

Федеральное агентство по образованию  
Государственное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра математики, информатики  
и математических методов в экономике

А.Ю. Трусова, Н.А. Сизова

# ЗАДАЧИ ПО МАТЕМАТИКЕ

*Часть 2*

*Утверждено Редакционно-издательским  
советом университета в качестве практикума*

Самара  
Издательство «Самарский университет»  
2008

ББК 22.17  
УДК 519.1  
Т 78

**Рецензент** доц. Л.К. Ширяева

**Т 78 Трусова А.Ю.** Задачи по математике: практикум для студентов социологического факультета: в 2 ч. Ч.2 / А.Ю. Трусова, Н.А. Сизова; Федер. агентство по образованию. – Самара: Изд-во «Самарский университет», 2008. – 84 с.

Данная работа содержит задачи по темам: вариационные ряды и их характеристики, оценка параметров генеральной совокупности по выборочным данным, статистическая проверка гипотез, параметры связи, дисперсионный анализ. Задачи составлены согласно лекционному курсу, читаемому на социологическом факультете. Предназначен для студентов 2 курса специальностей «социология», «социальная психология», «социальная политология», может быть использован студентами вузов, обучающихся по экономическим, управленческим и психологическим специальностям и направлениям.

ББК 22.17  
УДК 519.1

© Трусова А.Ю., Сизова Н.А., 2008  
© Самарский государственный университет, 2008  
© Оформление. Издательство «Самарский университет», 2008

## ВВЕДЕНИЕ

Социология и развивающиеся в ней различные направления в настоящее время представляют собой обширное поле приложений самых различных математических и статистических методов. Математическая статистика и вероятностно-статистические методы представляют собой эффективный инструментарий для выявления взаимосвязей и закономерностей, характерных для социальных систем.

Курс математики, разработанный для социологов, представляет собой синтез "чисто" математических методов и "собственно" социологических подходов. Социолог, обращаясь к данным типа "государственная статистика", должен освоить приемы, способы работы с разными формами существования этой информации.

Вероятностно-статистические методы доказали свою эффективность в качестве инструмента выявления взаимосвязей и закономерностей, характерных для сложных систем самого различного характера, в том числе для тех, с которыми приходится иметь дело при решении социально-экономических, маркетинговых задач.

Широкому практическому внедрению этих методов препятствует недостаточное понимание социологами-практиками специфики вероятностно-статистических моделей и интерпретации результатов их применения. Настоящий задачник должен помочь студентам – будущим социологам восполнить этот пробел, помочь закрепить теоретические знания навыками применения вероятностно-статистических методов для решения реальных социально-экономических проблем.

В пособии большое внимание уделено задачам статистического оценивания параметров распределения, проверки статистических гипотез, корреляционно-регрессионного, дисперсионного анализа. В каждом разделе представлены задачи для аудиторных, домашних и проверочных работ.

# 1. ВАРИАЦИОННЫЕ РЯДЫ И ИХ ХАРАКТЕРИСТИКИ

## Дискретные вариационные ряды

**Задание.** Построить дискретный вариационный ряд (ДВР). Найти размах вариации, среднюю арифметическую, моду, медиану, дисперсию, среднее квадратическое отклонение вариационного ряда и коэффициент вариации. Построить полигон, кумуляту, функцию распределения. Объяснить полученные результаты в терминах задания.

1) В университете было произведено обследование студентов первого курса по возрасту. Исследовать и построить ДВР по зафиксированным данным: 17; 18; 18; 18; 19; 18; 20; 20; 19; 18; 18; 21; 19; 22; 23; 18; 19; 19; 19; 21; 21; 18; 18; 18; 18; 22; 19; 18; 20; 18; 19; 18; 20; 19; 21; 20; 22; 18; 19; 21; 19; 19; 22; 23; 19; 20; 21; 22; 17; 19.

2) Исследовать и построить ДВР по приведенным ниже данным о количестве членов семьи в 50 обследованных фермерских хозяйствах:  
2; 5; 5; 6; 3; 2; 5; 6; 5; 6; 6; 6; 4; 3; 3; 5; 7; 3; 5; 5; 5; 4; 5; 6; 4; 4; 4; 4; 7; 4; 4; 3; 5; 3; 7; 4; 6; 6; 4; 7; 4; 4; 6; 7; 6; 3; 3; 5; 8; 5.

3) На телефонной станции проводились наблюдения над числом неправильных соединений в минуту. Исследовать и построить ДВР по следующим результатам наблюдения в течение часа:  
3; 1; 3; 1; 4; 2; 2; 4; 0; 3; 0; 2; 2; 0; 2; 1; 4; 3; 3; 1; 4; 2; 2; 1; 1; 2; 1; 0; 3; 4; 1; 3; 2; 7; 2; 0; 0; 1; 3; 3; 1; 2; 4; 2; 0; 2; 3; 1; 2; 5; 1; 1; 0; 1; 1; 2; 2; 1; 1; 5

4) Исследовать и построить ДВР по следующим результатам измерения предела прочности бетона на сжатие (МПа):  
57; 58; 59; 57; 57; 57; 55; 57; 59; 58; 56; 58; 59; 57; 56; 56; 57; 57; 56; 58; 57; 57; 57; 59; 56; 58; 57; 56; 57; 58; 56; 55; 56; 57; 58; 59; 57; 57; 58; 57; 59; 58; 58; 56; 58; 59; 57; 58; 58; 59; 56; 57; 57; 56; 57; 56; 58; 58; 58; 57; 57; 57; 58; 59; 58; 58; 59; 58; 55; 57; 58; 55; 59.

5) Исследовать и построить ДВР по результатам прыжков в высоту с разбега группы спортсменов (см):  
175; 162; 183; 162; 183; 175; 162; 167; 183; 167; 189; 173; 183; 173; 186; 173; 189; 191; 173; 189.

6) Исследовать и построить ДВР. При обследовании 50 семей работников и служащих установлено следующее количество детей в семье:

0; 3; 2; 1; 1; 2; 3; 2; 1; 1; 3; 2; 5; 2; 2; 2; 0; 2; 3; 2; 2; 3; 1; 1; 4; 2; 0; 1; 2; 4; 2; 1; 2; 2; 1; 0; 2; 2; 2; 0; 2; 0; 2; 2; 2; 3; 1; 2; 0; 1.

7) Исследовать и построить ДВР по результатам силы удара по мячу у испытуемых специализации «волейбол»:

47; 55; 49; 64; 59; 61; 64; 61; 60; 49; 60; 55; 59; 64; 60; 61; 59; 60; 49; 61.

8) Исследовать и построить ДВР по следующим результатам измерений величины деформации коробчатых проводников при воздействии усилий от движущихся подъемных сосудов (мм):

1,9; 1,8; 1,9; 2,0; 1,9; 2,0; 2,0; 1,9; 2,0; 2,0; 1,9; 1,9; 1,9; 1,9; 2,0; 1,9; 1,9; 1,9; 1,9; 2,0; 1,9; 1,9; 1,9; 2,1; 1,9; 1,9; 1,9; 2,0; 2,0; 1,9; 1,9; 2,1; 1,9; 1,9; 2,1; 1,9; 1,9; 1,9; 1,9; 2,0; 1,9; 1,9; 1,9; 1,9; 2,0; 1,8; 1,9; 1,8; 2,3; 1,8; 2,1; 2,1; 2,3; 2,1; 1,9; 2,0.

9) Исследовать и построить ДВР для полученных путем опроса следующих данных:

2 4 2 4 3 2 3 0 3 6	1 2 4 2 4 3 4 5 3 1	0 2 4 3 2 3 2 3 1 3
3 2 1 3 1 3 1 4 3 1	7 4 3 4 2 3 2 3 1 3	4 3 1 4 5 3 4 2 4 5
3 6 4 1 3 2 4 1 3 1	0 4 0 6 4 7 4 1 3 5	

10) Исследовать и построить ДВР по приведенным ниже оценкам 45 студентов по курсу «статистика» в порядке сдачи экзамена:

5; 3; 3; 4; 2; 4; 4; 3; 5; 4; 4; 5; 5; 4; 4; 3; 3; 3; 2; 5; 5; 4; 4; 4; 3; 4; 3; 4; 5; 4; 4; 4; 3; 3; 4; 3; 4; 3; 2; 3; 2; 3; 3; 3.

11) Исследовать и построить ДВР по имеющимся данным о стаже работы мастеров в бригаде (лет):

9; 9; 6; 10; 4; 10; 9; 3; 7; 8; 10; 10; 8; 9; 7; 9; 1; 10; 5; 8; 9; 9; 6; 8; 10; 10; 7; 8; 9; 7; 6; 8; 8; 9; 6; 4; 7; 10; 3; 5; 7; 9; 10; 10; 8; 5; 2; 6; 10; 4; 10; 7; 8; 10; 7; 10; 2; 6; 10; 8; 3; 9; 5; 9; 6; 7; 7; 9; 8; 8.

12) Измерено поглощение кислорода (л/мин) во время длительной работы на выносливость у группы спортсменов. По данным результатам исследовать и построить ДВР:

4,2; 4,8; 4,8; 4,0; 4,6; 4,8; 4,4; 4,8; 4,4; 4,2; 4,4; 4,6; 4,2; 4,8; 4,4; 4,3; 4,4; 4,3; 4,4; 4,6.

13) Исследовать и построить ДВР по полученным результатам веса тела студентов одной группы 1 курса (кг):

65; 74; 74; 65; 58; 61; 65; 61; 52; 58; 78; 58; 65; 61; 68; 52; 61; 68; 61; 74.



## Интервальные вариационные ряды

1. Для характеристики производственного стажа работников одной из отраслей промышленности произведено обследование различных категорий работников. В результате обследования были получены следующие данные:

X	Рабочие	Мастера	Технологи
0-2	7	1	0
2-4	15	10	3
4-6	20	22	20
6-8	30	20	10
8-10	10	23	32
10-12	8	7	20
12-14	2	6	10
14-16	8	11	5

- 1) Определить средний стаж работы: а) у рабочих; б) мастеров; в) технологов; г) в целом по предприятию.
- 2) Определить моду, медиану, квартили, децили стажа работы: а) у рабочих; б) мастеров; в) технологов; г) в целом по предприятию.
- 3) Рассчитать групповые дисперсии исследуемого показателя, среднюю арифметическую групповых дисперсий, межгрупповую дисперсию.
- 4) Рассчитать общий коэффициент вариации.
- 5) Выяснить, в какой степени вариация стажа работы зависит от типа должности.
- 6) Построить гистограммы, кумуляты, огивы, дать интерпретацию рассчитанных характеристик в терминах задания.

2. В Поволжье проводились исследования безработицы. В таблице представлены результаты опроса жителей городов Самары и Саратова.

Возраст	Самара		Саратов	
	Мужчины	Женщины	Мужчины	Женщины
20-25	100	140	90	110
25-30	200	260	130	180
30-35	300	350	260	380
35-40	100	120	110	90
40-45	450	100	350	400
45-50	350	180	300	250
50-55	150	220	220	200
55-60	100	110	120	140

- 1) Определить средний возраст безработных: а) у мужчин; б) женщин; в) в целом.
- 2) Определить моду, медиану, квартили, децили возраста безработных: а) у мужчин; б) женщин; в) в целом.
- 3) Рассчитать групповые дисперсии исследуемого показателя, среднюю арифметическую групповых дисперсий, межгрупповую дисперсию.
- 4) Рассчитать общий коэффициент вариации.
- 5) Выяснить, в какой степени вариация возраста безработных зависит от признака пола.
- 6) Выяснить, в какой степени вариация возраста безработных зависит от места проживания.
- 7) Построить гистограммы, кумуляты, огивы, дать интерпретацию рассчитанных характеристик в терминах задания.

3. По данным анкетного обследования рабочих Санкт-Петербурга, имеющих вторичную занятость, получены следующие результаты за 1997 г., характеризующие влияние дополнительной занятости на доходы работников:

Размер дополнительного заработка, % к основному	Мужчины	Женщины
До 20	52	62
20-40	88	20
40-60	96	41
60-80	221	77
80-100	29	11
Свыше 100	52	4

- 1) Определить средний размер дополнительного заработка у респондентов, имеющих вторичную занятость: а) у мужчин; б) женщин; в) в целом.
- 2) Определить моду, медиану, квартили, децили дополнительного заработка: а) у мужчин; б) женщин; в) в целом.
- 3) Рассчитать групповые дисперсии исследуемого показателя, среднюю арифметическую групповых дисперсий, межгрупповую дисперсию.
- 4) Рассчитать общий коэффициент вариации.
- 5) Выяснить, в какой степени вариация дополнительного заработка зависит от признака пола.
- 6) Построить гистограммы, кумуляты, огивы, дать интерпретацию рассчитанных характеристик в терминах задания.



4. В таблице представлены данные о среднедушевом доходе семьи

Среднедушевой доход семьи в месяц, у.е.	До 25	25-50	50-75	75-100	100-125	125-150	150 и выше
Количество обследованных семей	46	236	250	176	102	78	12

Вычислить: 1) средний уровень дохода семьи, 2) дисперсию, 3) среднее квадратическое отклонение, 4) коэффициент вариации (оценить степень однородности выборки), 5) моду, 6) медиану, 7) коэффициент асимметрии (используя третий центральный момент, а также используя моду), 8) эксцесс, 9) построить гистограмму, кумуляту.

5. В таблице представлены данные о весе женщин 30 и 50 лет

Масса тела, кг	Женщины	
	30 лет	50 лет
60-65	14	6
65-70	32	29
70-75	28	40
75-80	17	17
80-85	7	5
85-90	2	3

- 1) Определить средний вес: а) у женщин тридцати лет; б) пятидесяти лет; в) в целом.
- 2) Определить моду, медиану, квартили, децили веса тела: а) у женщин тридцати лет; б) пятидесяти лет; в) в целом.
- 3) Рассчитать групповые дисперсии исследуемого показателя, среднюю арифметическую групповых дисперсий, межгрупповую дисперсию.
- 4) Рассчитать общий коэффициент вариации.
- 5) Выяснить, в какой степени вариация веса тела зависит от возраста женщин.
- 6) Построить гистограммы, кумуляты, огивы, дать интерпретацию рассчитанных характеристик в терминах задания.

6. В таблице представлены сведения о среднегодовом доходе, получаемом от эксплуатации земли в 1909 - 1910 гг.

Доход, руб.	Область Войска Донского	Кубанская область
1 000 – 2 000	2409	1138
2 000 – 3 000	509	266
3 000 – 4 000	386	137
4 000 – 5 000	174	67
5 000 – 6 000	118	50
6 000 – 7 000	72	18
7 000 – 8 000	59	27
8 000 – 9 000	50	20
9 000 – 10 000	30	22

- 1) Определить средний доход от эксплуатации земли: а) для области Войска Донского; б) Кубанской области; в) в целом.
- 2) Определить моду, медиану, квартили, децили дохода от эксплуатации земли: а) для области Войска Донского; б) Кубанской области; в) в целом.
- 3) Рассчитать групповые дисперсии исследуемого показателя, среднюю арифметическую групповых дисперсий, межгрупповую дисперсию.
- 4) Рассчитать общий коэффициент вариации.
- 5) Выяснить, в какой степени вариация дохода от эксплуатации земли зависит от эксплуатируемой области.
- 6) Построить гистограммы, кумуляты, огивы, дать интерпретацию рассчитанных характеристик в терминах задания.
7. В таблице представлены сведения о количестве пропущенных часов по дисциплине «математика» студентами первого курса социологического факультета за осенний семестр:

Количество пропущенных часов	Менее 2	2-4	4-6	6-8	8-10	Более 10
Число студентов	24	26	20	9	6	15

- Вычислить: 1) среднее количество пропущенных часов, 2) дисперсию, 3) среднее квадратическое отклонение, 4) коэффициент вариации (оценить степень однородности выборки), 5) моду, 6) медиану, 7) коэффициент асимметрии (используя третий центральный момент, также используя моду), 8) эксцесс, 9) построить гистограмму, кумуляту.

8. По данным переписи населения 1926г., в таблице собраны сведения о числе жителей в поселках городского типа СССР

Группы поселений по числу жителей	менее 25 000	25 000 – 50 000	50 000 – 75 000	75 000 – 100 000	100 000 – 125 000	125 000 и более
Число поселений	1446	253	135	60	28	3

Вычислить: 1) среднее число жителей в поселках, 2) дисперсию, 3) среднее квадратическое отклонение, 4) коэффициент вариации (оценить степень однородности выборки), 5) моду, 6) медиану, 7) квартили, 8) коэффициент асимметрии (используя третий центральный момент, а также используя моду), 9) эксцесс, 10) построить гистограмму, кумуляту, 11) найти и построить функцию распределения.

9. Имеются данные о годовой мощности предприятий химической промышленности в 2003 и в 2006 гг.

Предприятия с годовой мощностью, тыс. т	Количество предприятий	
	2003 г.	2006 г.
До 500	35	15
500 - 1 000	20	20
1 000 - 1 500	17	17
1 500 - 2 000	10	9
2 000 - 2 500	8	12
2 500 - 3 000	8	12
Свыше 3 000	2	15

- 1) Определить среднюю мощность предприятий: а) в 2003г.; б) 2006г.; в) в целом.
- 2) Определить моду, медиану, квартили, децили мощности предприятий: а) в 2003 г.; б) 2006 г.; в) в целом.
- 3) Рассчитать групповые дисперсии исследуемого показателя, среднюю арифметическую групповых дисперсий, межгрупповую дисперсию.
- 4) Рассчитать общий коэффициент вариации.
- 5) Выяснить, в какой степени вариация годовой мощности предприятий зависит от года исследования.
- 6) Построить гистограммы, кумуляты, огивы, дать интерпретацию рассчитанных характеристик в терминах задания.

10. В вузе на заочном отделении было произведено исследование с целью определения стажа работы студентов по специальности. Полученные при этом результаты представлены в таблице:

Стаж работы по специальности, лет	1 - 5	5 - 9	9 - 13	13 - 17	17 - 21
Количество студентов	15	20	45	12	8

Вычислить: 1) средний стаж работы студентов по специальности, 2) дисперсию, 3) среднее квадратическое отклонение, 4) коэффициент вариации (оценить степень однородности выборки), 5) моду, 6) медиану, 7) коэффициент асимметрии (используя третий центральный момент, а также используя моду), 8) эксцесс, 9) построить гистограмму, кумуляту.

11. Получены следующие данные о распределении 100 рабочих цеха по выработке в отчетном году (в процентах к предыдущему году):

Выработка в отчетном году, % к предыдущему году	94 - 104	104 - 114	114 - 124	124 - 134	134 - 144
Количество рабочих	6	20	43	25	6

Вычислить: 1) средний размер выработки в отчетном году, 2) дисперсию, 3) среднее квадратическое отклонение, 4) коэффициент вариации (оценить степень однородности выборки), 5) моду, 6) медиану, квартили, децили, 7) коэффициент асимметрии (используя третий центральный момент, а также моду), 8) эксцесс, 9) функцию распределения, построить график, 9) построить гистограмму, кумуляту.

12. В таблице представлены данные по классификации безработных в США (средние по месяцам) за 1990 г.

Возраст	Ищут работу	Частично занятые	Нет работы
20-30	6,5	4,9	0,9
30-40	6,9	5,1	0,8
40-50	8,4	6,0	1,1

1) Определить средний возраст: а) у тех, кто ищет работу; б) частично занятых; в) неработающих; г) в целом.

- 2) Определить моду, медиану, квартили, децили возраста: а) у тех, кто ищет работу; б) частично занятых; в) неработающих; г) в целом.
- 3) Рассчитать групповые дисперсии исследуемого показателя, среднюю арифметическую групповых дисперсий, межгрупповую дисперсию.
- 4) Рассчитать общий коэффициент вариации.
- 5) Построить гистограммы, кумуляты, огивы, дать интерпретацию рассчитанных характеристик в терминах задания.
- 6) Рассчитать функцию распределения и построить её график, отметить на графике квантили.

