



Провели патентный поиск в результате, которого было выявлено 23 патента, среди них 14 отечественных, и 9 иностранных. Среди всех патентов было выявлено, что каждое следующее устройство повторяет функции предыдущего, но имеет улучшенные характеристики, например, повышенную точность измерения, надежность, помехоустойчивость на более высоком уровне, а улучшенные качества пилотирования, расширенные функциональные возможности, изменение в конструкции, а также с точки зрения экономики эффективнее.

Используем структуру с параллельными измерительными каналами [2]. Для таких информационно измерительных систем характерна высокая надежность, так как отказ или сбой одного из каналов не приводит к отказу системы, а также высокое быстродействие за счет возможности реализации параллельной обработки информации в нескольких вычислителях. Недостатками информационной измерительной системы параллельного действия являются большие аппаратные затраты и высокая стоимость, а также сложное управление.

**Выводы.**

Проанализировав способы измерения аэродинамического угла можно сделать вывод, что наиболее распространенными являются флюгерные и пневматические, которые не уступают по своей надежности, но наиболее перспективными являются меточные, в связи с наиболее точными измерениями, данная информация подтверждается патентами. Используя схему с параллельными измерительными каналами, повышаем надежность и быстродействие, а также за счет увеличенного быстродействия, уменьшаем погрешность вычислений.

### Литература

1. Солдаткин В. М. Методы и средства измерения аэродинамических углов летательных аппаратов / Казань: Изд-во Казан. гос. техн. ун-та, 2001 448 с.
2. Ганеев Ф.А., Порунов А.А., Солдаткин В.В, Солдаткин В.М. Систематическое проектирование измерительно вычислительных систем: Учебное пособие к курсовому и дипломному проектированию / Под редакцией проф. В.М. Солдаткина. Казань: Изд-во Казан. гос. техн. ун-та, 2011. 150 с.

В.Н. Тарасов

### НОВЫЕ МОДЕЛИ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ ДЛЯ АНАЛИЗА ТРАФИКА С ШИРОКИМ ДИАПАЗОНОМ ИЗМЕНЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ

(Поволжский государственный университет  
телекоммуникаций и информатики)

**Аннотация.** Статья посвящена исследованию систем массового обслуживания (СМО) G/G/1 с произвольными входными распределениями с коэффициентами вариаций интервала между поступлениями требований и времени обслуживания меньшими и большими 1, т.е. перекрывающими весь интервал (0,



$\infty$ ). Для этого рассмотрены системы  $M^{\sim}/M^{\sim}/1$  с запаздыванием во времени и  $H_2/H_2/1$  с гиперэкспоненциальными входными распределениями с целью получения решения для среднего времени ожидания требований в очереди. Приведены также авторские результаты по системам  $H_2/M/1$  и  $M/H_2/1$ . Для вывода решений использован классический метод спектрального разложения решения интегрального уравнения Линдли.

**Ключевые слова.** Системы массового обслуживания, сдвинутое экспоненциальное распределение, гиперэкспоненциальное распределение, среднее время ожидания в очереди.

**Введение.** В современной теории телетрафика актуальны исследования систем массового обслуживания (СМО)  $G/G/1$  с произвольными входными распределениями с коэффициентами вариаций интервала между поступлениями требований  $c_\lambda$  и времени обслуживания  $c_\mu$  меньшими и большими 1, т.е. перекрывающими весь интервал  $(0, \infty)$ . Для обеспечения такого диапазона изменения коэффициентов вариаций рассмотрены системы  $M^{\sim}/M^{\sim}/1$  с запаздыванием во времени [1] и  $H_2/H_2/1$  с гиперэкспоненциальными входными распределениями [2] с целью получения решения для среднего времени ожидания требований в очереди. Для вывода решения в каждом случае использован метод спектрального разложения решения интегрального уравнения Линдли. Для практического применения полученных результатов использован известный метод моментов. В работе [1] показано, что коэффициент вариации случайной величины, распределенной по экспоненциальному закону с запаздыванием во времени, меньше 1. Известно, что распределенная по гиперэкспоненциальному закону  $H_2$  случайная величина имеет коэффициент вариации  $c$  больше 1. Учитывая тот факт, что распределение  $H_2$  является трехпараметрическим, в статье приведен механизм аппроксимации произвольных законов распределений гиперэкспоненциальным как на уровне двух первых моментов, так и на уровне трех первых моментов. Этот факт отражает отличительную особенность закона распределения  $H_2$ .

