

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра оптики и спектроскопии

**В.В. Ивахник**

**ДИНАМИЧЕСКИЕ ГОЛОГРАММЫ В СРЕДАХ С КЕРРОВСКОЙ  
И ТЕПЛОВОЙ НЕЛИНЕЙНОСТЯМИ И НА ОБРАТИМЫХ  
ФОТОХРОМНЫХ МАТЕРИАЛАХ**

Учебное пособие рекомендовано УМС по физике УМО университетов  
России в качестве учебного пособия для студентов старших курсов и  
аспирантов, специализирующихся по оптике, лазерной физике

Издательство «Самарский университет»

2001

*Печатается по решению Редакционно-издательского совета  
Самарского государственного университета*

ББК 22.34  
И 237  
УДК 535.2

**Ивахник В.В.** Динамические голограммы в средах с керровской и тепловой нелинейностями и на обратимых фотохромных материалах: Учебное пособие для студентов старших курсов и аспирантов, специализирующихся по оптике, лазерной физике. Самара: Изд-во «Самарский университет», 2001, 98 с. Ил. 59. Табл. 1.

В основу учебного пособия положены работы, выполненные при непосредственном участии автора на кафедре оптики и спектроскопии Самарского государственного университета. Основное внимание уделено анализу качества обращения волнового фронта четырехволновым преобразователем излучения на керровской и тепловой нелинейностях; разработке методов расчета и исследованию дифракционной эффективности динамических голограмм на обратимых фотохромных материалах; разработке методов анализа вибраций, основанных на записи динамических голограмм в реверсивных средах.

ББК 22.34

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Федеральной целевой программы "Государственная интеграция высшего образования и фундаментальной науки"

**Рецензент** зав. кафедрой Поволжской государственной академии телекоммуникации и информатики д-р физ.-мат. наук, профессор В.А. Неганов

© Ивахник В.В., 2001  
© Изд-во "Самарский университет", 2001

## ВВЕДЕНИЕ

В конце семидесятых годов на стыке голографии и нелинейной оптики начинает интенсивно развиваться новое научное направление - динамическая голография (или четырехволновое взаимодействие). Развитие этого направления во многом было стимулировано задачей коррекции в реальном масштабе времени фазовых искажений, возникающих при распространении излучения через оптически неоднородную среду. Такие задачи, как получение мощных высоконаправленных лазерных пучков, коррекция aberrаций в оптических системах, видение через турбулентную атмосферу, лазерная локация, передача информации по световоду и т.д., могут быть успешно решены путем формирования волны, имеющей распределение амплитуды, комплексно-сопряженное (обращенное) по отношению к амплитуде искаженной волны. Тогда при повторном распространении волны с обращенным волновым фронтом (ОВФ) через неоднородную среду фазовые искажения, внесенные ранее, будут скомпенсированы, и на выходе получим волну с невозмущенным амплитудным и фазовым фронтом.

Идея компенсации фазовых искажений путем ОВФ сигнального излучения непосредственно следует из волнового уравнения. Действительно, пусть световая волна  $E^{(1)}(\vec{r}, t) = \text{Re } A(\vec{r}) \exp i(\omega t - kz)$  распространяется через неоднородную среду с показателем преломления  $n(\vec{r})$ . Уравнение, описывающее такое распространение, имеет вид

$$\nabla^2 A - 2ik \frac{\partial A}{\partial z} + \left[ \frac{\omega^2}{c^2} n^2(\vec{r}) - k^2 \right] A = 0 . \quad (1)$$

Формальное сопряжение уравнения (1) приводит к уравнению

$$\nabla^2 A^* + 2ik \frac{\partial A^*}{\partial z} + \left[ \frac{\omega^2}{c^2} n^2(\vec{r}) - k^2 \right] A^* = 0 , \quad (2)$$

где предполагается, что искажения, вносимые неоднородной средой, являются чисто фазовыми, то есть  $n(\vec{r}) = n^*(\vec{r})$ . Уравнение (2) описывает

волну  $E^{(2)}(\vec{r}, t) = \text{Re } A^*(\vec{r}) \exp i(\omega t + kz)$ , распространяющуюся в противоположном по отношению к  $E^{(1)}(\vec{r}, t)$  направлению и имеющую в каждой точке волновой фронт, комплексно-сопряженный волновому фронту  $E^{(1)}(\vec{r}, t)$ . Если световой пучок вначале распространяется в направлении  $z$  через неоднородную среду (1), затем на выходе ее сопрягается и вновь проходит в направлении  $z$  через ту же среду (2), получается пучок с неискаженным волновым фронтом (рис. 1).

К настоящему времени открыто, что некоторые нелинейные процессы позволяют получить волну с комплексно-сопряженным фронтом в масштабе реального времени. С практической точки зрения одним из

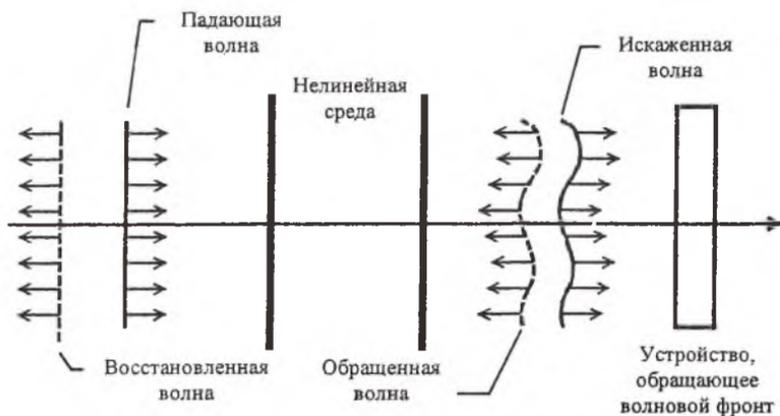


Рис. 1. Схема компенсации фазовых искажений

наиболее перспективных методов формирования волны с ОВФ является метод, основанный на использовании четырехволновых процессов вида  $\omega_1 + \omega_2 - \omega_3 \rightarrow \omega_4$  (метод, основанный на записи динамической голограммы).

При четырехволновом взаимодействии на нелинейную среду падают две волны, распространяющиеся навстречу друг другу, и сигнальная волна (рис.2). В среде наводится нелинейная поляризация  $P^{NL} \sim E_1 E_2 E_3^*$ , которая является источником четвертой (объектной) волны, распространяющейся навстречу сигнальной и имеющей волновой фронт, комплексно-сопряженный волновому фронту сигнальной волны.

Взаимодействие четырех волн в нелинейной среде можно описать, используя терминологию голографии.

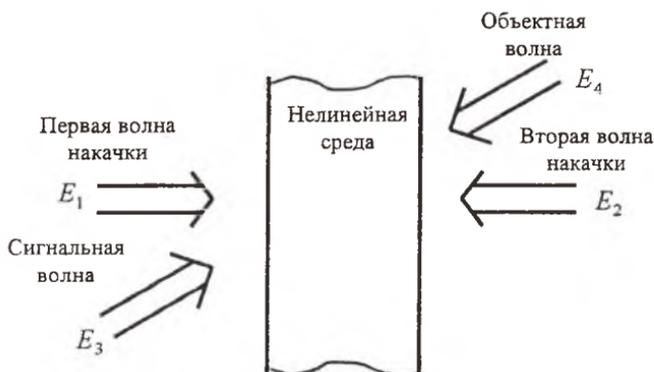


Рис. 2. Схема четырехволнового взаимодействия

Первая волна (опорная) интерферирует с сигнальной волной. В соответствии с распределением интенсивности в интерференционной картине меняется показатель преломления среды - в среде записывается динамическая решетка (решетка существует, пока существуют записывающие ее волны). Вторая волна (считывающая) дифрагирует на решетке, в результате чего возникает объектная волна, распространяющаяся навстречу сигнальной волне. Можно рассматривать решетку, возникающую при интерференции второй волны (теперь она играет роль опорной) с сигнальной волной. Дифракция на этой решетке первой волны (она выступает в роли считывающей) приводит вновь к образованию объектной волны. В общем случае каждая из четырех волн, распространяющихся в нелинейной среде, с точки зрения голографии выступает в качестве опорной, считывающей, сигнальной и объектной волн. Поэтому, чтобы при рассмотрении динамической голограммы не путаться в терминах, удобнее использовать терминологию нелинейной оптики, в которой первая и вторая волны получили название волн накачки.

Любой нелинейный преобразователь излучения, в том числе и динамическая голограмма, осуществляет операцию обращения волнового фронта падающей на нее волны с определенной степенью точности. Поэтому при повторном прохождении через неоднородную среду волны с обращенным волновым фронтом не происходит полной компенсации внесенных в волну на первом проходе фазовых искажений. Точность восстановления волнового фронта в оптической системе: неоднородная среда - динамическая голограмма, обращающая волновой фронт, - неоднородная среда существенным образом зависит от качества обращения волнового фронта динамической голограммой. Для определения точности обращения волнового фронта необходимо исследование взаимодействия в нелинейной среде нескольких (как правило, четырех) световых волн сложной пространственно-временной структуры, установление однозначной связи между пространственной, временной структурой, энергетическими параметрами взаимодействующих волн. Вид этой связи существенным образом зависит от характеристик нелинейной среды, в которой осуществляется запись динамической голограммы. Выбор же нелинейной среды определяется характеристиками излучения, используемого для записи динамической голограммы, требованиями, накладываемыми на эффективность, быстродействие, селективность и другие свойства динамической голограммы как оптического устройства.

Использование для записи голограмм нелинейных (реверсивных) сред позволяет по-новому взглянуть на целый ряд задач, традиционно рассматриваемых в интерферометрии, предложить для их решения новые оптические схемы, методы измерения исследуемых величин.

# 1. КАЧЕСТВО ОВФ ВЫРОЖДЕННЫМ ЧЕТЫРЕХВОЛНЫМ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕМ ИЗЛУЧЕНИЯ

## 1.1. Вывод основных уравнений, описывающих четыреволновое взаимодействие в среде с керровской нелинейностью\*

Рассмотрим встречное четырехволновое взаимодействие вида  $\omega_1 + \omega_2 - \omega_3 = \omega_4$ . Пусть в нелинейной среде, расположенной между плоскостями  $z = 0$  и  $z = \ell$ , распространяются навстречу друг другу две волны накачки с комплексными амплитудами  $A_1$  и  $A_2$  и частотами  $\omega_1$  и  $\omega_2$  соответственно и сигнальная волна  $A_3$  с частотой  $\omega_3$ . В результате нелинейного взаимодействия генерируется объектная волна  $A_4$  с частотой  $\omega_4 = \omega_1 + \omega_2 - \omega_3$ . Такое нелинейное взаимодействие описывается волновым уравнением вида

$$\nabla^2 \bar{E}(\bar{r}, t) - \frac{\epsilon}{c^2} \frac{\partial^2 \bar{E}(\bar{r}, t)}{\partial t^2} = \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial^2 \bar{P}^{nl}}{\partial t^2}, \quad (1.1)$$

где  $\bar{E}(\bar{r}, t) = \sum_{j=1}^4 \bar{E}_j(\bar{r}, t) + \text{к.с.}$ ,  $\bar{P}^{nl} = \hat{\chi}^{(3)} \left( \sum_{j=1}^4 \bar{E}_j(\bar{r}, t) + \text{к.с.} \right)^3 = \hat{\chi}^{(3)} \left( \sum_{j=1}^4 \bar{E}_j(\bar{r}, t) \right)^3 + 3\hat{\chi}^{(3)} \left( \sum_{j=1}^4 \bar{E}_j(\bar{r}, t) \right)^2 \left( \sum_{j=1}^4 \bar{E}_j^*(\bar{r}, t) \right) + \text{к.с.}$ ,  $\bar{E}_j(\bar{r}, t) = \bar{A}_j(\bar{r}) \exp(-i\omega_j t)$ ,  $\hat{\chi}^{(3)}$  -

тензор нелинейной восприимчивости третьего порядка,  $\bar{r}$  - радиус-вектор, к.с. - сокращение от выражения комплексно-сопряженное слагаемое по отношению к слагаемому, записанному ранее. Слагаемое

$\hat{\chi}^{(3)} \left( \sum_{j=1}^4 \bar{E}_j(\bar{r}, t) \right)^3 + \text{к.с.}$  описывает генерацию излучения на суммарной частоте  $\omega_1 + \omega_2 + \omega_3$ , поэтому в дальнейшем оно в выражении для  $P^{nl}$  не будет учитываться.

Выражение для нелинейной поляризации можно переписать следующим образом

$$\bar{P}^{nl} = \sum_{j=1}^4 \bar{P}_j^{nl} + \bar{P}_0^{nl} + \text{к.с.},$$

где

---

\* Эффект Керра заключается в том, что в среде, где распространяется свет, возникает изменение показателя преломления  $\Delta n$ , пропорциональное квадрату напряженности электрического поля в среде  $\Delta n \sim E^2$ .

$$\begin{aligned}
\bar{P}_1^{nl} &= 3\hat{\chi}^{(3)} \left\{ \left[ \sum_{j=1}^4 2\bar{E}_j \bar{E}_j^* - \bar{E}_1 \bar{E}_1^* \right] \bar{E}_1 + 2\bar{E}_2^* \bar{E}_3 \bar{E}_4 \right\}, \\
\bar{P}_2^{nl} &= 3\hat{\chi}^{(3)} \left\{ \left[ \sum_{j=1}^4 2\bar{E}_j \bar{E}_j^* - \bar{E}_2 \bar{E}_2^* \right] \bar{E}_2 + 2\bar{E}_1^* \bar{E}_3 \bar{E}_4 \right\}, \\
\bar{P}_3^{nl} &= 3\hat{\chi}^{(3)} \left\{ \left[ \sum_{j=1}^4 2\bar{E}_j \bar{E}_j^* - \bar{E}_3 \bar{E}_3^* \right] \bar{E}_3 + 2\bar{E}_1 \bar{E}_2 \bar{E}_4^* \right\}, \\
\bar{P}_4^{nl} &= 3\hat{\chi}^{(3)} \left\{ \left[ \sum_{j=1}^4 2\bar{E}_j \bar{E}_j^* - \bar{E}_4 \bar{E}_4^* \right] \bar{E}_4 + 2\bar{E}_1 \bar{E}_2 \bar{E}_3^* \right\}, \\
\bar{P}_0^{nl} &= 3\hat{\chi}^{(3)} \left\{ \sum_{j=1}^4 \left( \sum_{i=1}^4 \bar{E}_i^2 - \bar{E}_j^2 \right) \bar{E}_j^* + 2\bar{E}_2 \bar{E}_3 \bar{E}_1^* + 2\bar{E}_2 \bar{E}_4 \bar{E}_1^* + 2\bar{E}_1 \bar{E}_3 \bar{E}_2^* + \right. \\
&\quad \left. + 2\bar{E}_1 \bar{E}_4 \bar{E}_2^* + 2\bar{E}_1 \bar{E}_4 \bar{E}_3^* + 2\bar{E}_2 \bar{E}_4 \bar{E}_3^* + 2\bar{E}_1 \bar{E}_3 \bar{E}_4^* + 2\bar{E}_2 \bar{E}_3 \bar{E}_4^* \right\}.
\end{aligned} \tag{1.2}$$

Нелинейная поляризация  $\bar{P}_j^{nl}$  описывает генерацию излучения в  $j$ -ую волну, в  $\bar{P}_0^{nl}$  входят члены, которые генерируют волны, не совпадающие по направлению ни с одной из взаимодействующих волн.

Предположим, что все взаимодействующие волны линейно-поляризованы  $\bar{A}_j(\vec{r}) = \bar{e}_j A_j(\vec{r})$  ( $\bar{e}_j$  - единичный вектор поляризации  $j$ -ой волны). Будем считать, что в нелинейной среде распространяются только четыре волны (это предположение позволяет не учитывать в выражении для нелинейной поляризации слагаемое  $\bar{P}_0^{nl}$ ). Тогда волновое уравнение (1.1) распадается на четыре уравнения вида

$$\begin{aligned}
\nabla^2 A_j + \frac{\varepsilon \omega_j^2}{c^2} A_j &= -\frac{4\pi \omega_j^2}{c^2} P_j^{nl}, \\
j &= 1 \div 4.
\end{aligned} \tag{1.3}$$

В приближении заданного поля по накачкам ( $|A_1|, |A_2| \gg |A_3|, |A_4|$ ) система уравнений (1.3) переписется следующим образом:

$$\begin{aligned}
\nabla^2 A_1 + \frac{\varepsilon \omega_1^2}{c^2} A_1 &= -\frac{12\pi \omega_1^2}{c^2} \left\{ \alpha_{11} |A_1|^2 + 2\alpha_{12} |A_2|^2 \right\} A_1, \\
\nabla^2 A_2 + \frac{\varepsilon \omega_2^2}{c^2} A_2 &= -\frac{12\pi \omega_2^2}{c^2} \left\{ \alpha_{21} |A_1|^2 + \alpha_{22} |A_2|^2 \right\} A_2, \\
\nabla^2 A_3 + \frac{\varepsilon \omega_3^2}{c^2} A_3 &= -\frac{24\pi \omega_3^2}{c^2} \left[ \left\{ \alpha_{31} |A_1|^2 + \alpha_{32} |A_2|^2 \right\} A_3 + \beta_3 A_1 A_2 A_4^* \right], \\
\nabla^2 A_4 + \frac{\varepsilon \omega_4^2}{c^2} A_4 &= -\frac{24\pi \omega_4^2}{c^2} \left[ \left\{ \alpha_{41} |A_1|^2 + \alpha_{42} |A_2|^2 \right\} A_4 + \beta_4 A_1 A_2 A_3^* \right].
\end{aligned} \tag{1.4}$$

Здесь  $\alpha_{ij} = \bar{e}_i \hat{\chi}^{(3)} \bar{e}_j \bar{e}_i \bar{e}_i$ ,  $\beta_3 = \bar{e}_3 \hat{\chi}^{(3)} \bar{e}_1 \bar{e}_2 \bar{e}_4$ ,  $\beta_4 = \bar{e}_4 \hat{\chi}^{(3)} \bar{e}_1 \bar{e}_2 \bar{e}_3$ .

Из системы уравнений (1.4) следует, что на изменение комплексных амплитуд волн накачки, распространяющихся в нелинейной среде, не влияет наличие сигнальной и объектной волн. Два последних уравнения в (1.4) являются линейными по отношению к амплитудам сигнальной и объектной волн.

При анализе системы уравнений (1.4) будем использовать приближение медленно меняющихся амплитуд  $\left( \left| \frac{\partial^2 A_j}{\partial z^2} \right| \ll \left| k_j \frac{\partial A_j}{\partial z} \right| \right)$ , что позволяет в уравнениях для амплитуд взаимодействующих волн пренебречь вторыми производными по координате  $z$ .

## 1.2. Четырехволновое взаимодействие плоских волн

Пусть все четыре волны, распространяющиеся в нелинейной среде, плоские:  $A_j(\vec{r}) = A_j(z) \exp(-i\vec{k}_j \vec{r})$ . Четырехволновое взаимодействие будем рассматривать при условии, что изменением диэлектрической проницаемости среды вследствие самовоздействия волн накачек можно пренебречь ( $\epsilon \gg 24\pi(\alpha_{j1}|A_1|^2 + \alpha_{j2}|A_2|^2)$ ). Это условие означает, в частности, что распространение волн накачки в среде описывается уравнением Гельмгольца

$$\left( \nabla^2 + \frac{\epsilon \omega_j^2}{c^2} \right) A_j(\vec{r}) = 0, \quad j = 1, 2.$$

Из уравнения Гельмгольца следует, что при распространении в нелинейной среде волн накачки их амплитуды не меняются:

$$A_{1,2}(z) = A_{1,2}(z=0) = A_{1,20}.$$

В приближении медленно меняющихся амплитуд по объектной и сигнальной волнам из системы уравнений (1.4) может быть получена система связанных уравнений для амплитуд сигнальной и объектной волн вида

$$\begin{aligned} \frac{dA_3(z)}{dz} &= -iK_3 A_4^*(z) \exp[-i(\bar{k}_1 + \bar{k}_2 - \bar{k}_3 - \bar{k}_4) \vec{r}], \\ \frac{dA_4(z)}{dz} &= -iK_4 A_3^*(z) \exp[-i(\bar{k}_1 + \bar{k}_2 - \bar{k}_3 - \bar{k}_4) \vec{r}], \end{aligned} \quad (1.5)$$

где  $K_j = \frac{12\pi\omega_j^2}{c^2 k_{jz}} \beta_j A_{10} A_{20}$ . Рассмотрим изменение амплитуд сигнальной и

объектной волн по мере их распространения в нелинейной среде при условии, что частоты всех взаимодействующих волн совпадают (такое четырехволновое взаимодействие называется вырожденным  $\omega + \omega - \omega = \omega$ ), волны накачки, сигнальная и объектная волны распространяются навстречу

чу друг другу:  $\bar{k}_1 + \bar{k}_2 = 0$  и  $\bar{k}_3 + \bar{k}_4 = 0$ . Тогда при выполнении граничных условий

$$\begin{aligned} A_3(z=0) &= A_{30}, \\ A_4(z=\ell) &= A_{40} \end{aligned} \quad (1.6)$$

система уравнений (1.5) имеет решение вида

$$\begin{aligned} A_3(z) &= -i \frac{K_3}{K} A_{40}^* \frac{\sin Kz}{\cos K\ell} + A_{30} \frac{\cos K(z-\ell)}{\cos K\ell}, \\ A_4(z) &= i \frac{K}{K_3} A_{30}^* \frac{\sin K(z-\ell)}{\cos K\ell} + A_{40} \frac{\cos Kz}{\cos K\ell}. \end{aligned} \quad (1.7)$$

Здесь  $K^2 = |K_3 K_4|$ .

В случае, когда поле объектной волны на задней грани нелинейной среды равно нулю ( $A_{40} = 0$ ), на входе в нелинейную среду амплитуды объектной и сигнальной волн связаны соотношением вида

$$A_4(z=0) = -i \frac{K}{K_3} A_{30}^* \operatorname{tg} K\ell. \quad (1.8)$$

Введем коэффициент отражения как отношение интенсивностей объектной и сигнальной волн на передней грани нелинейного слоя:

$$R = \frac{|A_4(z=0)|^2}{|A_{30}|^2} = \left( \frac{K}{K_3} \right)^2 \operatorname{tg}^2 K\ell. \quad (1.9)$$

Из выражения (1.9) следует, что с ростом интенсивностей волн накачки коэффициент отражения возрастает, стремясь при  $K\ell = \pi/2$  к бесконечности. Условие  $K\ell = \pi/2$  называется условием генерации. При выполнении этого условия возможно образование сигнальной и объектной волн из шумов.

Заметим, что условие генерации было получено в приближении заданного поля по накачкам. Однако по мере увеличения коэффициента отражения это условие перестает выполняться. Поэтому при больших коэффициентах отражения задача четырехволнового взаимодействия должна решаться с учетом перекачки энергии не только из волн накачки в сигнальную и объектную волны, но и наоборот - из сигнальной и объектной волн в волны накачки.

Для повышения коэффициента отражения воспользуемся резонатором кольцевого типа (рис. 1.1). Сигнальная волна заводится в резонатор через полупрозрачное зеркало связи 1 с коэффициентом отражения  $R_1$ . Сферические зеркала 2,3 переносят пространственное распределение поля с одной грани нелинейного слоя на другую, обеспечивая положительную обратную связь как по сигнальной, так и по объектной волнам. Граничные условия для рассматриваемого случая могут быть записаны в виде



Рис. 1.1. Схема четырехволнового преобразователя с кольцевым резонатором

$$\begin{aligned} A_3(z=0) &= \sqrt{1-R_1}A_{30} + \sqrt{R_1R_2}A_3(z=\ell), \\ A_4(z=0) &= \frac{1}{\sqrt{R_1R_2}}A_4(z=\ell). \end{aligned} \quad (1.10)$$

Здесь  $R_2$  - коэффициент отражения 2 и 3 зеркал,  $A_{30}$  - амплитуда сигнальной волны, падающей на полупрозрачное зеркало резонатора.

С учетом граничных условий (1.10) система связанных уравнений (1.5) имеет решение вида

$$\begin{aligned} A_3(z) &= A_{30} \sqrt{1-R_1} \frac{\sqrt{R_1R_2} \cos Kz - \cos K(\ell-z)}{2\sqrt{R_1R_2} - (R_1R_2+1)\cos K\ell}, \\ A_4(z) &= iA_{30}^* \frac{K}{K_3} \sqrt{1-R_1} \frac{\sqrt{R_1R_2} \sin Kz + \sin K(\ell-z)}{2\sqrt{R_1R_2} - (R_1R_2+1)\cos K\ell}. \end{aligned} \quad (1.11)$$

При условии  $R_1 = 0$  решение (1.11) переходит в решение (1.7). Амплитуда объектной волны, вышедшей из резонатора, отличается от амплитуды объектной волны на передней грани нелинейной среды множителем  $\sqrt{1-R_1}$ .

Введем коэффициент отражения четырехволнового преобразователя излучения с учетом положительной обратной связи по объектной и сигнальной волнам как отношение интенсивности объектной волны, вышедшей из резонатора, к интенсивности сигнальной волны, падающей на полупрозрачное зеркало:

$$R_c = \frac{(1-R_1)|A_4(z=0)|^2}{|A_{30}|^2} = \left(\frac{K}{K_3}\right)^2 \operatorname{tg}^2 K\ell \frac{(1-R_1)^2}{\left[\frac{2\sqrt{R_1R_2}}{\cos K\ell} - (R_1R_2+1)\right]^2}. \quad (1.12)$$

Из (1.12) условие генерации есть

$$Kl = \arccos \frac{2\sqrt{R_1 R_2}}{(1 + R_1 R_2)}. \quad (1.13)$$

Наличие положительной обратной связи уменьшает интенсивность волн накачки, при которой наблюдается генерация объектной волны.

Введем параметр

$$\xi = \frac{R_c}{R} = \frac{(1 - R_1)^2}{\left[ \frac{2\sqrt{R_1 R_2}}{\cos Kl} - (R_1 R_2 + 1) \right]^2}, \quad (1.14)$$

характеризующий выигрыш в эффективности четырехволнового преобразователя излучения вследствие применения кольцевого резонатора. На рис. 1.2 приведены характерные графики зависимости параметра  $\xi$  от коэффициента отражения полупрозрачного зеркала. С увеличением параметра  $Kl$  и уменьшением потерь в резонаторе (рост коэффициента отражения  $R_2$ ) наблюдается увеличение в выигрыше интенсивности объектной волны.

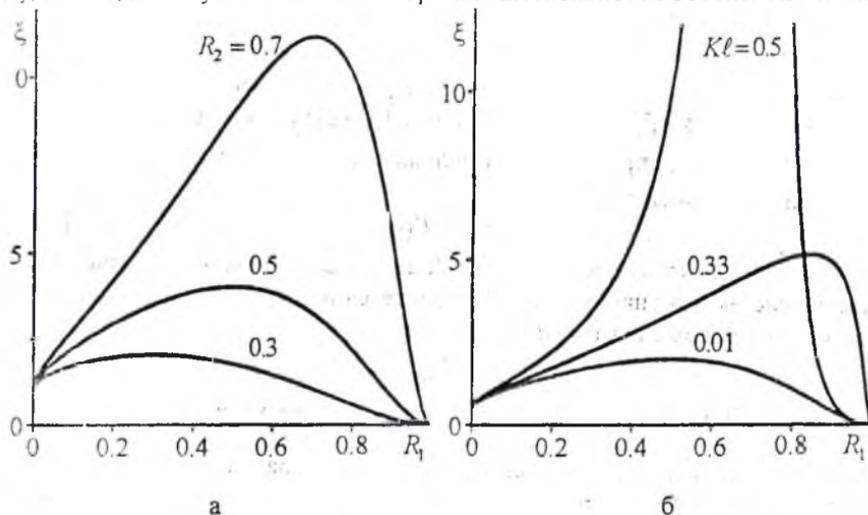


Рис. 1.2. Зависимость выигрыша в мощности обращенной волны от коэффициента отражения зеркала связи  $Kl \ll 1$  (а) и  $R_2 = 0.5$  (б)

### 1.3. Вывод выражения для функции размытия точки четырехволнового преобразователя излучения

Линейность системы уравнений (1.4) относительно комплексных амплитуд сигнальной и объектной волн позволяет использовать понятие функции размытия точки (ФРТ) для анализа качества преобразования излучения при четырехволновом взаимодействии.



Рис. 1.3. Линейная оптическая система

$A(\bar{\rho}, z_2)$  ( $\bar{\rho} = \{x, y\}$  - поперечная составляющая радиуса-вектора  $\bar{r}$ ). Если оптическая система - линейная, то комплексные амплитуды на входе и выходе связаны простым соотношением вида

$$A(\bar{\rho}, z_2) = \int_{-\infty}^{\infty} \Gamma(\bar{\rho}, \bar{\rho}_1) A(\bar{\rho}_1, z_1) d\bar{\rho}_1. \quad (1.15)$$

Функция  $\Gamma(\bar{\rho}, \bar{\rho}_1)$  называется функцией размытия точки или функцией Грина. Если на входе в оптическую систему расположен точечный сигнал, т.е.  $A(\bar{\rho}, z_1) = \delta(\bar{\rho} - \bar{\rho}_0) = \delta(x - x_0)\delta(y - y_0)$  ( $\delta(x)$  - дельта-функция,  $\bar{\rho}_0 \{x_0, y_0\}$  - вектор, определяющий положение точки в плоскости  $z_1$ ), то на выходе оптической системы имеем

$$A(\bar{\rho}, z_2) = \Gamma(\bar{\rho}, \bar{\rho}_0). \quad (1.16)$$

ФРТ описывает отклик оптической системы на точечный сигнал. Оптическая система (а значит и ФРТ) называется однородной, если вид ФРТ не зависит от положения точки в плоскости  $z_1$ :

$$\Gamma(\bar{\rho}, \bar{\rho}_1) = \Gamma(\bar{\rho} - \bar{\rho}_1).$$

Если оптическая система осуществляет идеальное преобразование изображения, т.е. комплексная амплитуда волны на выходе оптической системы с точностью до постоянного множителя равна комплексной амплитуде волны на входе, то

$$\Gamma(\bar{\rho} - \bar{\rho}_1) \sim \delta(\bar{\rho} - \bar{\rho}_1).$$

### 1.3.1. Приближение плоских волн накачки

Пусть волны накачки  $A_1$  и  $A_2$  являются плоскими и распространяются строго вдоль оси  $Z$ . В приближении медленно меняющихся амплитуд волн накачки из (1.4) система укороченных уравнений, описывающая изменение комплексных амплитуд волн накачки по мере их распространения в нелинейной среде, есть

Прежде чем выводить выражение для ФРТ четырехволнового преобразователя излучения, напомним ее определение.

Имеется оптическая система, расположенная между плоскостями  $z_1$  и  $z_2$  (рис.1.3). Пусть комплексная амплитуда на входе оптической системы  $A(\bar{\rho}, z_1)$ , а на выходе

$$\begin{aligned}\frac{dA_1(z)}{dz} &= -i \frac{6\pi\omega_1^2}{k_1 c^2} \left\{ \alpha_{11} |A_1|^2 + 2\alpha_{12} |A_2|^2 \right\} A_1(z), \\ \frac{dA_2(z)}{dz} &= i \frac{6\pi\omega_2^2}{k_2 c^2} \left\{ 2\alpha_{21} |A_1|^2 + \alpha_{22} |A_2|^2 \right\} A_2(z).\end{aligned}\quad (1.17)$$

С учетом граничных условий

$$A_1(z=0) = A_{10}, \quad A_2(z=\ell) = A_{20} \quad (1.18)$$

решение системы уравнений (1.17) будем искать в виде

$$A_{1,2}(z) = A_{10,20} \exp\{i\varphi_{1,2}(z)\}. \quad (1.19)$$

Подставив (1.19) в (1.17), получим

$$\begin{aligned}\varphi_1 &= -\frac{6\pi\omega_1^2}{k_1 c^2} \left\{ \alpha_{11} |A_1|^2 + 2\alpha_{12} |A_2|^2 \right\} z, \\ \varphi_2 &= -\frac{6\pi\omega_2^2}{k_2 c^2} \left\{ 2\alpha_{21} |A_1|^2 + \alpha_{22} |A_2|^2 \right\} (\ell - z).\end{aligned}\quad (1.20)$$

Таким образом, волны накачки по мере распространения в нелинейной среде приобретают фазовые набег.

Разложим амплитуды сигнальной и объектной волн по амплитудам плоских волн:

$$A_m(\vec{r}) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} A_m(\vec{k}_m, z) \exp\{-i\vec{k}_m \vec{\rho} - ik_{mz} z\} d\vec{k}_m, \quad m = 3, 4, \quad (1.21)$$

где  $\vec{k}_m \{k_{mx}, k_{my}, k_{mz}\}$  - поперечная и продольная составляющие волнового вектора  $\vec{k}_m$ ,  $A_m(\vec{k}_m, z)$  - фурье-образы комплексных амплитуд сигнальной и объектной волн. Учитывая приближение медленно меняющихся амплитуд и используя соотношение  $k_m^2 + k_{mz}^2 = k_m^2 = \varepsilon\omega^2/c^2$ , из (1.4) с учетом (1.21) получим систему укороченных уравнений для фурье-образов комплексных амплитуд сигнальной и объектной волн:

$$\begin{aligned}\frac{dA_3(\vec{k}_3, z)}{dz} &= -i \frac{12\pi\omega_3^2}{k_{3z} c^2} \left\{ [\alpha_{31} A_{10}^2 + \alpha_{32} A_{20}^2] A_3(\vec{k}_3, z) + \right. \\ &\quad \left. + \beta_3 A_{10} A_{20} A_4^*(\vec{k}_4, z) \exp(i\psi) \right\}, \\ \frac{dA_4(\vec{k}_4, z)}{dz} &= -i \frac{12\pi\omega_4^2}{k_{4z} c^2} \left\{ [\alpha_{41} A_{10}^2 + \alpha_{42} A_{20}^2] A_4(\vec{k}_4, z) + \right. \\ &\quad \left. + \beta_4 A_{10} A_{20} A_3^*(\vec{k}_3, z) \exp(i\psi) \right\},\end{aligned}\quad (1.22)$$

где  $\psi = \varphi_1(z) + \varphi_2(z) - \Delta z$ ,  $\Delta = (\vec{k}_1 + \vec{k}_2 - \vec{k}_3 - \vec{k}_4)_z$  - проекция волновой расстройки на ось  $Z$ . При выводе системы уравнений (1.22) считали, что  $\vec{k}_3 + \vec{k}_4 = 0$ .

