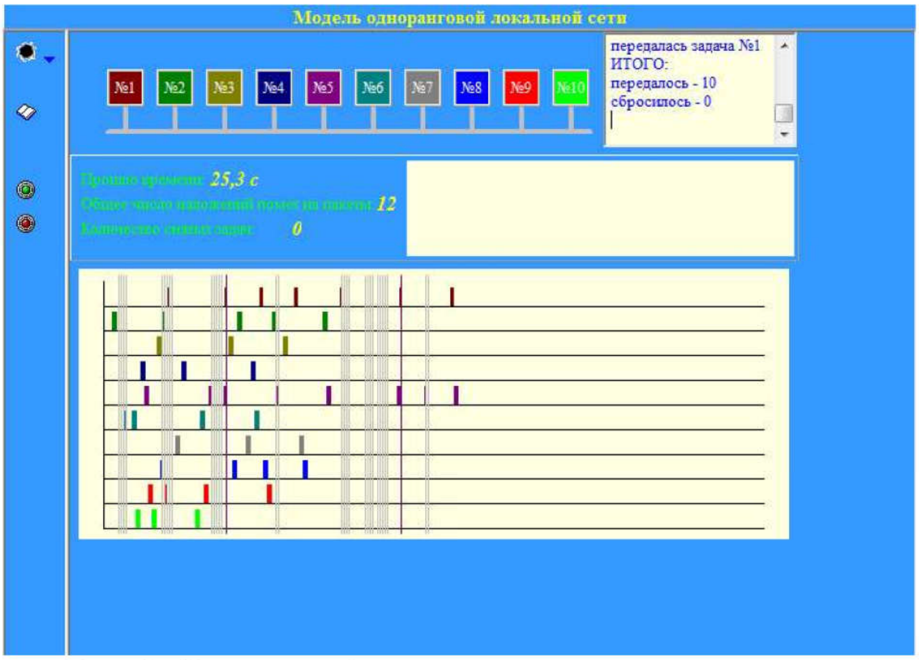

Рис. 2. Экранная форма процесса моделирования
одноранговой сети с помехами в канале

Литература

1. Таненбаум, Э. Архитектура компьютера: пер. с англ. / Э. Таненбаум.- Изд. 5-е.- СПб., 2010. - 848 с.

2. Организация вычислительных машин и систем/ С.П.Орлов, Н.В. Ефимушкина. – Самара: Самар. гос. техн. ун-т, 2016. – 304 с.

3. Orlov S.P. and Efimushkina N.V., “Simulation models for parallel computing structures”, 2016 XIX IEEE International Conference on Soft Computing and Measurements (SCM), IEEE Conference Publications. V.1. P. 231-234. Publisher: IEEE Xplore, 2016.

В.Е. Зотеев, Е.В. Башкинова, П. В. Староквашева

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ САМАРСКОЙ ОБЛАСТИ

(Самарский государственный технический университет)

Одной из основных производственно-экономических систем регионального промышленного комплекса Самарской области является энергетическая система, которая включает в себя семь теплоцентралей и несколько достаточно мощных отопительных котельных, обеспечивающих города Самарской области тепловой энергией и частично электрической, выработанной по теплофикационному циклу. Энергетика Самарской области входит в первую десятку отраслей промышленности по доле вклада в валовый региональный продукт. Объем производимой энергосистемой продукции составляет 5-7% от объема промышленного производства Самарской области [1].

В работах, посвященных системному анализу эффективности региональной энергетики, особое внимание уделяется построению и идентификации математических моделей энергосистемы Самарской области, как основы анализа эффективности функционирования энергетических производств и разработки систем поддержки принятия решений, построенных с использованием необходимого модельного обеспечения [1,2].

В этих работах при математическом моделировании региональной энергосистемы исследовалось влияние капитальных x_1, трудовых x_2 и топливных x_3 ресурсов на величину выпуска продукции энергосистемой – суммарный объем производства y электрической и тепловой энергии: $y = f\left(x_1, x_2, x_3\right)$.

