

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«САМАРСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ АКАДЕМИКА С.П. КОРОЛЕВА»  
(САМАРСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

*И.В. Семенова*

## ИНФОРМАТИКА

Рекомендовано редакционно-издательским советом федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева» в качестве практикума для обучающихся по основным образовательным программам высшего образования по направлениям подготовки 02.03.01 Математика и компьютерные науки, 02.03.03 Математическое обеспечение и администрирование информационных систем

САМАРА  
Издательство Самарского университета  
2021

УДК 004(075)

ББК 32.97я7

С302

Рецензенты: канд. физ.-мат. наук, доц. М. Е. Федина,  
канд. физ.-мат. наук, доц. М. Н. Саушкин

*Семенова, Ирина Владимировна*

**С302 Информатика:** практикум / *И.В. Семенова.* – Самара:  
Издательство Самарского университета, 2021. – 128 с.: с ил.

**ISBN 978-5-7883-1656-7**

В пособии изложены основы представления числовой информации в различных системах счисления, а также основы алгоритмизации.

Помимо основных понятий и теоретических результатов, пособие включает алгоритмы и примеры решения типовых задач, поэтому оно является не только дополнением к материалам лекций по курсу «Информатика», но и поддержкой самостоятельной работы обучающихся по направлениям подготовки 02.03.01 Математика и компьютерные науки и 02.03.03 Математическое обеспечение и администрирование информационных систем.

Подготовлено на кафедре информатики и вычислительной математики

УДК 004(075)

ББК 32.97я7

# СОДЕРЖАНИЕ

<b>1 Двоичная система счисления</b> .....	6
1.1 Теоретический материал.....	6
1.2 Примеры решения задач .....	12
1.3 Задачи для решения на занятии .....	14
1.4 Задачи для самостоятельного решения .....	16
1.5 Контрольные вопросы.....	16
<b>2 Шестнадцатеричная система счисления</b> .....	17
2.1 Теоретический материал.....	17
2.2 Примеры решения задач .....	19
2.3 Задачи для решения на занятии.....	21
2.4 Задачи для самостоятельного решения.....	22
2.5 Контрольные вопросы.....	24
<b>3 Другие системы счисления</b> .....	25
3.1 Теоретический материал.....	25
3.2 Примеры решения задач .....	26
3.3 Задачи для самостоятельного решения.....	28
3.4 Логические задачи .....	30
3.5 Контрольные вопросы.....	34
<b>4 Форматы данных</b> .....	35
4.1 Представления целых чисел со знаком.....	35
4.2 Представления нецелых чисел со знаком .....	40
4.3 Примеры решения задач .....	42
4.4 Задачи для самостоятельного решения.....	44
4.5 Контрольные вопросы.....	45
<b>5 Информация и ее количество</b> .....	48
5.1 Теоретический материал .....	48
5.2 Задачи для самостоятельного решения .....	49
5.3 Логические задачи .....	53
5.4 Контрольные вопросы.....	54

<b>6 Операторы, операции и выражения</b> .....	57
6.1 Теоретический материал .....	57
6.2 Задачи для решения на занятии .....	65
6.3 Задачи для самостоятельного решения.....	67
6.4 Логические выражения .....	72
6.5 Условия, описывающие пересечение областей .....	74
6.6 Определение лишнего члена последовательности .....	78
6.7 Контрольные вопросы.....	79
<b>7 Линейные алгоритмы</b> .....	82
7.1 Теоретический материал.....	82
7.2 Задачи для решения на занятии .....	83
7.3 Задачи для самостоятельного решения.....	85
7.4 Алгоритмы чертёжника .....	87
7.5 Контрольные вопросы.....	89
<b>8 Ветвления</b> .....	92
8.1 Теоретический материал.....	92
8.2 Задачи для решения на занятии.....	93
8.3 Задачи для самостоятельного решения.....	95
8.4 Описание графиков при помощи условий.....	98
8.5 Контрольные вопросы.....	102
<b>9 Циклы</b> .....	103
9.1 Теоретический материал.....	103
9.2 Задачи для решения на занятии.....	104
9.3 Задачи для самостоятельного решения.....	105
9.4 Алгоритмы чертёжника .....	107
9.5 Выбор графика по алгоритму .....	109
9.6 Определение результата работы программы .....	110
9.7 Контрольные вопросы.....	114
<b>10 Пошаговый ввод-вывод данных</b> .....	115
10.1 Задачи для решения на занятии.....	115
10.2 Задачи для самостоятельного решения.....	115
10.3 Рекуррентные соотношения .....	116

<b>11 СОЧЕТАНИЕ ЦИКЛОВ И ВЕТВЛЕНИЙ .....</b>	<b>119</b>
11.1 Задачи для решения на занятии.....	119
11.2 Задачи для самостоятельного решения.....	119
<b>Вопросы к экзамену .....</b>	<b>121</b>
<b>Список использованных источников .....</b>	<b>125</b>

# 1 ДВОИЧНАЯ СИСТЕМА СЧИСЛЕНИЯ

## 1.1 Теоретический материал

В данном разделе будут рассмотрены способы представления чисел в двоичной системе счисления в формате с *фиксированной точкой*. В таком формате возможно беззнаковое (используется только модуль числа) и знаковое (отрицательные и положительные числа представляются по-разному) представление чисел.

**Важно:** в формате с фиксированной точкой для хранения целого числа в двоичной системе счисления могут быть использованы поля длиной 1, 2 или 4 байта. Использование полей другой длины не допустимо.

В формате с фиксированной точкой в случае знакового представления один самый левый (старший) бит отводится под код знака числа: 0 – «+»; 1 – «-».



### *Перевод целых чисел из десятичной системы счисления в двоичную систему счисления*

Всякое (целое) число в десятичной системе счисления может быть представлено в виде разложения по степеням двойки:

$$A = a_{n-1} * 2^{n-1} + a_{n-2} * 2^{n-2} + \dots + a_1 * 2^1 + a_0 * 2^0.$$

Разделим в десятичной системе счисления обе части этого равенства на 2. При этом в левой части равенства деление может быть произведено фактически (число A известно), а в правой части деление будет проводиться «аналитически»:

$$A / 2 = a_{n-1} * 2^{n-2} + a_{n-2} * 2^{n-3} + \dots + a_1 * 2^0 + a_0 / 2.$$

Так как  $a_i$  – это двоичные цифры (т.е. 0 или 1), то  $a_0 / 2 < 1$  – это дробная часть результата. Тогда  $a_0 = 2 * \{A / 2\}$  – остаток от деления числа  $A$  на 2 (фигурные скобки обозначают дробную часть числа). Таким образом, может быть определен младший коэффициент в разложении. Следующий коэффициент определяется так же, только вместо числа  $A$  уже рассматривается число  $A_1 = [A/2]$  – целая часть от деления числа  $A$  на 2, и так далее. Процесс (деления) через некоторое количество повторений закончится, и для записи результата нужно выписать все остатки в обратном порядке (т.к. последним был получен самый старший коэффициент).

***Алгоритм перевода целых чисел из десятичной в двоичную систему счисления***

1. Найти целую часть от деления исходного числа на 2.
2. Если целая часть от деления больше или равна 2, разделить ее на 2.
3. Повторять п. 2 до тех пор, пока вновь полученная целая часть от деления не станет равна 1.
4. Выписать целую часть последнего деления и все полученные остатки от деления в обратном порядке в одну строку.

***Перевод правильных дробей из двоичной системы счисления в десятичную***

Пусть  $x$  – правильная дробь в десятичной системе счисления, и нужно получить ее двоичное представление, т.е.:

$$x = a_{-1} * 2^{-1} + a_{-2} * 2^{-2} + \dots + a_{-n} * 2^{-n} + \dots$$

Умножим обе части равенства на 2 (в десятичной системе счисления). Слева это делается фактически, справа – аналитически:

$$x * 2 = a_{-1} + a_{-2} * 2^{-1} + \dots + a_{-n} * 2^{-n+1} + \dots$$

Теперь старший коэффициент разложения равен целой части результата:  $[x*2]$  (так как  $a_i$  – это двоичные цифры, т.е. 0 или 1). Чтобы получить следующий коэффициент, нужно повторить процесс. Отметим, что теперь, коэффициенты разложения получаются в прямом порядке, а процесс умножения может оказаться бесконечным (в отличие от случая целых чисел). В этом случае необходимо вычислить столько цифр после запятой в двоичном представлении числа, чтобы при обратном переводе двоичного числа в десятичную систему счисления была получена исходная дробь с требуемой точностью.

Допустим, достаточной считается некоторая точность  $\varepsilon$ . Тогда в десятичном разложении это можно записать как:

$$\sum_{i=-1}^{-(n+1)} a_i p^i - \sum_{i=-1}^{-n} a^i p_i < \varepsilon,$$

где  $p = 10$  – основание системы счисления. Отсюда следует, что

$$a_{-(i+1)} p^{-(i+1)} < \varepsilon. \quad (*)$$

С другой стороны, то же неравенство может быть записано и для другой системы счисления, с основанием  $q = 2$  и коэффициентами  $b_j$ . Пусть это происходит при  $m$ -м знаке после запятой. Тогда, аналогичным (\*) образом:

$$b_{-(j+1)} q^{-(j+1)} < \varepsilon. \quad (**)$$

Можно сделать следующую оценку: т.к.  $\forall i a_i < p$  и  $\forall j b_j < q$ , заменим в (\*) и (\*\*)  $a_{-(n+1)}$  на  $p$  и  $b_{-(m+1)}$  на  $q$  и получим:  $p^{-n} < \varepsilon$  и  $q^{-m} < \varepsilon$ . Если приравнять левые части этих неравенств (что не совсем корректно, но мы делаем оценку, а не вычисляем точно), приходим к  $p^{-n} = q^{-m}$ . Отсюда

$$n = m \log_p q, \quad (***)$$

где  $p$  – основание системы счисления, из которой осуществляется перевод,



$q$  – основание системы счисления в которую осуществляется перевод,

$m$  – количество знаков после запятой у дроби в  $q$ -й системе счисления,

$n$  – количество знаков после запятой у дроби в  $r$ -й системе счисления,

Например, если  $p = 10$ ,  $q = 2$ , получим  $m \approx 3,32 * n$ . Следовательно,  $m = 4 * n$  будет обеспечивать достижение достаточной точности. Это означает, что при переводе правильной дроби из десятичной в двоичную систему счисления, в двоичной дроби знаков после запятой должно быть в 4 раза больше, чем в десятичной.

***Алгоритм перевода правильных дробей из десятичной в двоичную систему счисления***

1. Найти результат умножения исходной дроби на 2, выделить целую часть результата.
2. Заменить на 0 целую часть в полученном результате умножения и повторить п.1. Для бесконечных дробей минимальное количество повторений п.1 определяется формулой (\*\*\*)).
3. Сформировать дробную часть результата, выписав все полученные целые части в прямом порядке.

***Перевод смешанных чисел из двоичной системы счисления в десятичную***

Для перевода смешанных чисел необходимо выделить целую и дробную части числа и отдельно для каждой них воспользоваться соответствующим алгоритмом перевода, приведенным выше.

Для записи результата необходимо сначала записать результат перевода целой части, поставить знак запятой, отделяющей целую и дробную части числа, записать результат перевода дробной части числа.

