



Информатика и вычислительная техника. Она разработана с использованием универсальной среды C++, является упрощенной и воспроизводит основные элементы структуры и режимов функционирования суперскалярного процессора, что обеспечивает простоту усвоения материала и позволяет определять наиболее оптимальные параметры структур и режимов. Важной особенностью модели является применение анимации. Она обеспечивает максимальную наглядность и оптимальный подход к обучению.

### Литература

1. Таненбаум, Э. Архитектура компьютера: пер. с англ. / Э. Таненбаум.- Изд. 5-е.- СПб., 2010. - 848 с.
2. Организация вычислительных машин и систем/ С.П.Орлов, Н.В. Ефимушкина. – Самара: Самар. гос. техн. ун-т, 2016. – 304 с.
3. S.P. Orlov and N.V. Efimushkina, “Simulation models for parallel computing structures”, 2016 XIX IEEE International Conference on Soft Computing and Measurements (SCM), IEEE Conference Publications. V.1. P. 231-234. Publisher: IEEE Xplore, 2016.

В.Е. Зотеев, Е.В. Башкинова

## ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД ОЦЕНКИ ПАРАМЕТРОВ МОДЕЛИ ТРЕТЬЕЙ СТАДИИ ДЕФОРМАЦИИ ПОЛЗУЧЕСТИ

(Самарский государственный технический университет)

Решение проблемы достоверной оценки предельного ресурса элементов конструкций в условиях реальной эксплуатации требует разработки новых численных методов построения моделей реологического деформирования на основе результатов эксперимента. При этом особое внимание следует уделить методам расчета и построения математических моделей третьей стадии ползучести, как стадии, непосредственно предшествующей разрушению [1].

На основе определяющих уравнений [1], описывающих процесс реологической деформации, построена математическая модель зависимости между деформацией ползучести  $p$  в пределах третьей стадии, временем  $t$  и номинальным напряжением  $\sigma_0$ , которая описывается выражением вида:

$$p(t, \sigma_0) = -\frac{1}{\sigma_0 m \alpha} \ln(1 - \alpha m c \sigma_0^{m+1} t), \quad (1)$$

где  $p(t, \sigma_0)$  – реологическая деформация, зависящая от времени  $t$  и напряжения  $\sigma_0$ ;  $c$  и  $m$  – реологические константы материала;  $\alpha$  – параметр материала, контролирующий процесс разупрочнения.

Так как в пределах третьей (ускоренной) стадии ползучести основное внимание уделяется ошибке прогнозирования времени разрушения, то при вы-



боре критерия «близости» модели к результатам эксперимента целесообразно ориентироваться на величину отклонения прогнозируемого времени разрушения от данных эксперимента в форме диаграмм ползучести. При таком подходе решение задачи сводится к задаче нелинейной регрессии:

$$J = \sum_{j=1}^M \sum_{k=0}^{N_j-1} \left\{ t_{k,j} - \frac{1}{cm\sigma_{0j}^{m+1}\alpha} \left[ 1 - \exp(-m\alpha\sigma_{0j}p_{k,j}) \right] \right\}^2 \rightarrow \min, \quad (2)$$

где  $\hat{t}_{k,j} = \frac{1}{cm\sigma_{0j}^{m+1}\alpha} \left[ 1 - \exp(-m\alpha\sigma_{0j}\Delta p_j k) \right]$  – результаты вычислений при значениях деформации ползучести  $p_{k,j}$ , соответствующих точкам эксперимента  $(t_{k,j}, p_{k,j})$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots, N_j - 1$ ,  $j = 1, 2, \dots, M$ ,  $N_j$  – число точек эксперимента для  $j$ -той кривой ползучести,  $M$  – число кривых ползучести, построенных при различных значениях напряжения.

