



государственный технологический университет им. В. Г. Шухова».– 2015. – № 21. – С. 151–155.

3. Семенов А.Д., Авдеева О.В., Никиткин А.С. Алгоритм экстремального регулирования на основе рекуррентной процедуры метода наименьших квадратов / // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Технические науки. – 2012. – № 1. – С. 3–11.

А.С. Широқанев, Н.Ю. Ильясова

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ТЕПЛА НА СЕТЧАТКЕ ГЛАЗА ПРИ ЛАЗЕРНОМ ВОЗДЕЙСТВИИ

(Самарский университет)
(Институт систем обработки изображений РАН)

Введение

Лазерная коагуляция является основным инструментом лечения диабетической ретинопатии и представляет собой нанесение серии дозированных микроожогов в области макулярного отека [1,2]. На эффективность результата лечения сильно влияют такие факторы, как энергия лазерного излучения, преобразующаяся в тепловую, расстояние между коагулятами, площадь покрытия. Представленные параметры на настоящий момент выбираются врачом на основе опыта предыдущих операций. Однако расстояние между выстрелами и энергия теплового излучения могут сыграть большую роль в достижении высокой эффективности лечения. На основе уравнения теплопроводности можно смоделировать распространение тепла в сетчатке и оценить терапевтический эффект [3].

Для решения задачи уравнения теплопроводности аналитические методы не подходят в связи со сложностью форм функций объемной теплоемкости и поглощения тепла. При этом среда представляет собой слоистую структуру, где первый слой однороден и неинформативен, а остальные слои имеют сложную форму. Рекомендуется использовать нерегулярную сетку для решения данной задачи. Поэтому в данной работе рассматривается метод конечных элементов [4] для решения задачи теплопроводности.

1 Постановка задачи распространения тепла в среде при лазерном воздействии

Лазерное излучение способствует преобразованию энергии электромагнитного поля в тепловую энергию. Математически можно вывести начальное условие для уравнения теплопроводности через решение уравнения Максвелла. С учетом простоты задачи решать уравнение Максвелла не требуется. Начальное условие выражается через интенсивность лазерного излучения.



Интенсивность лазерного излучения задается формулой $I(r) = \frac{P}{\pi a^2} e^{-\left(\frac{r}{a}\right)^2}$,

где a – радиус пятна, P – мощность лазера.

Будем рассматривать двумерную задачу теплопроводности. Такая задача соответствует сечению трехмерной среды, в плоскости которого проходит лазер. Изменение температуры в элементе вследствие прохождения импульса задается формулой (2).

$$\Delta T_{x_0}(x, z) = \frac{I(|x - x_0|) \beta(x, z) e^{-\beta(x, z) z} \Delta t}{c_{об}(x, z)}. \quad (2)$$

где β – функция поглощения, $c_{об}$ – объемная теплоемкость.

Статическая задача в двумерном случае ставится в виде (3).

$$c_{об}(x, z) \frac{\partial T}{\partial t} = \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(k(x, z) \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k(x, z) \frac{\partial T}{\partial z} \right) \right). \quad (3)$$

С начальным условием $T|_{t=0} = \Delta T_{x_0}(x, z)$.

Граничные условия для простоты задаются нулевыми. Начальное условие можно задавать в центре рассматриваемой области, а область искусственно может быть расширена.

Функции $c_{об}(x, z)$, $k(x, z)$ и $\beta(x, z)$ могут иметь произвольную форму. Для их описания подготавливается изображение, в котором яркость каждого пикселя соответствует интенсивности, которая преобразовывается в значение функции соответствующих координат. Изображение, таким образом, преобразовывается в матрицу значений функции. Для описания непрерывной функции необходимо произвести интерполяцию по полученной матрице.

