3. В.В. Мокшин, А.П. Кирпичников, И.М. Якимов, И.Р. Сайфудинов, Вестник Технологического университета. — 2016. — №18. — 148-155.

4. В.В. Мокшин, А.П. Кирпичников, Л.М. Шарнин, Вестник Казанского технологического университета. — 2013. — №18. — 297-303.

5. В.В. Мокшин, И.Р. Сайфудинов, А.П. Кирпичников, Вестник Технологического университета. — 2017. — №9. — 112-116.

6. И.М. Якимов, А.П. Кирпичников, В.В. Мокшин, М.Т. Махмутов, М.Л. Пейсахова, А.Х. Валиева, Б.А. Низамиев, Вестник Казанского технологического университета. — 2014. — №10. — 249-256.

7. И.М. Якимов, А.П. Кирпичников, В.В. Мокшин, Г.В. Костюхина, Т.А. Шигаева, Вестник Казанского технологического университета. — 2014. — №6. — 287-292.

8. И.М. Якимов, А.П. Кирпичников, В.В. Мокшин, Вестник Казанского технологического университета. — 2014. — №4. — 298-303.

9. И.М. Якимов, А.П. Кирпичников, С.В. Матвеева, В.В. Мокшин, К.А. Фролова, Вестник Казанского технологического университета, 2014, №15, 338-343.

10. И.Р. Сайфудинов, В.В. Мокшин, А.П. Кирпичников, Вестник Технологического университета. — 2017. — №9. — 120-123.

11. Якимов И.М., Кирпичников А.П., Мокшин В.В., Мухутдинов Т.А. Вестник Технологического университета. — 2015. — №5. — 84-188.

Ч. Дон[1], Ч. Ван[2], Ю.М. Заболотнов[1]

АНАЛИЗ УСТОЙЧИВОСТИ КОЛЕБАНИЙ НИЗКООРБИТАЛЬНОЙ ТРОСОВОЙ СИСТЕМЫ ВБЛИЗИ ВЕРТИКАЛИ

([1]Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева,
[2]Северо-западный политехнический университет, г.Сиань, КНР)

Рассматривается номинальная программа формирования низкоорбитальной тросовой системы (НТС) и анализ устойчивости конечного положения равновесия НТС вблизи вертикали при окончании ее развертывания. В отличие от известных программ развертывания НТС номинальная программа в данной работе учитывает аэродинамические силы, действующие на все части системы: на базовый космический аппарат (БКА), малый космический аппарат (МКА) и трос. Поэтому номинальная программа в данной работе предназначена для развертывания НТС на высотах 270 км и ниже, когда влиянием аэродинамических сил на движение системы пренебречь нельзя.

Для построения номинальной программы развертывания НТС в положение, близкое к вертикальному, разработана модель движения системы в подвижной орбитальной системе координат с учетом массы троса и действующих на него аэродинамических сил [1]

$$\ddot{L} = \frac{\nu_e}{M_e} L[(\dot{\theta} + \dot{u})^2 - \dot{u}^2(1 - 3\cos^2\theta)] + \frac{Q_L - T_p}{M_e}, \quad (1)$$

$$\ddot{\theta} = -2\frac{\nu_e}{J_e} L\dot{L}(\dot{\theta} + \dot{u}) - \frac{3}{2}\dot{u}^2 \sin 2\theta + \frac{Q_\theta}{J_e}, \quad (2)$$

где T_p – номинальная (программная) сила натяжения троса, $\nu_e = (m_1^o - L\rho_t)(m_2 + L\rho_t / 2) / M$, $M_e = (m_1^o - L\rho_t)(m_2 + L\rho_t) / M$ – приведенная масса, $J_e = L^2(12m_1^o m_2 - 8L\rho_t m_2 + 4L\rho_t m_1^o - 3L^2 {\rho_t}^2) / 12M$, Q_L и Q_θ – обобщенные аэродинамические силы. Обобщенные аэродинамические силы определяются из выражений $Q_L = \delta A_L / \delta L$, $Q_\theta = \delta A_\theta / \delta\theta$, где δA_L и δA_θ - работы на возможных перемещениях δL, $\delta\theta$, L – длина троса, θ – угол отклонения троса от вертикали, m_1^o и m_2 – начальная масса БКА и масса МКА, ρ_t – линейная плотность троса. Аэродинамические силы, действующие на трос, определяются интегрированием по длине троса в предположении, что трос представляет собой прямую линию.