### ***Перевод чисел из двоичной системы счисления в десятичную***

Обратный перевод может быть осуществлен прямым подсчетом на основании следующего представления, справедливого для любого числа в десятичной системе счисления:

$$A = a_{n-1} * 2^{n-1} + a_{n-2} * 2^{n-2} + \dots + a_1 * 2^1 + a_0 * 2^0 + a_{-1} * 2^{-1} + a_{-2} * 2^{-2} + \dots + a_{-n} * 2^{-n} \dots ,$$

где  $a_i$  – это цифры двоичного числа.

Для правильной подстановки цифр двоичного числа в указанное разложение их необходимо пронумеровать. Нумерация разрядов целой части числа производится справа налево (т.е. от младшего разряда к старшему) начиная с 0, а нумерация разрядов дробной части числа производится отрицательными значениями слева направо (-1, -2, -3 и т.д.).

### ***Сложение чисел в двоичной системе счисления***

Сложение в двоичной системе счисления осуществляется на основании следующей таблицы:

+	<b>0</b>	<b>1</b>
<b>0</b>	0	1
<b>1</b>	1	10

Сложение осуществляется поразрядно. В результате сложения двух разрядов может быть получено:

- 1)  $1+1=10$  – в этом разряде результата записывается «0», а «1» переносится в старший разряд;
- 2)  $1+0=1$  или  $0+1=1$  – записывается в том же разряде результата;
- 3)  $0+0=0$  – записывается в том же разряде результата.

### ***Вычитание чисел в двоичной системе счисления***

Вычитание осуществляется поразрядно. Возможны следующие случаи:

- 1)  $1-1=0$  – записывается в том же разряде результата;
- 2)  $1-0=1$  – записывается в том же разряде результата;
- 3)  $0-1$  – необходимо «занять» один разряд (разряд = 2, что соответствует основанию системы счисления) у более старшего разряда, тогда  $2-1=1$ , но при этом старший разряд уменьшается на единицу.

**Важно:**

1) если старший разряд слева равен 0, то «занять» разряд нужно у следующего по порядку более старшего разряда, отличного от 0 (при этом, в процессе поиска ненулевого разряда, у которого можно «занять», каждый посещенный разряд равный 0 также уменьшается на 1, т.е. при дальнейших вычислениях считается равным  $2-1=1$ )

2) ситуация, когда разряды числа закончились, а найти разряд, у которого можно «занять» не удалось, означает, что уменьшаемое меньше вычитаемого. Следовательно, результатом является отрицательное число, найти модуль которого можно, поменяв местами уменьшаемое и вычитаемое.

***Умножение чисел в двоичной системе счисления***

Умножение в двоичной системе счисления осуществляется на основании следующей таблицы:

*	<b>0</b>	<b>1</b>
<b>0</b>	0	0
<b>1</b>	0	1

Умножение производится столбиком по алгоритму, аналогичному алгоритму умножения в десятичной системе счисления.

## 1.2 Примеры решения задач

1. Перевести число 25 из десятичной системы счисления в двоичную.

$$\begin{array}{r}
 25 \mid \underline{2} \\
 \hline
 12 \mid \underline{2} \\
 \hline
 6 \mid \underline{2} \\
 \hline
 3 \mid \underline{2} \\
 \hline
 1
 \end{array}$$

$\leftarrow$  1  
 0  
 0  
 1

Ответ:  $(25)_{10} = (00011001)_2$

2. Перевести числа 0,125 и 0,3 из десятичной системы счисления в двоичную.

$$\begin{array}{r}
 0, \mid 125 \\
 \hline
 0, \mid 25 \\
 \hline
 0, \mid 5 \\
 \hline
 1, \mid 0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 0, \mid 3 \\
 \hline
 0, \mid 6 \\
 \hline
 1, \mid 2 \\
 \hline
 0, \mid 4 \\
 \hline
 0, \mid 8 \\
 \hline
 1, \mid 6 \\
 \hline
 1, \mid 2
 \end{array}$$

Ответ:  $(0,125)_{10} = (0,001)_2$      $(0,3)_{10} = 0,0(1001)1\dots_2$

3. Перевести число  $111\ 1101\ 0101,101_2$  в десятичную систему счисления.

$$\begin{array}{l}
 10\ 9\ 8\ 7\ 6\ 5\ 4\ 3\ 2\ 1\ 0\ -1\ -2\ -3 \\
 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1,1\ 0\ 1_2 = \\
 = 1 \times 2^0 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^4 + 0 \times 2^5 + 1 \times 2^6 + 1 \times 2^7 + 1 \times 2^8 + 1 \times 2^9 + 1 \times 2^{10} + \\
 + 1 \times 2^{-1} + 0 \times 2^{-2} + 1 \times 2^{-3} = 1 + 2^2 + 2^4 + 2^6 + 2^7 + 2^8 + 2^9 + 2^{10} + 2^{-1} + 2^{-3} = \\
 = 1 + 4 + 16 + 64 + 128 + 256 + 512 + 1024 + 1/2 + 1/8 = 2005,625_{10}
 \end{array}$$

Ответ:  $111\ 1101\ 0101,101_2 = 2005,625_{10}$

4. Выполнить сложение в двоичной системе счисления:

$$101011,11_2 + 101,101_2 = 110001,01_2$$

$$\begin{array}{r}
 11111 \\
 101011,11 \\
 + \quad 101,101 \\
 \hline
 110001,011
 \end{array}$$

Ответ: 110001,01<sub>2</sub>

5. Выполнить вычитание в двоичной системе счисления:

$$10101_2 - 1011_2 = 00001010_2$$

$$\begin{array}{r}
 \overset{1}{1}0\overset{1}{1}01 \\
 - \quad 1011 \\
 \hline
 01010
 \end{array}$$

$\begin{array}{l} | \\ | \\ | \\ | \\ | \\ | \end{array}$ 
 $\begin{array}{l} \boxed{1-1=0} \\ \boxed{2-1=1} \\ \boxed{0-0=0} \\ \boxed{2-1=1} \end{array}$

Ответ: 00001010<sub>2</sub>

6. Выполнить умножение в двоичной системе счисления:

$$11011_2 * 1101_2 = 000000010101111_2$$

$$\begin{array}{r}
 \quad \quad \quad 11011 \\
 \quad \quad \quad \times 1101 \\
 \quad \quad \quad \hline
 \quad 1111011 \\
 \quad 111011 \\
 \quad 11011 \\
 \hline
 101011111
 \end{array}$$

$\begin{array}{l} | \\ | \\ | \end{array}$ 
 $\begin{array}{l} \boxed{1+1+1=3=2+1} \\ \boxed{1+1+1=3=2+1} \\ \boxed{1+1=2=2+0} \end{array}$

Ответ: 000000010101111<sub>2</sub>

### 1.3 Задачи для решения на занятии

1. Перевести из десятичной системы счисления в двоичную систему числа:
  - а)  $|185|$ ;  $+185$ ;  $-185$ ;
  - б)  $|7929|$ ;  $+7929$ ;  $-7929$ .
2. Перевести из десятичной системы счисления в двоичную систему числа:
  - а)  $0,625$ ;
  - б)  $0,13$ .
3. Перевести из десятичной системы счисления в двоичную систему числа:
  - а)  $185,125$ ;
  - б)  $7929,13$ .
4. Перевести из двоичной системы счисления в десятичную систему числа:
  - а)  $10010001,10111$ ;
  - б)  $1101110,0111$ .
5. Выполнить сложение в двоичной системе счисления:
  - а)  $1010101,1001 + 111101,01111$ ;
  - б)  $10010001,10111 + 111111,11111$ .
6. Выполнить вычитание в двоичной системе счисления:
  - а)  $1010101,10010 - 111101,01111$ ;
  - б)  $100100100,011 - 11110111,101$ .
7. Выполнить умножение в двоичной системе счисления:
  - а)  $1001110111,1101 * 10001,001$ ;
  - б)  $10010001,10111 * 111111,11111$ .

## 1.4 Задачи для самостоятельного решения

1. Перевести из десятичной системы счисления в двоичную, используя знаковое представление, следующие числа:

- а) 986,1; г) 3452,187;  
б) 1711,82; д) -2317895.  
в) -889,14;

2. Перевести из двоичной системы счисления в десятичную, используя беззнаковое представление, следующие числа:

- а) 10101,01; в) 1001001,0101;  
б) 110111,011; г) 1010101,10101.

3. Выполнить сложение двоичного представления чисел:

- а)  $986,1 + 1711,82$ ; д)  $(-889,14) + 3452,1875$ ;  
б)  $1711,82 + 3452,1875$  е)  $986,1 + 3452,1875$ ;  
в)  $3452,1875 + (-2317895)$ ; ж)  $(-889,14) + (-2317895)$ .  
г)  $1711,82 + (-889,14)$ ;

4. Выполнить умножение в двоичной системе счисления:

- а)  $10101,01 * 110111,011$ ;  
б)  $110111,011 * 1001001,0101$ ;  
в)  $1001001,0101 * 1010101,10101$ ;  
г)  $1010101,10101 * 1010101,10101$ .

5. Выполнить вычитание в двоичной системе счисления:

- а)  $10101,01 - 110111,011$ ;  
б)  $110111,011 - 1001001,0101$ ;  
в)  $1001001,0101 - 1010101,10101$ ;  
г)  $1010101,10101 - 1001001,0101$ .

Если в результате вычитания должно получиться отрицательное число, то необходимо уменьшаемое, вычитаемое и разность записать в знаковом представлении.

## 1.5 Контрольные вопросы

1. Что называется системой счисления? Какие системы счисления используются в компьютерах для кодирования числовой информации?

2. Что называется основанием системы счисления? Сформулируйте закон разложения по степеням основания системы счисления.

3. Сформулируйте правила перевода целых и дробных чисел из десятичной системы счисления в систему счисления с основанием 2.

4. Сформулируйте правило перевода чисел из системы счисления с основанием 2 в десятичную.

5. Сформулируйте правила выполнения сложения, вычитания и умножения в двоичной системе счисления.



## 2 ШЕСТНАДЦАТЕРИЧНАЯ СИСТЕМА СЧИСЛЕНИЯ

### 2.1 Теоретический материал

Алфавит для системы счисления с основанием 16 дополняется шестью первыми буквами латинского алфавита (принято – заглавными).

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A (10), B (11), C (12), D (13), E (14), F (15).

В данном разделе будут рассмотрены способы представления в шестнадцатеричной системе счисления чисел в формате с **фиксированной точкой**. В таком формате возможно беззнаковое (используется только модуль числа) и знаковое (отрицательные и положительные числа представляются по-разному) представление чисел.

В формате с фиксированной точкой в случае знакового представления один самый левый (старший) бит отводится под код знака числа: 0 – «+»; F – «-».

Все переходы между десятичной и шестнадцатеричной системами счисления осуществляются по алгоритмам, аналогичным тем, что применяются для двоичной системы счисления с заменой 2 (основания двоичной системы счисления) на 16 (основание шестнадцатеричной системы счисления).

#### ***Оценка точности перевода правильных дробей из десятичной системы счисления в шестнадцатеричную***

Вспользуемся формулой (\*\*\*) при условии, что  $p=10$ ;  $q=16$

$$m = n / \lg 16 = n / \lg(2^4) = n / 4 * \lg 2 \approx 0,83 n.$$

Это означает, что при переводе следует сохранять столько же знаков после запятой, сколько их имеется в десятичной дроби. Впрочем, на каждые шесть цифр ( $0,83 * 6 = 4,98 \approx 5$ ) следует сбрасывать одну.