2 Применение метода конечных элементов для решения поставленной задачи

Для начала воспользуемся методом разделения переменных, чтобы получить 2 задачи. Производится замена $T(t, x, z) = U(t)v(x, z)$. В результате образуются задачи (4) и (5).

$$\frac{dU(t)}{dt} + \lambda U(t) = 0. \quad (4)$$

$$c_x (k_x v'_x)'_x + c_z (k_z v'_z)'_z + \lambda v = 0. \quad (5)$$

Граничные условия задачи (5) нулевые, поскольку нулевыми были исходные граничные условия. Уравнение задачи (5) описано в общем виде, поскольку в результате дальнейших модернизаций функции могут быть разными для разных направлений распространения.

Задачу (5) будем решать методом Галеркина [4]. Решение представляется в виде (6), и записывается невязка (7).



$$\hat{v}(x, z) = \sum_{n=0}^{N-1} C_n \psi_n(x, z). \quad (6)$$

$$N(x, z) = \sum_{n=0}^{N-1} C_n \left[c_x (k_x \psi_{nx}')'_x + c_z (k_z \psi_{nz}')'_z + \lambda \psi_n \right]. \quad (7)$$

Невязка должна быть ортогональна всем базисным функциям, то есть соответствовать уравнению (8).

$$\langle N(x, z), \psi_l(x, z) \rangle = 0. \quad (8)$$

Скалярное произведение выражается двойным интегралом произведения функций по области определения задачи D .

Однако помимо условия ортогональности функций необходимо учесть граничные условия. Таким образом получим следующую систему:

$$\begin{cases} \sum_{n=0}^{N-1} C_n \left[\iint_D \left[c_x (k_x \psi_{nx}')'_x + c_z (k_z \psi_{nz}')'_z \right] \psi_l dx dz + \lambda \iint_D \psi_n \psi_l dx dz \right] = 0, l = \overline{0, N_g - 1} \\ \sum_{n=0}^{N-1} C_n \psi_n(x_l, z_l) = 0, l = \overline{N_g, N_z - 1} \end{cases}$$

В этой системе N_g – количество внутренних точек, N_z – количество граничных точек.

Введем следующие обозначения:

$$A_{ln} = \iint_D \left[c_x (k_x \psi_{nx}')'_x + c_z (k_z \psi_{nz}')'_z \right] \psi_l dx dz;$$

$$B_{ln} = \iint_D \psi_n \psi_l dx dz;$$

$$D_{ln} = \psi_n(x_l, z_l);$$

$$A = (A_{ln}); B = (B_{ln}); D = (D_{ln}).$$

Запишем систему линейных алгебраических уравнений (9).

$$\begin{pmatrix} A + \lambda B \\ D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix} = 0. \quad (9)$$

Система имеет нетривиальное решение, если определитель матрицы системы равен нулю. Получаем уравнение (10).

$$\det \begin{pmatrix} A + \lambda B \\ D \end{pmatrix} = \sum_{k=0}^{N_g} \det \begin{pmatrix} S_k \\ D \end{pmatrix} \lambda^k = 0. \quad (10)$$

Из уравнения (10) находим корни λ_k . Эти значения являются собственными числами задач (4) и (5). Для каждого собственного числа необходимо решить однородную систему линейных уравнений (9). Система имеет не единственное решение. В общем случае решение системы (9) выглядит в виде (11).

$$\vec{C} = \sum_{q=1}^Q p_q \vec{f}_q, \quad (11)$$



где \vec{f}_k – базисные векторы, p_k – произвольные постоянные, $Q = N - r$.

После подстановки коэффициентов (11) в формулу (6) получаем вид (12).

$$\hat{v}_k(x, z) = \sum_{n=0}^{N-1} \left[\sum_{q=1}^{Q_n} p_q f_{qn}^k \right] \psi_n(x, z). \quad (12)$$

Общее решение задачи (3) задается формулой (13).

$$T(t, x, z) = \sum_{k=1}^K E_k e^{-\lambda_k t} v_k(x, z). \quad (13)$$

После подстановки (12) в (13) и дополнительных манипуляций с индексами получим окончательный вид решения (14).

$$T(t, x, z) = \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{k=1}^K Y_{nk} \langle \vec{F}_k^n, \psi_n(x, z) \rangle e^{-\lambda_k t}. \quad (13)$$

Воспользовавшись начальным условием, можем сформировать систему линейных уравнений на базе выражения (13). В системе количество неизвестных будет больше, чем N . Они возникают вследствие решения однородных уравнений. Помимо заданных точек требуется взять дополнительные точки на непрерывной области, чтобы система линейных уравнений была определена. Точки должны быть такими, чтобы определитель матрицы был не равен нулю.