Номинальная программа развертывания НТС в положение, близкое к вертикальному, строится исходя из обеспечения конечных условий движения системы при выпуске троса на заданную длину $L = L_{\text{end}}$. Система (1–2) будет иметь положение равновесия $\theta = \theta_1$ ($\dot{\theta} = \ddot{\theta} = \dot{L} = 0$, $L = L_{\text{end}}$), близкое к вертикальному, если силу натяжения определить из выражения [2]

$$T_p = \nu_e \Omega^2 \cos^2\theta_1 [a(L - L_{\text{end}}) + \frac{b\dot{L}}{\Omega} + 3L_{\text{end}}] + Q_L, \quad (3)$$

где a, b – параметры закона, $\Omega = \dot{u}$, θ_1 – угол отклонения троса от вертикали, определенный из уравнения (2) при $\dot{\theta} = \ddot{\theta} = \dot{L} = 0$, $L = L_{\text{end}}$.

Исследование устойчивости конечного положения равновесия при использовании программы (3) проводится стандартным способом посредством построения линеаризованной системы. Для получения линеаризованной системы нелинейные уравнения (1–2) приводятся к четырем уравнениям первого порядка

$$\dot{L} = V_L, \quad (4)$$

$$\dot{V}_L = \frac{\nu_e}{M_e} L[(\dot{\theta} + \dot{u})^2 - \dot{u}^2(1 - 3\cos^2\theta)] + \frac{Q_L - T_p}{M_e}, \quad (5)$$

$$\dot{\theta} = \omega_\theta, \quad (6)$$

$$\dot{\omega}_\theta = -2\frac{\nu_e}{J_e} L\dot{L}(\dot{\theta} + \dot{u}) - \frac{3}{2}\dot{u}^2 \sin 2\theta + \frac{Q_\theta}{J_e}, \quad (7)$$

где V_L – скорость выпуска троса, ω_θ – угловая скорость троса.

С учетом (4–7) линеаризованную систему относительно конечного положения равновесия можно записать в виде

$$\frac{d\mathbf{y}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{y}, \tag{8}$$

где $\mathbf{y} = (\Delta L, V_L, \Delta\theta, \omega_\theta)$ – вектор отклонений переменных от положения равновесия,

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{\partial \dot{V}_L}{\partial L} & 0 & \frac{\partial \dot{V}_L}{\partial \theta} & \frac{\partial \dot{V}_L}{\partial \omega_\theta} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{\partial \dot{\omega}_\theta}{\partial L} & \frac{\partial \dot{\omega}_\theta}{\partial V_L} & \frac{\partial \dot{\omega}_\theta}{\partial \theta} & \frac{\partial \dot{\omega}_\theta}{\partial \omega_\theta} \end{pmatrix}. \tag{9}$$

Так как частные производные, входящие в матрицу $\mathbf{A}$, являются очень громоздкими, то они в явном виде не определялись. Поэтому для их вычисления использовались символьные преобразования (математический пакет MATHCAD).

Собственные значения матрицы $\mathbf{A}$ определяются из условия

$$\left|\mathbf{A} - \lambda\mathbf{E}\right| = 0, \tag{10}$$

где $\mathbf{E}$ – единичная матрица.

Параметрический анализ линеаризованной системы с точки зрения устойчивости конечного положения равновесия показывает, что конечное положение НТС при $L = L_{\text{end}}$ в близи вертикали будет асимптотически устойчиво, если параметры a, b будут удовлетворять условиям $a > a_{1*}$, $b > b_{1*}$, где a_{1*}, b_{1*} – некоторые предельные значения параметров, зависящие от характеристик НТС. В этом случае $\mathrm{Re}(\lambda_i) < 0$, $(i = 1, 2, 3, 4)$. Так, например, для исходных данных, приведенных в таблице 1, предельные значения $a_{1*} = 3$, $b_{1*} = 0.2$.

Так как параметры номинальной программы a, b могут изменяться в некотором диапазоне и это не изменяет свойства асимптотической устойчивости положения равновесия, то проведем параметрический анализ программы (3) при изменения параметров a, b с точки зрения их влияния на изменение основных характеристик процесса развертывания системы (на время развертывания, на максимальную скорость выпуска троса и т.д.), на выполнение ограничений на скорость выпуска троса $0 < \dot{L} \le \dot{L}_{\max}$, на силу натяжения $T_{\min} \le T_p \le T_{\max}$.

