# СТАТИСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПОТОКА ПАССАЖИРОВ АЭРОПОРТА

**В.А. Романенко, Е.Н. Романенко**

***Самарский государственный аэрокосмический университет им. академика С.П.Королева, Самара, Россия***

Для решения задач, связанных с оптимизацией аэровокзального обслуживания пассажиров и обработки багажа, необходимо знание характеристик потока пассажиров, прибывающих в аэропорт для прохождения предполетных формальностей. В частности, требуется наличие вероятностного распределение времени пребывания пассажиров в аэропорту, числа мест багажа пассажиров, а также доли пассажиров, прибывающих в аэропорт в составе группы.

Туристические группы, семьи, делегации и другие совокупности пассажиров, располагающие общим багажом и проходящие обслуживание совместно, следует рассматривать в качестве отдельных требований на обслуживание, равно как и одиночных пассажиров, путешествующих не в группе. Это позволяет обеспечить выполнение условия ординарности входящих потоков пассажиров и багажа. Для учета группового характера поступления и обслуживания пассажиров используется коэффициент $k_{ГР}$, представляющий собой отношение суммы числа групп и одиночных пассажиров к общему числу пассажиров.

С целью определения перечисленных характеристик в аэровокзалах ряда аэропортов РФ были проведены экспериментальные исследования входящего потока пассажиров, результаты которых приведены в таблице 1.

Таблица 1 – Результаты исследования входящего потока пассажиров

| Аэропорт, год наблюдений | Объем выборки пассажиров, чел. | Число групп и одиночных пассажиров | Групповой коэффициент, $k_{ГР}$ | Число мест зарегистрированного багажа | Число мест багажа на 1 пассажира / на 1 группу |
|---|---|---|---|---|---|
| Пулково 1 (СПб), 2008 | 152 | 100 | 0.66 | 103 | 0.68 / 1.03 |
| Храброво (Калининград), 2009 | 571 | 392 | 0.69 | Только трансферные пассажиры, зарегистрированный багаж обрабатывается отдельно | |
| Курумоч (Самара), 2005 | 89 | 70 | 0.79 | 54 | 0.61 / 0.77 |
| Курумоч (Самара), 2008 | 212 | 165 | 0.78 | 138 | 0.65 / 0.83 |
| Курумоч (Самара), 2009 | 146 | 109 | 0.75 | 115 | 0.79 / 1.06 |
| Сумма | 1170 | 836 | – | 410 (без Храброво) | – |
| Среднее | – | – | 0.71 | – | 0.68 / 0.92 |

Интенсивность входящего в аэровокзал потока пассажиров – широко используемая в моделях аэропорта величина - может быть определена, если известно вероятностное распределение длительности пребывания вылетающих пассажиров в аэропорту. Эта длительность представляет собой интервал времени от момента прибытия пассажира в аэровокзал для прохождения предполетных формальностей до момента вылета рейса. При ее определении особое удобство представляет использование времени, измеряемого до вылета $\tau$. В отличие от натурального времени $t$, направление возрастания которого на временной оси традиционно изображается слева направо, время $\tau$ имеет противоположную направленность, причем в качестве начала отсчета используется момент вылета рейса. Таким образом, если $t$ – натуральное время прибытия пассажира в аэровокзал, а $t_d$ – натуральное время отправления рейса, которым вылетает пассажир, то $\tau$ – длительность пребывания пассажира в аэропорту, определится как $\tau = t_d - t$.

Целым рядом работ (например, [1-3]) установлено, что распределение вероятностей $\tau$ зависит от многих факторов, к которым относятся:

- принятые методы обслуживания пассажиров в аэровокзале и конкретные сроки начала и окончания регистрации;

- соотношение между внутренними и международными рейсами;
- расстояние от города до аэропорта и имеющиеся транспортные связи;
- относительная численность транзитных и трансферных пассажиров;
- класс аэропорта и интенсивность воздушного движения;
- характеристика района тяготения аэропорта и др.

