

СРАВНЕНИЕ ПЕРЕЛЁТОВ К ОКОЛОЗЕМНОМУ АСТЕРОИДУ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЖИДКОСТНОГО РЕАКТИВНОГО ДВИГАТЕЛЯ И ДВИГАТЕЛЯ МАЛОЙ ТЯГИ

Введение

Изучению околоземных астероидов в последнее время уделяется много внимания. Это связано с вопросами астероидной опасности [1, 2], а также изучения их физических параметров, в том числе гравитационного поля. Наибольший объем научных данных может быть получен при функционировании космического аппарата (КА) в непосредственной близости от объекта исследования.

В данной работе проводится моделирование перелёта к околоземному астероиду 2011ES₄ при его сближении с Землей КА с различными типами двигательных установок: жидкостным реактивным двигателем (ЖРД) и электрореактивным двигателем (ЭРД). Целью является проведение сравнения проектно-баллистических характеристик перелётов и определение целесообразности применения той или иной двигательной установки. 01-03 сентября 2020 года, астероид 2011ES₄ сблизится с Землей на минимальное расстояние, равное 120 000 км. 2 сентября его скорость относительно Земли будет составлять 8,16 км/с. Этот момент является удобным для запуска к нему КА.

Постановка задачи и описание математической модели

Примем, что КА в начальный момент времени движется по околоземной круговой орбите высотой H . Характеристики КА и двигательной установки также считаются известными. В момент начала манёвра происходит включение двигателя, и КА начинает перелёт к астероиду в соответствии с выбранной программой управления. Необходимо выбрать такую программу управления и такое время старта, которые обеспечат минимальный расход топлива, и при этом обеспечат минимальную относительную скорость между астероидом и КА в точке встречи.

Перелёт с электроракетным реактивным двигателем

Для электрореактивной двигательной установки (ЭРД) расход топлива КА определяется следующим соотношением [3]:

$$\dot{m}_r = \frac{P}{c},$$

где P – тяга двигателя; c – скорость истечения рабочего тела.

Движение КА будет описываться следующей системой уравнений:

$$\begin{cases} \ddot{\vec{r}} = \vec{f}_G + \vec{f}_S + \vec{f}_M + \vec{a} \\ \dot{m}_T = \frac{P}{c} \end{cases},$$

где \vec{f}_G – ускорение, вызванное притяжением Земли; \vec{f}_S – ускорение, вызванное притяжением Солнца; \vec{f}_M – ускорение, вызванное притяжением Луны; \vec{a} – ускорение от двигателя.

В данной работе предполагается, что двигатель после начала движения работает без выключений, изменяется только направление тяги. В этом случае, ускорение от двигателя будет определяться следующим соотношением:

$$\vec{a} = \frac{P}{m_0 - m_T(t)} \vec{e} = \frac{P}{m_0 - \frac{P}{c}t} \vec{e}.$$

Здесь $\vec{e} = (e_x \ e_y \ e_z)^T$ – единичный вектор, показывающий направление ускорения от двигателя. В качестве критерия оптимальности рассматривается минимальный расход топлива:

$$\vec{e} = \arg \min m_T(t, \vec{e}).$$

Уравнения движения в геоцентрической инерциальной системе координат:

$$\begin{cases} \dot{x} = V_x \\ \dot{y} = V_y \\ \dot{z} = V_z \\ \dot{V}_x = f_{G_x} + f_{S_x} + f_{M_x} + a_x \\ \dot{V}_y = f_{G_y} + f_{S_y} + f_{M_y} + a_y \\ \dot{V}_z = f_{G_z} + f_{S_z} + f_{M_z} + a_z \end{cases}.$$

В данном случае единичный вектор ускорения находится следующим образом:

$$\vec{e} = \begin{pmatrix} \cos \alpha \\ \cos \beta \\ \sqrt{1 - \cos(\alpha)^2 - \cos(\beta)^2} \end{pmatrix}.$$

Для того, чтобы найти оптимальное управление по углам α и β , воспользуемся принципом максимума Понтрягина [4]. Составим гамильтониан и определим α и β , при которых обеспечивается его максимум:

$$\begin{cases} \frac{\partial H}{\partial \alpha} = 0 \rightarrow \frac{\psi_{V_z} \cos \alpha \sin \alpha}{\sqrt{1 - \cos(\alpha)^2 - \cos(\beta)^2}} - \psi_{V_x} \sin \alpha = 0 \rightarrow \alpha_{opt} = \arccos \left(\psi_{V_x} \sqrt{\frac{0.5(1 - \cos 2\beta)}{\psi_{V_x}^2 + \psi_{V_z}^2}} \right) \\ \frac{\partial H}{\partial \beta} = 0 \rightarrow \frac{\psi_{V_z} \cos \beta \sin \beta}{\sqrt{1 - \cos(\alpha)^2 - \cos(\beta)^2}} - \psi_{V_y} \sin \beta = 0 \rightarrow \beta_{opt} = \arccos \left(\psi_{V_y} \sqrt{\frac{0.5(1 - \cos 2\alpha)}{\psi_{V_y}^2 + \psi_{V_z}^2}} \right) \end{cases}.$$

С учётом системы сопряжённых уравнений мы имеем систему из 12 уравнений, содержащих уравнения изменения шести фазовых координат и шести сопряженных переменных, описывающих оптимальный перелет к астероиду.