Одним из перспективных направлений при решении задачи параметрической идентификации модели третьей стадии ползучести является применение численных методов нелинейного оценивания, в основе которых лежат разностные уравнения, описывающие результаты эксперимента в форме совокупности нескольких кривых ползучести [2-5]. В частности в [3,4] рассматривается численный метод, в основе которого лежат разностные уравнения вида:

$$\begin{cases} \hat{t}_{0,j} = 0; \\ \ln \left[ \exp(\lambda_1 \sigma_{0j} \Delta p_j) - 1 \right] - \ln \hat{t}_{1,j} = \lambda_1 \sigma_{0j} \Delta p_j + \lambda_2 + \lambda_3 \ln \sigma_{0j}; \\ \ln \frac{\hat{t}_{k-1,j} - \hat{t}_{k-2,j}}{\hat{t}_{k,j} - \hat{t}_{k-1,j}} = \sigma_{0j} \Delta p_j \lambda_1, \quad k = 2, 3, \dots, N_j - 1; \quad j = 1, 2, 3, \dots, M. \end{cases} \quad (3)$$

Известные соотношения между коэффициентами разностных уравнений (3) и параметрами деформации ползучести:  $\lambda_1 = m\alpha$ ,  $\lambda_2 = \ln(cm\alpha)$ ,  $\lambda_3 = m + 1$ , позволяют свести решение задачи к среднеквадратичным оценкам коэффициентов линейной обобщенной регрессионной модели. Результаты апробации предложенного численного метода при обработки результатов эксперимента в форме диаграмм ползучести алюминиевого сплава Д16Т при температуре 250°C подтвердили достоверность полученных соотношений и выводов, а также его высокую эффективность в задачах оценивания параметров третьей стадии деформации ползучести [3].

Однако описанный в [3,4] численный метод оценки параметров третьей стадии деформации ползучести на основе разностных уравнений (3) имеет некоторые недостатки, обусловленные достаточно сложными нелинейными зависимостями в уравнениях (3), вычислительной неустойчивостью при малых значениях шага дискретизации  $\Delta p_j$ , а также необходимостью применения итерационных процедур уточнения среднеквадратичных оценок коэффициентов разностных уравнений.



В данной работе предлагается новый численный метод оценки параметров третьей стадии деформации ползучести на основе разностных уравнений, отличающийся способом построения, простым видом разностных уравнений, и не использующий итерационных процедур вычислений.

В основе предлагаемого метода лежит система линейных алгебраических уравнений, описываемая регрессионной моделью вида:

$$t'_{k,j} \ln t'_{k,j} = \lambda_1 t'_{k,j} \sigma_{0j} \Delta p_j k + \lambda_2 t'_{k,j} + \lambda_3 t'_{k,j} \ln \sigma_{0j} + \eta_{k,j}, \quad k = 0, 1, \dots, N_j - 1, \quad j = \overline{1, M}, \quad (4)$$

где  $\lambda_1 = -\alpha m$ ,  $\lambda_2 = -\ln c$ ,  $\lambda_3 = -m$ .

Элементы  $t'_{k,j}$  векторов  $t'_j$  формируются на основе разностных уравнений с использованием формул численного дифференцирования четвертого порядка точности:

$$t'_{0,j} = \frac{1}{12\Delta p_j} (-25t_{0,j} + 48t_{1,j} - 36t_{2,j} + 16t_{3,j} - 3t_{4,j}),$$

$$t'_{1,j} = \frac{1}{12\Delta p_j} (-3t_{0,j} - 10t_{1,j} + 18t_{2,j} - 6t_{3,j} + t_{4,j}),$$

$$t'_{k,j} = \frac{1}{12\Delta p_j} (t_{k-2,j} - 8t_{k-1,j} + 8t_{k+1,j} - t_{k+2,j}), \quad k = 2, 3, \dots, N_j - 3,$$

$$t'_{N_j-2,j} = \frac{1}{12\Delta p_j} (-t_{N_j-5,j} + 6t_{N_j-4,j} - 18t_{N_j-3,j} + 10t_{N_j-2,j} + 3t_{N_j-1,j}),$$

$$t'_{N_j-1,j} = \frac{1}{12\Delta p_j} (3t_{N_j-5,j} - 16t_{N_j-4,j} + 36t_{N_j-3,j} - 48t_{N_j-2,j} + 25t_{N_j-1,j}),$$

где  $t_{k,j}$  - данные эксперимента. В матричной форме система описанных выше разностных уравнений может быть представлена в виде  $t'_j = \frac{1}{12\Delta p_j} A_j t_j$ ,  $j = \overline{1, M}$

, где вид вырожденной квадратной матрицы  $A_j$  зависит только от её размера  $[N_j \times N_j]$ .

