



помощью СОСОМО II, без уточнения посредством рассмотренного метода (табл. 1). В дальнейшем планируется дополнить разрабатываемую систему упрощенными версиями существующих методов, что сделает возможным ее использование как полноценного самостоятельного программного пакета. Увеличение точности оценки для некоторых opensource-проектов

### Литература

1. Boehm B. Software Cost Estimation with Cocomo II. New Jersey, Prentice-Hall, 1981.
2. Royce W. Software project management: a unified framework. Reading, Addison-Wesley Professional, 1998.
3. Boehm B. Software engineering economics. New Jersey, Prentice-Hall, 1981.
4. Fenton N. Software Metrics: A Rigorous and Practical Approach, London, Chapman and Hall, 1991.
5. Parkinson G. Parkinson's Law and Other Studies in Administration NY, Houghton-Mifflin, 1962.
6. Halstead M. Elements of software science, NY, Elsevier, 1977.
7. Albrecht J., Gaffney J.E. Software function, source lines of codes, and development effort prediction: a software science validation, IEEE Trans Software Eng. SE-9, 1983. P 639-648.

Ю.Н. Горелов, С.Б. Данилов, Л.В. Курганская

## ОБ ОПТИМАЛЬНОМ РАСПРЕДЕЛЕНИИ ФИЗИЧЕСКОГО РЕСУРСА В СИСТЕМЕ НЕЗАВИСИМЫХ ПРОЦЕССОВ УПРАВЛЕНИЯ

(Самарский университет)

Физические ограничения играют существенную роль в задачах управления, в особенности, когда возникает необходимость распределения каких-либо «ресурсов управления» между одновременно протекающими независимыми процессами управления [1-3]. В связи с этим целью настоящего доклада общая постановка задачи распределения некоторого физического ресурса управления (например, энергетического – в виде «энергии управления» или материального ресурса – в виде расходов «топлива») между независимыми системами.

Рассмотрим двухточечную граничную задачу управления для процесса

$$\frac{dx}{dt} = f(x, u), \quad (1)$$

где  $x \in \mathbb{R}^n$  – вектор переменных его состояния,  $u \in \mathbb{R}^m$  – вектор управляющих параметров,  $f: \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$ , а в качестве целевых условий заданы граничные условия общего вида:

$$x(t_0) = x_0; x(t_f) = x_f, \quad (2)$$



где  $\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_f$  – начальное и конечное состояния системы.

Пусть вектор управляющих параметров (воздействий) в (1) удовлетворяет ограничению:

$$\mathbf{u} \in U \subset \square^m, \quad (3)$$

где  $U$  – некоторое компактное множество. Ограничения (3) в прикладных задачах связаны с ограничениями на допустимые значения для управляющих воздействий на объект управления.

В задаче (1) – (3) требуется найти такую допустимую пару  $\{\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)\}$ ,  $\forall t \in [t_0, t_f]$ , для которой выполняются условия (2) и (3). Если она допускает неединственное решение, то ее можно свести к задаче оптимального управления, в которой требуется для пары  $\{\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)\}$  доставить минимум (или максимум) некоторому функционалу  $J = J(\mathbf{x}, \mathbf{u})$ , что может доставлять оценки суммарных затрат какого-либо ресурса управления и вместе с выполнением условий (2) определять цель управления. Если при этом формирование  $\mathbf{u}(t) \in U$  сопряжено с затратами ресурса со скоростью  $\rho(t) \geq 0$ , то  $J = J(\mathbf{x}, \mathbf{u})$  можно задавать в виде интеграла от  $\rho(t) \geq 0$  на интервале управления и в задачах управления следует учитывать не только ограничения вида (3), но и ограничения на расходуемые ресурсы управления, например, в виде:

$$\rho \leq \rho_0, \quad (4)$$

где  $\rho_0 < \infty$  – максимально допустимая скорость расходования ресурса. Если связь между текущими значениями  $\mathbf{u} \in U$  и скоростью расхода ресурса задается так:  $R(\mathbf{u}) = \rho$ , то с помощью обратной функции  $R^{-1}(\rho)$  можно определить  $U_\rho$  – множество допустимых ограничением (4) значений управляющих параметров  $\mathbf{u}$  в (1). Условие (4) может существенно ограничивать множество допустимых значений управляющих параметров в (1), если  $U \setminus U_\rho \neq \emptyset$ , или, более того, полностью исключить ограничения (3), если  $U_\rho \subset U$ . При этом следует также отметить, что управляющие параметры в ограничениях (3) и (4) в общем случае имеют различный физический смысл и их значения могут совпадать только с точностью до размерности.