### *Связь между шестнадцатеричной и двоичной системами счисления*

Используя следующее соответствие между 16-ричными цифрами и двоичными тетрадами

16-ричные цифры	Двоичные тетрады	16-ричные цифры	Двоичные тетрады
0	0000	8	1000
1	0001	9	1001
2	0010	A	1010
3	0011	B	1011
4	0100	C	1100
5	0101	D	1101
6	0110	E	1110
7	0111	F	1111

можно осуществлять переход из шестнадцатеричной системы счисления в двоичную и обратно, избегая промежуточного перевода в десятичную систему счисления.

Для перевода шестнадцатеричного числа в двоичную систему счисления необходимо каждую его цифру заменить на соответствующую тетраду.

Для перевода двоичного числа в шестнадцатеричную систему счисления необходимо все его цифры разбить на тетрады. В случае, если количество цифр в целой части числа не кратно 4, слева она дополняется необходимым числом незначащих нулей. В случае, если количество цифр в дробной части числа не кратно 4 справа она дополняется необходимым числом незначащих нулей. Далее каждая тетрада заменяется на соответствующую ей 16-ричную цифру.

## 2.2 Примеры решения задач

1. Перевести из десятичной системы счисления в шестнадцатеричную:

$$\begin{array}{r} 185 \mid \underline{16} \\ \underline{16} \quad \mathbf{11} \text{ (B)} \\ 25 \\ \underline{16} \\ \mathbf{9} \end{array}$$

Ответ:  $185_{10} = B9_{16}$

$$\begin{array}{r} 0,625 \\ \times \quad \underline{16} \\ \hline 10,000 \end{array}$$

Ответ:  $0,625_{10} = 0, A_{16}$

2. Перевести из шестнадцатеричной системы счисления в десятичную:

$$\begin{aligned} & 210^{-1} \\ & 7D5, A_{16} = 5 \times 16^0 + D \times 16^1 + 7 \times 16^2 + A \times 16^{-1} = \\ & = 5 + 13 \times 16 + 7 \times 256 + 10/16 = 2005,625_{10} \end{aligned}$$

Ответ:  $7D5, A_{16} = 2005,625_{10}$

3. Выполнить сложение в шестнадцатеричной системе счисления:

$$F89ADC_{16} + ADCA8E_{16} = 1A6656A_{16}$$

$$\begin{array}{r} F \ 8 \ 9 \ A \ D \ C \\ + \\ \underline{A \ D \ C \ A \ 8 \ E} \\ 1 \ A \ 6 \ 6 \ 5 \ 6 \ A \end{array}$$

Способ 1:

$$C + E = 12 + 14 = 26 = \underline{1A}$$

$$D + 8 + \underline{1} = 13 + 9 = 22 = \underline{16}$$

$$A + A + \underline{1} = 10 + 10 + 1 = 21 = \underline{15}$$

$$9+C+\underline{1} = 10+12 = 22 = \underline{16}$$

$$8+D+\underline{1} = 9+13 = 22 = \underline{16}$$

$$F+A+\underline{1} = 15+10+1 = 26 = \mathbf{1A}$$

Способ 2:

$$C+E = B+F = A+10 = 1A$$

$$D+8+1 = E+8 = F+7 = 10+6 = 16$$

$$A+A+1 = A+B = 9+C = 8+D = 7+E = 6+F = 5+10 = 15$$

$$9+C+1 = 9+D = 8+E = 7+F = 6+10 = 16$$

$$8+D+1 = 8+E = 7+F = 6+10 = 16$$

$$F+A+1 = 10+A = 1A$$

Ответ: 1A6656A<sub>16</sub>

4. Выполнить вычитание в шестнадцатеричной системе счисления:

$$C94_{16} - 3BC_{16} = 848_{16}$$

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{c} \overset{1}{C} \overset{1}{9} 4 \\ - 3 B C \\ \hline 8 4 8 \end{array} \\
 \left. \begin{array}{l} \left. \begin{array}{l} \left. \begin{array}{l} 16+4-12=20-12=8 \\ 16+8-11=24-11=13=D16 \\ 11-3=8 \end{array} \right. \right. \\ \left. \right. \end{array} \right.
 \end{array}
 \right.
 \end{array}$$

Ответ: 848<sub>16</sub>

5. Перевести из двоичной системы счисления в шестнадцатеричную:

$$11111010101, 101_2 = 7D5, A_{16}$$

$$\begin{array}{cccc}
 \overset{\curvearrowright}{\curvearrowright} \overset{\curvearrowright}{\curvearrowright} \overset{\curvearrowright}{\curvearrowright} \overset{\curvearrowright}{\curvearrowright} & & & \\
 11111010101, 101 & & & \\
 \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
 0111 & 1101 & 0101, & 1010 \\
 \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
 7 & D & 5 & A
 \end{array}$$

Ответ: 7D5, A<sub>16</sub>

6. Перевести из шестнадцатеричной системы счисления в двоичную:

$$7D5, A_{16} = 0111\ 1101\ 0101, 1010_2$$

7	D	5,	A
↓	↓	↓	↓
0111	1101	0101	1010

*Ответ:* 0111 1101 0101, 1010<sub>2</sub>

7. Перевести из десятичной системы счисления в двоичную через шестнадцатеричную систему:

$$734,5625_{10} = 2DE,9_{16} = 10\ 1101\ 1110, 1001_2$$

### 2.3 Задачи для решения на занятии

1. Перевести из десятичной системы счисления в шестнадцатеричную:

- а) |185|; +185; -185;
- б) |7929|; +7929; -7929.

2. Перевести из десятичной системы счисления в шестнадцатеричную:

- а) 0,13;
- б) 0,3.

3. Перевести из десятичной системы счисления в шестнадцатеричную систему:

- а) 185,625;
- б) 7929,13.

4. Перевести из шестнадцатеричной системы счисления в десятичную систему числа:

- а) 91,B8;
- б) 245,D1.

5. Выполнить сложение в шестнадцатеричной системе счисления:

- а) A98BCA + 5DEBE9;
- б) 98A503 + 8ADCEF.

6. Выполнить вычитание в шестнадцатеричной системе счисления:

- а) 98A503 – 8ADCEF;
- б) F48B23 – AEDDBA.

7. Перевести из двоичной системы счисления в шестнадцатеричную систему:

- а) 1001110111,1101;
- б) 10010001,10111.

8. Перевести из шестнадцатеричной системы счисления в двоичную систему:

- а) D2804,FA.

## 2.4 Задачи для самостоятельного решения

1. Перевести из десятичной в 16-ричную систему счисления следующие числа:

- а) 986,1;
- б) 1711,82;
- в) –889,14;
- г) 3452,1875;
- д) 5–2317895.

2. Перевести из 16-ричной в десятичную систему счисления следующие числа:

- а) 1FC,A;
- б) 9EF,B;
- в) A0A,4;
- г) –17,8.

**3.** Выполнить сложение в шестнадцатеричной системе счисления:

- а)  $98AACE + FEEB8D$ ;
- б)  $7BCEAF + 99ABDE$ ;
- в)  $AAACCC + FEDCBA$ ;
- г)  $FAEBDC + 9A8BCD$ ;
- д)  $4B3DDF + A0EECA$ ;
- е)  $9DAEDA + FFAA98$ .

**4.** Выполнить вычитание в шестнадцатеричной системе счисления:

- а)  $D8A347 - ADEFB9$ ;
- б)  $4702B8 - 3DEDE9$ ;
- в)  $80975A - 69D98E$ ;
- г)  $7270A5 - 5B98C7$ ;
- д)  $3DE026 - 1E2E89$ ;
- е)  $525007 - EE98AB$ .

**5.** Перевести числа из двоичной в 16-ричную систему счисления:

- а) 10 1101 1110, 1001 11;
- б) 11 1000 1010 1111, 0101 101;
- в) 1 1100 1011, 0101 1;
- г) 111 0010 0111 0000, 1010 0101;
- д) 11 1110 0010, 1110 1000 11;
- е) 101 1000 1010, 1011 1.

**6.** Перевести числа из шестнадцатеричной системы счисления в двоичную:

- а)  $D8A3,47$ ;
- б)  $A3D2E, F1B9$ ;
- в)  $4A702, B1F8$ ;
- г)  $31D1E, D0E$ ;
- д)  $8A0F9, 75A$ ;
- е)  $-6CB9D9, 81$ .

Если в результате вычитания должно получиться отрицательное число, то необходимо уменьшаемое, вычитаемое и разность записать в знаковом представлении.

## **2.5 Контрольные вопросы**

1. Что называется системой счисления? Какие системы счисления используются в компьютерах для кодирования числовой информации?

2. Что называется основанием системы счисления? Сформулируйте закон разложения по степеням основания системы счисления.

3. Сформулируйте правила перевода целых и дробных чисел из десятичной системы счисления в систему счисления с основанием 16.

4. Сформулируйте правило перевода чисел из системы счисления с основанием 16 в десятичную.

5. Сформулируйте правила выполнения сложения, вычитания и умножения в шестнадцатеричной системе счисления.

6. Сформулируйте правила перехода между двоичной и шестнадцатеричной системами счисления.



## 3 ДРУГИЕ СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

### 3.1 Теоретический материал

Алфавит для системы счисления с основанием  $p$  представляет собой последовательность:  $0, 1, 2, \dots, (p-1)$ . В случае, если  $p > 10$  для цифр  $10, 11, \dots, (p-1)$  используются буквенные обозначения (заглавные буквы латинского алфавита).

В данном разделе рассматриваются способы представления в различных системах счисления чисел в формате с **фиксированной точкой**. В таком формате возможно беззнаковое (используется только модуль числа) и знаковое (отрицательные и положительные числа представляются по-разному) представление чисел.

В формате с фиксированной точкой в случае знакового представления один самый левый (старший) бит отводится под код знака числа:

$0$  – «+»;  $(p-1)$  – «-».

Все переходы между системой счисления с основанием  $p$  и десятичной системой счисления осуществляются по алгоритмам, аналогичным тем, что применяются для двоичной системы счисления с заменой 2 (основания двоичной системы счисления) на  $p$  (основание шестнадцатеричной системы счисления).

**Важно:** переходы между произвольной системой счисления с основанием  $p$  и произвольной системой счисления с основанием  $q$  осуществляются через десятичную систему счисления.

#### *Связь между восьмеричной и двоичной системами счисления*

Используя следующее соответствие между 8-ричными цифрами и двоичными триадами

8-ричные цифры	Двоичные триады	8-ричные цифры	Двоичные триады
0	000	4	100
1	001	5	101
2	010	6	110
3	011	7	111

можно осуществлять переход из восьмеричной системы счисления в двоичную и обратно, избегая промежуточного перевода в десятичную систему счисления.

Для перевода числа из восьмеричной системы счисления в двоичную необходимо каждую его цифру заменить на соответствующую триаду.

Для перевода двоичного числа в восьмеричную систему счисления необходимо все его цифры разбить на триады. В случае, если количество цифр в целой части числа не кратно 3, слева она дополняется необходимым числом незначащих нулей. В случае, если количество цифр в дробной части числа не кратно 3 справа она дополняется необходимым числом незначащих нулей. Далее каждая триада заменяется на соответствующую ей 8-ричную цифру.

