

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САМАРСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ АКАДЕМИКА С.П. КОРОЛЕВА»
(САМАРСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

В.В. ИВАХНИК, В.И. НИКОНОВ

ГОЛОГРАФИЯ

Рекомендовано редакционно-издательским советом федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева» в качестве практикума для обучающихся по основным образовательным программам высшего образования по направлениям подготовки 03.03.02, 03.04.02 Физика

С А М А Р А
Издательство Самарского университета
2023

УДК 778.38(075)+535.41(075)

ББК В341.5я7+В343.2я7

И237

Рецензенты: канд. физ.-мат. наук А. М. Майорова,
канд. физ.-мат. наук, доц. М. Н. Осипов

Ивахник, Валерий Владимирович

И237 **Голография:** практикум / *В.В. Ивахник, В.И. Никонов.* – Самара:
Издательство Самарского университета, 2023. – 96 с.

ISBN 978-5-7883-1941-4

В практикуме представлены материалы по дисциплине «Когерентная оптика и голография». Представлены теоретические сведения, указания и задания для выполнения лабораторных работ. Освещаются основные вопросы, связанные с записью и восстановлением голограмм, в частности особенности записи динамических голограмм. Также продемонстрированы практические применения голографии в виброметрии, для коррекции фазовых искажений, возникающих при прохождении излучения через оптически неоднородные среды.

Предназначен для бакалавров и магистров, обучающихся по направлениям подготовки 03.03.02 и 03.04.02 «Физика». Подготовлен на кафедре оптики и спектроскопии.

УДК 778.38(075)+535.41(075)

ББК В341.5я7+В343.2я7

ISBN 978-5-7883-1941-4

© Самарский университет, 2023

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение.....	4
1. Запись и восстановление внеосевых голограмм.....	5
1.1. Теоретическая часть	5
1.2. Практическая часть.....	14
Рекомендуемая литература	17
2. Запись и восстановление голограмм по схеме Денисюка	19
2.1. Теоретическая часть	19
2.2. Практическая часть.....	37
Рекомендуемая литература	41
3. Использование динамических голограмм для коррекции фазовых искажений.....	42
3.1. Теоретическая часть	42
3.2. Практическая часть.....	58
Рекомендуемая литература	62
4. Исследование вибрирующих объектов методом голографической интерферометрии с усреднением во времени.....	64
4.1. Теоретическая часть	64
4.2. Практическая часть.....	70
Рекомендуемая литература	72
5. Использование динамических голограмм для анализа вибраций.....	73
5.1. Теоретическая часть	73
5.2. Практическая часть.....	84
Рекомендуемая литература	86
Приложение 1. Обработка голографических материалов	87
Приложение 2. Фотографические материалы для голографии	90

ВВЕДЕНИЕ

Метод записи и последующего восстановления амплитуды и фазы волны, который лежит в основе голографии, предложен Д. Габором в 1948 году. Через 23 года ему «за изобретение и развитие голографического метода» была присуждена Нобелевская премия по физике. Работы, предшествовавшие открытию голографии, были выполнены значительно раньше. Решающую роль в них сыграли работы Брегга. Две наиболее важные после открытия голографии статьи опубликованы в 1962 году. Это работы Э. Лейта и Ю. Упатниекса, впервые использовавших для голографии лазер и предложивших схему с внеосевым опорным пучком, благодаря чему они получили высококачественную объемную картину объекта, и Ю.Н. Денисюка, предложившего схему голографирования в трехмерной среде

Предлагаемый практикум служит для экспериментального знакомства студентов с физическими основами голографии и голографической интерферометрии. Эти области современной оптики изучают когерентные свойства света, явления дифракции и интерференции, голографические методы записи и обработки изображений.

Первый раздел практикума посвящен изучению записи и считывания голограмм по схемам Лейта и Упатниекса (внеосевые голограммы). Во втором разделе рассматривается запись голограмм Денисюка (голограммы во встречных пучках) и их спектральная и угловая селективность. Третий раздел посвящен динамическим голограммам, получению волны с обращенным волновым фронтом и последующим использованием для компенсации фазовых искажений. Использование голографических методов для анализа периодических процессов (вибраций) рассмотрено в четвертом и пятом разделе.

Практикум предназначен для бакалавров и магистров, обучающихся по направлениям подготовки 03.03.02 и 03.04.02 «Физика».

1. ЗАПИСЬ И ВОССТАНОВЛЕНИЕ ВНЕОСЕВЫХ ГОЛОГРАММ

1.1. Теоретическая часть

1.1.1. Уравнение голограммы (уравнение Д. Габора)

Направим плоскую монохроматическую волну на объект

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{A} \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r}).$$

Электрическое поле волны, отраженной (прошедшей, рассеянной) объектом, есть

$$\vec{E}_{об}(\vec{r}, t) = \vec{A}_{об}(\vec{r}) \cos(\omega t - \varphi_{об}(\vec{r})).$$

Информация об объекте содержится как в амплитуде ($\vec{A}_{об}(\vec{r})$), так и в фазе ($\varphi_{об}(\vec{r})$) волны.

Д. Габор предложил для сохранения при регистрации информации, содержащейся в фазе волны, «заставить» эту волну интерферировать с другой – опорной волной (\vec{E}_o). В результате интерференции энергия, усредненная во времени, имеет вид

$$\langle (\vec{A}_{i\dot{a}}(\vec{r}, t) + \vec{E}_o)^2 \rangle = \frac{1}{2} \vec{A}_{i\dot{a}}^2(\vec{r}) + \frac{1}{2} \vec{A}_o^2 + \vec{A}_{i\dot{a}} \vec{A}_o \cos(\varphi_{i\dot{a}}(\vec{r}) - \varphi_o). \quad (1.1)$$

Здесь A_o и φ_o – амплитуда и фаза опорной волны.

Фоточувствительная среда (например, галлоидосеребряная) в течение времени τ экспонируется, а затем химически обрабатывается: проявляется, промывается, закрепляется, вновь промывается и сушится. В результате получается голограмма.

Будем считать голограмму волной с амплитудой $A_{\dot{a}}$ (рис. 1.1). Если голограмма тонкая, то амплитуду поля за голограммой $A_{\dot{a}}$ можно записать в виде

$$A_{\dot{a}} = DA_c. \quad (1.2)$$

Здесь D – коэффициент пропускания или амплитудная прозрачность голограммы.

В дальнейшем при записи выражения для напряженности электрического поля удобно использовать комплексную запись

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \text{Re} \left\{ \vec{A} \exp(i\omega t - \varphi(\vec{r})) \right\}.$$

Амплитуду волны A вместе с комплексным множителем $\exp\{-i\varphi\}$ будем рассматривать как единую комплексную амплитуду. Знак «Re» при записи выражения для напряженности электрического поля будем опускать, помня, что физический смысл имеет лишь вещественная часть выражения

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{A}(\vec{r}) \exp\{i\omega t\}.$$

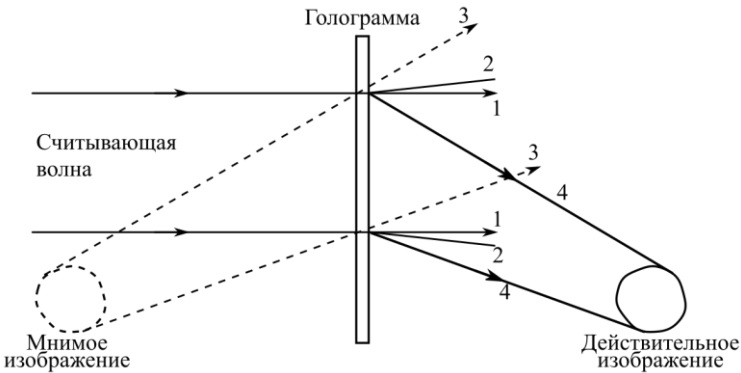


Рисунок 1.1 – Распространение волн, восстановленных с тонкой голограммы

Тогда с точностью до постоянного множителя выражение для интенсивности $I \ll E^2 \gg$ можно представить в виде

$$I = \frac{1}{2} AA^*.$$

Опыт говорит, что амплитудная прозрачность зависит от энергии световой волны, падающей на фоточувствительную среду во время экспозиции

$$D = D(Q).$$

Если во время записи голограммы объект покоится, то $Q = I \cdot \tau$. При использовании для регистрации голограмм галогидосеребряных сред в области нормальных почернений зависимость амплитудной прозрачности от энергии с точностью до постоянного множителя имеет вид

$$D = Q^{-\frac{\gamma}{2}}.$$

Здесь γ – коэффициент контрастности.

Предположим, что интенсивность опорной волны намного больше интенсивности объектной волны $I_o \gg I_{об}$. Амплитудная прозрачность голограммы есть

$$\begin{aligned} D &= (\tau I_0)^{-\frac{\gamma}{2}} \left\{ 1 + \frac{I_{i\dot{a}}}{I_0} + \frac{A_{i\dot{a}} A_0^* + A_0 A_{i\dot{a}}^*}{I_0} \right\}^{-\frac{\gamma}{2}} = \\ &= (\tau I_0)^{-\frac{\gamma}{2}} \left\{ 1 - \gamma \frac{I_{i\dot{a}}}{2I_0} - \gamma \frac{A_{i\dot{a}} A_0^* + A_0 A_{i\dot{a}}^*}{2I_0} \right\}. \end{aligned} \quad (1.3)$$

Или

$$D = \frac{1}{2} (\tau)^{-\frac{\gamma}{2}} I_0^{-\left(\frac{\gamma}{2}+1\right)} \left\{ 2I_0 - \gamma I_{i\dot{a}} - \gamma A_{i\dot{a}} A_0^* - \gamma A_0 A_{i\dot{a}}^* \right\}. \quad (1.4)$$

Если опорная волна является плоской ($A_0 \sim \exp\{-i\vec{k}_0 \vec{r}\}$, \vec{k}_0 – волновой вектор опорной волны), то $I_0 = const$ и с точностью до постоянного множителя амплитудная прозрачность голограммы есть

$$D = \left\{ 2I_0 - \gamma I_{об} - \gamma A_{об} A_0^* - \gamma A_0 A_{об}^* \right\}. \quad (1.5)$$

Записанное выражение получило название **уравнения голограммы** или уравнения Габора. При получении уравнения Габора интенсивность излучения записывали с точностью $\frac{1}{2}$, т.е. $I_0 = A_i A_i^*$, $I_{i\dot{a}} = A_{i\dot{a}} A_{i\dot{a}}^*$.

С учетом (1.5) поле за голограммой можно представить в виде

$$A_a = A_c \{ 2I_0 - \gamma I_{i\dot{a}} - \gamma A_{i\dot{a}} A_0^* - \gamma A_0 A_{i\dot{a}}^* \}. \quad (1.6)$$

Волна за голограммой представляет сумму четырех волн с амплитудами:

$$A_{a1} = 2A_c I_0, \quad A_{a2} = \gamma A_c I_{i\dot{a}}, \quad A_{a3} = \gamma A_c A_{i\dot{a}} A_0^*, \quad A_{a4} = \gamma A_c A_0 A_{i\dot{a}}^*.$$

Пусть считывающая волна плоская ($A_c \sim \exp\{-i\vec{k}_c \vec{r}\}$, \vec{k}_c – волновой вектор считывающей волны) и распространяется вдоль направления опорной волны ($\vec{k}_0 = \vec{k}_c$). Проанализируем амплитуды волн за голограммой.

1. Волна с амплитудой $2A_c I_0 \sim \exp\{-i\vec{k}_c \vec{r}\}$ – это плоская волна, распространяющаяся в направлении считывающей волны.

2. Волна, амплитуда которой промодулирована интенсивностью объектной волны (интермодуляционная волна) $\gamma A_c I_{o\dot{o}} \sim I_{i\dot{a}} \exp\{-i\vec{k}_c \vec{r}\}$, также распространяется в направлении считывающей волны.

3. Амплитуда третьей волны с точностью до постоянного множителя прямо пропорциональна амплитуде объектной волны: $\gamma A_c A_{o\dot{o}} A_0^* \sim A_{o\dot{o}}$. Эта волна распространяется в том же направлении что и объектная волна и несет информацию о мнимом изображении объекта.

4. Амплитуда четвертой волны с точностью до постоянного множителя прямо пропорциональна комплексно сопряженной амплитуде объектной волны: $\gamma A_c A_0 A_{o\dot{o}}^* \sim A_{o\dot{o}}^* \exp\{-i2\vec{k}_c \vec{r}\}$. Эта волна несет информацию о мнимом изображении объекта.

Направления распространения волн, несущих информацию о мнимом и действительном изображениях, симметричны относительно направления распространения считывающей волны.

1.1.2. Пространственно-частотный анализ поля за голограммой

Без потери общности последующих рассуждений будем считать коэффициент контрастности $\gamma = -2$. Тогда выражение для амплитудной прозрачности голограммы с точностью до постоянного множителя будет равно интенсивности волн ее записывающих

$$D = \{I_0 + I_{i\bar{a}} + A_0^* A_{i\bar{a}} + A_0 A_{i\bar{a}}^*\}. \quad (1.7)$$

Пусть регистрирующая среда, на которой записывается голограмма, а затем и сама голограмма располагаются в плоскости $z = 0$. Будем рассматривать двумерную задачу, т.е. не будем учитывать изменение интенсивности вдоль оси Y .

В качестве опорной волны рассмотрим плоскую монохроматическую волну с единичной амплитудой

$$A_0(x) = \exp\{-ik_0 x\}.$$

Здесь $k_0 = \frac{2\pi}{\lambda} \sin \theta_0$ – проекция волнового вектора опорной волны на ось X ; θ_0 – угол между нормалью к поверхности регистрирующей среды и волновым вектором опорной волны, λ – длина волны.

В качестве считывающей волны также будем использовать плоскую монохроматическую волну, комплексная амплитуда которой в плоскости $z = 0$ есть

$$A_c(x) = \exp\{-ik_c x\},$$

где $k_c = \frac{2\pi}{\lambda_1} \sin \theta_c$ – проекция волнового вектора считывающей волны на ось X ; θ_c – угол между нормалью к поверхности голограммы и волновым вектором считывающей волны; λ_1 – длина считывающей волны.

Для упрощения последующих рассуждений пространственный спектр объектной волны выберем в виде прямоугольника

$$\int_{-\infty}^{\infty} A_{i\dot{a}}(x) \exp\{-ikx\} dx = \tilde{A}_{i\dot{a}}(\vec{k}, z=0) = \begin{cases} 1 & \text{if } |\kappa| \leq \kappa_m, \\ 0 & \text{if } |\kappa| > \kappa_m. \end{cases} \quad (1.8)$$

Здесь κ_m – параметр, характеризующий ширину пространственного спектра объектной волны.

Случай 1

Направление распространения плоской считывающей волны совпадает с направлением распространения опорной волны $\theta_0 = \theta_c$ и $\lambda = \lambda_1$ (рис. 1.2, а). Тогда амплитуда волны за голограммой есть

$$A_{\dot{a}}(x) = DA_c = \exp\{-ik_0x\} + \exp\{-ik_0x\} A_{i\dot{a}}(x) A_{i\dot{a}}^*(x) + A_{i\dot{a}}(x) + \exp\{-2ik_0x\} A_{i\dot{a}}^*(x). \quad (1.9)$$

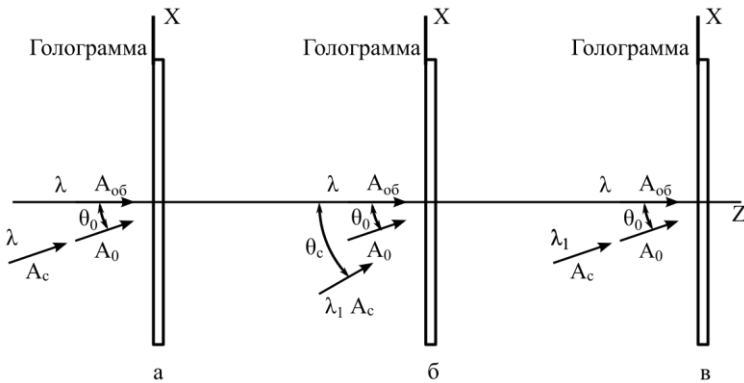


Рисунок 1.2 – Направления распространения опорной и считывающей волн

Рассмотрим пространственный спектр волны за голограммой. С этой целью осуществим преобразование Фурье с выражением (1.9). Первое слагаемое $\exp\{-ik_0x\}$ в выражении (1.9) описывает плоскую волну, распространяющуюся в направлении считывающей

щей волны. Пространственный спектр этой волны – дельта-функция с центром в точке κ_0

$$\tilde{A}_{a1}(\kappa) = \int_{-\infty}^{\infty} \exp\{-i(\kappa_0 - \kappa)x\} dx \sim \delta(\kappa_0 - \kappa). \quad (1.10)$$

Для наглядности спектр волны на графике зависимости \tilde{A}_a от κ (рис. 1.3, а) изображен в виде вертикальной стрелки.

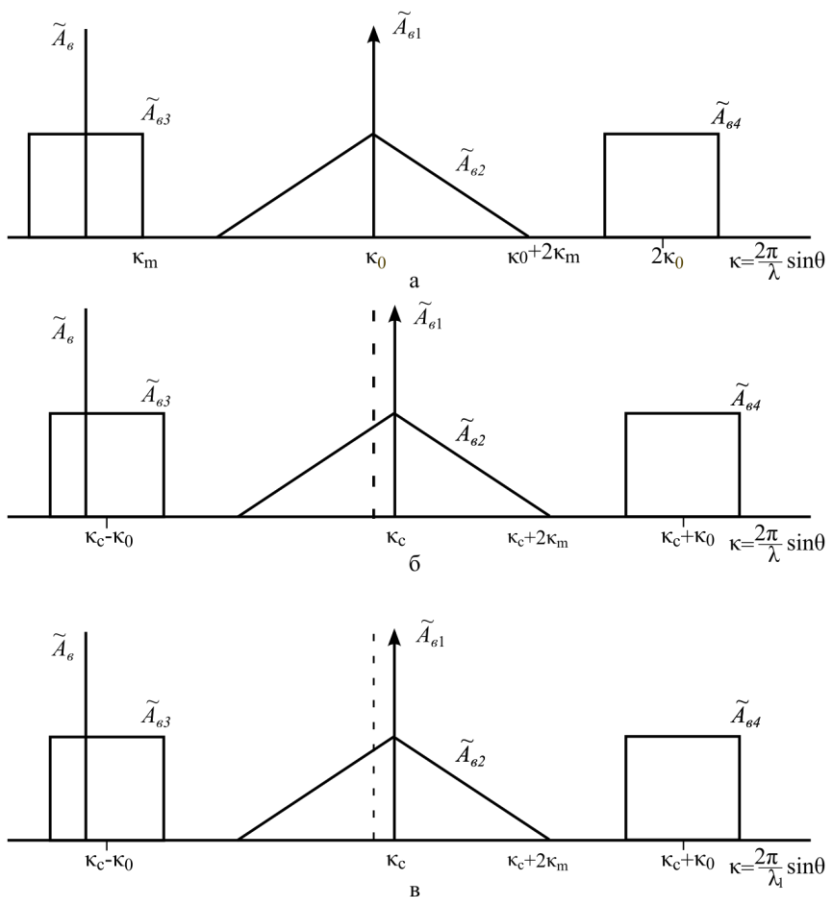


Рисунок 1.3 – Пространственный спектр волны за голограммой

Пространственный спектр второй волны $\exp\{-i\kappa_0 x\} A_{i\dot{a}}(x) A_{i\dot{a}}^*(x)$ есть смещенная на величину κ_0 автокорреляционная функция от спектра объектной волны

$$\begin{aligned} \tilde{A}_{\dot{a}\dot{2}}(\kappa) &= \int_{-\infty}^{\infty} A_{i\dot{a}}(x) A_{i\dot{a}}^*(x) \exp\{-i(\kappa_0 - \kappa)x\} dx \sim \\ &\sim \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{A}_{i\dot{a}}(\kappa - \kappa_0 - \kappa_1) \tilde{A}_{i\dot{a}}^*(\kappa_1) d\kappa_1. \end{aligned} \quad (1.11)$$

Выражение (1.11) описывает волну, распространяющуюся в направлении считывающей волны с симметрично размытым вокруг этого направления пространственным спектром. Эта волна не несет полной информации о голографируемом объекте, поскольку отсутствует информация, содержащаяся в фазе объектной волны.

Корреляционная функция представляет интеграл от произведения двух функций, одна из которых смещается относительно другой. Если ширина пространственного спектра объектной волны $2\kappa_m$, то ширина автокорреляционной функции не может быть больше $4\kappa_m$. Для волны, пространственный спектр которой имеет вид прямоугольника, автокорреляционная функция имеет вид треугольника.

Пространственный спектр третьей волны совпадает со спектром объектной волны

$$\tilde{A}_{\dot{a}\dot{3}}(\kappa) = \int_{-\infty}^{\infty} A_{i\dot{a}}(x) \exp\{i\kappa x\} dx = \tilde{A}_{i\dot{a}}(\kappa). \quad (1.12)$$

Таким образом, эта волна несет полную информацию о мнимом изображении объекта.