В случае малого коэффициента отражения ( $|A_3| \gg |A_4|$ ) слагаемым  $\beta_3 A_{10} A_{20} A_4^* \exp(i\psi)$  в правой части первого уравнения системы уравнений (1.22) можно пренебречь. Тогда с учетом граничных условий

$$A_3(\bar{k}_3, 0) \neq 0, \quad A_4(\bar{k}_4, z = \ell) = 0 \quad (1.23)$$

решение для фурье-образов комплексных амплитуд сигнальной и объектной волн есть

$$\begin{aligned} A_3(\bar{k}_3, z) &= A_3(\bar{k}_3, z = 0) \exp\{i\varphi_3(z)\}, \\ A_4(\bar{k}_4, z) &= -\frac{iK_4}{(Q - \Delta)} A_3(\bar{k}_3, z = 0) \exp(-i\varphi_2(z = 0) + i\varphi_4(z)) \times \\ &\quad \{\exp[i(Q - \Delta)z] - \exp[i(Q - \Delta)\ell]\}. \end{aligned} \quad (1.24)$$

Здесь  $\varphi_m(z) = -\frac{12\pi\omega_m^2}{k_{mz}c^2} [\alpha_{m1}A_{10}^2 + \alpha_{m2}A_{20}^2]z$ ,  $m=3, 4$ ,

$$\begin{aligned} Q &= -\frac{6\pi^2}{c^2} \left\{ A_{10}^2 \left[ \frac{\omega_1^2}{k_1} \alpha_{11} - \frac{2\omega_2^2}{k_2} \alpha_{21} - \frac{2\omega_3^2}{k_3} \alpha_{31} + \frac{2\omega_4^2}{k_4} \alpha_{41} \right] + A_{20}^2 \left[ \frac{2\omega_1^2}{k_1} \alpha_{12} - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \frac{\omega_2^2}{k_2} \alpha_{22} - \frac{2\omega_3^2}{k_3} \alpha_{32} + \frac{2\omega_4^2}{k_4} \alpha_{42} \right] \right\} - \text{параметр, учитывающий самовоздействие} \end{aligned}$$

волн накачки. При  $\omega_j = \omega$  и  $\alpha_{jm} = \tilde{\alpha}$  параметр  $Q = -\frac{6\pi\omega^2}{kc^2} \tilde{\alpha}(A_{20}^2 - A_{10}^2)$ .

Связь фурье-образов комплексных амплитуд объектной и сигнальной волн на передней грани нелинейного слоя имеет вид

$$\begin{aligned} A_4(\bar{k}_4, z = 0) &= ig_4 \ell A_{10} A_{20} A_3^*(\bar{k}_3, z = 0) \times \\ &\quad \times \exp\left\{-i\frac{\ell(Q - \Delta)}{2}\right\} \text{sinc}\left\{\frac{\ell(Q - \Delta)}{2}\right\}. \end{aligned} \quad (1.25)$$

Здесь  $g_4 = \frac{12\pi\omega_4^2 \bar{e}_4 \chi^{(3)} \bar{e}_1 \bar{e}_2 \bar{e}_3}{k_4 c^2}$  - коэффициент нелинейной связи. При записи выражения для  $Q$  и  $g_4$  предполагалось, что в параксиальном приближении ( $k_j/k_j \ll 1$ )  $k_{jz}$  можно заменить на  $k_j$ .

Пусть на расстоянии  $z_3$  от передней грани нелинейного слоя (плоскость фокусировки сигнальной волны) расположен точечный источник  $A_3(\bar{\rho}, z_3) = \delta(\bar{\rho} - \bar{\rho}_0)$ . Амплитуду объектной волны будем рассматривать на расстоянии  $z_4$  от передней грани нелинейного слоя (плоскость фокусировки объектной волны). В параксиальном приближении ( $k_x = k$ ,  $-\frac{\bar{k}_j^2}{2k_j}$ ) фурье-образы комплексных амплитуд сигнальной и объектной волн в плоско-

сти  $z=0$  связаны с соответствующими амплитудами в плоскостях  $z_3$  и  $z_4$  с точностью до постоянного множителя следующими соотношениями

$$A_3(\bar{k}_3, 0) = A_3(\bar{k}_3, z_3) \exp\left(i \frac{\bar{k}_3^2}{2k_3} z_3\right), \quad (1.26)$$

$$A_4(\bar{k}_4, z_4) = A_4(\bar{k}_4, 0) \exp\left(i \frac{\bar{k}_4^2}{2k_4} z_4\right).$$

Расстояния  $z_3$  и  $z_4$  считаются положительными величинами.

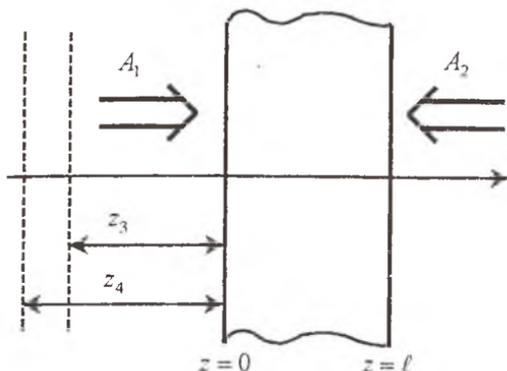


Рис. 1.4. Четырехволновой преобразователь излучения со встречными волнами накачки

Четырехволновым преобразователем излучения назовем оптическую систему, состоящую из нелинейной среды, в которой распространяются две волны накачки, и двух участков свободного пространства (рис. 1.4). С учетом, что  $A_3(\bar{k}_3, z_3) = \exp(i\bar{k}_3 \bar{\rho}_0)$ , подставив (1.26) в (1.25) и взяв фурье-образ от правой и левой частей уравнения, получим выражение для функции размытия точки четырехволнового преобразователя излу-

чения вида

$$\Gamma(\bar{\rho}, \bar{\rho}_0, z_3, z_4) = i g_4' \ell A_{10} A_{20} \int_{-\infty}^{\infty} d\bar{k}_4 \operatorname{sinc}\left\{\frac{(\Delta - Q)\ell}{2}\right\} \times \exp\left\{-i\bar{k}_4(\bar{\rho} - \bar{\rho}_0)\right\} \exp\left\{i \frac{\bar{k}_4^2}{2} \left(\frac{z_4}{k_4} - \frac{z_3}{k_3}\right)\right\} \exp\left\{-i \frac{(\Delta - Q)\ell}{2}\right\} \quad (1.27)$$

где  $g_4' = g_4(2\pi)^{-2}$ .

Функция размытия точки (1.27) полностью описывает четырехволновой преобразователь излучения в среде с керровской нелинейностью при учете самовоздействия плоских волн накачки, распространяющихся строго вдоль оси  $Z$ .

### 1.3.2. Учет пространственной структуры волн накачки

Рассмотрим систему уравнений (1.4), пренебрегая изменением показателя преломления за счет эффектов самовоздействия волн накачки ( $\varepsilon \gg 24\pi\alpha_y(|A_1|^2 + |A_2|^2)$ ) и считая, что коэффициент преобразования в вол-

ну с обращенным волновым фронтом мал. В этом случае система уравнений (1.4) примет вид

$$\begin{aligned}\nabla^2 A_j + \frac{\varepsilon \omega_j^2}{c^2} A_j &= 0, \quad j=1 \div 3, \\ \nabla^2 A_4 + \frac{\varepsilon \omega_4^2}{c^2} A_4 &= -\frac{24\pi\omega_4^2}{c^2} \beta_4 A_1 A_2 A_3^*.\end{aligned}\quad (1.28)$$

Пусть известны комплексные амплитуды (а значит и их фурье-образы) волн накачки и сигнальной волны на передней грани нелинейного слоя. Разложим по плоским волнам не только сигнальную и объектную волны (выражение 1.21), но и волны накачки

$$A_j(\vec{r}) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} A_j(\vec{k}_j, z) \exp\{-i\vec{k}_j \cdot \vec{\rho} - ik_{jz} z\} d\vec{k}_j, \quad j=1,2. \quad (1.29)$$

Подставив (1.21) и (1.29) в (1.28), в параксиальном приближении с точностью до постоянного множителя имеем

$$\begin{aligned}A_{1,3}(\vec{k}_{1,3}, z) &= A_{1,3}(\vec{k}_{1,3}, z=0) \exp\left(i \frac{\vec{k}_{1,3}^2}{2k_{1,3}} z\right), \\ A_2(\vec{k}_2, z) &= A_2(\vec{k}_2, z=0) \exp\left(-i \frac{\vec{k}_2^2}{2k_2} z\right), \\ \frac{dA_4(\vec{k}_4, z)}{dz} &= i \frac{12\pi\omega_4^2}{c^2 k_4 (2\pi)^4} \beta_4 \int_{-\infty}^{\infty} A_1(\vec{k}_1, z=0) A_2(\vec{k}_2, z=0) \times \\ &\times A_3(\vec{k}_1 + \vec{k}_2 - \vec{k}_4, z=0) \exp(-i\Delta z) d\vec{k}_1 d\vec{k}_2.\end{aligned}\quad (1.30)$$

При выводе последнего уравнения в (1.30) считали, что проекция волновой расстройки на оси X и Y равна нулю

$$\vec{k}_1 + \vec{k}_2 - \vec{k}_3 - \vec{k}_4 = 0.$$

Учитывая граничные условия (1.23), найдем связь пространственных спектров комплексных амплитуд объектной и сигнальной волн на передней грани нелинейного слоя

$$\begin{aligned}A_4(\vec{k}_4, z=0) &= ig'_4 (2\pi)^{-2} \int_0^z \int_{-\infty}^{\infty} A_1(\vec{k}_1, z=0) A_2(\vec{k}_2, z=0) \times \\ &\times A_3^*(\vec{k}_1 + \vec{k}_2 - \vec{k}_4, z=0) \exp\{-i\Delta z\} d\vec{k}_1 d\vec{k}_2.\end{aligned}\quad (1.31)$$

В параксиальном приближении при квазиколлинеарной геометрии взаимодействия проекция волновой расстройки на ось Z имеет вид:

при квазивырожденном четырехволновом взаимодействии ( $\omega_1 + \omega_2 - \omega_1 = \omega_2$ )

$$\Delta = \frac{\kappa_4^2}{2} \left( \frac{1}{k_1} - \frac{1}{k_2} \right) - \frac{\vec{k}_4 \cdot (\vec{k}_1 + \vec{k}_2) - \vec{k}_1 \vec{k}_2}{k_1} + \frac{\kappa_2^2}{2} \left( \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \right), \quad (1.32)$$

при вырожденном четырехволновом взаимодействии ( $\omega + \omega - \omega = \omega$ )

$$\Delta = \frac{(\bar{\kappa}_1 + \bar{\kappa}_2)(\bar{\kappa}_2 - \bar{\kappa}_4)}{k} \quad (1.33)$$

Если комплексные амплитуды волн накачки заданы в плоскости  $z=0$ , из (1.31) получим выражение для функции размытия точки в виде

$$\begin{aligned} \Gamma(\bar{\rho}, \bar{\rho}_0, z_3, z_4) = & ig_4' \int_0^l dz \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} d\bar{\kappa}_4 d\bar{\kappa}_1 d\bar{\kappa}_2 A_1(\bar{\kappa}_1, z=0) A_2(\bar{\kappa}_2, z=0) \times \\ & \times \exp \left\{ -i\bar{\kappa}_4 \bar{\rho} - i(\bar{\kappa}_1 + \bar{\kappa}_2 - \bar{\kappa}_4) \bar{\rho}_0 - i \frac{(\bar{\kappa}_1 + \bar{\kappa}_2 - \bar{\kappa}_4)^2}{2k_3} z_3 + \right. \\ & \left. + i \frac{\kappa_4^2}{2k_4} z_4 \right\} \exp \{-i\Delta z\}. \end{aligned} \quad (1.34)$$

Для вырожденного четырехволнового преобразователя излучения из (1.34) с учетом (1.33) общее выражение для ФРТ можно записать в виде при  $z_3 \neq z_4$

$$\begin{aligned} \Gamma(\bar{\rho}, \bar{\rho}_0, z_3, z_4) = & \frac{i2\pi k g_4'}{|z_3 - z_4|} \int_0^l dz \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} d\bar{\kappa}_1 d\bar{\kappa}_2 A_1(\bar{\kappa}_1, z=0) A_2(\bar{\kappa}_2, z=0) \times \\ & \times \exp \left\{ -i \frac{(\bar{\kappa}_1 + \bar{\kappa}_2)^2}{2k} z_2 - i \frac{(\bar{\kappa}_1 + \bar{\kappa}_2) \bar{\kappa}_2}{k} z + \right. \\ & \left. + i \frac{\left[ \bar{\rho} - \bar{\rho}_0 - \frac{(\bar{\kappa}_1 + \bar{\kappa}_2)(z + z_3)}{k} \right]^2}{2(z_3 - z_4)} \right\} k \exp[-i(\bar{\kappa}_1 + \bar{\kappa}_2) \bar{\rho}_0], \end{aligned} \quad (1.35)$$

при  $z_3 = z_4$

$$\begin{aligned} \Gamma(\bar{\rho}, \bar{\rho}_0, z_3) = & ig_4 k^2 \int_0^l \frac{dz}{(z + z_3)^2} \int_{-\infty}^{\infty} d\bar{\kappa}_2 A_1 \left( \bar{\kappa}_1 = \frac{k(\bar{\rho} - \bar{\rho}_0)}{z + z_3} - \bar{\kappa}_2, z=0 \right) \\ & A_2(\bar{\kappa}_2, z=0) \exp \left\{ -i \frac{k\bar{\rho}_0(\bar{\rho} - \bar{\rho}_0)}{z + z_3} - i \frac{kz_3(\bar{\rho} - \bar{\rho}_0)^2}{2(z + z_3)^2} - i \frac{z\bar{\kappa}_2(\bar{\rho} - \bar{\rho}_0)}{z + z_3} \right\}. \end{aligned} \quad (1.36)$$

При вычислении вида ФРТ иногда удобнее использовать не пространственные спектры амплитуд волн накачки, а сами комплексные амплитуды волн накачки. В этом случае, например, выражение для функции размытия точки, расположенной в центре поля зрения вырожденного четырехволнового преобразователя излучения, есть

$$\Gamma(\bar{\rho}, \bar{\rho}_0 = 0, z_3, z_4) = \frac{16g_4 k^2}{|z_3 - z_4|} \int_0^l z^{-2} dz \int_{-\infty-\infty}^{\infty} d\bar{\rho}_1 d\bar{\rho}_2 A_1(\bar{\rho}_1, z=0) A_2(\bar{\rho}_2, z=0) \times$$

$$\times \exp \left\{ i \frac{\rho^2 k}{2(z_3 - z_4)} - i \frac{k(\bar{\rho}_1 - \bar{\rho}_2)^2}{2z^2} \left[ z_3 - \frac{(z + z_3)^2}{z_3 - z_4} \right] + i \frac{k(\bar{\rho}_2 - \bar{\rho}_1)}{z} \left[ \bar{\rho}_1 - \bar{\rho} \frac{z + z_3}{z_3 - z_4} \right] \right\}. \quad (1.37)$$

#### 1.4. Влияние пространственной структуры гауссовой волны накачки на разрешающую способность четырехволнового преобразователя излучения

Рассмотрим наиболее часто реализуемый на практике случай гауссовых волн накачки. Для упрощения дальнейшего анализа пусть амплитуда первой волны накачки изменяется по гауссову закону, а вторая является плоской волной, распространяющейся вдоль оси  $Z$ .

$$A_1(\bar{\rho}, z) = \frac{a_0}{a} \exp \left\{ -ik_1 z - \rho^2 \left( \frac{1}{a^2} - i \frac{k}{2R} \right) \right\}, \quad (1.38)$$

$$A_2(\bar{\rho}, z) = \exp \{ ik_2 z \},$$

где  $a^2 = a_0^2 \left( 1 + \frac{z_1^2}{R_g^2} \right)$ ,  $R = z_1 \left( 1 + \frac{R_g^2}{z_1^2} \right)$ ,  $a_0$  - перетяжка гауссова пучка,

$R_g = \frac{ka_0^2}{2}$ ,  $z_1$  - расстояние от перетяжки до передней грани нелинейного слоя.

Тогда после подстановки (1.38) в (1.37) выражение для функции размытия точки, расположенной в центре поля зрения ( $\bar{\rho}_0 = 0$ ), с точностью до постоянного множителя примет вид

$$\Gamma(\rho, z_3, z_4) = \int_0^l \frac{dz}{\sqrt{\Theta \Theta^*}} \exp \left\{ -\frac{k\rho^2}{2\Theta} \left[ (z_3 - z_1) - iR_g \right] \right\} \times$$

$$\times \exp \left\{ -i \frac{1}{2} \arctg \left( \frac{(z_3 - z_1)(z_3 - z_4) - (z + z_3)^2}{R_g(z_3 - z_4)} \right) \right\}. \quad (1.39)$$

Здесь  $\Theta = R_g(z_3 - z_4) + i \left[ (z_3 - z_4)(z_3 - z_1) - (z + z_3)^2 \right]$ .

Численный анализ выражения (1.39) показывает, что модуль функции размытия точки спадает с ростом поперечной координаты (рис. 1.5). Причем для фиксированной плоскости фокусировки сигнальной волны  $z_3$  существует плоскость фокусировки объектной волны, в которой ширина модуля функции размытия точки минимальна, а изменение фазы на ширине модуля ФРТ незначительно. Эта плоскость называется плоскостью оптимальной фокусировки ( $z_{4opt}$ ).

### 1.4.1. Поперечная разрешающая способность

Поперечную разрешающую способность четырехволнового параметрического преобразователя излучения будем характеризовать шириной модуля ФРТ ( $\Delta\rho$ ) на уровне 0.5 от максимального значения в плоскости оптимальной фокусировки. На рис. 1.6 приведены характерные графики зависимости положения  $z_{4opt}$  от положения плоскости фокусировки сигнальной волны  $z_3$ , полученные при анализе (1.39).

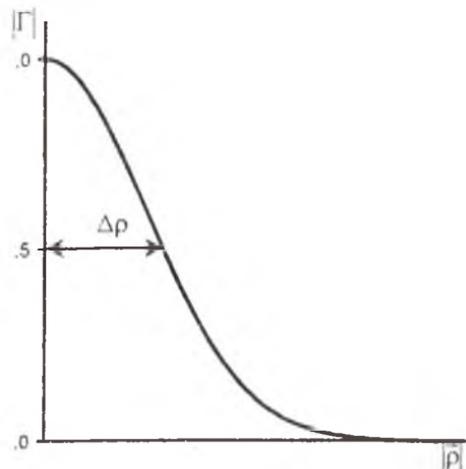


Рис. 1.5. Вид модуля функции размытия точки

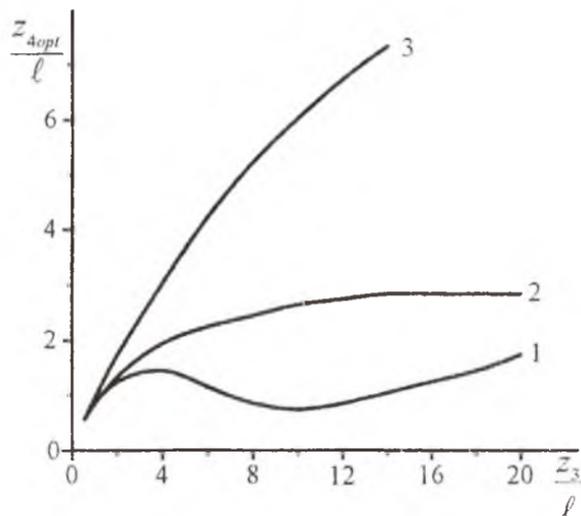


Рис. 1.6. Зависимость положения плоскости оптимальной фокусировки от положения плоскости фокусировки сигнальной волны при  $\ell = 0.3R_g$ ,

$$z_1/R_g = 0 \text{ (1), } 1 \text{ (2), } 5 \text{ (3)}$$

При  $\ell \ll R_g$  вблизи передней грани нелинейного слоя значение  $z_{4opt}$  слабо отличается от  $z_3$ . Дальнейшее удаление плоскости  $z_3$  от передней грани нелинейного слоя приводит к увеличению отстройки плоскости  $z_{4opt}$  от плоскости  $z_3$ , причем величина этой отстройки уменьшается как с ростом расстояния от перетяжки гауссова пучка накачки до нелинейного слоя, так и с увеличением его конфокального параметра. В случае, когда размер нелинейного слоя сравним с  $R_g$  и перетяжка гауссова пучка расположена внутри этого слоя, наблюдается неоднозначная связь между  $z_{4opt}$  и  $z_3$  (кривая 1, рис. 1.6), при которой вблизи нелинейного слоя несколькими значениями  $z_3$  соответству-

ет одно и то же значение  $z_{4opt}$ .

Ширина модуля ФРТ в плоскости оптимальной фокусировки (рис 1.7) увеличивается по мере удаления плоскости  $z_3$  от передней грани нелинейного слоя, причем скорость роста  $\Delta\rho$  уменьшается с увеличением  $z_3$ . Зависимость ширины модуля ФРТ в плоскости  $z_{4opt}$  от  $z_3$  вблизи нелинейного слоя близка к линейной, а при  $z_3 \rightarrow \infty$  значение  $\Delta\rho$  стремится к некоторой постоянной величине. При удалении перетяжки гауссова пучка от передней грани нелинейного слоя коэффициент пропорциональности между  $\Delta\rho$

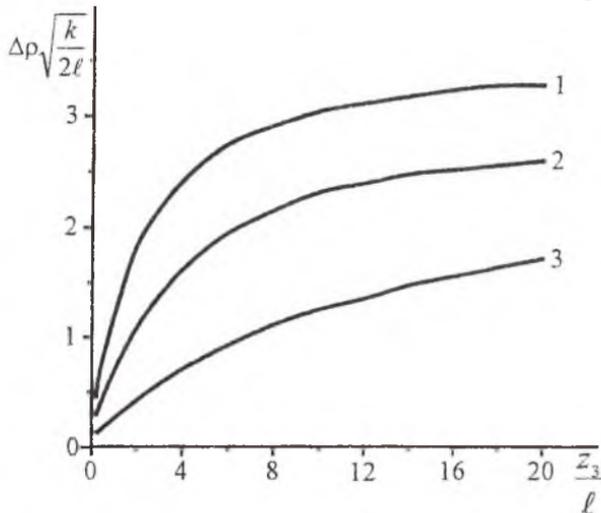


Рис. 1.7. Зависимость ширины функции размытия точки в плоскости оптимальной фокусировки от положения плоскости фокусировки сигнальной волны при  $\ell = 0.3R_g$ ,  $z_1/R_g = 0$  (1), 1 (2), 5 (3)

и  $z_3$  вблизи нелинейного слоя уменьшается, также уменьшается и постоянное значение  $\Delta\rho$  при  $z_3 \rightarrow \infty$ .

Для объяснения полученных зависимостей  $\Delta\rho$  и  $z_{4opt}$  от положения плоскости фокусировки сигнальной волны воспользуемся моделью плоской "ОВФ диафрагмы", т.е. будем считать, что нелинейную среду, в которой распространяются волны накачки, можно заменить плоской "диафрагмой"

с коэффициентом отражения  $\exp\left(-\frac{\rho^2}{a_d^2} - i\frac{k\rho^2}{2R_d}\right)$ . Параметры  $a_d$  и  $R_d$

определяют амплитудные и фазовые искажения, вносимые "ОВФ-диафрагмой" в объектную волну. Если амплитуда поля сигнальной волны в плоскости диафрагмы  $A_3(\bar{\rho})$ , то амплитуда поля объектной волны

$$A_4(\bar{\rho}) = A_3^*(\bar{\rho}) \exp\left(-\frac{\rho^2}{a_d^2} - i\frac{k\rho^2}{2R_d}\right).$$

Функция размытия точки, расположенной в центре поля зрения оптической системы, состоящей из участка свободного пространства толщиной

$z_3$ , плоской "ОВФ диафрагмы" и участка свободного пространства толщиной  $z_4$ , с точностью до постоянного множителя есть

$$\Gamma^d(\bar{\rho}, \bar{\rho} = 0, z_3, z_4) = \exp \left\{ -\frac{k\rho^2}{2z_4} \left[ i + \frac{1-iA}{1+A^2} \left( \frac{ka_d^2}{2z_4} \right) \right] \right\}, \quad (1.40)$$

где  $A = \frac{ka_d^2}{2} \left( \frac{1}{z_4} - \frac{1}{z_3} + \frac{1}{R_d} \right)$ .

Из (1.40) следует, что положение плоскости  $z_{4opt}^d$ , в которой ширина модуля ФРТ минимальна, и значение  $\Delta\rho^d$  в этой плоскости определяется выражениями вида

$$z_{4opt}^d = \left( \frac{1}{z_3} - \frac{1}{R_d} \right) \left[ \left( \frac{2}{ka_d^2} \right)^2 + \left( \frac{1}{z_3} - \frac{1}{R_d} \right)^2 \right]^{-1}, \quad (1.41)$$

$$\Delta\rho^d = \frac{3,3}{ka_d} \left[ \left( \frac{2}{ka_d^2} \right)^2 + \left( \frac{1}{z_3} - \frac{1}{R_d} \right)^2 \right]^{-\frac{1}{2}}. \quad (1.42)$$

Четырехволновой параметрический преобразователь излучения действует на падающее излучение подобно "объемной диафрагме", поэтому значения  $z_{4opt}$  и  $\Delta\rho$  расположены между  $z_{4opt}^{d1}$  и  $z_{4opt}^{d2}$ ,  $\Delta\rho^{d1}$  и  $\Delta\rho^{d2}$ . Здесь  $z_{4opt}^{dm}$  и  $\Delta\rho^{dm}$  - положение плоскости оптимальной фокусировки объектной волны и значения ширины модуля ФРТ в ней при условии, что "ОВФ-диафрагма" совпадает с передней ( $m=1$ ) или задней ( $m=2$ ) гранями нелинейного слоя.

Анализ выражений (1.41) и (1.42) показывает, что при  $z_3 \ll R_d, ka_d^2/2$  положение плоскости оптимальной фокусировки и ширина модуля ФРТ в этой плоскости связаны с  $z_3$  следующими соотношениями:

$$z_{4opt}^d = z_3, \quad \Delta\rho^d \approx \frac{3,3}{ka_d} z_3. \quad (1.43)$$

При  $z_3 \gg R_d, ka_d^2/2$  имеем

$$z_{4opt}^d = -R_d \left[ 1 + \left( \frac{2R_d}{ka_d^2} \right)^2 \right]^{-1}, \quad \Delta\rho^d \approx 1,65a_d \left[ 1 + \left( \frac{ka_d^2}{2R_d} \right)^2 \right]^{-\frac{1}{2}}. \quad (1.44)$$

Характер зависимостей  $\Delta\rho$  и  $z_{4opt}$  от положения плоскости  $z_3$  при  $z_3 \rightarrow 0$  и  $z_3 \rightarrow \infty$ , рассчитанный с использованием (1.43) и (1.44), совпадает с аналогичными зависимостями, изображенными на рис. 1.6 и 1.7. В частности, выражения (1.43) и (1.44) позволяют оценить, как в двух предель-

ных случаях меняется поперечное разрешение четырехволнового параметрического преобразователя излучения в зависимости от положения и величины перетяжки гауссова пучка накачки.

#### 1.4.2. Продольная разрешающая способность

Наряду с поперечной разрешающей способностью четырехволнового параметрического преобразователя излучения введем понятие продольной разрешающей способности. Продольную разрешающую способность в плоскости  $z_3$  будем характеризовать отрезком прямой  $\Delta z$  вдоль оси  $Z$ , на концах которого полуширина функции размытия точки в 2 раза больше

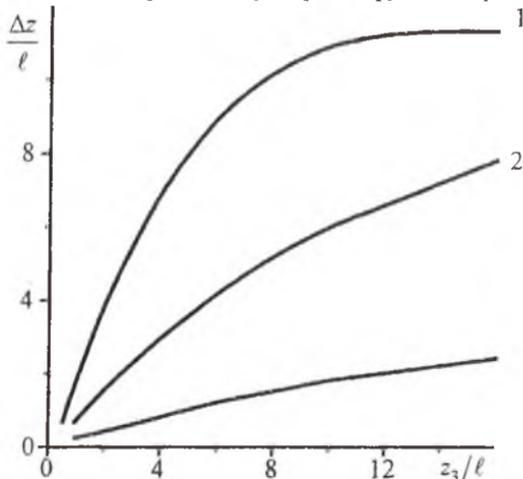


Рис. 1.8. Зависимость продольного разрешения от положения плоскости фокусировки сигнальной волны при  $\ell = 0.3R_g$ ,  $p = 0$  (1),

1 (2), 5 (3)

1 полуширины ФРТ в плоскости оптимальной фокусировки.

На рис. 1.8 при  $\ell = 0.3R_g$  приведены характерные графики зависимости  $\Delta z$  от положения плоскости фокусировки сигнальной волны относительно передней грани нелинейного слоя. Анализ графиков, приведенных на рис. 1.6 и 1.7, показывает, что характер зависимостей продольной и поперечной разрешающей способности от положения плоскости  $z_3$  совпадает. Причем отношение продольной к квадрату поперечной разрешающей способности слабо зависит

как от параметров гауссовой волны накачки, так и от положения плоскости фокусировки сигнальной волны

$$\frac{2}{k} \frac{\Delta z}{(\Delta \rho)^2} \cong 1.25.$$

#### 1.4.3. Фокусировка сигнальной и объектной волн внутрь нелинейной среды

Численный анализ выражения для функции размытия точки при  $z_3 = z_4$  показывает, что по мере приближения плоскости фокусировки сигнальной волны к передней грани нелинейного слоя возрастает количество энергии, сосредоточенное в «хвостах» ФРТ, что приводит к завышению величины

разрешающей способности четырехволнового преобразователя излучения, рассчитанной по полуширине модуля ФРТ. При фокусировке плоскости сигнальной и объектной волн внутрь нелинейной среды при расчете ФРТ возникает неопределенность типа  $\infty$ , что также не позволяет оценить точность преобразования изображения в этом случае по зависимости модуля функции размытия точки от поперечной координаты. Для оценки разрешающей способности четырехволнового преобразователя излучения в указанных выше случаях воспользуемся амплитудным критерием

$$\int_0^{\Delta\rho_1} |\Gamma(\bar{\rho}, z_3 = z_4)| \rho d\rho = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} |\Gamma(\bar{\rho}, z_3 = z_4)| \rho d\rho. \quad (1.45)$$

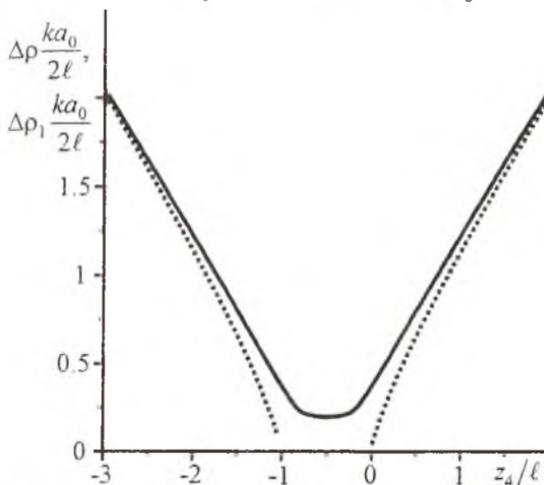


Рис. 1.9. Зависимость полуширины ФРТ от положения плоскости фокусировки объектной волны

На рис. 1.9 приведена зависимость полуширины ФРТ, рассчитанная с использованием выражения (1.45) ( $\Delta\rho_1$  - сплошная кривая). На этом же рисунке штриховой линией изображена зависимость полуширины ФРТ, рассчитанная по зависимости модуля ФРТ от поперечной координаты. Минимальное значение полуширины функции размытия точки наблюдается при фокусировке сигнальной и предметной плоскостей в центр нелинейного слоя. Если перетяжка гауссова

пучка первой волны накачки находится на передней грани нелинейного слоя и  $\ell \ll R_g$ , значение полуширины ФРТ при расположении плоскостей фокусировки сигнальной и объектной волн в центре нелинейного слоя есть

$$\Delta\rho_1 \cong 0.4 \frac{\ell}{ka_0}. \quad (1.46)$$

При  $z_3 > \ell$  характер изменения полуширины ФРТ в зависимости от положения плоскостей фокусировки сигнальной и объектной волн, полученный с использованием как выражения (1.45), так и выражения (1.39), совпадает.

### 1.5. Качество обращения волнового фронта четырехволновым преобразователем излучения с поворотом

Интерес к изучению качества ОВФ четырехволновым преобразователем излучения с поворотом одной из волн накачки обусловлен задачей наведения излучения на движущуюся мишень.

Пусть волны накачки являются плоскими и распространяются под углом к оси  $Z$ :

$$A_1(\bar{k}_1, z=0) = A_{10}(2\pi)^2 \delta(\bar{k}_1 - \bar{k}_{10}),$$

$$A_2(\bar{k}_2, z=0) = A_{20}(2\pi)^2 \delta(\bar{k}_2 - \bar{k}_{20}).$$

Векторы  $\bar{k}_{10}$  и  $\bar{k}_{20}$  задают направление распространения волн накачки относительно оси  $Z$ .

Если плоскости фокусировки сигнальной и объектной волн совпадают ( $z_3 = z_4$ ), то без учета самовоздействия волн накачки из (1.36) получим выражение для ФРТ

$$\Gamma(\bar{\rho}_0, \bar{\rho}, z_3) = \begin{cases} ig_4 A_{10} A_{20} \frac{k}{\kappa_{10x} + \kappa_{20x}} \exp\{-i(\bar{k}_{10} + \bar{k}_{20})\bar{\rho}_0 + \\ + i \frac{z_3}{2k} (\bar{k}_{10} + \bar{k}_{20})^2\} \exp\left\{-i \frac{(\bar{k}_{10} + \bar{k}_{20})\bar{k}_{20}}{k} \times \right. \\ \left. \times \left[ \frac{k(x-x_0)}{\kappa_{10x} + \kappa_{20x}} - z_3 \right] \right\} \delta\left\{ (y-y_0) - \frac{\kappa_{10y} + \kappa_{20y}}{\kappa_{10x} + \kappa_{20x}} (x-x_0) \right\}, & (1.47) \\ \text{при } \frac{z_3}{k} (\kappa_{10x} + \kappa_{20x}) \leq x - x_0 \leq \frac{z_3 + \ell}{k} (\kappa_{10x} + \kappa_{20x}) \\ 0, \text{ при } x - x_0 < \frac{z_3}{k} (\kappa_{10x} + \kappa_{20x}), x - x_0 > \frac{z_3 + \ell}{k} (\kappa_{10x} + \kappa_{20x}) \end{cases}$$

Поворот волновых векторов  $\bar{k}_1$  и  $\bar{k}_2$  относительно оси  $Z$  приводит к смещению изображения точечного источника в поперечном направлении на величину  $\left(z_3 + \frac{\ell}{2}\right) \frac{|\bar{k}_{10} + \bar{k}_{20}|}{k}$ . Изображение точечного источника размы-

вается в отрезок прямой размером  $\Delta\rho = \frac{\ell}{k} |\bar{k}_{10} + \bar{k}_{20}|$ , расположенный под

углом  $\psi = \arctg \frac{\kappa_{10x} + \kappa_{20x}}{\kappa_{10y} + \kappa_{20y}}$  к оси  $Y$ . При плоских волнах накачки поворот

волнового вектора  $\bar{k}_1$  относительно волнового вектора  $\bar{k}_2$  приводит к нарушению однородности фазы ФРТ четырехволнового преобразователя излучения за счет появления постоянной фазовой добавки  $\bar{\rho}_0(\bar{k}_{10} + \bar{k}_{20})$ .

### 1.6. Четырехволновое преобразование излучения в нелинейной среде с поперечной неоднородностью

До сих пор четырехволновое взаимодействие рассматривалось при условии, что нелинейная среда является оптически однородной, т.е.  $\epsilon = \text{const}$ . Однако реальные нелинейные среды являются, как правило, оптически неоднородными. Это обусловлено либо физическими процессами, происходящими в таких средах (например, флуктуации плотности в газах), либо технологией изготовления таких сред. Поэтому представляет интерес изучение четырехволнового взаимодействия в оптически неоднородных средах.