### 3.2 Примеры решения задач

1. Перевести из десятичной системы счисления в пятиричную:

$$\begin{array}{r|l}
 117 & 5 \\
 \hline
 10 & 23 \\
 \hline
 17 & 20 \\
 \hline
 15 & 3 \\
 \hline
 2 & 
 \end{array}$$

*Ответ:*  $117_{10} = 432_5$

2. Перевести из пятиричной системы счисления в десятичную:

$$\begin{array}{r}
 3210 \\
 1423_5 = 3 \times 5^0 + 2 \times 5^1 + 4 \times 5^2 + 1 \times 5^3 = 125 + 100 + 10 + 3 = 238_{10}
 \end{array}$$

*Ответ:*  $1423_5 = 238_{10}$

3. Выполнить вычитание в восьмиричной системе счисления:

$$43506_8 - 5042_8 = 36444_8$$

$$\begin{array}{r}
 \overset{1}{-} \overset{1}{4} 3 \overset{1}{5} 0 6 \\
 \quad \quad 5 0 4 2 \\
 \hline
 36 4 44 \\
 \begin{array}{l}
 \boxed{\quad} \quad \boxed{\quad} \quad \boxed{\quad} \\
 \quad \quad \boxed{\quad} \quad \boxed{\quad} \\
 \quad \quad \quad \boxed{\quad} \quad \boxed{\quad} \\
 \quad \quad \quad \quad \boxed{\quad} \quad \boxed{\quad} \\
 \quad \quad \quad \quad \quad \boxed{\quad} \quad \boxed{\quad} \\
 \quad \quad \quad \quad \quad \quad \boxed{\quad} \quad \boxed{\quad} \\
 \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \boxed{\quad} \quad \boxed{\quad}
 \end{array} \\
 6-2=4 \\
 8-4=4 \\
 4-0=4 \\
 8+3-5=11-5=6
 \end{array}$$

Ответ: 36444<sub>8</sub>

4. Перевести из двоичной системы счисления в восьмеричную:

$$111110101, 101_2 = 3725,5_8$$

$$\begin{array}{ccccccc}
 \curvearrowright & \curvearrowright & \curvearrowright & \curvearrowright & \curvearrowright & & \\
 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & , & 1 & 0 & 1 \\
 \curvearrowleft & \curvearrowleft & \curvearrowleft & \curvearrowleft & \curvearrowleft & & & & & & & & & & \\
 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & , & 1 & 0 & 1 \\
 \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & & & & & & & & & & & \\
 3 & 7 & 2 & 5 & 5 & & & & & & & & & & & 
 \end{array}$$

Ответ: 3725,5<sub>8</sub>

5. Перевести из восьмеричной системы счисления в двоичную:

$$3725,5_8 = 011111010101, 101_2$$

$$\begin{array}{cccccc}
 3 & 7 & 2 & 5 & , & 5 \\
 \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow \\
 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & , & 1 & 0 & 1
 \end{array}$$

Ответ: 011111010101, 101<sub>2</sub>

### 3.3 Задачи для самостоятельного решения

1. Для чисел  $X, Y, Z$ , заданных в различных системах счисления, определить значение указанного выражения в десятичной системе счисления.

<b>X</b>	<b>Y</b>	<b>Z</b>	<b>выражение</b>
$110_3$	$13_{13}$	$24_7$	$2 * \max(X, Y, Z) - \min(X, Y, Z)$
$10_{12}$	$24_6$	$22_8$	$2 * X + \max(X, Y, Z)$
$44_5$	$44_6$	$26_{13}$	сумма тех из них, которые не кратны трем
$33_7$	$34_8$	$2A_{11}$	сумма тех из них, которые кратны пяти

2. Для чисел  $X, Y, Z$ , заданных в различных системах счисления

<b>X</b>	<b>Y</b>	<b>Z</b>
$2E_{15}$	$3B_{12}$	$34_{13}$
$1112_3$	$140_5$	$222_4$

справедливо соотношение:

- а)  $X < Y < Z$ ;   б)  $Y < Z < X$ ;   в)  $X < Z < Y$ ;  
 г)  $Z < X < Y$ ;   д)  $Y < X < Z$ .

3. Определить значение выражения

<b>Выражение</b>	<b>Варианты ответа</b>
$200104_6 - 30415_6$	1) $124245_6$ ; 2) $125245_6$ ; 3) $125145_6$ ; 4) $123235_6$ ; 5) $123435_6$
$100103_{13} - 52B8_{13}$	1) $C7B18_{13}$ ; 2) $C7B08_{13}$ ; 3) $C71018_{13}$ ; 4) $C7B19_{13}$ ; 5) $C7A18_{13}$

4. Перевести число из одной системы счисления в другую:  
 $45678_9 = X_{13}$ .

X может быть равен:

- а) 1520;
- б) 10B20;
- в) 25020;
- г) 101120;
- д) ни один из ответов 1–4 не верен.

5. Сумма чисел  $536_8 + 647_8$  равна:

- а) 1183<sub>8</sub>;
- б) 1475<sub>8</sub>;
- в) 1405<sub>8</sub>;
- г) 1083<sub>8</sub>.

6. Результат вычисления  $D035_{14} - BCD_{14}$  равен:

- а) C246;
- б) DA46;
- в) 1D46;
- г) 12246;
- д) ни один из ответов 1–4 не верен.

7. В 16-ричной системе счисления заданы два числа  $2XA$  и  $7X7$ , где  $X$  – неизвестная цифра числа. Найти  $X$ , если сумма данных чисел (в 16-ричной системе счисления) равна  $9B1$ .

8. Количество целых чисел, кратных  $Delit$ , в интервале  $Interval$  равно

<b>Delit</b>	<b>Interval</b>	<b>Варианты ответа</b>
$1_4$	$(-B_{16}; 14_{16})$	$8_{10}; 6_{10}; 9_{10}; 5_{10}; 4_{10}$
$110_2$	$(-5_8; 19_{16})$	$7_{10}; 31_{10}; 4_{10}; 6_{10}; 5_{10}$

### 3.4 Логические задачи

1. Определить следующий член последовательности:

N	Последовательность	Варианты ответа
1	2 12 1112 3112 211213 ..	а) 201313 б) 203101 в) 312213 г) 412122 д) 430311
2	2 3 7 25 121 ..	а) 157 б) 189 в) 719 г) 721 д) 911
3	2 4 9 28 125 ..	а) 158 б) 180 в) 211 г) 726 д) 729
4	0 0 3 20 115 ..	а) 158 б) 180 в) 215 г) 714 д) 720
5	1 4 11 36 147 ..	а) 435 б) 738 в) 294 г) 546 д) 256

6	2 2 1 -2 -9 ..	а) -10 б) -12 в) -24 г) -26 д) -2
7	1 2 5 16 65 ..	а) 320 б) 326 в) 252 г) 350 д) 280
8	0 0 3 20 115 ..	а) 158 б) 180 в) 215 г) 714 д) 720
9	2 1 $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{12}$ $\frac{1}{60}$ ..	а) $\frac{1}{180}$ б) $\frac{1}{360}$ в) $\frac{1}{310}$ г) $\frac{1}{240}$ д) $\frac{1}{120}$
10	$x=-1$ -1 1 -7 31 ..	а) 120 б) -145 в) -120 г) -75
11	1 11 101 111 1001 ..	а) 1010 б) 1011 в) 1101 г) 1100 д) 1111

12	0 1 100 1001 10000 ..	а) 100001 б) 10011 в) 11001 г) 11010 д) 10001
13	1 2 3 5 8 ..	а) 12 б) 13 в) 14 г) 15 д) 16
14	1 3 5 11 21 ..	а) 37 б) 40 в) 41 г) 43 д) 55
15	1 2 2 6 2 ..	а) 2 б) 6 в) 12 г) 22 д) 26
16	3 3 6 3 15 ..	а) 3 б) 6 в) -6 г) 15 д) 18
17	1 2 7 20 61 ..	а) 121 б) 152 в) 182 г) 206 д) 262



18	-1 -2 6 24 -120 ..	а) -720 б) -640 в) 640 г) 720 д) -580
19	1 0 -1 -4 -17 ..	а) 23 б) -86 в) -28 г) -36 д) 36
20	21 1112 3112 211213 312213 ..	
21	12 1112 3112 211213 312213 ..	
22	32 1213 211213 212223 ..	
23	14 1114 3114 211314 31121314 ..	

**Примечание.** Для определения следующего члена последовательности можно сначала вывести общую формулу члена последовательности, например, в виде  $x_k = ax_{k-2} + bx_{k-1}$ .

**2.** Пусть  $a_0, a_1, a_2, \dots$  – члены ряда 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21 ... Из равенств:

- 1)  $a_{N+1} = a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_{N-1} + 1$ ;
- 2)  $a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_{N-1} - (a_1 + a_3 + a_5 + \dots + a_{2N-1}) = a_{2N} - 1$ ;
- 3)  $a_{N+P-1} = a_{N-1} * a_{P-1} + a_N * a_P$ ;
- 4)  $a_{2K+1} = a_K^2 + a_{K+1}^2$ ;
- 5)  $a_{2N+1}^2 = a_{2N} * a_{2+2N} + 1$ ;

истинным не является 1; 2; 3; 4; 5.

**3.** Пропущенный член в последовательности с учетом правила ее формирования равен:

<b>N</b>	<b>Последовательность</b>	<b>Пропущенный член</b>
1	1, 2, 6, ..., 120, 720	18; 10; 30; 24; 60
2	2, 2, 4, ..., 10, 16	8; 5; 7; 9; 6
3	2, 4, 7, ..., 16, 22	12; 9; 11; 13; 10
4	3, 4, 8, ... , 22, 36	16; 13; 12; 14; 15
5	1, 3, 7, ... , 31, 63	15; 12; 14; 16; 18
6	6, 6, 12, 36, ..., 720	180; 240; 48; 144; 60
7	0, 3, 8, ..., 24, 35	12; 9; 15; 14; 13

### 3.5 Контрольные вопросы

1. Что называется системой счисления? Какие системы счисления используются в компьютерах для кодирования числовой информации?

2. Что называется основанием системы счисления? Сформулируйте закон разложения по степеням основания системы счисления.

3. Найдите максимальное значение  $n$ -разрядного целого числа в системе счисления с основанием  $p$ .

4. Сформулируйте правила перевода целых и дробных чисел из десятичной системы счисления в систему счисления с основанием  $p$ .

5. Сформулируйте правило перевода чисел из системы счисления с основанием  $p$  в десятичную.

6. Сформулируйте правила выполнения сложения, вычитания и умножения в системе счисления с основанием  $p$ .

7. Докажите, что наиболее эффективной системой счисления для представления данных в вычислительных системах является троичная. Почему тогда в компьютерах используется двоичная система счисления?

## 4 ФОРМАТЫ ДАННЫХ

### 4.1 Представления целых чисел со знаком

Для хранения целых двоичных чисел в памяти компьютера используются поля длиной 1, 2 и 4 байта. В зависимости от длины поля выделяют:

- однобайтовый формат;
- восемь последовательно расположенных битов, пронумерованных от 0 до 7, при этом бит 0 является младшим значащим битом;
- двухбайтовый формат;
- последовательность из двух байт, имеющих последовательные адреса. Биты в слове нумеруются от 0 до 15. Байт, содержащий нулевой бит, называется *младшим байтом*, а байт, содержащий 15-й бит, называется *старшим байтом*;
- четырехбайтовый формат;
- последовательность из четырех байт, расположенных по последовательным адресам. Нумерация бит производится от 0 до 31, при этом слово, содержащее нулевой бит, называется *младшим словом*, а слово, содержащее 31-й бит, – *старшим словом*.

В зависимости от интерпретации последнего бита, двоичное значение может рассматриваться как целое со знаком и целое без знака. Если речь идет о целом со знаком, то значение «0», записанное в 8-ом (если это байт), 15-ом (слово), 31-ом (двойное слово) бите, трактуется как признак положительного числа, а значение «1» – как признак (знак «-») числа отрицательного.