Пространственный спектр четвертой волны $\exp\{-2i\kappa_0 x\} A_{i\dot{a}}^*(x)$ совпадает с комплексно-сопряженным пространственным спектром объектной волны, центр которого смещен на частоту $2\kappa_0$,

$$\tilde{A}_{\dot{a}\dot{4}}(\kappa) = \int_{-\infty}^{\infty} A_{i\dot{a}}^*(x) \exp\{i(\kappa - 2\kappa_0)x\} dx = \tilde{A}_{i\dot{a}}^*(\kappa - 2\kappa_0). \quad (1.13)$$

Изменение знака фазы в комплексной амплитуде объектной волны на противоположный свидетельствует о том, что четвертая волна несет информацию о действительном изображении объекта.

Волны, несущие информацию о действительном и мнимом изображениях, распространяются симметрично относительно направления распространения считывающей волны. При нормальном падении считывающей волны на голограмму действительное и мнимое изображения объекта расположены симметрично плоскости голограммы.

Проведенный пространственный анализ волны за голограммой показывает, что для углового разделения волн за голограммой необходимо, чтобы выполнялось условие

$$\kappa_0 \geq 3\kappa_m. \quad (1.14)$$

Случай 2

Направление распространения плоской считывающей волны не совпадает с направлением распространения опорной волны $\theta_0 \neq \theta_c$, $\lambda = \lambda_1$ (рис. 1.2, б). В этом случае амплитуда волны за голограммой есть

$$A_d(x) = \exp\{-i\kappa_c x\} + \exp\{-i\kappa_c x\} A_{i_d}(x) A_{i_d}^*(x) + \\ + A_{i_d}(x) \{-i(\kappa_c - \kappa_0)x\} + \exp\{-i(\kappa_c + \kappa_0)x\} A_{i_d}^*(x). \quad (1.15)$$

Из (1.15) следует, что считывание голограммы плоской волной, не совпадающей по направлению с плоской опорной волной, приводит к угловому повороту действительного и мнимого изображений по сравнению со случаем совпадения направления распространения опорной и считывающей волн (рис. 1.3, б).

Величина углового поворота $\Delta\theta$ определяется из условия

$$\frac{2\pi}{\lambda} \sin \Delta\theta = \frac{2\pi}{\lambda} \sin \theta_c - \frac{2\pi}{\lambda} \sin \theta_0 \Rightarrow \sin \Delta\theta = \sin \theta_c - \sin \theta_0. \quad (1.16)$$

Случай 3

Голограмма считается плоской волной с другой длиной волны (рис. 1.2, в): $\lambda_1 \neq \lambda$.

Выражение, описывающее амплитуду восстановленной волны, совпадает с выражение (1.9) с учетом того, что теперь

$$k_c = \frac{2\pi}{\lambda_1} \sin \bar{\theta}_c.$$

Формально вид пространственного спектра волны за голограммой совпадает с видом пространственного спектра волны во втором случае (рис. 1.3, в). Т.е. возникает угловой поворот восстановленных волн.

Если $\theta_0 = \bar{\theta}_c$, то величина углового поворота $\Delta\theta'$ определяется из условия

$$\frac{2\pi}{\lambda_1} \sin \Delta\theta' = \frac{2\pi}{\lambda_1} \sin \theta_0 - \frac{2\pi}{\lambda} \sin \theta_0 \Rightarrow \sin \Delta\theta' = \left(1 - \frac{\lambda_1}{\lambda}\right) \sin \theta_0. (1.17)$$

Масштаб осей ординат на рис. 1.3, б и рис. 1.3, в различен и отличается в $\frac{\lambda}{\lambda_1}$ раз. Это означает, что масштаб изображения, восстановленного в случае 3, отличается от масштаба изображения, восстановленного в случае 2, в $\frac{\lambda}{\lambda_1}$ раз.

1.2. Практическая часть

Работа выполняется на оптическом столе, снабженном виброизоляция. На столе устанавливаются и надежно закрепляются оптические элементы голографической схемы, объект и кассета с фотопластинкой.

На рис. 1.4 изображена принципиальная оптическая схема установки, используемой для записи голограммы пропускающего объекта. Излучение от He-Ne-лазера 1 падает на светоделительный

кубик 2, который формирует два пучка: опорный и предметный. Линзы 4 и 5 служат для расширения световых пучков. Фотографическая пластинка 7 располагается в ближней зоне дифракции пропускающего объекта 6 и устанавливается фотоэмульсией к интерферирующим пучкам.

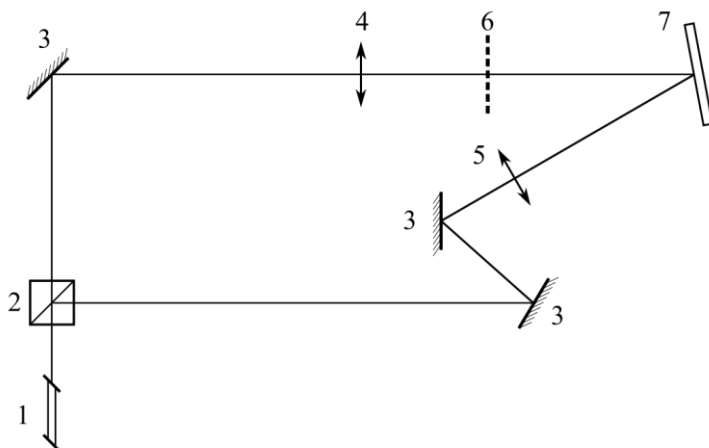


Рисунок 1.4 – Принципиальная оптическая схема установки для получения голограммы пропускающего объекта

На рис. 1.5 изображена оптическая схема установки, используемой для записи голограммы диффузно отражающего объекта. Как и при записи голограммы пропускающего объекта для разделения излучения, идущего от лазера 1 на предметный и опорный пучки, используется светоделительный кубик 2. Формирование опорного пучка осуществляется зеркалами 3, 4 и линзой 5. Предметный пучок, освещающий диффузно отражающий объект 8, формируется зеркалами 6, 7 и линзой 9 соответственно. Запись голограммы проводится на фотографической пластинке 10.

Оптическая разность хода между предметным и опорным пучками в оптических схемах, изображенных на рис. 1.4–1.5, не должна превышать 2–3 см.

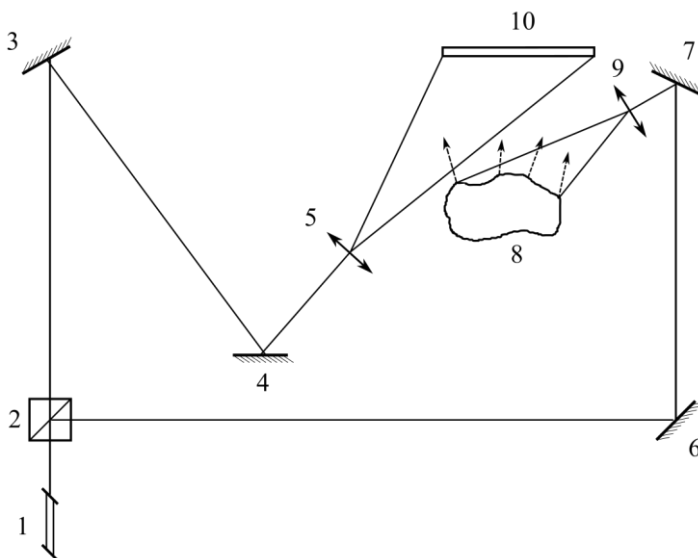


Рисунок 1.5 – Принципиальная оптическая схема установки для получения голограммы диффузно отражающего объекта

Запись голограмм проводится в затемненном помещении на фотопластинках типа ПФГ-01 или ПФГ-03. Время экспозиции определяется экспериментально. Проэкспонированные пластинки обрабатываются в соответствии с инструкцией (приложение 1).

Если после обработки фотопластинки типа ПФГ-01 полученная голограмма имеет большую оптическую плотность, то для повышения дифракционной эффективности голограммы ее отбеливают.

1.2.1. Голографирование пропускающего (прозрачного) объекта

1. Собрать и отъюстировать оптическую схему установки записи голограммы пропускающего объекта, приведенную на рис. 1.4.

2. Получить 3–4 голограммы пропускающего объекта, изменяя время экспозиции. Выбрать время экспозиции, соответствующее максимальному значению дифракционной эффективности голограммы.

3. Получить голограммы при следующих соотношениях интенсивности объектного и опорного пучков: а) $I_{об}/I_o = 2$, б) $I_{об}/I_o = 1$, в) $I_{об}/I_o = 1/5$. Интенсивности пучков менять с помощью нейтральных светофильтров. Проанализировать влияние соотношения интенсивностей на качество восстановленного изображения пропускающего объекта.

1.2.2. Голографирование отражающего объекта

1. Собрать и отъюстировать оптическую схему установки записи голограммы отражающего объекта, приведенную на рис. 1.5.

2. Получить голограммы трехмерного объекта при соотношении интенсивностей объектного и опорного пучков $I_{об}/I_o = 1/5$.

3. Получить восстановленное изображение объекта при использовании для считывания голограммы излучений с длиной волны а) $\lambda = 0.633$ мкм, б) $\lambda = 0.532$ мкм. В последнем случае в собранной оптической схеме следует заменить лазер с $\lambda = 0.633$ мкм на лазер с $\lambda = 0.532$ мкм. Сфотографировать полученные в обоих случаях изображения объекта и сравнить их масштабы.

4. Восстановить изображение объекта, меняя с помощью диафрагм площадь считывания голограммы. Сфотографировать полученные изображения объекта и сравнить их качество.

Рекомендуемая литература

1. Кольер, Р. Оптическая голография / Р. Кольер, К. Беркхарт, Л. Лин. – Москва: Мир, 1973. – 686 с.

2. Миллер, М. Голография / М. Миллер. – Ленинград: Машиностроение, 1979. – 207 с.

3. Оптическая голография / под редакцией Г. Колфилда. – Москва: Мир, 1982. – Т. 1, 2. – 736 с.

4. Ивахник, В.В. Голографический метод: учебное пособие для вузов / В.В. Ивахник. – Самара: Универс групп, 2010. – 130 с.

5. Ивахник, В.В. Динамические голограммы в средах с керровской и тепловой нелинейностями и на обратимых фотохромных материалах: учебное пособие / В.В. Ивахник. – Самара: Самарский университет, 2001. – 98 с.

2. ЗАПИСЬ И ВОССТАНОВЛЕНИЕ ГОЛОГРАММ ПО СХЕМЕ ДЕНИСЮКА

2.1. Теоретическая часть

2.1.1. Интерференция двух плоских волн

Пусть на среду в виде плоского слоя толщиной ℓ , расположенного перпендикулярно оси Z , падают две плоские монохроматические волны с комплексными амплитудами

$$A_{10} \exp\{-ik_1\vec{r}\}, \quad A_{20} \exp\{-ik_2\vec{r}\}.$$

Здесь \vec{k}_j – волновой вектор j -й волны (рис. 2.1). Распределение интенсивности в интерференционной картине описывается выражением вида

$$\begin{aligned} I &= \frac{A_{10}^2}{2} + \frac{A_{20}^2}{2} + A_{10}A_{20} \cos\left\{\left(\vec{k}_1 - \vec{k}_2\right)\vec{r}\right\} \Rightarrow \\ \Rightarrow I &= \frac{A_{10}^2}{2} + \frac{A_{20}^2}{2} + A_{10}A_{20} \cos\left\{\vec{K}\vec{r}\right\}, \end{aligned} \quad (2.1)$$

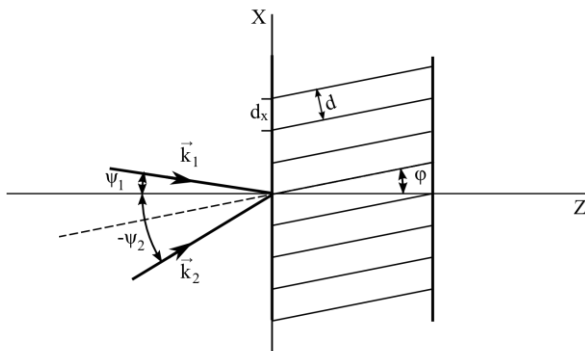


Рисунок 2.1 – Положение плоскостей равной интенсивности при интерференции двух плоских волн

где $\vec{K} = \vec{k}_1 - \vec{k}_2$. Поверхностями равной интенсивности являются плоскости

$$(k_{1x} - k_{2x})x + (k_{1z} - k_{2z})z = const,$$

перпендикулярные плоскости XZ . Угол наклона этих плоскостей (φ) определяется выражением

$$tg \varphi = \frac{dx}{dz} = -\frac{k_{1z} - k_{2z}}{k_{1x} - k_{2x}} = -\frac{(\cos \psi_1 - \cos \psi_2)}{(\sin \psi_1 - \sin \psi_2)} = tg \left(\frac{\psi_1 + \psi_2}{2} \right). \quad (2.2)$$

Здесь ψ_1 и ψ_2 – углы между осью Z и волновыми векторами интерферирующих волн. Видно, что угол наклона делит пополам угол между волновыми векторами.

Расстояние между плоскостями равной интенсивности по оси X есть

$$d_x = x_{n+1} - x_n,$$

где $\tilde{\delta}_n$ определяется из решения уравнения

$$(k_{1x} - k_{2x})x_n = 2\pi n, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (2.3)$$

Тогда

$$d_x = \frac{\lambda}{\sin \psi_1 - \sin \psi_2}. \quad (2.4)$$

Здесь λ – длина волны в среде.

Соответствующее расстояние по нормали к этим плоскостям есть

$$d = d_x \cos \varphi = \frac{\lambda \cos \varphi}{\sin \psi_1 - \sin \psi_2}. \quad (2.5)$$

Если волны падают на фоточувствительную среду с противоположных сторон так, что $k_{1x} = k_{2x}$, $k_{1z} = -k_{2z}$ (рис. 2.2, а), то поверхности равной интенсивности оказываются плоскостями, параллельными плоскостям среды, а расстояние между ними

$$d = \frac{\lambda}{2 \cos \psi_1}. \quad (2.6)$$

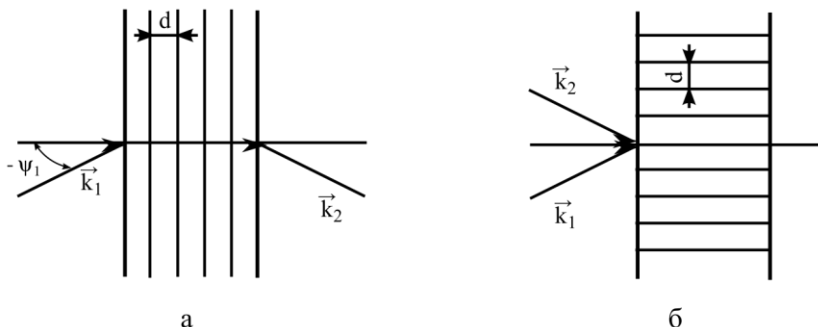


Рисунок 2.2 – Положение плоскостей равной интенсивности при падении на среду плоских волн под одинаковыми углами

Если волны падают на фоточувствительную среду под одинаковыми углами так, что $k_{1x} = -k_{2x}$, $k_{1z} = k_{2z}$ ($\psi_1 = -\psi_2$) (рис. 2.2, б), то поверхностями равной интенсивности оказываются плоскости, перпендикулярные плоскостям среды, а расстояние между ними равно

$$d = \frac{\lambda}{2 \sin \psi_1}. \quad (2.7)$$

Введенный выше вектор \vec{E} направлен перпендикулярно плоскостям равной интенсивности и равен по величине $|\vec{E}| = \frac{2\pi}{d}$.

2.1.2. Классификация голограмм в зависимости от толщины регистрирующей среды

Пусть голограмма записывается двумя плоскими волнами. На регистрирующей среде фиксируется распределение интенсивности, определяемое выражением (2.1). Для определенности предположим, что волны, записывающие голограмму, падают на регистрирующую среду под одинаковыми углами (рис. 2.2, б).

Будем считать голограмму также плоской волной, распространяющейся в направлении одной из волн, записывающих голо-

грамму. Найдем расстояние между поверхностями равной интенсивности (периодами) вдоль направления распространения считывающей волны

$$d_1 = \frac{d}{\sin \psi_1}.$$

С учетом (2.7)

$$d_1 = \frac{2d^2}{\lambda}. \quad (2.8)$$

Число расстояний между периодами вдоль направления считывающей волны, укладываемых на толщине голограммы, есть

$$N = \frac{\ell}{d_1} = \frac{\lambda \ell}{2d^2} = \frac{\lambda_0 \ell}{2nd^2}. \quad (2.9)$$

Здесь λ_0 – длина волны в вакууме (воздухе), n – среднее значение показателя преломления.

Для классификации голограмм используется параметр

$$M = \frac{2\pi\lambda_0\ell}{nd^2} = 4\pi N. \quad (2.10)$$

Толстыми (объемными) голограммами считаются голограммы, у которых $M > 100$. Тонкой (плоской) голограммой считается голограмма, у которой $M < 10$.

2.1.3. Восстановление объемной голограммы

При исследовании восстановления объемной голограммы будем опираться на теорию связанных волн, разработанную Когельником – теорию дифракции света на трехмерных голограммах с простой голограммной структурой, образованной двумя плоскими волнами.

Заслуга Когельника состоит в том, что он смог не только качественно оценить, но и выразить количественно такие важные характеристики голограмм, как зависимость дифракционной эффективности от глубины модуляции коэффициентов преломления и поглоще-

ния света, толщины слоя голограммы, направления опорных и объектных пучков, используемых при получении голограммы. Он также получил математические выражения для определения таких важных свойств голограмм, как угловая и спектральная селективность.

Рассмотрим голограмму, в которой по гармоническому закону меняются диэлектрическая проницаемость ε , удельная проводимость среды σ

$$\begin{cases} \varepsilon = \varepsilon_0 + \varepsilon_1 \cos(\vec{K}\vec{r}), \\ \sigma = \sigma_0 + \sigma_1 \cos(\vec{K}\vec{r}). \end{cases} \quad (2.11)$$

Здесь ε_0 и σ_0 , ε_1 и σ_1 – средние значения и глубины модуляций диэлектрической проницаемости и проводимости.

Система уравнений Максвелла, описывающая распространение электромагнитной волны через объемную голограмму, имеет вид

$$\begin{cases} \text{rot}\vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}, \\ \text{rot}\vec{H} = \frac{\varepsilon}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{4\pi\sigma}{c} \vec{E}, \\ \text{div}\vec{D} = 0, \\ \text{div}\vec{H} = 0. \end{cases} \quad (2.12)$$

При записи системы уравнений (2.12) считали, что в среде отсутствуют свободные заряды, использовали материальные уравнения

$$\vec{D} = \varepsilon\vec{E}, \quad \vec{B} = \vec{H}, \quad \vec{j} = \sigma\vec{E}.$$

Осуществив операцию ротор от правой и левой частей первого уравнения в системе (2.12)

$$\text{rot}(\text{rot}\vec{E}) = -\frac{1}{c} \frac{\partial(\text{rot}\vec{H})}{\partial t},$$

с учетом второго уравнения системы (2.12), получим

$$\text{grad}(\text{div}\vec{E}) - \nabla^2 \vec{E} = -\frac{\varepsilon}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} - i \frac{4\pi\sigma}{c^2} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}. \quad (2.13)$$

Пусть вектор напряженности электрического поля распространяющейся волны ориентирован вдоль оси Y , которая направлена перпендикулярно плоскости, в которой расположен вектор \vec{K} . Поскольку изменение диэлектрической проницаемости в голограмме происходит в плоскости XZ (вектор $grad\varepsilon$ лежит в этой плоскости), имеем

$$(\vec{E} \cdot grad\varepsilon) = 0 \Rightarrow div\vec{E} = 0. \quad (2.14)$$

Из (2.13) с учетом (2.14) изменение амплитуды монохроматической волны

$$E(\vec{r}, t) = A(\vec{r}) \exp\{i\omega t\} + \text{к.с.}$$

по мере ее распространения в голограмме описывается уравнением вида

$$\nabla^2 A + \left(\frac{\omega^2 \varepsilon}{c^2} - i \frac{\omega 4\pi\sigma}{c^2} \right) A = 0. \quad (2.15)$$

Подставив в уравнение (2.15) значения диэлектрической проницаемости и проводимости из (2.11), получим

$$\nabla^2 A + g^2 A = 0, \quad (2.16)$$

$$\text{где } g^2 = \frac{\omega^2 \varepsilon_0}{c^2} - i \frac{4\pi\omega\sigma_0}{c^2} + \left(\frac{\omega^2 \varepsilon_1}{c^2} - i \frac{4\pi\omega\sigma_1}{c^2} \right) \cos(\vec{K}\vec{r}) =$$

$$= k^2 - 2ik\alpha + 2k\gamma \left\{ \exp(i\vec{K}\vec{r}) + \exp(-i\vec{K}\vec{r}) \right\}; \quad k^2 = \frac{\omega^2 \varepsilon_0}{c^2}; \quad \alpha = \frac{2\pi\sigma_0}{\tilde{n}\varepsilon_0^{1/2}};$$

$$\alpha_1 = \frac{\pi\sigma_1}{\tilde{n}\varepsilon_0^{1/2}}; \quad \gamma = \frac{k\varepsilon_1}{4\varepsilon_0} - i \frac{\pi\sigma_1}{c\varepsilon_0^{1/2}} = \frac{k\varepsilon_1}{4\varepsilon_0} - i\alpha_1 \quad - \text{ параметр взаимодействия.}$$

ствия.

Будем искать решение уравнения (2.16) в виде

$$A = A_c + A_d. \quad (2.17)$$

Здесь A_c и A_d – амплитуды считывающей и дифрагированной волн соответственно.