13. В школе были проведены медицинские исследования. В таблице представлены сведения о минимальном кровяном давлении под действием стандартной нагрузки:

Минимальное кровяное давление, мм. рт.ст.	Мальчики	Девочки
60 - 64	5	3
64 - 68	9	4
68 - 72	10	7
72 - 76	15	21
76 - 80	13	15
80 - 84	8	10

- 1) Определить средний уровень минимального кровяного давления под действием стандартной нагрузки: а) у мальчиков; б) девочек; в) в целом.
- 2) Определить моду, медиану, квартили, децили минимального кровяного давления: а) у мальчиков; б) девочек; в) в целом.
- 3) Рассчитать групповые дисперсии исследуемого показателя, среднюю арифметическую групповых дисперсий, межгрупповую дисперсию.
- 4) Рассчитать общий коэффициент вариации.
- 5) Выяснить, в какой степени вариация минимального кровяного давления зависит от признака пола.
- 6) Построить гистограммы, кумуляты, огивы, дать интерпретацию рассчитанных характеристик в терминах задания.

14. По итогам школьного обследования в таблице представлены данные о росте учащихся шестых и десятых классов:

Рост, см	Ученики 6 класса	Ученики 10 класса
155-160	25	9
160-165	49	2
165-170	13	15
170-175	8	38
175-180	4	25
180-185	1	11

- 1) Определить средний рост учащихся: а) у учеников 6 класса; б) учеников 10 класса; в) в целом.
- 2) Определить моду, медиану, квартили, децили роста учащихся: а) у учеников 6 класса; б) учеников 10 класса; в) в целом.
- 3) Рассчитать групповые дисперсии исследуемого показателя, среднюю арифметическую групповых дисперсий, межгрупповую дисперсию.
- 4) Рассчитать общий коэффициент вариации.
- 5) Выяснить, в какой степени вариация роста зависит от возраста учащихся.
- 6) Построить гистограммы, кумуляты, огивы, дать интерпретацию рассчитанных характеристик в терминах задания.

15. В университете на механико-математическом факультете были подведены итоги по окончании сессии у студентов первого, второго и четвертого курсов. В таблице представлены результаты:

Средний балл по итогам экзаменов	Студенты по курсам		
	1	2	4
3-3,5	13	21	25
3,5-4	32	31	26
4-4,5	46	40	41
4,5-5	9	8	8

- 1) Определить средний балл по итогам экзаменов: а) у студентов первого курса; б) студентов второго курса; в) студентов четвертого курса; г) в целом.
- 2) Определить моду, медиану, квартили, децили балла по итогам экзаменов: а) у студентов первого курса; б) студентов второго курса; в) студентов четвертого курса; г) в целом.
- 3) Рассчитать групповые дисперсии исследуемого показателя, среднюю арифметическую групповых дисперсий, межгрупповую дисперсию.
- 4) Рассчитать общий коэффициент вариации.
- 5) Выяснить, в какой степени вариация балла зависит от курса обучения.

б) Построить гистограммы, кумуляты, огивы, дать интерпретацию рассчитанных характеристик в терминах задания.

16. Имеются следующие данные о посещении драматических театров сотрудниками одного предприятия за год:

Количество посещений драматических театров	0 - 2	2 - 4	4 - 6	6 - 8	8 - 10	10 и более
Количество человек	343	205	83	37	21	11

Вычислить: 1) среднее количество посещений драматических театров, 2) дисперсию, 3) среднее квадратическое отклонение, 4) коэффициент вариации (оценить степень однородности выборки), 5) моду, 6) медиану, 7) коэффициент асимметрии (используя третий центральный момент, а также используя моду), 8) эксцесс, 9) построить гистограмму, кумуляту.

17. Имеются данные, характеризующие потребление картофеля за месяц в семьях с разным уровнем обеспеченности:

Потребление картофеля в месяц, кг	Наименее обеспеченные	Наиболее обеспеченные
1,0 – 3,0	10	14
3,0 – 6,0	23	25
6,0 – 9,0	53	50
9,0 – 12,0	12	10
12,0 – 15,0	2	1

- 1) Определить среднее потребление картофеля: а) у наименее обеспеченных семей; б) наиболее обеспеченных семей; в) в целом.
- 2) Определить моду, медиану, квартили, децили: а) у наименее обеспеченных семей; б) наиболее обеспеченных семей; в) в целом.
- 3) Рассчитать групповые дисперсии исследуемого показателя, среднюю арифметическую групповых дисперсий, межгрупповую дисперсию.
- 4) Рассчитать общий коэффициент вариации.
- 5) Выяснить, в какой степени вариация количества потребляемого картофеля зависит от уровня обеспеченности.

б) Построить гистограммы, кумуляты, огивы, дать интерпретацию рассчитанных характеристик в терминах задания.

18. В результате опроса женщин были получены данные о частоте посещения салонов красоты в месяц:

Число посещения салонов красоты в месяц	Незамужние женщины	Замужние женщины	
		не имеющие детей	имеющие детей
0 - 2	41	81	179
2 - 4	132	167	97
4 - 6	100	42	22
6 - 8	27	10	2

1) Определить среднее число посещений салонов: а) у незамужних женщин;

б) замужних женщин, не имеющих детей; в) замужних женщин, имеющих детей; г) в целом.

2) Определить моду, медиану, квартили, децили числа посещений салонов: а) у незамужних женщин; б) замужних женщин, не имеющих детей; в) замужних женщин, имеющих детей; г) в целом.

3) Рассчитать групповые дисперсии исследуемого показателя, среднюю арифметическую групповых дисперсий, межгрупповую дисперсию.

4) Рассчитать общий коэффициент вариации.

5) Выяснить, в какой степени вариация числа посещения салонов красоты зависит от семейного положения женщин.

б) Построить гистограммы, кумуляты, огивы, дать интерпретацию рассчитанных характеристик в терминах задания.

19. Имеются сведения о продолжительности поиска работы среди безработного населения некоторого населенного пункта:

Возраст, лет	Продолжительность поиска работы		
	1 месяц	6 месяцев	более 1 года
До 24	10	20	8
24 - 33	13	14	9
33 - 42	28	24	10
42 - 51	15	13	16
51 - 60	8	7	25
60 - 69	6	2	12



- 1) Определить средний возраст: а) у тех, кто ищет работу в течение 1 месяца; б) в течение 6 месяцев; в) более 1 года; г) в целом.
- 2) Определить моду, медиану, квартили, децили возраста безработных: а) у тех, кто ищет работу в течение 1 месяца; б) в течение 6 месяцев; в) более 1 года; г) в целом.
- 3) Рассчитать групповые дисперсии исследуемого показателя, среднюю арифметическую групповых дисперсий, межгрупповую дисперсию.
- 4) Рассчитать общий коэффициент вариации.
- 5) Выяснить, в какой степени вариация возраста безработных зависит от продолжительности поиска работы.
- 6) Построить гистограммы, кумуляты, огивы, дать интерпретацию рассчитанных характеристик в терминах задания.

20. В результате обследования мужчин одного возраста получены данные о частоте посещения ими спортивных залов:

Количество посещений спортивных залов	0 - 3	3 - 6	6 - 9	9 - 12	12 - 15	15 и более
Количество мужчин	343	205	83	37	21	11

Вычислить: 1) среднее количество посещений спортивных залов, 2) дисперсию, 3) среднее квадратическое отклонение, 4) коэффициент вариации (оценить степень однородности выборки), 5) моду, 6) медиану, 7) коэффициент асимметрии (используя третий центральный момент, а также используя моду), 8) эксцесс, 9) построить гистограмму, кумуляту.

## 2. ИНТЕРВАЛЬНАЯ ОЦЕНКА ГЕНЕРАЛЬНОЙ СРЕДНЕЙ, ДИСПЕРСИИ И ГЕНЕРАЛЬНОЙ ДОЛИ

### Интервальная оценка генеральной средней

1. По схеме случайной повторной выборки отобрано 100 из 1000 предприятий. Получены следующие результаты обследования роста валовой продукции:

Валовая продукция в отчетном году, % к предыдущему году	Число предприятий
80-90	6
90-100	14
100-110	30
110-120	24
120-130	15
130-140	11

С надежностью 0,99 найти границы среднего процента роста валовой продукции всех 1000 предприятий, считая, что процент роста валовой продукции имеет нормальный закон распределения.

2. На заводе было проведено выборочное обследование возраста рабочих. Методом случайной повторной выборки было отобрано 50 человек. Результаты обследования следующие:

Возраст рабочих, лет	Число рабочих
20-30	8
30-40	22
40-50	10
50-60	6
60-70	4

С надежностью 0,999 определить интервал, в котором находится средний возраст рабочих завода, при условии, что распределение возраста рабочих нормальное.

3. На колхозной молочно-товарной ферме 1000 коров. По схеме повторного случайного отбора были отобраны 200 коров. Имеются следующие данные о распределении их по дневному надюю:

Дневной надой, кг	Число коров
6-8	3
8-10	18
10-12	92
12-14	80
14-16	7

С надежностью 0,99 определить границы доверительного интервала для среднего надоя всех коров молочно-товарной фермы, считая распределение надоя всех коров нормальным.

4. Для определения средней суммы сокрытия налогов 350 коммерческими фирмами налоговой инспекцией было выборочно проверено 80 фирм. Результаты проверки приведены в таблице:

Сумма, тыс. руб.	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70
Количество фирм	6	14	25	18	12	5

С вероятностью 0,95 определить доверительный интервал средней суммы сокрытия налогов во всех 350 фирмах, считая распределение суммы сокрытия налогов нормальным.

5. С целью определения средней суммы вклада было проведено выборочное обследование 100 вкладов, результаты которого приведены в таблице:

Сумма вкладов, руб.	130-150	150-170	170-190	190-210	210-230	230-250
Число вкладов	7	9	18	33	20	13

Считая распределение суммы вклада нормальным, с вероятностью 0,99 найти доверительные границы для средней суммы вклада в данном банке.

6. На колхозной молочно-товарной ферме 1000 коров. По схеме повторного случайного отбора были отобраны 100 коров. Распределение их по дневному надояу следующее:

Дневной надой, кг	7	9	11	13	15
Число коров	9	8	52	30	7

С надежностью 0,99 найти доверительный интервал для среднего надоя всех коров молочно-товарной фермы, считая, что надой коров имеет нормальный закон распределения.

7. Для изучения производительности труда токарей на машиностроительном заводе было проверено 100 рабочих методом случайного повторного отбора. В результате обследования получены следующие данные о затра-тах времени на обработку одной детали:

Время обработки одной детали, мин	Число рабочих
18-20	2
20-22	8
22-24	24
24-26	50
26-28	12
28-30	4

С надежностью 0,999 определить доверительный интервал, в котором находится среднее время обработки одной детали токарями завода, если время обработки одной детали имеет нормальный закон распределения.

8. Себестоимость единицы продукции по предприятиям отрасли характеризуется следующими показателями:

Себестоимость единицы продукции, руб.	Число предприятий
1,6-2,0	2
2,0-2,4	3
2,4-2,8	5
2,8-3,2	7
3,2-3,6	10
3,6-4,0	3

Найти с надежностью 0,95 доверительный интервал для средней себестоимости единицы продукции по предприятиям всей отрасли, считая распределение себестоимости единицы продукции нормальным.

9. Данные о производительности труда 50 рабочих:

Произведено продукции одним рабочим за смену, шт.	Число рабочих
8	7
9	10
10	15
11	12
12	6

С надежностью 0,999 найти доверительный интервал для средней производительности труда рабочих, считая распределение производительности труда рабочих нормальным.

10. Получены следующие данные о распределении рабочих предприятий по времени, затраченному на обработку детали:

Время, мин	Число рабочих
4,0-4,5	4
4,5-5,0	14
5,0-5,5	55
5,5-6,0	92
6,0-6,5	160
6,5-7,0	96
7,0-7,5	66
7,5-8,0	11
8,0-8,5	2

С надежностью 0,999 найти доверительный интервал для средней производительности труда рабочих предприятия, считая распределение производительности труда рабочих нормальным.

11. Для характеристики производственного стажа работников одной из отраслей промышленности проведено обследование различных категорий работников. Результаты обследования систематизированы в следующем виде:

Стаж работы, лет	Число рабочих	Число мастеров	Число техников
0-2	7	1	0
2-4	15	10	3
4-6	20	22	20
6-8	30	20	10
8-10	10	23	32
10-12	8	7	20
12-14	2	6	10
14-16	8	11	5

С надежностью 0,95 найти доверительный интервал для среднего стажа работников по всем категориям рабочих, считая распределение стажа работников нормальным.

12. В результате выборочного обследования получены следующие данные о составе строительных бригад:

Число рабочих в бригаде, чел.	Число бригад
16-20	80
20-24	44
24-28	10
28-32	200
32-36	40
36-40	20
40-44	16

С надежностью  $\gamma_1=0,95$ ;  $\gamma_2=0,99$ ;  $\gamma_3=0,999$  найти доверительный интервал, в который попадает генеральная средняя. Результаты сравнить и объяснить.

13. По колхозам пригородных районов области были получены данные о выходе продукции на 100 га сельскохозяйственных угодий:

Продукция на 100 га угодий, тыс. р.	Число колхозов
10	2
12	5
14	7
16	3
18	2
20	1

С надежностью 0,99 найти доверительный интервал, в который попадает средний выход продукции на 100 га угодий по колхозам всей области, считая распределение выхода продукции нормальным.

14. Для исследования доходов населения города, составляющего 20 тыс. человек, по схеме собственно-случайной бесповторной выборки было отобрано 1000 жителей. Получено следующее распределение жителей по ежемесячному доходу (руб.)

$X_i$	Менее 500	500-1000	1000-1500	1500-2000	2000-2500	Свыше 2500
$n$	58	96	239	328	147	132

Определить границы, в которых с надёжностью 0,99 заключен средний месячный доход жителей города, считая распределение дохода жителей нормальным.

15. Получены сведения о количестве пропущенных часов по дисциплине «информатика» студентами первого курса юридического факультета за осенний семестр:

Количество пропущенных часов	Менее 2	2-4	4-6	6-8	8-10	Более 10
Число студентов	24	26	20	9	6	15

С надежностью 0,95 найти доверительный интервал для среднего количества пропущенных часов, считая распределение количества пропущенных часов нормальным.

16. Имеются данные, характеризующие потребление картофеля за месяц в семьях с разным уровнем обеспеченности:

Потребление картофеля в месяц, кг	Наименее обеспеченные	Наиболее обеспеченные
1,0 – 3,0	10	14
3,0 – 6,0	23	25
6,0 – 9,0	53	50
9,0 – 12,0	12	10
12,0 – 15,0	2	1

Определить границы, в которых с надёжностью 0,95 заключается среднее месячное потребление картофеля в семьях с разным уровнем обеспеченности, считая распределение потребления картофеля за месяц нормальным.

17. В таблице представлены данные о посещении драматических театров сотрудниками предприятия за год:

Количество посещений драматических театров	0 - 2	2 - 4	4 - 6	6 - 8	8 - 10	10 и более
Количество человек	343	205	83	37	21	11

С надежностью 0,99 найти доверительный интервал для среднего количества посещений драматических театров, считая распределение количества посещений театров нормальным.

18. В вузе на заочном отделении было произведено исследование с целью определения стажа работы студентов по специальности. Полученные при этом результаты представлены в таблице:

Стаж работы по специальности, лет	1 - 5	5 - 9	9 - 13	13 - 17	17 - 21
Количество студентов	15	20	45	12	8

С надежностью 0,95 найти доверительный интервал для среднего стажа работы студентов на заочном отделении, считая распределение стажа работы нормальным.

19. В результате обследования мужчин одного возраста получены данные о частоте посещения ими спортивных залов за месяц:

Количество посещений спортивных залов	0 - 3	3 - 6	6 - 9	9 - 12	12 - 15	15 и более
Количество мужчин	343	205	83	37	21	11

Определить границы, в которых с надёжностью 0,99 заключено среднее число посещений спортивных залов мужчинами за месяц, считая распределение числа посещений спортивных залов нормальным.

20. Получены следующие данные о распределении 100 рабочих цеха по выработке в отчетном году (в процентах к предыдущему году):

Выработка в отчетном году, % к предыдущему году	94 - 104	104 - 114	114 - 124	124 - 134	134 - 144
Количество рабочих	6	20	43	25	6

С надежностью 0,99 найти границы среднего процента выработки в отчетном году, считая, что процент выработки в отчетном году имеет нормальный закон распределения.



## Интервальная оценка генеральной доли, генеральной дисперсии

1. Из партии, содержащей 8000 телевизоров, отобрано 800. Среди них оказалось 10%, не удовлетворяющих стандарту. Найти границы, в которых с вероятностью 0,95 заключена доля телевизоров, удовлетворяющих стандарту, во всей партии для повторной и бесповторной выборки.
2. По результатам социологического обследования, при опросе 1500 респондентов рейтинг президента (т.е. процент опрошенных, одобряющих его деятельность) составил 30%. Найти границы, в которых с надежностью 0,95 заключен рейтинг президента (при опросе всех жителей страны). Сколько респондентов надо опросить, чтобы с надежностью 0,99 гарантировать предельную ошибку социологического исследования не более 1%? Ответить на тот же вопрос, если никаких данных о рейтинге президента нет.
3. Фирма, занимающаяся рыночными исследованиями, устанавливает степень известности её продукции. 80 из 400 опрошенных жителей города оказались знакомы с продукцией фирмы. Найти 90%-ный доверительный интервал степени известности продукции среди всех жителей города.
4. Опрос 300 случайно отобранных жителей города показал, что 55% из них довольны деятельностью вновь избранного мэра. Постройте 95%-ный доверительный интервал доли жителей всего города, которые также доверяют мэру.
5. Социологическая служба предприятия провела опрос рабочих данного предприятия с целью выяснения отношения к структурной реорганизации, проведенной руководством предприятия. На предприятии работает 1242 человека. Для интервью случайным образом было отобрано 160 человек, среди которых 85 человек отметили, что в общем удовлетворены проведенными преобразованиями. Постройте 95%-ный доверительный интервал доли рабочих, оценивающих положительно реорганизацию предприятия.
6. Политолог хотел бы оценить долю избирателей, которые проголосуют за кандидатов левых сил на ближайших президентских выборах. Постройте 90%-ный доверительный интервал для этого прогноза оценки с предельной ошибкой выборки, равной  $\pm 0,04$ . Какой объём выборки в этом случае необходим ему для опроса избирателей?
7. Из партии, содержащей 10000 музыкальных центров, отобрано 3000 штук. В выборке оказалось 4% музыкальных центров с бракованными компакт-дисками. Определите границы, в которых заключена доля стандартных музыкальных центров в генеральной совокупности, если резуль-

тат необходимо гарантировать с вероятностью, равной 0,9876. Задачу решить в предположении, что выборка: а) собственно-случайная повторная; б) собственно-случайная бесповторная.

8. Из 4000 покупателей магазина была образована выборочная совокупность в 500 человек. Среди них оказалось 350 человек, которые произвели покупки в магазине. Найти вероятность того, что доля всех покупателей, которые произведут покупки в магазине, отличается от доли их в выборке не более чем на 0,03 (по абсолютной величине), если выборка: а) повторная; б) бесповторная.

9. Получены следующие данные о распределении рабочих предприятий по времени, затраченному на обработку детали:

Время, мин	4,0-4,5	4,5-5,0	5,0-5,5	5,5-6,0	6,0-6,5	6,5-7,0	7,0-7,5	7,5-8,0
Число рабочих	4	14	55	92	160	96	11	2

С надежностью 0,999 найти доверительный интервал для дисперсии производительности труда рабочих предприятия, считая распределение производительности труда рабочих нормальным.

10. Рекламное агентство, обслуживающее местную радиостанцию, хотело бы оценить среднее время прослушивания передач станции. Какой объем выборки необходим, если агентство желает быть уверено в результатах на 90% с предельной ошибкой  $\pm 5$  минут? Из прошлого опыта известно, что среднее квадратическое отклонение времени прослушивания радиопередач составляет 45 минут.

11. Аудитор случайно отбирает 50 оплаченных счетов и находит, что их выборочная средняя составила 1100 денежных единиц со средним квадратическим отклонением 287 денежных единиц. Постройте 90%-ный доверительный интервал для генеральной дисперсии суммы оплаченных счетов.

12. В результате выборочного обследования получены следующие данные о составе строительных бригад:

Число рабочих в бригаде, чел.	15-20	20-25	25-30	30-35	35-40	40-45	45-50
Число бригад	80	44	100	200	40	20	16

С надежностями 0,95; 0,99; 0,999 найти доверительные интервалы, в которые попадает генеральная дисперсия.