Если вектор управляющих параметров в (1) является составным и каждая его компонента будет отвечать определенному каналу управления, то после соответствующей группировки переменных состояния (1) можно представить в виде следующей системы:

$$\frac{d\mathbf{x}_k}{dt} = \mathbf{f}_k(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k) + \Delta \mathbf{f}_k(\mathbf{x}, \mathbf{u}), \quad k = 1, 2, \dots, N \quad (N \geq 2), \quad (5)$$

где  $\mathbf{x} = \text{col}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_N)$ ,  $\mathbf{x}_k \in \square^{n_k}$ ,  $n_1 + n_1 + \dots + n_N$ ,  $\mathbf{u} = \text{col}(\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_N)$ ,  $\mathbf{u}_k \in \square^{m_k}$ ,  $m_1 + m_1 + \dots + m_N$ ,  $\mathbf{f}_k : \square^{n_k} \times \square^{m_k} \rightarrow \square^{n_k}$ , а  $\Delta \mathbf{f}_k(\mathbf{x}, \mathbf{u})$  – составляющие, отвечающие



перекрестным связям между каналами управления. При этом для управляющих воздействий имеют место ограничения

$$\mathbf{u}_k \in U_k, k = 1, 2, \dots, N. \quad (6)$$

Граничные условия для (5) для заданных  $\mathbf{x}_{k0}$  и  $\mathbf{x}_{kf}$  ( $k = 1, 2, \dots, N$ ) заданы так:

$$\mathbf{x}_k(t_0) = \mathbf{x}_{k0}; \mathbf{x}_k(t_f) = \mathbf{x}_{kf}, k = 1, 2, \dots, N. \quad (7)$$

Соответственно, если для создания управляющих воздействий  $\mathbf{u}_k$ ,  $k = 1, 2, \dots, N$ , необходимо расходование ресурса со скоростями  $\rho_k = R_k(\mathbf{u}_k) \geq 0$ ,  $k = 1, 2, \dots, N$ , то с учетом (4) тогда должно выполняться следующее ограничение:

$$\sum_{k=1}^N R_k(\mathbf{u}_k) = \sum_{k=1}^N \rho_k \leq \rho_0. \quad (8)$$

В дополнение к (7) для каждого канала управления в (5) можно задавать показателями качества  $J_k$ ,  $k = 1, 2, \dots, N$ , то есть общая цель управления для системы (5) с учетом (8) тогда может быть определена так:

$$\sum_{k=1}^N \alpha_k J_k(\mathbf{u}_k) \rightarrow \min, \quad (9)$$

где  $\alpha_k \geq 0$ ,  $k = 1, 2, \dots, N$ , – некоторые весовые коэффициенты, которые можно рассматривать в качестве приоритетов в расходовании ресурса управления для решения парциальных задач управления в (5) – (7), если  $J_k$  – оценка суммарного расхода ресурса на решение  $k$ -й парциальной задачи.

Задача оптимального управления (5) – (9) относится к классу смешанных задач по А.М. Летову [1]. Особенность таких задач заключается в необходимости распределения единого ресурса управления при одновременном решении набора парциальных задач управления (5) – (9). Решение задачи (5) – (9) представляет практический интерес для значительного числа сложных технических систем, которые допускают декомпозицию на слабо связанные подсистемы. Например, для систем управления ориентацией космических аппаратов [4] во многих случаях допускается раздельное управление по каналам тангажа, крена и рыскания, но расходующий ресурс при этом – энергетический или материальный (топливо) – в таких системах, как правило, является единым. В предельном случае, когда  $\Delta \mathbf{f}_k(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = 0$ ,  $\forall k = 1, 2, \dots, N$ , система (5) представляет совокупность, например, независимых технологических процессов, которые также используют единый ресурс согласно (8). В этом случае система (5) описывается следующей моделью:

$$\frac{d\mathbf{x}_k}{dt} = \mathbf{f}_k(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k), k = 1, 2, \dots, N, \quad (10)$$

Задача оптимального управления (6) – (10) относится к классу ресурсных систем [5] и разработка методов ее решения представляет вполне определенный практический интерес не только для отдельных типов технологических процессов



управления, но и для решения прикладных задач по управлению некоторыми социально-экономическими процессами.