В качестве показателей эффективности энергопроизводств были выбраны факторные эластичности $E_{x_i}\left(y\right) = \dfrac{x_i}{y}\dfrac{\partial y}{\partial x_i}$, $i = 1,2,3$, которые приближенно показывают на сколько процентов изменится объем производства энергии при изменении фактора x_i, $i = \overline{1,3}$, на 1%. С учетом этого в качестве функциональной зависимости, описывающей математическую модель энергосистемы Самарской области, была выбрана трехфакторная степенная производственная функция Кобба-Дугласа [1,2]:

$$\hat{y}\left(t\right) = Ax_1\left(t\right)^{\alpha} x_2\left(t\right)^{\beta} x_3\left(t\right)^{\gamma}. \tag{1}$$

Для этой модели факторные эластичности $E_{x_i}\left(y\right)$ совпадают с параметрами модели (1): α, β и γ. Действительно, например, для фактора x_1 имеем: $E_{x_1}\left(y\right) = \dfrac{x_1}{y}\dfrac{\partial y}{\partial x_1} = \dfrac{x_1}{y}\cdot\alpha\cdot Ax_1^{\alpha-1}x_2^{\beta}x_3^{\gamma} = \alpha\dfrac{Ax_1^{\alpha}x_2^{\beta}x_3^{\gamma}}{Ax_1^{\alpha}x_2^{\beta}x_3^{\gamma}} = \alpha$.

Таким образом, производственно-экономическая задача оценки показателей эффективности функционирования энергопроизводств сводится к математической задаче нелинейного регрессионного анализа – среднеквадратичному оцениванию параметров α, β и γ модели (1).

Параметрическая идентификация и анализ модели (1) в работах [1,2] проводились на основе статистических данных, публикуемых в ежегодной отчетности региональных министерств и энергетических компаний за 1990-2017 гг. При решении такой задачи – задачи нелинейного регрессионного анализа – среднеквадратичные оценки параметров модели обычно находятся из условия минимизации остаточной суммы квадратов: $\left\|y - \hat{y}\right\|^2 \to \min$, где y – вектор статистических данных, $\hat{y}$ – вектор результатов расчета по модели (1). Однако на практике применение известных методов нелинейной регрессии ограничено проблемами, связанными как со сходимостью итерационных процедур уточнения среднеквадратичных оценок, так и с выбором начального приближения этих оценок [3]. Поэтому в работах [1,2] использовалась линеаризация модели (1) посредством логарифмирования: $\ln \hat{y}_k = \ln A + \alpha \ln x_{1k} + \beta \ln x_{2k} + \gamma \ln x_{3k}$, $k = \overline{1,28}$, где x_{1k}, x_{2k} и x_{3k} – статистические данные за 1990-2017 гг. по капитальным, трудовым и топливным ресурсам, соответственно.

При таком подходе оценки параметров модели (1) достаточно просто вычисляются из условия минимизации квадрата невязки

$$\|\eta\|^2 = \sum_{k=1}^{28} \left(\ln y_k - \ln \hat{y}_k\right)^2 \to \min, \qquad (2)$$

посредством решения нормальной системы четырех линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных $\ln A$, α, β и γ. Результаты вычислений приведены в третьей строке таблицы 1, а построенная таким образом модель в форме производственной функции Кобба-Дугласа имеет вид:

$$\hat{y}_k = 0,899 x_{1k}^{-0,026} x_{2k}^{-0,087} x_{3k}^{0,961}, \qquad k = \overline{1,28}. \qquad (3)$$

Таблица 1

	A	α	β	γ	$Q_{\text{ост}}$	$s^2_{\text{ост}}$
min	0,999	0,020	-0,048	1,104	0,032	0,0013
модель (3)	0,899	-0,026	-0,087	0,961	0,039	0,0016
модель (4)	0,989	0,013	-0,053	1,080	0,033	0,0014

Остаточная сумма квадратов $\|y - \hat{y}\|^2 = \sum_{k=1}^{28} \left(y_k - \hat{y}_k\right)^2$, где y_k – статистические данные по суммарному выпуску продукции энергосистемой за 1990-2017 гг., $\hat{y}_k$ – результаты расчета по модели (3), равна $Q_{\text{ост}1} = 0,039$.