Таким образом, если рассматривается байт, то число без знака может принимать значения от 0 до 255, а число со знаком – от –128 до 127 (старший бит – знаковый).

В компьютерной технике применяются три формы записи (кодирования) целых чисел со знаком:

- прямой код;
- обратный код;
- дополнительный код.

### ***Положительные числа***

В прямом, обратном и дополнительном кодах записываются одинаково: в знаковый разряд помещается «0» – код знака «+», а в остальные разряды – двоичный код модуля числа.

$$1_{10}=0|0000001_2 \qquad 127_{10}=0|1111111_2$$

знак «+»    знак «+»

### ***Отрицательные числа***

1) прямой код

в знаковый разряд помещается «1» – код знака «-», а в остальные разряды – двоичный код модуля числа.

$$-1_{10}=1|0000001_2 \qquad -127_{10}=1|1111111_2$$

знак «-»    знак «-»

2) обратный код

получается инвертированием всех цифр двоичного кода *модуля* числа: 0 заменяется на 1, а 1 на 0.

<b>Число</b>	<b>-1<sub>10</sub></b>	<b>-127<sub>10</sub></b>
модуль числа	00000001 <sub>2</sub>	01111111 <sub>2</sub>
обратный код числа	11111110 <sub>2</sub>	10000000 <sub>2</sub>

3) дополнительный код

получается из обратного путем прибавления единицы к его младшему разряду

<b>Число</b>	<b>-1<sub>10</sub></b>	<b>-127<sub>10</sub></b>
модуль	00000001 <sub>2</sub>	01111111 <sub>2</sub>
обратный код	11111110 <sub>2</sub>	10000000 <sub>2</sub>
дополнительный код	11111111 <sub>2</sub>	10000001 <sub>2</sub>

Рассмотрим подробнее что такое дополнительный код и зачем он нужен.

Если разрядная сетка (так обобщенно будем называть и байт, и слово, и другие аппаратно поддерживаемые типы данных) состоит из  $k$  разрядов, то она может содержать любое беззнаковое целое число в диапазоне от 0 до  $N = 2^k - 1$ . Сместим точку отсчета с нуля на число  $[N/2]$  ( $= N/2 - 1$ , в силу нечетности  $N$ ). Теперь можно «договориться» о том, что числа из первой половины считаются положительными, а числа из второй половины – отрицательными. Но что это будут за отрицательные числа? Мы сместили точку отсчета, следовательно, должно измениться представление чисел – оно тоже должно «сдвинуться» или «дополниться».

Назовем *дополнением*  $k$ -разрядного целого числа  $Z$  в системе счисления с основанием  $p$  величину

$$D(Z_p, k) = p^k - Z.$$

Однако, число  $p^k$  в  $k$ -разрядной сетке записано быть не может (например, для десятичной системы счисления имеем  $10^2 = 100_{10}$ , т.е. необходимо 3 разряда, а не 2), поэтому перепишем это выражение следующим образом:

$$D(Z_p, k) = ((p^k - 1) - Z) + 1.$$

Число  $(p^k - 1)$  состоит из  $k$  наибольших в системе счисления цифр (например, для  $p=10$ ,  $k=2$ ,  $10^2 - 1 = 99$ ) т.е. из  $k$  цифр вида  $\langle p-1 \rangle$  (угловыми скобками подчеркивается, что речь идет именно о цифре).

### *Алгоритм вычисления дополнения числа*

1. Определить для каждой цифры числа  $Z$  ее *дополнение* до  $\langle p-1 \rangle$  (максимальной цифры в рассматриваемой системе счисления), т.е. определить сколько единиц не хватает каждой цифре, чтобы стать равной  $\langle p-1 \rangle$ .
2. К полученному результату прибавить единицу.

**Пример.** Найти дополнение числа 123 в десятичной системе счисления для трехразрядной сетки:

$$D(123_{10}, 3) = (\langle 9-1 \rangle \langle 9-2 \rangle \langle 9-3 \rangle) + 1 = 876 + 1 = 877.$$

**Пример.** Найти дополнение числа 123 в десятичной системе счисления для четырехразрядной сетки:

в этом случае необходимо дополнить число 123 ведущим нулем (чтобы его запись стала четырехразрядной)

$$D(0123_{10}, 4) = (\langle 9-0 \rangle \langle 9-1 \rangle \langle 9-2 \rangle \langle 9-3 \rangle) + 1 = 9877 + 1 = 9878.$$

**Важно:** при сложении дополнения числа с самим числом получается число  $p^k$ , которое в  $k$ -разрядной сетке равно нулю (единственная единица не помещается в разрядную сетку, и потому из рассмотрения исключается).

Это и дает возможность заменять отрицательные числа дополнением их абсолютных величин (действительно, если мы знаем, что  $a + b = 0$ , то заключаем из этого, что  $b = -a$ ).

В двоичной системе счисления получить дополнение некоторого числа очень просто: старшая цифра – единица, дополнение ее до себя самой равно нулю, а дополнение нуля до единицы равно единице. Таким образом, вычисление  $(p^k - 1) - Z$  сводится к инверсии: замене нулей единицами, а единиц – нулями.

***Алгоритм получения дополнительного кода в двоичной системе счисления для отрицательных (целых) чисел***

1. Получить двоичное представление модуля рассматриваемого отрицательного числа.
2. Полученное двоичное представление модуля числа необходимо дополнить ведущими нулями до нужной размерности (1, 2, 4 байта).
3. Получить обратный код путем инвертирования всех разрядов (нули заменяются единицами, а единицы – нулями).
4. Прибавить к полученному обратному коду единицу.

***Алгоритм получения модуля числа в двоичной системе счисления по его дополнительному коду для отрицательных (целых) чисел***

1. Вычесть из дополнительного кода 1.
2. Инвертировать полученный на предыдущем шаге результат (все нули заменить единицами, а все единицы – нулями).

**Важно:**

1. Использование дополнительного кода позволяет заменить операцию вычитания чисел операцией сложения. Если полученный результат оказывается длиннее разрядной сетки, в которой производится сложение, то его старшие разряды просто отбрасываются.

2. По знаку старшего бита в случае использования дополнительного кода можно делать вывод, является ли число положительным или отрицательным. Действительно, все числа, меньшие

или равные  $[(2^k-1)/2] = 2^{k-1}$  (смещению нуля), которые договорились считать положительными, имеют в старшем бите  $k$  разрядной сетки ноль, а числа из второй половины в старшем бите как раз содержат единицу.

## 4.2 Представления нецелых чисел со знаком

Для кодирования нецелых (*вещественных*) чисел используется формат с плавающей точкой (стандарт IEEE754).

Для хранения вещественных двоичных чисел в памяти компьютера используются поля длиной 4, 8 и 10 байт. В зависимости от длины поля часть бит отводится для хранения кода знака числа, следующая часть бит – для хранения кода машинного порядка и последняя часть бит – для хранения кода мантииссы.

### *Порядок получения кода числа в формате с плавающей точкой*

1. Перевести модуль числа из десятичной системы счисления в двоичную.
2. Нормализовать число.
3. Сформировать знаковый бит  $S$   
( $0 \rightarrow$  код знака плюс ;  $1 \rightarrow$  код знака минус).
4. Выделить истинный порядок ( $P_n$ ).
5. Получить код машинного порядка  
( $P_m = P_n + 127_{10}$  или  $7F_{16}$  или  $111\ 1111_2$ ).
6. Получить код мантииссы  $M$ , отбрасывая бит целой части.
7. Записать коды  $S$ ,  $P_m$ ,  $M$  в отведенные для них позиции.



***Порядок получения числа по его коду  
в формате с плавающей точкой***

1. Получить запись числа в двоичной системе счисления.
2. Выделить код знака  $S$  и определить знак числа.
3. Выделить код машинного порядка  $P_M$ .
4. Получить истинный порядок  $P_{и}$   
( $P_{и}=P_M - 127_{10}$  или  $7F_{16}$  или  $111\ 1111_2$ ).
5. Выделить код мантииссы  $M$  и получить мантииссу, дописывая бит целой части.
6. Получить число в нормализованной форме.
7. При необходимости денормализовать число, перевести его в десятичную систему счисления и дописать нужный знак.

***Поля длиной 4 байта — короткие вещественные числа  
(одинарная точность)***

Код знака числа  $S$  — 1 бит (31-й бит).

Код машинного порядка  $P_M$  — 8 бит (23-30 биты).

Код мантииссы  $M$  — 23 бита (0-22 биты).

***Поля длиной 8 байт — длинные вещественные (двойная  
точность)***

Код знака числа  $S$  — 1 бит (63-й бит).

Код машинного порядка  $P_M$  — 11 бит (52-62 биты).

Код мантииссы  $M$  — 52 бита (0-51 биты).

Правила прямого и обратного переходов аналогичны тем, что используются для четырехбайтовых полей, но машинный порядок отличается от истинного на  $1023_{10}$ .

***Поля длиной 10 байт — расширенные вещественные***

Код знака числа  $S$  — 1 бит (79-й бит).

Код машинного порядка  $P_M$  — 15 бит (64-78 биты).

Код мантииссы  $M$  — 64 бита (0-63 биты).

Правила прямого и обратного переходов аналогичны тем, что используются для четырехбайтовых полей, но машинный порядок отличается от истинного на 16  $383_{10}$  и у кода мантиссы бит целой части не отбрасывается

### 4.3 Примеры решения задач

1. Вычислить с использованием дополнительных кодов в восьмиразрядной сетке (однобайтовом формате)

$$127_{10} - 124_{10} = 127_{10} + (-124)_{10}$$

Число	-124 <sub>10</sub>	+127 <sub>10</sub>
модуль	01111100 <sub>2</sub>	01111111 <sub>2</sub>
обратный код	10000011 <sub>2</sub>	01111111 <sub>2</sub>
дополнительный код	10000100 <sub>2</sub>	01111111 <sub>2</sub>

Сложим, получившиеся дополнительные коды:

$$\begin{array}{r}
 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0 \\
 + \\
 \underline{0\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1} \\
 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 1
 \end{array}$$

Единица в старшем (первом) разряде отбрасывается, т.к. не помещается в разрядную сетку (позиций 8, а это 9 знак)

Получившееся в результате число  $00000011_2$  является дополнительным кодом (в результате сложения дополнительных кодов может получиться только дополнительный код) положительного числа, т.к. в старшем (первом слева) разряде находится «0». А т.к. модуль, обратный код и дополнительный код положительного числа совпадают, то полученное число является и модулем результата.

$$\begin{aligned}
 \text{Т.о. } 127_{10} - 124_{10} &= 127_{10} + (-124)_{10} = 10000100_2 + 01111111_2 = \\
 &= 00000011_2 = 3_{10}
 \end{aligned}$$

2. Вычислить с использованием дополнительных кодов в восьмиразрядной сетке (однобайтовом формате)

$$-127_{10} + 124_{10}$$

Число	+124 <sub>10</sub>	+127 <sub>10</sub>
модуль	01111100 <sub>2</sub>	01111111 <sub>2</sub>
обратный код	01111100 <sub>2</sub>	10000000 <sub>2</sub>
дополнительный код	01111100 <sub>2</sub>	10000001 <sub>2</sub>

Сложим, получившиеся дополнительные коды:

$$\begin{array}{r}
 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1 \\
 + \\
 \hline
 0\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 0\ 0 \\
 \hline
 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 0\ 1
 \end{array}$$

Получившееся в результате число 11111101<sub>2</sub> является дополнительным кодом (в результате сложения дополнительных кодов может получиться только дополнительный код) отрицательного числа, т.к. в старшем (первом слева) разряде находится «1».

