УДК 629.785; 004.942

Ковалёв В.В., Старинова О.Л.

МОДЕЛИРОВАНИЕ БАЛЛИСТИЧЕСКОЙ СХЕМЫ ПЕРЕЛЁТА ЗЕМЛЯ-МАРС НА УЧАСТКЕ ПЛАНЕТОЦЕНТРИЧЕСКОГО ДВИЖЕНИЯ УХОДА ИЗ СФЕРЫ ДЕЙСТВИЯ ЗЕМЛИ

Целью настоящей работы является расчёт и оптимизация участка планетоцентрического манёвра выхода из сферы действия Земли для перелёта Земля-Марс. Традиционно для расчётов межпланетных перелётов используется метод кусочно-конической аппроксимации, в соответствии с которым, траектория движения разбивается на три участка [1]:

- планетоцентрического движения ухода из сферы действия планеты старта;
- гелиоцентрического движения между сферами действия планет;
- планетоцентрического движения в сфере действия планеты назначения.

В данной работе рассматривается следующая баллистическая схема перелёта: ракета-носитель выводит на круговую опорную орбиту связку «космический аппарат/разгонный блок»; разгон космического аппарата (КА) и выведение его с опорной орбиты Земли на орбиту перелёта к Марсу осуществляется за счёт двигательной установки разгонного блока; формирование рабочей ареоцентрической орбиты предполагается осуществлять за счёт собственной двигательной установки КА.

Под оптимизацией баллистической схемы перелёта на участке планетоцентрического движения понимается выбор расчётного случая, обеспечивающего минимальный расход рабочего тела разгонного блока. Для расчёта планетоцентрического манёвра выхода из сферы действия Земли потребуется определить геоцентрический избыток скорости КА, который обеспечит формирование требуемой гелиоцентрической орбита. То есть фактически провести расчёт участка гелиоцентрического движения, поскольку данный участок определяет характеристическую скорость ΔV_1, которой КА должен обладать на момент выхода из сферы действия Земли для перелёта на Марс.

Полученный в результате расчёта перелёта на участке гелиоцентрического движения вектор потребного гиперболического избытка скорости $\overline{\Delta V_1}$ выражен в гелиоцентрической сферической системе координат:

$$\overline{\Delta V}_1 = \begin{pmatrix} V_{r1} \\ V_{\tau 1} \\ 0 \end{pmatrix} \qquad (1)$$

где V_{r1}, $V_{\tau 1}$ – радиальная и трансверсальная составляющие скорости связки «космический аппарат/разгонный блок» соответственно.

Для расчёта перелёта на участке геоцентрического движения следует преобразовать вектор $\overline{\Delta V_1}$ в экваториальную геоцентрическую систему координат. Преобразование проводится поэтапно: сначала рассчитывается переход от сферической к геоцентрической эклиптической системе координат, а затем от эклиптической к экваториальной системе координат:

$$\overline{\Delta V}_{1эклип} = A \cdot \overline{\Delta V}_1; \tag{2}$$

$$\overline{\Delta V}_{1экват} = L \cdot \overline{\Delta V}_{1эклип}, \tag{3}$$

где $\overline{\Delta V}_{1эклип}$ и $\overline{\Delta V}_{1экват}$ – векторы скорости отлёта от Земли в геоцентрической эклиптической и инерциальной экваториальной геоцентрической системах координат соответственно. Матрицы перехода от сферической к геоцентрической эклиптической A и от эклиптической к инерциальной экваториальной геоцентрической системам координат L имеют следующий вид:

$$A = \begin{pmatrix} \cos(\lambda) & -\sin(\lambda) & 0 \\ \sin(\lambda) & \cos(\lambda) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \tag{4}$$

$$L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\varepsilon) & -\sin(\varepsilon) \\ 0 & \sin(\varepsilon) & \cos(\varepsilon) \end{pmatrix}, \tag{5}$$

где $\lambda = \varphi_E$ – эклиптическая долгота равная полярному углу положения Земли;

$\varepsilon = 23°26' = 23{,}43°$ – угол между плоскостью эклиптики и плоскостью экватора Земли.

В результате преобразований по формулам (2, 3) вектор скорости отлёта от Земли будет иметь следующий вид:

$$\overline{\Delta V}_{1экват} = \begin{pmatrix} V_{1\infty x} \\ V_{1\infty y} \\ V_{1\infty z} \end{pmatrix}, \tag{6}$$

где $V_{1\infty x}$, $V_{1\infty y}$ и $V_{1\infty z}$ – компоненты вектора скорости отлёта от Земли, представленные в виде проекций скорости на оси инерциальной экваториальной геоцентрической системы координат. Зная компоненты вектора скорости $\overline{\Delta V}_{1_{экват}}$, определяем его склонение и прямое восхождение, по формулам:

$$\sin\delta = \frac{V_{1\infty z}}{\left|\overline{\Delta V}_{1экват}\right|}; \tag{7}$$

$$\cos\alpha = \frac{V_{1\infty x}}{\sqrt{V_{1\infty x}{}^2 + V_{1\infty y}{}^2}}; \tag{8}$$

$$\sin\alpha = \frac{V_{1\infty y}}{\sqrt{V_{1\infty x}{}^2 + V_{1\infty y}{}^2}}, \tag{9}$$

где δ – склонение траектории КА; α – прямое восхождение.