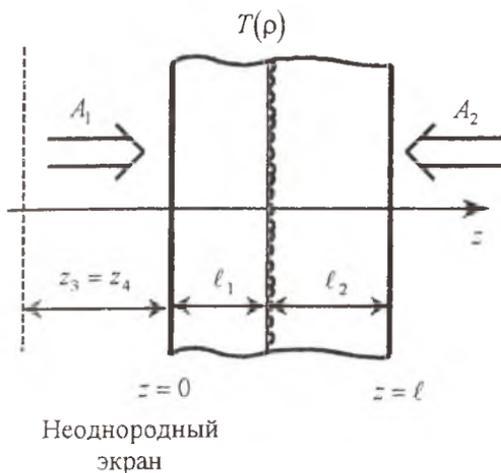


Рис. 1.10. Модель неоднородной нелинейной среды

Рассмотрим простую модель неоднородной нелинейной среды, состоящей из двух однородных слоев толщиной  $l_1$  и  $l_2$  ( $l_1 + l_2 = l$ ), между которыми перпендикулярно оси  $Z$  расположен неоднородный экран с коэффициентом пропускания  $T(\bar{\rho})$  (рис. 1.10). Функция размытия точки четырехволнового преобразователя излучения в приближении малого коэффициента отражения представляет собой сумму функций размытия точки двух четырехволновых преобразователей излучения от двух нелинейных слоев:

$$\Gamma(\bar{\rho}, \bar{\rho}_0, z_3, z_4) = \Gamma_1(\bar{\rho}, \bar{\rho}_0, z_3, z_4) + \Gamma_2(\bar{\rho}, \bar{\rho}_0, z_3, z_4). \quad (1.48)$$

Пусть волны накачки, падающие на нелинейную неоднородную среду, плоские и распространяются вдоль оси  $Z$ . При  $z_3 = z_4$  найдем функции размытия точки, расположенной в центре поля зрения, первого и второго четырехволновых преобразователей излучения.

#### Первый слой

В первом нелинейном слое размытие изображения точки связано с искажением поперечной неоднородностью структуры волны накачки  $A_2$ . Амплитуда второй волны накачки в плоскости  $z = l_1$  есть  $A_2(\bar{\rho}, z = l_1) = A_{20}T(\bar{\rho})$ . Соответственно фурье-образы амплитуд первой и второй волн накачки в плоскости  $z=0$  могут быть записаны следующим образом:

$$\begin{aligned}
 A_1(\bar{\kappa}_1, z=0) &= A_{10}(2\pi)^2 \delta(\bar{\kappa}_1), \\
 A_2(\bar{\kappa}_2, z=0) &= A_{20}T(\bar{\kappa}_2) \exp\left\{i \frac{\bar{\kappa}_2^2}{2k_2} l_1\right\}.
 \end{aligned}
 \tag{1.49}$$

Здесь  $\tilde{T}(\bar{\kappa}) = \int_{-\infty}^{\infty} T(\bar{\rho}) \exp(i\bar{\kappa}\bar{\rho}) d\bar{\rho}$  - фурье-образ коэффициента пропускания неоднородного экрана. Подставив (1.49) в формулу (1.36), получим выражение для ФРТ в центре поля зрения первого четырехволнового преобразователя излучения:

$$\begin{aligned}
 \Gamma_1(\bar{\rho}, z_3 = z_4) &= ig_4' k^2 A_{10} A_{20} \int_0^{\ell_1} \frac{dz}{(z+z_3)^2} \tilde{T}\left(\bar{\kappa} = \frac{k\bar{\rho}}{z+z_3}\right) \times \\
 &\times \exp\left\{-i(z_3+2z) \frac{k\rho^2}{2(z+z_3)^2}\right\}.
 \end{aligned}
 \tag{1.50}$$

### Второй слой

Во втором нелинейном слое размытие изображения точки происходит как за счет искажения неоднородностью волны накачки  $A_1$ , так и из-за искажения ею сигнальной волны. Причем из-за неидеальности обращения волнового фронта сигнального излучения при прохождении объектной волны через фазовую неоднородность происходит лишь частичная компенсация внесенных в сигнальную волну искажений.

Амплитуды первой волны накачки и сигнальной волны за неоднородным экраном в плоскости  $z = \ell_1$  есть  $A_1(\bar{\rho}, z = \ell_1) = A_{10}T(\bar{\rho})$ ,  $A_3(\bar{\rho}, z = \ell_1) = \frac{2\pi k}{(z_3 + \ell_1)} T(\bar{\rho}) \exp\left\{-i \frac{k\rho^2}{2(z_3 + \ell_1)}\right\}$ . Соответственно фурье-образы амплитуд волн накачки и сигнальной волны в этой плоскости могут быть записаны следующим образом:

$$\begin{aligned}
 A_1(\bar{\kappa}_1, z = \ell_1) &= A_{10}\tilde{T}(\bar{\kappa}_1), \\
 A_2(\bar{\kappa}_2, z = \ell_1) &= A_{20}(2\pi)^2 \delta(\bar{\kappa}_2), \\
 A_3(\bar{\kappa}_3, z = \ell_1) &= \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{T}(\bar{\kappa}) \exp\left\{i \frac{(\bar{\kappa} - \bar{\kappa}_3)^2}{2k} (z_3 + \ell_1)\right\} d\bar{\kappa}.
 \end{aligned}
 \tag{1.51}$$

Подставив (1.51) в выражение для фурье-образа амплитуды объектной волны на выходе из нелинейной среды (1.31) с учетом выражения для проекции волновой расстройки на ось  $Z$  (1.33), получим

$$A_4(\bar{\kappa}_4, z = \ell_1) = ig'_4 A_{10} A_{20} \int_0^{\ell_2} dz \int_{-\infty}^{\infty} d\bar{\kappa}_1 d\bar{\kappa}_1^* \bar{T}(\bar{\kappa}) \bar{T}^*(\bar{\kappa}_1) \exp\left\{i \frac{\bar{\kappa}_1 \bar{\kappa}_4}{k} z\right\} \times \\ \times \exp\left\{i \frac{(\bar{\kappa} - \bar{\kappa}_1 - \bar{\kappa}_4)^2}{2k} (z_3 + \ell_1)\right\}. \quad (1.52)$$

Осуществив обратное преобразование Фурье от (1.52) и умножив полученное выражение на коэффициент пропускания неоднородного экрана, получим выражение для амплитуды объектного поля за неоднородным экраном:  $A_4(\bar{\rho}, z = \ell_1) T(\bar{\rho})$ . Затем, используя хорошо известное соотношение, устанавливающее связь амплитуд полей в двух плоскостях, расположенных перпендикулярно направлению распространения волны:

$$A_4(\bar{\rho}, z_3) = \frac{2\pi k}{(z_3 + \ell_1)} \int_{-\infty}^{\infty} A_4(\bar{\rho}_1, z = \ell_1) T(\bar{\rho}_1) \exp\left\{-i \frac{(\bar{\rho} - \bar{\rho}_1)^2}{2(z_3 + \ell_1)} k\right\} d\bar{\rho}_1,$$

получим выражение для ФРТ второго четырехволнового преобразователя излучения:

$$\Gamma_2(\bar{\rho}, z_3 = z_4) = \frac{ig'_4 k^2}{(\ell_1 + z_3)^2} \int_0^{\ell_2} dz \int d\bar{\kappa} d\bar{\rho}_1 \bar{T}(\bar{\kappa}) T(\bar{\rho}_1) \bar{T}^*\left(\bar{\rho}_1 - \frac{\bar{\kappa}}{k} z\right) \times \\ \times \exp\left\{i \frac{k}{2(\ell_1 + z_3)} \left[ \left(2\bar{\rho}_1 - \frac{\bar{\kappa}}{k} z - \bar{\rho}\right) \left(\bar{\rho} - \frac{\bar{\kappa}}{k} z\right) \right] - i \bar{\kappa} \left(\bar{\rho}_1 - \frac{\bar{\kappa}}{k} z\right)\right\}. \quad (1.53)$$

В качестве модели неоднородного экрана рассмотрим регулярный фазовый экран с коэффициентом пропускания

$$T(\bar{\rho}) = \exp\{i a_{\perp} \cos \gamma x\} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} i^n J_n(a_{\perp}) \exp(-i \gamma n x).$$

Здесь  $J_n(a_{\perp})$  - функция Бесселя  $n$ -ого порядка,  $a_{\perp}$  и  $\gamma$  характеризуют продольный и поперечный размер неоднородностей экрана.

Фурье-образ коэффициента пропускания неоднородного экрана есть

$$T(\bar{\kappa}) = T(\kappa_x, \kappa_y) = (2\pi)^2 \sum_{n=-\infty}^{\infty} i^n J_n(a_{\perp}) \delta(\kappa_x - n\gamma) \delta(\kappa_y).$$

Подставив выражение  $T(\bar{\kappa})$  в выражения для функций размытия точки первого (1.50) и второго (1.53) слоев, получим

$$\Gamma_1(\bar{\rho}, z_3 = z_4) = ig'_4 A_{10} A_{20} \delta(y) \left\{ \delta(x) J_0(a_{\perp}) \int_0^{\ell_1} dz \exp\left[-i \frac{k\rho^2(z_3 + 2z)}{2(z + z_3)^2}\right] + \right. \\ \left. + k \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{\infty} \frac{i^n}{n\gamma} J_n(a_{\perp}) f_n(x, y) \right\},$$

$$\Gamma_2(\bar{\rho}, z_3 = z_4) = i g_4' (2\pi)^2 A_{10} A_{20} \delta(y) \left\{ J_0(a_{\perp}) \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{p=-\infty}^{\infty} i^{n-p} J_m(a_{\perp}) J_p(a_{\perp}) \times \right. \\ \times \delta\left(x - \frac{\gamma(\ell_1 + z_3)}{k}(m-p)\right) \exp\left[-i \frac{kx^2}{2(\ell_1 + z_3)}\right] + \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{\substack{p=-\infty \\ n \neq 0}}^{\infty} i^{n-m-p} J_n(a_{\perp}) \times \\ \left. \times J_m(a_{\perp}) J_p(a_{\perp}) f_{nmp}(x, y) \right\}.$$

Здесь

$$f_n(x, y) = \begin{cases} \exp\left[-i \frac{(2kx - n\gamma z_3)n\gamma(x^2 + y^2)}{2kx_2}\right], & \text{при } \frac{n\gamma z_3}{k} \leq x \leq \frac{n\gamma(\ell_1 + z_3)}{k} \\ 0, & \text{при } x < \frac{n\gamma z_3}{k} \text{ и } x > \frac{n\gamma(\ell_1 + z_3)}{k} \end{cases}$$

$$f_{nmp}(x, y) = \begin{cases} \exp\left[-im\lambda x + i \frac{\gamma^2(\ell_1 + z_3)}{2k}(m^2 - (n-p)^2)\right], \\ \text{при } \frac{\gamma(\ell_1 + z_3)}{k}(m+n-p) \leq x \leq \frac{n\gamma}{k}\ell_2 + \frac{\gamma(\ell_1 + z_3)}{k}(m+n-p) \\ 0, \text{ при } x < \frac{\gamma(\ell_1 + z_3)}{k}(m+n-p) \text{ и } x > \frac{n\gamma}{k}\ell_2 + \frac{\gamma(\ell_1 + z_3)}{k}(m+n-p) \end{cases}$$

Численный анализ выражений  $\Gamma_1(\bar{\rho}, z_3 = z_4)$  и  $\Gamma_2(\bar{\rho}, z_3 = z_4)$  показывает, что вдоль оси  $Y$  точность ОВФ идеальная ( $\Gamma(\bar{\rho}) \sim \delta(y)$ ), а вдоль оси  $X$  функция представляет собой совокупность интерферирующих прямоугольников и равноотстоящих дельта-функций.

Вновь воспользуемся амплитудным критерием. Будем оценивать точность ОВФ по величине отрезка  $2D$ , в пределах которого сосредоточена основная доля энергии преобразованного изображения точки

$$\frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} dx \int_{-\infty}^{\infty} dy |\Gamma(\bar{\rho}, z_3 = z_4)| = \int_{-D}^D dx \int_{-\infty}^{\infty} dy |\Gamma(\bar{\rho}, z_3 = z_4)|. \quad (1.54)$$

На рис. 1.11 приведен график зависимости нормированной величины отрезка  $\bar{D} = D\sqrt{k/\ell}$  от положения неоднородного экрана при фокусировке на него плоскости сигнальной и объектной волн. В этом случае все дельта-функции располагаются в точке  $\bar{\rho} = 0$ , причем фазы коэффициентов, стоящих перед ними, таковы, что результат их сложения дает величину, не зависящую от положения неоднородного экрана и равную  $J_0(a_{\perp})$  с точностью до постоянного множителя. Энергия, заключенная в прямоугольниках, минимальна, когда неоднородность расположена в центре нелинейного слоя ( $\ell_1 = \frac{1}{2}\ell$ ). В указанной плоскости значение  $D$  также минимально,

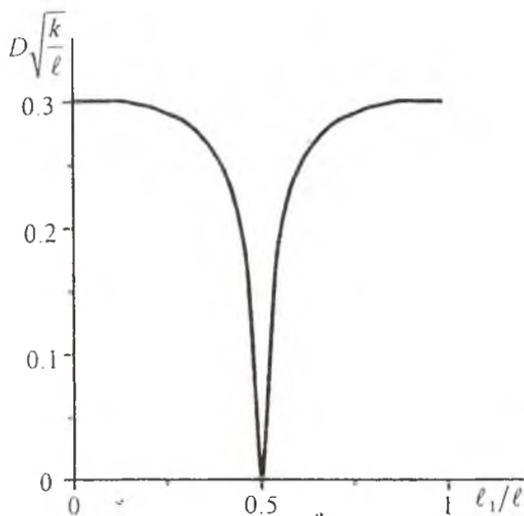


Рис. 1.11 Зависимость  $D$  от положения неоднородного экрана в нелинейной среде при

$$a_{\perp} = 2, \gamma \sqrt{\frac{l}{k}} = 0.5$$

однородного экрана дельта-образные компоненты функции размытия точки расходятся от точки  $\bar{r} = 0$  и располагаются на равных расстояниях, пропорциональных смещению этой плоскости относительно неоднородного экрана. Поскольку значение всей энергии, заключенной в дельта-функциях, зависит только от местоположения неоднородностей, а значение энергии, заключенной в прямоугольниках, растет по мере удаления плоскости фокусировки сигнальной и объектной волн от центра нелинейной среды, смещение этой плоскости в направлении от неоднородностей к ближайшей грани нелинейного слоя всегда приводит к увеличению  $D$ , точность ОВФ ухудшается. Направление изменения  $D$  при смещении плоскости фокусировки падающей и отраженной волн от неоднородного экрана к центру нелинейного слоя зависит от того, что при этом происходит быстрее: уширение пространственного распределения энергии, заключенной в дельта-функциях, при их относительном смещении или сужение пространственного распределения энергии, заключенной в прямоугольниках.

Увеличение частоты и глубины модуляции фазы неоднородного экрана приводит к ухудшению точности ОВФ. Причем изменение  $D$  с ростом  $a_{\perp}$  носит осциллирующий характер, а зависимость  $D$  от  $\gamma$  близка к линейной.

что согласуется с результатами, полученными при анализе влияния поперечных неоднородностей на качество преобразования изображения трехволновым преобразователем излучения. Если неоднородный экран расположен вблизи центра нелинейного слоя, то его незначительное смещение от центра к ближайшей грани слоя приводит к резкому увеличению  $D$ . При расположении неоднородности вблизи одной из граней нелинейного слоя смещение фазового экрана слабо влияет на точность ОВФ.

По мере удаления плоскости фокусировки сигнальной и объектной волн от неоднородностей

### 1.7. Использование четырехволнового преобразователя излучения для компенсации фазовых искажений

Схема типичной экспериментальной установки, на которой проводились исследования возможностей использования четырехволнового преобразователя излучения в схемах компенсации фазовых искажений, приведена на рис. 1.12 [10]. Источником излучения являлся лазер на алюмо-иттриевом гранате (1), работающий в режиме генерации основной поперечной моды. Длительность импульса, измеренная по уровню 1/2 от максимальной интенсивности, составляла около 10 нс при мощности в импульсе  $550 \div 600$  кВт. Частота повторения импульсов была 25 Гц.

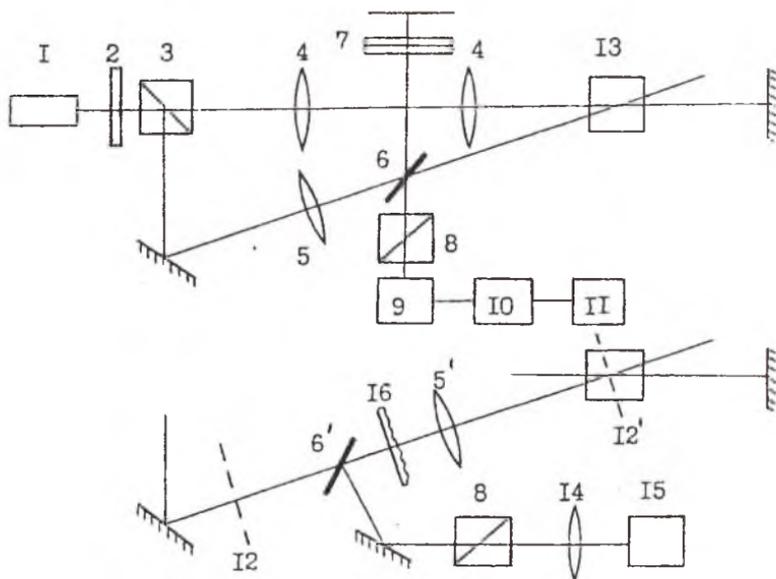


Рис. 1.12. Схема экспериментальной установки по изучению качества преобразования и восстановления изображения

Излучение ОКГ делилось анизотропной кварцевой пластинкой (2) и поляризационной призмой (3) на два ортогонально поляризованных пучка, один из которых играл роль накачки, другой - сигнальной волны. Вращая пластинку (2) вокруг оси, совпадающей с направлением распространения излучения, можно было менять соотношение между энергиями пучков от 1 до полного гашения сигнальной волны. Телескопическая система (4), состоящая из двух линз, фокусировала внутрь нелинейной среды пучок накачки, интенсивность которого можно было менять подбором фокусных

расстояний этих линз. При измерениях величина плотности мощности накачки была выбрана из соображений максимального перекрытия взаимодействующих пучков и достигала  $\sim 50$  мВт/см<sup>2</sup>. Вторая волна накачки формировалась плоским зеркалом, расположенным вплотную к нелинейной среде. Поскольку расстояние между выходным зеркалом задающего генератора и нелинейной средой составляло около 160 см, а длительность импульса излучения  $\sim 10$  нс, наличие такого плоского зеркала не приводило к уменьшению эффективности преобразования за счет возникновения обратной связи с резонатором ОКГ. Угол между взаимодействующими волнами сигнала и накачки в нелинейной среде составлял около  $7^\circ$ .

Предварительно были выполнены измерения коэффициента отражения. Для этого проводилось последовательное измерение среднего значения части энергии объектной и сигнальной волн. Объективом (5) изображение перетяжки с переднего зеркала резонатора строилось внутри нелинейной среды. Часть сигнальной волны, отраженная от делительной пластинки (6), проходила через систему нейтральных светофильтров (7), отражалась от плоского диэлектрического зеркала и вновь, пройдя ту же систему светофильтров, попадала на систему регистрации энергии, состоящую из фотоумножителя (ФЭУ-51) (9), интегратора (10) и самописца (11). При этом на пути распространения волны накачки ставился непрозрачный экран. При экранировании отраженного от делительной пластинки (6) сигнального пучка была измерена энергия объектной волны. Коэффициент отражения определялся как отношение энергий, измеренных в обоих случаях с учетом коэффициента пропускания светофильтров. Точность измерения коэффициента нелинейного отражения составляла  $\pm 10\%$ . В качестве нелинейной среды были использованы сероуглерод, нитробензол, толуол, халькогенидное стекло, арсенид галлия. При длине области нелинейного взаимодействия  $23 \div 25$  мм коэффициент отражения составил в сероуглероде -  $2 \cdot 10^{-5}$ , в нитробензоле -  $10^{-3}$ , в толуоле -  $4.5 \cdot 10^{-5}$ , соответственно. Отметим, что, хотя ортогональность поляризации взаимодействующих волн в несколько раз уменьшала эффективную нелинейность, процесс выделения объектной волны от фона рассеянного излучения накачки в этом случае существенно упрощался (поляризационная призма (8)). В случае, когда направления поляризации взаимодействующих волн совпадали (для этого анизотропная пластинка (2) и поляроид (3) заменялись делительной пластинкой, аналогичной (6)), величина коэффициента нелинейного отражения составила: в сероуглероде -  $10^{-2}$ , в нитробензоле -  $7.2 \cdot 10^{-3}$ .

При использовании в качестве нелинейных сред халькогенидного стекла толщиной 31 мм и арсенида галлия толщиной 15 мм коэффициент отражения составил -  $8 \cdot 10^{-5}$  и 1 соответственно.

Для определения разрешающей способности четырехволнового преобразователя излучения сигнальный пучок пропускался через объект-транспарант (12), изображение которого (12'), уменьшенное в 3 раза объ-

ективом (5'), строилось внутри кюветы с нелинейным веществом (13). В этих экспериментах в качестве нелинейного материала был использован сероуглерод. Преобразованное изображение с помощью оптической системы линз (5') и (14), делительной пластинки (6') и плоского поворотного зеркала строилось на фотокатоде трехкамерного электрооптического преобразователя. Типичная фотография преобразованного изображения объекта приведена на рис. 1.13 (а). Разрешающая способность четырехволнового преобразователя излучения определялась фотометрированием края преобразованного изображения и составляла  $30 \pm 35$  линий/мм или  $28 \pm 33$  мкм. Теоретическое значение этой величины с учетом расходимости волн накачки  $7,7 \cdot 10^{-1}$  рад, рассчитанное с использованием амплитудного критерия, при фокусировке сигнальной волны в центр нелинейного слоя равно 16 мкм, при фокусировке сигнальной волны на переднюю грань нелинейного слоя - 33 мкм.

Процесс компенсации фазовых искажений волнового фронта сигнального излучения наблюдался при использовании в качестве неоднородной среды стеклянной пластинки с нанесенным на нее слоем стекломассы или такой же пластинки, предварительно протравленной в плавиковой кислоте. Применение такого фазового экрана приводило к увеличению расходимости сигнального излучения более чем на порядок. Аппроксимация неоднородной среды моделью случайного однородного фазового экрана дает характерный размер неоднородностей около 40 мкм. На рис. 1.13 (б), (в) приведены фотографии изображения объекта при двойном прохождении сигнальной волны через искажающую среду (в этом случае на место кюветы с нелинейной жидкостью ставилось плоское зеркало) и изображение объекта с компенсацией фазовых искажений с помощью создания в четырехволновом преобразователе излучения объектной волны с сопряженным волновым фронтом. Разрешающая способность системы неоднородная среда - четырехволновой преобразователь излучения - неоднородная среда, по-прежнему определявшаяся фотометрированием края восстановленного изображения, составляла  $27 \pm 32$  линий/мм.

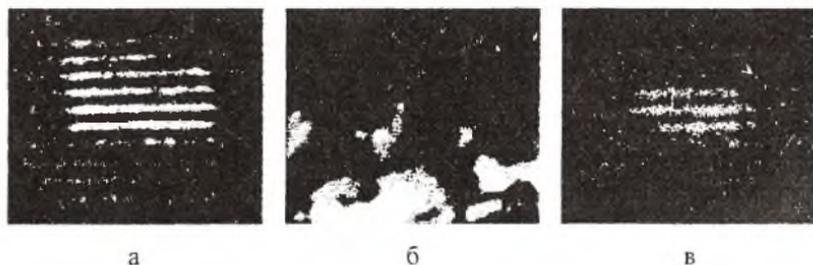


Рис.1.13. Фотографии преобразованного (а), искаженного (б) и восстановленного (в) изображений транспаранта

Выполненные эксперименты показали, что в случае, когда характерный размер неоднородностей искажающей среды больше величины разрешающей способности четырехволнового преобразователя излучения, разрешающая способность всей системы неоднородная среда - четырехволновой преобразователь излучения - неоднородная среда практически полностью определяется разрешающей способностью четырехволнового преобразователя излучения.

## 2. КАЧЕСТВО ОВФ НЕВЫРОЖДЕННЫМ ЧЕТЫРЕХВОЛНЫМ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕМ ИЗЛУЧЕНИЯ

Интерес к изучению невырожденного четырехволнового взаимодействия обусловлен несколькими причинами. Во-первых, излучение лазеров, используемых при создании четырехволновых преобразователей излучения, немонохроматично. Поэтому при четырехволновом взаимодействии в нелинейной среде наряду со стоячими решетками существуют бегущие решетки. Дифракция волн, распространяющихся в нелинейной среде, на бегущих решетках может существенно изменить пространственно-временные характеристики четырехволнового преобразователя излучения. Во-вторых, для многих сред тензор нелинейной восприимчивости можно представить в виде суммы резонансной и нерезонансной составляющих  $\chi^{(3)} = \chi^{(3)рез} + \chi^{(3)нерез}$ . Подбором частот взаимодействующих волн можно существенно увеличить резонансную составляющую тензора нелинейной восприимчивости, а значит, увеличить коэффициент отражения четырехволнового преобразователя излучения. Именно для невырожденного четырехволнового преобразователя излучения получен коэффициент отражения  $5 \cdot 10^5$ . В-третьих, с помощью невырожденного четырехволнового взаимодействия можно создать четырехволновой преобразователь излучения, позволяющий получать волну с ОВФ с одновременным переводом излучения с одной частоты на другую. В-четвертых, невырожденное четырехволновое взаимодействие с использованием перестраиваемых по частоте лазерных источников является мощным спектроскопическим методом исследования внутренних характеристик вещества.

### 2.1. ФРТ невырожденного четырехволнового преобразователя излучения

Рассмотрим невырожденное четырехволновое взаимодействие вида  $\omega_1 + \omega_2 - \omega_3 = \omega_4$  в плоском слое толщиной  $\ell$ .

Как и при выводе выражения для ФРТ вырожденного четырехволнового преобразователя излучения будем использовать следующие приближения: 1) в нелинейной среде распространяются четыре волны (две волны накачки, сигнальная и объектная волны); 2) справедливо приближение заданного поля по волнам накачки; 3) изменением показателя преломления из-за самовоздействия волн накачки можно пренебречь; 4) выполняется приближение медленно меняющихся амплитуд; 5) коэффициент отражения намного меньше единицы.

В параксиальном приближении проекция волновой расстройке на ось Z есть

$$\Delta = \Delta_0 - \frac{\kappa_1^2}{2k_1} + \frac{\kappa_2^2}{2k_2} + \frac{\kappa_3^2}{2k_3} - \frac{(\bar{\kappa}_1 + \bar{\kappa}_2 - \bar{\kappa}_3)^2}{2k_4}, \quad (2.1)$$

где  $\Delta_0 = k_1 - k_2 - k_3 + k_4$  - постоянная составляющая волновой расстрой-  
ки.

### 2.1.1. Плоские волны накачки

Пусть волны накачки плоские и распространяются строго вдоль оси  $Z$  ( $A_{1,2}(\bar{\kappa}_{1,2}) \sim \delta(\bar{\kappa}_{1,2})$ ). Используя (1.31) и (1.34), запишем выражение, связы-  
вающее амплитуду пространственного спектра объектной волны с ампли-  
тудой пространственного спектра сигнальной волны:

$$A_4(\bar{\kappa}_4, z_4) = ig_4 A_3^*(\bar{\kappa}_3, z_3) \sin c \left[ \frac{\ell}{2} \left\{ \Delta_0 - \frac{\kappa_4^2}{2} \left( \frac{1}{k_3} - \frac{1}{k_4} \right) \right\} \right] \times \quad (2.2)$$

$$\times \exp \left\{ -i \frac{\ell}{2} \left[ \Delta_0 - \frac{\bar{\kappa}_4^2}{2} \left( \frac{1}{k_3} - \frac{1}{k_4} \right) \right] - i \frac{\bar{\kappa}_4^2}{2} \left( \frac{z_3}{k_3} - \frac{z_4}{k_4} \right) \right\},$$

и выражение для функции размытия точки:

$$\Gamma(\bar{\rho} - \bar{\rho}_0, z_3, z_4) = ig_4' \int_{-\infty}^{\infty} d\bar{\kappa}_4 \sin c \left\{ \frac{\ell}{2} \left[ \Delta_0 - \frac{\bar{\kappa}_4^2}{2} \left( \frac{1}{k_3} - \frac{1}{k_4} \right) \right] \right\} \times \quad (2.3)$$

$$\times \exp \left\{ -i \frac{\ell}{2} \left[ \Delta_0 - \frac{\bar{\kappa}_4^2}{2} \left( \frac{1}{k_3} - \frac{1}{k_4} \right) \right] - i \frac{\bar{\kappa}_4^2}{2} \left( \frac{z_3}{k_3} - \frac{z_4}{k_4} \right) - i \bar{\kappa}_4 (\bar{\rho} - \bar{\rho}_0) \right\}.$$

Из (2.2) следует, что при

$$z_4 = \ell + \frac{k_4}{k_3} (z_3 - \ell) \quad (2.4)$$

фаза коэффициента преобразования  $A_4(\bar{\kappa}_4, z_4) / A_3^*(\bar{\kappa}_3, z_3)$  обращается в  
нуль. Таким образом, в плоскости фокусировки объектной волны, задавае-  
мой выражением (2.4), вид ФРТ определяется зависимостью модуля коэф-  
фициента преобразования от поперечной составляющей волнового вектора  
 $|\bar{\kappa}_4|$ .

При квазивырожденном четырехволновом взаимодействии

$$\Delta_0 = 0.$$

Для определения влияния разности частот взаимодействующих волн  
на ширину ФРТ квазивырожденного четырехволнового преобразователя  
излучения заменим функцию  $\sin c(\Delta\ell/2)$  на гауссову функцию с перетяж-  
кой, определяемой ближайшим к точке максимума нулем функции  
 $\sin c(\Delta\ell/2)$ :

$$\sin c \left[ \frac{\kappa_4^2 \ell}{2} \left( \frac{1}{k_3} - \frac{1}{k_4} \right) \right] \approx \exp \left[ -\frac{\kappa_4^2}{b^2} \right], \quad (2.5)$$

где  $\tilde{b}^2 = \frac{2\pi k_3 k_4}{\ell(k_4 - k_3)}$ . С учетом (2.4) и (2.5) приближенное выражение для ФРТ квазивырожденного четырехволнового преобразователя излучения с точностью до постоянного множителя имеет вид:

$$\Gamma(\bar{\rho} - \bar{\rho}_0, z_3, z_4) \approx \sqrt{\ell \left( \frac{1}{k_3} - \frac{1}{k_4} \right)} \exp \left\{ -(\rho - \rho_0)^2 \frac{\pi k_3 k_4}{2\ell(k_4 - k_3)} \right\}. \quad (2.6)$$

Из (2.6) зависимость полуширины ФРТ квазивырожденного преобразователя излучения от толщины нелинейного слоя и разности частот волн накачки имеет вид:

$$\Delta\rho \sim \sqrt{\ell \left( \frac{1}{k_3} - \frac{1}{k_4} \right)} = \sqrt{\ell \frac{n_2 \omega_2 - n_1 \omega_1}{n_1 n_2 \omega_1 \omega_2}}. \quad (2.7)$$

Здесь  $n_1$  и  $n_2$  - значения показателей преломления на частотах  $\omega_1$  и  $\omega_2$  соответственно.

Если частоты всех взаимодействующих волн различны, из (2.2) следует, что при условии

$$\Delta_0(k_4 - k_3) \geq 0 \quad (2.8)$$

существует конус направлений синхронизма

$$|\bar{k}_4| = \sqrt{2\Delta_0 / \left( \frac{1}{k_3} - \frac{1}{k_4} \right)}, \quad (2.9)$$

когда коэффициент преобразования максимален. Без учета дисперсии вещества ( $n(\omega_j) = const$ ) и фиксированном значении частот волн накачки из условия (2.8) вытекает, что частота сигнальной волны должна располагаться в частотном интервале  $\left[ \omega_1, \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \right]$ . Изменение частоты сигнальной

волны приводит к изменению ширины конуса направлений синхронизма, при этом максимальное значение коэффициента преобразования не меняется и равно максимальному значению коэффициента преобразования вырожденного четырехволнового преобразователя излучения.

Если частота сигнальной волны находится в частотном интервале  $\omega_3 \geq \omega_1, \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}$  или  $\omega_3 \leq \omega_1, \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}$ , то изменение частоты сигнальной волны приводит прежде всего к изменению максимального значения коэффициента преобразования.

Проведем качественный анализ влияния частот взаимодействующих волн на вид ФРТ невырожденного четырехволнового преобразователя излучения при условии, что частота сигнальной волны расположена в интервале  $\left[ \omega_1, \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \right]$ . Для упрощения последующих математических вычислений перейдем от рассмотрения двумерной задачи к рассмотрению одно-

мерной задачи ( $\bar{\rho} \rightarrow x, \bar{\kappa}_4 \rightarrow \kappa_4$ ). Вновь, как и при изучении ФРТ квази-рожденного четырехволнового преобразователя излучения, заменим функцию  $\sin c(\Delta\ell/2)$ , но теперь не на одну, а на сумму двух гауссовых функций с центрами в точках, в которых функция  $\sin c(\Delta\ell/2)=1$ :

$$\sin c\left[\frac{\Delta_0\ell}{2} - \frac{\kappa_4^2\ell}{2}\left(\frac{1}{k_3} - \frac{1}{k_4}\right)\right] \approx \sum_{\pm} \exp\left[-\frac{(\kappa_4 \pm \kappa_{40})^2}{\tilde{b}_1^2}\right]. \quad (2.10)$$

$$\text{Здесь } \kappa_{40} = \sqrt{\frac{2\Delta_0 k_3 k_4}{|k_4 - k_3|}}, \quad \tilde{b}_1 = \sqrt{\left\{\left(\frac{\Delta_0\ell}{2} + \pi\right) \frac{4k_3 k_4}{\ell|k_4 - k_3|}\right\} - \kappa_{40}^2}.$$

Подставив (2.10) в (2.2), в плоскости фокусировки объектной волны, определяемой условием (2.4), получим приближенное выражение для ФРТ невырожденного четырехволнового преобразователя излучения вида

$$\Gamma(x - x_0, z_3, z_4) \sim \exp\left\{-\frac{\tilde{b}_1^2}{4}(x - x_0)^2\right\} \cos(\kappa_{40}(x - x_0)). \quad (2.11)$$

Изображением точки является отрезок размером

$$\Delta x = 2/\tilde{b}_1. \quad (2.12)$$

Без учета дисперсии вещества и при условии  $\Delta_0\ell \gg 1$  размер отрезка связан с величиной волновых векторов взаимодействующих волн соотношением

$$\Delta x = \sqrt{\frac{1}{2k_3 k_4} \frac{|k_4 - k_3|}{|k_1 - k_3|} \left\{1 - \frac{\pi}{2\ell|k_1 - k_3|}\right\}}. \quad (2.13)$$

Наличие в (2.10) функции  $\cos(\kappa_{40}(x - x_0))$  указывает на существование тонкой структуры ФРТ.

Обобщая полученные качественные результаты на двумерный случай, можно утверждать, что и в этом случае ширина огибающей модуля ФРТ будет определяться выражением (2.13). Наличие тонкой структуры будет проявляться в виде колец с центром в точке  $\bar{\rho}_0$ . Причем, если выполняется условие

$$\Delta x \approx \frac{2\pi}{\kappa_{40}}$$

(ширина огибающей модуля ФРТ примерно равна периоду тонкой структуры), ФРТ будет иметь вид кольца.