Очевидно, что получение практически ценных и содержательных решений задачи (6) – (10) и, тем более, (5) – (9) требует соответствующим образом конкретизировать приведенные постановки. В первую очередь это связано с моделями процессов управления. С другой стороны, чтобы выявить основные закономерности в распределении физического ресурса определенного вида между независимыми процессами управления достаточно рассмотреть решение модельных задач. В связи с этим решение задачи (6) – (10) рассматривалось в [2, 3] только для объектов управления простейшего вида, а именно, для двойных интеграторов, для которых задавались произвольные граничные условия. В качестве распределяемого ресурса в системе, состоящей из пары интеграторов, рассматривался энергетический ресурс, расход которого ограничен мгновенной мощностью его источника, и материальный ресурс типа «топлива», который ограничен скоростью его расхода. Соответственно, цели управления для такой системы выбирались в виде минимума взвешенных суммарных затрат ресурса как первого, так и второго типа. Решения этих задач были получены с помощью принципа максимума Л.С. Понтрягина [6, 7].

По результатам полученных решений указанных задач в [2, 3] отмечены следующие особенности оптимального распределения единого ресурса между независимыми процессами управления. Во-первых, в задаче на минимум «энергии управления» в каждый момент времени ресурс распределяется в определенной пропорции между независимыми процессами управления, в том числе и в случае эффективности ограничений на управляющие воздействия. Во-вторых, в задачах на минимум расхода материального ресурса – «топлива» скорость его расхода отличается попеременным максимально возможным использованием ресурса управления при решении соответствующих парциальных задач управления. Таким образом, как в первом, так и во втором случаях имеет место вполне определенное согласованное расходование имеющегося единого ресурса между независимыми процессами управления, которое исходит не только из условия обеспечения решения соответствующих парциальных задач управления, но и из условия минимизации парциальных суммарных расходов с учетом назначенных для них приоритетов. Это можно трактовать и как эффект самоорганизации в системе независимых (сепаратных) подсистем, которая образуется в силу использования ими единого физического ресурса.

Очевидно, что кроме рассмотренных физических ресурсов, потребляемых независимыми процессами управления, могут быть ресурсы и иной природы, например, временные и информационные ресурсы управления. В связи с этим следует отметить, что ресурсом управления помимо указанных выше – энергетического или материального – также может быть временной ресурс в виде длительности интервала управления, то есть когда вместо (9) требуется, чтобы  $T = t_f - t_0 \rightarrow \min$ , что отвечает решению задачи на быстроедействие. В [3] установлено, что вне зависимости от вида используемого ресурса оптимальные решения характеризуются максимально возможным использованием ресурсов.



### Литература

1. Летов А.М. Математическая теория процессов управления. М.: Наука, 1981. 256 с.
2. Горелов Ю.Н. К задаче оптимального распределения ресурса в системе независимых объектов управления. I // Известия СамНЦ РАН, 2017, т.19, № 6. С.156-167.
3. Горелов Ю.Н. К задаче оптимального распределения ресурса в системе независимых объектов управления. II // Известия СамНЦ РАН, 2017, т.19, № 6. С.168-178.
4. Раушенбах Б.В., Токарь Е.Н. Управление ориентацией космических аппаратов. М.: Наука, 1974. 600 с.
5. Задача оптимального распределения ресурсов по множеству независимых операций / А.В. Арутюнов, В.Н. Бурков, А.Ю. Заложнев, Д.Ю. Карамзин // Автоматика и телемеханика, 2002, № 5. С. 108-119.
6. Математическая теория оптимальных процессов / Л.С. Понтрягин, В.Г. Болтянский, Р.В. Гамкрелидзе, Е.Ф. Мищенко. М.: Наука, 1976. 392 с.
7. Моисеев Н.Н. Элементы теории оптимальных систем. М.: Наука, 1975. 528 с.

В.В. Графкин, С.В. Чеботарева

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ МЕСТОПЛОЖЕНИЯ ОБЪЕКТОВ В ПРОСТРАНСТВЕ

(Самарский университет)

Современный смартфон уже несколько лет назад перестал быть простым средством связи и обмена информацией. Сегодня он выполняет множество различных функций, не связанных с обеспечением мобильной связи. Это связано с активным развитием микроэлектромеханических систем (МЭМС), к которым относят акселерометр, гироскоп, датчик угловой скорости и многие другие. Основной функцией перечисленных датчиков является возможность определения ориентации в гравитационном поле Земли [1]. Проблема определения пространственного положения объектов является значимой для различных областей науки, в связи с чем разработка новых методов ее решения, является актуальной задачей.

Одним из способов решения поставленной задачи является - метод локализации (Lateration), основанный на распространение сигнала. Он основан на вычисление расстояний между искомой точкой и как минимум тремя точками доступа с дальнейшим решением системы из  $N$  нелинейных уравнений [2]. При  $N=3$  данный метод также известен как трилатерация. Для нахождения расстояний используется модель распространения радиоволн, требующая калибровки некоторых параметров, зависящих от особенностей среды [3].

Основной идеей является расчет расстояний между точками доступа и мобильным устройством для обеспечения зоны локализации [4]. Расстояния