Будем считать голограмму плоской монохроматической волной. При распространении считывающей волны в однородной среде ($\gamma=0$)

$$A_c \sim \exp(-i\vec{k}_1\vec{r}), \quad |\vec{k}_1| = k. \quad (2.18)$$

Наличие в среде неоднородностей ($\gamma \neq 0$) приводит к дополнительной модуляции по оси Z амплитуды считывающей волны

$$A_c = C(z)\exp(-i\vec{k}_1\vec{r}). \quad (2.19)$$

Амплитуду дифрагированной волны представим в виде

$$A_d = D(z)\exp(-i\vec{k}_2\vec{r}), \quad (2.20)$$

где вектор \vec{k}_2 определяется из условия (рис. 2.3).

$$\vec{k}_2 = \vec{k}_1 - \vec{K}. \quad (2.21)$$

Представление амплитуд считывающей и дифрагированной волн в виде (2.19), (2.20) предполагает, что эти волны распространяются под малым углом относительно оси Z . В противном случае необходимо учитывать зависимость коэффициентов C и D не только от координаты z , но и от координаты x .

Если $|\vec{k}_1| = |\vec{k}_2| = k$ (рис. 2.4), треугольник, образованный векторами $\vec{k}_1, \vec{k}_2, \vec{K}$, оказывается равнобедренным. Тогда из (2.18) получим

$$\frac{K}{2} = k \sin \theta \quad \Rightarrow \quad 2d \sin \theta = \lambda. \quad (2.22)$$

Здесь θ – угол между волновыми векторами считывающей (дифрагированной) волны и плоскостью решетки* (угол Брэгга). Получи-

* Плоскости решетки – это плоскости, в которых значения параметров голограммы (ε, σ) остаются неизменными.

ли хорошо известное соотношение Брэгга (условие дифракции Брэгга). Таким образом, если считывающая и дифрагированная волны распространяются под одинаковыми углами к плоскости решетки, выражение (2.21) является векторной формой условия Брэгга.

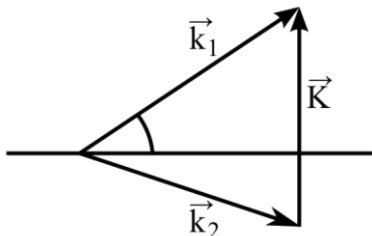


Рисунок 2.3 – Связь между векторами \vec{k}_1 , \vec{k}_2 и \vec{K}

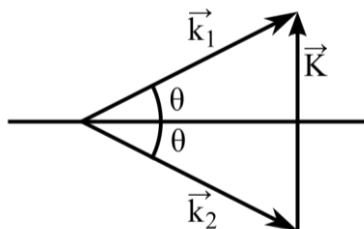


Рисунок 2.4 – Вывод условия дифракции Брэгга

Подставив (2.19) и (2.20) в (2.16), получим

$$\begin{aligned}
 & \left(\frac{d^2 C}{dz^2} - 2ik_{iz} \frac{dC}{dz} - k_1^2 C \right) \exp(-i\vec{k}_1 \vec{r}) + \\
 & + \left(\frac{d^2 D}{dz^2} - 2ik_{2z} \frac{dD}{dz} - k_2^2 D \right) \exp(-i\vec{k}_2 \vec{r}) + \\
 & + (k^2 - 2ik\alpha) C \exp(-i\vec{k}_1 \vec{r}) + \\
 & + 2k\gamma C \left\{ \exp \left[i \left((\vec{K} - \vec{k}_1) \vec{r} \right) \right] + \exp \left[-i \left((\vec{K} + \vec{k}_1) \vec{r} \right) \right] \right\} + \\
 & + (k^2 - 2ik\alpha) D \exp(-i\vec{k}_2 \vec{r}) + \\
 & + 2k\gamma D \left\{ \exp \left[i \left((\vec{K} - \vec{k}_2) \vec{r} \right) \right] + \exp \left[-i \left((\vec{K} + \vec{k}_2) \vec{r} \right) \right] \right\} = 0.
 \end{aligned} \tag{2.23}$$

Считаем, что изменение амплитуд на расстоянии порядка длины волны мало (приближение медленно меняющихся амплитуд)

$$\left| \frac{d^2 D}{dz^2} \right| \ll k \left| \frac{dD}{dz} \right|, \quad \left| \frac{d^2 C}{dz^2} \right| \ll k \left| \frac{dC}{dz} \right|,$$

поэтому производными второго порядка в выражении (2.23) можно пренебречь.

Предположим, что в голограмме распространяются только две волны в направлениях, задаваемых векторами \vec{k}_1 и \vec{k}_2 . Это одно из основных предположений теории объемной голограммы. Тогда слагаемыми в (2.23), пропорциональными $\exp\{-i(\vec{K} + \vec{k}_1)\vec{r}\}$ и $\exp\{i(\vec{K} - \vec{k}_2)\vec{r}\}$, ответственными за распространение в голограмме еще двух волн, не удовлетворяющих условию Брэгга, пренебрежем. Приравнивая нулю выражения при множителях $\exp(-i\vec{k}_1\vec{r})$ и $\exp(-i\vec{k}_2\vec{r})$, получим систему двух связанных уравнений

$$\begin{cases} ik_{1z} \frac{dC}{dz} = -ik\alpha C + k\gamma D, \\ ik_{2z} \frac{dD}{dz} = -ik\alpha D + k\gamma C + \frac{1}{2}(k^2 - k_2^2)D. \end{cases} \quad (2.24)$$

Пусть считывающая волна распространяется под углом $\theta_1 = \theta + \Delta\theta$ (рис. 2.3), близким к углу Брэгга ($\Delta\theta \ll \theta$). Тогда

$$\begin{aligned} k^2 - k_2^2 &= k^2 - (\vec{k}_1 - \vec{K})^2 = 2kK \sin \theta_1 - K^2 = \\ &= 2kK \{\sin \theta \cos \Delta\theta + \sin \Delta\theta \cos \theta\} - K^2 = \quad (2.25) \\ &= 2kK \left\{ \frac{\vec{K}}{2k} + \Delta\theta \cos \theta \right\} - K^2 = 2kL, \end{aligned}$$

где $L = k\Delta\theta \sin 2\theta$ – параметр, описывающий отклонение направления распространения считывающей волны от угла Брэгга.

После подстановки (2.25) в (2.24) система связанных уравнений примет вид

$$\begin{cases} \frac{d\tilde{N}}{dz} + \beta_1 C = -i\gamma_1 D, \\ \frac{dD}{dz} + (\beta_2 + iL_1)D = -i\gamma_2 C. \end{cases} \quad (2.26)$$

где $\beta_j = \frac{k\alpha}{k_{jz}}$; $\gamma_j = \frac{k\gamma}{k_{jz}}$; $j=1,2$; $L_1 = L \frac{k}{k_{2z}}$.

Изменение амплитуды считывающей волны по мере распространения в голограмме происходит за счет ее поглощения (слагаемое $\beta_1 C$) и взаимодействия с дифрагированной волной (слагаемое $-i\gamma_1 D$). Аналогично изменение амплитуды дифрагированной волны обусловлено ее поглощением (слагаемое $\beta_2 D$), взаимодействием со считывающей волной (слагаемое $-i\gamma_2 C$), а также наличием дополнительного фазового набега (слагаемое $iL_1 D$), возникающего при распространении волны под углом, отличным от угла Брэгга.

Продифференцировав по координате z второе уравнение из системы уравнений (2.26) и учитывая первое и второе уравнения этой системы, получим

$$\frac{d^2 D}{dz^2} + (\beta_1 + \beta_2 + iL_1) \frac{dD}{dz} + (\gamma_1 \gamma_2 + \beta_1 \beta_2 + i\beta_1 L_1) D = 0. \quad (2.27)$$

Общее решение уравнения (2.27) есть

$$D(z) = D_1 \exp\{\delta_1 z\} + D_2 \exp\{\delta_2 z\}, \quad (2.28)$$

где

$$\delta_{1,2} = -\frac{1}{2}(\beta_1 + \beta_2 + iL_1) \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\beta_1 + \beta_2 + iL_1)^2 - 4(\gamma_1 \gamma_2 + \beta_1 \beta_2 + i\beta_1 L_1)}.$$

Для считывающей волны получим уравнение, аналогичное уравнению (2.27). Общий вид решения для считывающей волны представим в виде

$$C(z) = C_1 \exp\{\delta_1 z\} + C_2 \exp\{\delta_2 z\}. \quad (2.29)$$

Подставив (2.28) и (2.29) во второе уравнение системы уравнений (2.26)

$$\begin{aligned} & \exp\{\delta_1 z\} \left[D_1 (\delta_1 + \beta_2 + iL_1) + i\gamma_2 C \right] + \\ & + \exp\{\delta_2 z\} \left[D_2 (\delta_2 + \beta_2 + iL_1) + i\gamma_2 C \right] = 0, \end{aligned}$$

найдем связь между коэффициентами в выражениях для дифрагированной D_j и считывающей C_j волн в виде

$$D_1 = \left(\frac{-i\gamma_2}{\delta_1 + \beta_2 + iL_1} \right) C_1, \quad (2.30)$$

$$D_2 = \left(\frac{-i\gamma_2}{\delta_2 + \beta_2 + iL_1} \right) C_2. \quad (2.31)$$

Дальнейшее уточнение вида коэффициентов D_j и C_j связано с конкретизацией граничных условий.

2.1.4. Отражающие голограммы

Пусть дифрагированная волна выходит из голограммы с той же стороны, с которой на нее падает считывающая волна. Такую голограмму называют отражающей. Тогда амплитуда дифрагированной волны в плоскости $z = \ell$ равна $A_d(z = \ell) = 0$. Предположим, амплитуда считывающей волны в плоскости $z = 0$ равна $A_c(z = 0) = 1$. Граничные условия запишутся следующим образом:

$$\begin{cases} \tilde{N}_1 + \tilde{N}_2 = 1, \\ D_1 e^{\delta_1 \ell} + D_2 e^{\delta_2 \ell} = 0. \end{cases} \quad (2.32)$$

Или с учетом (2.30) и (2.31)

$$\begin{cases} D_1 (\delta_1 + \beta_2 + iL_1) + D_2 (\delta_2 + \beta_2 + iL_1) = -i\gamma_2, \\ D_1 e^{\delta_1 \ell} + D_2 e^{\delta_2 \ell} = 0. \end{cases} \quad (2.33)$$

Решение системы уравнений (2.33) имеет вид

$$D_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta}, \quad D_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta}.$$

Здесь $\Delta = \begin{vmatrix} \delta_1 + \beta_2 + iL_1 & \delta_2 + \beta_2 + iL_1 \\ \exp(\delta_1 \ell) & \exp(\delta_2 \ell) \end{vmatrix}$, $\Delta_2 = \begin{vmatrix} \delta_1 + \beta_2 + iL_1 & -i\gamma_2 \\ \exp(\delta_1 \ell) & 0 \end{vmatrix}$,

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} -i\gamma_2 & \delta_2 + \beta_2 + iL_1 \\ 0 & \exp(\delta_2 \ell) \end{vmatrix}.$$

Амплитуда дифрагированной волны на выходе из голограммы есть

$$D_1 + D_2 = \frac{-i\gamma_2 [\exp(\delta_2 \ell) - \exp(\delta_1 \ell)]}{(\delta_1 + \beta_2 + iL_1)\exp(\delta_2 \ell) - (\delta_2 + \beta_2 + iL_1)\exp(\delta_1 \ell)}. \quad (2.34)$$

Введем понятие дифракционной эффективности объемной голограммы (η) как отношение интенсивности дифрагированной волны, вышедшей из голограммы, к интенсивности падающей на нее считывающей волны.

Для отражающей голограммы с учетом граничного условия на амплитуду считывающей волны дифракционная эффективность голограммы есть

$$\eta = \left| \frac{A_d(z=0)}{A_c(z=0)} \right|^2 = |D_1 + D_2|^2.$$

2.1.4.1. Дифракционная эффективность фазовой голограммы

Пусть в голограмме по гармоническому закону меняется диэлектрическая проницаемость среды, а проводимость среды $\sigma = 0$ ($\alpha = \alpha_1 = 0 \Rightarrow \beta_1 = \beta_2 = 0$). Такая голограмма называется фазовой. Для нахождения дифракционной эффективности голограммы предположим, что считывающая и дифрагированная волны распространяются строго под углом Брэгга ($\Delta\theta = 0$), т.е.

$$L_1 = 0, \quad \gamma_1 = -\gamma_2 = \bar{\gamma}.$$

При сделанных предположениях $\delta_{1,2} = \pm \bar{\gamma}$.

Из (2.34) дифракционная эффективность фазовой отражающей голограммы запишется в виде

$$\eta = |D_1 + D_2|^2 = (th\bar{\gamma}\ell)^2 = \left\{ th \left(-\frac{k\ell\varepsilon_1}{4\varepsilon_0\sqrt{\cos\theta}} \right) \right\}^2. \quad (2.35)$$

На рис. 2.5 приведена зависимость дифракционной эффективности голограммы от параметра $\bar{\gamma}\ell$. С увеличением толщины, глубины модуляции записанной голограммы ее дифракционная эффективность возрастает, стремясь к 100%.

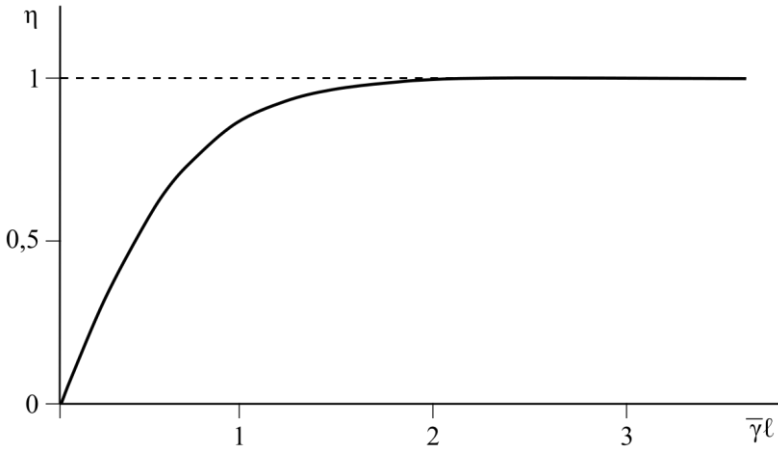


Рисунок 2.5 – Зависимость дифракционной эффективности фазовой отражательной голограммы от параметра $\bar{\gamma}\ell$

2.1.4.2. Угловая селективность фазовой голограммы

Пусть отражающая объемная голограмма считается волной, распространяющейся под углом, отличным от угла Брэгга ($\Delta\theta \neq 0$). В этом случае

$$\delta_{1,2} = -\frac{iL_1}{2} \pm \frac{1}{2} \left\{ 4\bar{\gamma}^2 - L_1^2 \right\}^{1/2}.$$

Если $\bar{\gamma} \ll \frac{L_1}{2}$ (случай голограммы с малой дифракционной эффективностью), имеем $\delta_1 = 0$ и $\delta_2 = -iL_1$. Тогда из (2.34) амплитуда дифрагированной волны на выходе голограммы есть

$$D_1 + D_2 = \bar{\gamma} \frac{\exp(-iL_1\ell) - 1}{L_1 \exp(-iL_1\ell)} = i\bar{\gamma}\ell xp \left(i \frac{L_1\ell}{2} \right) \text{sinc} \left(\frac{L_1\ell}{2} \right). \quad (2.36)$$

Здесь $\text{sinc } x = \frac{\sin x}{x}$. На рис. 2.6 приведена нормированная зависимость дифракционной эффективности $\tilde{\eta} = \eta/\eta_{\max}$ (η_{\max} – максимальное значение дифракционной эффективности) от безразмерного параметра $\frac{L_1\ell}{2}$. Отклонение направления распространения считывающей волны от угла Брэгга приводит к резкому уменьшению дифракционной эффективности.

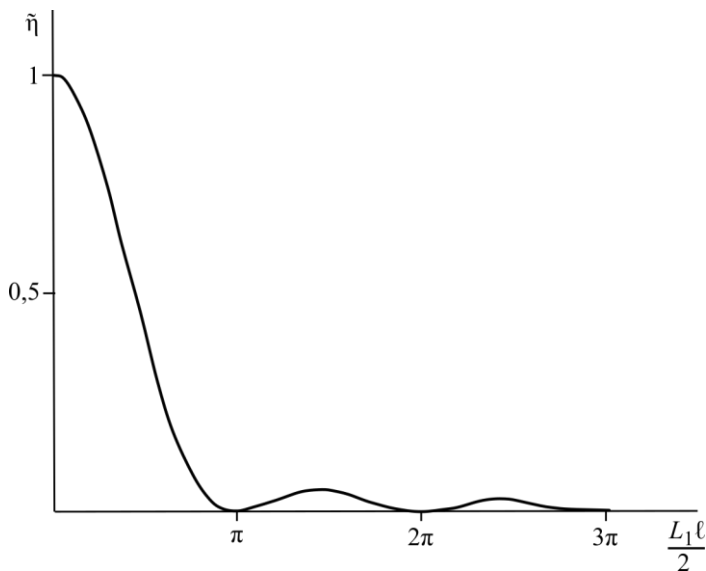


Рисунок 2.6 – Изменение дифракционной эффективности голограммы при отклонении от угла Брэгга

Угол отклонения от угла Брэгга ($\Delta\theta_1$), при котором дифракционная эффективность становится равной нулю, определяет избирательность голограммы по пространственным частотам или угловую селективность голограммы

$$\frac{L_1 \ell}{2} = \pi \quad \Rightarrow \quad \Delta\theta_1 = \frac{2\pi k_{2z}}{k^2 \ell \sin 2\theta}. \quad (2.37)$$

Угловая селективность обратно пропорциональна толщине голограммы.

2.1.4.3. Спектральная селективность фазовой голограммы

Аналогичные результаты получаем при изучении зависимости амплитуды дифрагированной волны от частотного сдвига между считывающей волной и волнами, записывающими голограмму.

Пусть направление считывающей волны совпадает с направлением одной из волн, записывающих голограмму, однако ее длина волна λ_1 отличается от длины волны волн, записывающих голограмму λ . Пусть волновой вектор считывающей волны \vec{k}_1 , $\vec{k}_2 = \vec{k}_1 - \vec{K}$, $|\vec{k}_1| = \tilde{k} = \frac{2\pi}{\lambda_1}$. Вычислим разность

$$\begin{aligned} \tilde{k}^2 - \tilde{k}_2^2 &= \tilde{k}^2 - (\vec{k}_1 - \vec{K})^2 = 2\tilde{k}K \sin \theta - K^2 = \\ &= 4\tilde{k}k \sin^2 \theta - 4k^2 \sin^2 \theta = 4\tilde{k}k \sin^2 \theta \left\{ 1 - \frac{k}{\tilde{k}} \right\} = 2\tilde{k}\tilde{L}. \end{aligned} \quad (2.38)$$

Здесь $\tilde{L} = 2k \sin^2 \theta \left\{ 1 - \frac{k}{\tilde{k}} \right\} = \frac{4\pi \sin^2 \theta}{\lambda^2} \Delta\lambda$, $\Delta\lambda = \lambda - \lambda_1$.

Как и в случае считывания голограммы излучением, длина волны которого совпадает с длиной волны излучения, записывающего голограмму, при малой дифракционной эффективности амплитуда волны на выходе голограммы есть

$$D_1 + D_2 \sim \text{sinc}\left(\frac{\tilde{L}_1 \ell}{2}\right), \quad (2.39)$$

где $\tilde{L}_1 = \tilde{L} \frac{\tilde{k}_{2z}}{k}$. Тогда спектральная селективность голограммы $\Delta\lambda$ равна

$$\frac{\tilde{L}_1 \ell}{2} = \pi \quad \Rightarrow \quad \Delta\lambda = \frac{\tilde{k} \lambda^2}{2\tilde{k}_{2z} \ell \sin^2 \theta}. \quad (2.40)$$

2.1.4.4. Дифракционная эффективность амплитудной (адсорбционной) голограммы

Пусть в голограмме по гармоническому закону меняется проводимость среды, а диэлектрическая проницаемость среды остается постоянной величиной. Такая голограмма называется амплитудной.

По-прежнему считаем, что считывающая и дифрагированная волны распространяются строго под углом Брэгга, т.е.

$$L_1 = 0, \quad \beta_1 = -\beta_2, \quad \gamma_1 = -\gamma_2 = -i\alpha_1.$$

При сделанных предположениях

$$\delta_{1,2} = \pm \sqrt{\beta_1^2 - \alpha_1^2}.$$

Амплитуда дифрагированной волны на выходе голограммы имеет вид

$$D_1 + D_2 = i\alpha_1 \frac{\text{th}\left(\ell \sqrt{\beta_1^2 - \alpha_1^2}\right)}{\sqrt{\beta_1^2 - \alpha_1^2} + \beta_1 \text{th}\left(\ell \sqrt{\beta_1^2 - \alpha_1^2}\right)}. \quad (2.41)$$

Максимальное значение дифракционной эффективности отражающей амплитудной голограммы будет в случае, когда изме-

нение проводимости по толщине голограммы максимально ($\sigma_1 = \sigma_0$).