Решение для системы  $M/M/1$  с запаздыванием (случай  $c_\lambda < 1, c_\mu < 1$ ). Рассмотрим систему массового обслуживания (СМО), на вход которой поступают требования, случайные интервалы между которыми распределены по закону [1]:

$$a(t) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda(t-t_0)}, & t \geq t_0 \\ 0, & 0 \leq t < t_0 \end{cases} \quad (1)$$

Аналогично распределено и время обслуживания:

$$b(t) = \begin{cases} \mu e^{-\mu(t-t_0)}, & t \geq t_0 \\ 0, & 0 \leq t < t_0 \end{cases} \quad (2)$$

Функции плотности (1) и (2) являются сдвинутыми вправо от нулевой точки на величину  $t_0$  экспоненциальными распределениями с двумя параметрами  $(\lambda, t_0)$  и  $(\mu, t_0)$ , причем  $\lambda < \mu$ . Таким образом, имеем СМО с запаздыванием во времени на величину [1].



В работе автора [1] приведены преобразование Лапласа функции плотности времени ожидания, полученное методом спектрального разложения решения интегрального уравнения Линдли:  $W^*(s) = s\Phi_+(s) = \frac{(1-\lambda/\mu)(\mu+s)}{(s+\mu-\lambda)}$ , и полученное через него среднее время ожидания

$$\bar{W} = \frac{\lambda/\mu}{\mu-\lambda}. \quad (3)$$

Для определения неизвестных параметров (3) получена система уравнений:

$$\begin{cases} \lambda^{-1} + t_0 = \bar{\tau}_\lambda \\ (1 + \lambda t_0)^{-1} = c_\lambda \\ \mu^{-1} + t_0 = \bar{\tau}_\mu \\ (1 + \mu t_0)^{-1} = c_\mu \end{cases}, \quad (4)$$

где числовые характеристики в правых частях системы: средние значения интервалов  $\bar{\tau}_\lambda$  и  $\bar{\tau}_\mu$ , коэффициенты вариации  $c_\lambda$  и  $c_\mu$  меньше единицы при  $t_0, \lambda, \mu > 0$ , будут входными параметрами для определения неизвестных параметров. В связи с этим мы имеем немарковскую модель массового обслуживания. Среднее время ожидания требования в очереди в такой системе будет меньше, чем в классической системе М/М/1 при одинаковом коэффициенте загрузки. Кроме того, использование функций плотности (1) и (2) позволяет аппроксимировать исходные входные распределения на уровне двух первых моментов, в отличие от классической системы М/М/1.

В качестве примера рассмотрим случай высокой нагрузки при параметрах:  $\bar{\tau}_\mu = 1$ ,  $\bar{\tau}_\lambda = 10/9$  и  $c_\mu = 0.5$ . В этом случае получим загрузку системы  $\rho = 0,9$ , значение  $c_\lambda = 0,55$ , а из (4) значения  $\lambda = 18/11$  и  $\mu = 2$ . Тогда среднее время ожидания по формуле (3)  $\bar{W} = \frac{18/11/2}{2-18/11} = \frac{18 \cdot 11}{4 \cdot 22} = \frac{9}{4}$ . Классическая система М/М/1 при той же нагрузке дает  $\bar{W} = \frac{0.9/1}{1-0.9} = 9$ , т.е. в 4 раза большую задержку.

