3. Nekovee M. Worm Epidemic in Wireless Ad-hoc Networks // New Journal of Physics, vol. 9, 2007. – Pp. 189-200.

4. Draief M., Ganesh A. A random walk model for infection on graphs: spread of epidemics & rumours with mobile agents, - VALUETOOLS'09: Proc. of Fourth Intl. ICST Conf. On Performance Evaluation Methodologies and Tools, Art. 34. – Brussels, Belgium, 2009.

5. Кочкаров А.А., Сенникова Л.И. Метрические характеристики динамических графов и их применение // В журнале «Новые информационные технологии в автоматизированных системах», вып. 18, 2015.

А.П. Котенко[1,2], Д.А. Пшенина[2], С.Д. Туровец[2]

ПОЛУЧЕНИЕ СТАНДАРТИЗОВАННЫХ ЗНАЧЕНИЙ ХАРАКТЕРИСТИК ПРОДУКЦИИ ПРИ СТОХАСТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРАХ ПРОИЗВОДСТВЕННОГО ПРОЦЕССА

([1]Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва, [2]Самарский государственный технический университет)

Многие производственные процессы характеризуются неустойчивыми колебаниями параметров сырья и технологических процессов. В большинстве случаев невозможно отследить такие флуктуации и отреагировать необходимым образом. Поэтому на выходе отслеживаются лишь усреднённые статистические характеристики готовой продукции. Если они попадают в допустимые стандартами пределы, считается, что технология отлажена. Кроме того, ряд таких целевых показателей меняются противоположно друг другу: улучшение одной характеристики влечёт ухудшение другой и наоборот. В этом случае управляющие воздействия требуют тонкой отладки и минимальных лагов запаздывания.

Подобные технологии обычны, например, для нефтепереработки, когда сырьё поступает с разных месторождений нефти и имеет значительный разброс и нестабильность характеристик [2]. Выходные (результирующие, целевые) параметров продукции можно исследовать статистически, однако идентификация параметров соответствующих линейных либо нелинейных регрессионных уравнений не позволяет узнать, как подобрать управляющие технологические факторы для гарантированного попадание конфликтующих целевых критериев в заданную стандартами область?

В этой ситуации предложим следующую математическую модель задачи [1]. Идентифицируем параметры (структурные коэффициенты) системы $AY=BX$ линейных (линеаризованных) взаимозависимых регрессионных уравнений (структурная форма модели – СФМ):

$$\begin{cases} y_1 = a_{12}y_2 + a_{13}y_3 + a_{14}y_4 + \ldots + a_{1,k-1}y_{k-1} + a_{1k}y_k + b_{11}x_1 + b_{12}x_2 + \ldots + b_{1n}x_n + \varepsilon_1, \\ y_2 = a_{21}y_1 + a_{23}y_3 + a_{24}y_4 + \ldots + a_{2,k-1}y_{k-1} + a_{2k}y_k + b_{21}x_1 + b_{22}x_2 + \ldots + b_{2n}x_n + \varepsilon_2, \\ y_3 = a_{31}y_1 + a_{32}y_2 + a_{34}y_4 + \ldots + a_{3,k-1}y_{k-1} + a_{3k}y_k + b_{31}x_1 + b_{32}x_2 + \ldots + b_{3n}x_n + \varepsilon_3, \\ \ldots \\ y_k = a_{k1}y_1 + a_{k2}y_2 + a_{k3}y_3 + \ldots + a_{k,k-1}y_{k-1} + a_{kk}y_k + b_{k1}x_1 + b_{k2}x_2 + \ldots + b_{kn}x_n + \varepsilon_k. \end{cases}$$

Здесь предполагается, что от исходного (натурального) масштаба показателей совершён переход к стандартизованному масштабу, что объясняет отсутствие свободных членов регрессионных уравнений.

Практически всегда применение метода наименьших квадратов (МНК) к отдельным уравнениям системы СФМ даёт несостоятельные точечные оценки структурных коэффициентов по заданной выборке. Применим поэтому косвенный МНК (КМНК): выразим структурные коэффициенты через коэффициенты приведённой формы модели (ПФМ)

$$\begin{cases} y_1 = \delta_{11}x_1 + \delta_{12}x_2 + \ldots + \delta_{1n}x_n + \omega_1, \\ y_2 = \delta_{21}x_1 + \delta_{22}x_2 + \ldots + \delta_{2n}x_n + \omega_2, \\ \ldots \\ y_k = \delta_{k1}x_1 + \delta_{k2}x_2 + \ldots + \delta_{kn}x_n + \omega_k. \end{cases}$$

Выборочные приведённые коэффициенты находятся с помощью МНК и при обычных предположениях дают состоятельные точечные оценки соответствующих приведённых коэффициентов генеральной совокупности.

Таким образом, задача сводится к идентификации выборочных структурных коэффициентов СФМ по приведённым.

Подстановка идентифицированных приведённых регрессий в структурные уравнения позволяет приравнять коэффициенты при независимых (экзогенных) переменных и получить необходимую систему линейных неоднородных алгебраических уравнений (СЛАУ). Данная СЛАУ имеет общий вид, так как число уравнений и число неизвестных для каждого уравнения СФМ в общем случае произвольны (а также могут меняться от одного уравнения к другому). Возможные следующие случаи [1]:

– *точная идентифицируемость* – структурные коэффициенты определяются по приведённым алгебраически однозначно,

– *неидентифицируемость* –существует бесконечное количество алгебраических решений (т.е. статистически равноценных),

– *сверхидентифицируемость* – противоречивая алгебраически система имеет единственное наилучшее в смысле МНК решение (статистически однозначное).

