В. Д. БОГАТЫРЕВ

АНАЛИЗ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ И ЭЛАСТИЧНОСТИ ОЦЕНКИ ЭФФЕКТИВНОСТИ ИНВЕСТИЦИОННЫХ ПРОЕКТОВ ПРИ ПЕРЕМЕННЫХ ФИНАНСОВЫХ ПОТОКАХ

Самарский государственный аэрокосмический университет

Проблема оценки эффективности инвестиционных проектов возникает в случае необходимости принятия решений рядом структур инвестирующих капитал, например, банком при депозитно-кредитных операциях, акционерами (дольщиками) при создании предприятий, управляющим при расширении производства. Интерес инвестора состоит в том, чтобы финансируемый проект был устойчивым и управляемым при всевозможных изменениях рыночных условий, что особенно важно в условиях России, где необходимо учитывать риск, инфляцию, противоречивое законодательство, возможность финансового кризиса и, как следствие, кризис неплатежей.

Целью данной работы является анализ чувствительности и эластичности простейшего критерия эффективности инвестиционного проекта при переменных финансовых потоках.

В нашем случае таким критерием выступает чистая приведенная (текущая, дисконтированная) стоимость, которая представляет собой разность дисконтированных за период жизненного цикла проекта всех оценок получаемых результатов и затрат:

$$\mathbf{G} = \sum_{n=1}^{N} \frac{\left(\mathbf{R}_n - \mathbf{C}_n\right)}{\left(1+\mathbf{i}\right)^n} = \sum_{n=1}^{N} \frac{\mathbf{R}_n}{\left(1+\mathbf{i}\right)^n} - \sum_{n=1}^{N} \frac{\mathbf{C}_n}{\left(1+\mathbf{i}\right)^n} = \underline{\mathbf{R}} - \underline{\mathbf{C}}, \quad (1)$$

где $\mathbf{G}$ - текущая стоимость проекта, $\mathbf{R}_n$ и $\mathbf{C}_n$ - будущие доходы и затраты проекта в $\mathbf{n}$-ый период времени соответственно, $\underline{\mathbf{R}}$ и $\underline{\mathbf{C}}$ - суммарные дисконтированные результаты и затраты, $\mathbf{N}$ - срок инвестиционного проекта в периодах, $\mathbf{i}$ – ставка дисконта без учета инфляции.

Очевидно, что для принятия проекта необходимо выполнение условия:

$$\mathbf{G} \geq 0. \quad (2)$$

При наличии нескольких ($\mathbf{j=1, ..., m}$) альтернативных вариантов проектов выбирается тот, при котором достигается наибольшая величина $\mathbf{G}$, то есть искомый вариант $\mathbf{J}$ находится из условия:

$$\mathbf{G}^{\mathbf{J}} = \max_{\mathbf{j}} \mathbf{G}. \quad (3)$$

Если норма дисконтирования по периодам (годам) изменяется и равна $\mathbf{i}_r$ ($\mathbf{r=1, ..., N}$), то (1) модифицируется - $\left(1+\mathbf{i}\right)^n$ заменяется произведением $\left(1+\mathbf{i}_1\right)\cdot\left(1+\mathbf{i}_2\right)\cdot\ldots\cdot\left(1+\mathbf{i}_n\right)$:

$$\mathbf{G} = \sum_{n=1}^{N} \frac{\left(\mathbf{R}_n - \mathbf{C}_n\right)}{\prod_{r=1}^{n}\left(1+\mathbf{i}_r\right)}. \quad (4)$$

Например, если имеется переменная по периодам инфляция с темпом $\mathbf{t}_r$, а “стандартная” (то есть без инфляции) норма дисконтирования равна $\mathbf{i}$, то итоговая норма дисконтирования будет следующей: $\mathbf{i}_r = \mathbf{i} + \mathbf{t}_r + \mathbf{i}\cdot\mathbf{t}_r$.

Для анализа функций чувствительности чистой приведенной стоимости (1) к параметрам $\mathbf{R_n}$, $\mathbf{C_n}$, $\mathbf{i}$ необходимо продифференцировать оценку проекта $\mathbf{G}$ к каждому из параметров:

$$\gamma_{R_n}^{G} = \frac{1}{(1+i)^n}, \quad (5)$$

$$\gamma_{C_n}^{G} = -\frac{1}{(1+i)^n}. \quad (6)$$

Функции чувствительности проекта $\gamma_{C_n}^{G}$ и $\gamma_{R_n}^{G}$ к затратам и доходам зависят только от двух параметров проекта из трех – текущего периода $\mathbf{n}$ и ставки дисконта $\mathbf{i}$ и отличаются друг от друга лишь знаками. А это для инвестора означает, что изменение параметра $\mathbf{C_n}$ на **1** единицу может быть компенсировано изменением $\mathbf{R_n}$ также на **1** единицу с противоположенным знаком и наоборот. Анализ формул (5-6) показывает, что наибольшее влияние на оценку проекта $\mathbf{G}$ оказывают доходы и затраты полученные в ближайших будущих периодах. Меньшее влияние оказывают финансовые потоки удаленные по времени к концу жизненного цикла проекта.