Тогда $\beta_1 = 2\alpha_1$ и выражение для максимального значения дифракционной эффективности голограммы примет вид

$$\eta = \left| \frac{th(\ell\alpha_1\sqrt{3})}{2th(\ell\alpha_1\sqrt{3}) + \sqrt{3}} \right|^2. \quad (2.42)$$

Из (2.42) следует, что дифракционная эффективность голограммы достигает наибольшего значения при условии $\alpha_1\ell \rightarrow \infty$. Наибольшее значение дифракционной эффективности

$$\eta_{\max} = (2 + \sqrt{3})^{-2} = 7.2\% .$$

2.1.5. Пропускающие голограммы

Пусть дифрагированная волна выходит из голограммы со стороны, противоположной стороне, на которую падает считывающая волна. Такая голограмма называется пропускающей. Амплитуда дифрагированной волны в плоскости $z=0$ равна нулю ($A_d(z=0)=0$). Предположим, что амплитуда считывающей волны в этой же плоскости равна $A_c(z=0)=1$. Тогда граничные условия запишутся следующим образом:

$$\begin{cases} \tilde{N}_1 + \tilde{N}_2 = 1, \\ D_1 + D_2 = 0. \end{cases} \quad (2.43)$$

Или с учетом (2.30) – (2.31)

$$\begin{cases} D_1(\delta_1 + \beta_2 + iL_1) + D_2(\delta_2 + \beta_2 + iL_1) = -i\gamma_2, \\ D_1 + D_2 = 0. \end{cases} \quad (2.44)$$

Решив систему уравнений (2.41), найдем коэффициенты

$$D_{1,2} = \mp \frac{i\gamma_2}{\delta_1 - \delta_2} .$$

Амплитуда дифрагированной волны на выходе из голограммы имеет вид

$$D_1 \exp(\delta_1 \ell) + D_2 \exp(\delta_2 \ell) = \frac{i\gamma_2}{\delta_1 - \delta_2} [\exp(\delta_2 \ell) - \exp(\delta_1 \ell)]. \quad (2.45)$$

Для пропускающей голограммы дифракционная эффективность голограммы есть

$$\begin{aligned} \eta &= \left| \frac{A_d(z=\ell)}{A_c(z=0)} \right|^2 = |D_1 \exp(\delta_1 \ell) + D_2 \exp(\delta_2 \ell)|^2 = \\ &= \left| \frac{\gamma_2}{\delta_1 - \delta_2} [\exp(\delta_2 \ell) - \exp(\delta_1 \ell)] \right|^2. \end{aligned} \quad (2.46)$$

2.1.5.1. Дифракционная эффективность фазовой голограммы

Считаем, что $\alpha = \alpha_1 = 0$ ($\beta_1 = \beta_2 = 0$). Считывающая и дифрагированная волны распространяются строго под углом Брэгга, т.е.

$$L_1 = 0, \quad \gamma_1 = \gamma_2 = \bar{\gamma}.$$

При сделанных предположениях $\delta_{1,2} = \pm i\bar{\gamma}$ и выражение для дифракционной эффективности голограммы примет вид

$$\eta = \sin^2 \bar{\gamma} \ell. \quad (2.47)$$

С увеличением толщины голограммы, ростом глубины модуляции записанной дифракционной решетки дифракционная эффективность возрастает, достигает при $\bar{\gamma} \ell = \pi/2$ максимума (100%), а затем уменьшается.

2.1.5.2. Дифракционная эффективность амплитудной голограммы

Вновь считаем, что считывающая и дифрагированная волны распространяются строго под углом Брэгга, т.е.

$$L_1 = 0, \quad \beta_1 = \beta_2, \quad \gamma_1 = \gamma_2 = -i\alpha_1.$$

При сделанных предположениях $\delta_{1,2} = -\beta_1 \pm \alpha_1$ и дифракционная эффективность голограммы есть

$$\eta = \left| \frac{\gamma_2}{\delta_1 - \delta_2} [\exp(\delta_2 \ell) - \exp(\delta_1 \ell)] \right|^2 = |\exp(-\beta_1 \ell) sh(\alpha_1 \ell)|^2. \quad (2.48)$$

Рассмотрим случай, когда изменение проводимости по толщине голограммы максимально ($\sigma_1 = \sigma_0$). Тогда выражение для дифракционной эффективности голограммы примет вид

$$\eta = |\exp(-2\alpha_1 \ell) sh(\alpha_1 \ell)|^2. \quad (2.49)$$

Из (2.49) следует, что дифракционная эффективность пропускающей амплитудной голограммы достигает наибольшего значения при условии $\alpha_1 \ell = \frac{1}{2} \ln 3$. Наибольшее значение дифракционной эффективности

$$\eta_{\max} = \frac{1}{27} \approx 3.7\%.$$

2.2. Практическая часть

Работа выполняется на оптическом столе, снабженном вибро-изоляцией. На столе устанавливаются и надежно закрепляются оптические элементы голографической схемы, объект и кассета с фотопластинкой.

На рис. 2.7 изображена оптическая схема установки записи голограмм во встречных пучках.

Световой луч от He-Ne-лазера 1 расширяется линзой 2 и падает со стороны стеклянной подложки на фотопластинку 3. Объект 4 освещается излучением, прошедшим фотопластинку, на последней регистрируется распределение интенсивности, полученное при интерференции падающего и рассеянного объектом световых пучков.

Следует помнить, что максимальное расстояние от голографируемого объекта 4 до регистрирующей среды 3 не должно превышать половины длины когерентности излучения используемого He-Ne-лазера.

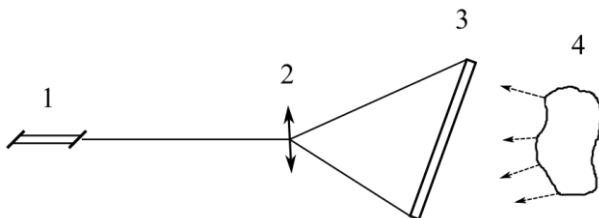


Рисунок 2.7 – Принципиальная оптическая схема записи голограммы трехмерного объекта

Для получения объемной голографической решетки используется оптическая схема, представленная на рис. 2.8. Световой луч от He-Ne-лазера 1 расширяется телескопической системой 2, 3 и падает со стороны стеклянной подложки на фотопластинку 4. В качестве объекта используется плоское зеркало 5.

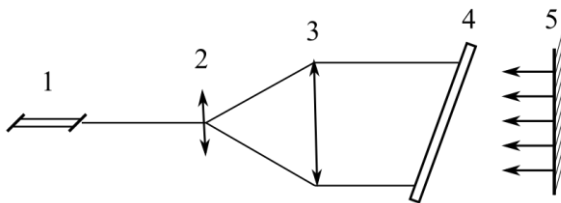


Рисунок 2.8 – Принципиальная оптическая схема записи голографической дифракционной решетки

Регистрация голограмм производится на фотопластинках типа ПФГ-03. Прозэкспонированные пластинки обрабатываются в соответствии с инструкцией (приложение 1). Время экспозиции определяется экспериментально.

При регистрации голограмм обратите внимание на жесткую фиксацию элементов схемы, так как их смещение приводит к движению интерференционных полос при записи и, соответственно, к размыванию голографической решетки. Изменение положения регистрирующей среды относительно голографируемого объекта на величину большую $\frac{\lambda}{4}$ приведет к смещению интерференционной картины на полпериода, что исключает возможность регистрации голограммы. Разовое смещение приводит к образованию интерференционных полос на голографическом изображении объекта.

Обработанные голограммы восстанавливаются естественным светом. Для получения мнимого изображения объекта голограмма освещается со стороны стеклянной подложки. Для восстановления действительного изображения объекта голограмму освещают со стороны голографической эмульсии.

Для определения пространственного периода записанной голографической решетки и длины волны дифрагированного на ней света применяется установка оптическая схема, которой представленная на рис. 2.9. Коллимированный естественный пучок проходит через полупрозрачное зеркало 1 и попадает на голограмму 2, установленную так, чтобы дифрагированный в ней пучок распространялся точно по обратному направлению. Вследствие избирательных свойств объемной голограммы этот пучок будет окрашен по сравнению, например, с пучками, отраженными от поверхности голограммы. Дифрагированный пучок отражается от полупрозрачного зеркала 1 и собирается линзой 3 на щель монохроматора 4. С помощью монохроматора измеряется длина волны дифрагированного излучения. Пространственный период голографической решетки определяется из соотношения Брэгга (2.22).

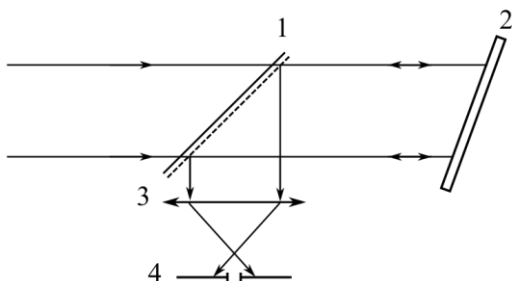


Рисунок 2.9 – Принципиальная оптическая схема определения длины волны света, дифрагированного на объемной голографической решетке

2.2.1. Голографирование трехмерного объекта

1.1. Собрать и отъюстировать оптическую схему установки записи голограммы во встречных пучках, изображенную на рис. 2.7.

1.2. Меняя время экспозиции, получить 4–5 голограмм трехмерного объекта. Выбрать время экспозиции, соответствующее максимальной дифракционной эффективности голограмм.

1.3. С выбранным в п. 1.2 временем экспозиции снять 3–4 фотопластины. Меняя условия их обработки (см. приложение 1), получить голограммы. Выбрать условия обработки фотопластинок, соответствующие максимальной дифракционной эффективности голограмм.

2.2.2. Голографическая объемная дифракционная решетка

2.1. Собрать оптическую схему установки, представленную на рис. 2.8.

2.2. Получить объемную голографическую решетку. Выполнить задания, изложенные в п. 1.2, 1.3.

2.3. Собрать оптическую схему установки, изображенную на рис. 2.9.

2.4. Определите длину волны излучения, дифрагированного на объемной голографической решетке. Определить период решетки (показатель преломления желатины $n = 1,4$).

Рекомендуемая литература

1. Кольер, Р. Оптическая голография / Р. Кольер, К. Беркхарт, Л. Лин. – Москва: Мир, 1973. – 686 с.
2. Миллер, М. Голография / М. Миллер. – Ленинград: Машиностроение, 1979. – 207 с.
3. Оптическая голография / под редакцией Г. Колфилда. – Москва: Мир, 1982. – Т. 1, 2. – 736 с.
4. Ивахник, В.В. Голографический метод: учебное пособие для вузов / В.В. Ивахник. – Самара: Универс групп, 2010. – 130 с.

3. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ГОЛОГРАММ ДЛЯ КОРРЕКЦИИ ФАЗОВЫХ ИСКАЖЕНИЙ

3.1. Теоретическая часть

3.1.1. Компенсация фазовых искажений

Такие задачи, как получение мощных высоконаправленных лазерных пучков, коррекция aberrаций в оптических системах, видение через турбулентную атмосферу, лазерная локация, передача информации по световоду и т.д., могут быть успешно решены путем формирования волны, имеющей распределение амплитуды, комплексно-сопряженное (обращенное) по отношению к амплитуде искаженной волны. Тогда при повторном распространении волны с обращенным волновым фронтом (ОВФ) через неоднородную среду фазовые искажения, внесенные ранее, будут скомпенсированы, и на выходе получим волну с невозмущенным амплитудным и фазовым фронтом.

Идея компенсации фазовых искажений путем ОВФ сигнального излучения непосредственно следует из волнового уравнения. Действительно, пусть световая волна $E^{(1)}(\vec{r}, t) = A(\vec{r}) \exp i(\omega t - kz)$ распространяется через неоднородную среду с показателем преломления $n(\vec{r})$. При условии медленного изменения комплексной амплитуды волны вдоль оси Z $\left(\frac{\partial^2 A}{\partial z^2} \ll k \frac{\partial A}{\partial z} \right)$ уравнение, описывающее такое распространение, имеет вид

$$\nabla_{\perp}^2 A - 2ik \frac{\partial A}{\partial z} + \left[\frac{\omega^2}{c^2} n^2(\vec{r}) - k^2 \right] A = 0. \quad (3.1)$$

Здесь $\nabla_{\perp}^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$.

Формальное сопряжение уравнения (3.1) при условии, что искажения, вносимые неоднородной средой, являются чисто фазовыми, то есть $n(\vec{r}) = n^*(\vec{r})$, приводит к уравнению

$$\nabla_{\perp}^2 A^* + 2ik \frac{\partial A^*}{\partial z} + \left[\frac{\omega^2}{c^2} n^2(\vec{r}) - k^2 \right] A^* = 0, \quad (3.2)$$

которое описывает волну $E^{(2)}(\vec{r}, t) = A^*(\vec{r}) \exp i(\omega t + kz)$, распространяющуюся в противоположном по отношению к волне $E^{(1)}(\vec{r}, t)$ направлению и имеющую в каждой точке волновой фронт, комплексно-сопряженный волновому фронту волны $E^{(1)}(\vec{r}, t)$. Таким образом, волна $E^{(2)}(\vec{r}, t)$, амплитуда которой комплексно-сопряжена амплитуде волны $E^{(1)}(\vec{r}, t)$, проходя через неоднородную среду, компенсирует искажения, внесенные в волну $E^{(1)}(\vec{r}, t)$ (рис. 3.1).

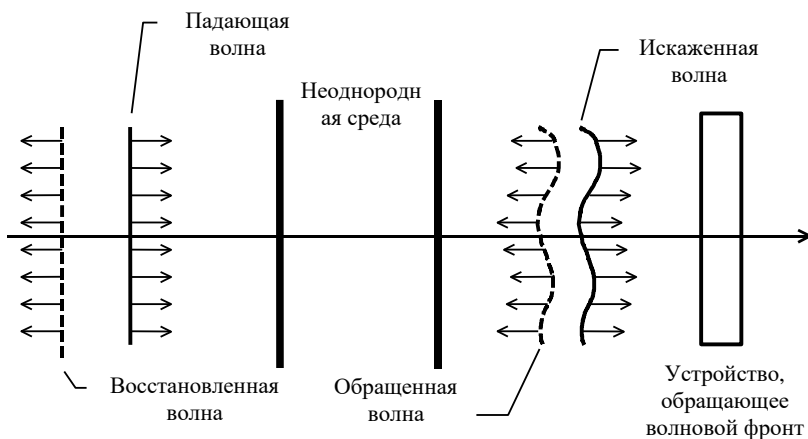


Рисунок 3.1 – Схема компенсации фазовых искажений

К настоящему времени показано, что некоторые нелинейные процессы позволяют получить волну с комплексно-сопряженным

фронтом в масштабе реального времени. С практической точки зрения одним из наиболее перспективных методов формирования волны с ОВФ является метод, основанный на использовании четырехволновых процессов вида $\omega + \omega - \omega = \omega$ или $\omega + \omega_1 - \omega = \omega_1$ (метод, основанный на записи динамических голограмм).

При четырехволновом взаимодействии на нелинейную среду падают две волны, распространяющиеся навстречу друг другу, и объектная волна (рис. 3.2). В среде наводится нелинейная поляризация $P^{i\ddot{e}} \sim E_1 E_2 E_3^*$, которая является источником четвертой (сигнальной) волны, распространяющейся навстречу объектной и имеющей волновой фронт, комплексно-сопряженный волновому фронту объектной волны.

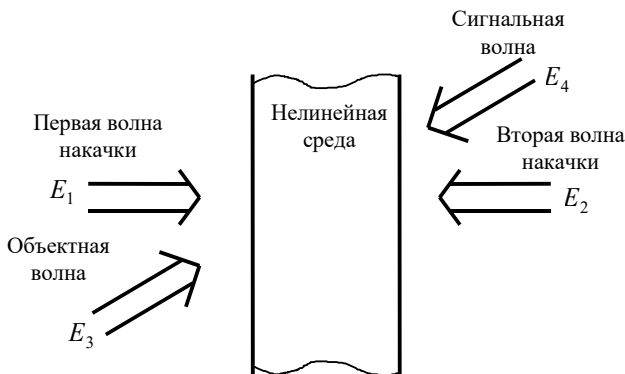


Рисунок 3.2 – Схема четырехволнового взаимодействия

Взаимодействие четырех волн в нелинейной среде можно описать, используя терминологию голографии.

Первая волна (опорная) интерферирует с объектной волной. В соответствии с распределением интенсивности в интерференционной картине меняется показатель преломления среды – в среде записывается динамическая решетка (решетка существует, пока существуют записывающие ее волны). Вторая волна (считываю-

шая) дифрагирует на решетке, в результате чего возникает сигнальная волна, распространяющаяся навстречу объектной волне. Можно рассматривать решетку, возникающую при интерференции второй волны (теперь она играет роль опорной) с объектной волной. Дифракция на этой решетке первой волны (она выступает в роли считывающей) приводит вновь к образованию сигнальной волны. В общем случае каждая из четырех волн, распространяющихся в нелинейной среде, с точки зрения голографии выступает в качестве опорной, считывающей, сигнальной и объектной волн. Поэтому, чтобы при рассмотрении динамической голограммы не путаться в терминах, удобнее использовать терминологию нелинейной оптики, в которой первая и вторая волны получили название волн накачки.

Любая оптическая система, в том числе и динамическая голограмма, осуществляет операцию обращения волнового фронта падающей на нее волны с определенной степенью точности. Поэтому при повторном прохождении через неоднородную среду волны с обращенным волновым фронтом не происходит полной компенсации внесенных в волну на первом проходе фазовых искажений. Точность восстановления волнового фронта в оптической системе: неоднородная среда – динамическая голограмма, обращающая волновой фронт, – неоднородная среда существенным образом зависит от качества обращения волнового фронта динамической голограммой. Для определения точности обращения волнового фронта необходимо исследование взаимодействия в нелинейной среде нескольких (как правило, четырех) световых волн сложной пространственно-временной структуры, установление однозначной связи между пространственной, временной структурой, энергетическими параметрами взаимодействующих волн. Вид этой связи существенным образом зависит от характеристик нелинейной среды, в которой осуществляется запись динамической голо-

граммы. Выбор же нелинейной среды определяется характеристиками излучения, используемого для записи динамической голограммы, требованиями, накладываемыми на эффективность, быстродействие, селективность и другие свойства динамической голограммы как оптического устройства.

3.1.2. Уравнения, описывающие четырехволновое взаимодействие в среде с керровской нелинейностью

Рассмотрим встречное четырехволновое взаимодействие вида $\omega + \omega - \omega = \omega$. Пусть в нелинейной среде, расположенной между плоскостями $z = 0$ и $z = \ell$, распространяются навстречу друг другу две волны накачки с комплексными амплитудами A_1 и A_2 соответственно и объектная волна с амплитудой A_3 . В результате нелинейного взаимодействия генерируется сигнальная волна с комплексной амплитудой A_4 . Такое нелинейное взаимодействие описывается волновым уравнением вида

$$\nabla^2 \vec{E}(\vec{r}, t) - \frac{\varepsilon}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}(\vec{r}, t)}{\partial t^2} = \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{P}'}{\partial t^2}, \quad (3.3)$$

где

$$\begin{aligned} \vec{E}(\vec{r}, t) &= \sum_{j=1}^4 \vec{E}_j(\vec{r}, t) + \hat{e} \cdot \vec{n}, \\ \vec{P}'^{i\bar{j}} &= \hat{\chi}^{(3)} \left(\sum_{j=1}^4 \vec{E}_j(\vec{r}, t) + \hat{e} \cdot \vec{n} \right)^3 = \hat{\chi}^{(3)} \left(\sum_{j=1}^4 \vec{E}_j(\vec{r}, t) \right)^3 + \\ &+ 3\hat{\chi}^{(3)} \left(\sum_{j=1}^4 \vec{E}_j(\vec{r}, t) \right)^2 \left(\sum_{j=1}^4 \vec{E}_j^*(\vec{r}, t) \right) + \hat{e} \cdot \vec{n}. \\ \vec{E}_j(\vec{r}, t) &= \vec{A}_j(\vec{r}) \exp(-i\omega t), \end{aligned}$$

$\hat{\chi}^{(3)}$ – тензор нелинейной восприимчивости третьего порядка;
к.с. – аббревиатура выражения комплексное сопряжение.

Слагаемое $\hat{\chi}^{(3)} \left(\sum_{j=1}^4 \vec{E}(\vec{r}, t) \right)^3 + \hat{e} \cdot \hat{n}$ описывает генерацию излу-

чения на частоте 3ω , поэтому в дальнейшем оно в выражении для $P^{i\ddot{e}}$ не будет учитываться.