Для проверки правильности полученного результата найдем модуль полученного числа:

а) вычтем «1» из дополнительного кода результата

$$\begin{array}{r}
 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 0\ 1 \\
 - \\
 \hline
 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1 \\
 \hline
 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 0\ 0
 \end{array}$$

б) инвертируем полученный результат: 00000011<sub>2</sub>

$$\text{Т.о. } -127_{10} + 124_{10} = 01111100_2 + 10000001_2 = 11111101_2 = -3_{10}$$

3. Записать число 101,10<sub>2</sub> в формате с плавающей точкой, используя четырехбайтовое поле.

- Число уже представлено в двоичном виде.
  - Нормализуем его, сдвинув запятую на 2 разряда влево:  $1,0110 \times 10^2$ .
  - Число положительное, значит знаковый бит  $S=0$ .
  - При нормализации запятая сдвигалась на 2 разряда влево, значит истинный порядок  $P_n=2$ .
  - $P_m = P_n + 1111111_2 = 10_2 + 1111111_2 = 10000001_2$ .
  - Под мантиссу в четырехбайтовом формате отводится 23 бита, поэтому  $M=011000000000000000000_2$ .
- Таки образом число  $101,10_2$  в формате с плавающей точкой будет иметь вид:  $01000000101100000000000000000000$ .

#### 4.4 Задачи для самостоятельного решения

1. Найти дополнительный код следующих чисел:
  - а) 912FEB в четырехбайтовом формате;
  - б) BAE320 в четырехбайтовом формате;
  - в) 1111001101 в двухбайтовом формате;
  - г) 1000011 в однобайтовом формате;
  - д)  $-189$  в двухбайтовом формате;
  - е)  $-15867$  в двухбайтовом формате.
  
2. Вычислить с использованием дополнительного кода:
  - а)  $378-311$ ;
  - б)  $-646+12$ ;
  - в)  $32FF2E- AF45BC$ ;
  - г)  $-980DD2+49A23F$ .
  
3. Представить в формате с плавающей точкой, а затем из формата с плавающей точкой получить число и сравнить полученные результаты:
  - а)  $0,532$  в четырехбайтовом формате;
  - б)  $6,1$  в восьмибайтовом формате;
  - в)  $-45,113$  в четырехбайтовом формате;
  - г)  $-0,789$  в восьмибайтовом формате.

4. Записать в двоичной системе счисления:

- а) математика;
- б) mathematics.

## 4.5 Контрольные вопросы

1. Какие форматы используются для представления числовых данных в компьютерах?

2. Чем с точки зрения информатики целые числа отличаются от вещественных?

3. Какие поля могут быть использованы для хранения целых чисел?

4. Опишите беззнаковое представление формата с фиксированной точкой.

5. Как связан диапазон представления беззнаковых целых чисел с длиной поля?

6. Сформулируйте порядок получения беззнакового кода заданного числа.

7. Сформулируйте порядок определения числа по заданному беззнаковому коду.

8. Что называется разрядной сеткой?

9. Охарактеризуйте существующие системы знакового кодирования целых чисел.

10. Почему не применяется система кодирования со знаком?

11. Опишите принцип и способы получения дополнительного кода знаковых целых чисел.

12. Как связан диапазон представления знаковых целых чисел с длиной поля?

13. Сформулируйте порядок получения знакового кода для заданного целого числа.

14. Опишите способ определения значения числа по его знаковому коду.

15. Как можно для заданного кода осуществить переход от поля одной длины к полю другой длины?

16. Опишите систему кодирования знакового кодирования со смещением. Где она применяется?

17. Опишите двоично-десятичный формат. Для чего он применяется? Охарактеризуйте существующие разновидности этого формата.

18. Сравните основную и экспоненциальную формы записи вещественных чисел.

19. Что представляют собой нормализованные числа?

20. Опишите особенности выполнения арифметических операций над нормализованными числами.

21. Сформулируйте общие принципы кодирования чисел в формате с плавающей точкой.

22. Как влияет выбор разрядной сетки на диапазон и точность представления вещественных чисел?

23. Что называется переполнением и антипереполнением? Когда они возникают?

24. Что определяет стандарт IEEE 754?

25. Охарактеризуйте особенности стандарта IEEE 754 при записи вещественных чисел в полях длиной 4 байта.

26. Получите для четырехбайтового поля значения максимального и минимального чисел. Какую точность имеют числа в этом поле?

27. Охарактеризуйте особенности стандарта IEEE 754 при записи вещественных чисел в полях длиной 8 байтов.

28. Получите для восьмибайтового поля значения максимального и минимального чисел. Какую точность имеют числа в этом поле?

29. Охарактеризуйте особенности стандарта IEEE 754 при записи вещественных чисел в полях длиной 10 байтов.

30. Получите для десятибайтового поля значения максимального и минимального чисел. Какую точность имеют числа в этом поле?

31. Опишите порядок получения кода заданного числа в формате с плавающей точкой.

32. Опишите порядок получения числа по его коду в формате с плавающей точкой.

33. Как получаются специальные значения стандарта IEEE 754?

34. Охарактеризуйте назначение специальных значений стандарта IEEE 754?

35. Как происходит мягкое исчезновение порядка?

36. В каких ситуациях полезны денормализованные специальные значения? Что дает их использование?

37. В каких ситуациях полезны специальные значения бесконечность? Что дает их использование?

38. В каких ситуациях полезны специальные значения нечисло? Что дает их использование?

39. Чем отличается компьютерная арифметика от обычной? Приведите примеры различий.

## 5 ИНФОРМАЦИЯ И ЕЕ КОЛИЧЕСТВО

### 5.1 Теоретический материал

**Информация** (от лат. informatio разъяснение, изложение, осведомленность) — первоначальное значение: сведения, передаваемые между людьми устным, письменным или иным способом. С середины XX века — понятие, включающее обмен сведениями между любыми двум объектами или субъектами, обмен сигналами в животном и растительном мире и т.д.

**Количество информации** — это числовая характеристика, отображающая ту степень неопределенности, которая исчезает после получения сообщения. Эту меру неопределённости в теории информации называют *энтропией*. Количество информации численно равно количеству вопросов с равновероятными бинарными вариантами ответов, которые необходимо задать, чтобы полностью снять исходную неопределенность задачи.

Количество информации, которое можно получить при ответе на вопрос типа «да-нет», называется **битом** (англ. bit — сокращённое от binary digit — двоичная единица). Это минимальная единица количества информации. При получении информации в 1 бит неопределенность уменьшается в два раза. Таким образом, ответ на бинарный вопрос содержит 1 бит информации для равновероятных исходов и менее одного бита в случае неравновероятных исходов.

Связь между количеством информации и  $N$  — числом равновероятных ответов (или исходов) определяется формулой Хартли:

$$I = \log_2 N .$$

Связь между количеством информации и  $n$  — числом неравновероятных ответов (или исходов) определяется формулой Формула Шеннона:



$$I = -\sum_{i=1}^n p(A_i) \times \log_2 p(A_i),$$

где  $A_i$  – вероятность наступления  $i$ -го исхода (или появления  $i$ -го ответа)

Существуют производные единицы информации:

1 байт = 8 бит;

1 килобайт (Кб) =  $2^{10}$  байт = 1024 байт;

1 мегабайт (Мб) =  $2^{10}$  Кб = 1024 Кб =  $2^{20}$  байт;

1 гигабайт (Гб) =  $2^{10}$  Мб = 1024 Мб =  $2^{30}$  байт;

1 терабайт (Тб) =  $2^{10}$  Гб = 1024 Гб =  $2^{40}$  байт;

1 петабайт (Пб) =  $2^{10}$  Тб = 1024 Тб =  $2^{50}$  байт;

1 эксабайт (Эб) =  $2^{10}$  Пб = 1024 Пб =  $2^{60}$  байт;

1 зеттабайт (Зб) =  $2^{10}$  Эб = 1024 Эб =  $2^{70}$  байт;

1 йоттабайт (Йб) =  $2^{10}$  Зб = 1024 Зб =  $2^{80}$  байт.

## 5.2 Задачи для самостоятельного решения

1. Наибольшее натуральное число, кодируемое 8 битами:  
127; 255; 256; 512; 99999999.

2. Число байт, необходимое для записи числа  $2^{82}$ :  
5; 10; 11; 82; 256.

3. Число байт, необходимое для записи числа  $2^{44}$ :  
5; 6; 11; 44; 88.

4. Число байт, необходимое для записи числа  $8^{14}$ :  
6; 10; 42; 112; 192.

5. Для хранения области экрана монитора размером 256x128 точек выделено 32 Кбайт оперативной памяти. Для раскраски точек максимально допустимо использовать цветов: 16; 4; 512; 256; 218.

**6.** Если для хранения области экрана монитора размером 512x256 точек выделено 64 Кбайта оперативной памяти, то максимальное количество цветов, которое допустимо использовать для раскраски точек, равно: 8; 4; 256; 16; 2.

**7.** Емкость одного условного печатного листа равна приблизительно 32Кбайт (1 символ занимает 8 бит), скорость печати – 64 символа в секунду. Без учета смены бумаги для распечатки текста одной газеты (2 усл. п.л.) на матричном принтере потребуется минут (ответ округлить до целого числа): 256; 9; 17; 12; 1024.

**8.** Если емкость одного условного печатного листа равна приблизительно 96 Кбайтам, а 1 символ занимает 8 бит, то для распечатки текста одной газеты (4 усл. п.л.) на лазерном принтере (скорость печати – 512 символов в секунду) без учета смены бумаги потребуется минут: 13; 15; 17; 19; 21 (ответ округлен до целого числа)

**9.** Если досье на преступников занимают 45 мегабайт и каждое из них имеет объем 12 страниц ( 48 строк по 64 символа в каждой, 1 символ занимает 8 бит), то число досье равно: 1280; 3840; 1250; 1560; 1024.

**10.** В пяти килобайтах: 5000 байт; 5120 байт; 500 байт; 5000 бит; 5120 бит.

**11.** Количество чисел, которое можно закодировать нулями и единицами в 10 позициях, равно: 1000; 1024; 10; 256; 512.

**12.** Даны системы счисления: с основанием 2, 8, 10, 16. Запись вида 100

- а) отсутствует в двоичной;
- б) существует во всех перечисленных;
- в) отсутствует в десятичной;

- г) отсутствует в восьмеричной;
- д) отсутствует в 16-ной.

**13.** Если вариант теста в среднем имеет объем 20 килобайт (на каждой странице теста 40 строк по 64 символа в каждой, 1 символ занимает 8 бит), то количество страниц в тесте равно 10; 16; 8; 4; 12.

**14.** Сведения о сотруднике хранятся в виде строки из 2048 символов. Сведения обо всех 8192 сотрудниках можно разместить на минимальном числе дискет емкостью 1.2М, равном: 14; 12; 10; 8;

**15.** Если информационная емкость человеческой яйцеклетки приблизительно равна  $2^{33}$  бит, то минимальное количество винчестеров (по 20 Мб), на котором можно уместить генетическую информацию одного человека, равно: 2; 20; 33; 52; 51.

**16.** Максимальное количество страниц книги (32 строки по 64 символа, 1 символ занимает 8 бит), которое поместится в файле объемом 640 Кбайт: 320; 640; 160; 540; 1280.