13. Сколько лиц в возрасте от 20 до 30 лет надо опросить выборочно, чтобы установить среди них процент студентов с точностью до 0,5%, гарантируемой с вероятностью 0,9999?

14. По случайной выборке измерений роста 20 студентов первого курса вычислена несмещенная оценка генеральной дисперсии, равная 0,002. Найти 95%-ный доверительный интервал для среднего квадратического отклонения роста всех студентов первого курса, если распределение роста нормальное.

15. Каким должен быть объем выработки, отобранной по схеме случайной повторной выборки из партии, содержащей 8000 деталей, чтобы с вероятностью 0,994 можно было утверждать, что доли первосортных деталей в выборке и во всей партии отличаются не более чем на 0,05 (по абсолютной величине)? Задачу решить для случаев: а) о доле первосортных деталей во всей партии ничего не известно; б) их не более 80%.

16. Производятся независимые испытания с одинаковой, но неизвестной вероятностью  $p$  появления события  $A$  в каждом испытании. Найти доверительный интервал для оценки вероятности  $p$  с надежностью  $\gamma = 0,95$ , если в  $n = 60$  испытаниях событие  $A$  появилось  $m = 15$  раз.

17. Решить предыдущую задачу при  $\gamma = 0,95$ ;  $n = 10$ ;  $m = 2$ .

18. Из большой партии по схеме случайной повторной выработки было проверено 150 изделий с целью определения процента влажности древесины, из которой изготовлены эти изделия. Получены следующие результаты:

Процент влажности	11 - 13	13 - 15	15 - 17	17 - 19	19 - 21
Число изделий	8	42	51	37	12

Считая, что процент влажности изделия – случайная величина, распределенная по нормальному закону, найти: а) вероятность того, что средний процент влажности заключен в границах от 12,5 до 17,5; б) границы, в которых с вероятностью 0,95 будет заключен средний процент влажности изделий во всей партии.

19. По данным 9 измерений некоторой величины найдена средняя результатов измерений  $x_{ср} = 30$  и выборочная дисперсия  $s^2 = 36$ . Найти границы, в которых с надежностью 0,99 заключено истинное значение измеряемой величины.

20. Произведено 12 измерений одним прибором (без систематической ошибки) некоторой величины, имеющей нормальное распределение, причем дисперсия случайных ошибок измерений оказалась равной 0,36. Найти: а) границы, в которых с надежностью 0,95 заключено среднее квадратическое отклонение случайных ошибок измерений, характеризующих точность прибора; б) решить задачу при  $n = 50$  измерениях.

### 3. ПРОВЕРКА СТАТИСТИЧЕСКИХ ГИПОТЕЗ

#### Сравнение дисперсий двух нормально распределенных генеральных совокупностей

1. По двум независимым выборкам, объемы которых  $n_1 = 11$  и  $n_2 = 14$ , извлеченным из нормальных генеральных совокупностей  $X$  и  $Y$ , найдены исправленные выборочные дисперсии  $S_x^2 = 0,76$  и  $S_y^2 = 0,38$ . При уровне значимости  $\alpha = 0,05$ , проверить нулевую гипотезу  $H_0: D(X) = D(Y)$  о равенстве генеральных дисперсий при конкурирующей гипотезе  $H_1: D(X) > D(Y)$ .

2. По двум независимым выборкам, объемы которых  $n_1 = 9$  и  $n_2 = 16$ , извлеченным из нормальных генеральных совокупностей  $X$  и  $Y$ , найдены исправленные выборочные дисперсии  $S_x^2 = 34,02$  и  $S_y^2 = 12,15$ . При уровне значимости  $0,01$  проверить гипотезу о равенстве генеральных дисперсий при конкурирующей гипотезе  $H_1: D(X) \neq D(Y)$ .

3. По двум независимым выборкам, объемы которых  $n_1 = 14$  и  $n_2 = 10$ , извлеченным из нормальных генеральных совокупностей  $X$  и  $Y$ , найдены исправленные выборочные дисперсии  $S_x^2 = 0,84$  и  $S_y^2 = 2,52$ . При уровне значимости  $\alpha = 0,1$ , проверить нулевую гипотезу  $H_0: D(X) = D(Y)$  о равенстве генеральных дисперсий при конкурирующей гипотезе  $H_1: D(X) \neq D(Y)$ .

4. По двум независимым выборкам, объемы которых  $n_1 = 9$  и  $n_2 = 6$ , извлеченным из нормальных генеральных совокупностей  $X$  и  $Y$ , найдены выборочные дисперсии  $\sigma_x^2 = 14,4$  и  $\sigma_y^2 = 20,5$ . При уровне значимости  $0,1$  проверить нулевую гипотезу  $H_0: D(X) = D(Y)$  о равенстве генеральных дисперсий при конкурирующей гипотезе  $H_1: D(X) > D(Y)$ .

5. Двумя методами проведены измерения одной и той же физической величины. Получены следующие результаты:

а) в первом случае  $x_1 = 9,6$ ;  $x_2 = 10,0$ ;  $x_3 = 9,8$ ;  $x_4 = 10,2$ ;  $x_5 = 10,6$ ;

б) во втором случае  $y_1 = 10,4$ ;  $y_2 = 9,7$ ;  $y_3 = 10,0$ ;  $y_4 = 10,3$ .

Можно ли считать, что оба метода обеспечивают одинаковую точность измерений, если принять уровень значимости  $\alpha = 0,1$ ? Предполагается, что результаты измерений распределены нормально и выборки независимы.

6. Для сравнения точности двух станков-автоматов взяты две пробы (выборки), объемы которых  $n_1 = 10$  и  $n_2 = 8$ . В результате измерения контролируемого размера отобранных изделий получены следующие результаты:

$x_i$  1,08 1,10 1,12 1,14 1,15 1,25 1,36 1,38 1,40 1,42;

$y_i$  1,11 1,12 1,18 1,22 1,33 1,35 1,36 1,38.

Можно ли считать, что станки обладают одинаковой точностью  $H_0: D(X) = D(Y)$ , если принять уровень значимости  $\alpha = 0,1$  и в качестве конкурирующей гипотезы  $H_1: D(X) \neq D(Y)$ ?

7. На двух токарных станках обрабатывают втулки. Отобраны две пробы: из втулок, обработанных на первом станке, взято 12 шт., из втулок, обработанных на втором станке, – 18 шт. По данным этих выборок рассчитаны исправленные выборочные дисперсии:  $S_x^2 = 0,75$  (для первого станка) и  $S_y^2 = 0,38$  (для второго станка). При уровне значимости  $\alpha = 0,01$  проверить гипотезу о том, что станки обладают одинаковой точностью. Размеры втулок подчиняются нормальному закону.

8. Двумя методами проведены измерения одной и той же величины. Получены следующие результаты:

а) первым методом:  $x_1 = 12,3$ ;  $x_2 = 12,5$ ;  $x_3 = 12,8$ ;  $x_4 = 13,0$ ;  $x_5 = 13,5$ ;

б) вторым методом:  $y_1 = 12,2$ ;  $y_2 = 12,3$ ;  $y_3 = 13,0$ .

При уровне значимости  $\alpha = 0,05$  проверить гипотезу о том, что оба метода измерения обеспечивают одинаковую точность измерений. Результаты измерений предполагаются распределенными по нормальному закону.

9. Для определения качества продукции на двух электроламповых заводах взяли на выборку по 10 электроламп и проверили срок их службы:

Номер наблюдения		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Продолжительность горения электроламп, тыс.ч.	Завод 1	0,8	0,7	1,3	0,5	1,1	0,8	1,2	1,2	1,1	1,3
	Завод 2	1,1	0,9	1,2	1,1	2,4	2,4	1,2	1,6	1,5	1,4

При уровне значимости 0,05 проверить существенность различия колеблемости горения ламп на заводах, считая, что выборки извлечены из нормально распределенных генеральных совокупностей.

10. Для определения качества продукции на двух электроламповых заводах взяли на выборку по 10 электроламп и проверили срок их службы. При этом получили характеристики колеблемости продолжительности горения электроламп: на первом заводе выборочная дисперсия  $\sigma_x^2 = 0,17$ ; на втором заводе  $\sigma_y^2 = 0,25$ . При уровне значимости 0,05 проверить существенность различия колеблемости продолжительности горения ламп на заводах, считая, что выборки извлечены из нормально распределенных генеральных совокупностей  $X$  и  $Y$ .

11. На двух токарных станках обрабатывают детали. Взято выборочно 12 деталей, отобранных на первом станке, и 13 деталей – на втором. По данным этих выборок рассчитаны исправленные выборочные дисперсии:  $S_x^2 = 0,76$  (для первого станка) и  $S_y^2 = 0,52$  (для второго станка). При уровне значимости  $\alpha = 0,01$  проверить гипотезу о том, что станки обладают одинаковой точностью. Размеры деталей подчиняются нормальному закону.

12. Для исследования влияния двух удобрений на урожайность пшеницы было засеяно по 10 опытных участков. Исправленные выборочные дисперсии, характеризующие вариацию урожайности на участках, соответственно, равны  $S_x^2 = 0,25$  и  $S_y^2 = 0,49$ . Считая, что выборки извлечены из нормально распределенных генеральных совокупностей  $X$  и  $Y$ , проверить при уровне значимости  $\alpha = 0,01$ , зависит ли вариация урожайности пшеницы от типа внесенных удобрений.

13. Сравнили точность измерения диаметра детали двумя методами. При этом проконтролировано 10 деталей. Предполагается, что результаты измерения диаметра распределены нормально. По результатам контроля получены исправленные выборочные дисперсии:  $S_x^2 = 0,00064$  (для первого метода),  $S_y^2 = 0,00039$  (для второго метода). При  $\alpha = 0,05$  проверить гипотезу о том, что оба метода обладают одинаковой точностью.

14. Расход сырья на единицу продукции составил:

Расход сырья, г	По старой технологии			По новой технологии			
	304	307	308	303	304	305	308
Число изделий	1	4	4	2	6	4	1

Предположив, что генеральные совокупности  $X$  и  $Y$  имеют нормальное распределение, при уровне значимости 0,01 проверить гипотезу о равенстве дисперсий расхода сырья по старой и новой технологиям.

### Проверка гипотез о точечном значении параметра

1. Из нормальной генеральной совокупности извлечена выборка объема  $n = 21$  и по ней найдена исправленная выборочная дисперсия  $S^2 = 16,2$ . Требуется при уровне значимости 0,01, проверить нулевую гипотезу  $H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2 = 15$ , приняв в качестве конкурирующей гипотезы  $H_1: \sigma^2 > 15$ .

2. Из нормальной генеральной совокупности извлечена выборка объема  $n = 17$  и по ней найдена исправленная выборочная дисперсия  $S^2 = 0,24$ . Тре-

буется, при уровне значимости 0,05, проверить нулевую гипотезу  $H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2 = 0,18$ , приняв в качестве конкурирующей гипотезы  $H_1: \sigma^2 > 0,18$ .

3. Из нормальной генеральной совокупности извлечена выборка объема  $n = 31$ :  
 варианты  $x_i$  10,1 10,3 10,6 11,2 11,5 11,8 12,0;  
 частоты  $n_i$  1 3 7 10 6 3 1.

Требуется при уровне значимости 0,05, проверить нулевую гипотезу  $H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2 = 0,18$ , приняв в качестве конкурирующей гипотезы  $H_1: \sigma^2 > 0,18$ .

4. Точность работы станка-автомата проверяется по дисперсии контролируемого размера изделий, которая не должна превышать  $\sigma_0^2 = 0,1$ . Взята проба из случайно отобранных изделий, получены следующие результаты измерений:

Контролируемый размер изделий пробы	$x_i$	3,0	3,5	3,8	4,4	4,5
Частота	$n_i$	2	6	9	7	1

Требуется, при уровне значимости 0,05, проверить, обеспечивает ли станок требуемую точность.

5. В результате длительного хронометража времени сборки узла различными сборщиками установлено, что дисперсия этого времени  $\sigma_0^2 = 2 \text{ мин}^2$ . Результаты 20 наблюдений за работой новичка таковы:

Время сборки одного узла, мин	$x_i$	56	58	60	62	64
Частота	$n_i$	1	4	10	3	2

Можно ли при уровне значимости 0,05 считать, что новичок работает ритмично (в том смысле, что дисперсия затрачиваемого времени существенно не отличается от дисперсии времени остальных сборщиков)?

6. Партия изделий принимается, если дисперсия контролируемого размера значимо не превышает 0,2. Исправленная выборочная дисперсия, найденная по выборке объема  $n = 121$ , оказалась равной  $S_x^2 = 0,3$ . Можно ли принять партию при уровне значимости 0,01; 0,05?

7. Из нормальной генеральной совокупности с известным средним квадратическим отклонением  $\sigma = 5,2$  извлечена выборка объема  $n = 100$  и по ней найдена выборочная средняя  $\bar{x} = 27,56$ . Требуется, при уровне значимости



0,05 проверить нулевую гипотезу  $H_0: a = a_0 = 26$  при конкурирующей гипотезе  $H_1: a \neq 26$ .

8. Из нормальной генеральной совокупности с известным средним квадратическим отклонением  $\sigma = 40$  извлечена выборка объема  $n = 64$  и по ней найдена выборочная средняя  $\bar{x} = 136,5$ . Требуется при уровне значимости 0,01 проверить нулевую гипотезу  $H_0: a = a_0 = 130$  при конкурирующей гипотезе  $H_1: a \neq 130$ ,

9. Установлено, что средний вес таблетки лекарства сильного токсического действия должен быть равен  $a_0 = 0,50$  мг. Выборочная проверка 121 таблетки полученной партии лекарства показала, что средний вес таблетки этой партии  $\bar{x} = 0,53$  мг. Требуется при уровне значимости 0,01 проверить нулевую гипотезу  $H_0: a = a_0 = 0,50$  при конкурирующей гипотезе  $H_1: a \neq 0,50$ . Многократными предварительными опытами по взвешиванию таблеток, поставляемых фармацевтическим заводом, было найдено, что вес таблеток распределен нормально со средним квадратическим отклонением  $\sigma = 0,11$  мг.

10. По выборке объема  $n = 16$ , извлеченной из нормальной генеральной совокупности, найдены выборочная средняя  $\bar{x} = 118,2$  и «исправленное» среднее квадратическое отклонение  $S = 3,6$ . Требуется при уровне значимости 0,05 проверить нулевую гипотезу  $H_0: a = a_0 = 120$  при конкурирующей гипотезе  $H_1: a \neq 120$ .

11. Проектный контролируемый размер изделий, изготавливаемых станком-автоматом,  $a = a_0 = 35$  мм. Измерения 20 случайно отобранных изделий дали следующие результаты:

Контролируемый размер	$x_i$	34,8	34,9	35,0	35,1	35,3
Частота (число изделий)	$n_i$	2	3	4	6	5

Требуется при уровне значимости 0,05 проверить нулевую гипотезу  $H_0: a = a_0 = 35$  при конкурирующей гипотезе  $H_1: a \neq 35$ .

12. По 100 независимым испытаниям найдена относительная частота  $\frac{m}{n} = 0,14$ . При уровне значимости  $\alpha = 0,05$ , требуется проверить нулевую гипотезу  $H_0: p = p_0 = 0,20$  при конкурирующей гипотезе  $H_1: p \neq 0,20$ .

13. Партия изделий принимается, если вероятность того, что изделие окажется бракованным, не превышает 0,02. Среди случайно отобранных 480 изделий оказалось 12 дефектных. Можно ли принять партию?

14. Завод рассылает рекламные каталоги возможным заказчикам. Как показал опыт, вероятность того, то организация, получившая каталог, закажет рекламируемое изделие, равна 0,08. Завод разослал 1000 каталогов новой улучшенной формы и получил 100 заказов. Можно ли считать, что новая форма рекламы оказалась значимо эффективнее первой?

15. Партия изделий принимается, если вероятность того, что изделие окажется бракованным, не превышает 0,03. Среди случайно отобранных 400 изделий оказалось 18 бракованных. Можно ли принять партию?

16. В результате длительных наблюдений установлено, что вероятность полного выздоровления больного, принимавшего лекарство  $A$ , равна 0,8. Новое лекарство  $B$  назначено 800 больным, причем 660 из них полностью выздоровели. Можно ли считать новое лекарство значимо эффективнее лекарства  $A$  на 5%-ном уровне значимости?

17. Партия изделий принимается, если вероятность того, что изделие окажется бракованным, не превышает 0,01. Среди случайно отобранных 1600 изделий оказалось 20 бракованных. Можно ли принять партию ( $\alpha = 0,05$ )?

18. Проводится проверка соответствия содержания активного вещества в продукции стандарту, который равен 8%. Для контроля произведена выборка из 100 проб, которая дала  $\frac{m}{n} = 0,138$ . При уровне значимости 0,05 проверить гипотезу, что доля активного вещества в продукции соответствует стандарту.

19. Партия изделий принимается, если вероятность того, что изделие окажется бракованным, не превышает 0,015. Среди случайно отобранных 250 изделий оказалось 5 бракованных. При уровне значимости 0,01 проверить, можно ли принять партию изделий.

20. Проводится проверка соответствия продукции высшего сорта в партии плану, который составляет 80%. С этой целью проведена выборка объемом в 100 единиц. Среди них оказалось 78 изделий высшего сорта. При уровне значимости 0,05 проверить гипотезу о том, что процент продукции высшего сорта соответствует плану.

21. Партия изделий принимается, если вероятность того, что изделие окажется бракованным, не превышает 0,02. Среди случайно отобранных 600 изделий оказалось 16 бракованных. Можно ли принять партию ( $\alpha = 0,05$ )?

22. В результате наблюдений установлено, что вероятность полного выздоровления больного, принимавшего лекарство  $A$ , равна  $0,7$ . Новое лекарство  $B$  назначено 1800 больным, причем 1700 из них полностью выздоровели. Можно ли считать лекарство  $B$  эффективнее лекарства  $A$  на 5%-ном уровне значимости?

### Проверка гипотез о равенстве генеральных средних, долей, дисперсий

1. Двумя приборами в одном и том же порядке измерены 6 деталей и получены следующие результаты измерений (в сотых долях мм):

$$x_1 = 2, x_2 = 3, x_3 = 5, x_4 = 6, x_5 = 8, x_6 = 10;$$

$$y_1 = 10, y_2 = 3, y_3 = 6, y_4 = 1, y_5 = 7, y_6 = 4.$$

При уровне значимости  $0,05$  установить, значимо или незначимо различаются результаты измерений, в предположении, что они распределены нормально.

2. На двух аналитических весах в одном и том же порядке взвешены 10 проб химического вещества и получены следующие результаты взвешиваний (в мг):

$$x_i \quad 25 \quad 30 \quad 28 \quad 50 \quad 20 \quad 40 \quad 32 \quad 36 \quad 42 \quad 38;$$

$$y_i \quad 28 \quad 31 \quad 26 \quad 52 \quad 24 \quad 36 \quad 33 \quad 35 \quad 45 \quad 40.$$

При уровне значимости  $0,01$  установить, значимо или незначимо различаются результаты взвешиваний, в предположении, что они распределены нормально.

3. Физическая подготовка спортсменов была проведена при поступлении в спортивную школу, а затем после недели тренировок. Итоги проверки в баллах оказались следующими (в первой строке указано число баллов, полученных каждым спортсменом при поступлении в школу; во второй – после обучения):

$$x_i \quad 76 \quad 71 \quad 57 \quad 49 \quad 70 \quad 69 \quad 26 \quad 65 \quad 59;$$

$$y_i \quad 81 \quad 85 \quad 52 \quad 52 \quad 70 \quad 63 \quad 33 \quad 83 \quad 62.$$

Требуется при уровне значимости  $0,05$  установить, значимо или незначимо улучшилась физическая подготовка спортсменов, в предположении, что число баллов распределено нормально.