Выражение для нелинейной поляризации можно переписать следующим образом

$$\vec{P}^{i\ddot{e}} = \sum_{j=1}^4 \vec{P}_j^{i\ddot{e}} + \vec{P}_0^{i\ddot{e}} + \hat{e} \cdot \hat{n},$$

где

$$\begin{aligned} \vec{P}_1^{i\ddot{e}} &= 3\hat{\chi}^{(3)} \left\{ \left[\sum_{j=1}^4 2\vec{E}_j \vec{E}_j^* - \vec{E}_1 \vec{E}_1^* \right] \vec{E}_1 + 2\vec{E}_2 \vec{E}_3 \vec{E}_4 \right\}, \\ \vec{P}_2^{i\ddot{e}} &= 3\hat{\chi}^{(3)} \left\{ \left[\sum_{j=1}^4 2\vec{E}_j \vec{E}_j^* - \vec{E}_2 \vec{E}_2^* \right] \vec{E}_2 + 2\vec{E}_1 \vec{E}_3 \vec{E}_4 \right\}, \\ \vec{P}_3^{i\ddot{e}} &= 3\hat{\chi}^{(3)} \left\{ \left[\sum_{j=1}^4 2\vec{E}_j \vec{E}_j^* - \vec{E}_3 \vec{E}_3^* \right] \vec{E}_3 + 2\vec{E}_1 \vec{E}_2 \vec{E}_4 \right\}, \\ \vec{P}_4^{i\ddot{e}} &= 3\hat{\chi}^{(3)} \left\{ \left[\sum_{j=1}^4 2\vec{E}_j \vec{E}_j^* - \vec{E}_4 \vec{E}_4^* \right] \vec{E}_4 + 2\vec{E}_1 \vec{E}_2 \vec{E}_3 \right\}, \end{aligned} \quad (3.4)$$

$$\begin{aligned} \vec{P}_0^{i\ddot{e}} &= 3\chi^{(3)} \left\{ \left(\sum_{i=1}^4 \vec{E}_i^2 - \vec{E}_j^2 \right) \vec{E}_j^* + 2\vec{E}_2 \vec{E}_3 \vec{E}_1^* + 2\vec{E}_2 \vec{E}_4 \vec{E}_1^* + 2\vec{E}_1 \vec{E}_3 \vec{E}_2^* + \right. \\ &\quad \left. + 2\vec{E}_1 \vec{E}_4 \vec{E}_2^* + 2\vec{E}_1 \vec{E}_4 \vec{E}_3^* + 2\vec{E}_2 \vec{E}_4 \vec{E}_3^* + 2\vec{E}_1 \vec{E}_3 \vec{E}_4^* + 2\vec{E}_2 \vec{E}_3 \vec{E}_4^* \right\}. \end{aligned}$$

Нелинейная поляризация $\vec{P}_j^{i\ddot{e}}$ описывает генерацию излучения в j -ю волну, в $\vec{P}_0^{i\ddot{e}}$ входят слагаемые, которые генерируют волны, не совпадающие по направлению распространения ни с одной из взаимодействующих волн.

Будем считать, что в нелинейной среде распространяются только четыре волны (это предположение позволяет не учиты-

вать в выражении для нелинейной поляризации слагаемое $\vec{P}_0^{i\bar{e}}$). Тогда волновое уравнение (3.3) распадается на четыре уравнения вида

$$\nabla^2 A_j + \frac{\varepsilon\omega^2}{c^2} A_j = -\frac{4\pi\omega^2}{c^2} P_j^{i\bar{e}}, \quad j = 1 \div 4. \quad (3.5)$$

Для упрощения последующих выражений без потери общности рассуждений при записи (3.5) от векторного перешли к скалярному рассмотрению четырехволнового взаимодействия. При этом тензор нелинейной восприимчивости $\hat{\chi}^{(3)}$ заменяется на эффективное значение нелинейной восприимчивости $\chi^{(3)}$.

В приближении заданного поля по волнам накачки ($|A_1|, |A_2| \gg |A_3|, |A_4|$) слагаемыми пропорциональными $A_3 A_3^*$, $A_4 A_4^*$, $A_3 A_4$ в выражениях для $P_j^{i\bar{e}}$ можно пренебречь и система уравнений (3.5) переписывается следующим образом:

$$\begin{aligned} \nabla^2 A_1 + \frac{\varepsilon\omega^2}{c^2} A_1 &= -\frac{12\pi\chi^{(3)}\omega^2}{c^2} \left\{ |A_1|^2 + 2|A_2|^2 \right\} A_1, \\ \nabla^2 A_2 + \frac{\varepsilon\omega^2}{c^2} A_2 &= -\frac{12\pi\chi^{(3)}\omega^2}{c^2} \left\{ 2|A_1|^2 + |A_2|^2 \right\} A_2, \\ \nabla^2 A_3 + \frac{\varepsilon\omega^2}{c^2} A_3 &= -\frac{24\pi\chi^{(3)}\omega^2}{c^2} \left[\left\{ |A_1|^2 + |A_2|^2 \right\} A_3 + A_1 A_2 A_4^* \right], \\ \nabla^2 A_4 + \frac{\varepsilon\omega^2}{c^2} A_4 &= -\frac{24\pi\chi^{(3)}\omega^2}{c^2} \left[\left\{ |A_1|^2 + |A_2|^2 \right\} A_4 + A_1 A_2 A_3^* \right]. \end{aligned} \quad (3.6)$$

Из системы уравнений (3.6) следует, что на изменение комплексных амплитуд волн накачки, распространяющихся в нелинейной среде, не влияет наличие сигнальной и объектной волн.

Два последних уравнения в (3.6) являются линейными по отношению к амплитудам объектной и сигнальной волн.

3.1.3. Четырехволновое взаимодействие плоских волн

Пусть все четыре волны, распространяющиеся в нелинейной среде, плоские: $A_j(\vec{r}) = A'_j(z) \exp(-ik_j \vec{r})$, где $|\vec{k}_j| = k = \frac{\omega \sqrt{\varepsilon}}{\tilde{n}}$.

Четырехволновое взаимодействие будем рассматривать при условии, что изменением диэлектрической проницаемости среды вследствие самовоздействия волн накачек можно пренебречь

$$\varepsilon \gg 24\pi\chi^{(3)} \left\{ |A_1|^2 + |A_2|^2 \right\}. \quad (3.7)$$

Это условие означает, в частности, что распространение волн накачки в среде описывается уравнением Гельмгольца

$$\left(\nabla^2 + \frac{\varepsilon\omega^2}{c^2} \right) A_j(\vec{r}) = 0, \quad j=1,2. \quad (3.8)$$

Из уравнения Гельмгольца следует, что при распространении в нелинейной среде волн накачки их амплитуды не меняются:

$$A'_{1,2}(z) = A'_{1,2}(z=0) = A_{1,20}.$$

Распространение объектной и сигнальной волн описывает следующая система уравнений

$$\begin{aligned} \nabla^2 A_3 + \frac{\varepsilon\omega^2}{c^2} A_3 &= -\frac{24\pi\chi^{(3)}\omega^2}{c^2} A_1 A_2 A_4^*, \\ \nabla^2 A_4 + \frac{\varepsilon\omega^2}{c^2} A_4 &= -\frac{24\pi\chi^{(3)}\omega^2}{c^2} A_1 A_2 A_3^*. \end{aligned} \quad (3.9)$$

В приближении медленно меняющихся амплитуд по объектной и сигнальной волнам $\left(\left| \frac{\partial^2 A'_j}{\partial z^2} \right| \ll \left| k_j \frac{\partial A'_j}{\partial z} \right|, \quad j=3,4 \right)$, учитывая

$$\left(\nabla^2 + \frac{\varepsilon\omega^2}{c^2} \right) A'_j(z) \exp(-ik_j \vec{r}) = -2ik_{jz} \frac{dA'_j}{dz} \exp(-ik_j \vec{r}), \quad j=3,4$$

из системы уравнений (3.9) может быть получена система связанных уравнений для амплитуд объектной и сигнальной волн вида

$$\begin{aligned}\frac{dA'_3(z)}{dz} &= -iG_3 A'_4{}^*(z) \exp[-i\Delta z], \\ \frac{dA'_4(z)}{dz} &= -iG_4 A'_3{}^*(z) \exp[-i\Delta z],\end{aligned}\tag{3.10}$$

где $G_j = \frac{12\pi\chi^{(3)}\omega^2}{c^2 k_{jz}} A_{10} A_{20}$, $\Delta = (\vec{k}_1 + \vec{k}_2 - \vec{k}_3 - \vec{k}_4)_z$ – проекция волновой расстройки на ось Z. При выводе системы уравнений (3.10) считали, что проекции волновой расстройки на оси X и Y равны нулю: $(\vec{k}_1 + \vec{k}_2 - \vec{k}_3 - \vec{k}_4)_{x,y} = 0$. Рассмотрим изменение амплитуд сигнальной и объектной волн по мере их распространения в нелинейной среде при условии, что волны накачки, сигнальная и объектная волны попарно распространяются навстречу друг другу: $\vec{k}_1 + \vec{k}_2 = 0$ и $\vec{k}_3 + \vec{k}_4 = 0$. Тогда волновая расстройка равна нулю ($\vec{\Delta} = 0$) и система уравнение (3.10) примет вид

$$\begin{aligned}\frac{dA'_3(z)}{dz} &= -iG_3 A'_4{}^*(z), \\ \frac{dA'_4(z)}{dz} &= -iG_4 A'_3{}^*(z).\end{aligned}\tag{3.11}$$

Продифференцировав по координате z второе уравнение из системы уравнений (3.11) и подставив в него выражение для $\frac{dA'_3{}^*}{dz}$ из сопряженного первого уравнение, получим

$$\frac{d^2 A'_4}{dz^2} + G^2 A'_4 = 0.\tag{3.12}$$

Здесь $G^2 = G_3^* G_4$.

Общее решение уравнения (3.12) есть

$$A_4'(z) = D_1 \exp\{iGz\} + D_2 \exp\{-iGz\}. \quad (3.13)$$

Проводя аналогичные рассуждения для объектной волны, получим

$$A_3'(z) = C_1 \exp\{iGz\} + C_2 \exp\{-iGz\}. \quad (3.14)$$

Подставив (3.13) и (3.14) в (3.11), найдем связь между коэффициентами в выражениях для сигнальной D_j и объектной волн C_j волн в виде

$$C_1 = -\frac{G_3}{G} D_2^*, \quad C_2 = \frac{G_3}{G} D_1^*. \quad (3.15)$$

При выполнении граничных условий

$$\begin{aligned} A_3'(z=0) &= A_{30}, \\ A_4'(z=\ell) &= A_{40}, \end{aligned} \quad (3.16)$$

найдем выражения для коэффициентов

$$\begin{aligned} D_1 &= \frac{1}{2 \cos(G\ell)} \left\{ A_{30}^* \frac{G}{G_3} \exp(-iG\ell) + A_{40} \right\}, \\ D_2 &= \frac{1}{2 \cos(G\ell)} \left\{ A_{40} - A_{30}^* \frac{G}{G_3} \exp(iG\ell) \right\}. \end{aligned} \quad (3.17)$$

С учетом (3.17) изменение амплитуд сигнальной и объектной волн описываются следующими выражениями

$$\begin{aligned} A_3'(z) &= -i \frac{G_3}{G} A_{40}^* \frac{\sin(Gz)}{\cos(G\ell)} + A_{30} \frac{\cos[G(z-\ell)]}{\cos(G\ell)}, \\ A_4'(z) &= i \frac{G}{G_3} A_{30}^* \frac{\sin[G(z-\ell)]}{\cos(G\ell)} + A_{40} \frac{\cos(Gz)}{\cos(G\ell)}. \end{aligned} \quad (3.18)$$

В случае, когда поле сигнальной волны на задней грани нелинейной среды равно нулю ($A_{40} = 0$), на входе в нелинейную среду амплитуды сигнальной и объектной волн связаны соотношением вида

$$A_4(z=0) = -i \frac{G}{G_3} A_{30}^* \operatorname{tg}(G\ell). \quad (3.19)$$

Введем коэффициент отражения как отношение интенсивностей сигнальной и объектной волн на передней грани нелинейного слоя:

$$R = \frac{|A_4(z=0)|^2}{|A_{30}|^2} = \left(\frac{G}{G_3} \right)^2 \operatorname{tg}^2(G\ell). \quad (3.20)$$

Из выражения (3.20) следует, что с ростом интенсивностей волн накачки коэффициент отражения возрастает, стремясь при $G\ell = \pi/2$ к бесконечности (рис. 3.3). Условие $G\ell = \pi/2$ называется условием генерации. При выполнении этого условия возможно образование сигнальной и объектной волн из шумов.

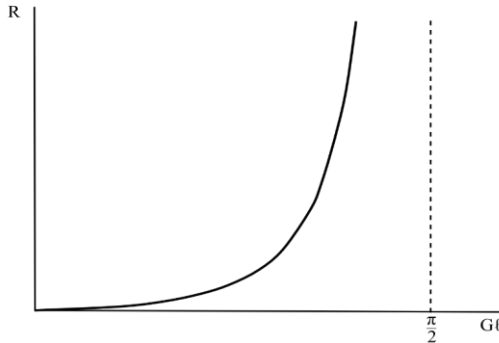


Рисунок 3.3 – Зависимость коэффициента отражения от параметра $G\ell$

Заметим, что условие генерации было получено в приближении заданного поля по волнам накачки. Однако по мере увеличения коэффициента отражения это условие перестает выполняться. Поэтому при больших коэффициентах отражения задача четырехволнового взаимодействия должна решаться с учетом перекачки энергии не

только из волн накачки в сигнальную и объектную волны, но и наоборот – из сигнальной и объектной волн в волны накачки.

3.1.4. Функция размытия точки четырехволнового преобразователя излучения

Рассмотрим четырехволновое взаимодействие волн, обладающих пространственной структурой. Как уже отмечалось выше, в приближении заданного поля по волнам накачки система уравнений (3.6) линеаризуется относительно комплексных амплитуд объектной и сигнальной волн. Поэтому соответствие между комплексными амплитудами этих волн описывается интегральным соотношением вида

$$A_4(\vec{\rho}) = \int A_3^*(\vec{\rho}_1) \tilde{A}(\vec{\rho}, \vec{\rho}_1) d\vec{\rho}_1. \quad (3.21)$$

Здесь $\tilde{A}(\vec{\rho}, \vec{\rho}_1)$ – функция размытия точки (ФРТ), характеризующая отклик системы на точечный сигнал, $\vec{\rho}$ – поперечная составляющая радиус-вектора \vec{r} .

Определение вида ФРТ будем производить при условии, что 1) изменением диэлектрической проницаемости за счет самовоздействия волн накачки можно пренебречь; 2) коэффициент отражения маленький, т.е. $|A_4|^2 \ll |A_3|^2$; 3) справедливо приближение медленно меняющихся амплитуд. С учетом сделанных предположений из (3.6) система уравнений, описывающая четырехволновое взаимодействие, примет вид

$$\begin{aligned} (\nabla^2 + k^2) A_j(\vec{r}) &= 0, \quad j=1,3, \\ (\nabla^2 + k^2) A_4(\vec{r}) &= -\frac{24\pi\chi^{(3)}\omega^2}{c^2} A_1 A_2 A_3^*. \end{aligned} \quad (3.22)$$

Разложим взаимодействующие волны по плоским волнам

$$A_j(\vec{r}) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{A}_j(\vec{k}_j, z) \exp\{-i\vec{k}_j \vec{\rho} - ik_{jz} z\} d\vec{k}_j, \quad j=1,4. \quad (3.23)$$

Здесь $\tilde{A}_j(\vec{\kappa}_j, z)$ – пространственный спектр j -й волны, $\vec{\kappa}_j$ – поперечная составляющая волнового вектора \vec{k}_j , $k_{jz}^2 + \vec{\kappa}_j^2 = k^2$.

Подставив (3.23) в (3.22), получим, что пространственные спектры волн накачки и объектной волны не зависят от координаты z :

$$\tilde{A}_j(\vec{\kappa}_j, z) = \tilde{A}_j(\vec{\kappa}_j) = \text{const}, \quad j = 1, 3.$$

Уравнение, описывающее изменение пространственного спектра сигнальной волны, имеет вид

$$\frac{d\tilde{A}_4(\vec{\kappa}_4, z)}{dz} = \frac{2\omega^2\chi^{(3)}}{ik_{4z}\pi c^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{A}_1(\vec{\kappa}_1)\tilde{A}_2(\vec{\kappa}_2)\tilde{A}_3^*(\vec{\kappa}_3 = \vec{\kappa}_1 + \vec{\kappa}_2 - \vec{\kappa}_4) \times \exp(-i\Delta_z z) d\vec{\kappa}_1 d\vec{\kappa}_2. \quad (3.24)$$

Здесь $\Delta_z = k_{1z} + k_{2z} - k_{3z} - k_{4z}$ – проекция волновой расстройки на ось Z , $d\vec{\kappa}_1 = dk_{1x}dk_{1y}$, $d\vec{\kappa}_2 = dk_{2x}dk_{2y}$. Уравнение (3.24) получено при условии, что проекция волновой расстройки на оси X и Y равны нулю ($\vec{\kappa}_1 + \vec{\kappa}_2 - \vec{\kappa}_3 - \vec{\kappa}_4 = 0$).

При выполнении граничного условия

$$\tilde{A}_4(\vec{\kappa}_4, z = \ell) = 0,$$

проинтегрировав по толщине нелинейного слоя правую и левую части уравнения (3.24), получим выражение для пространственного спектра сигнальной волны на передней грани нелинейного слоя

$$\tilde{A}_4(\vec{\kappa}_4, z = 0) = -i \frac{2\omega^2\chi^{(3)}}{\pi c^2 k_{4z}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{A}_1(\vec{\kappa}_1)\tilde{A}_2(\vec{\kappa}_2) \times \tilde{A}_3^*(\vec{\kappa}_3 = \vec{\kappa}_1 + \vec{\kappa}_2 - \vec{\kappa}_4) \text{sinc}\left(\frac{\Delta_z \ell}{2}\right) \exp\left(-i\frac{\Delta_z \ell}{2}\right) d\vec{\kappa}_1 d\vec{\kappa}_2. \quad (3.25)$$

Выражение (3.25) устанавливает однозначную связь между пространственным спектром сигнальной волны и пространственными спектрами волн накачки, объектной волны.

В параксиальном приближении $\left(k_{jz} = k - \frac{\kappa_j^2}{2k}\right)$ проекция волновой расстройки на ось Z есть

$$\Delta_z = \frac{(\vec{\kappa}_1 + \vec{\kappa}_2)(\vec{\kappa}_1 - \vec{\kappa}_4)}{k}. \quad (3.26)$$

Определение четырехволнового преобразователя излучения. Это оптическая система, состоящая из двух участков свободного пространства толщинами z_3 и z_4 и нелинейной среды, в которой распространяются две волны накачки (рис. 3.4).

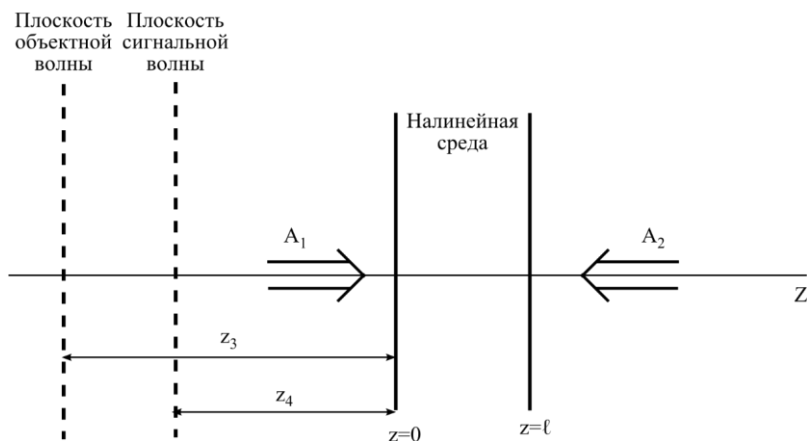


Рисунок 3.4 – Схема четырехволнового преобразователя излучения

Пусть объектная волна – это волна от точечного источника, расположенного на расстоянии z_3 от передней грани нелинейного слоя (плоскость объектной волны),

$$A_3(\vec{p}, z_3) = \delta(\vec{p} - \vec{p}_1),$$

$$\tilde{A}_3(\vec{\kappa}_3, z=0) = \tilde{A}_3(\vec{\kappa}_3) = \exp\left\{i \frac{\kappa_3^2}{2k} z_3 + i \vec{\kappa}_3 \vec{p}_1\right\}. \quad (3.27)$$

Здесь $\vec{\rho}_1$ – вектор, определяющий положение точечного источника относительно оси Z .

Сигнальную волну будем рассматривать в плоскости, расположенной на расстоянии z_4 от передней грани нелинейного слоя (плоскость сигнальной волны),

$$\tilde{A}_4(\vec{k}_3, z_4) = \tilde{A}_4(\vec{k}_4, z = 0) \exp\left\{i \frac{\kappa_4^2}{2k} z_4\right\}. \quad (3.28)$$

Используя (3.25), (3.27), (3.28), найдем связь спектра сигнальной волны в плоскости z_4 со спектром объектной волны в виде точечного источника в плоскости z_3

$$\begin{aligned} \tilde{A}_4(\vec{k}_4, z_4) = & -i \frac{2\omega^2 \chi^{(3)}}{\pi c^2 k_{4z}} \exp\left\{i \frac{\kappa_4^2}{2k} z_4\right\} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{A}_1(\vec{k}_1) \tilde{A}_2(\vec{k}_2) \times \\ & \exp\left\{-i \frac{(\vec{k}_1 + \vec{k}_2 - \vec{k}_4)^2}{2k} z_3 - i(\vec{k}_1 + \vec{k}_2 - \vec{k}_4) \vec{\rho}_1\right\} \times \\ & \text{sinc}\left(\frac{\Delta_z \ell}{2}\right) \exp\left(-i \frac{\Delta_z \ell}{2}\right) d\vec{k}_1 d\vec{k}_2. \end{aligned} \quad (3.29)$$

Для нахождения функции размытия точки необходимо осуществить преобразование Фурье со спектром сигнальной волны. Тогда с точностью до постоянного множителя, используя (3.29), выражение для ФРТ можно представить в виде

$$\begin{aligned} \tilde{A}(\vec{\rho}, \vec{\rho}_1, z_3, z_4) = & \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\tilde{A}_1(\vec{k}_1) \tilde{A}_2(\vec{k}_2)}{k_{4z}} \exp\left\{-i(\vec{k}_1 + \vec{k}_2 - \vec{k}_4) \vec{\rho}_1\right\} \times \\ & \times \exp\left\{i \frac{\kappa_4^2}{2k} z_4 - i \frac{(\vec{k}_1 + \vec{k}_2 - \vec{k}_4)^2}{2k} z_3 - i \vec{k}_4 \vec{\rho}\right\} \text{sinc}\left(\frac{\Delta_z \ell}{2}\right) \times \\ & \times \exp\left(-i \frac{\Delta_z \ell}{2}\right) d\vec{k}_1 d\vec{k}_2 d\vec{k}_4. \end{aligned} \quad (3.30)$$

Выражение (3.30) полностью описывает качество преобразования излучения четырехволновым преобразователем с учетом пространственной структуры волн накачки.

