ОПТИМАЛЬНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЭКИПАЖЕЙ (БРИГАД) АВИАКОМПАНИИ ЧАРТЕРНОГО ТИПА

© 2002 Зорин К.А.

При планировании и организации различного рода работ возникает следующая задача оптимального распределения человеческих ресурсов. Имеется N экипажей, состоящих из $\{n_j\}$ (j=1,..., N) членов, силами которых необходимо на каждом M объектов выполнить определенную совокупность $\{m_i\}$ (i=1,...,M) независимых работ. На объект выделяется по одному экипажу в полном составе. Возможности экипажей заданы матрицами $\|t_{kl}^{ij}\|$, (i=1,...,M, j=1),..., N, k=1,..., mi, l =1,..., n_j), где t_{kl}^{ij} - временные затраты на производство k-й работы на i-м объекте членом j-го экипажа.

Предполагаем, что каждая работа может быть выполнена любым из параллельно работающих членов экипажа. Начатая работа не прерывается для передачи другому члену экипажа. По завершении всех работ на одном самолете экипаж может перемещаться на другой самолет. Затраты на перемещение заданы матрицами $\|\tau_{ir}^{j}\|$ (j=1,...,N, i,r =1,...,M), где τ_{ir}^{j} - время перемещения j-го экипажа от i-го самолета к r-му (перемещениями внутри самолета пренебрегаем).

Требуется распределить экипажи между самолетами таким образом, чтобы обеспечить минимальное время завершения всего множества $\{m_i\}$ (i = 1, M) работ.

Математически задача сводится к разбиению множества M самолетов на N гамильтоновых контуров $M_j \subseteq M$(j=1,..., N), которое обеспечивает минимум целевой функции

$$T = \max_j \sum_{r \in M_j} (\tau_{ir}^{j} + T_{rj}) \qquad (1)$$

где T_{rj} - время завершения работ на r-м объекте j-м экипажем.

Если экипажи $j_1, j_2, \ldots, j_{N_1}$ до начала работы расположены на самолетах $i_1, i_2, \ldots, i_{N_1}$, а остальные (N-N1) - на самолете i*, должны выполняться условия

$$M_{jk} \cap M_{jl} = 0, \quad M_{jp} \cap M_{js} = i^* \qquad (2)$$

$$k, l = 1, \ldots, N_1, k \neq l, p, s = N_1 + 1, \ldots, p \neq s$$

$$1 \leq |M_j| < P_j\ j = 1, \ldots, N \qquad (3)$$

$$\bigcup_{j=1}^{N} M_j = M \qquad (4)$$

где P_j - ограничение на число самолетов, назначенных j-му экипажу.

Очевидно, что минимизация (1) имеет смысл в том случае, когда время T_{rj} соответствует оптимальному распределении n_j членов между m_r работами, т.е. такому разбиению множества $K^r = \{1, \ldots, m_r\}$ на непересекающиеся подмножества $K_l^r \subseteq K^r$ $(l = 1, \ldots, n_j)$, которое обеспечит

$$T_{rj} = \min \max \sum_{k \in K_l^r} t_{kl}^{rj}, k = 1, \ldots, m, l = 1, \ldots, n, j = 1, \ldots, N, r = 1, \ldots, M \qquad (5)$$

при ограничениях

$$K_p^r \bigcap K_s^r = 0, p, s = 1, \ldots, n_j, p \neq s \qquad (6)$$

$$\bigcup_{l=1}^{n_j} K_l^r = K^r \qquad (7)$$

$$0 \leq |K_l^r| \leq P_{rl}^{j} \qquad (8)$$

где P_{rl}^{j} - допустимое число работ, назначаемых l-му члену j-го экипажа на r-ом самолете.

Таким образом T_{rj} определяют путем решения мини-максной комбинаторной задачи (5)-(8)