Описанная в работах [1,2] математическая модель функционирования энергосистемы Самарской области в виде (3) имеет ряд недостатков, которые при её использовании могут существенно повлиять на эффективность управления энергосистемой во взаимодействии с производственно-экономическими системами городского и областного уровней.

Во-первых, статистический анализ построенной модели (3) показал, что её параметры не обеспечивают минимума среднеквадратичного отклонения от статистических данных, который составляет $\min Q_{\text{ост}} = 0,032$. Казалось бы, не очень большое различие (19%), однако, вследствие этого оценки коэффициентов эластичности существенно отличаются от оптимальных – на десятки и сотни процентов. Более того, оценка коэффициента эластичности α имеет противоположный знак, и поэтому считать достоверной эту оценку не имеет смысла.

Для устранения этого недостатка преобразуем нелинейную регрессионную модель $y_k = A x_{1k}^{\alpha} x_{2k}^{\beta} x_{3k}^{\gamma} + \varepsilon_k$, построенную на основе производственной функции Кобба-Дугласа, где ε_k – случайная величина, характеризующая разброс статистических данных y_k относительно модели $\hat{y}_k$, к виду

$$\ln y_k = \ln A + \alpha \ln x_{1k} + \beta \ln x_{2k} + \gamma \ln x_{3k} - \ln\left(1 - \frac{\varepsilon_k}{y_k}\right).$$

Используя при малых ε_k аппроксимацию $\eta_k = -\ln\left(1 - \frac{\varepsilon_k}{y_k}\right) \approx \frac{\varepsilon_k}{y_k}$, с точностью до бесконечно малых порядка $\boldsymbol{O}\left(\varepsilon^2\right)$ приводим линейную регрессионную модель к виду

$$y_k \ln y_k = \lambda_1 y_k + \lambda_2 y_k \ln x_{1,k} + \lambda_3 y_k \ln x_{2,k} + \lambda_4 y_k \ln x_{3,k} + \varepsilon_k, \qquad k = \overline{1,28}, \qquad (4)$$

где $\lambda_1 = \ln A$, $\lambda_2 = \alpha$, $\lambda_3 = \beta$ и $\lambda_4 = \gamma$.

Вычисленные из условия минимизации $\|\varepsilon\|^2 \to \min$ оценки коэффициентов регрессионной модели (4) приведены в четвертой строке таблицы 1. Остаточная сумма квадратов для этой модели равна $Q_{\text{ост}2} = 0,033$. Очевидно, что оценка коэффициента эластичности α достаточно близка к оптимальной величине, хотя при ее вычислении не требовалось применения методов нелинейной регрессии, использующих сложные итерационные процедуры уточнения среднеквадратических оценок коэффициентов.

Другой серьезный недостаток модели (3), описывающей функционирование региональной энергосистемы, заключается в том, что в ней изначально предполагается постоянство факторных эластичностей $E_{x_i}\left(y\right) = \frac{x_i}{y}\frac{\partial y}{\partial x_i}$, $i = 1,2,3$, – параметров α, β и γ, характеризующих относительное изменение в % объема продукции региональной энергосистемы при изменении на 1% капитальных ресурсов $x_1\left(t\right)$, трудовых ресурсов $x_2\left(t\right)$ или топливных ресурсов $x_3\left(t\right)$. Хотя вполне вероятно, что за 28 лет, с 1990 по 2017 годы, эти коэффициенты могли меняться в достаточно широком диапазоне.