### 2.1.2. Учет пространственной структуры волн накачки

Если одна из волн накачки, например,  $A_2$  является плоской и распространяется строго вдоль оси, то выражение для ФРТ (1.34) можно записать следующим образом:

$$\Gamma(\bar{\rho}, \bar{\rho}_0, z_3, z_4) = ig'_4 \int_0^{\ell} dz \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} d\bar{\kappa}_4 d\bar{\kappa}_1 A_1(\bar{\kappa}_1, z=0) \times \exp \left\{ -i\bar{\kappa}_4 \bar{\rho} - i(\bar{\kappa}_1 - \bar{\kappa}_4) \bar{\rho}_0 - i \frac{(\bar{\kappa}_1 - \bar{\kappa}_4)^2}{2k_3} z_3 + i \frac{\kappa_4^2}{2k_4} z_4 \right\} \exp\{-i\Delta z\}. \quad (2.14)$$

Для учета влияния пространственной структуры волн накачки на вид ФРТ невырожденного преобразователя излучения предположим, что комплексная амплитуда первой волны накачки меняется по гауссову закону с перетяжкой, расположенной на передней грани нелинейного слоя (см. выражение (1.38)). Пусть плоскости фокусировки объектной и сигнальной волн совпадают ( $z_3 = z_4$ ). Считая  $\omega_j = \omega(1 + \xi_j)$ ,  $k_j = k(1 + \xi_j)$  и используя (2.14), (1.38), выражение для функции размытия точки невырожденного четырехволнового преобразователя излучения в центре поля зрения ( $\bar{\rho}_0 = 0$ ) с точностью до постоянного множителя примет вид:

$$\Gamma(\bar{\rho}, \xi_4 = \xi_1 + \xi_2 - \xi_3) = \int_0^{\ell} dz \frac{\exp\{-i2kz(\xi_1 - \xi_3)\}}{\left| (z + z_3)(\xi_3 - \xi_4) \right\}^{1/2} \{U^*\}^{1/2}} \times \exp \left\{ -\frac{\bar{\rho}^2}{2(\xi_3 - \xi_4)} \left[ \frac{1}{2U^*(\xi_3 - \xi_4)} \right] - i \frac{k\bar{\rho}^2}{2(\xi_3 - \xi_4)(z + z_3)} \right\} \times \exp \left\{ -i \frac{1}{2} \arctc \frac{1}{R_g} \left[ z + z_3(\xi_1 - \xi_3) + \frac{z + z_3}{\xi_3 - \xi_4} \right] \right\}, \quad (2.15)$$

$$\text{где } U = \frac{a_0^2}{4} \left\{ 1 - \frac{i}{R_g} \left[ z + z_3(\xi_1 - \xi_3) + \frac{z + z_3}{\xi_3 - \xi_4} \right] \right\}.$$

Рассмотрим наиболее интересный с практической точки зрения случай, когда  $\ell \ll R_g$ .

При  $\xi_3 \geq \xi_1, \frac{\xi_1 + \xi_2}{2}$  или  $\xi_3 \leq \xi_1, \frac{\xi_1 + \xi_2}{2}$  модуль функции размытия точки четырехволнового преобразователя излучения спадает с ростом поперечной координаты. Когда значение  $\xi_3$  расположено в интервале  $[\xi_1, \frac{\xi_1 + \xi_2}{2}]$ , то наблюдается либо кольцеобразное размытие изображения

точки, либо изображением точки является пятно, интенсивность которого монотонно уменьшается с увеличением поперечной координаты. Изменение фазы на полуширине модуля ФРТ близко к параболическому.

На рис. 2.1 приведены характерные графики зависимости нормированного максимального значения ФРТ четырехволнового преобразователя

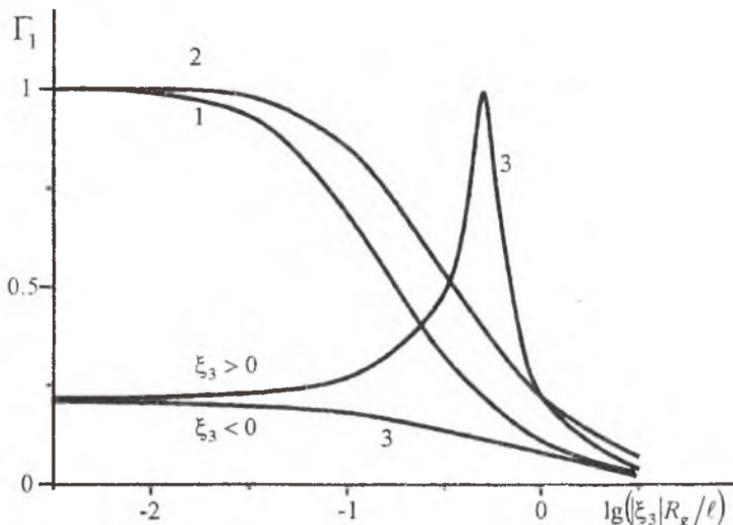


Рис. 2.1. Зависимость нормированного максимального значения от величины частотного сдвига сигнальной волны при  $z_3 = 0.1\ell$ ,  $\xi_2 = 0$ ,  $\xi_1 = 0(1)$ ,  $\xi_1 = \xi_2(2)$ ,  $\xi_1 R_g / \ell = 1(3)$

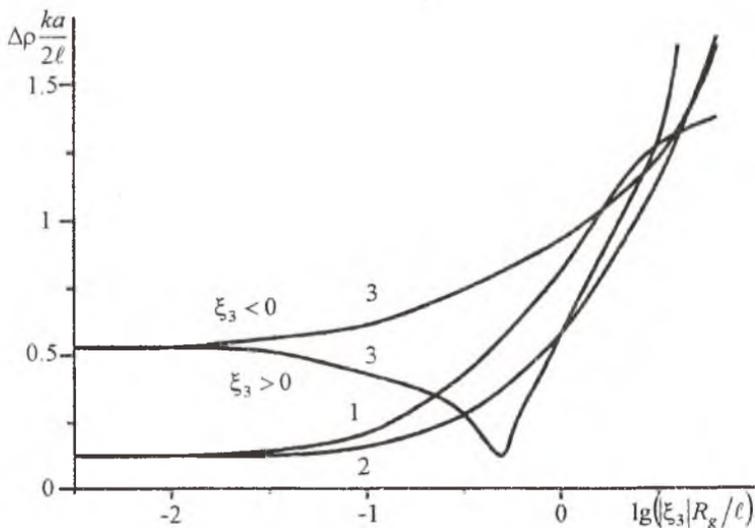


Рис. 2.2. Зависимость нормированной полуширины функции размытия точки от величины частотного сдвига сигнальной волны при  $z_3 = 0.1\ell$ ,  $\xi_2 = 0$ ,  $\xi_1 = 0(1)$ ,  $\xi_1 = \xi_2(2)$ ,  $\xi_1 R_g / \ell = 1(3)$

излучения ( $\Gamma_1 = \Gamma(\bar{\rho} = 0, \xi_4 = \xi_1 - \xi_3) / \Gamma(\bar{\rho} = 0, \xi_4 = \xi_1 = 0)$ ), а на рис. 2.2 - нормированной полуширины ФРТ от величины частотного сдвига сигнальной волны, полученные при численном анализе выражения (2.15). Характер изменения фазы ФРТ на ее полуширине  $\Delta\varphi = \varphi(\rho = 0) - \varphi(\rho = \Delta\rho)$  от величины частотного сдвига сигнальной волны показан на рис. 2.3.

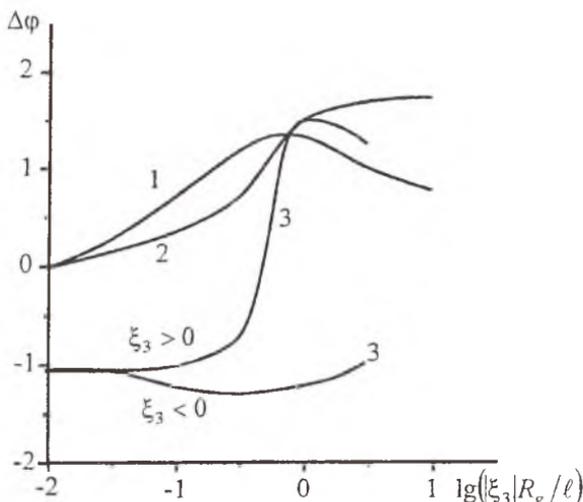


Рис. 2.3. Зависимость изменения фазы на полуширине модуля функции размытия точки от величины частотного сдвига сигнальной волны при  $z_3 = 0.1\ell$ ,  $\xi_2 = 0$

Переход от вырожденного четырехволнового преобразователя излучения к невырожденному приводит к уширению ФРТ, уменьшению ее максимального значения, росту  $\Delta\varphi$ , вид ФРТ начинает существенным образом зависеть от значения параметров  $\xi_1$ ,  $\xi_2$  и  $\xi_3$ .

Переход от вырожденного четырехволнового преобразователя излучения к невырожденному приводит к уширению ФРТ, уменьшению ее максимального значения, росту  $\Delta\varphi$ , вид ФРТ начинает существенным образом зависеть от значения параметров  $\xi_1$ ,  $\xi_2$  и  $\xi_3$ .

## 2.2. Качество обращения волнового фронта четырехволновым преобразователем излучения при учете некогерентности взаимодействующих волн

Ранее при рассмотрении четырехволнового преобразователя ограничивались случаем монохроматических взаимодействующих волн. Для исследования влияния некогерентности взаимодействующих волн на качество обращения волнового фронта предположим, что одна из волн накачки или сигнальная волна некогерентна. Разложим некогерентную волну по монохроматическим волнам. При малом коэффициенте отражения объектная волна будет представлять сумму волн. Причем связь пространственных спектров амплитуд этих волн с пространственным спектром амплитуды сигнальной волны, частотами взаимодействующих волн описывается выражением (1.38). Будем рассматривать точку, расположенную в центре поля зрения. Распределение энергии в изображении определяется квадратом модуля амплитуды. Тогда функция, описывающая размытие энергии в изображении точки четырехволновым преобразователем излучения с учетом некогерентности одной из взаимодействующих волн, имеет вид:

$$\Phi(\bar{\rho}) = \int |f_m(\xi_m) \Gamma(\bar{\rho}, \xi_m = \pm \xi_m)|^2 d\xi_m. \quad (2.16)$$

Здесь  $f_m(\xi_m)$  - комплексная функция, определяющая спектральную форму амплитуды немонахроматической волны. Знак плюс в (2.16) берется, если  $m=1,2$ , знак минус, если  $m=3$ . Функцию  $\Phi(\bar{\rho})$  назовем функцией размытия энергии точки (ФРЭТ).

Будем считать, что зависимость спектральной интенсивности немонахроматической волны от  $\xi_m$  имеет вид прямоугольника:

$$f_m f_m^* = \begin{cases} 1 & \text{при } |\xi_m| \leq \xi_{m0} \\ 2\xi_{m0} & \text{при } |\xi_m| \leq \xi_{m0} \\ 0 & \text{при } |\xi_m| > \xi_{m0} \end{cases}. \quad (2.17)$$

Разрешающую способность четырехволнового преобразователя излучения будем оценивать по полуширине ФРЭТ  $\Delta \bar{\rho}$ . На рис. 2.4 при совпадении плоскостей фокусировки сигнальной и объектной волн приведены графики зависимости нормированной полуширины ФРЭТ от относительной спектральной ширины немонахроматической волны накачки  $\xi_{10}$  (кривая 1) и сигнальной волны  $\xi_{30}$  (кривая 2), полученные при численном анализе (2.16) с учетом (2.15) и (2.17). Из анализа полученных зависимостей следует, что при

$$\xi_{m0} \leq z_3 / R_g$$

разрешающая способность четырехволнового преобразователя излучения

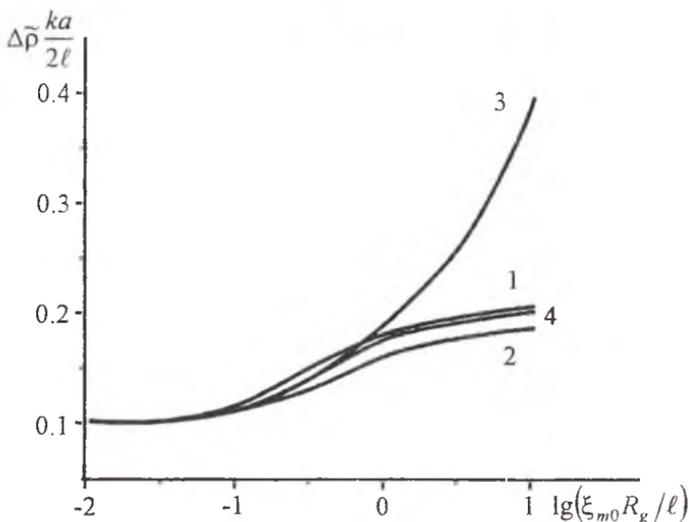


Рис. 2.4. Зависимость нормированной полуширины ФРЭТ (1,2), когерентной составляющей ФРЭТ (3) и некогерентной составляющей ФРЭТ (4) от спектральной ширины немонахроматических волн при  $z_3 = z_4 = 0.1\ell$

определяется положением плоскостей фокусировки объектной волны, расходимостью волны накачки  $A_1$  и не зависит от  $\xi_{m0}$ . При дальнейшем увеличении спектральной ширины некогерентной волны наблюдается увеличение полуширины ФРЭТ с последующим выходом на установившееся значение, величина которого определяется  $z_3$  и  $R_g$ . Скорость ухудшения разрешающей способности четырехволнового преобразователя излучения с ростом  $\xi_{m0}$  увеличивается при уменьшении  $z_3$ , т.е. вблизи передней грани нелинейного слоя влияние некогерентности взаимодействующих волн более существенно, чем на больших расстояниях от нее. Более существенное влияние на вид ФРЭТ четырехволнового преобразователя излучения оказывает некогерентность сигнальной волны.

Кривые 1, 2 на рис. 2.4 получены при условии, что спектральная частота некогерентной волны совпадает с центральной частотой в спектральном распределении интенсивности некогерентной волны. Невыполнение этого условия, например сдвиг спектральной частоты некогерентной волны накачки от  $\xi_1$ , приводит к уменьшению максимального значения, сужению центрального максимума и увеличению энергии, распределенной в "крыльях" ФРЭТ.

Предположим, что некогерентны сигнальная волна и одна из волн накачки, например  $A_1$ . В этом случае размытие энергии в изображении точечного сигнала четырехволновым преобразователем излучения будет описывать функция вида

$$\Phi_1(\vec{\rho}) = \Phi^k(\vec{\rho}) + \Phi^n(\vec{\rho}), \quad (2.18)$$

где

$$\Phi^k(\vec{\rho}) = \left| \int f_1(\xi) f_3^*(\xi) \Gamma(\vec{\rho}, \xi_4 = 0) d\xi \right|^2, \quad (2.19)$$

$$\Phi^n(\vec{\rho}) = \iint_{\xi_4 = \xi_3} |f_1(\xi_1) f_3^*(\xi_1) \Gamma(\vec{\rho}, \xi_4 = \xi_1 - \xi_3)|^2 d\xi_1 d\xi_3. \quad (2.20)$$

Функции  $\Phi^k(\rho)$  и  $\Phi^n(\rho)$  описывают когерентный и некогерентный вклад в размытие энергии в изображении точки спектральных компонент объектной волны.

Анализ выражения (2.18) показывает, что при  $\xi_{10} = \xi_{30}$  зависимость полуширины  $\Phi^n(\vec{\rho})$  от спектральной ширины некогерентных волн (рис. 2.4, кривая 4) близка к зависимости полуширины ФРЭТ четырехволнового преобразователя излучения от  $\xi_{30}$  с учетом некогерентности только сигнальной волны.

На вид функции  $\Phi^k(\vec{\rho})$  существенную роль оказывают фазовые соотношения между различными компонентами объектной волны. Будем считать, что фаза  $\psi$  функции  $f_1(\xi_1) f_3^*(\xi_1)$  меняется по линейному закону  $\psi = \psi_0 \xi_1$ . Такая зависимость фазы  $\psi$  возникает, например, если оптиче-

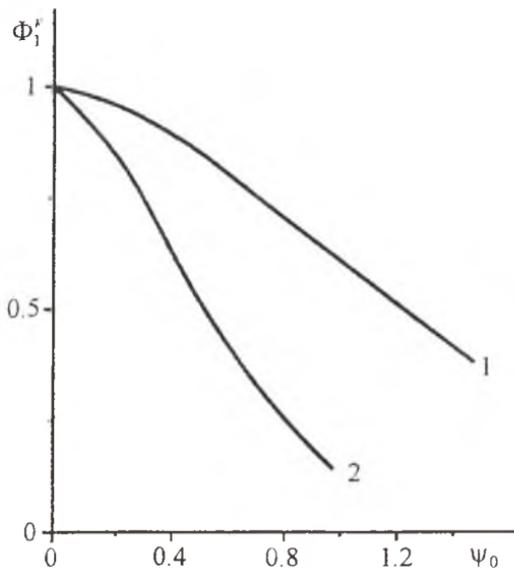


Рис. 2.5. Зависимость нормированного значения максимума когерентной составляющей функции размытия точки от скорости изменения фазы при  $z_3 = 0.1l$ ,  $\xi_{10} = 1$  (1), 3.2 (2)

нения фазы  $\psi$ . При  $\psi_0 = 0$  уширение когерентной составляющей функции размытия энергии в изображении точки происходит быстрее, чем уширение некогерентной составляющей ФРЭТ. С увеличением  $\psi_0$  вклад когерентной составляющей объектной волны в ФРЭТ падает, причем скорость падения возрастает с увеличением спектральной ширины некогерентных волн. Рост скорости изменения фазы  $\psi$  приводит первоначально к уширению функции  $\Phi^k(\bar{\rho})$ , а затем к ее сужению и перекачке энергии из центральной части в "крылья". С ростом спектральной ширины некогерентных волн значение скорости изменения фазы  $\psi$ , при которой уширение центральной части когерентной составляющей ФРЭТ меняется на его сужение, уменьшается.

Отметим, что при большой спектральной ширине некогерентных волн  $\xi_{m0} \gg 10 z_3 / R_g$  значительная доля энергии преобразованного изображения точки оказывается сосредоточенной в "крыльях" ФРЭТ, поэтому оценка качества ОВФ по полуширине ФРЭТ в этом случае дает завышенный результат.

ские пути, проходимые волной накачки  $A_1$  и сигнальной волной до нелинейного слоя, различны.

При  $\xi_{10} = \xi_{30}$  и  $\psi_0 = 0$  вклад когерентной и некогерентной составляющих объектной волны в ФРЭТ примерно одинаков. На рис. 2.4 (кривая 3) при  $\psi_0 = 0$  приведена зависимость нормированной полуширины когерентной составляющей ФРЭТ от спектральной ширины некогерентных волн. На рис. 2.5 и 2.6 в той же плоскости фокусировки объектной волны приведены зависимости нормированного значения максимума ( $\Phi_1^k = \Phi_{max}^k / \Phi_{max}^k(\psi_0 = 0)$ ) рис. 2.5) и нормированной полуширины функции  $\Phi^k(\bar{\rho})$  (рис. 2.6) от скорости изме-

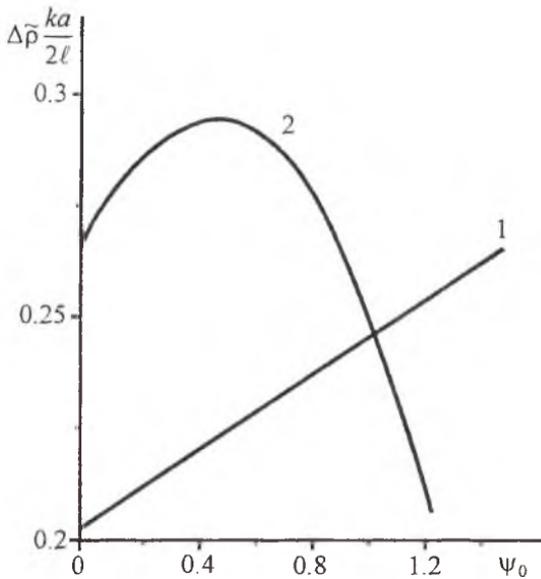


Рис. 2.6. Зависимость нормированной полуширины когерентной составляющей функции размытия точки от скорости изменения фазы при  $\xi_{10}=1$  (1), 3.2 (2)

Для оценки влияния немонохроматичности взаимодействующих волн на разрешающую способность четырехволнового преобразователя излучения воспользуемся типичными характеристиками лазеров с длиной волны  $\lambda = 1,06 \text{ мкм}$ , используемых в экспериментах: расходимость излучения -  $3 \cdot 10^{-4}$  рад, ширина спектра излучения -  $20 \text{ см}^{-1}$ . Тогда при толщине нелинейной среды  $\ell = 1 \text{ см}$ ,  $n = 1.6$  (сероуглерод) имеем  $R_g/\ell = 3 \cdot 10^3$ ,  $\xi_{m0} = 2 \cdot 10^{-3}$  и  $\lg(\xi_{m0} R_g/\ell) = \lg 0.6$ . Из графиков, приведенных на рис. 2.4, следует, что использование при четырехволновом

взаимодействии излучения с указанными выше характеристиками приводит к увеличению ширины ФРЭТ примерно в 2 раза по сравнению с шириной ФРТ монохроматического четырехволнового преобразователя излучения ( $\xi_{m0} \rightarrow 0$ ).

### 3. ЧЕТЫРЕХВОЛНОВОЙ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЬ ИЗЛУЧЕНИЯ НА ТЕПЛОВОЙ НЕЛИНЕЙНОСТИ

Среды с тепловым механизмом нелинейности привлекают внимание прежде всего возможностью создания на их основе четырехволновых преобразователей, обращающих волновой фронт излучения среднего ИК диапазона длин волн. Именно в этом диапазоне работает один из наиболее мощных лазеров - CO<sub>2</sub>-лазер.

#### 3.1. Вывод выражения для ФРТ четырехволнового преобразователя излучения на тепловой нелинейности

Рассмотрим четырехволновое взаимодействие на тепловой нелинейности в схеме со встречными волнами накачки. Считаем, что частоты всех взаимодействующих волн одинаковы. Скалярное волновое уравнение, описывающее стационарное четырехволновое взаимодействие в среде с тепловой нелинейностью, имеет вид

$$\nabla^2 A + k^2 \left( 1 + \frac{2}{n_0} \frac{dn}{dT} \delta T \right) A - 2ik\alpha A = 0. \quad (3.1)$$

Здесь  $A = \sum_{j=1}^4 A_j + \text{к.с.}$ ,  $n_0$  - среднее значение показателя преломления,  $\alpha$  - коэффициент поглощения,  $\delta T$  - изменение температуры, обусловленное выделением тепла при поглощении излучения веществом. При выводе уравнения (3.1) считали, что при поглощении излучения изменением показателя преломления вследствие изменения плотности среды можно пренебречь ( $(dn/d\rho)_T = 0$ ).

Уравнение (3.1) необходимо дополнить уравнением Пуассона, описывающим пространственное изменение температуры:

$$\nabla^2 \delta T + \frac{1}{\Lambda c_p \nu} \delta q = 0, \quad (3.2)$$

где  $\Lambda$  - коэффициент теплопроводности,  $c_p$  - удельная теплоемкость,  $\nu$  - объемная плотность вещества,  $\delta q$  - источник теплового потока. С учетом линейного по интенсивности поглощения излучения веществом

$$\delta q = \alpha A A^*.$$

Будем учитывать запись в нелинейной среде тепловой решетки волнами  $A_1$  и  $A_3$ . Тогда выражения для  $\delta T$  и  $\delta q$  можно представить в виде

$$\begin{aligned} \delta q &= \delta q_0 + \delta q_{31}, \\ \delta T &= \delta T_0 + \delta T_{31}, \end{aligned} \quad (3.3)$$

где  $\delta q = \alpha \sum_{j=1}^4 A_j A_j^*$ ,  $\delta q_{31} = \alpha A_1 A_3^*$ ,  $\delta T_0$  и  $\delta T_{31}$  - слабо и быстро осциллирующие в пространстве составляющие поля температуры. С учетом (3.3) вол-

новое уравнение (3.1) распадается на систему четырех уравнений вида

$$\left\{ \nabla^2 + k^2 \left[ 1 + \frac{2}{n_0} \frac{dn}{dT} \delta T_0 \right] - 2ik\alpha \right\} A_m = 0, \quad m = 1, 3 \quad (3.4)$$

$$\left\{ \nabla^2 + k^2 \left[ 1 + \frac{2}{n_0} \frac{dn}{dT} \delta T_0 \right] - 2ik\alpha \right\} A_4 + \frac{2k^2}{n_0} \frac{dn}{dT} \delta T_{31} A_2 = 0$$

Рассмотрим случай, когда волны накачки являются плоскими. Амплитуду сигнальной и объектной волны разложим по плоским волнам.

Из (3.4) изменение комплексных амплитуд волн накачки, сигнальной волны по мере распространения в нелинейной среде есть

$$\begin{aligned} A_{10}(z) &= A_{10}(z=0) \exp\{-\alpha z - iC(z)\}, \\ A_{20}(z) &= A_{20}(z=\ell) \exp\{\alpha(z-\ell) + i[C(z) - C(\ell)]\}, \\ A_{30}(\vec{k}_3, z) &= A_{30}(\vec{k}_3, z=0) \exp\{-\alpha z - iC(z)\}. \end{aligned} \quad (3.5)$$

Здесь  $C(z) = \frac{k}{n_0} \frac{dn}{dT} \int_0^z \delta T_0(z_1) dz_1$ . Выражения (3.5) записаны в параксиальном приближении при квазиколлинеарном распространении взаимодействующих волн.

Быстро осциллирующую в пространстве составляющую изменения поля температур разложим по гармоническим решеткам

$$\delta T_{31}(\vec{\rho}, z) = \int \delta T_{31}(\vec{k}_T, z) \exp\{-i\vec{k}_T \vec{\rho}\} d\vec{k}_T, \quad (3.6)$$

где  $\delta T_{31}(\vec{k}_T, z)$  - амплитуда спектра тепловой решетки.

Используя (3.2), запишем уравнение для амплитуды спектра решетки поля температуры с пространственной частотой  $\vec{k}_T$ .

$$\begin{aligned} \left( \frac{d^2}{dz^2} - \vec{k}_T^2 \right) \delta T_{31}(\vec{k}_T, z) &= \frac{\alpha}{c_p \Lambda \nu} A_{10}(z=0) \times \\ &\times A_3^*(\vec{k}_3 = \vec{k}_{10} - \vec{k}_T, z=0) \exp\{-\beta z\}, \end{aligned} \quad (3.7)$$

где  $\beta = 2\alpha - i \frac{\vec{k}_T (2\vec{k}_{10} - \vec{k}_T)}{2k}$ .

Общий вид решения уравнения (3.7) хорошо известен

$$\delta T_{31}(\vec{k}_T, z) = B_1 \exp\{-|\vec{k}_T|z\} + B_2 \exp\{\vec{k}_T z\} - \frac{f_0 \exp\{-\beta z\}}{\beta^2 - \vec{k}_T^2}, \quad (3.8)$$

где  $f_0 = \frac{\alpha A_{10}(z=0) A_3^*(\vec{k}_3 = \vec{k}_{10} - \vec{k}_T, z=0)}{c_p \Lambda \nu}$ ,  $\vec{k}_{10}$  - поперечная составляющая

вектора  $\vec{k}_1$ , задающая направление распространения первой волны накачки.

Для определения постоянных  $B_1$  и  $B_2$  предположим, что тепловая решетка записывается при условии отвода тепла от обеих граней нелинейной среды

$$\delta T_{31}(\vec{\rho}, z=0) = \delta T_{31}(\vec{\rho}, z=\ell) = 0. \quad (3.9)$$

В этом случае выражение  $\delta T_{31}(\vec{\kappa}_T, z)$  может быть записано в виде

$$\delta T_{31}(\vec{\kappa}_T, z) = \frac{f_0}{\beta^2 - \vec{\kappa}_T^2} \left\{ \frac{\text{sh}[\vec{\kappa}_T |(\ell - z)] - \exp(-\beta \ell) \text{sh}[\vec{\kappa}_T |z]}{\text{sh}[\vec{\kappa}_T \ell]} - \exp(-\beta z) \right\}. \quad (3.10)$$

Если тепловая решетка записывается при учете отвода тепла только от задней грани нелинейной среды

$$\left. \frac{d\delta T_{31}(\vec{\rho}, z)}{dz} \right|_{z=0} = 0, \quad \delta T_{31}(\vec{\rho}, z=\ell) = 0, \quad (3.11)$$

то выражение  $\delta T_{31}(\vec{\kappa}_T, z)$  примет вид

$$\begin{aligned} \delta T_{31}(\vec{\kappa}_T, z) = \\ = \frac{f_0}{\beta^2 - \vec{\kappa}_T^2} \left\{ \frac{1}{\text{ch}[\vec{\kappa}_T \ell]} \left[ e^{-\beta \ell} \text{ch}[\vec{\kappa}_T |z] + \frac{\beta}{|\vec{\kappa}_T|} \text{sh}[\vec{\kappa}_T |(\ell - z)] \right] - e^{-\beta z} \right\}. \end{aligned} \quad (3.12)$$

На рис. 3.1 приведен характерный график нормированной зависимости модуля амплитуды спектра тепловой решетки от нормированной поперечной составляющей волнового вектора сигнальной волны в фиксированной плоскости при условии отвода тепла от обеих граней нелинейной среды. Аналогичный график получается и в случае отвода тепла только от задней грани нелинейной среды. При коллинеарном распространении волн накачки максимальное значение модуля амплитуды спектра тепловой решетки наблюдается при  $\vec{\kappa}_3 = \vec{\kappa}_{10}$ . Амплитуда спектра тепловой решетки с учетом отвода тепла от задней грани нелинейной среды больше соответствующей амплитуды при отводе тепла от обеих граней нелинейной среды. С ростом величины  $|\vec{\kappa}_3 - \vec{\kappa}_{10}|$  модуль функции  $\delta T_{31}(\vec{\kappa}_T, z)$  монотонно уменьшается. Максимальное значение модуля амплитуды спектра тепло-

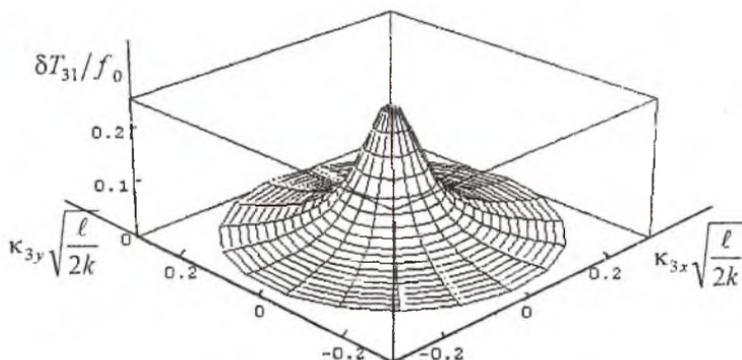


Рис. 3.1. График модуля амплитуды спектра тепловой решетки при  $\alpha \ell = 1$ ,  $k \ell = 10^3$ ,  $z = 0,5 \ell$

вой решетки уменьшается с ростом коэффициента поглощения и слабо зависит от параметра  $k\ell$ . Если при  $\bar{\kappa}_{10} = 0$  график функции  $|\delta T_{31}(\bar{\kappa}_T, z)|$  рас- сечь плоскостью, параллельной плоскости  $\kappa_{3x}\kappa_{3y}$  и отстоящей от нее на расстоянии  $0,5\delta T_{31\max}$  ( $\delta T_{31\max}$  - наибольшее значение модуля амплитуды спектра тепловой решетки в плоскости  $z$ ), получится окружность. Диаметр этой окружности определяет ширину пространственного спектра амплитуды сигнальной волны ( $\delta\kappa_3$ ) в плоскости  $z$ , в пределах которого наблюдается эффективная запись тепловых решеток. На рис. 3.2. приведены харак- терные зависимости  $\delta T_{31\max} = \delta T_{31}(\bar{\kappa}_T = 0, z)$  (рис. 3.2.а) и ширины про- странственного спектра амплитуды сигнальной волны (рис. 3.2.б) по тол- щине нелинейной среды. Величина  $\delta\kappa_3$  слабо меняется с изменением ко- эффициента поглощения нелинейной среды и уменьшается с увеличением параметра  $k\ell$ . По мере удаления от передней грани нелинейной среды на- блюдается небольшое уменьшение величины  $\delta\kappa_3$ .

В случае  $\bar{\kappa}_{10} \neq 0$  в сечении функции  $|\delta T_{31}(\bar{\kappa}_T, z)|$  плоскостью, парал- лельной плоскости  $\kappa_{3x}\kappa_{3y}$ , получается кривая, сходная с эллипсом. Боль- шая ось эллипса лежит в плоскости волновых векторов, образованной вол- новым вектором первой волны накачки и нормалью к нелинейной среде.

Знание характера изменения  $\delta T_{31\max}$ ,  $\delta\kappa_3$  по нелинейной среде при различных значениях коэффициента поглощения, волнового числа позво-

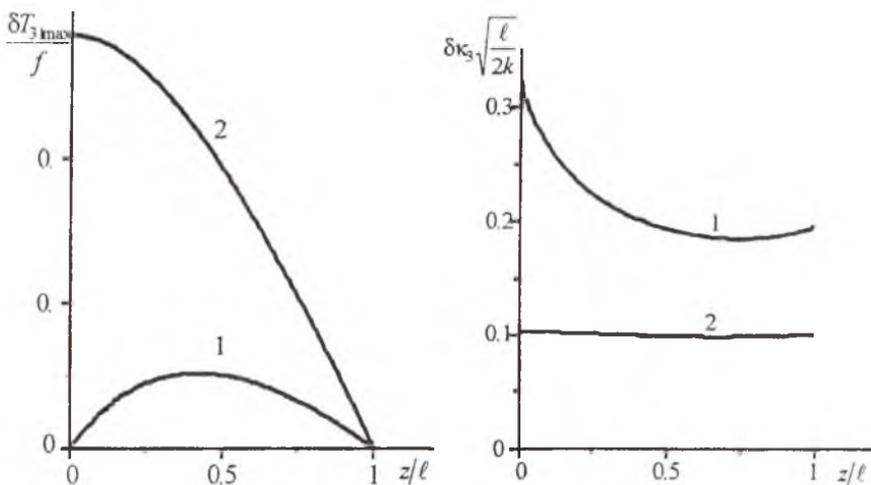


Рис. 3.2. Изменение максимального значения амплитуды тепловой решетки (а), ширины пространственного спектра (б) по толщине нелинейной среды при отводе тепла от обеих граней (1), только от задней грани (2) при  $\bar{\kappa}_{10} = 0$ ,  $\alpha\ell = 1$ ,  $k\ell = 5 \cdot 10^2$

ляет качественно судить о влиянии этих параметров как на точность преобразования излучения, так и на величину коэффициента отражения четырехволнового преобразователя излучения на тепловой нелинейности.

Используя (3.4) с учетом (3.10), запишем уравнение, описывающее изменение амплитуды пространственного спектра объектной волны по мере ее распространения в нелинейной среде:

$$\left\{ \frac{d}{dz} - \alpha - i \frac{k}{n_0} \frac{dn}{dT} \delta T_0 \right\} A_4(\bar{k}_4, z) =$$

$$= i \frac{k}{n_0} \frac{dn}{dT} \delta T_{31}(\bar{k}_T = \bar{k}_4 - \bar{k}_{20}, z) A_{20}(z) S(\bar{k}_4, z), \quad (3.13)$$

где  $S(\bar{k}_4, z) = \exp\left\{-i \frac{z}{2k} (\bar{k}_4^2 - \bar{k}_{20}^2)\right\}$ .