Решение для системы Н2/Н2/1 (случай  $c_\lambda \geq 1, c_\mu \geq 1$ ). В работах [2,4] автором найдено преобразование Лапласа для функции плотности времени ожидания для системы Н2/Н2/1:

$$W^*(s) = \frac{s_1 s_2 (s + \mu_1)(s + \mu_2)}{\mu_1 \mu_2 (s + s_1)(s + s_2)}, \quad (5)$$

где  $-s_1$  и  $-s_2$  отрицательные вещественные части корней кубического уравнения

$$s^3 - c_2 s^2 - c_1 s - c_0 = 0. \quad (6)$$

Коэффициенты этого уравнения:  $c_0 = a_0 b_1 - a_1 b_0 - a_0(\mu_1 + \mu_2) + b_0(\lambda_1 + \lambda_2)$ ,  $c_1 = -a_1 b_1 - a_0 - b_0 + (\lambda_1 + \lambda_2)(\mu_1 + \mu_2)$ ,  $c_2 = \lambda_1 + \lambda_2 - \mu_1 - \mu_2$ , а параметры:  $a_0 = \lambda_1 \lambda_2$ ,  $a_1 = p \lambda_1 + (1-p) \lambda_2$ ,  $b_0 = \mu_1 \mu_2$ ,  $b_1 = q \mu_1 + (1-q) \mu_2$ . Величины  $p, \lambda_1, \lambda_2$  и  $q, \mu_1, \mu_2$  явля-



ются параметрами гиперэкспоненциальных распределений с функциями плотностей

$$a(t) = p\lambda_1 e^{-\lambda_1 t} + (1-p)\lambda_2 e^{-\lambda_2 t}, \quad (7)$$

$$b(t) = q\mu_1 e^{-\mu_1 t} + (1-q)\mu_2 e^{-\mu_2 t} \quad (8)$$

соответственно для системы  $H_2/H_2/1$ .

Среднее время ожидания в очереди равно значению производной от функции преобразования Лапласа (5) со знаком минус в точке  $s=0$ . Окончательно, среднее время ожидания в очереди для СМО  $H_2/H_2/1$ :

$$\bar{W} = \frac{1}{s_1} + \frac{1}{s_2} - \frac{1}{\mu_1} - \frac{1}{\mu_2}.$$

Рассмотрим пример. Пусть коэффициент загрузки СМО  $\rho = \bar{\tau}_\mu / \bar{\tau}_\lambda = 0,9$ , где  $\bar{\tau}_\lambda$  и  $\bar{\tau}_\mu$  средние значения интервалов между поступлениями и времени обслуживания. Рассмотрим случай нормированного обслуживания  $\bar{\tau}_\mu = \mu^{-1} = 1$ . Тогда средний интервал между поступлениями  $\bar{\tau}_\lambda = 10/9$ . Пусть коэффициенты вариаций случайных величин - интервалов между поступлениями и времени обслуживания  $c_\lambda = c_\mu = 2$ . Аппроксимация на уровне двух первых моментов дает:  $p \approx 0,887$ ,  $\lambda_1 \approx 1,597$ ,  $\lambda_2 \approx 0,203$ ,  $q \approx 0,887$ ,  $\mu_1 \approx 1,775$ ,  $\mu_2 \approx 0,225$ . Таким образом, неизвестные параметры распределений (7) и (8) однозначно определены. Теперь воспользуемся результатом для системы  $H_2/H_2/1$ , приведенным выше. Коэффициенты кубического уравнения (6) в этом примере равны:  $c_0 \approx 0,014$ ;  $c_1 \approx 0,572$ ;  $c_2 = -0,20$ . Найдем корни кубического уравнения (8) с помощью пакета Mathcad:  $-s_1 \approx -0,852$ ,  $-s_2 \approx -0,025$ ,  $s_3 \approx 0,677$ . Тогда среднее время ожидания равно  $\bar{W} \approx 36,20$ . Для сравнения классическая система  $M/G/1$  с использованием начального момента 2-го порядка времени обслуживания

$$\bar{W} = \frac{\bar{\tau}_\mu^2/2}{1-\rho} = \frac{0,9 \cdot 5/2}{1-0,9} = 22,5, \text{ что существенно занижает время ожидания.}$$

### Заключение

Полученные результаты приводят к следующим выводам.