4. Химическая лаборатория произвела в одном и том же порядке анализ 8 проб двумя методами. В результате получены следующие результаты (в первой строке указано содержание некоторого вещества в процентах в каждой пробе, определенное первым методом; во второй строке – вторым методом):

$$x_i \quad 15 \quad 20 \quad 16 \quad 22 \quad 24 \quad 14 \quad 18 \quad 20;$$

$$y_i \quad 15 \quad 22 \quad 14 \quad 25 \quad 29 \quad 16 \quad 20 \quad 24.$$

Требуется при уровне значимости 0,05 установить, значимо или незначимо различаются средние результаты анализов, в предположении, что они распределены нормально.

5. Две лаборатории одним и тем же методом в одном и том же порядке определяли содержание углерода в 13 пробах нелегированной стали. Получены следующие результаты анализов (в первой строке указано содержание углерода в процентах в каждой пробе, полученное первой лабораторией; во второй строке – второй лабораторией):

$x_i$ : 0,18 0,12 0,12 0,08 0,08 0,12 0,19 0,32 0,27 0,22 0,34 0,14 0,46;

$y_i$ : 0,16 0,09 0,08 0,05 0,13 0,10 0,14 0,30 0,31 0,24 0,28 0,11 0,42.

Требуется при уровне значимости 0,05 установить, значимо или незначимо различаются средние результаты анализа, в предположении, что они распределены нормально.

6. По двум независимым выборкам, объемы которых  $n = 40$  и  $m = 50$ , извлеченным из нормальных генеральных совокупностей, найдены выборочные средние  $\bar{x} = 130$  и  $\bar{y} = 140$ . Генеральные дисперсии известны:  $D(X) = 80$ ,  $D(Y) = 100$ . Требуется при уровне значимости 0,01 проверить нулевую гипотезу  $H_0: M(X) = M(Y)$  о равенстве генеральных средних при конкурирующей гипотезе  $H_1: M(X) \neq M(Y)$ .

7. По выборке объема  $n = 30$  найден средний вес  $\bar{x} = 130$ г изделий, изготовленных на первом станке; по выборке объема  $m = 40$  найден средний вес  $\bar{y} = 125$ г изделий, изготовленных на втором станке. Генеральные дисперсии известны:  $D(X) = 60$ г<sup>2</sup>,  $D(Y) = 80$ г<sup>2</sup>. Требуется при уровне значимости 0,05 проверить нулевую гипотезу  $H_0: M(X) = M(Y)$  при конкурирующей гипотезе  $H_1: M(X) \neq M(Y)$ . Предполагается, что случайные величины  $X$  и  $Y$  распределены нормально и выборки независимы.

8. По выборке объема  $n = 50$  найден средний размер  $\bar{x} = 20,1$  мм диаметра валиков, изготовленных автоматом № 1; по выборке объема  $m = 50$  найден средний размер  $\bar{y} = 19,8$  мм диаметра валиков, изготовленных автоматом № 2. Генеральные дисперсии известны:  $D(X) = 1,750$  мм<sup>2</sup>,  $D(Y) = 1,375$  мм<sup>2</sup>. Требуется при уровне значимости 0,05 проверить нулевую гипотезу  $H_0: M(X) = M(Y)$  при конкурирующей гипотезе  $H_1: M(X) \neq M(Y)$ . Предполагается, что случайные величины  $X$  и  $Y$  распределены нормально и выборки независимы.

9. Для испытания шерстяной ткани на прочность произведены две выборки объемами  $n_x = 40$  и  $n_y = 30$ . Средняя прочность оказалась равной 135 г и

138 г. Предварительные исследования показали, что прочность шерстяной ткани в генеральных совокупностях  $X$  и  $Y$  имеет нормальное распределение с дисперсиями 20 и 35. При уровне значимости 0,01 определить существенность расхождения между средними в обеих выборках.

10. Для определения качества продукции на двух электроламповых заводах было взято на выборку по 30 электроламп и определен срок их службы в часах. Для первого завода она составила 953 ч, а для второго – 970 ч. Считая, что выборки извлечены из нормально распределенных генеральных совокупностей, дисперсии которых, соответственно, 54 и 62, выяснить при уровне значимости 0,01, является ли расхождение между продолжительностью горения электроламп случайным или один завод работает лучше другого.

11. По выборке объема  $n_x = 40$  найден средний размер деталей  $\bar{x} = 182$  мм, изготовленных первым автоматом; по выборке объема  $n_y = 30$  найден средний размер деталей  $\bar{y} = 185$  мм, изготовленных вторым автоматом. Предварительным анализом установлено, что размер деталей, изготовленных каждым автоматом, имеет нормальный закон распределения с дисперсиями  $D(X) = 25$  и  $D(Y) = 17$ . При уровне значимости 0,05 проверить гипотезу о том, что средние размеры деталей, изготовляемых автоматами, одинаковые.

12. При исследовании продолжительности простоев рабочих на двух предприятиях получены следующие результаты: по первому предприятию  $n_x = 25$ ,  $\bar{x} = 3,5$  мин; по второму –  $n_y = 37$ ,  $\bar{y} = 4,1$  мин. Выяснить при уровне значимости 0,05 существенность различия простоев на этих предприятиях, считая, что выборки извлечены из нормально распределенных генеральных совокупностей, дисперсии которых равны 1,2 и 2,5.

13. Для исследования влияния двух удобрений на урожайность зерна были засеяны 95 участков, причем на 40 участках применялся один вид удобрения, а на остальных – другой. Найдены выборочные средние прироста урожайности: для первых 40 участков  $\bar{x} = 8,9$  %, для других 55 участков  $\bar{y} = 7,0$  %. При уровне значимости 0,05 выяснить, какой вид удобрения является лучшим, считая, что выборки извлечены из нормально распределенных генеральных совокупностей, дисперсии которых равны 1,7 и 1,5 %.

14. В результате специального обследования получены следующие выборочные данные о производительности труда рабочих двух бригад:  $\bar{x} = 15$  шт. при  $n_x = 50$  и  $\bar{y} = 17$  шт. при  $n_y = 45$ . Выяснить при уровне значимости 0,01 существенность различия средней производительности труда в брига-

дах, считая, что выборки извлечены из нормально распределенных генеральных совокупностей, дисперсии которых равны 3 и 3,2.

15. Две группы рабочих по 40 человек в каждой изготавливают одинаковую продукцию. Для первой группы средняя производительность труда  $\bar{x} = 15$  деталей, для второй -  $\bar{y} = 17$  деталей. Выяснить существенность различия средней производительности труда в группах при уровне значимости 0,05, считая, что выборки извлечены из нормально распределенных генеральных совокупностей, дисперсии которых равны 12 и 11.

16. Имеются следующие выборочные данные о заработной плате рабочих на двух предприятиях:  $\bar{x} = 380$ р.,  $n_x = 35$ ;  $\bar{y} = 385$ р.,  $n_y = 30$ . Предварительные исследования показали, что генеральные совокупности  $X$  и  $Y$  имеют нормальный закон распределения с дисперсиями  $D(X) = 20$ ,  $D(Y) = 18$ . При уровне значимости 0,05 проверить существенность различия средней заработной платы рабочих на предприятиях.

17. Для проверки эффективности новой технологии отбираются две группы рабочих. В первой группе численностью 31 человек, где применяется новая технология, средняя производительность труда оказалась равной 85 деталей, а во второй группе численностью 38 человек она составила 79 деталей. Предварительные исследования дают возможность считать, что выборки извлечены из нормально распределенных генеральных совокупностей, дисперсии которых равны 10,1 и 8,4. При уровне значимости 0,01 определить действительно ли новая технология оказала влияние на среднюю производительность труда.

18. По двум независимым малым выборкам, объемы которых  $n = 12$  и  $m = 18$ , извлеченным из нормальных генеральных совокупностей  $X$  и  $Y$ , найдены выборочные средние  $\bar{x} = 31,2$  и  $\bar{y} = 29,2$  и исправленные дисперсии  $S_x^2 = 0,84$  и  $S_y^2 = 0,40$ . Требуется при уровне значимости 0,05 проверить нулевую гипотезу  $H_0: M(X) = M(Y)$  при конкурирующей гипотезе  $H_1: M(X) \neq M(Y)$ .

19. По двум независимым малым выборкам, объемы которых  $n = 10$  и  $m = 8$ , извлеченным из нормальных генеральных совокупностей  $X$  и  $Y$  найдены выборочные средние  $\bar{x} = 142,3$  и  $\bar{y} = 145,3$  и исправленные дисперсии  $S_x^2 = 2,7$  и  $S_y^2 = 3,2$ . При уровне значимости 0,01 проверить нулевую гипотезу  $H_0: M(X) = M(Y)$  при конкурирующей гипотезе  $H_1: M(X) \neq M(Y)$ .

20. Из двух нормально распределенных генеральных совокупностей  $X$  и  $Y$  извлечены выборки, соответственно, объемами  $n_x = 15$  и  $n_y = 13$ . По выбо-

рочным данным найдены выборочные средние  $\bar{x} = 9,79$  и  $\bar{y} = 9,60$ , выборочные исправленные дисперсии  $S_x^2 = 0,28$  и  $S_y^2 = 0,33$ . При уровне значимости 0,01 проверить нулевую гипотезу  $H_0: M(X) = M(Y)$  при конкурирующей гипотезе  $H_1: M(X) \neq M(Y)$ .

21. При изучении стажа рабочих нефтеперерабатывающих заводов были сделаны выборки по двум заводам:

Стаж работы, лет		1	3	4	7	8	10	12	13	Итого
Число рабочих	Завод 1	2	4	3	9	5	3	2	2	30
	Завод 2	1	3	4	7	8	4	4	1	32

Определить средний стаж работы рабочих на каждом заводе. При уровне значимости 0,05 выявить существенность различия среднего стажа работы на заводах, считая, что выборки извлечены из нормально распределенных генеральных совокупностей.

22. По двум независимым малым выборкам, объемы которых  $n_x = 15$  и  $n_y = 12$ , извлеченным из нормальных генеральных совокупностей  $X$  и  $Y$ , найдены выборочные средние  $\bar{x} = 14,2$  и  $\bar{y} = 15,3$  и исправленные дисперсии  $S_x^2 = 0,27$  и  $S_y^2 = 0,32$ . При уровне значимости 0,01 проверить нулевую гипотезу  $H_0: M(X) = M(Y)$  при конкурирующей гипотезе  $H_1: M(X) < M(Y)$ .

23. Экономический анализ производительности труда предприятий отрасли позволил выдвинуть гипотезу о наличии двух типов предприятий с различной средней величиной показателя производительности труда. Для первой группы (12 объектов) средняя производительность труда  $\bar{x} = 119$  деталей, исправленная выборочная дисперсия  $S_x^2 = 126,91$ ; для второй группы (12 объектов), соответственно,  $\bar{y} = 107$  деталей,  $S_y^2 = 136,10$ . Считая, что выборки извлечены из нормально распределенных генеральных совокупностей  $X$  и  $Y$  при уровне значимости 0,05, проверить, случайно ли полученное различие средних показателей производительности труда в группах или же имеются два типа предприятий с различной средней величиной производительности труда.

24. Для испытания шерстяной ткани на прочность произведены две выборки объемом в 10 и 12 образцов. Средняя прочность оказалась равной 135 и 136г при исправленных выборочных дисперсиях 4 и 6. Считая выборки извлеченными из нормальных совокупностей, определить при уровне значимости 0,01 существенность расхождения между средними в обеих выборках.

25. На заводе имеются центробежные насосы, закупленные на предприятиях А и В по 10 шт. Насосы, закупленные на предприятии А, проработали до поломки в среднем 100 дней, исправленное среднее квадратическое отклонение 10 дней. Насосы, закупленные на предприятии В, проработали до поломки в среднем 105 дней, исправленное среднее квадратическое отклонение 9 дней. Заводу требуется приобрести еще насосы. Специалист по материально-техническому снабжению решил, что надо закупать насосы на предприятии В. Считая, что выборки извлечены из нормально распределенных генеральных совокупностей, проверить, действительно ли насосы, выпускаемые предприятием В, лучше ( $\alpha = 0,01$ ).

26. С целью увеличения срока службы разработана конструкция пресс-формы. Старая пресс-форма в 10 испытаниях прослужила в среднем 4,4 месяца с исправленным средним квадратическим отклонением 0,05 месяца. Предлагаемая новая пресс-форма при 6 испытаниях требовала замены в среднем после 5,5 месяца с исправленным средним квадратическим отклонением 0,09 месяца. Считая, что выборки извлечены из нормально распределенных генеральных совокупностей, проверить, действительно ли новая конструкция лучше ( $\alpha = 0,01$ ).

27. В момент закладки картофеля на хранение было исследовано 9 проб на содержание в нем крахмала, при этом получено среднее содержание крахмала  $\bar{x} = 13,7\%$  и исправленное среднее квадратическое отклонение  $S_x = 0,7\%$ . В конце срока хранения было исследовано 12 проб и получены значения  $\bar{y} = 12,4$  и  $S_y = 1,1\%$ . Считая, что выборки извлечены из нормально распределенных генеральных совокупностей  $X$  и  $Y$ , на уровне значимости 0,05 проверить гипотезу о том, что содержание крахмала в картофеле данной партии в среднем существенно не изменилось за рассматриваемый период хранения.

28. По выборочным данным 15 предприятий одной отрасли найдена себестоимость единицы продукции. Она составила  $\bar{x} = 4,85$  рубля. При этом исправленное среднее квадратическое отклонение  $S_x$  оказалось равным 0,94 рубля. Аналогично была вычислена себестоимость единицы продукции по 12 предприятиям той же отрасли, она составила  $\bar{y} = 5,07$  рублей, а  $S_y = 1,02$  р. При уровне значимости 0,01 выявить существенность различия себестоимости единицы продукции на предприятиях, считая, что выборки извлечены из нормально распределенных генеральных совокупностей  $X$  и  $Y$ .

29. Для изучения норм выработки двух бригад завода, выполняющих одинаковый вид работ, проведено выборочное обследование затрат времени на изготовление одной детали. Для первой бригады (7 чел.) среднее время



$\bar{x} = 25$  мин, исправленная выборочная дисперсия  $S_x^2 = 2,5$ ; для второй бригады (8 чел.), соответственно,  $\bar{y} = 30$  мин,  $S_y^2 = 3$ . Считая, что выборки извлечены из нормально распределенных генеральных совокупностей  $X$  и  $Y$ , проверить при уровне значимости  $0,05$ , одинаковы ли для этих бригад средние затраты времени на выполнение одной детали.

30. Для установления норм выработки рассмотрена производительность труда в двух группах рабочих одного цеха. Получены следующие результаты наблюдений: для первой группы (10 рабочих) средняя производительность труда  $\bar{x} = 12$  шт/ч, исправленное среднее квадратическое отклонение  $S_x = 1$  шт/ч; для второй группы рабочих (12 рабочих), соответственно,  $\bar{y} = 10$  шт/ч и  $S_y = 2$  шт/ч. Различна ли производительность труда в обеих группах при уровне значимости  $0,05$ ? Производительность труда распределена нормально.

31. На предприятии разработаны два метода изготовления определенного изделия. Для проверки – одинаково ли материалоемки эти методы – собраны статистические данные о расходе сырья в расчете на единицу готовой продукции в процессе работы обоими методами. Получены следующие данные: при работе первым методом количество наблюдений  $n_x = 8$ , среднее значение  $\bar{x} = 2,7$ , исправленное среднее квадратическое отклонение  $S_x = 0,5$ ; при работе вторым методом количество наблюдений  $n_y = 9$ , среднее значение  $\bar{y} = 3,8$ , исправленное среднее квадратическое отклонение  $S_y = 0,6$ . Согласно имеющимся данным проверить гипотезу о том, что средний удельный расход сырья при работе обоими методами одинаков, считая, что выборки извлечены из нормально распределенных генеральных совокупностей. Уровень значимости  $\alpha = 0,05$ .

32. По трем независимым выборкам, объемы которых  $n_1 = 9$ ,  $n_2 = 13$  и  $n_3 = 15$ , извлеченным из нормальных генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии, соответственно равные  $3,2$ ;  $3,8$  и  $6,3$ . Требуется при уровне значимости  $0,05$  проверить нулевую гипотезу об однородности дисперсий.

33. По четырем независимым выборкам, объемы которых  $n_1 = 17$ ,  $n_2 = 20$ ,  $n_3 = 15$ ,  $n_4 = 16$ , извлеченным из нормальных генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии, соответственно равные  $2,5$ ;  $3,6$ ;  $4,1$ ;  $5,8$ . Требуется: а) при уровне значимости  $0,05$  проверить гипотезу об однородности дисперсий; б) оценить генеральную дисперсию.

34. Четыре исследователя параллельно определяют процентное содержание углерода в сплаве, причем первый исследователь произвел анализ 25

проб, второй – 33, третий – 29, четвертый – 33 проб. «Исправленные» выборочные средние квадратические отклонения оказались соответственно равными 0,05; 0,07; 0,10; 0,08. Требуется при уровне значимости 0,01 проверить гипотезу об однородности дисперсий в предположении, что процентное содержание углерода в сплаве распределено нормально.

35. Сравниваются 4 способа обработки изделий. Лучшим считается тот из способов, дисперсия контролируемого параметра которого меньше. Первым способом обработано 15, вторым – 20, третьим – 20, четвертым – 14 изделий. Исправленные выборочные дисперсии  $S_i^2$  соответственно равны: 0,00053; 0,00078; 0,00096; 0,00062. Можно ли отдать предпочтение одному из способов при уровне значимости 0,05? Предполагается, что контролируемый параметр распределен нормально.

36. Требуется сравнить точность обработки изделий на каждом из трех станков. С этой целью на первом станке было обработано 20, на втором – 25, на третьем – 26 изделий. Отклонения  $X$ ,  $Y$  и  $Z$  контролируемого размера от заданного оказались следующими (в десятых долях мм):

Отклонения для изделий первого станка	$x_i$	2	4	6	8	9
частота	$n_i$	5	6	3	2	4

Отклонения для изделий второго станка	$y_i$	1	2	3	5	7	8	12
частота	$m_i$	2	4	4	6	3	5	1

Отклонения для изделий третьего станка	$z_i$	2	3	4	7	8	10	14
частота	$p_i$	3	5	4	6	3	2	3

а) Можно ли считать, что станки обеспечивают одинаковую точность при уровне значимости 0,05 в предположении, что отклонения распределены нормально?

б) Выяснить, обеспечивают ли первый и второй станки одинаковую точность обработки изделий.

37. По четырем независимым выборкам одинакового объема  $n = 17$ , извлеченным из нормальных генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии: 0,21; 0,25; 0,34; 0,40. Требуется при уровне значимости 0,05 проверить нулевую гипотезу об однородности дисперсий (критическая область – правосторонняя).

38. По шести независимым выборкам одинакового объема  $n = 37$ , извлеченным из нормальных генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии: 2,34; 2,66; 2,95; 3,65; 3,86; 4,54. Требуется проверить нулевую гипотезу об однородности дисперсий при уровне значимости 0,01; 0,05.

39. По пяти независимым выборкам одинакового размера  $n = 37$ , извлеченным из нормальных генеральных совокупностей, найдены «исправленные» средние квадратические отклонения: 0,00021; 0,00035; 0,00038; 0,00062; 0,00084. Требуется при уровне значимости 0,05 проверить нулевую гипотезу об однородности дисперсий.

40. Четыре фасовочных автомата настроены на отвешивание одного и того же веса. На каждом автомате отвесили по 10 проб, а затем эти же пробы взвесили на точных весах и нашли по полученным отклонениям исправленные дисперсии: 0,012; 0,021; 0,025; 0,032. Можно ли при уровне значимости 0,05 считать, что автоматы обеспечивают одинаковую точность взвешивания? Предполагается, что отклонение зарегистрированного веса от требуемого распределены нормально.

41. Каждая из трех лабораторий произвела анализ 10 проб сплава для определения процентного содержания углерода, причем исправленные выборочные дисперсии оказались равными 0,045; 0,062; 0,093. Требуется при уровне значимости 0,01 проверить гипотезу об однородности дисперсий. Предполагается, что процентное содержание углерода в сплаве распределено нормально.

42. Проверяется устойчивость (отсутствие разладки) работы станка по величине контролируемого размера изделий. С этой целью каждые 30 мин отбирали пробу из 20 изделий; всего взяли 15 проб. В итоге измерения отобранных изделий были вычислены исправленные дисперсии (их значения приведены в таблице).