Также большое влияние оказывает ставка дисконта, так как изменение $\mathbf{i}$ повлечет изменения в каждом из слагаемых суммы (1). Так, при небольшом проценте, разница во вкладе доходов или затрат в различные периоды будет также небольшой. А при большой ставке, доходы и затраты временных периодов близких к настоящему времени будут значительно изменять совокупную оценку проекта по сравнению с периодами близкими к $\mathbf{N}$ - концу жизненного цикла проекта.

$$\gamma_{i}^{G} = \sum_{n=1}^{N} (-n) \cdot \frac{(R_n - C_n)}{(1+i)^{n+1}}. \quad (7)$$

Функция чувствительности проекта γ_{i}^{G} к ставке дисконта $\mathbf{i}$ зависит от всех параметров, а отрицательный знак данной функции показывает, что при увеличении процентной ставки, оценка проекта $\mathbf{G}$ будет уменьшаться на величину γ_{i}^{G} и наоборот. Мультипликатор $\mathbf{n}$ в (7) распределяет веса слагаемых в сумме, придавая большую значимость последним. А это означает, что наибольшему влиянию при изменении $\mathbf{i}$ будут подвержены последние (близкие к $\mathbf{N}$) слагаемые в сумме (1).

Функции эластичности, получаемые стандартным образом $\varepsilon_x = \gamma_x \cdot \frac{X}{G}$, имеют следующий вид:

$$\varepsilon_{R_S}^{G} = \frac{R_S}{(1+i)^S} \cdot \sum_{n=1}^{N} \frac{(1+i)^n}{(R_n - C_n)}, \quad (8)$$

$$\varepsilon_{C_S}^{G} = \frac{-C_S}{(1+i)^S} \cdot \sum_{n=1}^{N} \frac{(1+i)^n}{(R_n - C_n)}, \quad (9)$$

$$\varepsilon_i^G = i \cdot \sum_{n=1}^{N} (-n) \cdot \frac{(R_n - C_n)}{(1+i)^{n+1}} \cdot \sum_{n=1}^{N} \frac{(1+i)^n}{(R_n - C_n)}. \qquad (10)$$

Функции $\varepsilon_{R_S}^G$ и $\varepsilon_{C_S}^G$ так же, как и (5-6), отличаются знаками. Это значит, что при увеличении R_S на один процент, оценка проекта увеличится на $\varepsilon_{R_S}^G$ процентов, а при увеличении C_S на один процент, оценка проекта G уменьшится соответственно на $\varepsilon_{C_S}^G$ процентов. Мультипликатор $(1+i)^S$ в формулах (8-9) еще раз подтверждает, что максимальное влияние оказывают доходы и затраты наиболее близкие к началу жизненного цикла проекта. Кроме того, необходимо отметить, что все рассматриваемые функции эластичности зависят непосредственно от старых значений самих изменяемых параметров.

Функция эластичности к ставке дисконта так же, как и функция чувствительности, имеет отрицательный знак и имеет мультипликатор **n**. Поэтому все вышесказанное для формулы (7) будет справедливо и для (10).

Если норма дисконтирования по периодам (годам) изменяется и равна i_r то, дифференцируя (4), можно получить функции чувствительности оценки проекта G к его параметрам в условиях инфляции:

$$\gamma_{R_n}^G = \frac{1}{\prod_{r=1}^{n}(1+i_r)}, \qquad (11)$$

$$\gamma_{C_n}^G = -\frac{1}{\prod_{r=1}^{n}(1+i_r)}, \qquad (12)$$

$$\gamma_{i_S}^G = -\frac{1}{(1+i_S)} \cdot \sum_{n=S}^{N} \frac{(R_n - C_n)}{\prod_{r=1}^{n}(1+i_r)}. \qquad (13)$$

Функции $\gamma_{C_n}^G$ и $\gamma_{R_n}^G$ в данном случае так же, как и в формулах (5-6) отличаются знаками и показывают большее влияние на проект ближайших к настоящему моменту времени доходов и затрат. Очевидно, что влияние на проект **G** оказываемое изменением доходов, либо расходов, в период **n** зависит только от ставок дисконта действовавших с начала проекта и до периода **n** (11-12) и не зависит от ставок, которые будут действовать в будущем.