Таким образом, вычисляются неизвестные коэффициенты Y_{nk} выражения (13). На основе решения задачи (3) планируется оценивать расстояние распределения тепла и площадь с критической температурой. Метод конечных элементов позволит акцентировать внимание только на информативной области, где важно оценивать терапевтический эффект.

Заключение

В результате проделанной работы была сформулирована задача теплопроводности для лазерного излучения и получено решение методом конечных элементов. Ключевым преимуществом метода конечных элементов является задание произвольной сетки. На основе полученного решения планируется оценивать расстояние, на которое распространяется тепло до образования коагулята.

Благодарности

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научных проектов № 19-31-90160, № 19-29-01135, № 18-37-00418 и Министерства науки и высшего образования Российской Федерации в рамках выполнения государственного задания Самарского университета и ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН.



Литература

1. Дога, А.В. Современные аспекты диагностики и лечения диабетического макулярного отека / А.В. Дога, Г.Ф. Качалина, Е.К. Педанова, Д.А. Буряков // ФГБУ Межотраслевой научно-технический комплекс «Микрохирургия глаза» им. акад. С.Н. Федорова, Москва, 2014. – Т. 4. – С. 51-59.
2. Issa, P.C. Macular telangiectasia type 2 / P.C. Issa, M.C. Gilliesb, E.Y. Chewc, A.C. Birdd, Tjebo F.C. Heerena, T. Petod, F.G. Holza, Hendrik P.N. Scholl // Progress in Retinal and Eye Research, 2013. – Vol. 34. – P. 49-77.
3. Kozak, I. & Jeffrey Luttrull, (2014) “Modern retinal laser therapy”, Saudi Journal of Ophthalmology, Vol. 29(2), pp.137-146.
4. Панкратов, И.А. Применение метода Галёркина к решению линейных задач оптимального управления / И.А. Панкратов // Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер. Сер. Математика. Механика. Информатика, 2014. – Т. 14(3). – С. 1-10.

М.К. Щербинин, Л.С. Зеленко

РАЗРАБОТКА МЕХАНИЗМА ПЕРСОНАЛИЗАЦИИ ОТЧЕТОВ ПРОГРАММНОГО КОМПЛЕКСА «КОМПЛЕКС ОХРАНЫ ТРУДА» И WEB-ПРИЛОЖЕНИЯ ДЛЯ ИХ КОНФИГУРИРОВАНИЯ

(Самарский национальный исследовательский университет
им. академика С.П. Королева)

В настоящее время в связи с интенсивностью развития производственных процессов, появлением и развитием новых видов деятельности, охрана труда приобретает все большее значение [1].

Ключевую роль в сфере охраны труда занимает формирование отчетной документации. Приказы, направления, акты протоколы – без этого не обходится ни одно предприятие. На заполнение документов специалисты могут затрачивать достаточно много времени [2].

Компанией «СМС-Информационные технологии» разрабатывается программный комплекс (ПК) «Комплекс охраны труда» (КОТ), который позволяет сократить затраты на поддержание безопасности и повысить эффективность на предприятии. У каждого заказчика существуют свои особенности как в наборе необходимых отчетов, так и при их заполнении и формировании.

Для решения этой задачи был разработан механизм персонализации отчетов, позволяющий в зависимости от требований заказчика устанавливать параметры для формирования отчетной документации. Данный механизм реализован в подсистеме формирования отчетов ПК «КОТ», структура которого приведена на рисунке 1. ПК «КОТ» реализован в виде web-приложения на базе трехзвенной клиент-серверной архитектуры.

При запуске приложения механизм извлекает все стили (в состав стиля включены шрифт, размер, жирность, курсив и подчёркивание) из файла, а при