**17.** Наибольшее натуральное число, кодируемое 16 битами: 255; 255; 32768; 65535; 99999999.

**18.** Если область экрана имеет размеры 512x128 точек и каждая точка может иметь один из 256 оттенков, то минимальный объем памяти (Кбайт), необходимый для хранения этой области, равен 32; 64; 74; 128; 256.

**19.** Число байт, необходимое для записи выражения  $8^4 * 4^8$ : 3; 4; 8; 12; 16.

**20.** Средняя скорость чтения учащихся 9-11 классов составляет 160 слов в минуту (одно слово в среднем – 6 символов). За четыре часа непрерывного чтения ученик успеет переработать (Кбайт): 9; 25; 225; 256; 4096.

**21.** Для записи выражения VELE, VIDE, VICI необходимо (бит): 14; 16; 72; 88; 128.

**22.** Сколько целых чисел со знаком можно записать в 1 байт: 1024; 256; 255; 127; 128.

**23.** Наибольшее целое число при представлении чисел со знаком, кодируемое 1 байтом: 128; 256; 127; 255; 510

**24.** Количество различных символов, закодированных байтами в сообщении

1110010100111100011111011110010101111101

равно: 3; 4; 5; 1; 2.

**25.** Количество различных символов, закодированных полубайтами в сообщении 10111000101110001001, равно: 2; 4; 5; 1; 3.

**26.** Количество пар одинаковых символов, закодированных полубайтами в сообщении 101110011011100010011100, равно: 4; 2; 5; 3; 6.

**27.** Количество неповторяющихся символов, закодированных полубайтами в сообщении 111010001011100010011110, равно: 4; 2; 5; 6; 3.

**28.** Количество бит информации в сообщении «выбранный из урны шар является черным» равно (в урне 8 черных и 56 белых шаров): 2; 4; 3; 5; 1.

**29.** Количество бит информации в сообщении «пойманная в пруду рыба – карп» (всего в пруду 256 карасей, 44 щуки, 100 карпов) равно: 2; 4; 3; 5; 1.

**30.** Количество бит информации в сообщении «Миша на олимпиаде по информатике занял одно из 16 мест» равно: 3; 5; 4; 2; 424.

**31.** Наибольшее целое решение  $X$  неравенства  $4^{x+4} \text{ бит} > 8^{x-3} \text{ Кбайт}$  равно: 2; 4; 3; 5; 9.

**32.** Объем текстовой информации в сообщении на 40 страницах (на странице 40 строк и 80 символов в строке) равен: 1 Мбайт; 120 Кбайт; 12 Кбайт; 125 Кбайт; 0,1 Мбайт.

**33.** Максимальное количество книг (каждая объемом 200 страниц, на каждой странице 60 строк, 80 символов в строке), полностью размещенных на лазерном диске емкостью 600 Мбайт, равно 655; 6005; 63; 10; 6522.

**34.** Сообщение «школьники изучали Basic» несет 4 бита информации. Вероятность изучения Pascal в 8 раз меньше. Количество бит информации в сообщении «школьники изучали Pascal» равно 2; 3; 6; 8; 7.

### 5.3 Логические задачи

**1.** В уравнениях разные цифры заменены разными буквами. Чему равно значение выражения?

N	Уравнение	Выражение	Варианты ответа
1	$AA+B = BCC$	$2A+3B+C$	18; 19; 20; 21; 22
2	$PP+QQ = QQL$	$5P+4Q+L$	48; 49; 50; 51; 52
3	$CDD-B=AB$	$5C+4D+B+2A$	27; 28; 29; 30; 31
4	$AB+BA=AAC$	$5C+B+2A$	11; 12; 13; 14; 15
5	$UVW-T=TT$	$5U+2V+2T$	27; 26; 25; 24; 23

6	$BCC-A=AB$	$4A+3B+2C$	38; 39; 40; 41; 42
7	$UU+U = ABC$	$4U+3B+2A+C$	39; 40; 45; 46; 47
8	$AAC-BA=AB$	$3B+2A+C$	35; 34; 33; 31; 29
9	$UVV-WW=U$	$4U+4V+2W$	18; 19; 20; 21; 22
10	$UVW-SS=S$	$2U+3V+W+2S$	
11	$UV+V=PQQ$	$U+V+2P+3Q$	
12	$RRP-RR=QQ$	$2R+3P+4Q$	

## 5.4 Контрольные вопросы

1. Дайте бытовое, философское и используемое в информатике объяснение понятия «информация». Чем они отличаются друг от друга?

2. Чем вызвано существование большого количества трактовок понятия «информация»?

3. Чем понятие «информация» принципиально отличается от понятий «вещество» и «энергия»?

4. Что представляют собой источник информации, получатель информации, носитель информации, канал связи?

5. Охарактеризуйте основные аспекты понятия «информация».

6. Зачем понадобилось введение неопределяемого понятия «сообщение»?

7. Сравните между собой понятия «информация» и «сообщение».

8. Как связаны между собой сообщение и информация?

9. В чем проявляется практически важная сторона связи между сообщением и информацией?

10. Что требуется для того, чтобы извлечь информацию из сообщения?

11. Перечислите и охарактеризуйте основные свойства информации.

12. Перечислите и охарактеризуйте основные действия над сообщениями.

13. Чем отличается правило интерпретации сообщений от правила обработки сообщений?

14. Чем отличается диаграмма связей от коммутационной диаграммы?

15. Охарактеризуйте стандартно используемые носители сообщений. Чем различаются долговременные носители сообщений?

16. Что определяет количество информации, содержащееся в некотором сообщении?

17. Опишите связь, существующую между информацией, неопределенностью и возможностью или необходимостью выбора.

18. Что называется информационной энтропией?

19. Дайте определения понятий «опыт» и «событие».

20. Чем случайные события отличаются от детерминированных? Чем вызвано такое различие? Приведите примеры случайных и детерминированных событий.

21. Дайте определение понятий «элементарный исход» и «пространство элементарных исходов». Какие требования предъявляются к элементарным исходам? Приведите примеры пространств элементарных исходов.

22. Чем события отличаются от элементарных исходов? Какие исходы считаются благоприятствующими, а какие – неблагоприятствующими для события?

23. Дайте определения понятий «невозможное событие» и «достоверное событие». Приведите примеры.

24. Чем совместные события отличаются от несовместных, зависимые от независимых? Приведите примеры и сравните между собой соответствующие пары событий.

25. Что представляют собой сумма и произведение событий. Приведите примеры.

26. Что называется вероятностью событий? Какими свойствами обладает вероятность?
27. Как вычисляется вероятность одиночного события? Выделите два случая вычислений.
28. Какие события считаются равновероятными?
29. Что называется частотой события? Как связаны между собой частота и вероятность?
30. Что называется случайным числом? Приведите примеры случайных чисел.
31. Что такое математическое ожидание случайного числа? Как связаны между собой математическое ожидание и среднее арифметическое чисел?
32. Что понимается под энтропией опыта? Какими свойствами обладает энтропия?
33. Сравните между собой вероятность и энтропию. Что в этих понятиях общего и чем они различаются?
34. Какие формулы используются для расчета энтропии опыта?
35. Как связаны энтропия равновероятного и неравновероятного опытов?
36. Как связаны между собой энтропия и количество информации? Почему количество информации измеряется через энтропию?
37. Что такое бит? Приведите примеры вычислений количества информации.
38. Проследите связь между количеством информации и используемым для представления дискретного сообщения алфавитом.



## 6 ОПЕРАТОРЫ, ОПЕРАЦИИ И ВЫРАЖЕНИЯ

### 6.1 Теоретический материал

*Переменная* – это объект, который может принимать значение, сохранять его без изменения, и изменять его при выполнении определенных действий.

Понятие переменной в информатике практически аналогично соответствующему математическому понятию. Но если в математике рассматриваются в основном числовые переменные, то в информатике природа значения переменной может быть любой.

Переменные обозначаются именами. *Имя переменной* представляет собой произвольную последовательность букв или цифр, которое обычно начинается с буквы.

Важнейшей характеристикой переменной является ее тип.

*Тип переменной* определяет множество ее допустимых значений, множество операций, которые могут выполняться над её значением, структуру значения (скаляр, вектор и т.д.), а также способ его машинного представления.

Типы бывают *скалярные* и *структурированные*. Значение скалярного типа представлено ровно одним компонентом. Примеры скалярных типов, описанных в языке C++ приведены в таблице 1. Значение структурированного типа представлено более чем одним компонентом (вектор).

Примерами структурированных типов данных в языке C++ являются: массивы, строки, структуры.

В определенный момент времени переменная может иметь, либо не иметь текущего значения.

Для выполнения действий над данными используются *операторы*. Операторы бывают: простые; структурированные.

**Таблица 1. Наиболее часто используемые  
скалярные типы языка C++**

<b>Тип</b>	<b>Обозначение</b>	<b>Размер памяти, байт (бит)</b>	<b>Диапазон значений</b>
Целый	int	4 (32)	-2 147 483 648 – 2 147 483 647
	short int	2 (16)	-32 768 – 32 767
	long int	4 (32)	-2 147 483 648 – 2 147 483 647
	long long int	8 (64)	-9 223 372 036 854 775 808 – 9 223 372 036 854 775 807
Логический	bool	1 (8)	true (1) или false (0)
Символьный	char	1 (8)	-128 – 127
Вещественный	float	4 (32)	3.4E-38 – 3.4E+38 (7 значащих цифр)
	double	8 (64)	1.7E-308 – 1.7E+308 (15 значащих цифр)
	long double	8 (64)	1.7E-308 – 1.7E+308 (15 значащих цифр)

Структурированные операторы могут включать в себя другие операторы. Примером простого оператора является оператор присваивания, а структурированного — оператор ветвлений и оператор циклов.

Операторы разделяются точкой с запятой, ее отсутствие между операторами является ошибкой.

**Оператор присваивания** является основным оператором языка программирования. Он предписывает вычислить или получить выражение, заданное в его правой части, и сохранить полученный результат в переменной, имя которой расположено в левой части оператора.

Переменная в левой части оператора присваивания и выражение в его правой части должны иметь совместимый тип, например, переменная может быть вещественного типа, а выражение – целочисленного, но не наоборот.

*Формат оператора присваивания для языка C++:*

<Имя переменной> = <Выражение>;

Вместо имени переменной можно указывать элемент массива или поле структуры.

**Выражение** состоит из операндов и знаков операций.

Знаки **операций** находятся между операндами и обозначают действия, которые выполняются над операндами.

В качестве операндов выражения можно использовать: переменную, константу, функцию или другое выражение.

**Тип выражения** определяется типом операндов, входящих в него, и зависит от операций, выполняемых над ними. Например, если оба операнда, над которыми выполняется операция сложения, целые, то очевидно, что результат тоже является целым. А если хотя бы один из операндов дробный, то тип результата дробный, даже в том случае, если дробная часть значения выражения равна нулю.

Примеры основных операций, реализованных в C++ для значений скалярных типов приведены в таблице 2.

Таблица 2. Основные операции языка C++

Тип операции	Знак операции	Краткое описание	Условия применения
Арифметические	+	Сложение	Применяется к числовым значениям. Тип результата определяется типом операндов: для целочисленных операндов – результат целочисленный, если хотя бы один операнд вещественный – результат вещественный.
	–	Вычитание	Применяется к числовым значениям. Тип результата определяется типом операндов: для целочисленных операндов – результат целочисленный, если хотя бы один операнд вещественный – результат вещественный.
	*	Умножение	Применяется к числовым значениям. Тип результата определяется типом операндов: для целочисленных операндов – результат целочисленный, если хотя бы один операнд вещественный – результат вещественный.