Ниже рассмотрен пример статистического анализа процесса прибытия пассажиров в аэровокзал аэропорта Курумоч (Самара) в течение ряда дней весны 2009 г. На входе в аэровокзал был проведен опрос 556 пассажиров, вылетающих внутрироссийскими рейсами. Учитывая групповой характер поступления пассажиров, число наблюдений составило 438. Минимальное время нахождения в аэровокзале составило 40 мин, максимальное – 481 мин; выборочное среднее – 98.33 мин; выборочное среднее квадратическое отклонение – 36.99 мин. Для оценки ошибки выборки использована формула [4]:

$$S_{\bar{x}} = \frac{\bar{\sigma}}{\sqrt{n}}\sqrt{1-\frac{n}{N}}, \qquad (1)$$

где $S_{\bar{x}}$ – стандартная ошибка выборочного среднего;

$\bar{\sigma}$ – выборочное среднее квадратическое отклонение;

$n$ – объем выборки (556 пасс);

$N$ – объем генеральной совокупности.

В качестве генеральной совокупности принято годовое число вылетающих пассажиров для аэропорта Курумоч ($N \approx 700$ тыс. пасс). Таким образом, ошибка составляет вполне удовлетворительную величину – 1.6%.

Считая продолжительности пребывания пассажиров в аэропорту взаимно независимыми случайными величинами, определим закон их распределения в соответствии с алгоритмом критерия согласия $\chi^2$ Пирсона, включающим следующие этапы.

Временной диапазон, в течение которого вылетающие пассажиры прибывают в аэровокзал, разбивается на интервалы (классы) одинаковой ширины $\Delta\tau = 10$ мин. Границы и срединные значения интервалов приведены в таблице 2.

Таблица 2 – Обработка данных о продолжительности пребывания пассажиров в аэропорту

| № интервала, $j$ | Границы интервала, $\tau_{j-1}– \tau_j$ | Срединное значение, $(\tau_{j-1}– \tau_j)/2$ | Эмпирическая частота, $a_j$ | Оценка функции распределения, $F^*(t_j)$ | Оценка вероятно-сти попадания в интервал, $p^*(j)$ | Выравнивающая частота, $a^*(j)$ | $\delta(j)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *1* | *2* | *3* | *4* | *5* | *6* | *7* | *8* |
| 1 | 35-45 | 40 | 5 | 0.01509 | 0.01509 | 6.609 | 0.39156 |
| 2 | 45-55 | 50 | 26 | 0.06052 | 0.04543 | 19.897 | 1.87166 |
| 3 | 55-65 | 60 | 31 | 0.14714 | 0.08663 | 37.941 | 1.27010 |
| 4 | 65-75 | 70 | 54 | 0.26767 | 0.12053 | 52.792 | 0.02764 |
| 5 | 75-85 | 80 | 64 | 0.40455 | 0.13687 | 59.951 | 0.07004 |
| 6 | 85-95 | 90 | 54 | 0.53948 | 0.13493 | 59.100 | 0.16265 |
| 7 | 95-105 | 100 | 62 | 0.65935 | 0.11987 | 52.505 | 0.57504 |
| 8 | 105-115 | 110 | 37 | 0.75769 | 0.09834 | 43.073 | 0.38522 |
| 9 | 115-125 | 120 | 26 | 0.83345 | 0.07575 | 33.180 | 0.8086 |
| 10 | 125-135 | 130 | 33 | 0.88890 | 0.05545 | 24.288 | 1.85471 |
| 11 | 135-145 | 140 | 20 | 0.92782 | 0.03892 | 17.046 | 1.43978 |
| 12 | 145-155 | 150 | 4 | - | - | - | - |
| 13 | 155-165 | 160 | 10 14 | 0.97151 | 0.04369 | 19.137 | 1.37905 |
| 14, 15 | 165 ... 185 | - | 0 | - | - | - | - |
| 16 | 185-195 | 190 | 1 | - | - | - | - |
| 17 | 195-205 | 200 | 3 | - | - | - | - |
| 18 | 205-215 | 210 | 0 | - | - | - | - |
| 19 | 215-225 | 220 | 1 | - | - | - | - |
| 20 | 225-235 | 230 | 0 | - | - | - | - |
| 21 | 235-245 | 240 | 1 | - | - | - | - |
| 22 ... 29 | 245 ... 325 | - | 0 12 | - | - | - | - |
| 30 | 325-335 | 330 | 1 | - | - | - | - |
| 31 | 335-345 | 340 | 2 | - | - | - | - |
| 32 | 245-355 | 350 | 0 | - | - | - | - |
| 33 | 355-365 | 360 | 1 | - | - | - | - |
| 34,35 | 365 ... 385 | - | 0 | - | - | - | - |
| 36 | 385-395 | 390 | 1 | - | - | - | - |
| 36 … 44 | 395 … 475 | - | 0 | - | - | - | - |
| 45 | 475-485 | 480 | 1 | 0.99994 | 0.02849 | 12.479 | 0.01837 |
| Сумма | | | 438 | | 1 | 438 | $\chi^2$=10.2545 |