Далее определяются элементы гиперболической геоцентрической траектории отлёта. Большую полуось гиперболической орбиты определим из интеграла энергии:

$$h = \frac{\mu_E}{a} = \left|\overline{\Delta V}_{1экват}\right|^2 \Rightarrow a = \frac{\mu_E}{\left|\overline{\Delta V}_{1экват}\right|^2}, \tag{10}$$

где h – константа интеграла энергии; a – большая полуось гиперболической орбиты отлёта; μ_E – гравитационный параметр Земли. Полагаем, что переход с круговой опорной орбиты радиуса $R_{оп}$ производится компланарно импульсом в перицентре гиперболы отлёта.

В таком случае, определим скорость в перицентре гиперболы через гиперболический избыток скорости отлёта $\left|\overline{\Delta V}_{1экват}\right|$ с помощью интеграла энергии:

$$V_{\pi 0} = \sqrt{\frac{2\mu_E}{R_{оп}} + \left|\overline{\Delta V}_{1экват}\right|^2}, \tag{11}$$

где $V_{\pi 0}$ – скорость в перицентре гиперболы. После вычисления скорости $V_{\pi 0}$ определим фокальный параметр и эксцентриситет гиперболической орбиты отлёта:

$$p = \frac{V_{\pi 0}^2 \cdot R_{оп}^2}{\mu_E}; \tag{12}$$

$$e = \frac{p}{R_{оп}} - 1, \tag{13}$$

Далее определим наклонение геоцентрической орбиты. При этом необходимо учесть, что наклонение орбиты должно удовлетворять условию $i \geq \delta$. В противном случае нельзя провести плоскость через вектор скорости $\overline{\Delta V}_{1экват}$ и центр Земли. Затем, по наклонению i определяем аргумент широты КА из прямоугольного сферического треугольника, представлено на рис. 1:

$$\sin u_\infty = \frac{\sin\delta}{\sin i}, \tag{14}$$

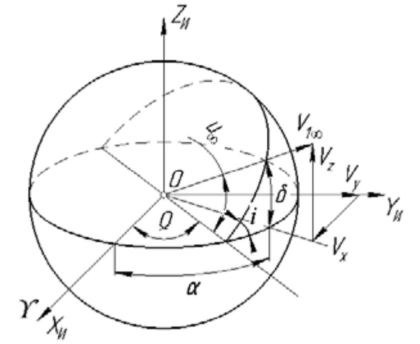

Рис. 1 – Определение угла восходящего узла в сфере действия Земли

Вычислим величину долготы восходящего узла, проектируя гиперболический избыток скорости отлёта $\overline{\Delta V}_{1экват}$ на геоцентрические экваториальные оси координат:

$$\sin\Omega = \left|\overline{\Delta V}_{1экват}\right| \cdot \frac{V_{1\infty y} \cdot \cos u_\infty - V_{1\infty x} \cdot \sin u_\infty \cdot \cos i}{V_{1\infty x}^2 + V_{1\infty y}^2}; \tag{15}$$

$$\cos\Omega = \left|\overline{\Delta V}_{1экват}\right| \cdot \frac{V_{1\infty x} \cdot \cos u_\infty + V_{1\infty y} \cdot \sin u_\infty \cdot \cos i}{V_{1\infty x}^2 + V_{1\infty y}^2} \tag{16}$$

Характеристическая скорость запуска с круговой опорной орбиты на гиперболическую орбиту отлёта, а, следовательно, на геоцентрическую орбиту определяем как:

$$\Delta V_{отл} = V_{\pi 0} - V_{кр} = V_{\pi 0} - \sqrt{\frac{\mu_E}{R_{оп}}}, \tag{17}$$

где $V_{кр}$ – скорость на опорной круговой орбите.

Для определения расхода рабочего тела разгонного блока на геоцентрическом участке перелёта воспользуемся формулой Циолковского:

$$m_{T\_РБ} = m_{0\_РБ} \left(1 - e^{-\frac{\Delta V_{отл}}{c_{РБ}}}\right), \tag{18}$$

где $m_{T\_РБ}$ – масса расхода рабочего тела разгонного блока; $m_{0\_РБ}$ – стартовая масса разгонного блока; $c_{РБ}$ – скорость истечения газов из сопла двигательной установки разгонного блока.

Для проведения расчётов и моделирования в среде разработки программного обеспечения Lazarus был разработан программный комплекс. Для проверки работоспособности программного комплекса был произведён тестовый расчёт, исходные данные которого представлены в табл. 1. Результаты расчётов для различных длительностей гелиоцентрического участка движения представлены на рис.2.

Таблица 1

Стартовая масса разгонного блока	6821 кг
Удельный импульс двигательной установки разгонного блока	293 с
Дата старта	5 июня 2020 года
Диапазон рассматриваемых дат прилёта	26 февраля – 9 марта 2021 года
Радиус опорной геоцентрической орбиты	6556 км

Рис. 2 – График зависимости массы рабочего тела разгонного блока от длительности гелиоцентрического участка движения

По результатам расчётов можно сделать вывод, что наименьшей расход топлива разгонного блока (на рисунке 3 обозначен черным ромбом) соответствует длительности перелёта 267 суток.

Библиографический список

1. Белоконов, В. М. Траектории полетов к Луне и межпланетные траектории [Электронный ресурс]: конспект лекций. - Куйбышев, 1989. - 31 с.

2. Бикмаев, И. Ф. Сферическая астрономия [Электронный ресурс]: учебное пособие / И.Ф. Бикмаев, В.В.Шиманский. – Казань: Казан. ун-т, 2015. – 130 с.