При выполнении граничного условия (1.8) из (3.13) ФРТ четырехволнового параметрического преобразователя излучения на тепловой нелинейности есть

$$\Gamma(\bar{\rho}, \bar{\rho}_0, z_3, z_4) = i \frac{k}{n_0} \frac{dn}{dT} \exp\{-\alpha \ell - iC(\ell)\} A_{20}(z=0) \times$$

$$\times \int_{-\infty}^{\infty} d\bar{k}_4 \exp\left\{i \frac{\bar{k}_4^2}{2k} z_4 - i \frac{(\bar{k}_{10} + \bar{k}_{20} - \bar{k}_4)^2}{2k} z_3\right\} \int_0^{\ell} dz \delta T_{31}(\bar{k}_T = \bar{k}_4 - \bar{k}_{20}, z) \times \quad (3.14)$$

$$\times \exp\left\{i(\bar{k}_2 - \bar{k}_4)_z z + i(\bar{k}_{10} + \bar{k}_{20} - \bar{k}_4)_z \bar{\rho}_0\right\}.$$

Функция  $\delta T_{31}$  в выражении (3.13) взята при условии  $A_3^* = 1$ . Из выражения (3.13) следует, что в рамках модели плоских волн на качки учет составляющей температуры  $\delta T_0$  приводит к возникновению в ФРТ фазового сдвига, величина которого не влияет на зависимость ФРТ от поперечной координаты.

С учетом (3.9) выражение для ФРТ примет вид

$$\Gamma(\bar{\rho}, \bar{\rho}_0, z_3, z_4) = \Gamma_0 \int_{-\infty}^{\infty} d\bar{k}_4 \frac{\exp\left\{i \frac{\bar{k}_4^2}{2k} z_4 - i \frac{(\bar{k}_{10} + \bar{k}_{20} - \bar{k}_4)^2}{2k} z_3\right\}}{\beta^2 - |\bar{k}_4 - \bar{k}_{20}|^2} \times$$

$$\times \frac{\left\{ \exp\{\bar{k}_4 - \bar{k}_{20}| \ell\} - \exp(-\beta \ell) \right\} \left[ \exp\{-|\bar{k}_4 - \bar{k}_{20}| \ell - i(\bar{k}_2 - \bar{k}_4)_z \ell\} \right]}{2 \operatorname{sh}\{\bar{k}_4 - \bar{k}_{20}| \ell\} \left[ \bar{k}_4 - \bar{k}_{20}| \ell + i(\bar{k}_2 - \bar{k}_4)_z \ell \right]} + \quad (3.15)$$

$$+ \frac{\left[ \exp\{-|\bar{k}_4 - \bar{k}_{20}| \ell\} - \exp(-\beta \ell) \right] \left[ \exp\{-|\bar{k}_4 - \bar{k}_{20}| \ell - i(\bar{k}_2 - \bar{k}_4)_z \ell\} \right]}{2 \operatorname{sh}\{\bar{k}_4 - \bar{k}_{20}| \ell\} \left[ \bar{k}_4 - \bar{k}_{20}| \ell - i(\bar{k}_2 - \bar{k}_4)_z \ell \right]} +$$

$$+ \frac{\exp\{-\beta \ell - i(\bar{k}_2 - \bar{k}_4)_z \ell\} - 1}{\beta - i(\bar{k}_2 - \bar{k}_4)_z} \left. \exp\{i(\bar{k}_{10} + \bar{k}_{20} - \bar{k}_4)_z \bar{\rho}_0 - i\bar{k}_4 \bar{\rho}\} \right\}.$$

Здесь  $\Gamma_0 = i \frac{k}{n_0 c_p} \frac{\alpha}{\Lambda \nu} \frac{dn}{dT} A_{10}(z=0) A_{20}(z=0) \exp\{-\alpha \ell - iC(\ell)\}$ . В параксиальном приближении  $(\vec{k}_2 - \vec{k}_4)_z = (\kappa_{20}^2 - \kappa_4^2)/2k$ .

Выражение (3.14) полностью описывает качество преобразования излучения четырехволновым преобразователем на тепловой нелинейности.

### 3.2. Анализ вида ФРТ четырехволнового преобразователя излучения на тепловой нелинейности при плоских волнах накачки

#### 3.2.1. Коллинеарное распространение волн накачки ( $\vec{k}_{10} + \vec{k}_{20} = 0$ )

Из анализа выражения (3.15) следует, что при коллинеарном распространении плоских волн накачки ФРТ четырехволнового преобразователя излучения является однородной  $\Gamma(\rho, \rho_0, z_3, z_4) = \Gamma(\rho - \rho_0, z_3, z_4)$ , причем

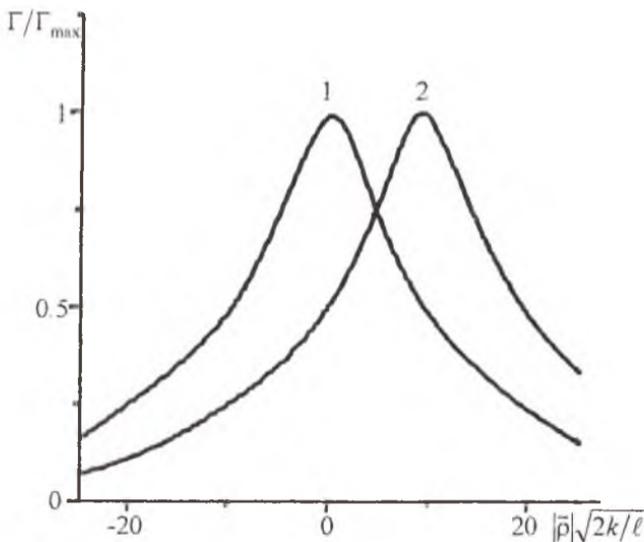


Рис. 3.3. График зависимости модуля ФРТ от поперечной координаты  $\alpha \ell = 1$ ,  $k \ell = 10^3$ ,  $z_3 = z_4 = 2 \ell$ ,

$$\kappa_2 = 0, \kappa_1 \sqrt{\frac{\ell}{2k}} = 0 \quad (1), 2 \quad (2).$$

Изменение фазы на полуширине модуля ФРТ незначительно:  $\Delta \varphi = \varphi(\rho=0) - \varphi(\rho=\Delta \rho) \ll \pi/10$  ( $\Delta \rho$  — полуширина модуля ФРТ по уровню 1/2 от его максимального значения). При  $\alpha \ell < 1$  изменение коэффициента поглощения не приводит к существенному изменению вида ФРТ. Дальнейшее увеличение коэффициента по-

при  $z_3 = z_4$  вид ФРТ не зависит от положения плоскостей фокусировки сигнальной и объектной волн.

На рис. 3.3 (кривая 1) приведен характерный график нормированного модуля ФРТ при распространении волн накачки строго вдоль оси  $Z$ . С ростом поперечной координаты наблюдается монотонное уменьшение модуля ФРТ. Изменение фазы на полуши-

глошения при  $\alpha \ell > 1$  так же, как и при изучении ФРТ четырехволнового преобразователя излучения на керровской нелинейности, сужает полуширину модуля ФРТ четырехволнового преобразователя излучения на тепловой нелинейности.

На рис. 3.4 для волн накачки, распространяющихся строго вдоль оси  $Z$ , приведены графики зависимости нормированной ширины модуля ФРТ от толщины нелинейной среды, полученные методом численного анализа выражения (3.15). С ростом толщины нелинейной среды ФРТ уширяется, причем при "малой" толщине нелинейной среды  $\Delta\rho \sim \ell^{3/2}$ , а при "большой" -  $\Delta\rho \sim \ell^{1/2}$ . Критерии малой и большой толщины среды с тепловой нелинейностью зависят от соотношения между коэффициентом линейного поглощения и волновым числом. С уменьшением коэффициента поглощения толщина нелинейной среды, в которой полуширина модуля ФРТ меняется по закону  $\Delta\rho \sim \ell^{3/2}$ , увеличивается.

При коллинеарном распространении волн накачки под углом к оси  $Z$  (рис. 3.3 (кривая 2)) симметрия коэффициента отражения преобразователя излучения, являющегося фурье-образом ФРТ, относительно составляющей

волнового вектора сигнальной волны нарушается. Максимум модуля коэффициента отражения смещается с нулевой пространственной частоты на пространственную частоту, совпадающую с пространственной частотой второй волны накачки, изменение фазы коэффициента отражения в пределах полуширины его модуля близко к линейному. Это приводит: 1) к смещению положения максимума модуля ФРТ относительно исходной точки, 2) к из-

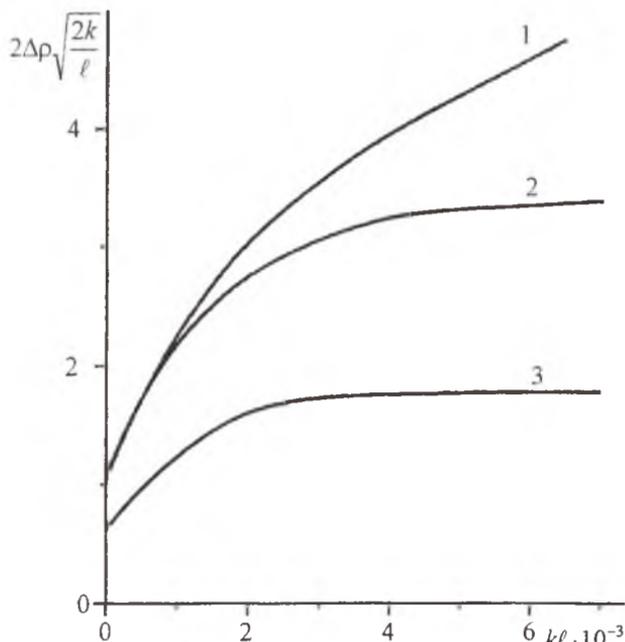


Рис. 3.4. Зависимость нормированной ширины модуля ФРТ от толщины нелинейной среды при  $\kappa_1 = \kappa_2 = 0$ ,  $\alpha/k = 10^{-4}$  (1),  $10^{-3}$  (2),  $10^{-2}$  (3)

менению по закону, близкому к линейному, фазы ФРТ на полуширине модуля ФРТ. Причем смещение положения максимума и скорость изменения фазы ФРТ прямо пропорциональны углу между направлением распространения плоских волн накачки и осью  $Z$ . Ширина модуля значительно превышает смещение максимума ФРТ относительно положения исходной точки и слабо зависит от направления распространения волн накачки.

Линейное изменение фазы ФРТ приводит при отстройке плоскости фокусировки сигнальной волны относительно плоскости фокусировки объектной волны ( $z_3 - z_4 \neq 0$ ) не только к размытию, но и к поперечному смещению изображения относительно исходного объекта.

### 3.2.2. Неколлинеарное распространение волн накачки ( $\vec{\kappa}_{10} + \vec{\kappa}_{20} \neq 0$ )

При неколлинеарном распространении волн накачки (прежде всего наблюдается смещение максимума модуля ФРТ относительно положения исходной точки. Величина смещения  $\rho_c$ , как и для ФРТ преобразователя излучения на керровской нелинейности, определяется приближенным выражением

$$\rho_c = \frac{|\vec{\kappa}_{10} + \vec{\kappa}_{20}|}{k} \left( z_1 + \frac{\ell}{2} \right).$$

Неравнозначность поворота первой и второй волн накачки как относительно друг друга, так и относительно оси  $Z$  проявляется прежде всего в поведении фазы ФРТ. Так, при  $\vec{\kappa}_{20} = 0$  и  $\vec{\kappa}_{10} \neq 0$  изменение фазы на полуширине модуля ФРТ незначительно, а при  $\vec{\kappa}_{10} = 0$  и  $\vec{\kappa}_{20} \neq 0$  фаза на полуширине модуля ФРТ меняется линейно, причем скорость изменения фазы прямо пропорциональна угловому повороту второй волны накачки. Коэффициент пропорциональности между скоростью изменения фазы ФРТ и параметром  $\kappa_{20}$  при неколлинеарном распространении волн накачки совпадает с аналогичным коэффициентом при коллинеарном распространении волн накачки под углом к оси  $Z$ .

В таблице 3.1 приведены результаты расчетов по формуле (3.14) ширины ФРТ для сред, наиболее часто используемых для обращения волнового фронта при четырехволновом взаимодействии на тепловой нелинейности. Значения показателя преломления  $n$  и коэффициента поглощения  $\alpha$  в таблице приведены для длины волны 10,6 мкм. Качественное сравнение теоретических и экспериментальных результатов можно провести, проанализировав точность компенсации фазовых искажений в оптической системе, содержащей четырехволновую преобразователь излучения, обращающий волновой фронт. Компенсация искажений в таких системах возможна лишь при условии, что характерный размер неоднородностей искажающей среды будет не меньше ширины ФРТ четырехволнового преобразователя излучения. Таким образом, знание минимального размера неоднородностей искажающей среды, при котором еще наблюдается компенсация фазовых искажений в упомянутых

выше оптических системах, может быть использовано для определения разрешающей способности четырехволнового преобразователя излучения. Оценки минимального размера неоднородностей искажающей среды, взятые из экспериментальной работы [16], совпадают с рассчитанной шириной ФРТ четырехволнового преобразователя излучения.

Таблица 3.1

Материал	n	$\alpha$ ( $\text{см}^{-1}$ )	$\Delta\rho$ (мм)		
			$\alpha l = 0,3$	$\alpha l = 1$	$\alpha l = 3$
Si	3,41	2,5	0,62	1,82	4,88
$\text{CCl}_4$	1,46	18	0,078	0,26	0,7
$\text{CS}_2$	1,6	1	1,38	4,62	11,98
Ацетон	1,35	25	0,055	0,18	0,5

## 4. ЗАПИСЬ ДИНАМИЧЕСКИХ ГОЛОГРАММ НА ОБРАТИМЫХ ФОТОХРОМНЫХ МАТЕРИАЛАХ

Обратимые фотохромные материалы (ФХМ) относятся к материалам (средам), в которых за счет нелинейности насыщения поглощения записываются амплитудные решетки. Как и керровская нелинейность, нелинейность насыщения поглощения (усиления) является одной из наиболее распространенных видов нелинейности, наблюдаемых в средах, в которых под действием излучения происходит значительное изменение разности населенностей энергетических уровней. После прекращения распространения в среде излучения из-за релаксационных процессов наведенное излучением изменение комплексного показателя преломления исчезает. На обратимых фотохромных материалах динамический характер записи голограмм осуществляется, как правило, вследствие одновременного распространения в среде излучений на двух длинах волн  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ , лежащих в полосах поглощения различных форм ФХМ. Излучением на длине волны  $\lambda_1$  голограмма записывается и одновременно стирается излучением на длине волны  $\lambda_2$ .

### 4.1. Тонкая динамическая голограмма

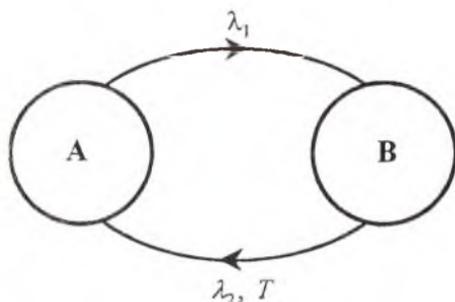


Рис. 4.1. Модель ФХМ

Рассмотрим типичную модель фотохромного материала, используемую в голографии. ФХМ состоит из фотохромных частиц, которые могут находиться либо в состоянии  $A$ , либо в состоянии  $B$ . Переход из состояния  $A$  в состояние  $B$  происходит под действием излучения на длине волны  $\lambda_1$ , обратный переход - либо под действием излучения на длине волны  $\lambda_2$ , либо вследствие термических процессов (рис. 4.1).

Кинетическое уравнение, описывающее изменение во времени концентрации фотохромных частиц в состоянии  $A$ , есть

$$\frac{dn_A(\vec{r}, t)}{dt} = -n_A(\vec{r}, t)\eta I_1(\vec{r}, t) + n_B(\vec{r}, t)w_B. \quad (4.1)$$

Здесь  $n_A$  и  $n_B$  - концентрации фотохромных частиц в состоянии  $A$  и  $B$  соответственно,  $I_1(\vec{r}, t)$  - интенсивность излучения на длине волны  $\lambda_1$ ,  $w_B$  - вероятность перехода фотохромных частиц из состояния  $B$  в состояние  $A$ . Если переход фотохромных частиц из состояния  $B$  в состояние  $A$  происходит под действием излучения на длине волны  $\lambda_2$  интенсивностью  $I_2(\vec{r}, t)$ ,

то  $w_B = \xi I_2(\bar{r}, t)$ . Постоянные  $\eta$  и  $\xi$  определяют скорости переходов фотохромных частиц из состояния  $A$  в состояние  $B$  и наоборот. При отсутствии нефотохромных частиц общая концентрация фотохромных частиц

$$n_0 = n_A + n_B = const.$$

Будем записывать на фотохромном материале тонкую голограмму двумя плоскими волнами (объектная и опорная волны) на длине волны  $\lambda_1$  (рис. 4.2). Предположение тонкости голограммы позволяет не учитывать изменения интенсивностей волн и концентрации фотохромных частиц в состоянии  $A$  по толщине фотохромного материала  $Z$ , то есть  $I_p(\bar{r}, t) = I_p(x, t)$ ,  $n_A(\bar{r}, t) = n_A(x, t)$  ( $p=1,2$ ;  $x$  - поперечная координата). Выражение для интенсивности излучения на длине волны  $\lambda_1$  запишем следующим образом:

$$I_1(x, t) = I_{10}[1 + f \cos(Kx + \varphi(t))].$$

Рис. 4.2. Модель записи голограммы

Здесь  $K$  и  $f$  - волновое число и глубина модуляции записываемой интерференционной решетки,  $I_{10}$  - средняя интенсивность излучения, записывающего голограмму,  $\varphi(t) = \varphi_o(t) - \varphi_r(t)$ ,  $\varphi_o(t)$  и  $\varphi_r(t)$  - фазы опорной и объектной волн.

С учетом сделанных предположений уравнение (4.1) примет вид

$$\frac{dn_A(x, t)}{dt} = -n_A(x, t)\{\eta I_{10}[1 + f \cos(Kx + \varphi(t))] + w_B\} + w_B n_0. \quad (4.2)$$

Пусть интенсивность излучения на длине волны  $\lambda_2$  не меняется в зависимости от пространственной и временной координат:  $I_2(x, t) = I_{20}$ . Будем искать решение уравнения (4.2) в виде

$$n_A(x, t) = n_{A0}(t) + \sum_{m=1}^{\infty} n_{Am}(t) e^{iKmx} + \text{к.с.} \quad (4.3)$$

Здесь  $n_{A0}$  - средняя концентрация фотохромных частиц,  $n_{Am}$  - амплитуда гармонической решетки концентрации с частотой  $Km$ .

После подстановки (4.3) в (4.2), приравнявая нулю коэффициенты перед множителями  $\exp\{iKmx\}$ , получим систему связанных уравнений вида

$$\begin{aligned} \frac{dn_{A0}}{dt} + (\eta I_{10} + w_B) n_{A0} &= -\frac{f \eta I_{10}}{2} (n_{A1} \exp\{-i\varphi\} + n_{A1}^* \exp\{i\varphi\}) + w_B n_0, \\ \frac{dn_{Am}}{dt} + (\eta I_{10} + w_B) n_{Am} &= -\frac{f \eta I_{10}}{2} (n_{A(m-1)} \exp\{i\varphi\} + n_{A(m+1)}^* \exp\{-i\varphi\}), m = 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (4.4)$$

Пусть глубина модуляции концентрации фотохромных частиц в состоянии  $A$  небольшая:  $n_{A0} \gg n_{A1}$ . Будем считать, что отклонение решетки концентрации фотохромных частиц от гармонической также небольшое, то есть  $n_{A1} \gg n_{A2} \gg n_{A3} \gg \dots$ . Тогда система уравнений (4.4) переписывается следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{dn_{A0}}{dt} + \frac{1}{\tau} n_{A0} &= \frac{1}{\tau_2} n_0, \\ \frac{dn_{Am}}{dt} + \frac{1}{\tau} n_{Am} &= -\frac{f}{2\tau_1} n_{A(m-1)} \exp\{i\varphi\}. \end{aligned} \quad (4.5)$$

Здесь  $\tau_1 = 1/\eta I_{10}$  - время записи,  $\tau_2 = 1/w_B$  - время стирания,  $\tau = \frac{\tau_1 \tau_2}{\tau_1 + \tau_2}$  - время записи-стирания.

Переход от системы связанных уравнений (4.4) к системе (4.5) справедлив при малой глубине модуляции записываемой интерференционной решетки  $f \ll 1$ . В случае записи на ФХМ стационарной голограммы и  $f=1$  численный анализ (4.4) показывает, что переход к системе уравнений (4.5) возможен при условии, что параметр

$M = \frac{\eta I_{10}}{w_B} > 5$ . Если на ФХМ записывается голограмма нестационарного

объекта, то даже при  $f=1$  с ростом скорости перемещения в материале интерференционной решетки минимальное значение параметра  $M$ , при котором возможен переход от системы (4.4) к (4.5), уменьшается.

Если в начальный момент времени все фотохромные частицы находились в состоянии  $A$ :  $n_{A0}(t=0) = n_0$ ,  $n_{Am}(t=0) = 0$ , то из (4.5) имеем:

$$\begin{aligned} n_{A0}(t) &= \frac{\tau}{\tau_2} n_0 + \left(1 - \frac{\tau}{\tau_2}\right) n_0 \exp\left\{-\frac{t}{\tau}\right\}, \\ n_{A1}(t) &= -\frac{fn_0\tau}{2\tau_1\tau_2} \int_0^t \exp\left\{-\frac{t-t'}{\tau} + i\varphi(t')\right\} dt' - \\ &\quad - \frac{fn_0}{2\tau_1} \left(1 - \frac{\tau}{\tau_2}\right) \exp\left\{-\frac{t}{\tau}\right\} \int_0^t \exp\{i\varphi(t')\} dt'. \end{aligned} \quad (4.6)$$

Для установившегося режима записи-стирания ( $t \gg \tau$ ) получим

$$\begin{aligned} n_{A0}(t) &= \frac{\tau}{\tau_2} n_0, \\ n_{A1}(t) &= -\frac{fn_0\tau}{2\tau_1\tau_2} \int_0^t \exp\left\{-\frac{t-t'}{\tau} + i\varphi(t')\right\} dt'. \end{aligned} \quad (4.7)$$

Будем считать голограмму излучением на длине волны  $\lambda_1$ . Коэффициент поглощения излучения на этой длине волны прямо

пропорционален концентрации фотохромных частиц в состоянии  $A$  ( $\alpha = \beta_1 n_A$ ,  $\beta_1$  - сечение поглощения излучения фотохромными частицами на длине волны  $\lambda_1$ ). При сделанных выше предположениях амплитуду волны за голограммой толщиной  $dz$  можно записать следующим образом:

$$dA = A_c \exp\{-\beta_1 n_A dz\} = A_c \exp\{-\beta_1 n_{A0} dz\} \exp\left\{-\beta_1 dz \left(\sum_{m=1}^{\infty} n_{Am} e^{iKmx} + \text{к. с.}\right)\right\} =$$

$$= A_c \exp\{-\beta_1 n_{A0} dz\} \left[1 - \beta_1 dz \left(\sum_{m=1}^{\infty} n_{Am} e^{iKmx} + \text{к. с.}\right)\right] \quad (4.8)$$

Здесь  $A_c$  - амплитуда считывающей волны. В дальнейшем будем считать  $A_c = 1$ .

Тогда амплитуда волны, восстановленной в первый порядок дифракции, определяется амплитудой первой гармоники в разложении (4.8):

$$dA_d = -n_{A1}(t) \beta_1 dz \exp\{-\beta_1 n_{A0} dz\}. \quad (4.9)$$

Полученное выражение устанавливает однозначную связь между характером временной зависимости дифракционной эффективности тонкой голограммы ( $h = dA_d \times dA_d^*$ ) и изменением во времени разности фаз опорной и объектной волн. Из (4.9) с учетом (4.7), в частности, следует, что при установившемся режиме записи голограммы стационарного объекта ( $\varphi(t) = \text{const}$ ) дифракционная эффективность тонкой голограммы определяется выражением

$$h = \left(\frac{f \beta_1 n_0 \tau^2 dz}{2\tau_1 \tau_2}\right)^2 \exp\{-2\beta_1 n_{A0} dz\}. \quad (4.10)$$

Анализ (4.10) показывает, что максимальное значение дифракционной эффективности голограммы (ДЭГ) стационарного объекта при условии

$$\beta_1 n_{A0} dz \ll 1$$

(которое является условием тонкости голограммы) наблюдается при равенстве времени записи и времени стирания:  $\tau_1 = \tau_2$ .

#### 4.2. Слоистая модель объемной динамической голограммы

Представим объемную голограмму в виде суммы тонких голограмм (рис. 4.3). Амплитуду волны, восстановленной с тонкой голограммы толщиной  $dz$ , расположенной на расстоянии  $z$  от передней грани ФХМ, можно представить в виде

$$dA_d = g \beta_1 n_{A1}(t, z) dz, \quad (4.11)$$

где  $g$  - коэффициент, учитывающий ослабление считывающей и восстановленной волн по мере их распространения в ФХМ. Для нахождения амплитуды волны, восстановленной с объемной голограммы, необходимо ко-

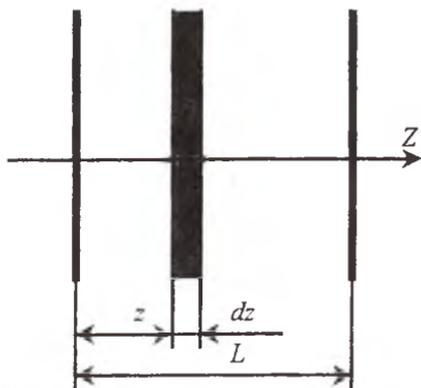


Рис. 4.3. Слоистая модель объемной голограммы

по глубине ФХМ времен записи, стирания.

Будем считать, что стирание голограммы происходит излучением на длине волны  $\lambda_2$ . Для нахождения  $\tau_1(z)$  и  $\tau_2(z)$  воспользуемся уравнениями Бугера-Ламберта-Бера:

$$\frac{dI_1(z)}{dz} = -(\alpha_1 + \beta_1 n_A) I_1(z), \quad (4.14)$$

$$\frac{dI_2(z)}{dz} = -(\alpha_2 + \beta_2 n_B) I_2(z), \quad (4.15)$$

где  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  - коэффициенты поглощения излучений на длинах волн  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  нефотокромыми составляющими фотохромного материала,  $\beta_2$  - сечение поглощения излучения на длине волны  $\lambda_2$  фотохромными частицами.

При выполнении граничных условий

$$\tau_1(z=0) = \tau_{10}, \quad \tau_2(z=0) = \tau_{20}$$

из (4.14) и (4.15) имеем

$$\frac{d\tau_1}{dz} = \left[ \alpha_1 + \beta_1 n_0 \left( 1 + \frac{\tau_2}{\tau_1} \right)^{-1} \right] \tau_1, \quad (4.16)$$

$$\frac{\tau_2}{\tau_{20}} = \left( \frac{\tau_1}{\tau_{10}} \right)^{-\beta_2/\beta_1} \exp \left[ \left\{ \frac{\beta_2}{\beta_1} \alpha_1 + \alpha_2 + \beta_2 n_0 \right\} z \right]. \quad (4.17)$$

При выводе (4.16) считали, что глубина модуляции концентрации фотохромных частиц небольшая, поэтому  $n_A$  можно заменить на  $n_{A0}$ .

При считывании голограммы излучением на длине волны  $\lambda_1$

$$g^2 = \frac{I_c(z=0)}{I_c(z=L)} = \frac{\tau_1(z=0)}{\tau_1(z=L)}.$$

герентно просуммировать амплитуды волн, восстановленных с тонких голограмм:

$$A_d = g \beta_1 \int_0^L n_{A1}(t, z) dz. \quad (4.12)$$

Здесь  $L$  - толщина ФХМ (голограммы).

Для установившегося режима записи стационарной решетки выражение для ДЭГ примет вид

$$h = \frac{f^2 \beta_1^2}{4} g^2 \left| \int_0^L \frac{n_0(z) \tau^2(z)}{\tau_2(z) \tau_1(z)} dz \right|^2. \quad (4.13)$$

Из (4.13) следует, что ДЭГ полностью определяется изменением

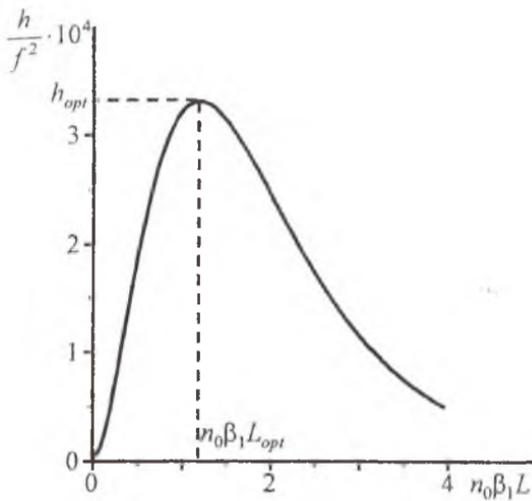


Рис. 4.4. Зависимость ДЭГ от толщины ФХМ при  $\beta_2/\beta_1 = 0$ ,  $\alpha_1 = \alpha_2 = n_0\beta_1 \cdot 10^{-2}$ ;  $\tau_{20}/\tau_{10} = 0.1$

Численный анализ дифракционной эффективности объемной голограммы (4.13), проведенный с использованием (4.16), (4.17) для однородного ФХМ ( $n_0(z) = n_0 = const$ ), показывает, что, как и для других поглощающих фоточувствительных материалов, с увеличением толщины вначале происходит рост ДЭГ, а затем ее уменьшение (рис. 4.4). Существует оптимальная толщина голограммы  $L_{opt}$ , при которой ДЭГ принимает максимальное значение. Изменение параметров фотохромного материала, интенсивностей записывающего и стирающего излучений приводит к смещению положения  $L_{opt}$  и изменению величины ДЭГ при такой толщине голограммы.

4.2.1. Уменьшение интенсивностей излучений в основном за счет поглощения нефотохромными составляющими фотохромного материала

Пусть уменьшение интенсивностей излучений по мере распространения в фотохромном материале происходит в основном за счет поглощения нефотохромными составляющими фотохромного материала ( $\alpha_{1,2} \gg n_0\beta_{1,2}$ ). Тогда изменение времен записи и стирания по толщине ФХМ есть

$$\tau_1(z) = \tau_{10} \exp(\alpha_1 z), \quad \tau_2(z) = \tau_{20} \exp(\alpha_2 z). \quad (4.18)$$

С учетом (4.18) выражение для ДЭГ (4.13) примет вид

$$h = \left( \frac{\beta_1 \tilde{m}_0 \tau_{20}}{4(\alpha_1 - \alpha_2)} \right)^2 e^{-\alpha_1 L} \left\{ \frac{1}{\tau_{10} + \tau_{20}} - \frac{1}{\tau_{20} + \tau_{10} \exp[(\alpha_1 - \alpha_2)L]} \right\}^2 \quad (4.19)$$

Используя условие  $\frac{dh}{dz} = 0$ , найдем зависимость оптимальной толщины голограммы от параметров ФХМ, интенсивностей записывающего и стирающего излучений:

$$L_{opt} = \frac{1}{(\alpha_1 - \alpha_2)} \ln \left\{ G + \left[ G^2 + \tau_{20}/\tau_{10} \right]^{1/2} \right\}, \quad (4.20)$$

где  $G = \frac{[\alpha_1(\tau_{20} + 3\tau_{10}) - 2\alpha_2(\tau_{10} + \tau_{20})]}{2\tau_{10}\alpha_1}$

Анализ выражений (4.19), (4.20) показывает, что с увеличением отношения  $M = \frac{\tau_{20}}{\tau_{10}}$  значение  $h(L_{opt}) = h_{opt}$  вначале возрастает, а затем уменьшается, стремясь при  $\tau_{10} \gg \tau_{20}$  к нулю. Существует экстремальное значение параметра  $M = M_0$ , при котором  $h(L_{opt}) = h_{max}$  ( $h_{max}$  - максимально возможное значение ДЭГ). Оно уменьшается при фиксированном коэффициенте поглощения  $\alpha_1$  с ростом коэффициента  $\alpha_2$ . Максимальное значение  $h_{opt}$  наблюдается при  $\alpha_1 = \alpha_2$  и  $\tau_{20} = \tau_{10}$ . Соотношение между коэффициентами поглощения  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  влияет также и на характер изменения оптимальной толщины голограммы с изменением соотношения между временами записи и стирания. Так, при  $\alpha_1 = \alpha_2$  оптимальная толщина голограммы не меняется при изменении параметра  $M$ . При  $\alpha_1 > \alpha_2$  уменьшение параметра  $M$  приводит к уменьшению, а при  $\alpha_1 < \alpha_2$  - к увеличению оптимальной толщины голограммы.

При  $\alpha_1 = \alpha_2$  отношение времени записи к времени стирания во всех тонких голограммах остается неизменным и равно  $\tau_{10}/\tau_{20}$ , поэтому амплитуды волн, восстановленных с любой из тонких голограмм, одинаковы. Интенсивность восстановленной с голограммы волны из-за увеличения числа тонких голограмм возрастает пропорционально  $L^2$  и уменьшается из-за поглощения считывающей и дифрагированной волн пропорционально  $\exp(-\alpha_1 L)$ . Таким образом, оптимальная толщина фотохромного материала оказывается равной  $2/\alpha_1$ .

При  $\alpha_1 \neq \alpha_2$  вклад тонких голограмм в дифракционную эффективность объемной голограммы различен. Максимальный вклад в амплитуду восстановленной волны дают тонкие голограммы в области фотохромного материала, в пределах которой  $\tau_1 \approx \tau_2$ . Изменение отношения времен записи, стирания по глубине фотохромного материала определяется выражением  $\tau_1/\tau_2 = (\tau_{10}/\tau_{20}) \exp[(\alpha_1 - \alpha_2)z]$ . Поэтому при  $\alpha_1 > \alpha_2$  с уменьшением параметра  $M$  наблюдается смещение этой области от  $z = \infty$  к  $z = 0$ , что и объясняет уменьшение оптимальной толщины голограммы. И наоборот, при  $\alpha_1 < \alpha_2$  и  $\tau_{10} < \tau_{20}$  максимальный вклад в ДЭГ дают тонкие голограммы, расположенные вблизи передней грани ФХМ. Уменьшение параметра  $M$  приводит к увеличению относительного вклада в ДЭГ более "глубоких" тонких голограмм, кроме того, при  $\tau_{10} > \tau_{20}$  область объемной голограммы, дающая максимальный вклад в ее дифракционную эффективность, смещается вглубь голограммы. Это и

объясняет монотонное увеличение  $L_{opt}$  при  $\alpha_1 < \alpha_2$  с уменьшением параметра  $M$ .