Номер пробы	1	2	3	4	5	6	7
Исправленная дисперсия	0,082	0,094	0,162	0,143	0,121	0,109	0,121

Номер пробы	8	9	10	11	12	13	14	15
Исправленная дисперсия	0,094	0,156	0,110	0,112	0,109	0,110	0,156	0,164

Можно ли при уровне значимости 0,05 считать, что станок работает устойчиво (разладка не произошла)?

## Проверка гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности по критерию Пирсона

1. Используя критерий Пирсона, при уровне значимости 0,05 проверить, согласуется ли гипотеза о нормальном распределении генеральной совокупности  $X$  с эмпирическим распределением выборки объема  $n = 200$ :

$x_i$	5	7	9	11	13	15	17	19	21
$n_i$	15	26	25	30	26	21	24	20	13

2. Используя критерий Пирсона, при уровне значимости 0,05 проверить, согласуется ли гипотеза о нормальном распределении генеральной совокупности  $X$  с эмпирическим распределением выборки объема  $n = 200$ :

$x_i$	0,3	0,5	0,7	0,9	1,1	1,3	1,5	1,7	1,9	2,1	2,3
$n_i$	6	9	26	25	30	26	21	24	20	8	5

3. Используя критерий Пирсона, при уровне значимости 0,01 установить, случайно или значимо расхождение между эмпирическими частотами  $n_i$  и теоретическими частотами  $n_i'$ , которые вычислены, исходя из гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности  $X$ :

$n_i$	8	16	40	72	36	18	10
$n_i'$	6	18	36	76	39	18	7

4. Используя критерий Пирсона, при уровне значимости 0,05 установить, случайно или значимо расхождение между эмпирическими частотами  $n_i$  и теоретическими частотами  $n_i'$ , которые вычислены, исходя из гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности  $X$ :

а) $n_i$	5	10	20	8	7
$n_i'$	6	14	18	7	5

б) $n_i$	6	8	13	15	20	16	10	7	5
$n_i'$	5	9	14	16	18	16	9	6	7

в) $n_i$	14	18	32	70	20	36	10
$n_i'$	10	24	34	80	18	22	12

г) $n_i$	5	7	15	14	21	16	9	7	6
$n_i'$	6	6	14	15	22	15	8	8	6

5. В результате обследования получено следующее распределение дневной выручки от продажи продукции в протоварных магазинах ( $X$  – дневная выручка, р.;  $m_i^3$  – эмпирические частоты (число магазинов);  $m_i^T$  – теоретические частоты, рассчитанные в предположении о нормальном законе распределения):

$x_i$	2	3	4	5	6	7	8
$m_i^3$	7	15	20	25	18	13	5
$m_i^T$	5	14	19	26	20	12	6

Используя критерий Пирсона, при уровне значимости 0,01 проверить гипотезу о нормальном распределении признака  $X$  генеральной совокупности.

6. В результате обследования получено выборочное распределение времени, затрачиваемого операторами бухгалтерских машин на обработку документов складского учета ( $X$  – время, с.;  $m_i^3$  – эмпирические частоты (количество документов);  $m_i^T$  – теоретические частоты, рассчитанные в предположении о нормальном законе распределения):

$x_i$	100	105	110	115	120	125
$m_i^3$	5	16	24	13	16	8
$m_i^T$	6	11	18	20	17	10

Используя критерий Пирсона, при  $\alpha = 0,05$  проверить, согласуется ли гипотеза о нормальном распределении признака  $X$  генеральной совокупности с эмпирическим распределением выборки.

7. В результате обследования опытных участков одинакового размера получено выборочное распределение урожайности ржи ( $X$  – урожайность, ц/га;  $m_i^3$  – эмпирические частоты;  $m_i^T$  – теоретические частоты, рассчитанные в предположении о нормальном законе распределения):

$x_i$	16	18	20	22	24	26	28
$m_i^3$	5	7	9	10	17	15	11
$m_i^T$	7	9	12	14	12	11	9

Используя критерий Пирсона, при уровне значимости 0,01 проверить, согласуется ли гипотеза о нормальном распределении признака  $X$  генеральной совокупности с эмпирическим распределением выборки.

8. Используя критерий Пирсона, при уровне значимости 0,01 проверить гипотезу о том, что процент роста валовой продукции является случайной величиной, распределенной по нормальному закону. Результаты выборочного обследования роста валовой продукции следующие:

Валовая продукция в отчетном году, % к предыдущему году	85	95	105	115	125	135
Число предприятий	6	12	30	24	15	13

9. При изучении производительности труда токарей на машиностроительном заводе было выборочно проверено 100 рабочих. В результате обследования получены следующие данные о затратах времени на обработку одной детали:

$x_i$	19	21	23	25	27	29
$m_i^{\ominus}$	5	8	24	45	12	6

При уровне значимости 0,05 проверить гипотезу о нормальном распределении признака  $X$  (производительность труда токарей).

10. Используя критерий Пирсона, при уровне значимости 0,01 проверить, согласуется ли гипотеза о нормальном распределении признака  $X$  генеральной совокупности с эмпирическим распределением выборки объема  $n = 100$ :

$x_i$	4	6	8	10	12	14	16	18	20
$m_i^{\ominus}$	5	15	13	18	15	11	12	6	5

11. Распределение обслуживаемых одним рабочим станков по числу рабочих-многостаночников имеет вид:

Число обслуживаемых станков, шт.	4	5	6	7	8
Число рабочих	23	36	84	42	15

Используя критерий Пирсона, при уровне значимости 0,01 проверить, согласуется ли гипотеза о нормальном распределении признака  $X$  генеральной совокупности с эмпирическим распределением выборки.

12. Используя критерий Пирсона, при уровне значимости 0,05 проверить, согласуется ли гипотеза о нормальном распределении генеральной совокупности  $X$  с заданным эмпирическим распределением:

$x_i$	-20 - (-10)	-10 - 0	0 - 10	10 - 20	20 - 30	30 - 40	40 - 50
$m_i^*$	20	47	80	89	40	16	8

13. Используя критерий Пирсона, при уровне значимости 0,05 проверить, согласуется ли гипотеза о нормальном распределении генеральной совокупности  $X$  с эмпирическим распределением выборки объема  $n = 100$ :

Номер интервала	1	2	3	4	5	6	7
Граница интервала	3 - 8	8 - 13	13 - 18	18 - 23	23 - 28	28 - 33	33 - 38
Частота	6	8	15	40	16	8	7

14. Используя критерий Пирсона, при уровне значимости 0,02 проверить, согласуется ли гипотеза о нормальном распределении генеральной совокупности  $X$  с заданным эмпирическим распределением:

$x_i$	6 - 16	16 - 26	26 - 36	36 - 46	46 - 56	56 - 66	66 - 76	76 - 86
$m_i^*$	8	7	16	35	15	8	6	7

15. Используя критерий Пирсона, при уровне значимости 0,03 проверить, согласуется ли гипотеза о нормальном распределении генеральной совокупности  $X$  с заданным эмпирическим распределением:

$x_i$	5 - 10	10 - 15	15 - 20	20 - 25	25 - 30	30 - 35	35 - 40	40 - 45	45 - 50
$m_i^*$	7	8	15	18	23	19	14	10	6

16. На заводе было проведено выборочное обследование возраста рабочих методом случайного повторного отбора. Было отобрано 60 человек. Результаты обследования следующие:

Возраст рабочих	25 - 35	35 - 45	45 - 55	55 - 65	65 - 75
Число рабочих	8	10	22	13	7

При уровне значимости 0,05 проверить гипотезу о нормальном распределении признака  $X$  (возраст рабочих).

17. Дано распределение прочности (кг) льняной нити:

$x_i$	1,2 – 1,4	1,4 – 1,6	1,6 – 1,8	1,8 – 2,0	2,0 – 2,2
$m_i^3$	5	7	12	16	20

Используя критерий Пирсона, при уровне значимости 0,05 проверить, согласуется ли гипотеза о нормальном распределении признака  $X$  генеральной совокупности с эмпирическим распределением выборки.

18. Темпы роста курса акций 50 фирм по сравнению с предыдущим месяцем составили (%):

104	103,1	102	98	99	94	119	114,8	109,5	103,1
92	97,1	95,2	91,7	104	104,5	92,8	95,8	104,9	77,5
93,1	94,9	99,5	99,7	103	109	122,5	102	96	92
111	83	87,2	80,5	84,1	89	85,1	90,1	95,1	90,1
96	100,3	103	105,1	106,5	110,6	116,1	94,5	98,1	101,9

Постройте интервальный вариационный ряд, найдите средний рост курса акций, рассеивание (стандартное отклонение) роста курса акций, рассчитайте теоретические частоты и проверьте гипотезу соответствия данных нормальному закону распределения при  $\alpha=0,05$ .

19. Результаты статистического наблюдения продолжительности бесперебойной работы компьютеров (ч) были следующими:

750	750	756	769	757	767	760	743	745	759
750	750	739	751	746	758	750	758	753	747
751	762	748	750	752	763	739	744	764	755
751	750	733	752	750	763	749	754	745	747
762	751	738	766	757	769	739	746	750	753
738	735	760	738	747	752	747	750	746	748
742	742	758	751	752	762	740	753	758	754
737	743	748	747	754	754	750	753	754	760
740	756	741	752	747	749	745	757	755	764
756	764	751	759	754	745	752	755	765	762

Постройте интервальный вариационный ряд, найдите степенные и структурные средние, рассчитайте теоретические частоты и проверьте гипотезу о нормальном распределении.



20. У 50 матерей, рожавших 5 раз, число мальчиков составило:

4	1	1	2	1	2	2	3	3	3
3	4	3	3	3	3	2	3	1	3
1	2	2	2	3	3	2	5	4	4
2	1	1	2	2	3	3	3	3	4
2	3	3	2	1	3	2	2	3	3

Постройте вариационный ряд, рассчитайте теоретические частоты и проверьте гипотезу о нормальном распределении.

21. Имеется следующее экспериментальное распределение 200 студентов по возрасту, в котором они впервые пробовали наркотические вещества:

Возраст	Число студентов
12 – 13	1
13 – 14	8
14 – 15	27
15 – 16	58
16 – 17	56
17 – 18	34
18 – 19	14
19 – 20	2

Определите, существует ли отдельно выраженная причина склонности к потреблению наркотиков на основе выравнивания интервального экспериментального вариационного ряда нормальным распределением.

22. Распределение населения РФ по размеру среднемесячного душевого денежного дохода в апреле 1998 года характеризовалось данными, приведенными в таблице:

Среднемесячный душевой доход, руб.	Численность населения, млн чел.
До 500	6,6
500 – 1000	39,8
1000 – 1500	45,6
1500 – 2000	33,4
2000 – 2500	21,6
Свыше 2500	1,7

Определите среднемесячный душевой доход в апреле 1998 года, определите стандартное отклонение, проверьте, согласуется ли эмпирическое распределение с гипотетическим нормальным распределением.

## Проверка гипотезы о показательном распределении генеральной совокупности

1. В результате испытания 200 элементов на длительность работы получено эмпирическое распределение, приведенное в таблице (в первой строке указаны интервалы времени в часах, во второй строке – частоты, т.е. количество элементов, проработавших время в пределах соответствующего интервала).

$x_i$	0 – 5	5 – 10	10 – 15	15 – 20	20 – 25	25 – 30
$n_i$	133	45	115	4	2	1

Требуется при уровне значимости 0,05 проверить гипотезу о том, что время работы элементов распределено по показательному закону.

2. В итоге испытания 450 ламп было получено эмпирическое распределение длительности их горения, приведенное в таблице (в первом столбце указаны интервалы в часах, во втором столбце – частота  $n_i$ , т.е. количество ламп, время горения которых заключено в пределах соответствующего интервала).

$x_i$	$n_i$
0 – 400	121
400 – 800	95
800 – 1200	76
1200 – 1600	56
1600 – 2000	45
2000 – 2400	36
2400 – 2800	21

Требуется при уровне значимости 0,01 проверить гипотезу о том, что время горения ламп распределено по показательному закону.

3. В итоге испытания 1000 элементов на время безотказной работы получено эмпирическое распределение, приведенное в таблице (в первом столбце указаны интервалы времени в часах, во втором столбце – частота

$x_i$	$n_i$
0 – 10	365
10 – 20	245
20 – 30	150
30 – 40	100
40 – 50	70
50 – 60	45
60 – 70	25

$n_i$ , т.е. количество отказавших элементов в соответствующем интервале).

Требуется при уровне значимости 0,01 проверить гипотезу о том, что время безотказной работы элементов распределено по показательному закону.

4. В итоге регистрации времени прихода 800 посетителей выставки (в качестве начала отсчета времени принят момент открытия работы выставки)

получено эмпирическое распределение, приведенное в таблице (в первом столбце указаны интервалы времени; во втором столбце – частота  $n_i$ , т.е.

$x_i$	$n_i$
0 – 1	259
1 – 2	167
2 – 3	109
3 – 4	74
4 – 5	70
5 – 6	47
6 – 7	80
7 – 8	34

количество посетителей, пришедших в течение соответствующего интервала).

Требуется при уровне значимости 0,01 проверить гипотезу о том, что время прихода посетителей выставки распределено по показательному закону.

### Проверка гипотезы о распределении генеральной совокупности по биномиальному закону

1. Произведено  $n = 100$  опытов. Каждый опыт состоял из  $N = 10$  испытаний, в каждом из которых вероятность  $p$  появления события  $A$  равна 0,3. В итоге получено следующее эмпирическое распределение (в первой строке указано число  $x_i$  появлений события  $A$  в одном опыте; во второй строке – частота  $n_i$ , т.е. число опытов, в которых наблюдалось  $x_i$  появлений события  $A$ ):

$x_i$	0	1	2	3	4	5
$n_i$	2	10	27	32	23	6

Требуется при уровне значимости 0,05 проверить гипотезу о том, что дискретная случайная величина  $X$  (число появлений события  $A$ ) распределена по биномиальному закону.

2. Опыт, состоящий в одновременном подбрасывании четырех монет, повторили 100 раз. Эмпирическое распределение дискретной случайной величины  $X$  – числа появившихся «гербов» – оказалось следующим (в первой строке указано число  $x_i$  выпавших «гербов» в одном бросании монет; во второй строке – частота  $n_i$ , т.е. число бросаний, при которых выпало  $x_i$  «гербов»):

$x_i$	0	1	2	3	4
$n_i$	8	20	42	22	8

Требуется при уровне значимости 0,05 проверить гипотезу о том, что случайная величина  $X$  распределена по биномиальному закону.

3. Отдел технического контроля проверил  $n = 100$  изделий по  $N = 10$  изделий в каждой партии и получил следующее эмпирическое распределение дискретной случайной величины  $X$  – числа нестандартных изделий. (В первой строке указано число  $x_i$  нестандартных изделий в одной партии; во второй строке – частота  $n_i$ , т.е. количество партий, содержащих  $x_i$  нестандартных изделий):

$x_i$	0	1	2	3	4	5	6	7
$n_i$	2	3	10	22	26	20	12	5

Требуется при уровне значимости 0,01 проверить гипотезу о том, что случайная величина  $X$  распределена по биномиальному закону.

4. В библиотеке случайно отобрано 200 выборок по 5 книг. Регистрировалось число поврежденных книг (подчеркивания, пометки и т.д.). В итоге получено следующее эмпирическое распределение (в первой строке указано число  $x_i$  поврежденных книг в одной выборке; во второй строке – частота  $n_i$ , т.е. количество выборок, содержащих поврежденных книг):

$x_i$	0	1	2	3	4	5
$n_i$	72	77	34	14	2	1

Требуется, используя критерий Пирсона, при уровне значимости 0,05 проверить гипотезу о том, что дискретная случайная величина  $X$  (число поврежденных книг) распределена по биномиальному закону.

### Проверка гипотезы о равномерном распределении генеральной совокупности

1. Произведено  $n = 200$  испытаний, в результате каждого из которых событие  $A$  появилось в различные моменты времени. В итоге было получено

$x_i$	$n_i$
2 – 4	21
4 – 6	16
6 – 8	15
8 – 10	26
10 – 12	22
12 – 14	14
14 – 16	21
16 – 18	22
18 – 20	18
20 – 22	25

следующее эмпирическое распределение, приведенное в таблице (в первом столбце указаны интервалы времени в минутах; во втором столбце – соответствующие частоты, т.е. число появлений события  $A$  в интервале).

Требуется, при уровне значимости 0,05, проверить гипотезу о том, что время появления событий распределено равномерно.

2. В результате взвешивания 800 стальных шариков получено эмпирическое распределение, приведенное в таблице (в первом столбце указан интервал веса в граммах; во втором столбце – частота, т.е. количество шариков, вес которых принадлежит этому интервалу). Требуется при уровне значимости 0,01 проверить гипотезу о том, что вес шариков  $X$  распределен равномерно.

$x_i$	$n_i$
20,0 – 20,5	91
20,5 – 21,0	76
21,0 – 21,5	75
21,5 – 22,0	74
22,0 – 22,5	92
22,5 – 23,0	83
23,0 – 23,5	79
23,5 – 24,0	73
24,0 – 24,5	80
24,5 – 25,0	77

3. В некоторой местности в течение 300 суток регистрировалась среднесуточная температура воздуха. В итоге было получено эмпирическое распределение, приведенное в таблице (в первом столбце указан интервал температуры в градусах, во втором столбце – частота  $n_i$ , т.е. количество дней, среднесуточная температура которых принадлежит этому интервалу).

$x_i$	$n_i$
-40 – (-30)	25
-30 – (-20)	40
-20 – (-10)	30
-10 – 0	45
0 – 10	40
10 – 20	46
20 – 30	48
30 – 40	26

Требуется при уровне значимости 0,05 проверить гипотезу о том, что среднесуточная температура воздуха распределена равномерно.

4. В течение 10 часов регистрировали прибытие автомашин к бензоколонке и получили эмпирическое распределение, приведенное в таблице (в первом столбце указан интервал времени в часах, во втором столбце – частота, т.е.

количество машин, прибывших в этом интервале). Всего было зарегистрировано 200 машин.

$x_i$	$n_i$
8 – 9	12
9 – 10	40
10 – 11	22
11 – 12	16
12 – 13	28
13 – 14	6
14 – 15	11
15 – 16	33
16 – 17	18
17 – 18	14

Требуется при уровне значимости 0,01 проверить гипотезу о том, что время прибытия автомашин распределено равномерно.

5. Выборка 50 предприятий со средней годовой зарплатой рабочих (тыс. руб.) дала следующие результаты:

132	128	135	150	159	128	137	150	137	138
150	148	115	131	150	121	131	142	152	171
131	189	195	123	135	142	152	178	123	136
145	153	125	135	145	155	129	136	145	155
140	149	158	149	139	128	159	137	149	130

В предположении о нормальном законе распределения постройте интервальный вариационный ряд, рассчитайте теоретические частоты и проверьте гипотезу о равномерном законе распределения.

6. Имеется статистика о количестве звонков в службу психологической помощи в течение рабочего дня (8 часов):

Часы работы	1	2	3	4	5	6	7	8
Число звонков	16	17	20	16	23	19	17	16

Оцените близость экспериментального распределения числа звонков к равномерному распределению.

## Проверка гипотезы о распределении генеральной совокупности по закону Пуассона

1. Отдел технического контроля проверил  $n = 200$  партий одинаковых изделий и получил следующее эмпирическое распределение (в первой строке указано количество  $x_i$  нестандартных изделий в одной партии; во второй строке – частота  $n_i$ , т.е. количество партий, содержащих  $x_i$  нестандартных изделий):

$x_i$	0	1	2	3	4
$n_i$	116	56	22	4	2

Требуется при уровне значимости 0,05 проверить гипотезу о том, что число нестандартных изделий  $X$  распределено по закону Пуассона.

2. В итоге проверки на нестандартность 200 ящиков консервов получено следующее эмпирическое распределение (в первой строке указано количество  $x_i$  нестандартных коробок в одном ящике; во второй строке – частота  $n_i$ , т.е. число ящиков, содержащих  $x_i$  нестандартных консервов):

$x_i$	0	1	2	3	4
$n_i$	132	43	20	3	2

Требуется при уровне значимости 0,05 проверить гипотезу о том, что случайная величина  $X$  – число нестандартных коробок – распределена по закону Пуассона.