Чувствительность проекта к дисконтной ставке i_S, как и в случае (7), зависит от всех значений параметров проекта. Функция $\gamma_{i_S}^G$ имеет отрицательный знак, из-за чего оценка проекта **G** будет уменьшаться при увеличении процентной ставки. Главное отличие формулы (13) от случая (7) состоит в том, что изменение i_S окажет влияние только на слагаемые суммы (4) с номерами большими, либо равными **S** (суммирование в (13) производится для **n = S, ..., N**). Это не противоречит принципу причинности, так как согласно (13) изменение в периоде **S** никак не повлияет на прошлое – период с номером **S-1** и другими номерами меньшими **S**.

Для функций эластичности к параметрам проекта, рассчитываемых с использованием (4) справедливо все вышесказанное для функций эластичности (8-10): они зависят от всех параметров проекта, для $\mathbf{C_S}$ и $\mathbf{i_S}$ имеют отрицательные знаки, то есть уменьшают **G** при увеличении значений каждого из этих двух условий проекта в отдельности.

$$\varepsilon_{R_S}^{G} = \frac{R_S}{\prod_{r=1}^{S}(1+i_r)} \cdot \sum_{n=1}^{N} \frac{\prod_{r=1}^{n}(1+i_r)}{(R_n - C_n)}, \quad (14)$$

$$\varepsilon_{C_S}^{G} = \frac{-C_S}{\prod_{r=1}^{S}(1+i_r)} \cdot \sum_{n=1}^{N} \frac{\prod_{r=1}^{n}(1+i_r)}{(R_n - C_n)}, \quad (15)$$

$$\varepsilon_{i_S}^{G} = -\frac{i_S}{(1+i_S)} \cdot \sum_{n=S}^{N} \frac{(R_n - C_n)}{\prod_{r=1}^{n}(1+i_r)} \cdot \sum_{n=1}^{N} \frac{\prod_{r=1}^{n}(1+i_r)}{(R_n - C_n)}. \quad (16)$$

Кроме того, аналогично функциям чувствительности (11-13), эластичности (14-16) зависят исключительно от ставок дисконта действовавших в прошлом и в настоящем и не зависят от процентных ставок в будущем.

Для расчета изменения оценки проекта **ΔG** при изменении каждого из его параметров можно использовать первое приближение ряда Тейлора:

$$\Delta G = \sum_{n=1}^{N} \frac{\Delta R_n - \Delta C_n - \frac{(R_n - C_n)\cdot n}{(1+i)} \cdot \Delta i}{(1+i)^n}. \quad (17)$$

Итогом анализа проекта, оцениваемого по критерию дисконтированной чистой стоимости, может стать следующая обобщающая таблица:

Анализ инвестиционного проекта при изменении его параметров.

Параметры	Уменьшение параметра	Увеличение параметра
R_1 – доходы первого периода	Оценка проекта сильно ухудшается. Ситуация очень опасна. Для балансировки необходимо уменьшить затраты данного периода на величину уменьшения доходов.	Оценка проекта намного улучшается.
R_N – доходы последнего периода	Оценка проекта немного ухудшается. Ситуация не является опасной. Для балансировки необходимо уменьшить затраты данного периода на величину уменьшения доходов.	Оценка проекта незначительно улучшается.
C_1 – затраты первого периода	Оценка проекта намного улучшается.	Оценка проекта сильно ухудшается. Ситуация очень опасна. Для балансировки необходимо увеличить доходы данного периода на величину увеличения затрат.
C_N – затраты последнего периода	Оценка проекта незначительно улучшается.	Оценка проекта немного ухудшается. Ситуация не является опасной. Для балансировки необходимо увеличить доходы данного периода на величину увеличения затрат.
Ставка дисконта i	Оценка проекта улучшается. Ситуация стабильная. Финансовые потоки в прошлом влияют на проект наравне с потоками будущих периодов.	Оценка проекта ухудшается. Ситуация крайне не стабильна. Финансовые потоки в прошлом имеют наибольшее значение на проект. Финансовые потоки в конце жизненного цикла проекта оказывают незначительное влиянис.

В заключении необходимо отметить, что методология, применяемая в данной работе для анализа проекта, может также использоваться для оценивания других моделей финансовых потоков, а рассмотренные выше принципы могут помочь инвестору в управлении проектом при изменении рыночных условий.