4.2.2. Уменьшение интенсивностей излучений в основном за счет поглощения фотохромными частицами

Рассмотрим случай, когда  $\beta_2 = 0$ , т.е.  $\tau_2(z) = \tau_{20} = const$ . Тогда уравнение для изменения времени стирания голограммы по толщине ФХМ имеет аналитическое решение вида

$$\ln \frac{\tau_{10}}{\tau_1(z)} - \tau_{20} \left( \frac{1}{\tau_1(z)} - \frac{1}{\tau_{10}} \right) = n_0 \beta_1 z. \quad (4.21)$$

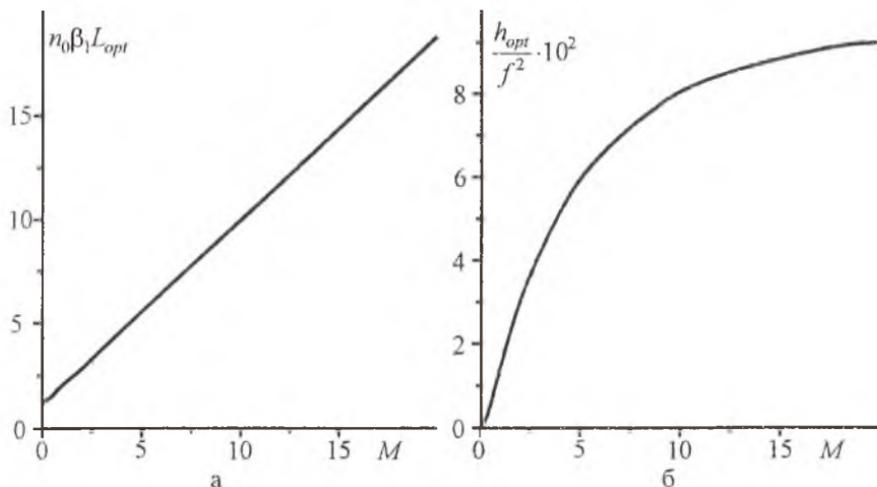


Рис. 4.5. Зависимость оптимальной толщины (а) и соответствующей ей ДЭГ (б) от параметра  $M$  при  $\alpha_1 = \alpha_2$ ,  $\alpha_1 = n_0 \beta_1 \cdot 10^{-2}$ ,  $\beta_2 / \beta_1 = 0$

Для нахождения ДЭГ стационарного объекта в (4.13) перейдем от интегрирования по  $dz$  к интегрированию по  $d\tau_1$ :

$$\beta_1 n_0 dz = \frac{d\tau_1}{\tau_1} \left( 1 + \frac{\tau_{20}}{\tau_1} \right). \quad (4.22)$$

С учетом (4.22) выражение для дифракционной эффективности голограммы есть

$$h = \frac{f^2 \tau_{10}}{4 \tau_1(L)} \left[ \ln \frac{(M+1) \tau_1(L)}{M \tau_{10} + \tau_1(L)} \right]^2. \quad (4.23)$$

Здесь  $\tau_1(L) = \tau_1(z=L)$ .

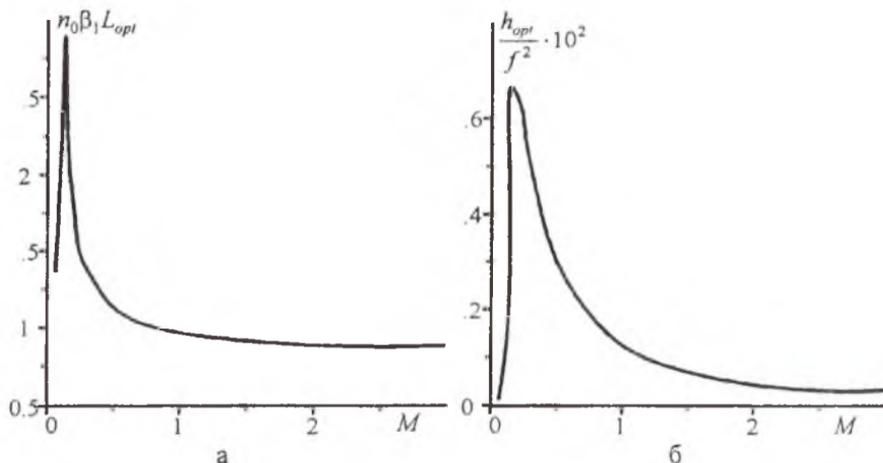


Рис. 4.6. Зависимость оптимальной толщины (а) и соответствующей ей ДЭГ (б) от параметра  $M$  при  $\alpha_1 = \alpha_2$ ,  $\alpha_1 = n_0 \beta_1 \cdot 10^{-2}$ ,  $\beta_2 / \beta_1 = 10$

Анализ выражения (4.23) с учетом (4.21) показывает, что увеличение параметра  $M$  приводит к монотонному росту как оптимальной толщины голограммы (рис. 4.5), так и значения  $h_{opt}$  (рис. 4.6). Зависимость  $L_{opt}$  от  $M$  близка к линейной зависимости. Отсутствие экстремального значения в зависимости  $h_{opt}$  от  $M$  объясняется тем, что с ростом интенсивности излучения, записывающего голограмму, происходит снижение концентрации фотохромных частиц в состоянии  $A$ , что в свою очередь уменьшает коэффициент поглощения излучения на длине волны  $\lambda_1$ , препятствует при  $M$ , стремящемся к бесконечности, уменьшению ДЭГ.

Учет конечности сечений ослабления излучений фотохромными частицами приводит к возникновению экстремального значения  $M_0$ . Коэффициент поглощения фотохромными частицами зависит не только от сечения поглощения, но и от концентрации фотохромных частиц, которая в свою очередь определяется соотношением  $\frac{\tau_1}{\tau_2}$ , поэтому экстремальное значение параметра  $M_0$  наблюдается при условии  $\beta_1 n_{A0} \approx \beta_2 (n_0 - n_{A0})$ . Учитывая выражение для  $n_{A0}$ , получим  $\frac{\beta_1}{\beta_2} \approx \frac{\tau_{10}}{\tau_{20}}$ . Это соотношение позволяет качественно определить величину экстремального значения  $M_0 \approx \frac{\beta_2}{\beta_1}$ . При  $M < M_0$  изменение времени записи по глубине фотохромного материала опережает изменение времени стирания,

существенное влияние на величину ДЭГ оказывает поглощение считывающей и дифрагированной волн по мере их распространения в голограмме.

### 4.3. Температурная зависимость ДЭГ

Стирание голограмм в ФХМ может быть осуществлено за счет термических процессов. Кроме того, изменение температуры ФХМ меняет скорости перехода фотохромных частиц из состояния  $A$  в состояние  $B$  и из состояния  $B$  в состояние  $A$ . Пусть характер изменения параметров  $\eta$  и  $w_B$  от абсолютной температуры  $T$  описывается экспоненциальной зависимостью

$$\eta = \eta_0 \exp\left(-\frac{E_1}{k_0 T}\right), \quad w_B = w_0 \exp\left(-\frac{E_2}{k_0 T}\right), \quad (4.29)$$

где  $E_1$  и  $E_2$  - энергии активации,  $k_0$  - постоянная Больцмана.

#### 4.3.1. Голограмма стационарного объекта

Используя слоистую модель объемной голограммы, с учетом (4.29) выражение для ДЭГ (4.13) можно записать в виде

$$h = \left(\frac{\beta \beta_1 n_0 g}{2}\right)^2 \left| \int_0^L \frac{\frac{w_0}{\eta_0 I_0} \exp\left\{-\frac{E_2 - E_1}{k_0 T}\right\}}{\left(1 + \frac{w_0}{\eta_0 I_0} \exp\left\{-\frac{E_2 - E_1}{k_0 T}\right\}\right)^2} dz \right|^2. \quad (4.30)$$

Численный анализ ДЭГ в зависимости от толщины ФХМ, параметров записывающего излучения проводился при энергиях активаций

$E_1 = 0,13$  эВ,  $E_2 = 0,47$  эВ. Увеличение температуры ФХМ вначале приводит к росту, а затем к уменьшению дифракционной эффективности динамической голограммы, то есть существует оптимальное значение температуры, при которой ДЭГ максимальна (рис. 4.7).

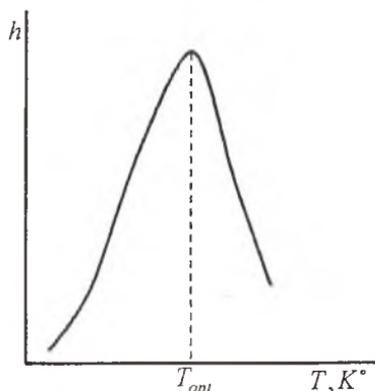


Рис. 4.7. Зависимость ДЭГ от температуры ФХМ

На рис. 4.8 в случае записи стационарной голограммы приведены зависимости  $T_{opt}$  и соответствующей ей ДЭГ ( $h_{1opt}$ ) от толщины ФХМ, рассчитанные с использованием выражения (4.30). Рост толщины ФХМ

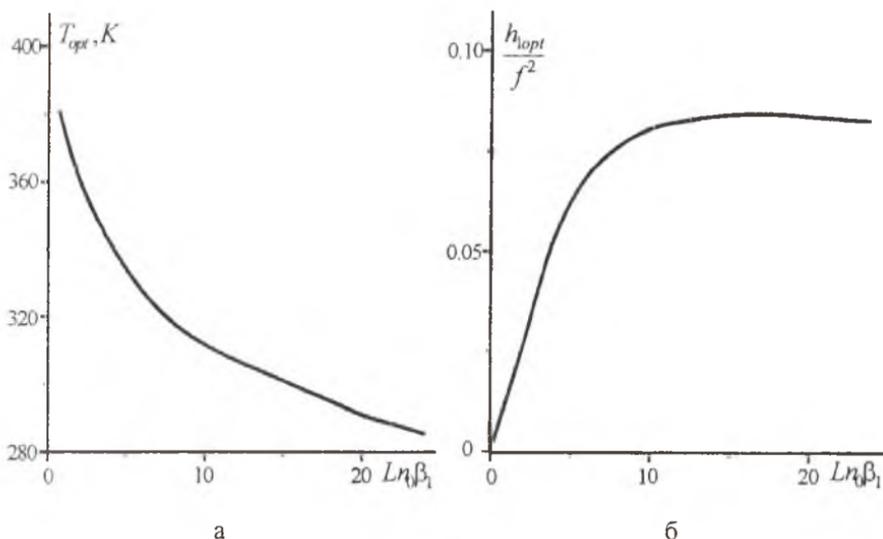


Рис. 4.8. Зависимость  $T_{opt}$  (а) и  $h_{opt}$  (б) стационарной голограммы от толщины ФХМ при  $\alpha_1 = \alpha_2$ ,  $\alpha_1 = 10^{-2} \beta_1 n_0$ ,  $w_0/I_{10} \eta_0 = 2 \cdot 10^4$ ,  $\beta_2/\beta_1 = 0.03$

приводит к уменьшению значения  $T_{opt}$ , при этом ДЭГ, соответствующая оптимальной температуре, вначале увеличивается, а затем уменьшается.

Для тонкой стационарной голограммы, записанной на ФХМ, как следует из (4.10), максимум дифракционной эффективности наблюдается при условии  $\eta I_{10} \approx w_B$ . По мере распространения излучения в ФХМ из-за уменьшения его интенсивности вероятность перехода фотохромных частиц из состояния  $A$  в состояние  $B$  падает. Таким образом, если при некоторой толщине ФХМ определена  $T_{opt}$ , то при дальнейшем увеличении толщины материала для оптимизации вклада в дифракционную эффективность объемной голограммы как «старых», так и «дополнительных» тонких голограмм необходимо уменьшить значение оптимальной температуры ФХМ.

При фиксированной толщине ФХМ уменьшение на ее передней грани средней интенсивности записывающего голограмму излучения (рис. 4.9), разности энергий активации  $E_2 - E_1$  приводит к падению значения оптимальной температуры ФХМ. При этом величина ДЭГ, соответствующая оптимальной температуре ФХМ, не меняется.

Уменьшение значений  $E_2 - E_1$ ,  $I_{10}$  снижает вероятность перехода частиц из состояния  $A$  в состояние  $B$  по сравнению с вероятностью обратного перехода. Как уже отмечалось выше, для увеличения ДЭГ

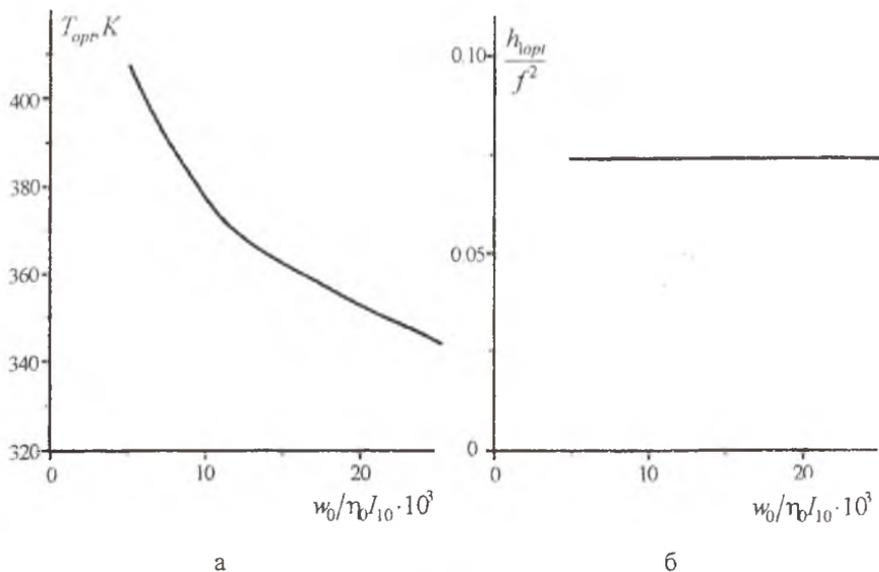


Рис. 4.9. Зависимость  $T_{opt}$  (а) и  $h_{opt}$  (б) стационарной голограммы от средней интенсивности излучения, записывающего голограмму,  $\alpha_1 = \alpha_2$ ,  $\alpha_1 = 10^{-2} \beta_1 n_0$ ,  $\beta_2/\beta_1 = 0.03$ ,  $Ln_0 \beta_1 = 5$

необходимо выравнять эти вероятности. Это и достигается уменьшением температуры ФХМ.

#### 4.3.2. Голограмма вибрирующего объекта

Запись на ФХМ голограммы нестационарного объекта рассмотрим на примере голограммы вибрирующего объекта. Вибрирующий объект модулирует фазу объектной волны по гармоническому закону ( $\varphi_r = a \cos \gamma t$ , где  $a$  и  $\gamma$  - амплитуда и частота модуляции фазы объектной волны). Тогда выражение для ДЭГ (4.12) с учетом (4.9) и (4.29) примет вид:

$$h = \left( \frac{f \beta_1 n_0 g}{4} \right)^2 \left| \sum_{n=-\infty}^{\infty} i^n J_n(a) \int_0^L dz \frac{\frac{w_0}{\eta_0 J_0(z)} \exp\left\{ -\frac{E_2 - E_1}{kT} \right\}}{\left[ 1 + \frac{w_0}{\eta_0 J_0(z)} \exp\left\{ -\frac{E_2 - E_1}{kT} \right\} \right]^2} \right|^2 \times \quad (4.31)$$

$$\times \exp(-i\gamma t) \left[ 1 + \frac{i\gamma m w_0^{-1} \exp \frac{E_1}{kT}}{1 + \frac{w_0}{\eta_0 I_0(z)} \exp \left\{ -\frac{E_2 - E_1}{kT} \right\}} \right]^{-1}{}^2$$

Здесь  $J_n(a)$  – функция Бесселя  $n$ -ого порядка.

Рассмотрим случай, когда период изменения фазы объектной волны сравним с характерным временем  $\tau(z=0)$ . При этом ДЭГ периодически меняется во времени, и по ее виду можно однозначно судить как об амплитуде, так и о частоте модуляции фазы объектной волны. На периоде изменения фазы объектной волны ДЭГ дважды достигает наибольшего значения. Подробно использование динамической голографии для анализа вибраций изложено в части 5.

На рис. 4.10 приведены характерные зависимости оптимальной температуры ФХМ, а на рис. 4.11 – соответствующей ей ДЭГ ( $h_{m,opt}$  – это наибольшее значение ДЭГ на периоде зависимости  $h$  от времени) от амплитуды модуляции фазы объектной волны при различных толщинах фотохромного материала, полученные с использованием выражения (4.31).

По мере увеличения амплитуды модуляции фазы наблюдается осциллирующее с периодом  $\Delta a \approx \pi$  увеличение оптимальной температуры

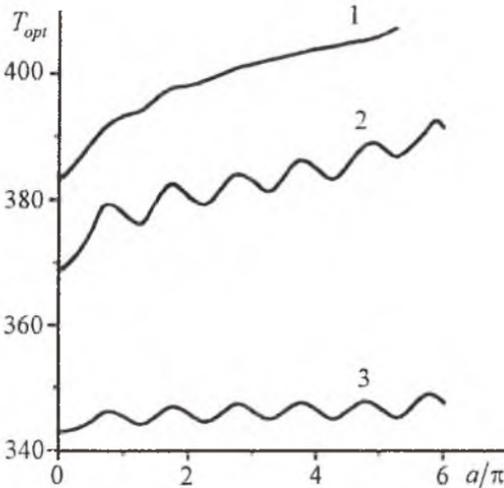


Рис. 4.10. Зависимость  $T_{opt}$  голограммы вибрирующего объекта от амплитуды модуляции фазы объектной волны при

$$\alpha_1 = 10^{-2} \beta_1 n_0, \quad \gamma / I_{10} n_0 = 2 \cdot 10^{-2}, \\ w_0 / I_{10} n_0 = 2 \cdot 10^4, \quad L n_0 \beta_1 = 1(1), 2(2), 5(3)$$

ФХМ и уменьшение соответствующей ей ДЭГ. С ростом  $a$  скорость перемещения в ФХМ решетки концентрации фотохромных частиц возрастает. Для увеличения ДЭГ необходимо быстрее стирать “старые” и записывать “новые” решетки. Это достигается путем увеличения температуры ФХМ. Осциллирующий характер изменения  $T_{opt}$  и  $h_{m,opt}$  в зависимости от амплитуды модуляции фазы объектной волны можно объяснить следующим образом. Если сравнивать положения решеток концентрации фотохромных частиц, соответствующих наиболь-

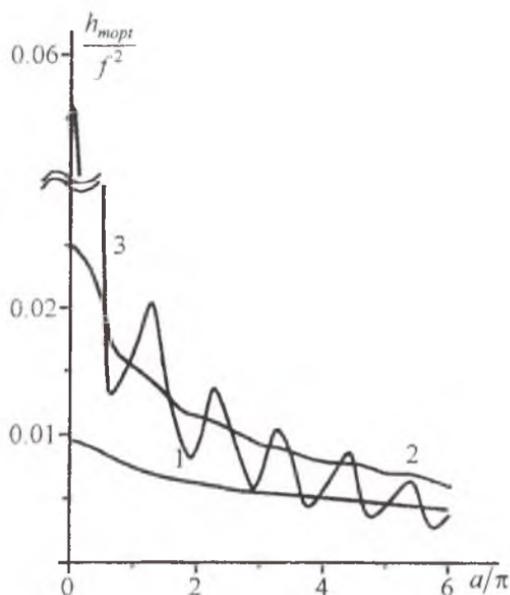


Рис. 4.11. Зависимость максимального значения ДЭГ вибрирующего объекта от амплитуды модуляции фазы объектной волны при  $\alpha_1 = 10^{-2} \beta_1 n_0$ ;  $\frac{w_0}{I_{10} \pi_0} = 2 \cdot 10^4$ ;

$$\frac{\gamma}{I_{10} \pi_0} = 2 \cdot 10^{-2}; L n_0 \beta_1 = 1(1), 2(2), 5(3)$$

достигается путем увеличения температуры ФХМ. Значение  $h_{m,opt}$  в этом случае минимально.

Скорость роста среднего значения  $T_{opt}$  в зависимости от параметра  $a$  уменьшается по мере увеличения толщины ФХМ. Амплитуда осцилляций оптимальной температуры ФХМ с ростом толщины фотохромного материала вначале возрастает, а затем уменьшается и при больших значениях  $L$  стремится к нулю.

При фиксированной амплитуде модуляции фазы объектной волны увеличение частоты модуляции  $\gamma$  приводит вначале к росту, а затем к падению  $T_{opt}$  (рис. 4.12). Уменьшение на передней грани ФХМ средней интенсивности излучения, записывающего голограмму, снижает частоту

шим значениям ДЭГ на периоде временной зависимости фазы объектной волны, то можно подобрать амплитуды модуляции фазы, при которых решетки либо совпадают, либо находятся в противофазе. В первом случае происходит дозапись решеток, поэтому необходимо увеличить время существования предыдущей решетки, что и достигается за счет уменьшения температуры ФХМ. Значение  $h_{m,opt}$  в этом случае максимально. Если решетки находятся в противофазе, то наличие предыдущей решетки снижает контраст решетки концентрации фотохромных частиц, при которой значение ДЭГ на периоде временной зависимости фазы объектной волны наибольшее. Поэтому необходимо уменьшить время существования предыдущей решетки, что достигается путем увеличения температуры ФХМ. Значение  $h_{m,opt}$  в этом

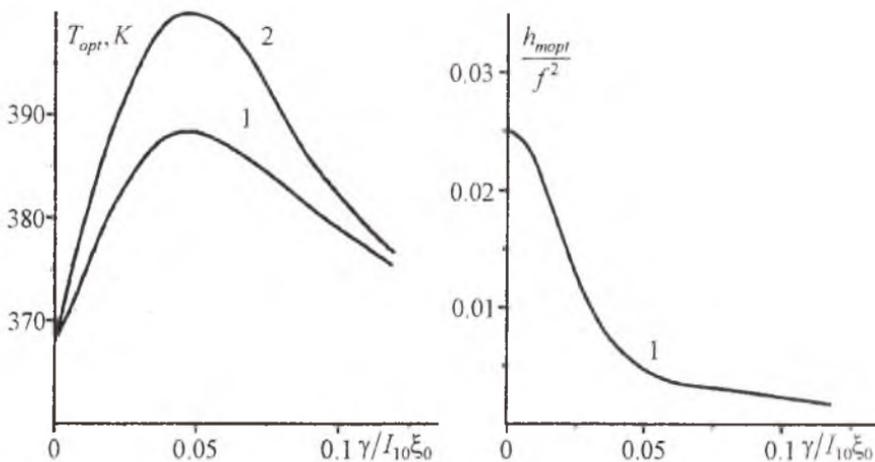


Рис. 4.12. Зависимость  $T_{opt}$  (а) и  $h_{m,opt}$  (б) от нормированной частоты модуляции фазы предметной волны при  $\alpha_1 = 10^{-2}\beta_1 n_0$ ,  $Ln_0\beta_1 = 2$ ,  $W_0/I_{10}\xi_0 = 2 \cdot 10^4$ ,  $a = 2\pi(1), 5\pi(2)$

модуляции фазы объектной волны, при которой  $\frac{dT_{opt}}{d\gamma} = 0$ . С увеличением параметра  $a$  кривая зависимости  $T_{opt}$  от  $\gamma$  сужается.

Описанные выше зависимости  $T_{opt}$  и  $h_{2,opt}$  от  $a$  и  $\gamma$  исчезают при реализации на ФХМ записи голограммы в реальном времени ( $\gamma\tau \ll 1$ ) и голограммы с усреднением во времени ( $\gamma\tau \gg 1$ ).

#### 4.4. Угловая зависимость ДЭГ на обратимом ФХМ

Модель объемной динамической голограммы в виде суммы тонких голограмм привлекает к себе внимание своей простотой, возможностью анализировать дифракционную эффективность голограмм как стационарных, так и нестационарных объектов. Однако в рамках этой модели не удается исследовать угловые характеристики динамической голограммы. Кроме того, при анализе дифракционной эффективности голограмм не учитывается изменение глубины модуляции записываемой интерференционной решетки по толщине ФХМ.

Анализу зависимости ДЭГ от угла между волнами, ее записывающими, от направления распространения считывающей волны и посвящен настоящий параграф.

#### 4.4.1. Запись голограммы

Пусть на слой ФХМ, расположенный между плоскостями  $z = 0$  и  $z = L$ , падают под произвольным углом две плоские монохроматические волны на длине волны  $\lambda_1$ , записывающие голограмму.

Волновое уравнение, описывающее распространение в ФХМ волн, есть

$$(\nabla^2 + k^2 - ik\alpha)A = 0, \quad (4.32)$$

где  $A = \sum_{j=1}^2 A_j(z) \exp(-ik_j \cdot \vec{r})$  + к.с.л.:  $A_j$  и  $\vec{k}_j$  - амплитуды и волновые вектора волн, записывающих голограмму;  $k^2 = k_{1j}^2$ .

В приближении медленно меняющихся амплитуд волновое уравнение (4.32) распадается на систему двух связанных уравнений вида

$$\begin{aligned} k_{11z} \frac{dA_{11}}{dz} \left\{ 1 + \frac{\eta}{w_B} (I_{11} + I_{12}) \right\} + k_{12z} \frac{\eta}{w_B} A_{11} A_{12}^* \frac{dA_{12}}{dz} + \frac{1}{2} kn_0 \beta_1 A_{11} &= 0, \\ k_{12z} \frac{dA_{12}}{dz} \left\{ 1 + \frac{\eta}{w_B} (I_{11} + I_{12}) \right\} + k_{11z} \frac{\eta}{w_B} A_{12} A_{11}^* \frac{dA_{11}}{dz} + \frac{1}{2} kn_0 \beta_1 A_{12} &= 0. \end{aligned} \quad (4.33)$$

Здесь  $I_{1j} = A_{1j} A_{1j}^*$ ,  $k_{1jz}$  - проекция волнового вектора  $\vec{k}_{1j}$  на ось  $Z$ . Уравнения (4.33) получены в предположении, что в среде распространяются только две волны.

Умножим первое и второе уравнения (4.33) на  $A_{11}^*$  и  $A_{12}^*$  соответственно. Осуществим операцию сопряжения полученных уравнений. После сложения первых и вторых уравнений сопряженной и несопряженной систем уравнений получим систему уравнений, описывающую изменение интенсивности волн, записывающих голограмму:

$$\begin{aligned} k_{11z} \frac{dI_{11}}{dz} \left\{ 1 + \frac{\eta}{w_B} (I_{11} + I_{12}) \right\} + k_{12z} \frac{\eta}{w_B} I_{11} \frac{dI_{12}}{dz} + kn_0 \beta_1 I_{11} &= 0, \\ k_{12z} \frac{dI_{12}}{dz} \left\{ 1 + \frac{\eta}{w_B} (I_{11} + I_{12}) \right\} + k_{11z} \frac{\eta}{w_B} I_{12} \frac{dI_{11}}{dz} + kn_0 \beta_1 I_{12} &= 0. \end{aligned} \quad (4.34)$$

Если переход фотохромных частиц из состояния  $B$  в состояние  $A$  происходит под действием излучения на длине волны  $\lambda_2$ , распространяющегося строго вдоль оси  $Z$ , то система уравнений (4.34) дополняется уравнением, описывающим изменение вероятности  $w_B$  по толщине ФХМ:

$$\frac{dw_B}{dz} \{ w_B + \eta(I_{11} + I_{12}) \} + 2n_0 \beta_2 \eta (I_{11} + I_{12}) = 0. \quad (4.35)$$

Уравнение (4.35) получено из волнового уравнения (4.32) с учетом  $w_B = \xi I_2$

Численное решение уравнений (4.34) и (4.35) с учетом граничных условий

$$I_{11}(z=0) = I_{110}, \quad I_{12}(z=0) = I_{120}, \quad w_E(z=0) = w_{B0}$$

позволяет определить изменение коэффициента поглощения ФХМ на длине волны  $\lambda_1$  в зависимости от пространственных координат:

$$\alpha(\vec{r}) = \frac{n_0 \beta_1}{\left\{ 1 + \frac{\eta}{w_B} (I_{11} + I_{12} + 2\sqrt{I_{11}I_{12}} \cos[(\vec{k}_{11} - \vec{k}_{12}) \cdot \vec{r}]) \right\}} \quad (4.36)$$

Проанализируем глубину модуляции решетки коэффициента поглощения

$$K_\alpha = \frac{\alpha_{\max} - \alpha_{\min}}{\alpha_{\max} + \alpha_{\min}} = 2\eta\sqrt{I_{11}I_{12}} / \left\{ w_B + \eta(I_{11} + I_{12}) \right\}$$

при условии, что запись решетки осуществляется волнами, распространяющимися под одинаковыми углами к оси  $Z$  ( $k_{11z} = k_{12z}$ ).

При  $w_B(z) = \text{const}$  и равной интенсивности волн, записывающих голограмму, глубина модуляции решетки коэффициента поглощения максимальна на передней грани ФХМ и монотонно уменьшается с ростом координаты  $z$ . Увеличение соотношения между вероятностями перехода фотохромных частиц из состояния  $A$  в состояние  $B$  и наоборот ( $M = (I_{110} + I_{120})/w_{B0}$ ) приводит не только к увеличению глубины модуляции решетки, но и к росту толщины слоя ФХМ, в пределах которого глубина модуляции решетки коэффициента поглощения уменьшается в два раза по сравнению с ее значением в плоскости  $z=0$ .

В случае  $I_{110} \neq I_{120}$  и  $M > 1$  плоскость, в которой глубина модуляции коэффициента поглощения максимальна, смещается вглубь ФХМ. Причем с уменьшением в плоскости  $z=0$  глубины модуляции записываемой интерференционной решетки это смещение возрастает, стремясь к некоторому предельному значению. Увеличение параметра  $M$  приводит к росту смещения плоскости, в которой  $K_\alpha$  максимально, вглубь ФХМ.

Учет перехода фотохромных частиц из состояния  $B$  в состояние  $A$  под действием излучения на длине волны  $\lambda_2$  качественно меняет характер поведения глубины модуляции коэффициента поглощения по толщине фотохромного слоя. Существует критическое значение соотношения между вероятностями перехода фотохромных частиц из состояния  $A$  в состояние  $B$  и наоборот в плоскости  $z=0$  ( $M_{cr}$ ), при котором глубина модуляции решетки коэффициента поглощения не меняется по глубине ФХМ. При  $M > M_{cr}$  по мере удаления от плоскости  $z=0$  глубина модуляции решетки коэффициента поглощения возрастает, выходя на постоянный уровень. Толщина ФХМ, в пределах которой  $K_\alpha$  выходит на

постоянный уровень, уменьшается с увеличением параметра  $M$ . При  $M < M_{кр}$  глубина модуляции решетки коэффициента поглощения по мере удаления от плоскости  $z=0$  либо монотонно уменьшается, либо вначале возрастает, достигает наибольшего значения, а затем уменьшается.

Критическое значение отношения вероятностей перехода фотохромных частиц из состояния  $A$  в состояние  $B$  и наоборот однозначно связано с отношением сечений поглощения излучений на длинах волн  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  и при  $I_{110} \gg I_{120}$  определяется приближенной формулой вида

$$M_{кр} \approx \frac{\beta_1 k_{11z}}{\beta_2 k} \quad (4.37)$$

С ростом в плоскости  $z=0$  глубины модуляции записываемой интерференционной решетки значение  $M_{кр}$  уменьшается.

#### 4.4.2. Считывание голограммы

Будем считывать голограмму плоской волной на длине волны  $\lambda_1$ , распространяющейся навстречу волне с амплитудой  $A_{11}$ . Тогда восстановленная волна будет распространяться навстречу волне с амплитудой  $A_{12}$ . Предположим, что распространение в голограмме считывающей и восстановленной волн не меняет распределение коэффициента поглощения по толщине ФХМ ( $A_{1j}A_{1j}^* \gg A_{c,d}A_{c,d}^*$ ). Как и в теории Когельника, представим амплитуды считывающей и восстановленной волн в виде

$$A_c = A_c(z) \exp\{-i\bar{k}_c \bar{r}\}, \quad A_d = A_d(z) \exp\{-i\bar{k}_d \bar{r}\},$$

где  $\bar{k}_c$  - волновой вектор считывающей волны,  $\bar{k}_d = \bar{k}_c + (\bar{k}_{12} - \bar{k}_{11})$ . Вновь, используя волновое уравнение (4.32), с учетом (4.36) получим систему уравнений, описывающую изменение амплитуд считывающей и восстановленной волн по толщине голограммы, вида

$$\begin{aligned} \frac{k_{2z}}{k} \frac{dA_c}{dz} \left\{ 1 + \frac{\eta}{w_B} (I_1 + I_2) \right\} - \frac{n_0 \beta_1}{2} A_c + \frac{\eta}{w_B} \frac{k_{1z}}{k} \frac{dA_d}{dz} \sqrt{I_1 I_2} &= 0, \\ \frac{k_{1z}}{k} \frac{dA_d}{dz} \left\{ 1 + \frac{\eta}{w_B} (I_1 + I_2) \right\} - \frac{n_0 \beta_1}{2} A_d + \frac{\eta}{w_B} \frac{k_{2z}}{k} \frac{dA_c}{dz} \sqrt{I_1 I_2} &= 0. \end{aligned} \quad (4.38)$$

Эта система уравнений может быть обобщена на случай, когда направление распространения считывающей волны отличается от угла Брэгга:

$$\begin{aligned}
& \frac{k_{cz}}{k} \frac{dA_c}{dz} \left\{ 1 + \frac{\eta}{w_B} (I_1 + I_2) \right\} + \frac{n_0 \beta_1}{2} A_c \frac{\eta}{w_B} \frac{k_{dz}}{k} \frac{dA_d}{dz} \sqrt{I_1 I_2} + \\
& \quad + i \frac{\eta}{w_B} A_d n_0 \beta_1 \Gamma \sqrt{I_1 I_2} = 0, \\
& \frac{k_{dz}}{k} \frac{dA_d}{dz} \left\{ 1 + \frac{\eta}{w_B} (I_1 + I_2) \right\} + \frac{n_0 \beta_1}{2} A_d + \frac{\eta}{w_B} \frac{k_{cz}}{k} \frac{dA_c}{dz} \sqrt{I_1 I_2} + \\
& \quad + i n_0 \beta_1 A_d \Gamma \left\{ 1 + \frac{\eta}{w_B} (I_1 + I_2) \right\} = 0.
\end{aligned} \tag{4.39}$$

Здесь  $\Gamma = \frac{k^2 - k_d^2}{2kn_0\beta_1} = \tilde{\Gamma} \sin(\theta_1 + \theta_2)$ ,  $\theta_1$  и  $\theta_2$  – углы между направлениями распространения записывающих голограмму волн и нормалью к передней грани ФХМ,  $\tilde{\Gamma} = k\Delta\theta/n_0\beta_1$ ,  $\Delta\theta$  – угол, задающий отклонение считывающей волны от угла Брэгга,  $k_{cz}$  и  $k_{dz}$  – проекции векторов  $\vec{k}_c$  и  $\vec{k}_d$  на ось  $Z$ .

Систему уравнений (4.39) необходимо дополнить граничными условиями

$$A_c(z=0) = 1, \quad A_d(z=L) = 0.$$

Выражения (4.34), (4.35), (4.39) с учетом граничных условий позволяют численными методами проанализировать зависимость дифракционной эффективности голограммы от характеристик ФХС, параметров волн, записывающих и считывающих голограмму.