1. В том случае, когда коэффициенты вариации интервалов поступления и времени обслуживания меньше 1, для анализа трафика можно использовать систему  $M/M/1$  с запаздыванием во времени.

2. В случае, если коэффициенты вариации интервалов поступления и времени обслуживания больше 1, можно использовать систему  $H_2/H_2/1$ .

3. Рабочие формулы для расчета задержки в обоих случаях, приведены выше.

4. Комбинированием рассмотренных законов распределений можно перекрыть диапазон изменения коэффициентов вариаций случайных величин - интервалов между поступлениями  $c_\lambda$  и времени обслуживания  $c_\mu$  от 0 до  $\infty$ .

5. Полученные результаты с успехом могут быть применены в современной теории телетрафика, где задержки пакетов входящего трафика играют пер-



востепенную роль. Для этого необходимо знать числовые характеристики распределения интервалов входящего трафика и времени обслуживания на уровне двух или трех первых моментов. Эти характеристики могут быть определены с помощью современных анализаторов трафика, например, Wireshark [2].

### Литература

1. Tarasov, V.N. Analysis and calculation of queuing system with delay / V.N. Tarasov, N.F. Bakhareva, I.A. Blatov // Automation and Remote Control November 2015, Volume 76, Issue 11, pp 1945-1951. DOI: 10.1134/S0005117915110041.
2. Tarasov, V.N. Analysis of Queues with Hyperexponential Arrival Distributions / V.N. Tarasov // Problems of Information Transmission, 2016, Vol. 52, No. 1, pp. 14–23. DOI: 10.1109/INFOCOMMST.2015.7357256.
3. Тарасов, В.Н. Математическая модель трафика с тяжелохвостным распределением на основе системы массового обслуживания  $M2/M/1$  / В.Н. Тарасов, Н.Ф. Бахарева, Г.А. Горелов // Инфокоммуникационные технологии. 2014. №3. С.36-41.
4. Тарасов, В.Н. Определение среднего времени ожидания требований в управляемой системе массового обслуживания  $M2/M2/1$  / В.Н. Тарасов, И.В. Карташевский // Системы управления и информационные технологии. 2014. Т.57. №3. С.92-96.
5. Тарасов, В.Н. Анализ входящего трафика на уровне трех моментов распределений временных интервалов / В.Н. Тарасов, Н.Ф. Бахарева, Г.А. Горелов, С.В. Малахов // Информационные технологии. 2014. № 9. С.54-59.
6. Кругликов В.К., Тарасов В.Н. Анализ и расчет сетей массового обслуживания с использованием двумерной диффузионной аппроксимации // Автоматика и телемеханика. 1983. № 8. С. 74-83.

О.И. Христовуло, В.Е. Гвоздев, Э.Б. Фахретдинова

## ИНФОРМАЦИОННАЯ ПОДДЕРЖКА УПРАВЛЕНИЯ ОТХОДАМИ НА ОСНОВЕ КОГНИТИВНОГО, ГЕОИНФОРМАЦИОННОГО И МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

(Уфимский государственный авиационный технический университет)

В последние годы особое значение приобрели задачи эффективной природоохранной деятельности, связанные с антропогенным загрязнением окружающей среды, которые в условиях наращивания промышленного производства и увеличения численности населения приобретают угрожающие масштабы [1, 2].

Отходы можно рассматривать с двух точек зрения: как мощный фактор загрязнения, который может привести к экологической катастрофе и как вто-