3. Для определения засоренности партии семян клевера семенами сорняков было проведено 1000 случайно отобранных проб и получено следующее эмпирическое распределение (в первой строке указано количество  $x_i$  семян сорняков в одной пробе; во второй строке – частота  $n_i$ , т.е. число проб, содержащих  $x_i$  семян сорняков):

$x_i$	0	1	2	3	4	5	6
$n_i$	405	366	175	40	8	4	2

Требуется при уровне значимости 0,01 проверить гипотезу о том, что случайная величина  $X$  (число семян сорняков) распределена по закону Пуассона.

4. В результате эксперимента, состоящего из  $n = 1000$  испытаний, в каждом из которых регистрировалось число  $x_i$  появлений некоторого события, получено следующее эмпирическое распределение (в первой строке указа-

но количество  $x_i$  появлений события; во второй строке – частота  $n_i$ , т.е. число испытаний, в которых наблюдалось  $x_i$  появлений события):

$x_i$	0	1	2	3	4	5
$n_i$	505	336	125	24	8	2

Требуется при уровне значимости 0,05 проверить гипотезу о том, что случайная величина  $X$  – число появлений события – распределена по закону Пуассона.

5. В результате проверки 500 контейнеров со стеклянными изделиями установлено, что число поврежденных изделий  $X$  имеет следующее эмпирическое распределение (в первой строке указано количество  $x_i$  поврежденных изделий в одном контейнере; во второй строке – частота  $n_i$ , т.е. число контейнеров, содержащих  $x_i$  поврежденных изделий):

$x_i$	0	1	2	3	4	5	6	7
$n_i$	199	169	87	31	9	3	1	1

Требуется при уровне значимости 0,01 проверить гипотезу о том, что случайная величина  $X$  – число поврежденных изделий – распределена по закону Пуассона.

6. Для контроля успеваемости 200 студентов было проведено тестирование по 50 вопросам программы прослушанного курса. Результаты следующие:

Количество неправильных ответов	0	1	2	3	4
Число студентов	110	59	26	4	1

- рассчитайте среднее количество неправильных ответов на одного студента;
- рассчитайте теоретические частоты, исходя из гипотезы о распределении Пуассона;
- проверьте, случайны или нет расхождения между эмпирическими и теоретическими частотами, используя для этого критерий Пирсона.



## 4. ДИСПЕРСИОННЫЙ АНАЛИЗ

### Однофакторный дисперсионный анализ

1. На учебно-опытном участке изучалось влияние различных способов внесения в почву удобрений на урожай зеленой массы некоторой с/х продукции. Каждый вариант опыта имел трехкратную повторяемость. Результаты опыта оказались следующими (кг):

Номер опыта	Способ внесения удобрения			
	I	II	III	IV
1	21,3	23,5	24,2	29,3
2	28,1	22,7	30,1	28,2
3	31,3	28,1	29,3	27,1

С помощью дисперсионного анализа определите влияние фактора способа внесения удобрений со стандартным уровнем значимости.

2. Проведен эксперимент, как изменяется время (мин) решения задачи при различных способах её предъявления: I – устно, II – письменно, III – в виде текста с графиками и иллюстрациями. Результаты эксперимента представлены в таблице:

Номер испытуемых	Способы предъявления		
	I	II	III
1	12	10	10
2	15	12	10
3	10	10	9
4	11	9	8
5	13	12	10

С уровнем значимости  $\alpha = 0,05$  установите или отвергните существенность фактора предъявления задания.

3. Исследуйте влияние различных катализаторов на выход конечного продукта заданной химической реакции. Обозначая катализаторы через  $A_1, A_2 \dots A_k$ , получим уровни общего «фактора катализа»  $A$ . В таблице приведены данные по выходу продукта реакции в граммах.

Номер наблюдения	Катализаторы				
	A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>	A <sub>3</sub>	A <sub>4</sub>	A <sub>5</sub>
1	3,2	2,6	2,9	3,7	3,0
2	3,1	3,1	2,6	3,4	3,4
3	3,1	2,7	3,0	3,2	3,2
4	2,8	2,9	3,1	3,3	3,5
5	3,3	2,7	3,0	3,5	2,9
6	3,0	2,8	2,8	3,3	3,1

4. В одной из опытных лабораторий проводились испытания электронного экспериментального оборудования для психологических исследований от 6 фирм-изготовителей. Были представлены по пять образцов от каждой фирмы. Результаты испытания времени до первого отказа приведены в таблице:

Номер испытания	Фирмы-изготовители					
	I	II	III	IV	V	VI
1	26,2	25,1	23,5	27,3	30,1	23,1
2	29,3	24,1	27,1	26,5	33,2	26,1
3	30,2	28,3	31,5	31,1	36,5	26,1
4	27,6	29,2	26,3	26,5	29,3	24,9
5	28,6	26,5	27,9	27,9	32,3	24,9

Определите с уровнем значимости  $\alpha = 0,05$ , существенно ли отличается качество оборудования фирм-изготовителей.

5. Проведено тестирование по математике в четырех студенческих группах с целью оценить эффективность работы преподавателей, ведущих в них практические занятия. В каждой группе были задействованы 10 студентов. Результаты тестирования оценивались в баллах. Однофакторная таблица результатов имеет вид:

Номер студента	Студенческие группы			
	I	II	III	IV
1	21	31	24	27
2	30	20	32	29
3	28	25	25	24
4	25	13	34	34
5	23	10	37	32
6	34	34	40	21
7	17	26	21	26
8	20	20	36	34
9	15	15	35	25
10	18	20	14	23

Определите, отличается ли значимо уровень подготовки по математике студентов в зависимости от номера группы.

6. Три различные группы из пяти испытуемых получают списки из десяти слов. Скорость предъявления списка имеет три градации: низкая – 1 слово в 5 секунд, средняя – 1 слово в 2 секунды, высокая – 1 слово в 1 секунду. Результаты воспроизведения представлены в таблице:

Номер испытуемого	Скорости предъявления		
	низкая	средняя	высокая
1	8	7	4
2	7	8	5
3	9	5	3
4	5	4	6
5	6	6	2
6	8	7	4

Оцените с уровнями значимости  $\alpha = 0,01$  и  $\alpha = 0,05$  существенность влияния фактора – скорости предъявления.

7. В течение шести лет использовались пять различных технологий по выращиванию сельскохозяйственной культуры. Данные по эксперименту (в ц/га) приведены в таблице:

Номер наблюдения	A1	A2	A3	A4	A5
1	1,2	0,6	0,9	1,7	1
2	1,1	1,1	0,6	1,4	1,4
3	1,0	0,8	0,8	1,3	1,1
4	1,3	0,7	1,0	1,5	0,9
5	1,1	0,7	1,0	1,2	1,2
6	0,8	0,9	1,1	1,3	1,5

Необходимо на уровне значимости  $\alpha = 0,05$  установить влияние различных технологий на урожайность культуры.

8. На заводе установлено четыре линии по выпуску облицовочной плитки. С каждой линии случайным образом в течение смены отобрано по 10 плиток и сделаны замеры их толщины (мм). Отклонения от номинального размера приведены в таблице:

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0,6	0,2	0,4	0,5	0,8	0,2	0,1	0,6	0,8	0,8
2	0,2	0,2	0,4	0,3	0,3	0,6	0,8	0,2	0,5	0,5
3	0,8	0,6	0,2	0,4	0,9	1,1	0,8	0,2	0,4	0,8
4	0,7	0,7	0,3	0,3	0,2	0,8	0,6	0,4	0,2	0,6

Требуется на уровне значимости  $\alpha = 0,05$  установить зависимость выпуска качественных плиток от линии выпуска (фактора А).

### Двухфакторный дисперсионный анализ

1. В группе из четырех человек измеряется способность к удержанию физического волевого усилия на динамометре (в секундах) правой и левой рукой наедине с экспериментатором в группе однокурсников. С помощью двухфакторного дисперсионного анализа выясните существенность влияния двух факторов – правая, левая рука – в группе и вне группы и их взаимосвязь. Результаты эксперимента представлены в таблице:

Фактор руки	Фактор группы							
	В <sub>1</sub> – наедине с экспериментатором				В <sub>2</sub> – в группе сокурсников			
А <sub>1</sub> - левая	10	11	8	10	10	10	5	8
А <sub>2</sub> - правая	11	13	12	9	15	14	8	7

2. Четырем группам испытуемых предъявлялись списки из 10 слов:

- 1-я группа – короткие слова с большой скоростью,
- 2-я группа – короткие слова с медленной скоростью,
- 3-я группа – длинные слова с большой скоростью,
- 4-я группа – длинные слова с медленной скоростью.

В каждой группе было по 4 испытуемых. Результаты эксперимента представлены в таблице:

Фактор длины слова	Фактор скорости предъявления слов							
	медленная скорость				большая скорость			
короткие	4	3	3	5	9	8	6	7
длинные	7	5	6	7	5	3	3	4

Установите с помощью двухфакторного дисперсионного анализа наличие или отсутствие значимой взаимосвязи скорости предъявления и запоминания длин слов.

3. В четырех различных психологических лабораториях проводились испытания трех типов методик снижения тревожности. Результаты испыта-

ний выражались в % остаточной тревожности. Каждое конкретное испытание дублировалось три раза, т.е. проводилось на трех субъектах. Обозначим методики буквами  $A_1, A_2, A_3$  и лаборатории буквами  $B_1, B_2, B_3, B_4$ . Двухфакторная таблица испытаний имеет вид:

	$A_1$			$A_2$			$A_3$		
$B_1$	3,6	3,8	4,1	2,9	3,1	3,0	2,7	2,5	2,9
$B_2$	4,2	4,0	4,1	3,3	2,9	3,2	3,7	3,5	3,6
$B_3$	3,8	3,5	3,6	3,6	3,7	3,5	3,2	3,0	3,4
$B_4$	3,4	3,2	3,2	3,4	3,6	3,5	3,6	3,8	3,7

Определите с уровнем значимости  $\alpha = 0,05$  существенность роли фактора методики, фактора лаборатории и фактора их взаимосвязи.

4. Исследуйте влияние на время (дни) выхода из депрессивного состояния двух факторов – разных уровней интенсивности медикаментозной терапии и уровня интеллекта (IQ) субъектов. Число испытуемых равно 64. В каждую группу входили 4 испытуемых. Результаты эксперимента представлены в таблице:

Уровень терапии	IQ															
	80				90				100				105			
Щадящий	25	20	18	24	26	30	25	28	23	25	31	32	36	34	29	24
Умеренный	21	23	18	20	30	32	25	29	32	34	28	29	25	36	28	35
Средний	17	18	20	15	25	26	19	20	19	24	20	25	35	39	19	25
Интенсивный	15	15	18	19	25	19	30	19	30	35	24	22	20	31	24	30

Установите с помощью двухфакторного дисперсионного анализа значимость ( $\alpha = 0,05$ ) зависимости времени выхода из депрессии от двух независимых переменных – IQ и интенсивности медикаментозной терапии лечения.

5. На четырех предприятиях  $B_1, B_2, B_3, B_4$  проверялись три технологии производства  $A_1, A_2, A_3$  однотипных изделий. Данные о производительности труда в условных единицах приведены в таблице:

B	A								
	$A_1$			$A_2$			$A_3$		
$B_1$	50	54	58	62	60	58	65	71	65
$B_2$	54	46	50	64	59	60	59	54	61
$B_3$	52	48	50	70	62	60	59	66	64
$B_4$	60	55	56	58	54	50	71	74	62

Требуется при уровне значимости  $\alpha = 0,05$  установить влияние на производительность труда технологий (фактора A) и предприятий (фактора B).

## 5. КОРРЕЛЯЦИОННЫЙ АНАЛИЗ

### Парная линейная регрессия

#### Задание:

- 1) вычислить коэффициент корреляции, выполнить проверку на значимость;
- 2) построить 95%- ный доверительный интервал коэффициента корреляции;
- 3) найти уравнения линейной регрессии, построить их.

1.

X	Y				
	0,0 – 4,5	4,5 – 9,0	9,0 – 13,5	13,5 – 18,0	18,0 – 22,5
0,0 – 1,4	4	1	0	0	0
1,4 – 2,8	4	2	0	0	0
2,8 – 4,2	2	8	1	0	0
4,2 – 5,6	0	1	20	4	0
5,6 – 7,0	0	0	3	3	3
7,0 – 8,4	0	0	0	1	3

2.

X	Y				
	20 – 25	25 – 30	30 – 35	35 – 40	40 – 45
16 – 26	4	6	0	0	0
26 – 36	0	8	10	0	0
36 – 46	0	0	32	3	9
46 – 56	0	0	4	12	6
56 – 66	0	0	0	1	5

3.

V	U				
	-4 – (-2)	-2 – 0	0 – 2	2 – 4	4 – 6
-2 – (-1)	1	6	2	2	1
-1 – 0	3	4	10	0	0
0 – 1	0	2	30	1	8
1 – 2	2	0	4	10	7
2 – 3	0	2	0	3	4

4.

X	Y							
	5 - 10	10 - 15	15 - 20	20 - 25	25 - 30	30 - 35	35 - 40	40 - 45
100 - 120	2	1	0	0	0	0	0	0
120 - 140	3	4	3	0	0	0	0	0
140 - 160	0	0	5	1	8	0	0	0
160 - 180	0	0	0	10	0	6	1	1
180 - 200	0	0	0	0	0	0	4	1

5.

X	Y						
	18 - 23	23 - 28	28 - 33	33 - 38	38 - 43	43 - 48	48 - 53
125 - 150	0	1	0	0	0	0	0
150 - 175	1	2	5	0	0	0	0
175 - 200	0	3	2	12	0	0	0
200 - 225	0	0	1	8	7	0	0
225 - 250	0	0	0	0	3	3	0
250 - 275	0	0	0	0	0	1	1

6.

X	Y		
	2 - 3	3 - 4	4 - 5
25 - 45	20	0	0
45 - 65	0	0	1
65 - 85	0	31	48

7.

X	Y				
	0-1	1-2	2-3	3-4	4-5
0-3	18	1	1	0	0
3-6	1	20	0	0	0
6-9	3	5	10	2	0
9-12	0	0	7	12	0
12-15	0	0	0	0	20

8.

V	U		
	0-4	4-8	8-12
5-35	50	5	1
35-65	0	44	0
65-95	0	5	45

9.

X	Y		
	7-8	8-9	9-10
200-300	41	7	0
300-400	1	52	1
400-500	0	8	40

10.

X	Y				
	1,0-2,0	2,0-3,0	3,0-4,0	4,0-5,0	5,0-6,0
0,5-1,5	20	5	0	0	0
1,5-2,5	7	15	3	1	0
2,5-3,5	0	3	17	4	0
3,5-4,5	0	0	8	13	42
4,5-5,5	0	0	0	5	7

11.

X	Y				
	4,5	9,0	9,5	18,0	22,5
1,2	4	1	1	0	0
2,2	0	0	0	10	1
3,2	1	12	1	0	1
4,2	0	1	9	4	0
5,2	1	1	3	3	1
6,2	0	0	0	2	3



12.

X	Y							
	5	10	15	20	25	30	35	40
100	0	0	0	4	0	1	0	0
120	2	6	2	0	1	0	0	0
140	0	2	5	0	7	0	0	0
160	0	0	0	6	1	6	0	0
180	1	0	0	0	0	0	5	1

13.

X	Y				
	20	25	30	35	40
16	4	6	0	0	0
26	0	8	10	0	0
36	0	0	32	3	9
46	0	0	4	12	6
56	0	0	0	1	5

14.

V	U				
	-4	-2	0	1	2
-2	0	6	3	0	1
-1	0	4	0	0	0
0	0	2	40	4	10
1	2	0	4	10	7
2	0	2	0	3	4

15.

X	Y						
	18	23	28	33	38	43	48
125	0	2	0	1	1	0	1
150	0	2	4	1	0	0	0
175	0	1	3	9	0	1	0
200	1	1	1	6	7	0	0
225	1	0	1	1	2	2	0
250	0	0	0	1	0	1	1

16.

X	Y		
	2	3	5
25	10	15	12
45	0	6	2
110	5	20	30

17.

X	Y				
	0	1	2	3	4
1	7	1	1	10	0
3	2	12	8	0	0
5	2	7	10	6	1
10	0	0	5	8	4
17	11	0	0	0	5

18.

V	U		
	0	4	5
1	20	9	1
35	20	40	42
50	10	5	3

19.

X	Y		
	7	8	9
200	31	17	0
300	1	62	0
400	0	9	30

20.

X	Y				
	2	3	4	5	6
0,5	5	5	1	3	1
1,5	10	1	2	0	1
2,5	12	3	16	2	0
3,5	0	0	9	12	40
4,5	0	14	0	6	7

21. В таблице представлены результаты исследования причин миграции населения. Построить матрицу корреляций. Вычислить множественный и

частные коэффициенты корреляции. Проверить гипотезы о статистической значимости данных коэффициентов. (  $Y$  – миграционный фактор;  $X_1$  – поиск работы;  $X_2$  – поиск жилья;  $X_3$  – смена профессии;  $X_4$  – вступление в брак;  $X_5$  – развод;  $X_6$  – рождение ребёнка;  $X_7$  – уход на пенсию.)

*Причины миграции населения*

Y	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>	X <sub>4</sub>	X <sub>5</sub>	X <sub>6</sub>	X <sub>7</sub>
18,7	14,6	9,2	15	10,4	16,6	15,4	16,8
8,3	16,4	3,4	15	24,7	20,8	22,4	13,8
9,5	8,1	5,3	13,2	18	17,2	11,8	7,3
10,6	12	8,2	10,9	13,3	12,2	12,4	7,3
6,2	7,6	4,3	6,3	14,2	13	11,8	9
9,5	5,4	4,3	8,6	6,6	7,6	7,8	14,7
8,8	4,8	6,8	13,8	15,2	9,4	7,6	15,5
8,8	3,9	5,3	4,0	10,4	6,2	5,2	3,0
9	3,5	4,3	4	2,8	2,2	3	9,5
3,4	4,1	4,2	4,6	7,6	10	7	6,4
6,2	3	3,9	3,4	2,8	8	6	2,1
2,5	3	3,4	4,6	5,7	3	3,8	7,7
4,8	3,7	6,3	1,7	0,9	2	2,6	3,8
2	3,7	1,4	8	2,8	4,8	2,4	7,3
0,9	2,4	0,9	1,1	5,7	4,8	4,8	5,6
1,3	3,7	3,9	0,5	5,7	3,4	3,4	2,1
1,1	1,3	0,4	2,3	1,9	2,6	2,2	5,1
2,7	3,5	0,6	2,3	4,7	3,6	3	1,2
0,2	3,9	2,9	1,7	1,9	3	5,2	1,2
1,8	2,8	0,4	5,7	1,9	4,8	2,8	3,4
0,9	0,2	0,4	1,7	1,9	0,6	0,6	3,8

22. В таблице представлены результаты социологического исследования. Построить матрицу корреляций. Вычислить множественный и частные коэффициенты корреляции.

	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>	X <sub>4</sub>	X <sub>5</sub>
N <sub>1</sub>	50	12,9	9,9	2,6	24,6
N <sub>2</sub>	42,4	17,7	15,3	1,5	23,1
N <sub>3</sub>	68,8	0,8	11,9	2,7	15,8
N <sub>4</sub>	49,6	13,5	13,5	7,5	15,9
N <sub>5</sub>	50,4	9,3	12	5,9	22,4
N <sub>6</sub>	44,5	21,9	12,7	2,2	18,7
N <sub>7</sub>	57,4	10,3	9,8	1,8	20,7
N <sub>8</sub>	59	6,9	9,1	1,9	23,1
N <sub>9</sub>	54,6	15,2	12,6	2,4	15,2

Проверить гипотезы о статистической значимости данных коэффициентов.