Теперь перейдем к граничным условиям краевой задачи. Если определена точка старта на начальной орбите, то нам известны орбита и положение КА в начальный момент времени и нам полностью известен вектор фазовых переменных. В то же время начальные условия для сопряжённых переменных будут неизвестными. В конечный момент времени нам известны необходимые координаты, совпадающие с координатами астероида, а скорость КА считается нефиксированной. Исходя из условий трансверсальности, конечные условия для сопряженных переменных по координатам будут нефиксированными, а сопряженные переменные по скорости в конечный момент времени будут равны нулю.

$$\begin{cases} x(0) = x_0 \\ y(0) = y_0 \\ z(0) = z_0 \\ V_x(0) = V_{x_0} \\ V_y(0) = V_{y_0} \\ V_z(0) = V_{z_0} \end{cases}, \begin{cases} x(T) = x_T \\ y(T) = y_T \\ z(T) = z_T \\ \psi_{V_x}(T) = 0 \\ \psi_{V_y}(T) = 0 \\ \psi_{V_z}(T) = 0 \end{cases}.$$

В результате мы имеем шестипараметрическую краевую задачу, решив которую мы получим оптимальную траекторию, на которой будет обеспечиваться минимальный расход топлива КА. Для решения краевой задачи использовался модифицированный метод Ньютона с начальными условиями, полученными из решения задачи о плоском межорбитальном переходе в рамках задачи двух тел.

Перелёт с жидкостным реактивным двигателем

Рассмотрим перелёт к астероиду с использованием ЖРД с той же опорной орбиты, что и с ЭРД и оценим затраты топлива и относительную скорость в зависимости от точки старта. Перелёт рассчитывается в рамках той же модели движения в импульсной постановке (по одноимпульсной схеме).

Результаты исследования

Рассматривать будем перелёт с опорной орбиты с параметрами, приведенными в табл. 1. Наклонение и долгота восходящего узла (ДВУ) опорной орбиты соответствуют наклонению и ДВУ орбиты астероида в геоцентрической инерциальной системе координат. Параметры орбиты астероида получены с помощью системы JPL Horizons [5].

Таблица 1 – Параметры опорной орбиты

Параметр	Значение
Высота H , км	3000
Эксцентриситет e	0
Наклонение i , град	62
Долгота восходящего узла Ω , град	336

Масса КА на исходной орбите m для исследований с ЭРД и ЖРД будет одинакова и равна 100 кг. Для проведения исследования были взяты параметры ЭРД и ЖРД, соответствующие реальным двигателям. Параметры выбранных двигателей приведены в табл 2.

Таблица 2 – Параметры двигателей

Характеристики двигателя	Величина	
	ЭРД	ЖРД
Тип двигателя	ЭРД	ЖРД
Название	ПлаС-40	-
Тяга P , Н	0,042	500
Скорость истечения c , м/с	17500	3100
Масса двигателя, кг	1,2	4

Траектория перелёта КА с ЭРД с полученным законом управления и приведенными выше исходными данными имеет вид плоской спирали и приведена на рис. 1. Перелёт к ближайшей точке орбиты астероида (соответствует 1 сентября 2020 г. 16:00 GST) составил 15,5 суток, то есть движение КА с ЭРД должно начаться 17 августа в 04:00 GST, чтобы встретиться с астероидом в этой точке. Относительная скорость между КА и астероидом составит 6,28 км/с.

Для определения оптимальной с точки зрения относительной скорости астероида и КА с ЖРД будет варьироваться точка начала манёвра на опорной орбите. Изменяя точку старта, КА будет выходить в различные точки орбиты астероида. Как следствие, будет изменяться время перелета и требуемая для перелета величина импульса. Результаты этого исследования приведены на рис. 2.

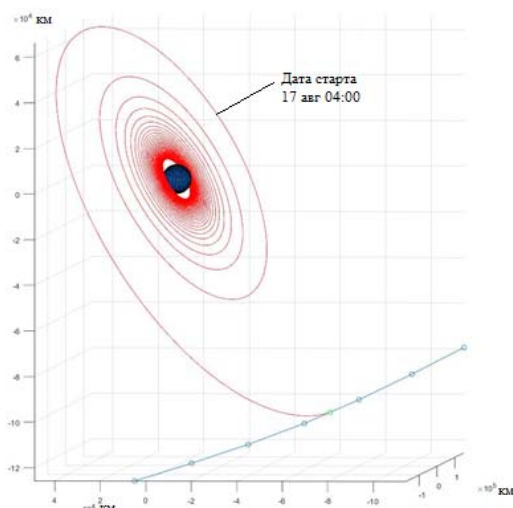


Рис. 1. Траектория перелета к астероиду с ЭРД.