Для каждого ($j$-го) интервала подсчитывается эмпирическая частота $a_j$, т.е. зафиксированное в результате наблюдений число пассажиров, длительность пребывания в аэровокзале которых попадает в $j$-й интервал. Для корректного использования критерия $\chi^2$ необходимо, чтобы число наблюдений в интервале было не менее 7-10, поэтому ряд интервалов, как правило, объединяются.

Анализ построенной по результатам обработки наблюдений гистограммы распределения времени пребывания пассажиров в аэропорту (рис. 1) позволяет выдвинуть гипотезу о принадлежности рассматриваемой случайной величины тому или иному закону распределения. Здесь проводилась проверка возможности сглаживания эмпирических распределений тремя законами: логарифмически нормальным, Вейбулла и гамма. Все три закона описываются не более чем тремя параметрами и характеризуются положительной асимметрией, что, судя по характеру гистограммы, делает правомерным гипотезу о возможности их использования. В дальнейшем для параметров распределений использованы единообразные обозначения: α – параметр формы; β – масштабный параметр; *s* – параметр положения или сдвиг распределения.

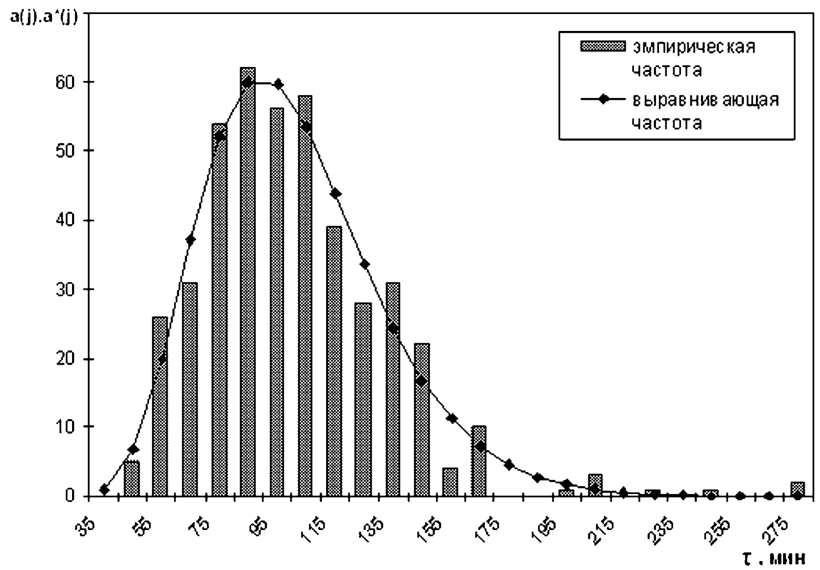


Рисунок 1 – Распределение времени пребывания, вылетающего пассажира в аэропорту

Ниже приводятся важнейшие характеристики перечисленных законов для некоторой случайной величины *X*.