23. Имеются данные, характеризующие показатели качества жизни, выделенной по группе стран, представленных в таблице:

Страна	Продолжительность предстоящей жизни, лет	Уровень грамотности взрослого населения, %	Доля учащихся среди молодежи, %	Реальный ВВП на душу населения, \$
Аргентина	72,6	96,2	79	8498
Бразилия	66,6	83,3	61	5928
Венесуэла	72,3	91,1	67	8090
Сингапур	77,1	91,1	68	22604
Колумбия	70,3	91,3	69	6347
Таиланд	69,5	93,8	55	7742
Малайзия	71,4	83,5	61	9572
Мексика	72,1	89,6	67	6769
Турция	68,5	82,3	60	5516
Оман	70,7	59	60	9383
Кувейт	75,4	78,6	58	23848
Гонконг	79	92,2	67	22950
Чили	75,1	95,2	73	9930
Бахрейн	72,2	85,2	84	16751
Фиджи	72,1	91,6	78	6159

**Задание:**

- Вычислить компонентные индексы, составляющие индекс развития человеческого потенциала (ИРЧП), по каждой стране: индекс ожидаемой продолжительности жизни  $i_p = \frac{P_{1800} - 25}{85 - 25}$ ; индекс достигнутого уровня образования  $i_{обp} = [2 \cdot i_{p2} + i_{p3}] : 3$ , где  $i_{p2} = \frac{P_{2факт} - 0}{100 - 0}$  – индекс грамотности населения,  $i_{p3} = \frac{P_{3факт} - 0}{100 - 0}$  – индекс числа поступивших в учебные заведения первого, второго и третьего уровней; индекс скорректированного реального ВВП на душу населения, ППС в долл. США  $i_{p4} = \frac{\ln P_{4факт} - \ln 100}{\ln 40000 - \ln 100}$ .
- Вычислить ИРЧП по каждой стране:  $ИРЧП = (i_{p1} + i_{обp} + i_{p4}) / 3$ .
- Вычислить коэффициенты ранговой корреляции Спирмена, Кендалла, характеризующие зависимость рангов по ИРЧП от рангов по каждому его компоненту. Какой компонент оказывает наибольшее влияние на значение ИРЧП по анализируемой группе стран?

24. Имеются показатели, характеризующие обездоленность населения в развивающихся африканских странах (%):

Страна	Население, которое не доживает до 40 лет	Уровень грамотности населения	Население, не имеющее доступа		Дети в возрасте до 5 лет с пониженной массой тела
			К доброкачественной воде	К медицинскому обслуживанию	
	$P_1$	$P_2$	$P_{31}$	$P_{32}$	$P_{33}$
1	26	63,4	50	20	14
2	23	64,5	35	40	27
3	31	57,1	50	49	36
4	33	51,7	45	39	19
5	32	40,1	18	70	24
6	29	37,7	26	37	23
7	21	45,8	66	62	34
8	42	54,9	41	60	23
9	38	35,9	54	20	26
10	36	31	34	60	27
11	34	35,5	75	54	48
12	38	19,2	22	10	30
13	36	13,6	52	1	36
14	50	31,4	66	62	29
15	38	40,1	37	61	27

Вычислите индекс нищеты населения (ИНН) для каждой страны

$$ИНН = \sqrt{\frac{P_1^3 + P_2^3 + P_3^3}{3}}, \text{ где } P_3 = \frac{P_{31} + P_{32} + P_{33}}{3}.$$

Вычислите парные и частные коэффициенты корреляции между ИНН и его компонентами. Вычислите множественный коэффициент корреляции, характеризующий зависимость ИНН от его составляющих.

25. На соревнованиях по фигурному катанию 9 судей выставили следующие балльные оценки 10 фигуристам:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	6,0	5,8	5,7	5,8	6,0	5,9	5,9	5,9	5,8
2	5,4	5,3	5,2	5,3	5,4	5,5	5,6	5,3	5,1
3	5,2	5,0	4,9	5,1	5,2	5,0	4,8	5,3	4,9
4	5,9	5,9	5,8	5,7	5,9	5,8	6,0	5,8	5,7
5	5,0	4,9	4,9	4,9	5,1	5,0	5,0	4,8	4,7
6	5,6	5,5	5,4	5,4	5,5	5,5	5,7	5,6	5,5
7	4,8	4,7	4,6	4,6	4,8	4,9	5,0	4,6	4,5
8	5,4	5,6	5,4	5,5	5,6	5,7	5,4	5,3	5,2
9	5,8	5,7	5,6	5,7	5,8	5,9	5,6	5,7	5,8
10	5,3	5,2	5,1	5,4	5,5	5,4	5,2	5,3	5,2

Вычислить коэффициент конкордации рангов и оценить его значимость на уровне  $\alpha=0,05$ .

26. Имеются данные по товарообороту (X, тыс. р.) и товарным запасам (Y, тыс. р.) по 10 магазинам области:

X	5	3	24	35	44	55	63	74	82	95
Y	18	12	8	8	8	8	7	6	8	8

Сгруппировать данные по товарообороту в границах 3-35 и 36-95 тыс. р. Найти корреляционное отношение. Составить уравнение регрессии, предварительно определив форму связи.

27. Оценить тесноту нелинейной корреляционной зависимости между выпуском продукции (X, тыс. р.) и себестоимостью изделий (Y, р.) по одиннадцати предприятиям, предварительно сгруппировав имеющиеся данные по выпуску продукции в границах 2,0-5,5 и 5,6-6,4 тыс. р.:

X	2,0	3,5	4,0	4,5	5,5	6,0	6,1	6,2	6,4	6,3	6,4
Y	1,9	1,7	1,8	1,6	1,5	1,4	1,5	1,6	1,7	2,0	1,9

28. На опытных участках одинакового размера изучалась зависимость процентного содержания белка в зернах пшеницы ( $Y, \%$ ) от урожайности ( $X, т$ ). Данные исследования представлены по двум группам урожайности в следующей таблице:

1 группа		2 группа	
Урожайность с 1-го участка	Содержание белка	Урожайность с 1-го участка	Содержание белка
9,9	10,7	12,5	12,8
10,2	10,8	12,8	12,4
11,0	12,1	13,5	11,8
11,6	12,5	14,3	10,8
11,8	12,8	14,4	10,6

Найти корреляционное отношение. Сделать вывод.

29. В результате обследования эффективности молочного скотоводства по двум группам сельскохозяйственных предприятий получены следующие данные:

1 группа		2 группа	
Затраты на содержание 1 гол. в год, тыс. р	Продуктивность 1 гол. в год, ц	Затраты на содержание 1 гол. в год, тыс. р	Продуктивность 1 гол. в год, ц
0,95	36,5	1,15	40,8
0,97	36,6	1,20	41,6
0,99	36,8	1,23	42,8
1,04	36,9	1,25	44,0
1,10	40,0	1,30	46,2

Оценить тесноту нелинейной корреляционной зависимости продуктивности от затрат на содержание 1 гол. в год. Составить уравнение регрессии, предварительно определив форму связи.

30. Имеются данные о средней производительности труда в смену (Y, шт.) по двум группам рабочих-токарей с различным стажем работы (X, лет):

1 группа		2 группа	
X	Y	X	Y
1,0	6	6,0	21
1,5	10	8,0	23
2,0	13	10,0	25
3,0	16	12,0	26
4,0	19	15,0	26.

Оценить тесноту нелинейной корреляционной зависимости производительности от стажа работы. Составить уравнение регрессии, предварительно определив форму связи.

31. Статистическая взаимосвязь между основными фондами (X, тыс. р.) и готовой продукцией (Y, тыс. р.) задана следующей корреляционной таблицей:

X	Y		
	20	30	40
10	7	5	1
15	5	3	4

С помощью корреляционного отношения оценить тесноту взаимосвязи. Найти коэффициент детерминации.



Таблица значений функции  $\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$

Приложение 1

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0,3989	0,3989	0,3989	0,3988	0,3986	0,3984	0,3982	0,398	0,3977	0,3973
0,1	3970	3965	3961	3956	3951	3945	3939	3932	3925	3918
0,2	3910	3902	3894	3885	3876	3867	3857	3847	3836	3825
0,3	3814	3802	3790	3778	3765	3752	3739	3726	3712	3697
0,4	3683	3668	3653	3637	3621	3605	3589	3572	3555	3538
0,5	3521	3503	3485	3467	3448	3429	3410	3391	3372	3352
0,6	3332	3312	3292	3271	3251	3230	3209	3187	3166	3144
0,7	3123	3101	3079	3056	3034	3011	2989	2966	2943	2920
0,8	2897	2874	2850	2827	2803	2780	2756	2732	2709	2685
0,9	2661	2637	2613	2589	2565	2541	2516	2492	2468	2444
1	0,2420	0,2396	0,2371	0,2347	0,2323	0,2299	0,2275	0,2251	0,2227	0,2203
1,1	2179	2155	2131	2107	2083	2059	2036	2012	1989	1965
1,2	1942	1919	1895	1872	1849	1826	1804	1781	1758	1736
1,3	1714	1691	1669	1647	1626	1604	1582	1561	1539	1518
1,4	1497	1476	1456	1435	1415	1394	1374	1354	1334	1315
1,5	1295	1276	1257	1238	1219	1200	1182	1163	1145	1127
1,6	1109	1092	1074	1057	1040	1023	1006	989	973	957
1,7	940	925	909	893	878	863	848	833	818	804
1,8	790	775	761	748	734	721	707	694	681	669
1,9	656	644	632	620	608	596	584	573	562	551
2	0,054	0,0529	0,0519	0,0508	0,0498	0,0488	0,0478	0,0468	0,0459	0,0449
2,1	0440	0431	0422	0413	0404	0396	0387	0379	0371	0363
2,2	0355	0347	0339	0332	0325	0317	0310	0303	0297	0290
2,3	0283	0277	0270	0264	0258	0252	0246	0241	0235	0229
2,4	0224	0219	0213	0208	0203	0198	0194	0189	0184	0180
2,5	0175	0171	0167	0163	0158	0154	0151	0147	0143	0139
2,6	0136	0132	0129	0126	0122	0119	0116	0113	0110	0107
2,7	0104	0101	0099	0096	0093	0091	0088	0086	0084	0081
2,8	0079	0077	0075	0073	0071	0069	0067	0065	0063	0061
2,9	0060	0058	0056	0055	0053	0051	0050	0048	0047	0046
3	0,0044	0,0043	0,0042	0,0041	0,0039	0,0038	0,0037	0,0036	0,0035	0,0034
3,1	0033	0032	0031	0030	0029	0028	0027	0026	0025	0025
3,2	0024	0023	0022	0022	0021	0020	0020	0019	0018	0018
3,3	0017	0017	0016	0016	0015	0015	0014	0014	0013	0013
3,4	0012	0012	0012	0011	0011	0010	0010	0010	0009	0009
3,5	0009	0008	0008	0008	0008	0007	0007	0007	0007	0006
3,6	0006	0006	0005	0005	0005	0005	0005	0005	0005	0004
3,7	0004	0004	0004	0004	0004	0004	0003	0003	0003	0003
3,8	0003	0003	0003	0003	0003	0002	0002	0002	0002	0002
3,9	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0001	0001
4	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001
4,1	0,0001338									
4,5	0,000016									
5	0,0000015									

Таблица значений функции  $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{z^2}{2}} dz$

Приложение 2

x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$
0,00	0,0000	0,33	0,1293	0,66	0,2454	0,99	0,3389
0,01	0,0040	0,34	0,1331	0,67	0,2486	1,00	0,3413
0,02	0,0080	0,35	0,1368	0,68	0,2517	1,01	0,3438
0,03	0,0120	0,36	0,1406	0,69	0,2549	1,02	0,3461
0,04	0,0160	0,37	0,1443	0,70	0,2580	1,03	0,3485
0,05	0,0199	0,38	0,1480	0,71	0,2611	1,04	0,3508
0,06	0,0239	0,39	0,1517	0,72	0,2642	1,05	0,3531
0,07	0,0279	0,40	0,1554	0,73	0,2673	1,06	0,3554
0,08	0,0319	0,41	0,1591	0,74	0,2703	1,07	0,3577
0,09	0,0359	0,42	0,1628	0,75	0,2734	1,08	0,3599
0,10	0,0398	0,43	0,1664	0,76	0,2764	1,09	0,3621
0,11	0,0438	0,44	0,1700	0,77	0,2794	1,10	0,3643
0,12	0,0478	0,45	0,1736	0,78	0,2823	1,11	0,3665
0,13	0,0517	0,46	0,1772	0,79	0,2852	1,12	0,3686
0,14	0,0557	0,47	0,1808	0,80	0,2881	1,13	0,3708
0,15	0,0596	0,48	0,1844	0,81	0,2910	1,14	0,3729
0,16	0,0636	0,49	0,1879	0,82	0,2939	1,15	0,3749
0,17	0,0675	0,50	0,1915	0,83	0,2967	1,16	0,3770
0,18	0,0714	0,51	0,1950	0,84	0,2995	1,17	0,3790
0,19	0,0753	0,52	0,1985	0,85	0,3023	1,18	0,3810
0,20	0,0793	0,53	0,2019	0,86	0,3051	1,19	0,3830
0,21	0,0832	0,54	0,2054	0,87	0,3078	1,20	0,3849
0,22	0,0871	0,55	0,2088	0,88	0,3106	1,21	0,3869
0,23	0,0910	0,56	0,2123	0,89	0,3133	1,22	0,3883
0,24	0,0948	0,57	0,2157	0,90	0,3159	1,23	0,3907
0,25	0,0987	0,58	0,2190	0,91	0,3186	1,24	0,3925
0,26	0,1026	0,59	0,2224	0,92	0,3212	1,25	0,3944
0,27	0,1064	0,60	0,2257	0,93	0,3238	1,26	0,3962
0,28	0,1103	0,61	0,2291	0,94	0,3264	1,27	0,3980
0,29	0,1141	0,62	0,2324	0,95	0,3289	1,28	0,3997
0,30	0,1179	0,63	0,2357	0,96	0,3315	1,29	0,4015
0,31	0,1217	0,64	0,2389	0,97	0,3340	1,30	0,4032
0,32	0,1255	0,65	0,2422	0,98	0,3365	1,31	0,4049

x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$
1,32	0,4066	1,65	0,4505	1,98	0,4761	2,62	0,4956
1,33	0,4082	1,66	0,4515	1,99	0,4767	2,64	0,4959
1,34	0,4099	1,67	0,4525	2,00	0,4772	2,66	0,4961
1,35	0,4115	1,68	0,4535	2,02	0,4783	2,68	0,4963
1,36	0,4131	1,69	0,4545	2,04	0,4793	2,70	0,4965
1,37	0,4147	1,70	0,4554	2,06	0,4803	2,72	0,4967
1,38	0,4162	1,71	0,4564	2,08	0,4812	2,74	0,4969
1,39	0,4177	1,72	0,4573	2,10	0,4821	2,76	0,4971
1,40	0,4192	1,73	0,4582	2,12	0,4830	2,78	0,4973
1,41	0,4207	1,74	0,4591	2,14	0,4838	2,80	0,4974
1,42	0,4222	1,75	0,4599	2,16	0,4846	2,82	0,4976
1,43	0,4236	1,76	0,4608	2,18	0,4854	2,84	0,4977
1,44	0,4251	1,77	0,4616	2,20	0,4861	2,86	0,4979
1,45	0,4265	1,78	0,4625	2,22	0,4868	2,88	0,4980
1,46	0,4279	1,79	0,4633	2,24	0,4875	2,90	0,4981
1,47	0,4292	1,80	0,4641	2,26	0,4881	2,92	0,4982
1,48	0,4306	1,81	0,4649	2,28	0,4887	2,94	0,4984
1,49	0,4319	1,82	0,4656	2,30	0,4893	2,96	0,4985
1,50	0,4332	1,83	0,4664	2,32	0,4898	2,98	0,4986
1,51	0,4345	1,84	0,4671	2,34	0,4904	3,00	0,49865
1,52	0,4357	1,85	0,4678	2,36	0,4909	3,20	0,49931
1,53	0,4370	1,86	0,4686	2,38	0,4913	3,40	0,49966
1,54	0,4382	1,87	0,4693	2,40	0,4918	3,60	0,499841
1,55	0,4394	1,88	0,4699	2,42	0,4922	3,80	0,499928
1,56	0,4406	1,89	0,4706	2,44	0,4927	4,00	0,499968
1,57	0,4418	1,90	0,4713	2,46	0,4931	4,50	0,499997
1,58	0,4429	1,91	0,4719	2,48	0,4934	5,00	0,499997
1,59	0,4441	1,92	0,4726	2,50	0,4938	5,01	0,499997
1,60	0,4452	1,93	0,4732	2,52	0,4941	5,02	0,499997
1,61	0,4463	1,94	0,4738	2,54	0,4945	5,03	0,499997
1,62	0,4474	1,95	0,4744	2,56	0,4948	5,04	0,499997
1,63	0,4484	1,96	0,4750	2,58	0,4951	5,05	0,499997
1,64	0,4495	1,97	0,4756	2,60	0,4953	5,06	0,499997

m	$\lambda$								
	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
0	0,9048	0,8187	0,7408	0,6703	0,6065	0,5488	0,4966	0,4493	0,4066
1	0,4046	0,441	0,4767	0,5116	0,5453	0,5776	0,6086	0,6381	0,6659
2	0,6672	0,6434	0,6208	0,5995	0,5797	0,5612	0,5441	0,5283	0,5138
3	0,5131	0,5255	0,5375	0,5491	0,5601	0,5705	0,5804	0,5896	0,5982
4	-	-	0,5842	0,5775	0,5712	0,5652	0,5597	0,5545	0,5498
5	-	-	-	-	0,5648	0,5682	0,5714	0,5744	0,5771
6	-	-	-	-	-	-	-	0,563	0,0003

m	$\lambda$								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0,3679	0,1353	0,0498	0,0183	0,0067	0,0025	0,0009	0,0003	0,0001
1	0,3679	0,2707	0,1494	0,0733	0,0337	0,0149	0,0064	0,0027	0,0011
2	0,1839	0,2707	0,224	0,1465	0,0842	0,0446	0,0223	0,0107	0,005
3	0,0613	0,1804	0,224	0,1954	0,1404	0,0892	0,0521	0,0286	0,015
4	0,0153	0,0902	0,168	0,1954	0,1755	0,1339	0,0912	0,0573	0,0337
5	0,0031	0,0361	0,1008	0,1563	0,1755	0,1606	0,1277	0,0916	0,0607
6	0,0005	0,012	0,0504	0,1042	0,1462	0,1606	0,149	0,1221	0,0911
7	0,0001	0,0034	0,0216	0,0595	0,1044	0,1377	0,149	0,1396	0,1171
8	-	0,0009	0,0081	0,0298	0,0653	0,1033	0,1304	0,1396	0,1318
9	-	0,0002	0,0027	0,0132	0,0363	0,0688	0,1014	0,1241	0,1318
10	-	-	0,0008	0,0053	0,0181	0,0413	0,071	0,0993	0,1186
11	-	-	0,0002	0,0019	0,0082	0,0225	0,0452	0,0722	0,097
12	-	-	0,0001	0,0006	0,0034	0,0113	0,0263	0,0481	0,0728
13	-	-	-	0,0002	0,0013	0,0052	0,0142	0,0296	0,0504
14	-	-	-	0,0001	0,0005	0,0022	0,0071	0,0169	0,0324
15	-	-	-	-	0,0002	0,0009	0,0033	0,009	0,0194
16	-	-	-	-	-	0,0003	0,0014	0,0045	0,0109
17	-	-	-	-	-	0,0001	0,0006	0,0021	0,0058
18	-	-	-	-	-	-	0,0002	0,0009	0,0029
19	-	-	-	-	-	-	0,0001	0,0004	0,0014
20	-	-	-	-	-	-	-	0,0002	0,0006
21	-	-	-	-	-	-	-	0,0001	0,0003
22	-	-	-	-	-	-	-	-	0,0001

