

## МОДЕЛЬ ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ ФУНКЦИИ ОТРАСЛИ МАШИНОСТРОЕНИЯ И МЕТАЛЛООБРАБОТКИ САМАРСКОЙ ОБЛАСТИ

Цапенко М.В.<sup>1</sup>, Ермакова А.А.<sup>2</sup>

*Российская Федерация, г. Самара,*

*<sup>1</sup>Самарский национальный исследовательский университет  
имени академика С.П. Королева,*

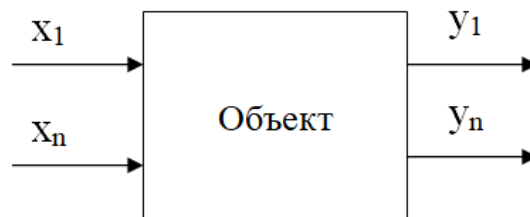
*<sup>2</sup>Самарский государственный технический университет*

**Аннотация.** На долю промышленности Самарской области приходится подавляющее большинство производства автомобилей в стране, и эта отрасль продолжает стремительно развиваться. Для дальнейшего успешного функционирования любого вида промышленности необходима оценка соотношения произведенной продукции и производственных мощностей, затраченных на нее, а для одной из лидирующих отраслей региона этот вопрос особенно актуален. Оценить такую зависимость позволяет класс производственных функций Кобба-Дугласа.

**Ключевые слова:** машиностроение, металлообработка, регион, производственная функция, затраты, трудовые ресурсы, обрабатывающие производства.

Около 70% выпуска автомобилей в стране приходится на долю Тольяттинского АвтоВАЗа, также Самарская область занимает второе место по розничной торговле автомобилями после столицы. Машиностроение составляет около 35% промышленного комплекса региона, обеспечивает рабочими местами около 13% трудоспособного населения области, поэтому вклад этой отрасли в экономику региона достаточно ощутим.

Общий вид экономической системы такого типа представлен на рисунке 1.



**Рисунок 1. Структура производственно-экономической системы**

На рисунке 1 отражена зависимость выходных величин  $(y_1, \dots, y_n)$  от входных величин  $(x_1, \dots, x_n)$ , в таком случае задачей моделирования является определение характера этой зависимости.

Для решения задач такого типа зачастую применяются модели класса производственных функций [1, 2, 3, 4, 5]. Производственные функции Кобба-Дугласа позволяют оценить зависимость объема произведенной продукции (выходной величины) от затраченных трудовых и капитальных ресурсов (входных величин).

Математически производственная функция Кобба-Дугласа записывается следующим образом:

$$Y = A \cdot K^\alpha \cdot L^{1-\alpha} \quad (1)$$

где  $Y$  – объем выпуска продукции;  $K$  – затраты капитальных ресурсов;  $L$  – затраты трудовых ресурсов;  $A$  – масштабный коэффициент;  $\alpha$  – эластичность [1].

Параметры  $K$ ,  $L$ ,  $Y$  являются статистическими и известными, а параметр  $\alpha$  необходимо идентифицировать методом наименьших квадратов [6, 7, 8, 9].

Процедура идентификации параметров производственной функции методом наименьших квадратов подразумевает приведение производственной функции к линейному виду: для этого необходимо прологарифмировать обе части функции, затем произвести замену. Таким образом, линейная форма выражения (1) будет иметь вид:

$$y = c + \alpha \cdot x. \quad (2)$$

Идентификация производится путем определения таких значений неизвестных коэффициентов  $\alpha$  и  $c$ , при которых будет обеспечено минимальное значение отклонения фактических значений от расчетных:

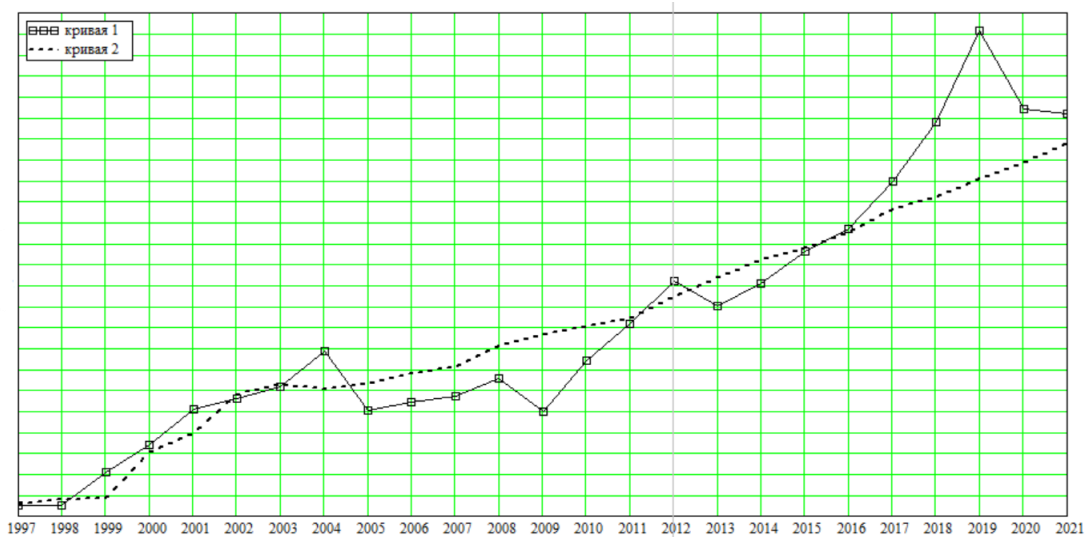
$$F(\alpha; c) = \sum_{i=1}^n (y_i - (c + \alpha \cdot x))^2 \rightarrow \min \quad (3)$$

Следующим этапом является поиск частных производных и приравнивание их к нулю, а затем решение методом подстановки [10].

Модель вида (1) позволяет анализировать различные отрасли промышленности [11, 12].

Исходные статистические данные для расчета были собраны на основе официальных источников [13, 14, 15, 16, 17, 18]. Таким образом, в качестве параметра  $Y$  рассматривается объем произведенной продукции,  $K$  – основные фонды,  $L$  – занятые в рассматриваемой отрасли промышленности. Анализ статистики проводился в период с 1997 по 2021 годы.

Результаты математического моделирования функционирования отрасли машиностроения и металлообработки с помощью однородной производственной функции Кобба-Дугласа представлены на рисунке 2.



**Рисунок 2. Результаты моделирования**  
**1 – фактические данные; 2 – однородная ПФ Кобба-Дугласа**

Следующим этапом математического моделирования является оценка качества найденных модельных решений [19]. Общее качество уравнения регрессии было оценено коэффициентом детерминации  $R^2$ . В свою очередь, статистическая значимость коэффициента  $R^2$  оценивается  $F$  – статистикой Фишера. Для проверки отсутствия автокорреляции остатков рассчитан критерий Дарбина-Уотсона (DW). Среднеквадратическая ошибка (СКВО) оценивает квадрат разницы между фактическими и полученными значениями.

Таким образом, в ходе качественной оценки моделирования были получены следующие значения показателей:  $R^2 = 0,89$ ;  $F = 400$ ;  $DW = 1,29$ ;  $СКВО = 0,05$ .

Полученные результаты позволяют сделать вывод об удовлетворительном качестве моделирования. На основе такой модели возможна оценка эффективности функционирования рассматриваемого процесса и дальнейшее построение прогноза.

Научная новизна полученных модельных решений определена собранной, обработанной и приведенной к сопоставимому виду исходной фактической статистической информацией для идентификации параметров производственной функции.