#### 4.4.3. Анализ угловой зависимости ДЭГ

Пусть интенсивность одной из волн, записывающих голограмму, намного больше интенсивности другой волны ( $I_{11} \gg I_{12}$ ). Предположим, что волна с волновым вектором  $\vec{k}_{11}$  распространяется строго вдоль оси  $Z$ . Тогда система уравнений (4.34) примет вид

$$\begin{aligned}
& \frac{dI_{11}}{dz} \left\{ 1 + \frac{\eta I_{11}}{w_B} \right\} + n_0 \beta_1 I_{11} = 0, \\
& \frac{k_{12z}}{k} \frac{dI_{12}}{dz} \left\{ 1 + \frac{\eta}{w_B} I_{11} \right\} + I_{12} \left\{ n_0 \beta_1 + \frac{\eta}{w_B} \frac{dI_{11}}{dz} \right\} = 0.
\end{aligned} \tag{4.40}$$

В пренебрежении истощением считывающей волны в левой части первого уравнения системы уравнений (4.39) последними двумя слагаемыми можно пренебречь:

$$\frac{dA_c}{dz} \left( 1 + \frac{\eta}{w_B} I_{11} \right) - \frac{1}{2} n_0 \beta_1 A_c = 0, \quad (4.41)$$

$$\frac{k_{dz}}{k} \frac{dA_d}{dz} \left( 1 + \frac{\eta}{w_B} I_{11} \right) + \frac{\eta}{w_B} \frac{dA_c}{dz} \sqrt{I_{12} I_{11}} + \frac{1}{2} n_0 \beta_1 A_d + m_0 \beta_1 A_d \Gamma \left( 1 + \frac{\eta}{w_B} I_{11} \right) = 0.$$

Численный анализ систем уравнений (4.40), (4.41) с учетом граничных условий показывает, что в зависимости от соотношения вероятностей перехода фотохромных частиц из состояния  $A$  в состояние  $B$  и наоборот на передней грани фотохромного слоя при  $\delta\theta = 0$  с ростом толщины ФХМ дифракционная эффективность голограммы ( $h = A_d(z=0)A_d^*(z=0)$ ) либо вначале возрастает, а затем уменьшается ( $M < M_{кр}$ ) (рис.4.13, кривая 1), либо возрастает, выходя на постоянный уровень ( $M > M_{кр}$ ) (рис. 4.13, кривая 2). При  $\delta\theta \neq 0$  и фиксированном угле между опорной и объектной волнами с ростом толщины ФХМ наблюдается осциллирующий характер изменения дифракционной эффективности голограммы (рис. 4.13, кривая 3). Для  $M > M_{кр}$  с ростом толщины ФХМ амплитуда осцилляций уменьшается, и ДЭГ вновь выходит на постоянный уровень, величина которого зависит от параметра  $\tilde{\Gamma}$ .

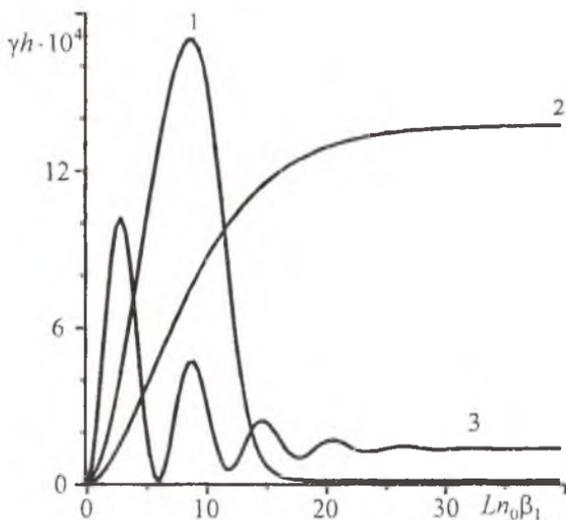


Рис. 4.13. Зависимость дифракционной эффективности голограммы от толщины ФХМ при  $\theta = 15^\circ$ ,  $\beta_2/\beta_1 = 0.2$ :  $\gamma = 1$ ,  $M = 4$ ,  $\tilde{\Gamma} = 0$  (1);  $\gamma = 1$ ,  $M = 8$ ,  $\tilde{\Gamma} = 0$  (2);  $\gamma = 15$ ,  $M = 8$ ,  $\tilde{\Gamma} = 4$

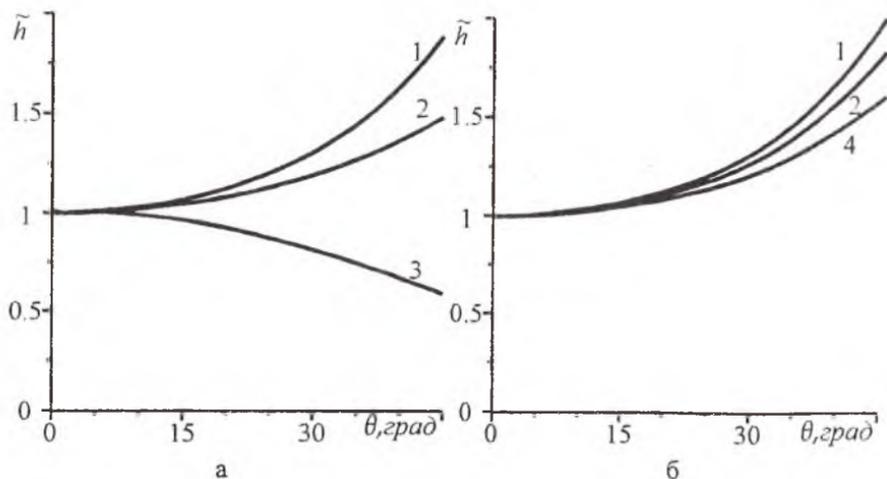


Рис. 4.14. Угловая зависимость относительной интенсивности волн, восстановленных с голограммы при  $\beta_2/\beta_1 = 0.2$  и  $M = 4$  (а), 8 (б):

$$Ln_0\beta_1 = 1(1), Ln_0\beta_1 = 5(2), Ln_0\beta_1 = 15(3), Ln_0\beta_1 = 25(4)$$

На рис. 4.14 приведена зависимость относительной дифракционной эффективности голограммы ( $\tilde{h} = \frac{h(\theta)}{h(\theta \rightarrow 0)}$ ) от угла между объектной и опорной волнами при фиксированных значениях параметра  $M$  и различной толщине голограммы. Наибольшее изменение относительной ДЭГ от угла  $\theta$  наблюдается для тонких голограмм ( $L \rightarrow 0$ ). При  $M > M_{кр}$  с увеличением угла относительная интенсивность возрастает при любой толщине ФХМ. При  $M < \beta_2/\beta_1$  увеличение относительной дифракционной эффективности голограммы от угла наблюдается только в тонких голограммах. С ростом толщины голограммы при  $M < \beta_2/\beta_1$  относительная ДЭГ вначале перестает изменяться от угла, а затем начинает уменьшаться с увеличением угла.

Существует толщина ФХМ, начиная с которой относительная зависимость ДЭГ от угла  $\theta$  перестает зависеть от толщины ФХМ, выходя на некоторое предельное распределение. Наличие предельного распределения нельзя объяснить, если предположить, что увеличение угла  $\theta$  приводит к увеличению эффективной толщины голограммы  $l_{эфф} = l/\cos\theta$ .

При фиксированной толщине ФХМ отклонение от угла Брэгга считывающей волны приводит прежде всего к уменьшению относительной эффективности волн, падающих на ФХМ под большими углами. Поэтому с ростом параметра  $\tilde{\Gamma}$  скорость изменения относительной эффективности

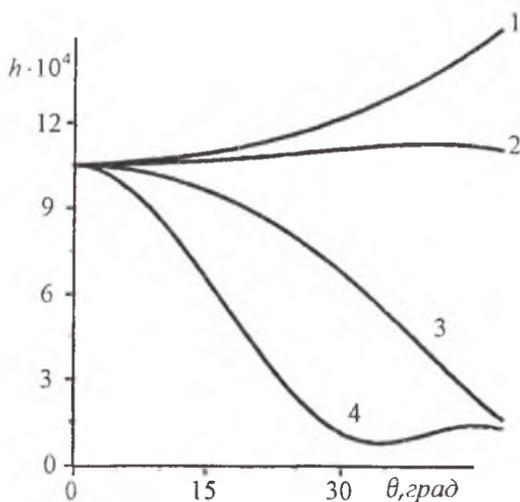


Рис. 4.15. Угловая зависимость ДЭГ с учетом отклонения от угла Брэгга при  $M = 4$ ,  $Ln_0\beta_1 = 5$ ,  $\beta_2 / \beta_1 = 0.2$ .  
 $\tilde{\Gamma} = 0(1)$ ,  $\tilde{\Gamma} = 0.4(2)$ ,  $\tilde{\Gamma} = 1(3)$ ,  $\tilde{\Gamma} = 2(4)$

$$A_d(\theta = \Delta\theta)A_d^*(\theta = \Delta\theta) = \frac{1}{2}A_d(\theta = 0)A_d^*(\theta = 0). \quad (4.42)$$

Численный анализ (4.40-4.42) с учетом граничных условий показывает, что ширина полосы углов обратно пропорциональна параметру, характеризующему отклонение считывающей волны от угла Брэгга:

$$\Delta\theta \sim 1/\tilde{\Gamma}.$$

Таким образом, меняя направление распространения считывающей волны, можно управляемо менять ширину полосы углов голограммы.

голограммы в зависимости от угла  $\theta$  вначале уменьшается, достигает нуля, а затем, изменив знак, начинает увеличиваться (рис. 4.15). Для характеристики динамической голограммы, дифракционная эффективность которой с ростом угла между опорной и объектной волнами уменьшается, введем понятие полосы углов. В пределах полосы углов ДЭГ меняется от максимального значения до половины максимального значения. Тогда ширина полосы углов ( $\Delta\theta$ ) определяется из условия

## 5. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ГОЛОГРАММ ДЛЯ АНАЛИЗА ВИБРАЦИЙ

Голографическая виброинтерферометрия является одним из наиболее перспективных направлений бесконтактной диагностики вибраций, отличающееся сравнительной простотой реализации, наглядностью полученных результатов, высокой точностью измерений, возможностью получать интерферограммы вибрирующих объектов любой формы, с любым состоянием поверхности. Методы голографической интерферометрии вибрирующих объектов: с усреднением во времени, в реальном времени, стробоголографической, с модуляцией во времени опорной волны и т.д. - были подробно разработаны применительно к галоидосеребряным средам. Первоначально интерес к использованию обратимых (реверсивных) фоточувствительных сред в голографической виброинтерферометрии был обусловлен такими достоинствами схем с этими средами, как отсутствие необходимой мокрой обработки, точного позиционирования, возможность отслеживать изменения параметров вибраций, и основывался на уже известных методах голографической интерферометрии.

В то же время не менее плодотворным представляется расширение возможности голографической виброинтерферометрии путем разработки новых методов, учитывающих особенности реверсивной среды, а именно, одновременность протекания процессов записи и стирания голограмм, а также их конечность. В этом случае при соизмеримости времен записи и стирания голограммы с периодом вибраций будет наблюдаться зависимость ДЭГ от времени, по характеру которой можно однозначно судить о параметрах вибраций. Появляется возможность в реальном масштабе времени осуществлять как поточечный контроль вибраций объекта, так и по характеру перемещения во времени интерференционных полос судить о вибрирующем объекте в целом.

### 5.1. Дифракционная эффективность голограммы вибрирующего объекта

Динамическую голограмму, записанную в реверсивной среде, можно рассматривать как линейный интегральный оператор, осуществляющий преобразование вида

$$A_d = I_0^{1/2} \int_0^{\tau} A_r^*(t_1) A_0(t_1) \chi(t-t_1) dt_1. \quad (5.1)$$

Здесь  $A_r(t)$ ,  $A_0(t)$ ,  $A_d(t)$  - комплексные амплитуды объектной, опорной и дифрагировавшей волн,  $\chi(t-t_1)$  - весовая функция, описывающая реверсивные свойства среды,  $I_0$  - коэффициент пропорциональности, зависящий от нелинейных свойств среды. Для большинства реверсивных сред весовую

функцию в первом приближении можно представить в виде экспоненты  $\chi(t - t_1) = \frac{1}{\tau} \exp\left\{-\frac{t - t_1}{\tau}\right\}$ ,  $\tau$  - характерное время записи-стирания голограммы. Такой вид весовой функции был получен для тонкой динамической голограммы, записанной в ФХМ (см. выражение 4.7).

Предположим, что фаза объектной волны меняется по гармоническому закону:  $A_r(t) = \exp(i a \cos \gamma t)$  ( $a$  и  $\gamma$  - амплитуда и частота модуляции фазы). Если волна, освещающая объект, падает на него нормально, то амплитуда модуляции фазы связана с амплитудой вибраций ( $b$ ) соотношением вида  $a = \frac{4\pi}{\lambda} b$ . С учетом выражения для комплексной амплитуды объектной волны интенсивность волны, восстановленной с голограммы вибрирующего объекта, записанной на реверсивной среде, можно представить следующим образом:

$$I_d(t) = I_0 \left| \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} i^n J_n(a) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{A_0(\omega) \exp\{i(n\gamma + \omega)t\}}{1 + i\tau(n\gamma + \omega)} d\omega \right|^2. \quad (5.2)$$

Здесь  $A_0(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int A_0(t) \exp(i\omega t) dt$  - спектр амплитуды опорной волны.

На рис. 5.1 при условии  $A_0(t) = \text{const}$  в случае соизмеримости характерного времени голограммы  $\tau$  с периодом вибрации  $T = \frac{2\pi}{\gamma}$  приведены нормированные графики зависимости ДЭГ ( $h_f = h(t)/h_{\max}$ ,  $h_{\max}$  - максимальное значение ДЭГ на периоде временной зависимости) от времени. ДЭГ меняется периодически с частотой, равной удвоенной частоте модуляции фазы объектной волны, наблюдаются главные и побочные максимумы. Причем число побочных максимумов однозначно связано с амплитудой модуляции соотношением

$$a = \pi(N + 1). \quad (5.3)$$

Появление каждого нового побочного максимума происходит при изменении амплитуды модуляции фазы на  $\pi$  (или амплитуды вибрации на  $\lambda/4$ ). Таким образом, при  $a > 2\pi$  по временной зависимости ДЭГ можно однозначно судить об амплитуде и частоте вибрации.

При соизмеримости времени  $\tau$  с периодом вибрации значение дифракционной эффективности в момент времени  $t$  определяется состояниями вибрирующего объекта в предшествующие моменты времени. Наличие побочных максимумов в зависимости ДЭГ от  $t$  можно объяснить дозаписью голографической решетки при совпадении максимумов бегущей интерференционной решетки с максимумами интерференционной решетки, соответствующей крайним положениям вибрирующего объекта.

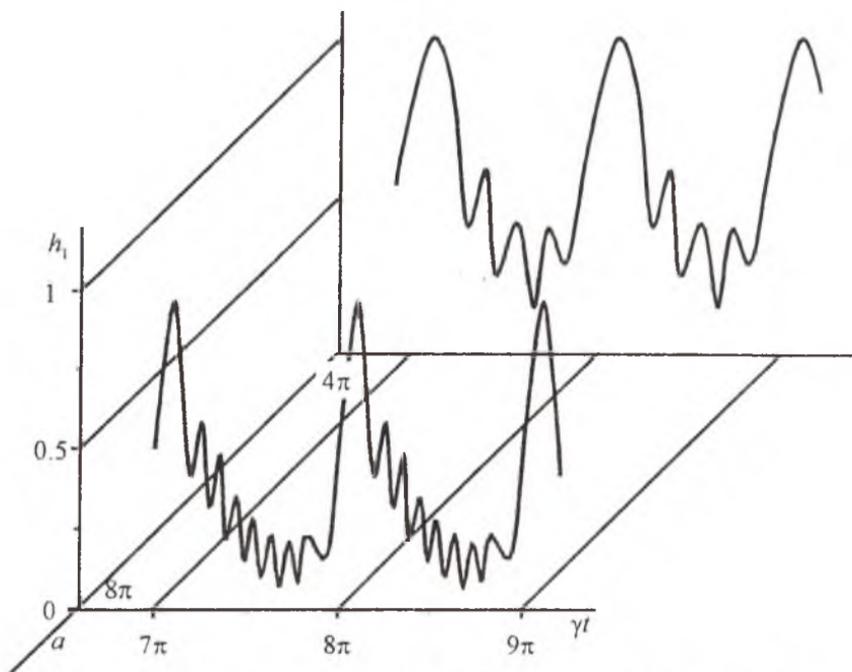


Рис. 5.1. Временная зависимость дифракционной эффективности голограммы при  $\gamma\tau = 1$

Отметим, что точность измерения амплитуды вибрации не ограничивается «ценой» побочного максимума. С увеличением,  $a$  в процессе образования очередного побочного максимума происходит несколько стадий, что позволяет достичь точности в измерении амплитуды вибрации, по крайней мере  $\lambda/12$ .

При малых амплитудах модуляции фазы  $a \ll 1$  амплитуду объектной волны можно представить следующим образом:

$$A_r(t) = 1 - ia \cos \gamma t.$$

Тогда изменение во времени переменной составляющей ДЭГ описывается выражением вида

$$h(t) = a^2 \frac{I_0}{1 + (\gamma\tau)^2} \cos^2(\gamma t + \arctg \gamma\tau). \quad (5.4)$$

Из (5.4) следует, что при  $a \ll 1$  измерение амплитуды модуляции фазы можно проводить по величине амплитуды временной зависимости ДЭГ.

На рис. 5.2-5.3 приведены нормированные на наибольшие значения ( $h_{1,\max}$  и  $h_{2,\max}$  - наибольшие значения главных максимумов при фиксированных параметрах  $a$ ,  $\gamma\tau$  соответственно) зависимости главных максимумов ДЭГ от частоты и амплитуды модуляции фазы. Отсутствие периодиче-

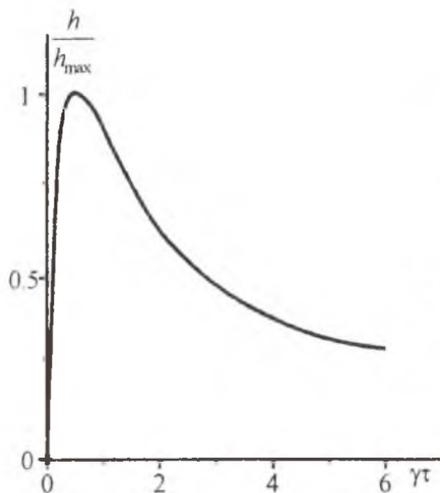


Рис. 5.2. Зависимость величины главных максимумов  $h(t)$  от частоты модуляции фазы волны, отраженной от вибрирующего объекта, при  $a=8\pi$

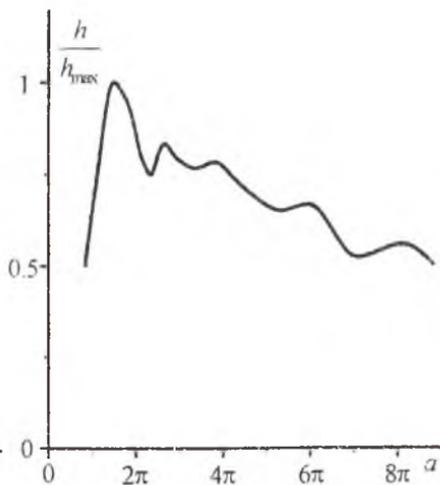


Рис. 5.3. Зависимость величины главного максимума  $h(t)$  от амплитуды модуляции фазы волны, отраженной от вибрирующего объекта, при  $\gamma\tau=1$

ской модуляции во времени ДЭГ при  $\gamma\tau \gg 1$  и  $\gamma\tau \ll 1$  обусловлено записью на реверсивной среде в первом случае голограммы с усреднением во времени, во втором - голограммы в реальном времени.

При фиксированном значении параметра  $\gamma\tau$  с ростом амплитуды модуляции фазы объектной волны наблюдается осциллирующее с периодом  $\pi$  уменьшение ДЭГ (рис. 5.3). Если уменьшение величины главных максимумов ДЭГ с ростом  $a$  обусловлено увеличением скорости перемещения в реверсивной среде записываемой интерференционной решетки, то осциллирующий характер их изменения можно объяснить следующим образом. Когда  $a = p\pi$  ( $p$  - целое число), то положение максимумов и минимумов интерференционной решетки при двух крайних положениях вибрирующего объекта совпадает, происходит дозапись голограммы, наблюдается увеличение ДЭГ. Когда  $a = \frac{\pi}{2}(2p+1)$ , максимумы интерференционной решетки при одном крайнем положении совпадают с минимумами интерференционной решетки при другом крайнем положении, контраст записываемой голограммы падает, величина ДЭГ уменьшается.

На рис. 5.4 приведены характерные графики изменения во времени фазы дифрагированной волны при различных значениях параметра  $\gamma\tau$ . Первоначальное увеличение времени записи-стирания голограммы, не ме-

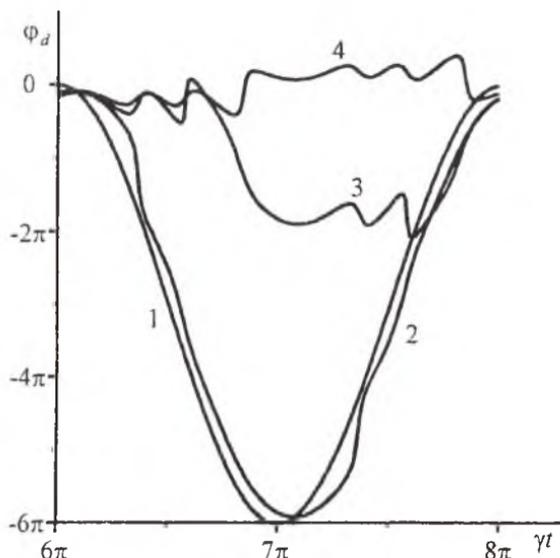


Рис. 5.4. Изменение во времени фазы волны, восстановленной с голограммы, при  $a = 3\pi$ ;  $\tau = 0.01$  (1), 0.5 (2), 1 (3), 2 (4)

$n_{\max}$ , которое однозначно связано с амплитудой модуляции фазы объектной волны:

$$n_{\max} = \frac{a}{\pi}.$$

Если продолжить увеличение времени записи-стирания голограммы, то количество максимумов останется неизменным, но произойдет постепенное уменьшение до нуля амплитуды колебаний фазы восстановленной волны.

Знание характера временной зависимости фазы восстановленной волны позволяет понять динамику интерференционной картины, например, в схеме с самодифракцией, когда в направлении восстановленной волны распространяется и часть объектной волны.

## 5.2. ДЭГ вибрирующего объекта при изменении во времени фазы опорной волны

### 5.2.1. Изменение фазы опорной волны по гармоническому закону

Описанный выше способ измерения параметров вибрации ограничен по диапазону частот. Дело в том, что переменная составляющая в зависимости ДЭГ от времени появляется для определенного интервала значений параметра  $\gamma t$  (рис. 5.2), а возможность изменения  $\tau$  для реверсивных сред, как правило, незначительна. Расширение частотного

характера изменения во времени фазы волны, восстановленной с голограммы, приводит к ее запаздыванию по сравнению с фазой объектной волны:  $\varphi_d(t) = a \cos(\gamma t - u_0)$  ( $u_0$  - параметр запаздывания). При дальнейшем увеличении параметра  $\gamma t$  вблизи момента времени  $\gamma t = \frac{\pi}{2} + \pi n$  наблюдаются

колебания фазы восстановленной волны относительно некоторого среднего положения. Число колебаний увеличивается с ростом параметра  $\gamma t$  вплоть до некоторого максимального числа

диапазона можно осуществить путем модуляции по гармоническому закону фазы опорной волны  $A_0(t) = \exp(a_1 \cos \gamma_1 t)$ . Используя (5.1), запишем выражение для амплитуды волны, восстановленной с голограммы:

$$A_d(t) = I_0^{1/2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{n_1=-\infty}^{\infty} (i)^{n-n_1} J_n(a) J_{n_1}(a_1) \frac{\exp(i(n\gamma - n_1\gamma_1)t)}{1 + i\tau(n\gamma - n_1\gamma_1)}. \quad (5.5)$$

Предполагая  $\gamma\tau \gg 1, \gamma_1\tau \gg 1, |\gamma - \gamma_1|\tau \sim 1$ , в выражении (5.5) членами ряда с  $n \neq n_1$  можно пренебречь и перейти от двойной суммы к сумме по  $n$ :

$$A_d(t) = I_0^{1/2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(a) J_n(a_1) \frac{\exp(in(\gamma - \gamma_1)t)}{1 + in(\gamma - \gamma_1)\tau}. \quad (5.6)$$

Анализ выражения (5.6) показывает, что изменение ДЭГ во времени происходит периодически с частотой  $|\gamma - \gamma_1|$ . Между главными максимумами наблюдаются побочные максимумы и "центральный" максимум, разделяющий период на две равные части (рис. 5.5). Хотя изменение во времени ДЭГ на этих "полупериодах" различно, число побочных максимумов на них одинаково и определяется минимальным значением амплитуд модуляции фаз объектной и опорной волн. При фиксированной амплитуде модуляции фаз объектной волны изменение амплитуды фазы опорной волны приводит не только к изменению числа побочных максимумов (при  $a_1 < a$ ), но и к осциллирующему (с периодом  $\pi$ ) изменению величины главного и "центрального" максимумов (рис. 5.6).

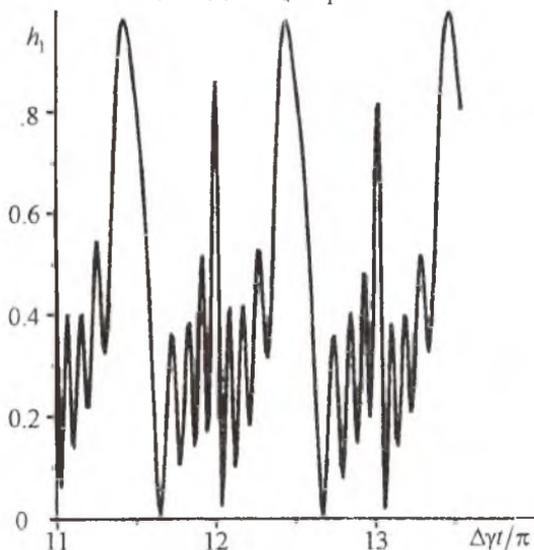


Рис. 5.5. Временная зависимость ДЭГ при  $a = 4\pi$ ,  
 $a_1 = 4.4\pi$ ,  $\Delta\gamma\tau = 2$

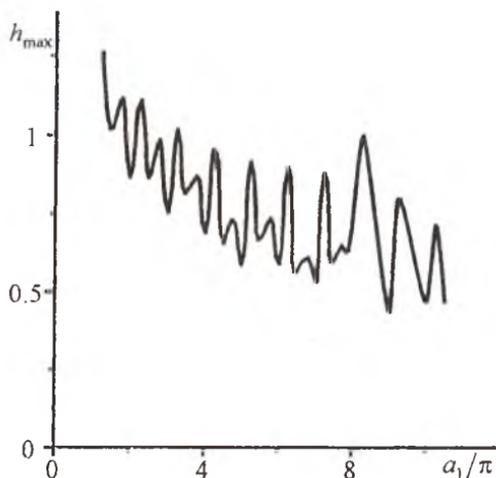


Рис. 5.6. Зависимость максимального значения ДЭГ от амплитуды модуляции фазы опорной волны при  $a = 8\pi$ ,  $|\gamma - \gamma_1| \tau = 1$

Причем значение параметра  $a$  определяет величину фазового сдвига между зависимостями главного и „центрального“ максимумов от  $a_1$ . Так, при  $a$  кратном  $\pi/2$  изменение главного и „центрального“ максимумов в зависимости от амплитуды модуляции фазы опорной волны происходит в противофазе (когда главный максимум увеличивается, „центральный“ максимум уменьшается), а при  $a = \frac{\pi}{4}(2p + 1)$  их изменение сфазировано. В случае равенства амплитуд модуляции фаз объектной и

опорной волн ( $a_1 = a$ ) наблюдается рост главного максимума.

Методика измерения амплитуды и частоты вибрации при  $\gamma \tau \gg 1$  может быть следующей. Частота модуляции фазы опорной волны изменяется до появления переменной составляющей в зависимости ДЭГ от времени. Затем, изменяя амплитуду модуляции фазы опорной волны, необходимо добиться максимального значения переменной составляющей ДЭГ. Это соответствует равенству амплитуд модуляции фаз в опорной и объектной волнах. Частота вибрации определяется как  $\gamma_1 \pm |\gamma - \gamma_1|$ , где знак „плюс“ либо „минус“ берется в зависимости от того, увеличивается или уменьшается частота модуляции фазы в опорном пучке при подстройке частоты. Амплитуда вибрации определяется как  $b = \frac{\lambda}{4}(N^1 + 1)$ , где  $N^1$  - число побочных максимумов плюс „центральный“ максимум между главными максимумами.

### 5.2.2. Изменение фазы опорной волны по линейному закону

Пусть фаза опорной волны меняется по линейному закону  $A_0(t) = \exp(i\Omega t)$ . Используя (5.2), запишем выражение для интенсивности волны, восстановленной с голограммы:

$$I_d(t) = I_0 \left| \sum_{n=-\infty}^{\infty} (i)^n J_n(a) \frac{\exp(i(n\gamma - \Omega)t)}{1 + i(n\gamma - \Omega)\tau} \right|^2 \quad (5.7)$$

Анализ выражения (5.7) показывает, что наличие частотного сдвига в опорной волне разбивает период временной зависимости ДЭГ на два неравных "полупериода" длительностью  $T_1$  и  $T_2$ , содержащих различное число побочных максимумов  $N_1$  и  $N_2$  (рис. 5.7).

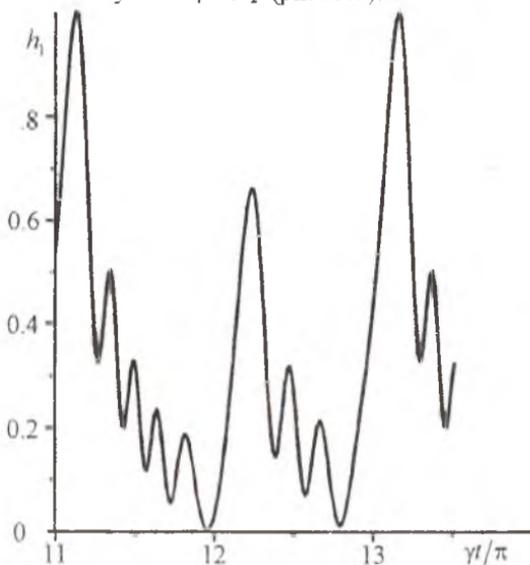


Рис. 5.7. Временная зависимость ДЭГ при  $a = 4\pi$ ,  
 $\Omega/\gamma = 1.75$ ,  $\lambda\tau = 2$

Результаты исследования зависимостей числа побочных максимумов на большом и малом "полупериодах", разности длительностей этих "полупериодов"  $\Delta T = (T_1 - T_2)/T$  от величины относительного частотного сдвига ( $\delta = \Omega/\gamma$ ) приведены на рис. 5.8 и 5.9. При малых значениях относительного частотного сдвига в опорной волне наблюдается перекачка побочных максимумов из малого "полупериода" в большой при сохранении на периоде их полного числа. При дальнейшем увеличении частотного сдвига в опорной волне количество побочных максимумов на большом "полупериоде" растет быстрее, чем уменьшается их число на малом "полупериоде" (рис. 5.8). При  $\frac{\Omega}{\gamma} \leq a$  зависимость разности длительности большого и малого "полупериодов" от  $\Omega/\gamma$  близка к линейной.

Для объяснения графиков, приведенных на рис. 5.8 и 5.9, рассмотрим движение интерференционной решетки по реверсивной среде, задаваемое разностью фаз объектной и опорной волн:  $\varphi = \varphi_r - \varphi_0 = a \cos \mu + \Omega t$  (рис. 5.10). Положение на оси времени главных максимумов ДЭГ связано с моментами времени, при которых направление перемещения

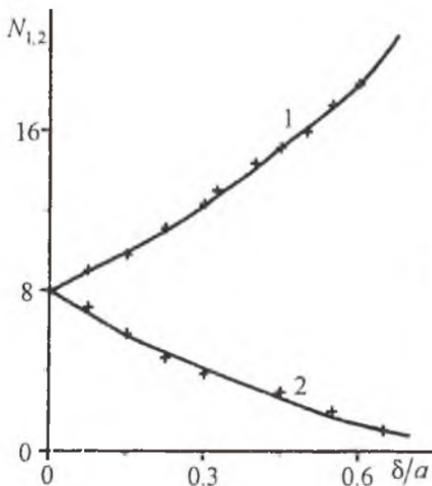


Рис. 5.8. Зависимость числа побочных максимумов в большом (1) и малом (2) "полупериодах" от величины частотного сдвига при  $a=9\pi$

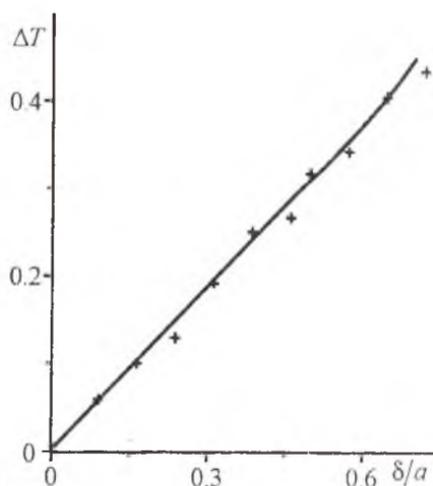


Рис. 5.9. Зависимость разности длительности большого и малого "полупериодов" от величины частотно-го сдвига при  $a=9\pi$

интерференционной решетки меняется на противоположное:  $\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)_{t_p} = 0$ .

При  $\frac{\Omega}{\gamma} = 0$  это условие выполняется в моменты времени  $t_p = \frac{T}{2}p$ . Наличие

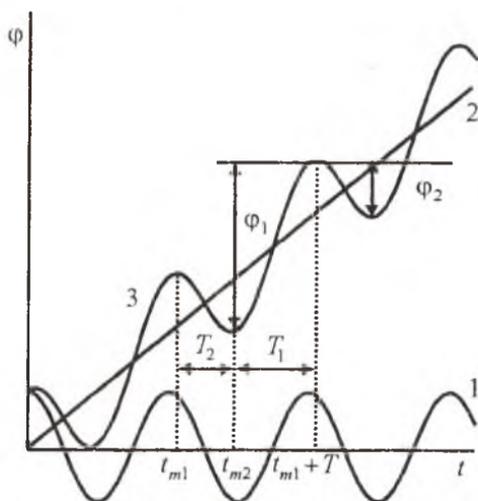


Рис. 5.10. Временная зависимость фазы (разности фаз) при 1 -  $\varphi_r$ , 2 -  $\varphi_0$ , 3 -  $\varphi$

частотного сдвига в опорной волне приводит к смещению положений максимумов ДЭГ:

$$\gamma t_{p1} = \arcsin \frac{\Omega}{\gamma a} + 2\pi p,$$

$$\gamma t_{p2} = -\arcsin \frac{\Omega}{\gamma a} + \pi(2p+1),$$

а значит, и к изменению разности длительностей большого и малого "полупериодов":

$$\Delta T = \frac{2}{\pi} \arcsin \frac{\Omega}{\gamma a}. \quad (5.8)$$

Количество побочных максимумов на "полупериодах" однозначно связано с изменением разности фаз объ-

ектной и опорной волн на этих "полупериодах". Действительно, изменение разности фаз объектной и опорной волн при  $a > 2\pi$  приводит к периодическому совпадению положений бегущей интерференционной решетки с ее положением при  $t_{p1}$  или  $t_{p2}$ . При этом происходит дозапись голограммы, и в зависимости ДЭГ от времени появляется побочный максимум. Таким образом, число побочных максимумов на "полупериодах" и значение разности фаз объектной и опорной волн на них связаны простым соотношением

$$\varphi_{1,2} = 2\pi(N_{1,2} + 1). \quad (5.9)$$

Подставив в выражение для  $\varphi(t)$  значения  $t_{p1}$  и  $t_{p2}$ , найдем изменение разности фаз объектной и опорной волн на большом  $\varphi_1$  и малом  $\varphi_2$  "полупериодах" зависимости ДЭГ от времени:

$$\varphi_{1,2} = \pm 2\sqrt{\alpha^2 - \left(\frac{\Omega}{\gamma}\right)^2} + \frac{\pi\Omega}{2\gamma} \pm \frac{2\Omega}{\gamma} \arcsin \frac{\Omega}{\alpha\gamma}. \quad (5.10)$$

Знак "плюс" относится к большому, а знак "минус" к малому "полупериодам".