Степень свободы	Уровень значимости $\alpha$						
	0,01	0,02	0,025	0,05	0,95	0,975	0,99
1	6,634891	5,411904	5,023903	3,841455	0,003932	0,000982	0,000157
2	9,210351	7,824071	7,377779	5,991476	0,102586	0,050636	0,0201
3	11,34488	9,837411	9,348404	7,814725	0,351846	0,215795	0,114832
4	13,2767	11,66784	11,14326	9,487728	0,710724	0,484419	0,297107
5	15,08632	13,38822	12,83249	11,07048	1,145477	0,831209	0,554297
6	16,81187	15,0332	14,44935	12,59158	1,63538	1,237342	0,872083
7	18,47532	16,62243	16,01277	14,06713	2,167349	1,689864	1,239032
8	20,09016	18,1682	17,53454	15,50731	2,732633	2,179725	1,646506
9	21,66605	19,67898	19,02278	16,91896	3,325115	2,700389	2,087889
10	23,20929	21,16075	20,4832	18,30703	3,940295	3,246963	2,558199
11	24,72502	22,6179	21,92002	19,67515	4,574809	3,815742	3,053496
12	26,21696	24,05393	23,33666	21,02606	5,226028	4,403778	3,570551
13	27,68818	25,47149	24,73558	22,36203	5,891861	5,008738	4,1069
14	29,14116	26,87273	26,11893	23,68478	6,570632	5,628724	4,660415
15	30,57795	28,25949	27,48836	24,9958	7,260935	6,262123	5,229356
16	31,99986	29,63316	28,84532	26,29622	7,961639	6,907664	5,812197
17	33,40872	30,99504	30,19098	27,5871	8,671754	7,564179	6,407742
18	34,80524	32,34617	31,52641	28,86932	9,390448	8,230737	7,014903
19	36,19077	33,68741	32,85234	30,14351	10,11701	8,906514	7,632698
20	37,56627	35,01962	34,16958	31,41042	10,8508	9,590772	8,260368
21	38,93223	36,34344	35,47886	32,67056	11,59132	10,28291	8,897172
22	40,28945	37,65948	36,78068	33,92446	12,33801	10,98233	9,542494
23	41,63833	38,96828	38,07561	35,17246	13,09051	11,68853	10,19569
24	42,97978	40,27033	39,36406	36,41503	13,84842	12,40115	10,85635
25	44,31401	41,56603	40,6465	37,65249	14,6114	13,11971	11,52395
26	45,64164	42,85581	41,92314	38,88513	15,37916	13,84388	12,19818
27	46,96284	44,13993	43,19452	40,11327	16,15139	14,57337	12,87847
28	48,27817	45,41881	44,46079	41,33715	16,92788	15,30785	13,56467
29	49,58783	46,69264	45,72228	42,55695	17,70838	16,04705	14,25641
30	50,89218	47,96179	46,97922	43,77295	18,49267	16,79076	14,95346
31	52,19135	49,22634	48,23192	44,98534	19,28056	17,53872	15,65547
32	53,48566	50,48667	49,48044	46,19424	20,07191	18,29079	16,3622
33	54,77545	51,74294	50,7251	47,3999	20,86652	19,04666	17,07348
34	56,06085	52,99526	51,96602	48,60236	21,66428	19,80624	17,7891
35	57,34199	54,24386	53,20331	49,80183	22,46501	20,56938	18,50887
36	58,61915	55,48888	54,43726	50,99848	23,26862	21,33587	19,23263
37	59,89256	56,73041	55,66798	52,19229	24,07494	22,10562	19,96027
38	61,16202	57,96885	56,89549	53,38351	24,88389	22,87849	20,69141
39	62,42809	59,20402	58,12005	54,57224	25,69538	23,6543	21,42614
40	63,69077	60,43607	59,34168	55,75849	26,5093	24,43306	22,1642
41	64,94998	61,66537	60,56055	56,9424	27,32556	25,21452	22,90556
42	66,20629	62,89176	61,77672	58,12403	28,14405	25,99866	23,65014
43	67,45929	64,11558	62,99031	59,30352	28,96471	26,78537	24,39757
44	68,70964	65,33674	64,20141	60,4809	29,7875	27,57454	25,14801

Степень свободы	Уровень значимости $\alpha$						
	0,01	0,02	0,025	0,05	0,95	0,975	0,99
45	69,9569	66,55521	65,41013	61,65622	30,61226	28,36618	25,9012
46	71,2015	67,77137	66,61647	62,82961	31,439	29,16002	26,65719
47	72,44317	68,98519	67,82064	64,00113	32,26761	29,95616	27,41582
48	73,68256	70,1967	69,02257	65,17076	33,09807	30,7545	28,17697
49	74,91939	71,406	70,22236	66,33865	33,93029	31,55493	28,94059
50	76,1538	72,61322	71,42019	67,50481	34,76424	32,35738	29,70673
51	77,38601	73,81833	72,61603	68,66932	35,59986	33,1618	30,47501
52	78,61563	75,02148	73,80992	69,83216	36,43708	33,96813	31,24569
53	79,84336	76,22252	75,0019	70,99343	37,27589	34,7763	32,01855
54	81,06878	77,42172	76,19206	72,15321	38,1162	35,58633	32,79343
55	82,29198	78,61913	77,38044	73,31148	38,95805	36,39811	33,57052
56	83,51355	79,81479	78,56713	74,46829	39,80127	37,21157	34,34954
57	84,73265	81,0085	79,75218	75,62372	40,64592	38,02672	35,13056
58	85,95015	82,20069	80,9356	76,77778	41,49198	38,84352	35,91351
59	87,16583	83,39114	82,11737	77,93049	42,3393	39,66185	36,69818
60	88,37943	84,5799	83,29771	79,08195	43,18797	40,48171	37,4848
61	89,59122	85,76713	84,4764	80,23209	44,0379	41,30317	38,2732
62	90,8015	86,9529	85,6537	81,38098	44,88904	42,12599	39,06326
63	92,00989	88,13712	86,82963	82,52872	45,74135	42,95031	39,85509
64	93,2167	89,31995	88,00398	83,67524	46,5949	43,77594	40,64851
65	94,422	90,50127	89,17716	84,82064	47,44957	44,60297	41,44355
66	95,62559	91,68112	90,34883	85,96494	48,30538	45,43137	42,24025
67	96,82768	92,85974	91,51933	87,10804	49,16225	46,261	43,03836
68	98,02832	94,03691	92,68849	88,25017	50,02026	47,09194	43,83804
69	99,22741	95,2129	93,85648	89,39119	50,87924	47,92412	44,63917
70	100,4251	96,3875	95,02315	90,53126	51,73926	48,75754	45,4417
71	101,6214	97,56085	96,18873	91,67026	52,6003	49,59217	46,24564
72	102,8163	98,73308	97,35298	92,80827	53,46232	50,42794	47,05102
73	104,0098	99,90413	98,51621	93,94533	54,3253	51,26478	47,85773
74	105,2019	101,0738	99,67838	95,08146	55,18922	52,10282	48,66566
75	106,3929	102,2425	100,8393	96,21666	56,05405	52,94192	49,47512
76	107,5824	103,41	101,9992	97,35097	56,91982	53,78209	50,28553
77	108,7709	104,5764	103,1581	98,48438	57,78646	54,62332	51,09732
78	109,9582	105,7418	104,3159	99,61696	58,65393	55,46561	51,91041
79	111,144	106,9061	105,4727	100,7486	59,52228	56,30887	52,72478
80	112,3288	108,0693	106,6285	101,8795	60,39146	57,15315	53,53998
81	113,5123	109,2315	107,7834	103,0095	61,2615	57,9984	54,35668
82	114,6948	110,3928	108,9373	104,1387	62,1323	58,84465	55,17428
83	115,8762	111,5531	110,0902	105,2672	63,00389	59,69173	55,99301
84	117,0566	112,7122	111,2422	106,3949	63,87624	60,53983	56,81293
85	118,2356	113,8705	112,3933	107,5217	64,74937	61,38877	57,63391
86	119,4137	115,0279	113,5436	108,6479	65,62326	62,23863	58,45588
87	120,5909	116,1844	114,6929	109,7733	66,49788	63,08937	59,27906

Степень сводбы	Уровень значимости $\alpha$						
	0,01	0,02	0,025	0,05	0,05	0,095	0,975
88	121,7672	117,3401	115,8415	110,898	67,37323	63,94093	60,10295
89	122,9422	118,4947	116,989	112,022	68,24927	64,79339	60,92799
90	124,1162	119,6484	118,1359	113,1452	69,12602	65,64659	61,75402
91	125,2893	120,8015	119,282	114,2679	70,00347	66,50068	62,58097
92	126,4616	121,9534	120,427	115,3898	70,88159	67,35557	63,40892
93	127,633	123,1048	121,5714	116,511	71,76032	68,21125	64,238
94	128,8032	124,2552	122,7152	117,6317	72,63976	69,06762	65,06761
95	129,9725	125,4049	123,858	118,7516	73,51982	69,92486	65,89826
96	131,1411	126,5538	125,0001	119,8709	74,40057	70,78279	66,73003
97	132,3089	127,7018	126,1414	120,9897	75,28184	71,64154	67,56234
98	133,4756	128,8492	127,2821	122,1077	76,16378	72,50091	68,39571
99	134,6415	129,9958	128,4219	123,2252	77,04631	73,3611	69,22986
100	135,8069	131,1417	129,5613	124,3421	77,92944	74,22188	70,065
101	136,9711	132,2868	130,6996	125,4584	78,81319	75,08353	70,90072
102	138,1343	133,4311	131,8375	126,5741	79,69747	75,94572	71,7373
103	139,2973	134,5748	132,9746	127,6893	80,58232	76,80858	72,57482
104	140,459	135,7179	134,1112	128,8039	81,46776	77,67213	73,41293
105	141,6203	136,8603	135,247	129,9179	82,35371	78,53635	74,25205
106	142,7803	138,0017	136,3821	131,0315	83,24023	79,40126	75,09175
107	143,9399	139,1426	137,5167	132,1444	84,12734	80,2668	75,93235
108	145,0989	140,283	138,6506	133,2569	85,0149	81,13287	76,77371
109	146,2568	141,4227	139,7839	134,3687	85,903	81,99968	77,61556
110	147,4143	142,5617	140,9165	135,4802	86,79165	82,86707	78,45823
111	148,571	143,7	142,0486	136,5911	87,68075	83,73499	79,30168
112	149,7269	144,8377	143,1801	137,7014	88,5704	84,60356	80,1459
113	150,8821	145,9749	144,311	138,8113	89,46048	85,47273	80,99063
114	152,0365	147,1114	145,4413	139,9207	90,3511	86,34246	81,83623
115	153,1904	148,2472	146,571	141,0297	91,24218	87,21276	82,68248
116	154,344	149,3826	147,7002	142,1382	92,13379	88,08365	83,52921
117	155,4966	150,5173	148,8288	143,2462	93,02577	88,95514	84,37677
118	156,6483	151,6517	149,9569	144,3536	93,91827	89,82703	85,22514
119	157,7993	152,7853	151,0844	145,4607	94,81127	90,69953	86,07386
120	158,95	153,9182	152,2113	146,5673	95,70462	91,5726	86,92331
121	160,1	155,0506	153,3379	147,6735	96,59845	92,44621	87,77328
122	161,2494	156,1827	154,4637	148,7792	97,49275	93,32029	88,62398
123	162,3982	157,314	155,5893	149,8845	98,38746	94,19491	89,47542
124	163,5464	158,445	156,7141	150,9895	99,28264	95,07005	90,32717
125	164,6939	159,5752	157,8384	152,0938	100,1782	95,94579	91,17976
126	165,8409	160,7051	158,9624	153,1979	101,0742	96,82182	92,03279
126	165,8409	160,7051	158,9624	153,1979	101,0742	96,82182	92,03279
127	166,9874	161,8343	160,0858	154,3015	101,9706	97,69846	92,88667
128	168,133	162,9632	161,2088	155,4047	102,8674	98,57557	93,74078
129	169,2784	164,0913	162,3311	156,5075	103,7646	99,45317	94,59559

Число степеней свободы	Уровень значимости						
	0,001	0,01	0,02	0,05	0,1	0,15	0,2
1	636,578	63,656	31,821	12,706	6,314	4,165	3,078
2	31,6	9,925	6,965	4,303	2,92	2,282	1,886
3	12,924	5,841	4,541	3,182	2,353	1,924	1,638
4	8,61	4,604	3,747	2,776	2,132	1,778	1,533
5	6,869	4,032	3,365	2,571	2,015	1,699	1,476
6	5,959	3,707	3,143	2,447	1,943	1,65	1,44
7	5,408	3,499	2,998	2,365	1,895	1,617	1,415
8	5,041	3,355	2,896	2,306	1,86	1,592	1,397
9	4,781	3,25	2,821	2,262	1,833	1,574	1,383
10	4,587	3,169	2,764	2,228	1,812	1,559	1,372
11	4,437	3,106	2,718	2,201	1,796	1,548	1,363
12	4,318	3,055	2,681	2,179	1,782	1,538	1,356
13	4,221	3,012	2,65	2,16	1,771	1,53	1,35
14	4,14	2,977	2,624	2,145	1,761	1,523	1,345
15	4,073	2,947	2,602	2,131	1,753	1,517	1,341
16	4,015	2,921	2,583	2,12	1,746	1,512	1,337
17	3,965	2,898	2,567	2,11	1,74	1,508	1,333
18	3,922	2,878	2,552	2,101	1,734	1,504	1,33
19	3,883	2,861	2,539	2,093	1,729	1,5	1,328
20	3,85	2,845	2,528	2,086	1,725	1,497	1,325
21	3,819	2,831	2,518	2,08	1,721	1,494	1,323
22	3,792	2,819	2,508	2,074	1,717	1,492	1,321
23	3,768	2,807	2,5	2,069	1,714	1,489	1,319
24	3,745	2,797	2,492	2,064	1,711	1,487	1,318
25	3,725	2,787	2,485	2,06	1,708	1,485	1,316
26	3,707	2,779	2,479	2,056	1,706	1,483	1,315
27	3,689	2,771	2,473	2,052	1,703	1,482	1,314
28	3,674	2,763	2,467	2,048	1,701	1,48	1,313
29	3,66	2,756	2,462	2,045	1,699	1,479	1,311
30	3,646	2,75	2,457	2,042	1,697	1,477	1,31
40	3,551	2,704	2,423	2,021	1,684	1,468	1,303
60	3,46	2,66	2,39	2	1,671	1,458	1,296
120	3,373	2,617	2,358	1,98	1,658	1,449	1,289
$\infty$	3,291	2,526	2,326	1,96	1,645	1,442	1,282



0,05	$k_j$					
$k_i$	1	2	3	4	5	6
1	161,446	199,499	215,707	224,583	230,16	233,988
2	18,513	19	19,164	19,247	19,296	19,329
3	10,128	9,552	9,277	9,117	9,013	8,941
4	7,709	6,944	6,591	6,388	6,256	6,163
5	6,608	5,786	5,409	5,192	5,05	4,95
6	5,987	5,143	4,757	4,534	4,387	4,284
7	5,591	4,737	4,347	4,12	3,972	3,866
8	5,318	4,459	4,066	3,838	3,688	3,581
9	5,117	4,256	3,863	3,633	3,482	3,374
10	4,965	4,103	3,708	3,478	3,326	3,217
11	4,844	3,982	3,587	3,357	3,204	3,095
12	4,747	3,885	3,49	3,259	3,106	2,996
13	4,667	3,806	3,411	3,179	3,025	2,915
14	4,6	3,739	3,344	3,112	2,958	2,848
15	4,543	3,682	3,287	3,056	2,901	2,79
16	4,494	3,634	3,239	3,007	2,852	2,741
17	4,451	3,592	3,197	2,965	2,81	2,699
18	4,414	3,555	3,16	2,928	2,773	2,661
19	4,381	3,522	3,127	2,895	2,74	2,628
20	4,351	3,493	3,098	2,866	2,711	2,599
21	4,325	3,467	3,072	2,84	2,685	2,573
22	4,301	3,443	3,049	2,817	2,661	2,549
23	4,279	3,422	3,028	2,796	2,64	2,528
24	4,26	3,403	3,009	2,776	2,621	2,508
25	4,242	3,385	2,991	2,759	2,603	2,49
26	4,225	3,369	2,975	2,743	2,587	2,474
27	4,21	3,354	2,96	2,728	2,572	2,459
28	4,196	3,34	2,947	2,714	2,558	2,445
29	4,183	3,328	2,934	2,701	2,545	2,432
30	4,171	3,316	2,922	2,69	2,534	2,421
35	4,121	3,267	2,874	2,641	2,485	2,372
40	4,085	3,232	2,839	2,606	2,449	2,336
45	4,057	3,204	2,812	2,579	2,422	2,308
50	4,034	3,183	2,79	2,557	2,4	2,286
55	4,016	3,165	2,773	2,54	2,383	2,269
60	4,001	3,15	2,758	2,525	2,368	2,254
$\infty$	3,846	3	2,609	2,376	2,219	2,103

0,05	$k_1$					
	$k_2$	8	12	20	24	30
1	238,884	243,905	248,016	249,052	250,096	253,465
2	19,371	19,412	19,446	19,454	19,463	19,489
3	8,845	8,745	8,66	8,638	8,617	8,545
4	6,041	5,912	5,803	5,774	5,746	5,652
5	4,818	4,678	4,558	4,527	4,496	4,392
6	4,147	4	3,874	3,841	3,808	3,698
7	3,726	3,575	3,445	3,41	3,376	3,26
8	3,438	3,284	3,15	3,115	3,079	2,959
9	3,23	3,073	2,936	2,9	2,864	2,739
10	3,072	2,913	2,774	2,737	2,7	2,572
11	2,948	2,788	2,646	2,609	2,57	2,439
12	2,849	2,687	2,544	2,505	2,466	2,332
13	2,767	2,604	2,459	2,42	2,38	2,243
14	2,699	2,534	2,388	2,349	2,308	2,169
15	2,641	2,475	2,328	2,288	2,247	2,105
16	2,591	2,425	2,276	2,235	2,194	2,049
17	2,548	2,381	2,23	2,19	2,148	2,001
18	2,51	2,342	2,191	2,15	2,107	1,958
19	2,477	2,308	2,155	2,114	2,071	1,92
20	2,447	2,278	2,124	2,082	2,039	1,886
21	2,42	2,25	2,096	2,054	2,01	1,855
22	2,397	2,226	2,071	2,028	1,984	1,827
23	2,375	2,204	2,048	2,005	1,961	1,802
24	2,355	2,183	2,027	1,984	1,939	1,779
25	2,337	2,165	2,007	1,964	1,919	1,757
26	2,321	2,148	1,99	1,946	1,901	1,738
27	2,305	2,132	1,974	1,93	1,884	1,719
28	2,291	2,118	1,959	1,915	1,869	1,702
29	2,278	2,104	1,945	1,901	1,854	1,686
30	2,266	2,092	1,932	1,887	1,841	1,672
35	2,217	2,041	1,878	1,833	1,786	1,61
40	2,18	2,003	1,839	1,793	1,744	1,564
45	2,152	1,974	1,808	1,762	1,713	1,527
50	2,13	1,952	1,784	1,737	1,687	1,498
55	2,112	1,933	1,764	1,717	1,666	1,473
60	2,097	1,917	1,748	1,7	1,649	1,453
$\infty$	1,943	1,757	1,576	1,523	1,465	1,207

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	3
1. ВАРИАЦИОННЫЕ РЯДЫ И ИХ ХАРАКТЕРИСТИКИ .....	4
2. ИНТЕРВАЛЬНАЯ ОЦЕНКА ГЕНЕРАЛЬНОЙ СРЕДНЕЙ, ДИСПЕРСИИ И ГЕНЕРАЛЬНОЙ ДОЛИ .....	18
3. ПРОВЕРКА СТАТИСТИЧЕСКИХ ГИПОТЕЗ .....	29
4. ДИСПЕРСИОННЫЙ АНАЛИЗ .....	57
5. КОРРЕЛЯЦИОННЫЙ АНАЛИЗ .....	62
ПРИЛОЖЕНИЯ .....	73

Учебное издание

**Трусова Алла Юрьевна**

**Сизова Наталья Александровна**

# **ЗАДАЧИ ПО МАТЕМАТИКЕ**

*Часть 2*

*Практикум*

Редактор Т.И. Кузнецова

Компьютерная верстка, макет Т.В. Кондратьева

Подписано в печать 30.06.08. Формат 60x84/16. Бумага офсетная. Печать офсетная.

Усл.-печ. л. 4,9. Гарнитура Times. Тираж 150 экз. Заказ № **1550**

Издательство «Самарский университет», 443011, г. Самара, ул. Акад. Павлова, 1.

Тел. 8 (846) 334-54-23

Отпечатано на УОП СамГУ