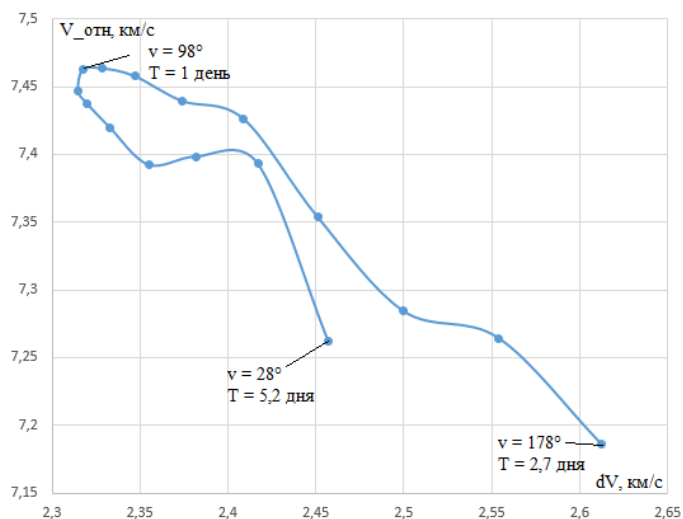


Рис. 2. Зависимость относительной скорости от величины импульса.

На рис. 2 представлена зависимость относительной скорости между КА и астероидом в зависимости от величины импульса, требуемого для перелёта, и угла старта. Как видно из графика, при одноимпульсном перелёте при выходе в точки орбиты астероида, отличные от ближайшей, которой соответствует угол старта 98° , значительно возрастает время перелёта. Также увеличивается величина требуемого импульса, но при этом относительная скорость между КА и астероидом уменьшается незначительно. Поэтому оптимальным для перелета с ЖРД является выход в ближайшую точку орбиты. При встрече КА и астероида в этой точке относительная скорость составит $7,46$ км/с.

Ниже, в таблице 3, приведены результаты сравнения проектно-баллистических параметров перелёта в ближайшую к Земле точку орбиты астероида с использованием ЭРД и ЖРД.

Таблица 3 – Результаты сравнения ЭРД и ЖРД

Тип двигателя	Время работы, сут / с	Секундный расход, кг/с	Полный расход, кг	Относительная скорость, км/с
ЭРД	15,5 сут	$2,4 \cdot 10^{-6}$	3,21	6,28
ЖРД	464 с	0,161	74,8	7,46

Как видно из данной таблицы, перелет КА с ЭРД по расходу значительно превосходит перелёт, совершаемый КА с ЖРД. Несмотря на значительно большее время перелёта на наш взгляд использование ЭРД является предпочтительным, так как позволяет доставить к астероиду научную аппаратуру большей массы за приемлемое время.

Заключение

В рамках данной работы было проведено исследование перелета КА с ЭРД к орбите околоземного астероида 2011ES₄. Был получен закон управления, обеспечивающий минимальных расход рабочего тела при работе ЭРД без выключений. Также был рассмотрен перелет КА с ЖРД к тому же астероиду. В результате работы выяснилось, что применение ЭРД является более целесообразным.

Работа была выполнена при поддержке гранта РФФИ, проект № 20-08-00779-а.

Библиографический список

1. Николаева Е.А., Старинова О.Л. Моделирование систем защиты Земли для отведения астероидной опасности с помощью кинетического перехватчика //Информационные технологии и нанотехнологии. – 2018. – С. 1328-1333.
2. Старинова О. Л., Николаева Е. А., Шорников А. Ю. ПОДБОР И ИЗУЧЕНИЕ ПРОЕКТНЫХ И БАЛЛИСТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК НАНОСПУТНИКА ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ АСТЕРОИДА АПОФИС //XLIV Академические чтения по космонавтике, посвященные памяти академика СП Королёва и других выдающихся отечественных ученых-пионеров освоения космического пространства. – 2020. – С. 711-713.
3. Старинова О.Л. Расчет межпланетных перелетов космических аппаратов с малой тягой. – Самара: Издательство Самарского научного центра РАН, 2007, 196 с.
4. Понтрягин Л. С., Болтянский В. Г., Гамкрелидзе Р. В., Мищенко Е. Ф. Математическая теория оптимальных процессов. — М.: Наука, 1976.
5. JPL Horizons On-Line Ephemeris System [Электронный ресурс]. – <https://ssd.jpl.nasa.gov/horizons.cgi> (дата обращения: 17.02.2021).