Используя (5.9), (5.10), можно установить связь между амплитудой модуляции фазы объектной волны, относительным частотным сдвигом в опорной волне и числом побочных максимумов на "полупериодах".

$$N_{1,2} + 1 = \pm \frac{1}{\pi} \sqrt{\alpha^2 - \left(\frac{\Omega}{\gamma}\right)^2} + \frac{\Omega}{2\gamma} \pm \frac{\Omega}{\pi\gamma} \arcsin \frac{\Omega}{\alpha\gamma}. \quad (5.11)$$

Расчет изменения длительностей "полупериодов", количества побочных максимумов на них, проведенный с использованием (5.8)-(5.11), совпадает с результатами, полученными с использованием (5.7).

Запись голограммы вибрирующего объекта на реверсивной среде с учетом частотного сдвига в опорной волне может быть использована для увеличения точности и расширения сверху диапазона измеряемых амплитуд вибраций.

Так, если амплитуда модуляции фазы объектной волны не кратна  $\pi$ , то есть  $a = \pi(N+1) + \Delta a$  ( $\Delta a < \pi$ ), то при  $\Omega=0$  в зависимости ДЭГ от времени наблюдается зарождение еще одного максимума. Используя при записи голограммы вибрирующего объекта опорную волну с изменяющейся по линейному закону фазой, подбором величины частотного сдвига  $\Omega$  можно добиться, чтобы число побочных максимумов в большом и малом "полупериодах" зависимости ДЭГ от времени было целым. Зная  $\Omega$ , можно определить амплитуду модуляции фазы предметной волны:

$$a = \pi(N_{1,2} + 1) \pm \pi \left(1 - \frac{\Omega}{2\gamma}\right). \quad (5.12)$$

Точность измерения  $a$  таким способом определяется минимальным значением  $\Delta a$ , при котором зарождение нового побочного максимума не вызывает сомнений, и может достигать величины  $\pi/10$ .

При  $\Omega = 0$  с увеличением амплитуды модуляции фазы объектной волны скорость перемещения интерференционной решетки в реверсивной среде возрастает, что приводит к уменьшению величины как главных, так и побочных максимумов в зависимости ДЭГ от времени. Наличие в интенсивности восстановленной волны шумовой составляющей ограничивает сверху диапазон измеряемых амплитуд вибраций. Используя опорную волну с меняющейся по линейному закону фазой, можно добиться как уменьшения числа побочных максимумов на малом "полупериоде" временной зависимости ДЭГ, так и увеличения их абсолютной величины, и таким образом расширить сверху диапазон измеряемых амплитуд вибраций. Например, при  $\gamma t = 1$  и  $a = 60\lambda$  на малом "полупериоде" временной зависимости один побочный максимум наблюдается при частотном сдвиге в опорной волне  $\Omega = 170\gamma$ , при этом его величина оказывается в 30 раз больше, чем величина наименьшего побочного максимума на периоде временной зависимости при  $\Omega = 0$ . Измерив значение величины  $\Delta T$  и число побочных максимумов на малом "полупериоде" временной зависимости ДЭГ, можно, используя (5.8)-(5.10), однозначно определить амплитуду модуляции фазы объектной волны и величину относительного частотного сдвига в опорной волне.

### 5.3. Динамика интерференционной картины

В параграфах 5.1-5.2 исследовалась временная зависимость ДЭГ вибрирующего объекта при условии, что все точки объекта вибрируют с одинаковой амплитудой. Не меньший интерес представляет изучение динамики изменения во времени интерферограммы объекта, точки которого вибрируют с различными амплитудами.

#### 5.3.1. Фаза опорной волны не меняется во времени

На рис. 5.11 приведены характерные интерферограммы вибрирующего объекта в различные моменты времени, полученные с использованием выражения (5.2).

Анализ динамики интерференционной картины при записи голограммы вибрирующего объекта в реверсивной среде показал, что в зависимости от соотношения между периодом вибрации и временем записи-стирания голограммы можно выделить интерферограммы двух видов: 1) интерферограммы ( $0.1 < \gamma t < 1$ ), у которых в течение периода происходит плавное изменение ширины полос по крайней мере в десятки раз, 2) интерферограммы ( $\gamma t > 1$ ), у которых положения максимумов (минимумов) квазипериодически меняются относительно некоторых

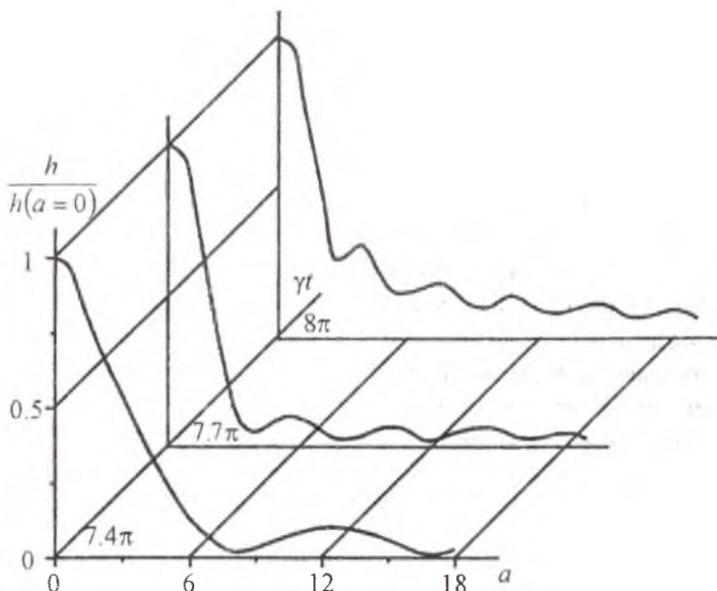


Рис. 5.11. Вид интерференционной картины для различных моментов времени при  $\gamma t = 1$

средних положений, при этом ширина полос незначительно меняется во времени и близка ширине интерференционных полос для голограммы с усреднением во времени.

Численный анализ показал, что для  $0.1 < \gamma t < 1$  ширина интерференционных полос в пределах ошибки вычисления одинакова и значения амплитуд вибраций, соответствующих центрам темных полос  $N$ -ого порядка, можно определить с помощью приближенной формулы

$$b_N = \frac{1}{1 - \cos \gamma t} (\bar{b}_1 + \bar{b}_2 (N - 1)) \frac{\lambda}{4\pi}. \quad (5.13)$$

При  $\bar{b}_1 = 5.5$ ,  $\bar{b}_2 = 2\pi$  формула (5.13) позволяет найти амплитуды вибраций объекта для  $\gamma t < 0.5\pi$  с точностью не хуже  $1/30$  ширины полосы и для  $\gamma t > 0.5\pi$  не хуже  $1/10$  ширины полосы по сравнению со значениями  $b_N$ , рассчитанными с использованием выражения (5.2).

При увеличении  $\gamma t$  ( $\gamma t > 1$ ) первоначальная система движущихся интерференционных полос начинает модулироваться полосами, ширина которых близка к ширине полос нулевого Бесселя, и не зависит от фазы колебаний объекта. С ростом  $\gamma t$  видность этих полос увеличивается, а видность первоначальной интерференционной картины падает. Наблюдается квазипериодическое изменение во времени положений максимумов и минимумов относительно соответствующих положений в

интерферограмме с усреднением во времени. Причем между числом экстремальных точек ( $l$ ) в зависимости положения, например,  $N$ -ого минимума и номером этого минимума существует простая связь:  $l = 2(N - 1)$ . Дальнейшее увеличение  $\gamma t$  приводит к образованию устойчивой картины, соответствующей записи голограммы, усредненной во времени.

### 5.3.2. Изменение фазы опорной волны по линейному закону

Пусть опорная волна плоская, а ее фаза меняется во времени по линейному закону.

Численный анализ выражения (5.7) показывает, что при фиксированной скорости изменения фазы опорной волны в зависимости от соотношения между периодом вибрации и временем записи-стирания голограммы можно выделить, по крайней мере, три режима изменения во времени интерференционной картины.

Первый режим соответствует небольшим значениям параметра  $\gamma t$ . Наблюдается один максимум, положение которого меняется во времени. Причем чем меньше значение параметра  $\gamma t$ , тем точнее характер изменения положения максимума описывается формулой  $a = \frac{\Omega}{\gamma \sin \gamma t}$ , полученной из

$$\text{условия } \frac{d\varphi}{dt} = 0.$$

С ростом параметра  $\gamma t$  возникает интерференционная картина, видность и цена полосы которой изменяются во времени (рис. 5.12). При этом режиме изменение во времени положения на интерферограмме  $N$ -ого минимума хорошо описывается следующей приближенной формулой:

$$b_N = \frac{1}{1 - \cos \gamma t} (\bar{b}_1 + \bar{b}_2(N - 1) + \bar{b}_3 \Omega / \gamma) \frac{\lambda}{4\pi}, \quad (5.14)$$

где  $\bar{b}_3 = 1.27$ . Выражение (5.14) обобщает выражение (5.13).

Третий режим наблюдается при больших значениях параметра  $\gamma t$  и соответствует интерферограммам, положение максимумов которых колеблется около некоторых "средних" положений. Время достижения наибольшего значения  $N$ -ым максимумом ( $t_N$ ) на интерферограмме запаздывает по сравнению с временем достижения наибольшего значения нулевым максимумом ( $\gamma t_0 \cong \pi(0,5 + 2m)$ ,  $m$  - целое число) (рис. 5.13). Характер зависимости времени запаздывания  $\Delta t_N = t_0 - t_N$  от положения максимума, скорости изменения фазы опорной волны хорошо описывается выражением вида

$$\gamma \Delta t_N = \frac{\pi}{2} - \arcsin \left( \frac{\Omega}{\gamma \bar{a}_N} \right). \quad (5.15)$$

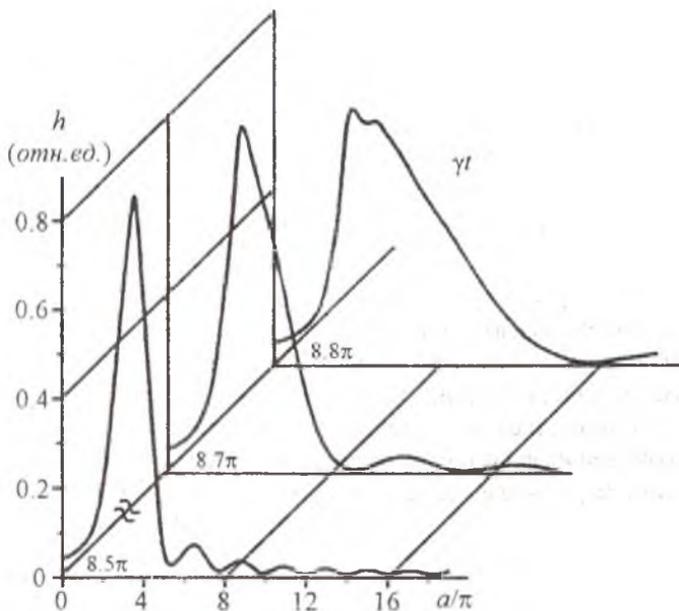


Рис. 5.12. Интерферограммы вибрирующего объекта в различные моменты времени с учетом изменения фазы опорной волны по линейному закону при  $\gamma\tau = 0.5$ ,  $\Omega/\gamma = 10$

Здесь  $\bar{a}_N$  - "среднее" значение амплитуды модуляции фазы объектной волны, соответствующее положению на интерферограмме  $N$ -ого максимума.

Амплитуда модуляции фазы объектной волны, соответствующая на интерферограмме нулевому максимуму, линейно связана со скоростью изменения фазы опорной волны:

$$a_0 = \alpha(\tau, t) \frac{\Omega}{\gamma} + \beta(\tau, t).$$

Здесь  $\alpha(\tau, t)$  и  $\beta(\tau, t)$  - коэффициенты, медленно меняющиеся во времени и в зависимости от параметра  $\tau$ . Изменение времени записи-стирания голограммы в большей мере влияет на величину коэффициента  $\beta$ , а изменение времени меняет, в

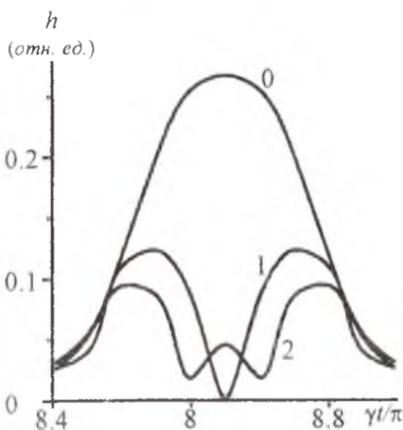


Рис. 5.13. Изменение во времени на интерферограмме значений нулевого (0), первого (1) и второго максимумов (2) при  $\gamma\tau=2$ ,  $\Omega/\gamma=20$

основном, коэффициент  $\alpha$ . При  $\Omega = l\gamma$  ( $l$  - целое число) наибольшее значение на интерферограмме нулевого максимума превосходит аналогичное значение в методе с усреднением во времени.

Для определения границ между различными режимами динамики интерференционной картины рассмотрим изменение вида интерференционной картины в момент времени  $\gamma t = \pi(0,5 + 2m)$  в зависимости от параметра  $\gamma t$  при фиксированной скорости изменения фазы опорной волны (рис. 5.14).

Увеличение параметра  $\gamma t$  приводит первоначально к сужению нулевого максимума, а затем к появлению побочных максимумов. При  $\Omega/\gamma = l$  положение этих максимумов близко к положению четных максимумов функции Бесселя  $l$ -ого порядка. Дальнейшее увеличение параметра  $\gamma t$  приводит к сужению побочных максимумов, к увеличению до единицы видности интерференционной картины. При последующем росте параметра  $\gamma t$  между максимумами появляются дополнительные максимумы, положение которых на интерферограмме близко к положению нечетных максимумов функции Бесселя  $l$ -ого порядка. Меняется относительная величина максимумов, их нумерация.

Граничное значение параметра  $\gamma t$  между первым и вторым режимами

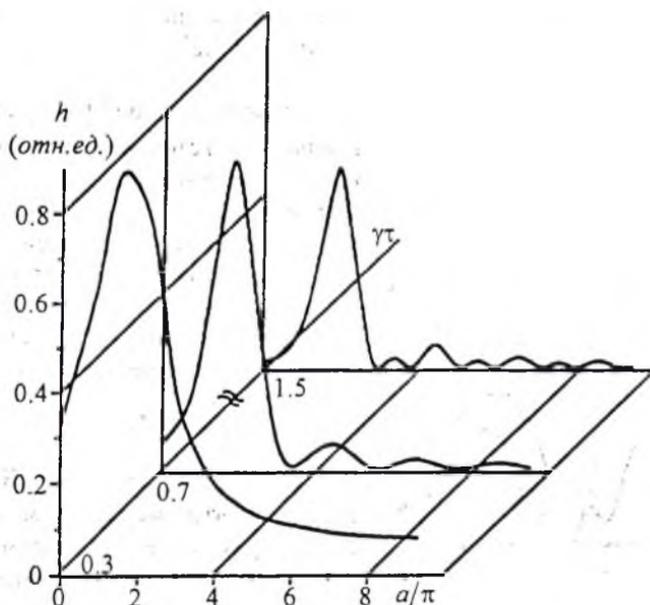


Рис. 5.14. Интерферограммы вибрирующего объекта в момент времени  $\gamma t = \pi(0,5 + 2m)$  при различных значениях параметра  $\gamma t$

$$\Omega/\gamma = 5$$

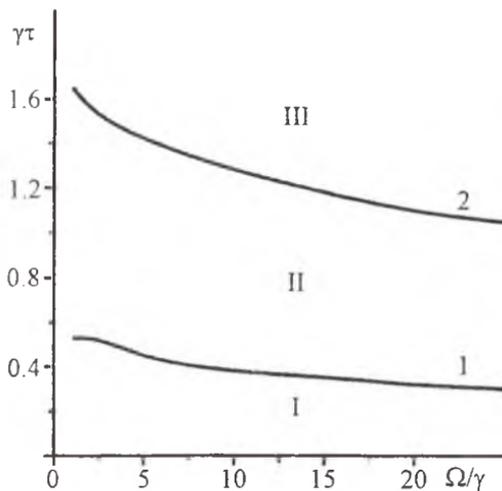


Рис. 5.15. Зависимость граничных значений параметра  $\gamma\tau$  от скорости изменения фазы опорной волны

определим из условия  $(\tilde{I}_1 - \tilde{I}_0)/(\tilde{I}_1 + \tilde{I}_0) = 0,1$ . Здесь  $\tilde{I}_1$  - наибольшее значение интенсивности первого максимума,  $\tilde{I}_0$  - минимальное значение интенсивностей между нулевым и первым максимумами (кривая 1, рис. 5.15). Граничное значение параметра  $\gamma\tau$  между вторым и третьим режимами найдем из условия  $\tilde{I}_1/\tilde{I}_2 = 0,2$  ( $\tilde{I}_2$  - наибольшее значение интенсивности второго максимума) (кривая 2, рис. 5.15). Как следует из рис. 5.15, с ростом скорости изменения фазы опорной волны значения граничных параметров  $\gamma\tau$  уменьшаются.

### 5.3.3. Изменение фазы опорной волны по гармоническому закону

Пусть фаза опорной волны меняется по гармоническому закону. Рассмотрим случай, когда  $\gamma\tau \gg 1, \gamma_1\tau \gg 1$ , а  $\Delta\gamma\tau \ll 1$  ( $\Delta\gamma = |\gamma_1 - \gamma|$ ).

Численный анализ выражения (5.6) показывает, что наибольшее значение принимает центральный максимум, положение на интерферограмме которого совпадает с точкой объекта, модулирующего фазу объектной волны с амплитудой, равной амплитуде модуляции фазы опорной волны. Причем время достижения наибольшего значения центральным максимумом приходится на момент времени  $t_m = [2\pi m + \xi(\tau, a_1)]/\Delta\gamma$  (временной сдвиг  $\xi = k(a_1)\tau$ , коэффициент  $k(a_1)$  меньше единицы и уменьшается с ростом амплитуды модуляции фазы опорной волны). Наибольшее значение центрального максимума уменьшается как с ростом амплитуды модуляции фазы опорной волны, так и с увеличением времени записи-стирания голограммы.

При малом значении параметра  $\Delta\gamma\tau$  интерференционные максимумы на интерферограмме монотонно во времени перемещаются к центральному максимуму. По мере удаления от точки  $t_m$  величина центрального максимума падает, и существуют промежутки времени, когда он совсем отсутствует (время существования центрального максимума растет пропорционально росту времени записи-стирания голограммы и

уменьшается с увеличением параметра  $a_1$ ). Боковые максимумы движутся к центральному, +1-й и -1-й максимумы, сближаясь, вновь образуют центральный максимум, в это время роль +1-ого и -1-ого максимумов начинают играть +2-й и -2-й максимумы, значительно продвинувшиеся к центральному, и т.д. (отсчет номера максимума производится от центрального, знак „плюс“ присваивается максимумам, соответствующим на интерферограмме амплитудам модуляции фазы объектной волны большим амплитуды модуляции фазы опорной волны).

При большом значении параметра  $\Delta\gamma t \gg \arcsin(a_1)$  максимумы на интерферограмме слабо смещаются относительно своих средних положений. В основном во времени происходит "периодическое" изменение величины максимумов. Этот случай, по-видимому, менее интересен с практической точки зрения, поскольку значения максимумов на интерферограмме на несколько порядков меньше значений соответствующих максимумов в момент времени  $t_m$  при  $\Delta\gamma t \rightarrow 0$ .

При  $\Delta\gamma t < 0,2 \cdot \arcsin(a_1)$  распределение интенсивности в интерференционной картине хорошо описывается квадратом функции Бесселя нулевого порядка  $J_0(\tilde{A})$ , где  $\tilde{A} = \{c_N^2 + a_1^2 + 2aa_1 \cos \Delta\gamma t\}^{1/2}$  - медленно меняющаяся во времени амплитуда разности фаз опорной и объектной волн. Соответственно перемещение на интерферограмме N-ого максимума описывается уравнением вида

$$a_{\pm N} = a_1 \cos \Delta\gamma t \pm \{c_N^2 - a_1^2 \sin^2 \Delta\gamma t\}^{1/2}. \quad (5.16)$$

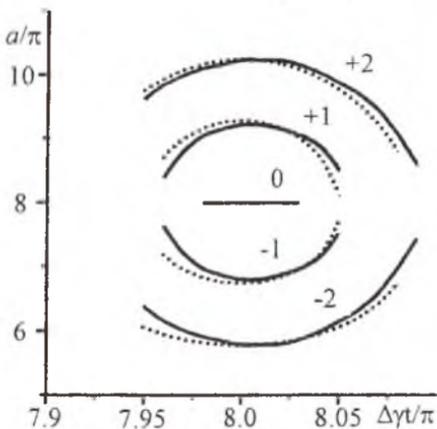


Рис. 5.16. Динамика изменения во времени положений на интерферограмме нулевого (0), плюс-минус первого ( $\pm 1$ ) и плюс-минус второго ( $\pm 2$ ) максимумов при  $a_1 = 8\pi$ ,  $\Delta\gamma t = 0.02$

Здесь  $c_N$  - значение аргумента функции  $J_0^2(\tilde{A})$ , соответствующее N-ому максимуму. На рис. 5.16 изображено изменение во времени положений максимумов, рассчитанное с использованием выражений (5.6) - сплошные кривые, (5.16) - штриховые кривые. По мере удаления от момента времени  $t_m$  нарастает отличие в положении максимумов, рассчитанных с использованием выражений (5.6) и (5.16). Это свидетельствует о том, что выражение (5.16) правильно описывает динамику изменения во времени интерференционных максимумов не только при определенных соотношениях между парамет-

рами  $\Delta\gamma$  и  $b$ , но и в определенном временном интервале, который можно оценить из следующих соображений. Как следует из рис. 5.16, по мере приближения  $N$ -ого максимума к положению центрального максимума скорость его перемещения возрастает. Потребуем, чтобы перемещение  $N$ -ого максимума вблизи центрального максимума за время от  $t_N - \tau$  до  $t_N$  ( $t_N = 2 \arcsin(c_N/2a_1)$  - время достижения  $N$ -ым максимумом центрального максимума) не превышало четверть периода

$$\Delta a_N = a_N(t_N - \tau) - a_1 \leq \frac{\pi}{2}. \quad (5.17)$$

Наибольшее значение  $t_N$ , при котором условие (5.17) еще выполняется, и будет определять временной интервал, в пределах которого динамика перемещения максимумов на интерференционной картине хорошо описывается выражением (5.16).

#### 5.4. Экспериментальное исследование записи голограммы вибрирующего объекта в реверсивных средах

Экспериментальные исследования проводились на установке, оптическая схема которой приведена на рис. 5.17 [15]. В качестве регистрирующей среды использовался фоторефрактивный кристалл  $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$  размером  $15 \times 10 \times 2$  мм (2). Для модуляции фаз объектного и опорного пучков использовались зеркала, укрепленные на концах стальных

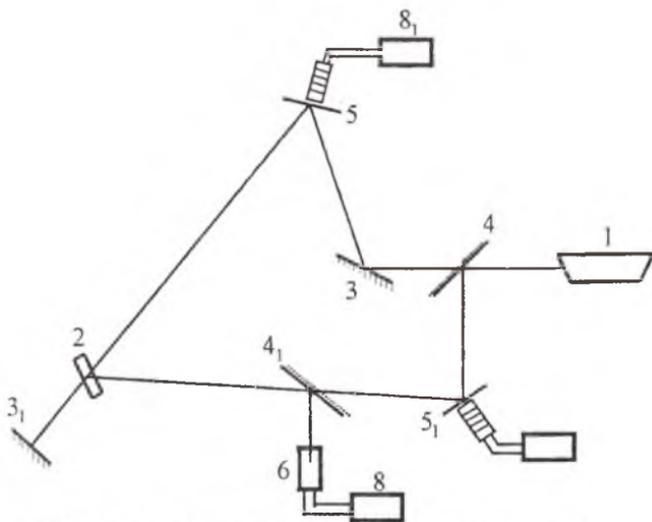


Рис. 5.17. Схема экспериментальной установки:

1 - He-Ne лазер, 2 - реверсивная среда, 3,3<sub>1</sub>,5,5<sub>1</sub> - зеркала, 4,4<sub>1</sub> - полупрозрачные зеркала, 6 - ФЭУ, 7 - осциллограф (самописец), 8,8<sub>1</sub> - генератор электрических сигналов

пластин (5,5<sub>1</sub>). Пластины приводились в колебательное (или поступательное) движение электромагнитами, управляемыми сигналами от генераторов низкой частоты (8,8<sub>1</sub>). Запись голограмм осуществлялась излучением He-Ne лазера (1) на длине волны 0.63 мкм. Интенсивность света в объектном и опорном пучках составляла  $10^{-1}-10^{-2}$  Вт/см<sup>2</sup>. Восстановление голограммы осуществлялось непрерывно по схеме с обращением волнового фронта с помощью считывающего пучка, распространяющегося навстречу опорному пучку. Восстановленный с голограммы пучок регистрировался ФЭУ (6). Сигнал наблюдался на экране запоминающего осциллографа (7).

Время записи-стирания голограммы составляло 1сек.

На рис. 5.18 (а,б) приведены характерные осциллограммы интенсивности восстановленного пучка. Вид осциллограмм хорошо согласуется с кривыми зависимости от времени интенсивности волны, восстановленной с голограммы, приведенными на рис. 5.1 и 5.6.



Рис. 5.18. Временная зависимость дифракционной эффективности голограммы при  $a=7\pi$ ,  $\delta=0$  (а),  $\delta=4.3$  (б)

Экспериментальные результаты исследования зависимостей числа побочных максимумов, разностей длительностей этих полупериодов от величины относительного частотного сдвига в опорной волне приведены на рис. 5.5 и 5.6 и хорошо совпадают с рассчитанными зависимостями.

На рис. 5.19 представлена зависимость переменной составляющей интенсивности восстановленной волны на частоте  $2\Delta\gamma$  от амплитуды колебаний зеркала, модулирующего фазу опорной волны ( $b_1$ ), для четырех значений амплитуд колебаний зеркала, модулирующего фазу объектной волны. Частота модуляции фазы опорной и объектной волн составляла примерно 240 Гц. При этом параметр  $\Delta\gamma\tau=0.06$ . Как видно из рис. 5.19, величина переменной составляющей интенсивности восстановленной волны достигает резкого максимума при совпадении амплитуд модуляции фаз опорной и объектной волн, что позволяет определять амплитуду модуляции одной из волн, зная амплитуду другой.

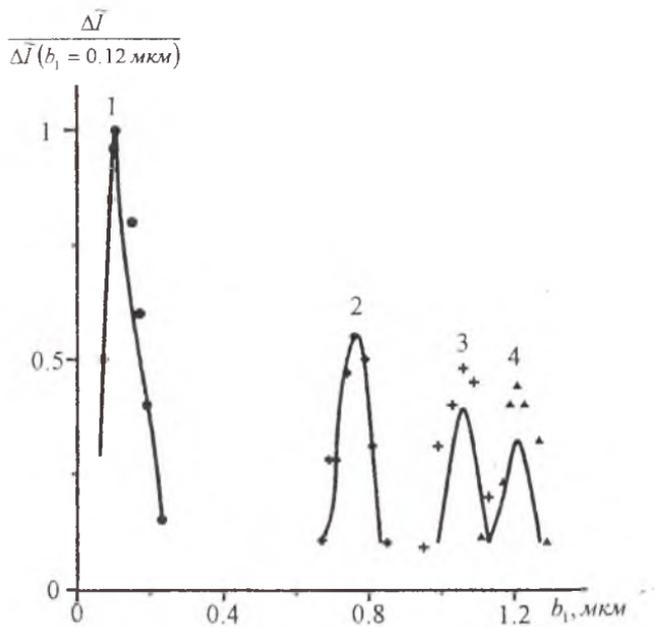


Рис. 5.19. Зависимость нормированной переменной составляющей интенсивности восстановленной волны от амплитуды колебаний зеркала для опорной волны при  $b(\text{мкм})=0.12(1)$ ,  $0.75(2)$ ,  $1.05(3)$ ,  $1.2(4)$

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Зельдович Б.Я., Пилипецкий Н.Я., Шкунов В.В. Обращение волнового фронта. М.: Наука, 1985. 240с.
2. Optical Phase Conjugation. Ed. by Fisher R.A. N.Y.: Academic Press., 1983. 636 p.
3. Петров М.П., Степанов С.И., Хоменко А.В. Фоточувствительные электрооптические среды в голографии и оптической обработке информации. Л.: Наука, 1983. 280с.
4. Беспалов В.И., Пасманик Г.А. Нелинейная оптика и адаптивные лазерные системы. М.: Наука, 1986. 136с.
5. Ярив А., Юх П. Оптические волны в кристаллах. М.: Мир, 1987. 616 с.
6. Райнтжес Дж. Нелинейные оптические параметрические процессы в жидкостях и газах. М.: Мир, 1987. 512с.
7. Оптическая голография / Под ред. Г. Колфилда. М.: Мир, 1982. Т.2. 736с.
8. Шен И.Р. Принципы нелинейной оптики. М.: Наука, 1989. 560с.
9. Барачевский В.А., Лашков Г.А., Цехомский С.Н. Фотохромизм и его применение. М.: Химия, 1977. 279с.
10. Воронин Э.С., Ивахник В.В., Петникова В.М. и др. Компенсация фазовых искажений при трехчастотном параметрическом взаимодействии // Квант. электроника. 1979. Т.6. №1. С.1304-1309.
11. Ивахник В.В., Некрасова Г.Э., Никонов В.И. Точность обращения волнового фронта (ОВФ) при четырехфотонном параметрическом взаимодействии // Опт. и спектроскопия. 1990. Т.68. В.3. С.620-624.
12. Ивахник В.В., Никонов В.И. Точность обращения волнового фронта при четырехфотонном взаимодействии немонахроматических волн // Изв. вузов. Физика. 1992. №5. С.83-87.
13. Ивахник В.В., Никонов В.И. Функция размытия точки четырехволнового "ОВФ-зеркала" на тепловой нелинейности // Опт. и спектроскопия. 1997. Т.82. В.1. С.55-59.
14. Ивахник В.В. Дифракционная эффективность объемной динамической голограммы в фотохромной среде // Опт. и спектроскопия. 1992. Т.72. В.3. С.703-707.
15. Гаращук В.П., Гаращук Т.П., Ивахник В.В., Камшилин А.А. Запись голограмм на фоторефрактивных кристаллах с модулированным во времени пучком // Письма в ЖТФ. 1988. Т.14. В.17. С.1583-1587.
16. Бетин А.А., Жуков Е.А., Митропольский О.В. Отражение излучения CO<sub>2</sub>-лазера при вырожденном четырехволновом взаимодействии в жидкостях // Квант. электроника. 1985. Т.12. №9. С.1890-1894.

## СОДЕРЖАНИЕ

Введение.....	3
1. Качество ОВФ вырожденным четырехволновым преобразователем излучения.....	6
1.1. Вывод основных уравнений, описывающих четырехволновое взаимодействие в среде с керровской нелинейностью.....	6
1.2. Четырехволновое взаимодействие плоских волн.....	8
1.3. Вывод выражения для функции размытия точки четырехволнового преобразователя излучения.....	11
1.3.1. Приближение плоских волн накачки.....	12
1.3.2. Учет пространственной структуры волн накачки.....	15
1.4. Влияние пространственной структуры гауссовой волны накачки на разрешающую способность четырехволнового преобразователя излучения.....	18
1.4.1. Поперечная разрешающая способность.....	19
1.4.2. Продольная разрешающая способность.....	22
1.4.3. Фокусировка сигнальной и объектной волн внутри нелинейной среды.....	22
1.5. Качество обращения волнового фронта четырехволновым преобразователем излучения с поворотом.....	24
1.6. Четырехволновое преобразование излучения в нелинейной среде с поперечной неоднородностью.....	25
1.7. Использование четырехволнового преобразователя излучения для компенсации фазовых искажений.....	30
2. Качество ОВФ невырожденным четырехволновым преобразователем излучения.....	34
2.1. ФРТ невырожденного четырехволнового преобразователя излучения.....	34
2.1.1. Плоские волны накачки.....	35
2.1.2. Учет пространственной структуры волн накачки.....	37
2.2. Качество обращения волнового фронта четырехволновым преобразователем излучения при учете немонахроматичности взаимодействующих волн.....	40
3. Четырехволновой преобразователь излучения на тепловой нелинейности.....	45
3.1. Вывод выражения для ФРТ четырехволнового преобразователя излучения на тепловой нелинейности.....	45
3.2. Анализ вида ФРТ четырехволнового преобразователя излучения на тепловой нелинейности при плоских волнах накачки.....	50
3.2.1. Коллинеарное распространение волн накачки ( $\vec{k}_{10} + \vec{k}_{20} = 0$ )..	50
3.2.2. Неколлинеарное распространение волн накачки ( $\vec{k}_{10} + \vec{k}_{20} \neq 0$ ).....	52

4. Запись динамических голограмм на обратимых фотохромных материалах.....	54
4.1. Тонкая динамическая голограмма.....	54
4.2. Слоистая модель объемной динамической голограммы.....	57
4.2.1. Уменьшение интенсивностей излучений в основном за счет поглощения нефотохромными составляющими фотохромного материала.....	59
4.2.2. Уменьшение интенсивностей излучений в основном за счет поглощения фотохромными частицами.....	61
4.3. Температурная зависимость ДЭГ.....	63
4.3.1. Голограмма стационарного объекта.....	63
4.3.2. Голограмма вибрирующего объекта.....	65
4.4. Угловая зависимость ДЭГ на обратимом ФХМ.....	68
4.4.1. Запись голограммы.....	69
4.4.2. Считывание голограммы.....	71
4.4.3. Анализ угловой зависимости ДЭГ.....	72
5. Использование динамических голограмм для анализа вибраций.....	76
5.1. Дифракционная эффективность голограммы вибрирующего объекта.....	76
5.2. ДЭГ вибрирующего объекта при изменении во времени фазы опорной волны.....	80
5.2.1. Изменение фазы опорной волны по гармоническому закону..	80
5.2.2. Изменение фазы опорной волны по линейному закону.....	82
5.3. Динамика интерференционной картины.....	86
5.3.1. Фаза опорной волны не меняется во времени.....	86
5.3.2. Изменение фазы опорной волны по линейному закону.....	88
5.3.3. Изменение фазы опорной волны по гармоническому закону..	91
5.4. Экспериментальное исследование записи голограммы вибрирующего объекта в реверсивных средах.....	93
Библиографический список.....	96

Ивахник Валерий Владимирович

**ДИНАМИЧЕСКИЕ ГОЛОГРАММЫ В СРЕДАХ С КЕРРОВСКОЙ И  
ТЕПЛОВОЙ НЕЛИНЕЙНОСТЯМИ И НА ОБРАТИМЫХ  
ФОТОХРОМНЫХ МАТЕРИАЛАХ**

Учебное пособие

Редактор Н.А.Волынкина  
Компьютерная верстка, макет В.И.Никонов

ЛР №020316 от 04.12.96. Подписано в печать 09.10.01. Формат 60×84/16.  
Бумага офсетная. Печать оперативная. Усл.-печ. л. 5,8; уч.-изд. л. 6,25.

Гарнитура "Times New Roman"

Тираж 100 экз. Заказ № 708.

Издательство "Самарский университет",  
443011, г. Самара, ул. Акад. Павлова, 1.  
УОП СамГУ, ПЛД №67-43 от 19.02.98.