Пусть волны накачки плоские

$$\tilde{A}_1(\vec{k}_1) = \delta(\vec{k}_1 - \vec{k}_{10}), \quad \tilde{A}_2(\vec{k}_2) = \delta(\vec{k}_2 - \vec{k}_{20})$$

и распространяются строго навстречу друг другу: $\vec{k}_{10} + \vec{k}_{20} = 0$, \vec{k}_{10} и \vec{k}_{20} – поперечные составляющие волновых векторов волн накачки, определяющие направления распространения этих волн. При условии $z_3 = z_4$ из (3.30) выражение для ФРТ примет вид

$$\tilde{A}(\vec{\rho}, \vec{\rho}_1, z_3 = z_4) = \int_{-\infty}^{\infty} \exp\{-i\vec{k}_4(\vec{\rho} - \vec{\rho}_1)\} d\vec{k}_4 \sim \delta(\vec{\rho} - \vec{\rho}_1). \quad (3.31)$$

Наблюдается идеальное преобразование излучения

$$A_4(\vec{\rho}) \sim A_3^*(\vec{\rho}).$$

Пусть одна из волн накачки, например, A_2 плоская и распространяется вдоль оси Z ,

$$\tilde{A}_2(\vec{k}_2) = \delta(\vec{k}_2),$$

а пространственный спектр другой волны накачки описывается гауссовой функцией

$$\tilde{A}_1(\vec{k}_1) = \exp\left(-\frac{\kappa_1^2}{b^2}\right).$$

Здесь b – параметр, характеризующий расходимость волны накачки.

Тогда при условии $z_3 = z_4$ из (3.30) выражение для ФРТ, расположенной на оси Z ($\vec{\rho}_1 = 0$), примет вид

$$\begin{aligned} \tilde{A}(\vec{\rho}, \vec{\rho}_1 = 0, z_3 = z_4) = & \int_0^{\ell} \frac{1}{(z + z_4)^2} \exp\left\{-\left(\frac{k\rho}{z + z_4}\right)^2 \times \right. \\ & \left. \times \left[\frac{1}{b^2} + i\frac{1}{k}\left(z + \frac{z_4}{2}\right)\right]\right\} dz. \end{aligned} \quad (3.32)$$

На рис. 3.5 приведен характерный график зависимости модуля ФРТ от поперечной координаты $\rho = |\vec{\rho}|$, полученный при численном анализе выражения (3.32). С увеличением поперечной координаты наблюдается монотонное уменьшение модуля ФРТ.

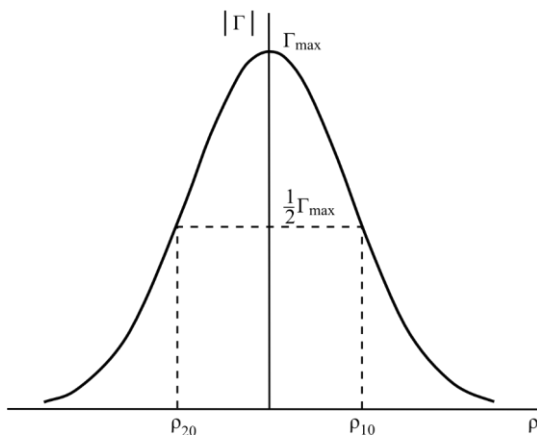


Рисунок 3.5 – Зависимости модуля ФРТ от поперечной координаты

Для характеристики качества преобразования излучения введем понятие ширины модуля функции размытия точки

$$\Delta\rho = |\rho_{10} - \rho_{20}|,$$

где $\rho_{1,20}$ определяются из решения уравнения

$$\tilde{A}(\vec{\rho} = \vec{\rho}_{1,20}, \vec{\rho}_1) = \frac{1}{2} \tilde{A}_{\max}.$$

Здесь \tilde{A}_{\max} – максимальное значение модуля ФРТ.

Ширина модуля ФРТ определяет разрешающую способность четырехволнового преобразователя излучения. С увеличением расходимости волны накачки (параметр b растет) наблюдается монотонное увеличение ширины модуля ФРТ.

3.2. Практическая часть

На рис. 3.6 изображена схема оптической установки, используемой для исследования точности преобразования излучения динамической голограммой. В качестве источника излучения используется лазер на $YAG:Nd^{3+}$ с модулированной добротностью и

встроенным внутрь резонатора удвоителем частоты, работающий в частотном режиме на длине волны $\lambda = 0543$ мкм. Излучение от оптического квантового генератора 1 полупрозрачным зеркалом 2 делится на два пучка, один из которых играет роль накачки, другой роль сигнала. Вторая волна накачки создается зеркалом 3, расположенным непосредственно за нелинейной средой 4. В качестве нелинейной среды используются либо кристалл $Bi_{12}SiO_{20}$ (BSO) или кристалл $Bi_{12}TiO_{20}$ (ВТО). Сигнальный пучок, отразившись от зеркала 5, пересекается в нелинейной среде с первым пучком накачки под углом 2–3 градуса. Фазовая решетка 6 осуществляет разложение сигнальной волны в спектр по пространственным частотам в плоскости, перпендикулярной плоскости распространения взаимодействующих световых пучков. Линза 7 строит изображение фазовой решетки внутри нелинейного кристалла 6. Для изучения распределения энергии сигнального излучения по пространственным частотам часть его с помощью делительной пластинки 8 и зеркала 14 направляется в измерительный канал, состоящий из зеркала 9, длиннофокусной линзы 10, в фокальной плоскости которой находится диафрагма 11 и фотоэлектронный умножитель (ФЭУ) 12. Электрический сигнал с ФЭУ направляется на самописец 13 (или на осциллограф). Поворотом зеркала 9 осуществляется сканирование пространственного спектра сигнального излучения на апертуре диафрагмы 12.

Делительная пластинка 8 одновременно служит для выделения объектного пучка, «отраженного» динамической голограммой (при этом зеркало 15 убирается или закрывается непрозрачным экраном). В измерительном канале производится исследование распределения энергии по пространственным частотам в объектном пучке. Разделив распределение энергии в спектре объектного пучка на распределение энергии в спектре сигнального пучка и пронормировав на максимальное значение, получим график зави-

симости коэффициента отражения динамической голограммы R от пространственной частоты. Значение пространственной частоты κ_0 , при которой коэффициент отражения равен $1/a$ от его максимального значения определяет полосу пространственных частот, эффективно преобразуемых динамической голограммой. Соответствующая разрешающая способность динамической голограммы оценивается как $\rho_0 \sim 1/\kappa_0$.

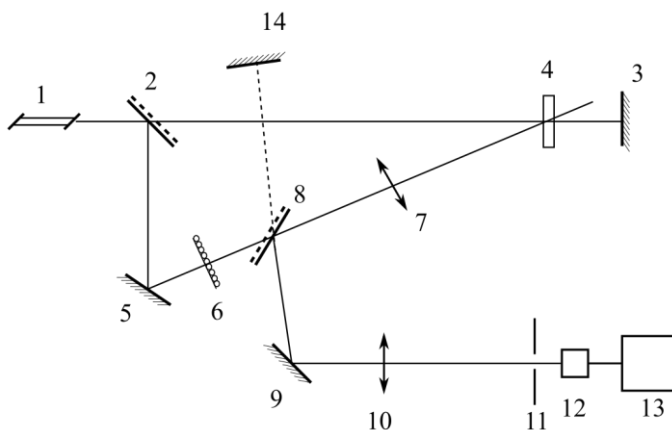


Рисунок 3.6 – Оптическая схема установки по изучению точности преобразования излучения динамической голограммой

На рис. 3.7 изображена оптическая схема установки, используемой для изучения точности восстановления волнового фронта в системе неоднородная среда – динамическая голограмма, обрабатывающая волновой фронт, – неоднородная среда. В отличие от оптической схемы, представленной на рис. 3.6, делительная пластинка 8 находится перед фазовой решеткой 6. Последняя выступает теперь как неоднородная среда, вносящая искажение в сигнальный пучок. С помощью измерительной системы, состоящей из элементов 9–13, находится распределение энергии на пространственных частотах в восстановленном пучке.

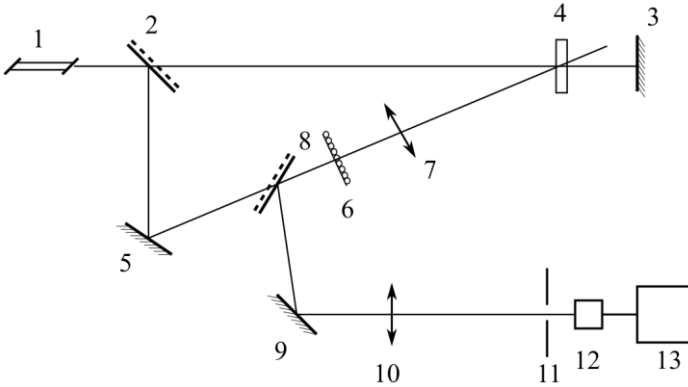


Рисунок 3.7 – Оптическая схема установки по изучению точности восстановления волнового фронта

3.2.1. Точность обращения волнового фронта динамической голограммы

1.1. Собрать и отъюстировать оптическую схему установки, представленную на рис. 3.6.

1.2. Измерить распределение энергии на пространственных частотах в спектре сигнальной волны.

1.3. Измерить распределение энергии по пространственным частотам в спектре объектной волны в случае, когда вторая волна накачки, отраженная зеркалом 3, распространяется строго навстречу первой волне накачки, а изображение решетки 6 строится линзой 7: а) в центре нелинейной среды, б) на расстоянии $z = \pm \ell$ от передней грани нелинейной среды, в) на расстоянии $z = \pm 5\ell$ от передней грани нелинейной среды,

1.4. Измерить распределение энергии по пространственным частотам в спектр объектной волны при построении изображения решетки 6 в центре нелинейной среды в случае, когда угол между волнами накачки равен а) 10^{-3} рад., б) $2 \cdot 10^{-3}$ рад., в) $5 \cdot 10^{-3}$ рад. Отметим, что при выполнении этого упражнения зеркало 3 должно располагаться как можно ближе к нелинейному кристаллу 4, что-

бы поворот второй волны накачки относительно первой не привел к изменению объема взаимодействия световых пучков более чем на 4–5%.

1.5. Используя результаты, полученные в п. 1.2–1.4, построить графики зависимости коэффициента отражения от пространственной частоты.

3.2.2. Точность восстановления волнового фронта

2.1. Собрать и отъюстировать оптическую схему установки, представленную на рис. 3.7.

2.2. Измерить распределение энергии по пространственным частотам в спектре восстановленной волны при построении линзой 7 изображения неоднородной среды б: а) в центре нелинейной среды, б) на расстоянии $z = \pm 2\ell$ от передней грани нелинейной среды. Волны накачки распространяются строго навстречу друг другу.

2.3. Измерить распределение энергии по пространственным частотам в спектре восстановленной волны при построении линзой 7 изображения неоднородной среды б в центре нелинейной среды в случае, когда угол между волнами накачки равен а) 10^{-3} рад., б) $2 \cdot 10^{-3}$ рад., в) $5 \cdot 10^{-3}$ рад.

Отметим, что в этом упражнении неточность восстановления волнового фронта в основном обусловлена тем, что отраженная динамической голограммой волна распространяется через оптически неоднородную среду по пути, отличному от пути распространения сигнальной волны

Рекомендуемая литература

1. Зельдович, Б.Я. Обращение волнового фронта / Б.Я. Зельдович, Н.Я. Пилипецкий, В.В. Шкунов. – Москва: Наука, 1985. – 240 с.

2. Дмитриев, В.Г. Нелинейная оптика и обращение волнового фронта / В.Г. Дмитриев. – Москва: Физматлит. 2003. – 256 с.

3. Ивахник, В.В. Обращение волнового фронта при четырехволновом взаимодействии / В.В. Ивахник. – Самара: Самарский университет, 2010. – 246 с.

4. Ивахник, В.В. Динамические голограммы в средах с керровской и тепловой нелинейностями и на обратимых фотохромных материалах: учебное пособие / В.В. Ивахник. – Самара: Самарский университет, 2001. – 98 с.

4. ИССЛЕДОВАНИЕ ВИБРИРУЮЩИХ ОБЪЕКТОВ МЕТОДОМ ГОЛОГРАФИЧЕСКОЙ ИНТЕРФЕРОМЕТРИИ С УСРЕДНЕНИЕМ ВО ВРЕМЕНИ

4.1. Теоретическая часть

4.1.1. Метод голографической интерферометрии с усреднением во времени

Определение. Голографическая интерферометрия – это интерферометрическое сравнение двух или более волн, хотя бы одна из которых получена с использованием голограммы.

Голографическая интерферометрия является одним из наиболее важных и развитых применений голографии, используется для анализа деформаций, механических напряжений, вибраций и т.д.

Метод голографической интерферометрии с усреднением во времени используется при получении голограммы движущегося объекта. Пусть объект движется со скоростью $\vec{v}(\vec{r}, t)$. За время dt объект сместился на величину

$$d\vec{\xi} = \vec{v} dt.$$

Тогда изменение оптической разности хода есть

$$d\Delta = |\vec{v}| dt (\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2). \quad (4.1)$$

Здесь α_1 и α_2 – углы между вектором смещения и направлениями падающей и отраженной волн (рис. 4.1).

Из (4.1) изменение во времени фазы волны, отраженной от движущегося объекта, описывается следующим выражением

$$\varphi(t) = \frac{2\pi}{\lambda} \int_0^t d\Delta \cdot dt = \frac{2\pi}{\lambda} \int_0^t |\vec{v}| (\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2) dt. \quad (4.2)$$

Тогда выражение для комплексной амплитуды волны, отраженной от объекта (объектная волна), можно записать в виде

$$A_{i'd} = A'_{i'd}(\vec{r}) \exp \left\{ i \frac{2\pi}{\lambda} \int_0^t |\vec{v}| (\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2) dt \right\}. \quad (4.3)$$

Здесь $A'_{i\dot{a}}(\vec{r})$ – комплексная амплитуда волны, отраженной от неподвижного объекта.

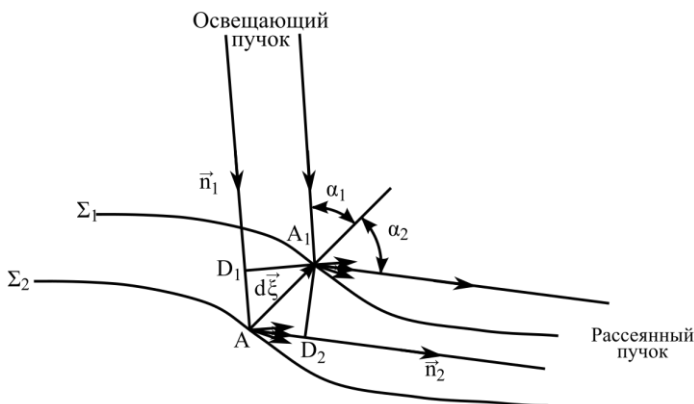


Рисунок 4.1 – Связь разности фаз со смещением объекта

При движении объекта на голограмме последовательно регистрируется ряд положений этого объекта. Происходит усреднение во времени комплексной амплитуды волны, отраженной объектом.

Амплитудная прозрачность голограммы есть усредненная за время экспонирования (τ) интенсивность, возникающая при интерференции объектной ($A_{i\dot{a}}$) и опорной (A_0) волн

$$D = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} I(t) dt = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} \{ I_0 + I_{i\dot{a}} + A_0 A_{i\dot{a}}^* + A_0^* A_{i\dot{a}} \} dt . \quad (4.4)$$

При считывании голограммы волной с единичной амплитудой комплексная амплитуда восстановленной волны, несущей информацию о мнимом изображении объекта, имеет вид

$$\begin{aligned} A_{\dot{a}} &= \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} A_0^* A_{i\dot{a}} dt = A_0^* \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} A_{i\dot{a}} dt = \\ &= A_0^* A'_{i\dot{a}}(\vec{r}) \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} \exp \left\{ i \frac{2\pi}{\lambda} \int_0^{\tau} |\vec{v}| (\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2) dt \right\} dt . \end{aligned} \quad (4.5)$$

Комплексная амплитуда восстановленной волны прямо пропорциональна усредненной во времени комплексной амплитуде волны, отраженной движущимся голографируемым объектом.

4.1.2. Использование метода усреднения во времени для анализа вибраций

Рассмотрим гармонические колебания объекта. Пусть поверхность объекта вибрирует по косинусоидальному закону с амплитудой $b(\vec{r})$ и периодом T , меняя фазу отраженной волны на величину

$$\begin{aligned} \varphi &= \frac{2\pi}{\lambda} \int_0^t |\vec{v}| (\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2) dt = \\ &= \frac{2\pi}{\lambda} b (\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2) \cos \gamma t = a \cos \gamma t, \end{aligned} \quad (4.6)$$

где $\gamma = \frac{2\pi}{T}$ – частота вибраций, $a = \frac{2\pi}{\lambda} b (\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2)$ – амплитуда модуляции фазы.

Подставив (4.6) в (4.5), найдем выражение для интенсивности восстановленной волны

$$I_a = I_{i_a}(\vec{r}) \left| \frac{1}{\tau} \int_0^\tau \exp\{ia \cos \gamma t\} dt \right|^2. \quad (4.7)$$

Здесь $I_{i_a}(\vec{r}) = A'_{i_a}(\vec{r}) A_{i_a}^*(\vec{r})$ – интенсивность восстановленной волны при записи голограммы неподвижного (стационарного) объекта.

Для нахождения выражения для интенсивности восстановленной волны воспользуемся разложением

$$\exp\{ia \cos \gamma t\} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} i^n J_n(a) \exp\{i\gamma n t\}, \quad (4.8)$$

где $J_n(a)$ – функция Бесселя n -го порядка. Тогда выражение (4.7) примет вид

$$\begin{aligned}
I_{\dot{a}} &= I_{i\dot{a}}(\vec{r}) \left| \sum_{n=-\infty}^{\infty} i^n J_n(a) \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} \exp\{i\gamma n t\} dt \right|^2 = \\
&= I_{i\dot{a}}(\vec{r}) \left| \sum_{n=-\infty}^{\infty} i^n J_n(a) \frac{\exp(i\gamma n \tau) - 1}{i\gamma n \tau} \right|^2 = \\
&= I_{i\dot{a}}(\vec{r}) \left| \sum_{n=-\infty}^{\infty} i^n J_n(a) \exp\left(\frac{\gamma n \tau}{2}\right) \operatorname{sinc}\left(\frac{\gamma n \tau}{2}\right) \right|^2.
\end{aligned} \tag{4.9}$$

Если время экспозиции велико по сравнению с периодом вибраций $\frac{\tau}{T} \gg 1$, то всеми слагаемыми в выражении (4.9), кроме слагаемого с $n=0$, можно пренебречь. Распределение интенсивности в восстановленной волне примет вид

$$I_{\dot{a}} = I_{i\dot{a}}(\vec{r}) J_0^2(a). \tag{4.10}$$

Из (4.10) видно, что восстановленное изображение вибрирующего объекта покрытым системой полос, причем темные полосы в наблюдаемой интерференционной картине соответствуют нулям функции Бесселя, а светлые – максимумам этой функции (рис. 4.2). Наиболее яркая полоса на интерференционной картине совпадает с участком поверхности, не совершающим колебания (узловая область).

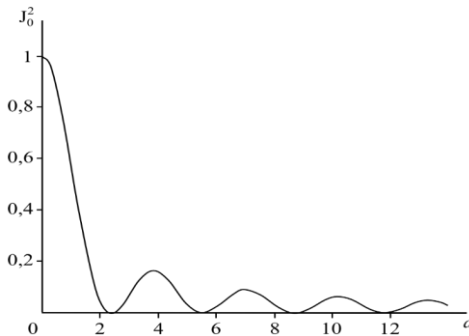


Рисунок 4.2 – Квадрат функции Бесселя нулевого порядка

В табл. 4.1 приведены первые 20 значений аргумента, при которых функция Бесселя $J_0(a)$ обращается в нуль. Нули более высоких порядков располагаются почти на равных расстояниях и могут быть определены с помощью выражения

$$a_n \approx \left(n - \frac{1}{4} \right) \pi + \frac{1}{8} \left\{ \left(n - \frac{1}{4} \right) \pi \right\}^{-1}.$$

Интенсивность каждой последующей полосы уменьшается, а расстояние между ними соответствует при $\alpha_1 \approx \alpha_2 \approx 0$ изменению амплитуды вибраций $\Delta b \approx \frac{\lambda}{4}$.