Ограничение на скорость выпуска троса связано с предположением, что используются механизмы выпуска троса, которые работают только на торможениеи не могут втягивать трос обратно [3]. Ограничение на силу натяжения троса связано с возможностью контроля за натяжением системой регулирования, а также с требованием, чтобы в процессе развертывания исключить случаи ослабления (провисания) троса. Поэтому параметр $T_{\min}$ определяется возможностями механизма управления, а также тем, что в процессе регулирования сила натяжения может отличаться от номинальной из-за наличия переходных процессов в системе управления. Далее исходя из возможностей существующих механизмов выпуска троса [3] полагается, что $T_{\min}=0.02$н. Существуют критические значения параметров a_{2*}, b_{2*} такие, что когда $a_{2*}>a>a_{1*}$ (при $b>b_{1*}$) или $b>b_{2*}>b_{1*}$ (при $a>a_{1*}$), ограничение на скорость выпуска троса $\dot{L}>0$, на силу натяжения $T_{\min}\le T_p\le T_{\max}$, выполняется и конечное положение НТС при $L=L_{\text{end}}$ в близи вертикали будет асимптотически устойчиво, где a_{2*}, b_{2*} – некоторые предельные значения параметров, зависящие от характеристик НТС. В примере для исходных данных, приведенных в таблице 1, предельные значения $a_{2*}=5$ (при $b=5$), $b_{2*}=3$ (при $a=4$).

Таблица 1 – Характеристики НТС

Высота начальной круговой орбиты центра масс системы, H_c	270 км
Конечная длина троса, L_{end}	30 км
Линейная плотность материала троса, ρ_t	0.2 кг/км
Диаметр троса, D_t	0.6 мм
Коэффициенты сил аэродинамического сопротивления БКА, МКА, c_k $(k=1,2)$	2.4
Коэффициенты сил аэродинамического сопротивления участков троса, c_t	2.2
Начальная масса БКА, m_1^o	2500 кг
Характерная площадь БКА, S_1	3.14 м^2
Баллистический коэффициент БКА, σ_1	$3\cdot10^{-3}$ м^2/кг
Масса МКА, m_2	20 кг
Характерная площадь МКА, S_2	0.79 м^2
Баллистический коэффициент МКА, σ_2	$9.4\cdot10^{-2}$ м^2/кг

Анализ результатов номинальных траекторий МКА относительно БКА и скоростей выпуска троса показывает, что увеличение параметра a ведет к тому, что максимальная величина скорости развертывания увеличивается, а время развертывания уменьшается. Траектория МКА относительно БКА при приближении к положению равновесия становится менее гладкой (имеют место колебания по углу θ). С увеличением параметра b увеличивается время развертывания, а максимальная величина скорости развертывания уменьшается. При увеличении параметра b возрастают амплитуды колебаний по углу θ, то есть траектория МКА относительно вертикали становится более сложной. При увеличении параметра a (при $b>b_{1*}$, $b_{1*}=0.2$) существует критическое значение параметра a_{3*}, когда все собственные числа линеаризованной системы становятся комплексными с отрицательными вещественными частями. При увеличении параметра b (при $a > a_{1*}$, $a_{1*} = 3$) существует критическое значение этого параметра b_{3*}, когда два собственных числа становятся вещественными и отрицательными.

Параметрический анализ линеаризованной системы с точки зрения устойчивости конечного положения равновесия показывает, что изменение конечной длины троса приводит к тем же выводам с точки зрения изменения параметров a и b.

Литература

1. Dong, Z. Motion modeling and deployment control of a long tethered spacecraft system with an atmospheric sounder / Z. Dong, Y.M. Zabolotnov, C. Wang // Engineering Letters. – 2018. – Vol. 26. – No. 4. – PP. 478-488.

2. Дон, Ч. Анализ динамики развёртываемой космической тросовой системы с атмосферным зондом // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. 2016. Т. 18, № 4 (4). С. 726-732.

3. Kruijff, M. Tethers in Space. – Netherlands: Delta-Utec Space Research, 2011. 432 p.

А.В. Елизарова

ИССЛЕДОВАНИЕ МНОГОСВЯЗНЫХ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ С НЕЛИНЕЙНЫМ ЭЛЕМЕНТОМ И ЗАПЗАДЫВАНИЕМ

(Уфимский государственный авиационный технический университет)

Известно большое количество работ, посвященных исследованию систем автоматического управления (САУ) с запаздыванием по управлению с одним входом и одним выходом. Многомерным (многосвязным) системам управления с запаздываниями посвящено небольшое количество научных работ.

Как правило, влияние запаздываний на процессы управления негативно. Поэтому методы исследования систем управления для объектов, не учитывающие фактор запаздывания, оказываются малоэффективными. Проблема конструирования подобных систем управления еще более усложняется в случае, если объект управления является многосвязным и нелинейным.

В работе предлагается исследование многосвязной нелинейной системы автоматического управления объектом с запаздываниями (по управлению и выходу) частотными методами, на основе метода гармонической линеаризации и системного описания характеристик МСАУ [3].

Будем считать, что данный класс многосвязных систем состоит из множества идентичных сепаратных и взаимные связи между подсистемами однократные (рис.1).