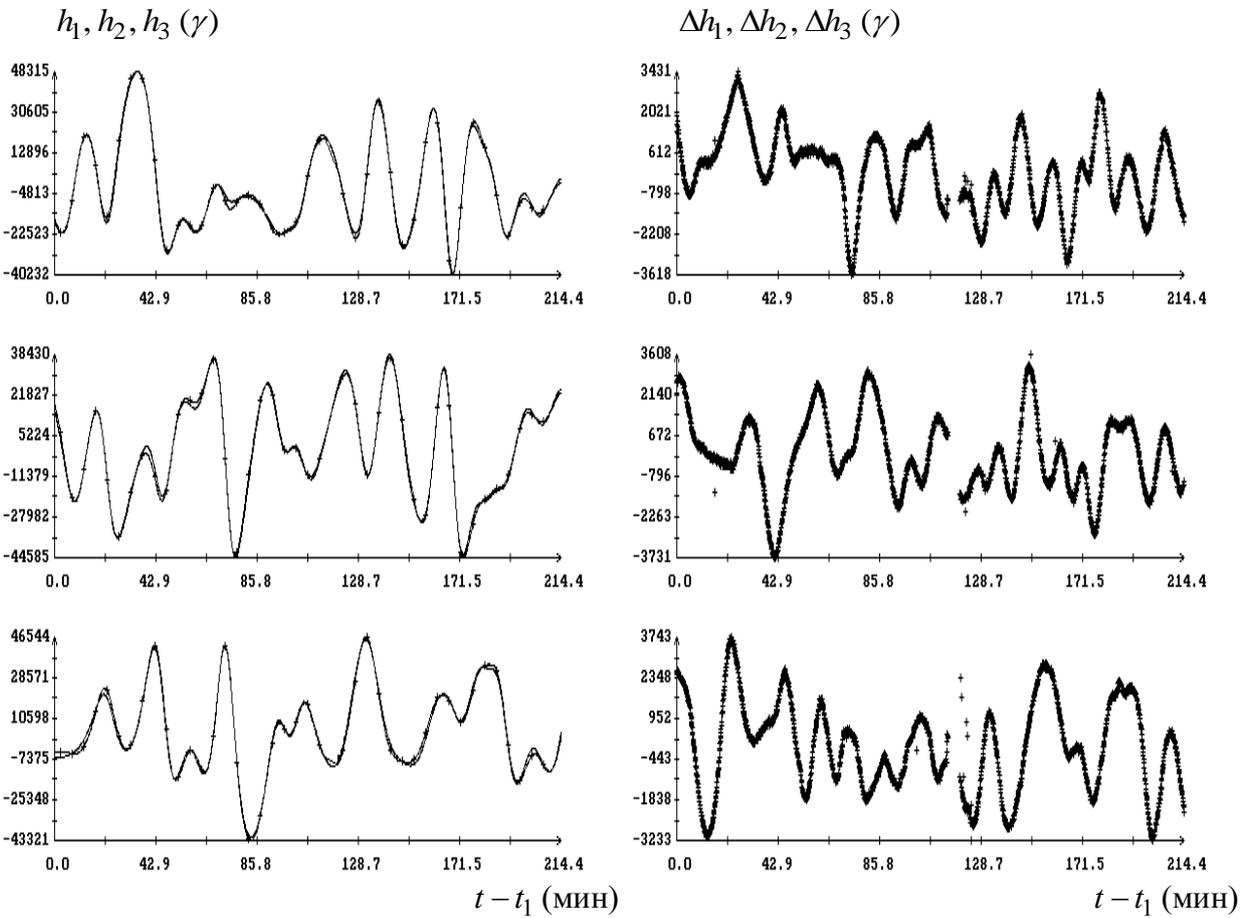
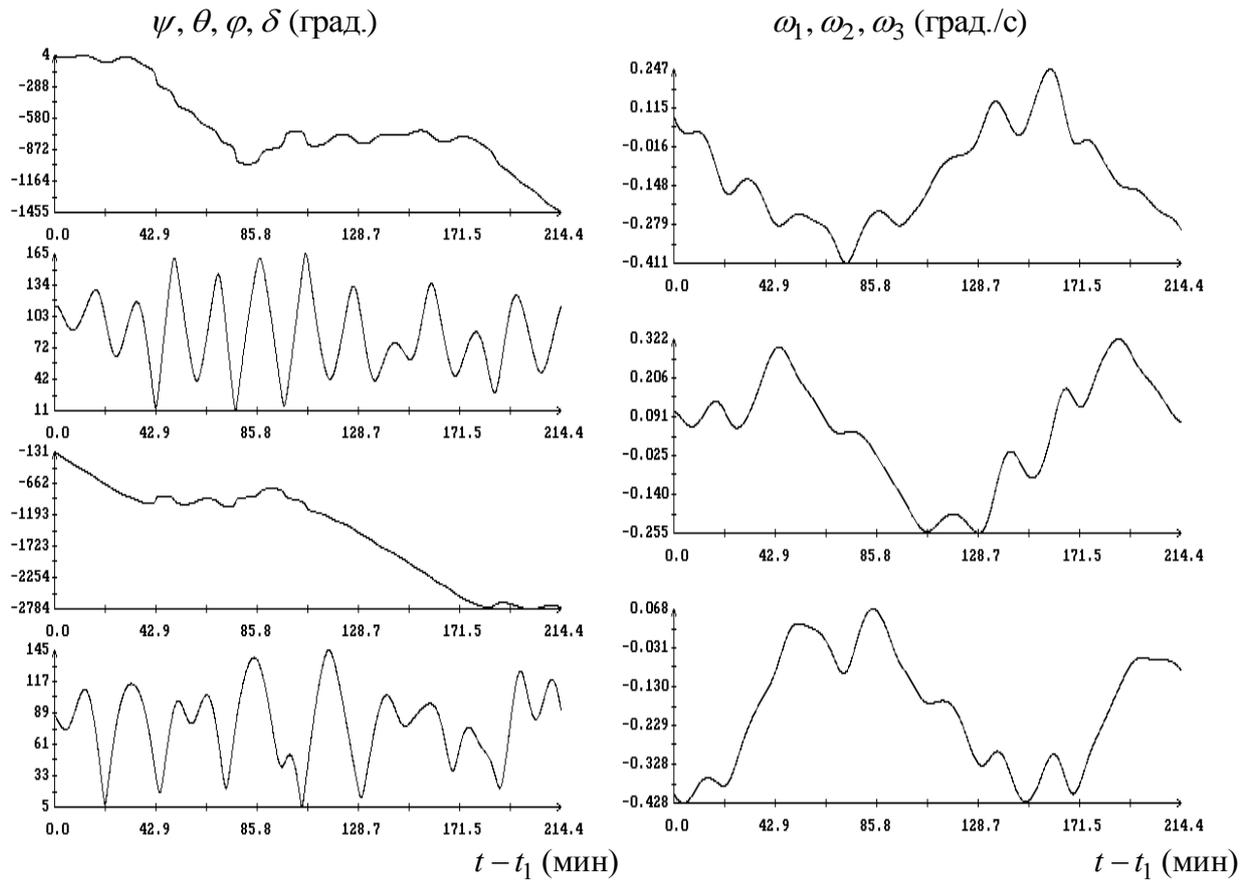
4. Пример реконструкции движения «Аиста» приведен на рисунке. В верхней части изображены графики углов Эйлера ψ, θ, φ и угловых скоростей ω_i , описывающие движение системы координат $Ox_1x_2x_3$ относительно системы $OZ_1Z_2Z_3$, а также график угла δ между вектором напряженности МПЗ и найденным дипольным моментом спутника. Графики в нижней части рисунка характеризуют аппроксимацию магнитных измерений. Здесь слева приведены графики функций $\hat{h}_i(t)$ и ломаные, звенья которых последовательно соединяют точки $(t_n, h_i^{(n)} - \Delta_i)$, $n = 1, 2, \dots, N$. Каждая ломаная и график аппроксимирующей ее функции $\hat{h}_i(t)$ изображены в единой системе координат, ломаная отмечена маркерами. Такие ломаная и график почти совпадают, поэтому внизу справа маркерами указаны точки $(t_n, h_i^{(n)} - \hat{h}_i(t_n) - \Delta_i)$. В этом примере $t_1 = 20:25:29$ UTC 16.05.2013, $N = 2098$, $t_N - t_1 = 214.4$ мин, стандартное отклонение ошибок измерений в данных $h_i^{(n)} - 817\gamma$, $\lambda = 1.226 (0.00042)$, $\mu = 0.306 (0.00045)$, $\gamma = 0.024 (0.0015)$, $\alpha = 0.160 (0.0017)$, $\beta = -0.191 (0.0020)$. Здесь углы выражены в радианах, величины p_i – в единицах, использованных при интегрировании уравнений (1), в скобках указаны стандартные отклонения оцениваемых параметров. Более подробно результаты обработки представлены в [2].

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 14-01-00423).

Список литературы

1. Hoots F.R., Roehrich R.L. Models for propagation of NORAD element sets. Spacetrack report No. 3. 1988.
2. Абрашкин В.И., Воронов К.Е., Пияков А.В., Пузин Ю.Я., Сазонов В.В., Семкин Н.Д., Филиппов А.С., Чебуков С.Ю. Определение вращательного движения спутника Аист по данным бортовых измерений магнитного поля Земли. Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша. 2014. № 17.

Секция 2. Математическое обеспечение космических экспериментов



Пример определения вращательного движение спутника и аппроксимации измерений.