Для устранения этого недостатка была построена линейная регрессионная модель второго порядка относительно трех факторов x_1, x_2 и x_3, по результатам статистического анализа которой были сделаны следующие выводы. Во-первых, несмотря на высокую адекватность $\left(Q_{\text{ост}} = 0,034\right)$ модели статистическим данным y_k, из-за плохой обусловленности матрицы системы нормальных уравнений при практическом применении эта модель малоэффективна, так как дисперсии оценок недопустимо большие.

Во-вторых, при проверке гипотез о значимости коэффициентов модели оказалось, что модель можно существенно упростить за счет исключения из неё некоторых регрессоров, не ухудшая при этом её адекватности статистическим данным. В результате математическая модель, описывающая функционирование энергосистемы Самарской области, приняла следующий вид:

$$\hat{y}_k = 0,360 + 0,113x_{1k} - 0,990x_{2k} + 1,731x_{2k}x_{3k}, \qquad k = \overline{1,28}. \qquad (5)$$

Остаточная сумма квадратов для этой модели равна $Q_{\text{ост3}} = 0,054$. Сравнивая остаточные дисперсии: $s^2_{\text{ост}} = 0,0013$ – для модели в форме производственной функции Кобба-Дугласа, и $s^2_{\text{ост3}} = 0,0022$ – для линейной регрессионной модели (5), получаем $F = \dfrac{\max\left\{s^2_{\text{ост}}, s^2_{\text{ост3}}\right\}}{\min\left\{s^2_{\text{ост}}, s^2_{\text{ост3}}\right\}} = \dfrac{0,0022}{0,0013} = 1,68$. При уровне значимости $\alpha = 0,95$ критическое значение $F_{\text{кр}} = F\left(0,95;24;24\right) = 1,98$. Так как $F < F_{\text{кр}}$, то линейная регрессионная модель (5) и модель (4) в форме производственной функции Кобба-Дугласа одинаково хорошо описывают статистические данные.

Однако модель (5) в отличие от моделей (3) и (4) позволяет для каждого из факторов: капитальных, трудовых и топливных ресурсов, построить временную зависимость соответствующей факторной эластичности $E_{x_i}\left[y_k\left(t\right)\right]$ и вычислить её величину $E_{x_i}\left(y_k\right)$ для каждого года за период с 1990 по 2017 годы:

$$E_{x_1}\left(y_k\right) = \frac{x_{1k}}{y_k}\frac{\partial y_k}{\partial x_1} = 0,11 \cdot \frac{x_{1k}}{y_k}, \quad E_{x_2}\left(y_k\right) = \frac{x_{2k}}{y_k}\frac{\partial y_k}{\partial x_2} = \left(-0,99 + 1,73x_{3k}\right) \cdot \frac{x_{2k}}{y_k},$$

$$E_{x_3}\left(y_k\right) = \frac{x_{3k}}{y_k}\frac{\partial y_k}{\partial x_1} = 1,73 \cdot \frac{x_{2k}x_{3k}}{y_k}, \qquad k = \overline{1,28}.$$

Таким образом, применение линейной регрессионной модели (5) позволит повысить достоверность результатов анализа текущего состояния и прогнозирования сценариев развития энергопроизводств Самарской области.

Литература

1. Иванова Д.В. Системный анализ и моделирование экологической эффективности региональной энергетики на примере Самарской области // Вест. Сам. гос. тех. ун-та: Сер. Технические науки, 2018. №4(60). С. 6-18.

2. Гаврилова А.А., Салов А.Г., Иванова Д.В. Исследование экономических характеристик регионального промышленного комплекса методами статистического и модельного анализа // М.: Научное обозрение, 2015. №15. С. 327-333.

3. Зотеев В.Е. Численный метод нелинейного оценивания на основе разностных уравнений // Вест. Сам. гос. тех. ун-та: Сер. Физ.-мат. науки, 2018. Т. 22, № 4. С. 669-701.