Таблица 4.1. Нули функции Бесселя $J_0(a)$

n	a_n	n	a_n	n	a_n	n	a_n	n	a_n
1	2.40	5	14.93	9	27.49	13	40.06	17	52.62
2	5.25	6	18.07	10	30.63	14	43.20	18	55.77
3	8.65	7	21.21	11	33.73	15	46.34	19	58.91
4	11.79	8	24.35	12	36.92	16	49.48	20	62.05

На рис 4.3 изображен вибрирующий объект в виде полоски с закрепленным концом, а на рис. 4.4 приведено восстановленное изображение этого объекта.

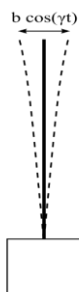


Рисунок 4.3 – Вибрирующий объект

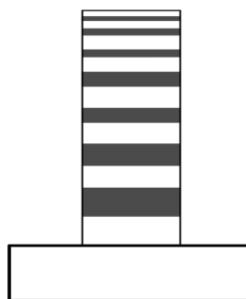


Рисунок 4.4 – Восстановленное изображение вибрирующего объекта

Падение интенсивности в интерференционной картине с ростом амплитуды вибрации ограничивает число полос, имеющих достаточный для наблюдения контраст, а значит, устанавливает верхний предел, измеряемым амплитудам вибраций.

С физической точки зрения уменьшение интенсивности в восстановленной волне с ростом амплитуды вибраций объясняется следующим образом. Если вибрирующий объект освещается монохроматической волной, то вследствие эффекта Доплера от вибрирующего объекта отражается излучение как на основной частоте ω , так и на частотах $\omega + n\gamma$ (рис. 4.5, а). С ростом амплитуды вибраций интенсивность излучения, рассеянного на основной частоте, уменьшается. Поскольку частота опорной волны равна ω (рис. 4.5, б), на регистрирующей среде записывается лишь информация, заложенная на основной частоте. Информация, содержащаяся на частотах $\omega + n\gamma$, регистрируется в виде когерентного фона.

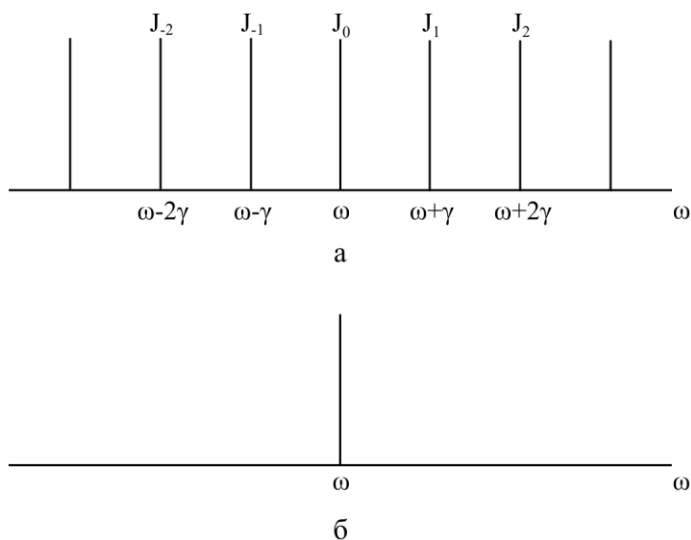


Рисунок 4.5 – Спектры объектной волны (а) и опорной волны (б)

Следовательно, с ростом амплитуды вибраций уменьшается глубина записанной на голограмме дифракционной решетки, падает интенсивность восстановленной волны. Яркость полос быстро спадает с увеличением амплитуды вибраций: десятая полоса имеет яркость 2% от яркости узловой полосы, двадцатая – 1%. Двадцатый минимум функции Бесселя нулевого порядка соответствует амплитуде модуляции фазы $a_{20} \approx 20\pi$. С учетом того, что расстояние между соседними минимумами соответствует изменению амплитуды модуляции фазы примерно на π , найдем максимальное значение измеряемой в методе голографической интерферометрии с усреднением во времени амплитуды вибрации

$$\frac{4\pi}{\lambda} b_{\max} \approx 20\pi \quad \Rightarrow \quad b_{\max} \approx 5\lambda.$$

Минимальное значение амплитуды вибрации определяется первым нулем функции Бесселя нулевого порядка

$$\frac{4\pi}{\lambda} b_{\min} \approx \pi \quad \Rightarrow \quad b_{\min} \approx \frac{\lambda}{4}.$$

Таким образом, метод голографической интерферометрии с усреднением во времени позволяет измерять амплитуды вибраций в диапазоне от 5λ до $\frac{\lambda}{4}$. Диапазон измеряемых амплитуд вибраций может быть расширен при использовании опорной волны, фаза которой, как и фаза объектной волны, меняется во времени по гармоническому закону $A_0 \sim \exp\{ia_1 \cos \gamma t\}$ (где a_1 – амплитуда модуляции фазы опорной волны).

4.2. Практическая часть

Как и в лабораторных работах №1 и №2, оптическая схема голографической установки собирается на интерферометрическом столе, снабженном виброизоляции.

На рис. 4.6 изображена оптическая схема установки по изучению распределения амплитуды вибрирующего объекта методом голографической интерферометрии с усреднением во времени. Излучения от He-Ne лазера 1 полупрозрачным зеркалом 2 делится на опорный и объектный пучки. Объектный пучок отражается зеркалами 3 и 4, расширяется цилиндрической линзой 5 и освещает вибрирующий объект 6. Опорный пучок формируется зеркалами 7, 8 и линзой 9. В качестве вибрирующего объекта используется прямоугольная металлическая пластина, один конец которой жестко закреплен, а другой приводится в колебательное движение с помощью электромагнита 11, соединенного с низкочастотным генератором 12. Изменение амплитуды и частоты вибрирующего объекта осуществляется путем изменения амплитуды и частоты электрического сигнала, подаваемого с генератора на электромагнит. Интерференционное поле, получаемое при наложении опорного пучка и пучка, рассеянного вибрирующим объектом, регистрируется на фотопластинке 10.

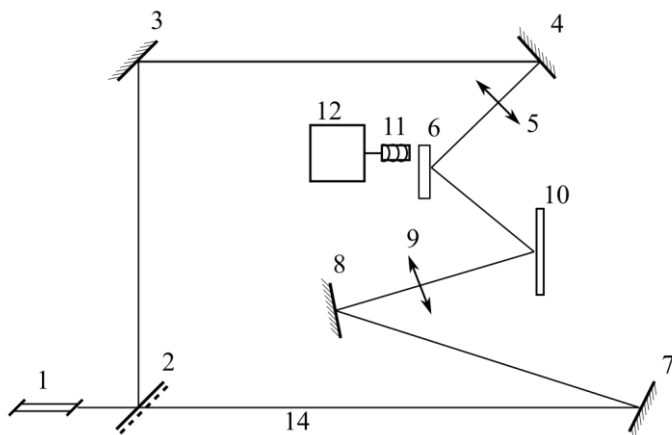


Рисунок 4.6 – Принципиальная оптическая схема установки по изучению вибрирующих объектов методом голографической интерферометрии с усреднением во времени

Запись голограмм проводится в затемненном помещении на фотопластинках типа ПФГ-01 или ПФГ-03 (приложение 2). Время экспозиции определяется экспериментально. Прозэкспонированные пластинки обрабатываются в соответствии с инструкцией (приложение 1).

Для получения интерферограмм вибрирующего объекта голограмму устанавливают в положение 10 стеклянной подложкой к опорной волне, предварительно закрыв непрозрачным экраном объектный пучок.

Зная положение нулевой интерференционной полосы и используя табл. 4.1, можно определить зависимость амплитуды вибраций от положения вибрирующей точки на объекте.

Задания

1. Собрать и отъюстировать оптическую установку, схема которой изображена на рис. 4.5.

2. Меняя время экспозиции, получить 5–6 голограмм вибрирующего объекта. Выбрать время экспозиции, соответствующее максимальной дифракционной эффективности голограммы.

3. С выбранным в п. 2 временем экспозиции получить 5–6 голограмм, меняя амплитуду и частоту вибраций объекта.

4. С помощью фотоаппарата снять интерферограммы.

5. Построить графики распределения амплитуды вибрации на поверхности объекта.

Рекомендуемая литература

1. Островский, Ю.И. Голографическая интерферометрия / Ю.И. Островский, М.М. Бутузов, Г.В. Островская. – Москва: Наука, 1977. – 340 с.

2. Вест, Ч. Голографическая интерферометрия / Ч. Вест. – Москва: Мир, 1982. – 504 с.

3. Ивахник, В.В. Голографический метод: учебное пособие / В.В. Ивахник. – Самара: Универс групп, 2010. – 130 с.

5. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ГОЛОГРАММ ДЛЯ АНАЛИЗА ВИБРАЦИЙ

5.1. Теоретическая часть

5.1.1. Использование динамических голограмм для анализа вибраций

Динамическая голограмма – это голограмма, существующая только во время воздействия на среду объектной и опорной волн. Считывание голограммы происходит одновременно с ее записью. Запись и считывание голограмм происходят в нелинейных средах, изменяющих свои оптические характеристики непосредственно во время записи под действием падающего на них излучения. Под действием световых волн в нелинейной среде происходит пространственная модуляция коэффициента поглощения, показателя преломления или поляризации среды, соответствующая распределению интенсивности в создаваемой этими волнами интерференционной картине, – возникает голографическая динамическая решетка (динамическая голограмма).

Динамическую голограмму можно рассматривать как линейный интегральный оператор, осуществляющий преобразование вида

$$A_g(t) = C \int_0^t \chi(t-t_1) \exp[i\varphi(t_1)] dt_1. \quad (5.1)$$

Здесь $\varphi(t)$ – разность фаз объектной и опорной волн, $\chi(t-t_1)$ – весовая функция, описывающая инерционные свойства нелинейной среды; C – коэффициент пропорциональности. Для большинства нелинейных сред весовую функцию в первом приближении можно представить в виде экспоненты: $\chi(t-t_1) = \frac{1}{\tau} \exp\left\{-\frac{t-t_1}{\tau}\right\}$; τ – характерное время записи-стирания голограммы. Такой вид

веса функции был получен, например, для тонких динамических голограмм, записанных на обратимом фотохромном материале, в среде с тепловой нелинейностью и т.д.

Предположим, что разность фаз меняется по гармоническому закону: $\varphi(t) = a \cos \gamma t$ (a и γ – амплитуда и частота модуляции разности фаз). Объектная волна отражается от вибрирующего объекта. С учетом выражения (5.1) амплитуду волны, восстановленной с голограммы вибрирующего объекта, можно представить следующим образом:

$$A_{\tilde{a}}(t) = \frac{\tilde{N}}{\tau} \int_0^t \exp\left\{-\frac{t-t_1}{\tau}\right\} \exp[ia \cos \gamma t] dt_1. \quad (5.2)$$

Для нахождения выражения для интенсивности восстановленной волны воспользуемся разложением

$$\exp\{ia \cos \gamma t\} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} i^n J_n(a) \exp\{i\gamma n t\}, \quad (5.3)$$

где $J_n(a)$ – функция Бесселя n -го порядка. Подставив (5.3) в выражение (5.2), получим выражение для интенсивности восстановленной волны

$$I_{\tilde{a}}(t) = C^2 \left| \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} i^n J_n(a) \frac{\exp(i\gamma n t) - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)}{1 + i n \gamma \tau} \right|^2. \quad (5.4)$$

Для установившегося режима записи голограммы ($t \gg \tau$) слагаемым $\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$ в выражении (5.4) можно пренебречь.

На рис. 5.1 при условии соизмеримости характерного времени голограммы τ с периодом вибрации $T = \frac{2\pi}{\gamma}$ приведены нормированные графики зависимости интенсивности восстановленной волны

$$(\tilde{I}_a(t) = \frac{I_a(t)}{I_{a,\max}}, I_{a,\max} - \text{максимальное значение интенсивности вос-}$$

становленной волны на периоде временной зависимости) от времени. Интенсивность меняется периодически с частотой, равной удвоенной частоте модуляции фазы объектной волны, наблюдаются главные и побочные максимумы. Причем число побочных максимумов (N) однозначно связано с амплитудой модуляции фазы соотношением

$$a = \pi(N + 1). \quad (5.5)$$

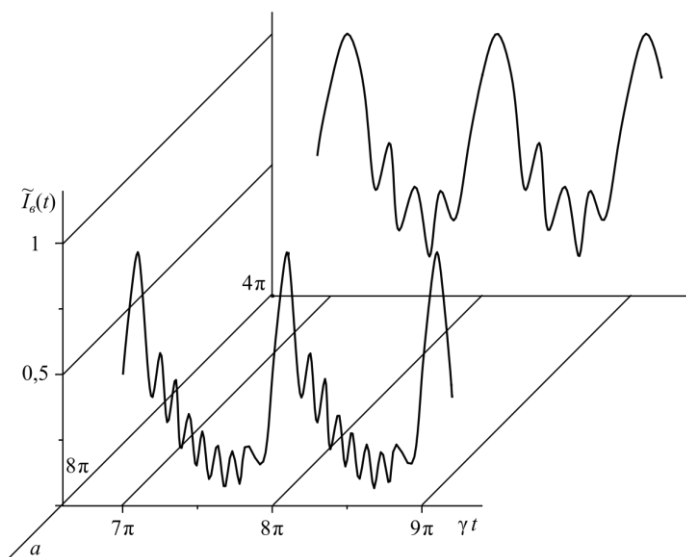


Рисунок 5.1 – Временная зависимость интенсивности восстановленной волны при $\gamma\tau = 1$

Появление каждого нового побочного максимума происходит при изменении амплитуды модуляции фазы на π (или амплитуды вибрации на $\lambda/4$). Таким образом, при $a > 2\pi$ по временной зависимости интенсивности восстановленной волны можно однозначно судить об амплитуде и частоте вибрации.

При соизмеримости времени τ с периодом вибрации значение интенсивности восстановленной волны в момент времени t определяется состояниями вибрирующего объекта в предшествующие моменты времени. Наличие побочных максимумов на временной зависимости интенсивности можно объяснить дозаписью голографической решетки при совпадении максимумов бегущей интерференционной решетки с максимумами интерференционной решетки, соответствующей крайним положениям вибрирующего объекта.

На рис. 5.2–5.3 приведены нормированные на наибольшие значения ($I_{1,max}$ и $I_{2,max}$ – наибольшие значения главных максимумов при фиксированных параметрах a , $\gamma\tau$ соответственно) зависимости главных максимумов интенсивности восстановленной волны от частоты (рис. 5.2) и амплитуды (рис. 5.3) модуляции фазы. Отсутствие периодической модуляции во времени интенсивности восстановленной волны при $\tau\gamma \gg 1$ и $\gamma\tau \ll 1$ (рис. 5.2) обусловлено записью в первом случае голограммы с усреднением во времени, во втором – голограммы в реальном времени.

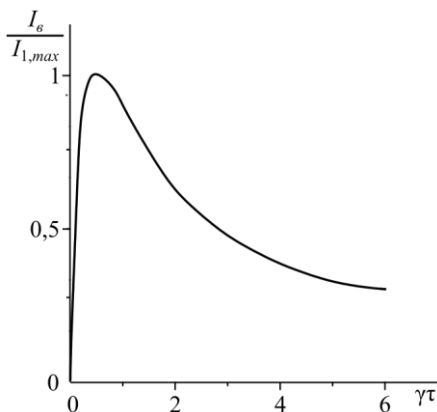


Рисунок 5.2 – Зависимость величины главных максимумов от частоты модуляции фазы волны, отраженной от вибрирующего объекта при $a = 8\pi$

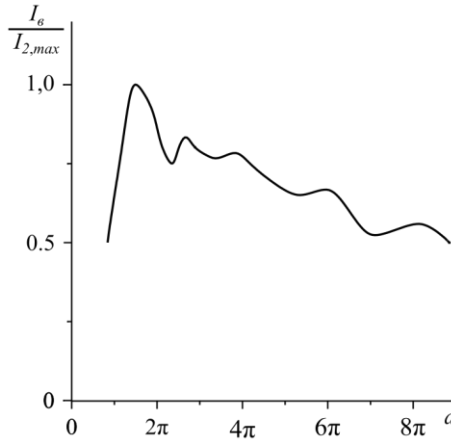


Рисунок 5.3 – Зависимость величины главного максимума от амплитуды модуляции фазы волны, отраженной от вибрирующего объекта при $\gamma\tau = 1$

При фиксированном значении параметра $\gamma\tau$ с ростом амплитуды модуляции фазы объектной волны наблюдается осциллирующее с периодом примерно равным π уменьшение интенсивности восстановленной волны (рис. 5.3). Если уменьшение величины главных максимумов в интенсивности восстановленной волны с ростом a обусловлено увеличением скорости перемещения в нелинейной среде записываемой интерференционной решетки, то осциллирующий характер их изменения можно объяснить следующим образом. Когда $a = p\pi$ (p – целое число), то положение максимумов и минимумов интерференционной решетки при двух крайних положениях вибрирующего объекта совпадает, происходит дозапись голограммы, наблюдается увеличение интенсивности восстановленной волны. Когда $a = \frac{\pi}{2}(2p + 1)$, максимумы интерференционной решетки при одном крайнем положении совпадают с минимумами интерференционной решетки при другом крайнем положении, контраст за-

писываемой голограммы падает, величина интенсивности восстановленной волны уменьшается.

5.1.2. Изменение фазы опорной волны по линейному закону

Пусть фаза опорной волны меняется по линейному закону $A_o(t) = \exp(i\Omega t)$, где Ω – частотный сдвиг. Используя (5.1), запишем выражение для интенсивности волны, восстановленной с голограммы:

$$I_a(t) = I_0 \left| \sum_{n=-\infty}^{\infty} (i)^n J_n(a) \frac{\exp(i(n\gamma - \Omega)t)}{1 + i(n\gamma - \Omega)\tau} \right|^2. \quad (5.6)$$

Анализ выражения (5.6) показывает, что наличие частотного сдвига в опорной волне разбивает период временной зависимости интенсивности восстановленной волны (T) на два неравных «полупериода» длительностью T_1 и T_2 , содержащих различное число побочных максимумов N_1 и N_2 (рис. 5.4).

Результаты исследования зависимостей числа побочных максимумов на большом и малом «полупериодах», разности длительностей этих «полупериодов» $\Delta T = (T_1 - T_2)/T$ от величины относительного частотного сдвига ($\delta = \Omega/\gamma$) приведены на рис. 5.5 и 5.6. При малых значениях относительного частотного сдвига в опорной волне наблюдается перекачка побочных максимумов из малого «полупериода» в большой при сохранении на периоде их полного числа. При дальнейшем увеличении частотного сдвига в опорной волне количество побочных максимумов на большом «полупериоде» растет быстрее, чем уменьшается их число на малом «полупериоде» (рис. 5.5). При $\frac{\Omega}{\gamma} \leq a$ зависимость разности длительности большого и малого «полупериодов» от Ω/γ близка к линейной.