Специальным подбором нулевых структурных коэффициентов можно добиться точной идентифицируемости всех уравнений СФМ.

Результатом идентификации структурных коэффициентов является система линейных уравнений $AY=BX$, связывающих вектор X управляющих (экзогенных) регрессоров с вектором Y результирующих (эндогенных) параметров продукции.

Тогда оптимальное управление X^* даёт формула $X^*=B^{-1}AY^*$, где Y^* – заданный (оптимальный) набор характеристик продукции.

Подстановка предельно допустимых стандартами значений вектора Y позволяет найти допустимые отклонения управляющих воздействий X. [2]

Литература

1. Котенко А.П., Букаренко М.Б. Геометрия систем линейных регрессионных уравнений / Известия СНЦ РАН, т.15, №6(3), Самара, – 2013. С. 820-823.
2. Котенко А.П., Кузнецова О.А. Применение методов многомерного регрессионного анализа для оптимизации производства битума стандартизованных характеристик / Современные информационные технологии и ИТ-образование. Сборник научных трудов 10-й Юбилейной международной научно-практической конф. – М.: МГУ, 2015. – С. 356-359.

А.П. Котенко[1,2], М.С. Щербаков[2]

СВЕДЕНИЕ ЗАДАЧИ О ЧИСЛЕ КЛАСТЕРОВ К ВЫЧИСЛЕНИЮ КРАТЧАЙШИХ РАССТОЯНИЙ НА ГРАФЕ

([1]Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва, [2]Самарский государственный технический университет)

Ряд прикладных задач требует разбиения заданного множества объектов на подмножества (кластеры), объединяющие объекты по тому или иному признаку сходства. Например, к ним относятся задачи размещения минимального числа обслуживающих узлов в вершинах графа: градостроительное регулирование, распределённые системы массового обслуживания и др. Эффективность найденного решения в значительной степени определяется числом полученных кластеров.

В случае парного сравнения объектов можно представить их вершинами графа с рёбрами, помеченными мерой сходства-различия вершин.

При симметричности меры отношения парного сходства вершин получим неориентированный граф.

Рассмотрим задачу разбиения множества вершин $v_i \in V$, $i \in \overline{1,n}$, $n := |V| < \infty$, неориентированного графа $G(V,R)$ без петель с рёбрами $r_i \in R$, $i \in \overline{1,m}$, $m := |R| < \infty$, веса $|r_i| \ge 0$ на кластеры $U_i \subset V$, $i \in \overline{1,k}$, $k<\infty$, минимизирующие расстояния $\rho(v,u_i)$ до вершин графа G, размещённых в центрах кластеров $u_i \sim U_i$, $u_i \in V$. [1]

Пусть кластеры могут пересекаться, но не вложены друг в друга. Такой набор кластеров $\{U_i : i \in \overline{1,k}\}$ накрывает множество вершин V, не являясь его разбиением. Поэтому число кластеров k может оказаться как не меньше, так и не больше числа вершин n.

Метрику $\rho(v_i,v_j)$ между вершинами $v_i, v_j \in V$ (быть может, с потерей аксиомы отделимости) определим минимумом сумм весов рёбер пути, соединяющего вершины.

Отметим, что наличие аксиомы отделимости эквивалентно отсутствию рёбер нулевого веса.

Очевидно, вершина $u_i \in V$, определяющая центр $u_i \sim U_i$ заданного кластера U_i, существует (возможно, не единственная) и принадлежит этому кластеру: $u_i \in U_i$.

Предложенный признак принадлежности кластерам на компонентах связности графа G будет согласован с заданной метрикой (ρ,V). Таким образом, выбор метрики на вершинах графа эквивалентен выбору той или иной кластеризации множества его вершин. Изменяя требования о наиболее эффективном числе кластеров, получаем набор ограничений на свойства согласованных метрик, определяющих числовые характеристики отношения сходства-различия вершин графа.

Это позволяет выявить ограничения на количественные описания качественных признаков объектов, соответствующих вершинам.

Сформулируем обратную задачу: присвоить рёбрам $r \in R$ неориентированного конечного графа $G(V,R)$ с заданным набором кластеров числовые неотрицательные веса $|r| \ge 0$, порождающие согласованную метрику (ρ,V). Её тривиальное решение: присвоить нулевые веса рёбрам $r := (v_i, v_j) \in R$, лежащим внутри одного кластера $v_i, v_j \in U_k$, и единичные веса – остальным рёбрам.

Тривиальное решение порождает метрику (ρ,V) без аксиомы отделимости (если хотя бы один кластер содержит более одной вершины), в которой исходные кластеры состоят из вершин, разделённых нулевыми расстояниями, а расстояние от каждой вершины до любой вершины чужого кластера больше нуля.

Возможно нетривиальное решение обратной задачи с согласованной метрикой (ρ,V), удовлетворяющей аксиоме отделимости: достаточно приписать рёбрам, лежащим внутри одного кластера, достаточно малые положительные, а остальным рёбрам – достаточно большие веса.

Точные границы, разделяющие веса этих двух типов, имеют конструктивное, хотя достаточно громоздкое описание.

Сделаем вывод: кластерное представление множества вершин конечного графа эквивалентно подбору неотрицательных весов рёбер, порождающих согласованную метрику (ρ,V). Построить согласованную метрику можно, к примеру, с помощью матричного алгоритма [2].

Предложенный алгоритм обобщается на случай несимметричной меры отношения сходства-различия объектов, расположенных в вершинах графа, переходом к орграфу с парами антиколлинеарных дуг, замещающих рёбра исходного графа. В таком случае, получаются не только различные кластеры, но и их число, если строить кластеры для расстояний, определённых по одной дуге антиколлинеарной пары.