Процедура среднеквадратичного оценивания коэффициентов регрессионной модели (4), в основе которой лежит минимизация нормы разности по временной переменной:  $\|\varepsilon\|^2 = \|t - \hat{t}\|^2 \rightarrow \min$ , может быть описана формулой

$$\hat{\lambda} = (F^T \Omega T F)^{-1} F^T \Omega b, \quad (5)$$

где вектор  $b$  размера  $\left[ \sum_{j=1}^M N_j \times 1 \right]$  формируется на основе левой части равенства

(4); столбцы матрицы регрессоров  $F$  размера  $\left[ \sum_{j=1}^M N_j \times 3 \right]$  формируются на основе формул:

$t'_{k,j} \sigma_{0j} \Delta p_j k$ ,  $t'_{k,j}$  и  $t'_{k,j} \ln \sigma_{0j}$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots, N_j - 1$ ,  $j = \overline{1, M}$ , соответственно.



Матрицы  $\Omega = \begin{bmatrix} \Omega_1 & O & \dots & O \\ O & \Omega_2 & \dots & O \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ O & O & \dots & \Omega_M \end{bmatrix}$  и  $T = \begin{bmatrix} T_1 & O & \dots & O \\ O & T_2 & \dots & O \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ O & O & \dots & T_M \end{bmatrix}$  – блочно-

диагональные матрицы размера  $\left[ \sum_{j=1}^M N_j \times \sum_{j=1}^M N_j \right]$ . Матрицы  $\Omega_j$  размера

$[N_j \times N_j]$  вычисляются по формуле  $\Omega_j = A_j^* (A_j^{*T} A_j^*)^{-2} A_j^{*T}$ , где матрицы  $A_j^*$  размера  $[N_j \times (N_j - 1)]$ , при условии  $t_{0,j} = 0$ , формируются из квадратных матриц  $A_j$  посредством отбрасывания первого столбца в этой матрице. Матрицы  $T_j = \frac{1}{12\Delta p_j} E_j$  размера  $[N_j \times N_j]$  – диагональные матрицы, где  $E_j$  – единичная матрица размера  $[N_j \times N_j]$ .

Оценки параметров модели третьей стадии ползучести вычисляются на основе среднеквадратичных оценок коэффициентов регрессионной модели (4)

по формулам:  $\hat{\alpha} = \frac{\hat{\lambda}_1}{\hat{\lambda}_3}$ ,  $\hat{c} = \exp(-\hat{\lambda}_2)$ ,  $\hat{m} = -\hat{\lambda}_3$ .

Проведенные численно-аналитические исследования помехозащищенность разработанного численного метода на основе компьютерного моделирования показали высокую точность результатов вычислений и адекватности построенной модели данным эксперимента.

### Литература

1. Радченко В.П., Еремин Ю.А. Реологическое деформирование и разрушения материалов и элементов конструкций – М.: Машиностроение – 1, 2004. – 264 с.
2. Зотеев В.Е. Параметрическая идентификация диссипативных механических систем на основе разностных уравнений / Под ред. Радченко В.П. – М.: Машиностроение, 2009. – 344 с.
3. Зотеев В.Е., Макаров Р.Ю. Численный метод определения параметров модели ползучести разупрочняющегося материала // Вест. Сам. гос. тех. ун-та: Сер. Физ.-мат. науки, 2016. Т. 20, № 2. С. 328-341.
4. Зотеев В.Е., Макаров Р.Ю. Построение линейной обобщенной регрессионной модели для третьей стадии ползучести // В сб.: Перспективные информационные технологии (ПИТ 2017): труды Международной научно-технической конференции 14-16 марта 2017 г. / под ред. С.А. Прохорова. – Самара: Издательство Самарского научного центра РАН, 2017. С.898-901.
5. Зотеев В.Е. Численный метод нелинейного оценивания на основе разностных уравнений // Вест. Сам. гос. тех. ун-та: Сер. Физ.-мат. науки, 2018. Т. 22, № 4. С. 669-701.