Функция и плотность логарифмически нормального распределения выражаются формулами [5]:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \le s, \\ \dfrac{1}{\sqrt{2\pi\alpha^2}} \int\limits_0^{\pi} exp\left\{-\dfrac{[ln(x-s)-\beta]^2}{2\alpha^2}\right\} dt, & x > s; \end{cases} \quad (2)$$

$$f(x)=\begin{cases} 0, & x \le s, \\ \frac{1}{(x-s)\sqrt{2\pi\alpha^2}} exp\left\{-\frac{[ln(x-s)-\beta]^2}{2\alpha^2}\right\}, & x > s. \end{cases} \quad (3)$$

Среднее значение и дисперсия логарифмически нормального распределения выражаются через его параметры:

$$\mu = s + exp\left\{\beta + \frac{1}{2}\alpha^2\right\}; \qquad \sigma^2 = exp\{2\beta + \alpha^2\}\left(e^{a^2} - 1\right). \quad (4)$$

Выражения для функции и плотности гамма-распределения вероятностей имеют вид:

$$F(x)=\begin{cases} 0, & x \le s, \\ \frac{1}{\Gamma(\alpha)}\Gamma_{\frac{1}{\beta}(x-s)}(\alpha), & x > s; \end{cases} \quad (5)$$

$$f(x)=\begin{cases} 0, & x \le s, \\ \frac{\beta^{-\alpha}}{\Gamma(\alpha)}(x-s)^{\alpha-1} e^{-\frac{(x-s)}{\beta}}, & x > s, \end{cases} \quad (6)$$

где $\Gamma_{\frac{1}{\beta}(x-s)}$ – неполная гамма-функция, значения которой приведены, например, в [6].

Среднее значение и дисперсия связаны с параметрами $\alpha$, $\beta$, $s$ соотношениями:

$$\mu = \alpha\beta + s; \qquad \sigma^2 = \alpha\beta^2. \quad (7)$$

Для распределения Вейбулла функция и плотность определяется в соответствии с формулами:

$$F(x)=\begin{cases} 0, & x \le s, \\ 1 - exp\left\{-\left(\frac{x-s}{\beta}\right)^{\alpha}\right\}, & x > s; \end{cases} \quad (8)$$

$$f(x)=\begin{cases} 0, & x \le s, \\ \frac{\alpha}{\beta^{\alpha}}(x-s)^{\alpha-1} exp\left\{-\left(\frac{x-s}{\beta}\right)^{\alpha}\right\}, & x > s. \end{cases} \quad (9)$$

Среднее и дисперсия распределения Вейбулла определяются следующим образом:

$$\mu = \frac{\beta}{\alpha}\Gamma\left(\frac{1}{\alpha}\right) + s; \qquad \sigma^2 = \frac{\beta^2}{\alpha}\left\{2\Gamma\left(\frac{2}{\alpha}\right) - \frac{1}{\alpha}\left[\Gamma\frac{1}{\alpha}\right]^2\right\}. \tag{10}$$

Следующим шагом алгоритма является расчет величины оценки функции сглаживающего распределения $F^*(\tau_j)$ для заданных определенным образом значений параметров $\alpha$, $\beta$ и $s$. В зависимости от выбранного закона распределения, расчет проводится по одной из формул: (2), (5) или (8). Как показала проверка, наилучшее сглаживание обеспечивает гамма-распределение, функция которого определяется по формуле (5). Для этого случая результаты расчетов приведены в столбцах 5-8 табл. 2.