### Список литературы

1. Клейнер, Г.Б. Производственные функции: теория, методы, применение. М.: Финансы и статистика, 1986. 239 с.
2. Дилигенский, Н.В. Математическое моделирование и обобщённое оценивание эффективности производственно-экономических систем / Н.В. Дилигенский, М.В. Цапенко // Проблемы управления и моделирования в сложных системах, Самара, 14–17 июня 2004 года. – Самара: Самарский научный центр РАН, 2004. – С. 96-106.
3. Абрамов А.П., Бессонов В.А., Никифоров Л.Т., Свириденко К.С. Исследование динамики макроэкономических показателей методом производственных функций. М.: ВЦ АН СССР, 1987. 67 с.
4. Иванюков Ю.П., Ланец С.А. Анализ и построение производственных функций с переменной эластичностью замещения по ресурсам. М.: Наука, 1980. 166 с.
5. Плакунов М.К., Раяцкас Р.Л. Производственные функции в экономическом анализе. Букинист. 1984. 308 с.
6. Зоркальцев В.И. Метод наименьших квадратов: геометрические свойства, альтернативные подходы, приложения. Новосибирск: ВО «Наука». 1995. 220 с.
7. Карасев А.И., Кремер Н.Ш., Савельева Т.И. Математические методы и модели в планировании. М.: Экономика. 1987. 240 с.
8. Лотов А.В. Введение в экономико-математическое моделирование. М.: Наука. 1984. 392 с.
9. Замков О.О., Толстопятенко А.В., Черемных Ю.Н. Математические методы в экономике. М.: МГУ, Издательство «ДИС». 1997. 368с.

10. Горбунов В.К. Производственные функции: теория и построение. Учебное пособие / В. К. Горбунов. – Ульяновск : УлГУ, 2013. – 84 с.
11. Цапенко М.В. Статистическая идентификация макроэкономических характеристик промышленных комплексов // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия: Технические науки. 2001. № 13. С. 186 - 194.
12. Гаврилова, А.А., Цапенко, М.В. Синтез математических моделей региональной энергосистемы как многомерных производственных функций // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия: Технические науки. 2002. № 14. С. 126 - 130.
13. Самарский статистический ежегодник. 2000-2020: Стат. Сб.\ Самарстат. 51с., 147 с.
14. Российский статистический ежегодник. 2022: Стат. сб.\ Росстат. 117 с., 395 с.
15. ЕМИСС URL: <https://www.fedstat.ru/> (дата обращения: 04.12.2023).
16. ВІ Система URL: <http://bi.gks.ru/biportal/contourbi.jsp?all-sol=1&solution=Dashboard> (дата обращения: 04.12.2023).
17. Витрина статистических данных URL: <https://showdata.gks.ru/finder/> (дата обращения: 04.12.2023).
18. База данных показателей муниципальных образований URL: <https://rosstat.gov.ru/dbscripts/munst/munst36/DBInet.cgi> (дата обращения: 04.12.2023).
19. Грачева М.В., Фадеева Л.Н., Черемных Ю.Н. Моделирование экономических процессов: Учебник для студентов вузов, обучающихся по специальностям экономики и управления. - 2-е изд. изд. - Москва: ЮНИТИ-ДАНА, 2017. 543 с.

## MODEL OF THE PRODUCTION FUNCTION OF THE MACHINE BUILDING AND METALWORKING INDUSTRY IN SAMARA REGION

M.V. Tsapenko<sup>1</sup>, A.A. Ermakova<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Samara National Research University,

<sup>2</sup>Samara State Technical University,  
Samara, Russian Federation

**Abstract.** The Samara Region industry accounts for the vast majority of automobile production in the country, and this industry continues to develop rapidly. For the further successful functioning of any kind of industry it is necessary to estimate the ratio of the produced output and the production capacity spent on it, and for one of the leading industries in the region this issue is especially relevant. The class of Cobb-Douglas production functions allows us to estimate this dependence.

**Keywords:** machine building, metalworking, region, production function, costs, labor resources, manufacturing industries.