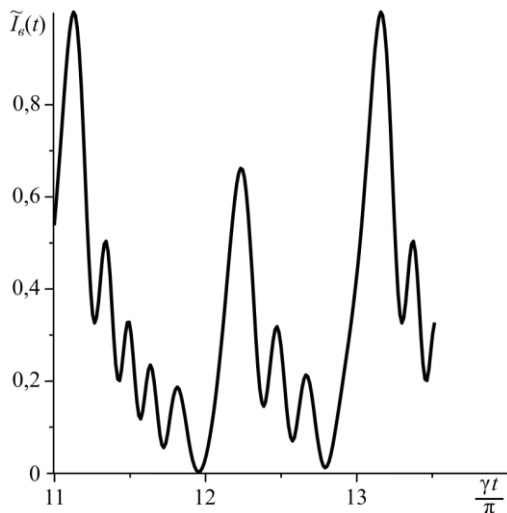


Рисунок 5.4 – Временная зависимость интенсивности восстановленной волны при $a = 4\pi$, $\Omega/\gamma = 1.75$, $\lambda\tau = 2$

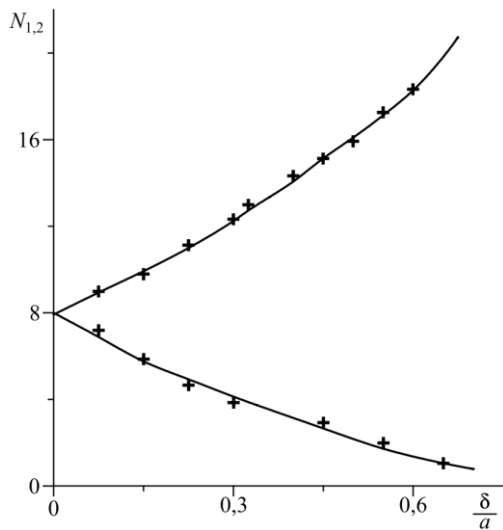


Рисунок 5.5 – Зависимость числа побочных максимумов в большом (1) и малом (2) «полупериодах» от величины частотного сдвига при $a = 9\pi$

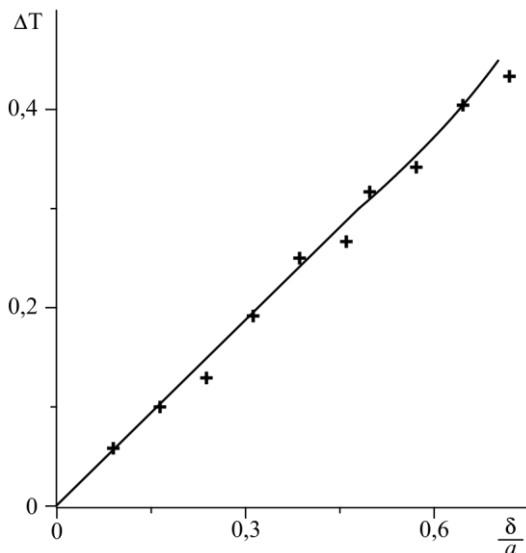


Рисунок 5.6 – Зависимость разности длительности большого и малого «полупериодов» от величины частотного сдвига при $a = 9\pi$

Для объяснения графиков, приведенных на рис. 5.5 и 5.6, рассмотрим движение интерференционной решетки по нелинейной среде, задаваемое разностью фаз объектной и опорной волн: $\varphi = \varphi_r - \varphi_0 = a \cos \gamma t + \Omega t$ (рис. 5.7). Положение на оси времени главных максимумов ДЭГ связано с моментами времени, при которых направление перемещения интерференционной решетки меняется на противоположное: $\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)_{t_p} = 0$. При $\frac{\Omega}{\gamma} = 0$ это условие выполняется в моменты времени $t_p = \frac{T}{2} p$. Наличие частотного сдвига в опорной волне приводит к смещению положений максимумов в интенсивности восстановленной волны (t_{p1}, t_{p2}) , определяемых выражениями

$$\gamma t_{p1} = \arcsin \frac{\Omega}{\gamma a} + 2\pi p,$$

$$\gamma t_{p2} = -\arcsin \frac{\Omega}{\gamma a} + \pi(2p + 1),$$

а значит, и к изменению разности длительностей большого и малого «полупериодов»:

$$\Delta T = \frac{(t_{p+1,1} - t_{p2}) - (t_{p2} - t_{p1})}{t_{p+1,1} - t_{p1}} = \frac{2}{\pi} \arcsin \frac{\Omega}{\gamma a}. \quad (5.7)$$

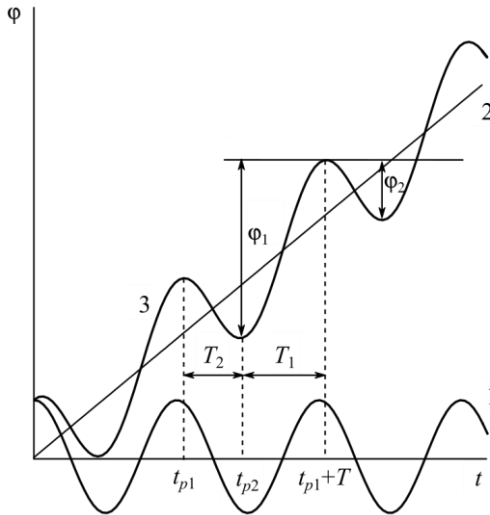


Рисунок 5.7 – Временная зависимость фазы (разности фаз):
при 1 – φ_r , 2 – φ_0 , 3 – φ

Количество побочных максимумов на «полупериодах» зависит интенсивности восстановленной волны от времени однозначно связано с изменением разности фаз объектной и опорной волн на этих «полупериодах». Действительно, изменение разности фаз объектной и опорной волн при $a > 2\pi$ приводит к периодическому совпадению положений бегущей интерференционной решетки с ее по-

ложением при t_{p1} или t_{p2} . При этом происходит дозапись голограммы, и в зависимости интенсивности восстановленной волны от времени появляется побочный максимум. Таким образом, число побочных максимумов на «полупериодах» и значение разности фаз объектной и опорной волн на них связаны простым соотношением

$$\varphi_{1,2} = 2\pi(N_{1,2} + 1). \quad (5.8)$$

Подставив в выражение для $\varphi(t)$ значения t_{p1} и t_{p2} , найдем изменение разности фаз объектной и опорной волн на большом φ_1 и малом φ_2 «полупериодах» зависимости ДЭГ от времени:

$$\varphi_{1,2} = \pm 2\sqrt{a^2 - \left(\frac{\Omega}{\gamma}\right)^2} + \frac{\pi\Omega}{2\gamma} \pm \frac{2\Omega}{\gamma} \arcsin \frac{\Omega}{a\gamma}. \quad (5.9)$$

Знак «плюс» относится к большому, а знак «минус» к малому «полупериодам».

Используя (5.8), (5.9), можно установить связь между амплитудой модуляции фазы объектной волны, относительным частотным сдвигом в опорной волне и числом побочных максимумов на «полупериодах»:

$$N_{1,2} + 1 = \pm \frac{1}{\pi} \sqrt{a^2 - \left(\frac{\Omega}{\gamma}\right)^2} + \frac{\Omega}{2\gamma} \pm \frac{\Omega}{\pi\gamma} \arcsin \frac{\Omega}{a\gamma}. \quad (5.10)$$

Расчет изменения длительностей «полупериодов», количества побочных максимумов на них, проведенный с использованием (5.7) – (5.10), совпадает с результатами, полученными с использованием (5.6).

Запись динамической голограммы вибрирующего объекта с учетом частотного сдвига в опорной волне может быть использована для увеличения точности и расширения сверху диапазона измеряемых амплитуд вибраций.

Так, если амплитуда модуляции фазы объектной волны не кратна π , то есть $a = \pi(N + 1) + \Delta a$ ($\Delta a < \pi$), то при $\Omega = 0$ в зависи-

мости ДЭГ от времени наблюдается зарождение еще одного максимума. Используя при записи голограммы вибрирующего объекта опорную волну с изменяющейся по линейному закону фазой, подбором величины частотного сдвига Ω можно добиться, чтобы число побочных максимумов в большом и малом "полупериодах" зависимости интенсивности восстановленной волны от времени было целым. Зная Ω , можно определить амплитуду модуляции фазы предметной волны:

$$a = \pi(N_{1,2} + 1) \pm \pi \left(1 - \frac{\Omega}{2\gamma} \right). \quad (5.11)$$

Точность измерения a таким способом определяется минимальным значением Δa , при котором зарождение нового побочного максимума не вызывает сомнений, и может достигать величины $\pi/10$.

При $\Omega = 0$ с увеличением амплитуды модуляции фазы объектной волны скорость перемещения интерференционной решетки в реверсивной среде возрастает, что приводит к уменьшению величины как главных, так и побочных максимумов в зависимости интенсивности восстановленной волны от времени. Наличие в интенсивности восстановленной волны шумовой составляющей ограничивает сверху диапазон измеряемых амплитуд вибраций. Используя опорную волну с меняющейся по линейному закону фазой, можно добиться как уменьшения числа побочных максимумов на малом «полупериоде» временной зависимости интенсивности восстановленной волны, так и увеличения их абсолютной величины, и таким образом расширить сверху диапазон измеряемых амплитуд вибраций. Например, при $\gamma\tau = 1$ и $a = 60\pi$ на малом «полупериоде» временной зависимости один побочный максимум наблюдается при частотном сдвиге в опорной волне $\Omega = 170\gamma$, при этом его величина оказывается в 30 раз больше, чем величина наименьшего побочного

максимума на периоде временной зависимости при $\Omega = 0$. Измерив значение величины ΔT и число побочных максимумов на малом «полупериоде» временной зависимости интенсивности восстановленной волны, можно, используя (5.5) – (5.7), однозначно определить амплитуду модуляции фазы объектной волны и величину относительного частотного сдвига в опорной волне.

5.2. Практическая часть

На рис. 5.8 изображена оптическая схема установки по изучению вибрирующего объекта. В качестве регистрирующей среды 2 используется фоторефрактивный кристалл $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$ (ВТО). Кристалл ориентирован таким образом, что вектор поляризации записывающих голограмму волн перпендикулярен плоскости падения и кристаллографическому направлению $[001]$. Запись динамических голограмм осуществляется излучением He-Ne-лазера 1 на длине волны $\lambda = 0,63$ мкм. Излучение от лазера полупрозрачным зеркалом 4 делится на два пучка, распространяющихся во взаимно перпендикулярных направлениях. Опорный пучок, отражаясь от зеркал 3 и 5, падает на фоторефрактивный кристалл. Объектный пучок отражается от зеркала 5₁, проходит полупрозрачное зеркало 4₁ и также падает на фоторефрактивный кристалл. Для модуляции фазы объектного и опорного пучков зеркала 5, 5₁ укреплены на концах стальных пластин. Пластинки приводятся в колебательное (или поступательное) движение электромагнитами, управляемыми сигналами от генераторов низкой частоты 8, 8₁. Восстановление голограммы осуществляется непрерывно по схеме с обращением волнового фронта. В качестве считывающего пучка выступает опорный пучок, прошедший фоторефрактивный кристалл и отраженный зеркалом 3₁ в обратном направлении. Восстановленный с голограммы пучок отражается полупрозрачным зеркалом 4₁, регистрируется ФЭУ 6, сигнал с которого наблюдается на экране запоминающего осциллографа 7.

Оптическая разность хода между предметным и опорным пучками в оптической схеме, изображенной на рис. 5.8 не должна превышать 2–3 см.

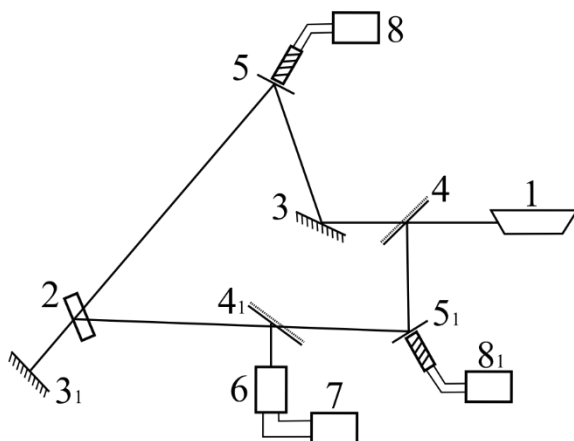


Рисунок 5.8 – Схема экспериментальной установки для записи голограммы вибрирующего объекта на фоторефрактивном кристалле

Задания

1. Собрать и отъюстировать оптическую установку, схема которой изображена на рис. 5.8.

2. Измерить время записи голограммы. Для этого при неработающих генераторах, открыв излучение, идущее от лазера 1, на экране осциллографа наблюдать увеличение со временем сигнала с последующим выходом его на установившееся значение. Время записи голограммы определить, как время от начала появления сигнала на экране осциллографа до достижения сигналом значения, равного $1/2$ от установившегося значения. Провести измерение времени записи динамической голограммы 4–5 раз. При интенсивности света в объектном и опорном пучках примерно 10^{-1} – 10^{-2} Вт/см² время записи динамической голограммы составляет около 1 с.

3. Измеренное таким образом время записи голограммы примерно совпадает со значением времени записи-стирания голограммы, используемой в теоретической части, позволяет определить частотный диапазон вибраций, который можно исследовать с помощью динамических голограмм ($0.1 < \gamma\tau < 10$).

4. При неработающем генераторе 8, модулирующем фазу опорной волны, выбрав с помощью генератора 8 частоту вибрации объекта в диапазоне $0.1 < \gamma\tau < 10$, получить 3–5 осциллограмм для установившегося режима вибрирующего объекта. Меняя амплитуду вибрации наблюдать увеличение на осциллограмме числа побочных максимумов. Описать полученный результат.

5. Зафиксировав амплитуду и частоту вибрации объекта с помощью генератора 8 менять по линейному закону фазу опорной волны (осуществить частотный сдвиг). Получить 3–5 осциллограмм для установившегося режима вибрирующего объекта при различных значениях частотного сдвига в опорной волне. Описать полученный результат.

Рекомендуемая литература

1. Ивахник, В.В. Обращение волнового фронта при четырехволновом взаимодействии / В.В. Ивахник. – Самара: Самарский университет, 2010. – 246 с.

2. Ивахник, В.В. Динамические голограммы в средах с керровской и тепловой нелинейностями и на обратимых фотохромных материалах: учебное пособие / В.В. Ивахник. – Самара: Самарский университет, 2001. – 98 с.

Приложение 1

ОБРАБОТКА ГОЛОГРАФИЧЕСКИХ МАТЕРИАЛОВ

Основной стадией обработки высокоразрешающих фотоматериалов для голографии является процесс проявления, именно он в основном и определяет структуру и качество получаемого изображения. Для каждого типа фотопластинок существует свой оптимальный способ фотохимической обработки.

Обработка фотопластин ПФГ-03М

Фотографические пластинки для голографии ПФГ-03М обычно проявляются в сильно разбавленном проявителе ФМГ (15мл на 400 мл воды), либо в проявителе ГП-3 (15мл на 400 мл воды). Рецептура проявителей приведена ниже.

Проявитель ФМГ		
Сульфит натрия безводный (Na_2SO_3)	–	40 г
Метол	–	2 г
Гидрохинон	–	5 г
Фенидон	–	0,3 г
Натрия тетраборат ($\text{Na}_2\text{B}_4\text{O}_7 \cdot 10\text{H}_2\text{O}$)	–	15 г
Калия карбонат (K_2CO_3)	–	20 г
Калий бромистый (KBr)	–	2 г
Калий роданистый (KSCN)	–	3 г
Вода	–	до 1 литра

Проявитель ГП-3		
Фенидон	–	0,2 г
Гидрохинон	–	5 г
Сульфит натрия, безводный (Na_2SO_3)	–	100 г
Едкий калий (KOH)	–	25 г
Роданид аммония (NH_4SCN)	–	45 г
Вода	–	до 1 л

После проявления и промежуточной промывки голограммы фиксируют в фиксаже.

Фиксаж

Тиосульфат натрия ($\text{Na}_2\text{SO}_3 \cdot 5\text{H}_2\text{O}$)	–	200 г
Вода	–	до 1 литра

**Режим химико-фотографической обработки
для фотопластинок ПФГ-03М**

Наименование операции	Продолжительность, мин.	Температура, °С
Проявление	10±1	20,0 ± 0,5
Промывка в воде	0,5–1,0	15–20
Фиксирование	3,0±0,1	18–21
Промывка	10±1	10–15

Окончательная сушка голограммы производится на воздухе при комнатной температуре.

Обработка фотопластин ПФГ-01

Фотопластинки ПФГ-01 сильно отличаются фотопластинок ПФГ-03М как по размеру кристаллов бромистого серебра, так и по задубленности желатины. Большой размер кристаллов бромистого серебра в фотопластинках ПФГ-01 позволяет применить химическую операцию отбеливания, резко увеличивающую яркость голограммы. Отбеленные голограммы называют еще фазовыми, так как дифракция света в них происходит благодаря разнице коэффициентов преломления желатины и интерференционных слоев галлоидного серебра. Для проявления фотопластинок ПФГ-01 используется проявитель SM-6.

Проявитель SM-6		
Сульфит натрия, безводный (Na_2SO_3)	–	10г
Кислота аскорбиновая	–	18 г
Едкий натрий (NaOH)	–	12 г
Фенидон	–	6 г
Натрий фосфорнокислый, 2-х замещенный ($\text{Na}_2\text{HPO}_4 \cdot 12\text{H}_2\text{O}$)	–	28,4 г
Вода	–	до 1 литра

Отбеливание – специфическая операция для получения фазовых голограмм, дающих высокую яркость изображения. В процессе отбеливания зерна металлического серебра в эмульсионном слое опять превращаются в микрокристаллы галоидного серебра, и фотопластинка постепенно становится прозрачной.

Отбеливатель PBU-амидол		
Амидол	–	5 г
Персульфат калия ($\text{K}_2\text{S}_2\text{O}_8$)	–	10 г
Лимонная кислота	–	50 г
Бромистая медь (CuBr)	–	1 г
Бромистый калий (KBr)	–	20 г
Вода	–	до 1 литра

**Режим химико-фотографической обработки
для фотопластинок ПФГ-01**

Наименование операции	Продолжительность, мин.	Температура, °C
Проявление в проявителе SM-6	2–3	$20,0 \pm 0,5$
Промывка в воде	2–3	$20,0 \pm 0,5$
Отбелка в отбеливателе PBU-амидол	До полного отбеливания + 1 мин	$20,0 \pm 2,0$
Промывка	15 ± 1	$20,0 \pm 0,5$

Окончательная сушка голограммы производится на воздухе при комнатной температуре.

Приложение 2

ФОТОГРАФИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ГОЛОГРАФИИ

Фотопластинки для голографии сильно отличаются от обычных фотопластинок и фотопленок для фотографии. Во-первых, они, как правило, чувствительны (сенсibilизированы) не ко всему спектру белого света, а только к той области, в которой излучает лазер. Во-вторых, разрешающая способность фотопластинок для голографии очень высокая. Например, при записи отражающих голограмм в схеме Денисюка на фотопластинке регистрируется интерференционная картина с периодом менее 1 микрона. Поэтому разрешающая способность таких фотопластинок должна быть не менее 5000 лин/мм. Разрешающая способность обычных фотопленок редко превышает 200 лин/мм. В настоящее время заводом «Славич» выпускаются следующие фотопластинки для голографии:

– ПФГ-01 – галоидно-серебряные фотопластинки для записи пропускающих голограмм в схеме Лейта-Упатниекса. Сенсibilизированы к красной области спектра для записи голограмм He-Ne лазером;

– ПФГ-03м – галоидно-серебряные фотопластинки для записи отражающих голограмм в схеме Денисюка. Сенсibilизированы к красной области спектра для записи голограмм He-Ne лазером;

– ПФГ-03Ц – галоидно-серебряные фотопластинки для записи цветных отражающих голограмм в схеме Денисюка. Сенсibilизированы к излучению He-Ne и аргонового лазеров.

– ВРП-М – галоидно-серебряные фотопластинки для записи пропускающих голограмм в схеме Лейта-Упатниекса. Сенсibilизированы к зеленой области спектра для записи голограмм импульсным лазером на неодиме или аргоновым лазером.

Характеристики фотопластинок приведены в табл. П2.1.

Таблица П2.1. Характеристики фотопластинок

Наименование показателя	ВРП-М	ПФГ-01	ПФГ-03М	ПФГ-03Ц
Общая светочувствительность ($S_{0,9}$) ед. ГОСТа	0,012–0,030	–	–	–
Дифракционная эффективность (h), %, не менее	–	35	40	–
Дифракционная эффективность (h), %, не менее – при $\lambda_{\text{зап.}} = 457$ и 514 нм – при $\lambda_{\text{зап.}} = 633$ нм	–	–	–	40 40
Голографическая чувствительность (H) при экспонировании He-Ne лазером ($\lambda = 633$ нм) по схеме Денисюка и обработке с отбеливанием, обеспечивающая получение дифракционной эффективности 35%, Дж/м ² , не менее	–	1,5	–	–
Голографическая чувствительность при экспонировании He-Ne лазером ($\lambda = 633$ нм) по схеме Денисюка, Дж/м ² , не более	–	–	20	–
Голографическая чувствительность (H) при экспонировании лазером по схеме Денисюка, обеспечивающая дифракционную эффективность не менее 30%, Дж/м ² , не более – при $\lambda_{\text{зап.}} = 457$ и 514 нм – при $\lambda_{\text{зап.}} = 633$ нм	–	–	–	40 40

Окончание табл. П2.1

Наименование показателя	ВРП-М	ПФГ-01	ПФГ-03М	ПФГ-03Ц
Плотность вуали (D0), Б, не более	0,02	–	–	–
Граница области спектральной сенсibilизации, нм, не более	565	650	680	680
Максимум спектральной сенсibilизации, нм	525±5	540±10 625±10	635±5	525±5 635±5
Разрешающая способность (R), мм ⁻¹ , не менее	1570	–	–	–
Температура деформации эмульсионного слоя, °С, не менее	50	90	34	34
Толщина фотослоя, мкм	6±1	6±1	7±1	10,5±1
Противоореольная защита	нет	нет	нет	нет

Рассмотрим подробнее свойства пластинок ПФГ-03М. Фотопластинки выпускаются на подложке из плоского полированного оптического стекла толщиной 2,65 мм. Толщина эмульсионного слоя 7 мкм. Фотопластинки специально рассчитаны на запись отражающих голограмм, имеющих большую пространственную частоту, поэтому при синтезе эмульсии размер зерен бромистого серебра делают небольшим – около 12 нм. Общий нанос серебра в эмульсии тоже небольшой – 1,8 г/кв. м. По внешнему виду фотопластинки ПФГ-03 похожи на прозрачное стекло с голубоватым оттенком, из-за введенного в слой красителя (сенсibilизатора), повышающего чувствительность к красной области спектра. Эмульсионный слой слабо задублен, поэтому обращаться с фото-

пластинками надо крайне осторожно, особенно при водной химико-фотографической обработке. Размер фотопластинок может быть от 2х2 дюйма (52х52 мм) до 11х16 дюймов (280х406 мм). Фотопластинки упаковываются в пластмассовые тубусы по 30 шт. (малые форматы) или в картонные коробки по 6 шт. (большие форматы).

Учебное издание

*Ивахник Валерий Владимирович,
Никонов Владимир Иванович*

ГОЛОГРАФИЯ

Практикум

Редакционно-издательская обработка А.С. Никитиной

Подписано в печать 10.07.2023. Формат 60x84 1/16.

Бумага офсетная. Печ. л. 6,0.

Тираж 27 экз. Заказ .

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САМАРСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ АКАДЕМИКА С.П. КОРОЛЕВА»
(САМАРСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)
443086, САМАРА, МОСКОВСКОЕ ШОССЕ, 34.

Издательство Самарского университета.
443086, Самара, Московское шоссе, 34.