Далее определяются величины $p^*(j)$ – оценки вероятности попадания случайной величины в $j$-ый интервал:

$$p^*(1) = F^*(t_1); \quad p^*(j) = F^*(t_j) - F^*(t_{j-1}), \ \ 1 < j < m; \quad p^*(m) = 1 - F^*(t_{m-1}),$$

где $m$ – число интервалов (с учетом объединения).

Находятся оценки ожидаемого числа наблюдений в соответствующих интервалах – выравнивающие (теоретические) частоты, при условии, что гипотеза о выбранном теоретическом распределении верна:

$$a^*(j) = np^*(j).$$

Производится подсчет величин $\delta(j)$, используемых при определении значения критерия $\chi^2$:

$$\delta(j) = \frac{\left(a_j - a^*(j)\right)^2}{a^*(j)}.$$

Величина статистики критерия $\chi^2$ определяется как сумма:

$$\chi^2 = \sum_{j=1}^{m} \delta(j). \tag{11}$$

Найденная таким образом величина $\chi^2$ сравнивается с критическим значением квантили $\chi^2$-распределения $K^{-1}(1-\rho;\nu)$, определяемым по таблице в зависимости от критического уровня значимости $\rho$ и числа степеней свободы $\nu$. Величина $\rho$ задается в пределах 0.1-0.01. Число степеней свободы в данном случае определяется по формуле:

$$\nu = m - r - 1,$$

где $m$ – число интервалов, $r$ – число оцениваемых параметров.

Число интервалов с учетом объединения $m$=13. В рассматриваемом случае число параметров для гамма-распределения $r$=3. Принятая величина критического уровня значимости ρ=0.05. Для перечисленных величин определенное по таблице $\chi^2$-распределения критическое значение $K^{-1}(0.95;9)=16.919$.

Значения параметров α, β и $s$ определяются в ходе решения задачи математического программирования с использованием табличного программного обеспечения для ПЭВМ. Результатом является совокупность α, β и $s$, доставляющая минимум величине $\chi^2$ при ограничениях $\alpha>0;\ \beta>0;\ \tau_{min}>s\geq 0$. Первые два условия определяются свойствами функции гамма-распределения, а последнее – еще и смыслом задачи.

Приведенные в табл. 2 данные соответствуют следующему решению α=6.061; β=12.567; $s$=19.969. Среднее значение и среднее квадратическое отклонение, определенные по формулам (7), равны $\mu=95.609;\ \sigma=30.325$, что близко к эмпирическому распределению. Построенный для этих значений полигон сглаживающих частот представлен на рис. 1. Сопоставление его с гистограммой показывает хорошее сглаживание.

Как следует из табл. 2, величина критерия $\chi^2$ не превышает критического значения, что свидетельствует о правомерности предположения о принадлежности распределения времени пребывания пассажира в аэропорту Курумоч гамма-закону.

Одновременно в аэропорту Курумоч проводилось обследование пассажиров международных рейсов. Полученные результаты свидетельствуют в пользу принадлежности и их времени пребывания гамма-распределению, однако малый объем наблюдений не позволяет выполнить строгое доказательство этой гипотезы. Приближенно могут быть приняты следующие параметры «гипотетического» распределения: α=7.1; β=16.0; $s$=25.1.

Список литературы:

1. Русинов И.Я., Цеханович Л.А., Подшипков В.А. и др. Организация воздушных перевозок. М.:Транспорт, 1976.

2. Ashford N., Stanton H.P.M., Moore, C.A., Airport operations. 2nd Edition. McGraw-hill. New York. 1995.

3. Ashford N., Wright P.H. Airport Engineering. Third Edition. John Wiley &

Sons, Inc. 1992 – 520 p.

4. Шварц Г. Выборочный метод. М.: «Статистика». 1978.

5. Кобзарь А.И. Прикладная математическая статистика. Для инженеров и научных работников. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006.

6. Пагурова В.И. Таблицы неполной гамма-функции. – М.: ВЦ АН СССР, 1963.