	/	Деление	Применяется к числовым значениям. Тип результата определяется типом операндов: для целочисленных операндов – результат целочисленный (только целая часть от деления), если хотя бы один операнд вещественный – результат вещественный.
	%	Остаток от деления	Применяется только к целочисленным числовым значениям. Тип результата – целочисленный, равен остатку от деления операнда слева на операнд справа.
Логические	<	Меньше	Сравнивает два выражения (или переменные) и возвращает true, если значение выражения (переменной) слева меньше значения выражения (переменной) справа.
	<=	Меньше или равно	Сравнивает два выражения (или переменные) и возвращает true, если значение выражения (переменной) слева меньше или равно значения выражения (переменной) справа.

	>	Больше	Сравнивает два выражения (или переменные) и возвращает true, если значение выражения (переменной) слева больше значения выражения (переменной) справа.
	>=	Больше или равно	Сравнивает два выражения (или переменные) и возвращает true, если значение выражения (переменной) слева больше или равно значению выражения (переменной) справа.
	==	Равно	Сравнивает два выражения (или переменные) и возвращает true, если значение выражения (переменной) слева равно значению выражения (переменной) справа.
	!=	Не равно	Сравнивает два выражения (или переменные) и возвращает true, если значение выражения (переменной) слева не равно значению выражения (переменной) справа.

	&&	Логическое И	Применяется к выражениям (или переменным), имеющим логический тип. Возвращает true только если оба операнда имеют значение true (во всех остальных случаях возвращает значение false).
		Логическое ИЛИ	Применяется к выражениям (или переменным), имеющим логический тип. Возвращает false только если оба операнда имеют значение false (во всех остальных случаях возвращает значение true).

**Важно:**

1. Оператор присваивания (=) отличается от операции сравнения на равенство (==). Оператор присваивания означает, что сначала вычисляется значение выражения справа от него и потом оно сохраняется в указанной слева переменной. Таким образом, значение переменной, указанной слева после выполнения оператора присваивания изменяется. Поэтому при условии, что  $x$  является числовой переменной и имеет определенное значение, будет допустимой и правильной следующая конструкция:  $x = x + 1$ .

Оператор (==) осуществляет проверку на равенство значений, указанных слева и справа относительно него. В случае, когда значения равны результатом сравнения будет «true», иначе – «false», при этом сами значения выражений или переменных не изменяются.

Во многих языках программирования существуют встроенные процедуры и функции, позволяющие автоматизировать наиболее часто повторяющиеся вычисления. Основные математические функции, реализованные в C++ приведены в таблице 3.

Таблица 3. Основные математические функции в C++

Функция	Описание работы функции
double <b>abs</b> (double x) int <b>abs</b> (int x)	Вычисляет абсолютную величину значения x, т.е. $ x $
double <b>sqrt</b> (double x)	Вычисляет значение выражения $\sqrt{x}$
double <b>pow</b> (double x, double y)	Вычисляет значение выражения $x^y$
double <b>cos</b> (double x)	Вычисляет косинус аргумента x, заданного в радианах.
double <b>sin</b> (double x)	Вычисляет синус аргумента x, заданного в радианах.
double <b>tan</b> (double x)	Вычисляет тангенс аргумента x, заданного в радианах.
double <b>acos</b> (double x)	Вычисляет главное значение арккосинуса аргумента x, заданного в интервале $[-1; 1]$ и возвращает значение в радианах из интервала $[0; \pi]$ .
double <b>asin</b> (double x)	Вычисляет главное значение арксинуса аргумента x, заданного в интервале $[-1; 1]$ и возвращает значение в радианах из интервала $[-\pi/2; \pi/2]$ .
double <b>atan</b> (double x)	Вычисляет главное значение арктангенса аргумента x.
double <b>exp</b> (double x)	Вычисляет значение выражения $e^x$
double <b>log</b> (double x)	Вычисляет значение натурального логарифма аргумента x.
double <b>log10</b> (double x)	Вычисляет значение десятичного логарифма аргумента x.



Понятие функции в языке программирования – аналогично математическому понятию функции. Она может иметь аргумент(ы), которые указываются в круглых скобках.

Для использования указанных функций необходимо подключить математическую библиотеку `math`.

## 6.2 Задачи для решения на занятии

1. Записать на C++ следующие числа (в дробной части указывать до 4 цифр):

- |             |                            |
|-------------|----------------------------|
| а) 5!;      | ж) $\sqrt{2}$ ;            |
| б) LXIV;    | з) $\pi$ ;                 |
| в) 6,38;    | и) $5 \cdot 10^6$ ;        |
| г) -0,7(4); | к) $-24,8 \cdot 10^{-7}$ ; |
| д) 11/4;    | л) $10^6$ ;                |
| е) -1/6;    | м) 1/100000.               |

2. Указать неправильные записи чисел:

- |          |            |            |
|----------|------------|------------|
| а) 6;    | ж) 2.5E+5; | н) 05;     |
| б) -0;   | з) E-1;    | о) 0x5;    |
| в) 7,0;  | и) 8 E6;   | п) 0xA5;   |
| г) 7.;   | к) 2*E5;   | р) e;      |
| д) +0.3; | л) 0.7E-3; | с) 1.234f. |
| е) .3;   | м) 2/3;    |            |

3. Есть ли разница в следующих записях чисел?

- а) 100 и 100.0;
- б) 20 и 2E1.

4. Можно ли утверждать, что в C++ значение выражения  $(1/3)*3-1$  равно 0?

5. Записать на C++ следующие выражения:

$$\text{а) } \frac{ab}{c}t + \frac{c}{ab}f;$$

$$\text{в) } 10^4\alpha + 3\frac{1}{5}\beta;$$

$$\text{б) } \frac{x+y}{a_1} \cdot \frac{a_2}{x-y};$$

$$\text{г) } \frac{1 + \frac{x}{2!} + \frac{y}{3!}}{1 + \frac{2}{3 + \alpha}}.$$

**6.** Записать на C++ оператор присваивания, соответствующий вычислению следующего выражения:

$$b = e^{|x-y|} + \ln(1+e) \log_2 \operatorname{tg} 2.$$

**7.** Вычислить:

$$\text{а) } 9/5;$$

$$\text{д) } 1e7/9.0;$$

$$\text{б) } 9/5.0;$$

$$\text{е) } 1e7f/9.0f;$$

$$\text{в) } 9.0/5;$$

$$\text{ж) } 2\%5;$$

$$\text{г) } 9.0/5.0;$$

$$\text{з) } 3.0 \% 3.$$

**8.** При решении каких еще задач можно использовать операторы целочисленного деления?

**9.** Если float y; n – int,

то что будет результатом следующих операторов присваивания?

$$\text{а) } y = 3;$$

$$\text{б) } n = 3.982;$$

$$\text{в) } n = \operatorname{sqrt}(4).$$

**10.** Вычислить следующее выражение при a=true, b=false:

$$a \parallel b \ \&\& \ !a.$$

**11.** Являются ли корректными следующие записи:

$$\text{а) } \operatorname{int} a = \operatorname{true};$$

$$\text{б) } \operatorname{int} b = \operatorname{false};$$

$$\text{в) } \operatorname{bool} c = -100;$$

$$\text{г) } \operatorname{bool} c = 0;$$

$$\text{д) } !! b \parallel \parallel d.$$

### 6.3 Задачи для самостоятельного решения

1. Записать арифметическое выражение на языке C++ и указать порядок выполнения операций:

$$1) \quad K = \frac{\sqrt{(3+x)^6 - \ln x}}{e^0 + \arcsin 6x^2}$$

$$12) \quad P = \frac{\sin^3 x + \ln(2y + 3x)}{t^e + \sqrt{x}}$$

$$2) \quad L = \operatorname{ctg}^2 c + \frac{2x^2 + 5}{\sqrt{c+t}}$$

$$13) \quad S = \frac{4,351y^3 + 2t \ln t}{\sqrt{\cos 2y + 4,351}}$$

$$3) \quad A = \frac{\operatorname{tg}(y^3 - h^4) + h^2}{\sinh y}$$

$$14) \quad T = \frac{\sqrt{x+b-a} + \ln y}{\operatorname{arctg}(b+a)}$$

$$4) \quad F = \frac{\sqrt{(2+y)^2 + 7\sqrt{\sin(y+5)}}}{\ln(x+1) - y^3}$$

$$15) \quad N = \frac{\sqrt[5]{z + \sqrt{zx}}}{e^x + a^5 \operatorname{arctg} x}$$

$$5) \quad G = \frac{\operatorname{tg}(x^4 - 6) - \cos^3(z + xy)}{\cos^4 x^3 c^2}$$

$$16) \quad U = \frac{e^{x^3} + \cos^2(x-4)}{\operatorname{arctg} x + 5.2y}$$

$$6) \quad K = \frac{\sqrt{x+b-a} + \ln(y)}{\operatorname{arctg}(b+a)}$$

$$17) \quad J = \frac{\operatorname{ctg}^3 a^2 + \operatorname{arctg}^2 a}{\sqrt{y^{\operatorname{tg} x}}}$$

$$7) \quad D = \frac{\cos(x^3 + 6) - \sin(y-a)}{\ln x^4 - 2\sin^5 x}$$

$$18) \quad I = \frac{2.33 \ln \sqrt{1 + \cos^2 y}}{e^y + \sin^2 x}$$

$$8) \quad P = \frac{a^5 + \sin^4(y-c)}{\sin^3(x+y) + |x-y|}$$

$$19) \quad U = \frac{\ln(x^3 + y) - y^4}{e^y + 5.4k^3}$$

$$9) \quad D = \frac{K^{-\operatorname{ar} x} - a\sqrt{6} - \cos(3ab)}{\sin^2(a \cdot \arcsin x + \ln y)}$$

$$20) \quad R = \frac{\sin(x^2 + 4)^3 + 4.3}{\sin^3 x^4}$$

$$10) \quad U = \frac{\operatorname{tg}^3 y + \sin^5 x \sqrt{b-c}}{\sqrt{a-b+c}}$$

$$21) \quad R = \frac{\cos^2 y + 2.4d}{e^y + \ln(\sin^2 x + 6)}$$

$$11) \quad F = \frac{\sqrt{|x| + \cos^3 x + z^4}}{\ln x - \arcsin(bx - a)}$$

$$22) \quad N = \frac{m^2 + 2.8m + 0.355}{\cos 2y + 3.6}$$

$$23) R = \frac{\cos^3 y + 2^x d}{e^y + \ln(\sin^2 x + 7.4)}$$

$$28) R = \frac{a}{x-a} + \frac{b^x + \cos^3 x}{\log^3 a + 4.5}$$

$$24) D = \frac{\cos^3 |y+x| - (x+y)}{\operatorname{arctg}^4(x+a)x^5}$$

$$25) F = \frac{\cos^7 bx^5 - (\sin a^2 + \cos(x^3 + z^5 - a^2))}{\arcsin a^2 + \arccos(x^7 - a^2)}$$

$$26) P = \frac{a^5 + \arccos(a + x^3) - \sin^4(y-c)}{\sin^3(x+y) + |x-y|}$$

$$27) L = \frac{\sqrt{e^x - \cos^4(x^2 a^5) + \operatorname{arctg}^4(a - x^5)}}{e\sqrt{|a + xc^4|}}$$

2. Присвоить целой переменной h третью от конца цифру в записи положительного целого числа k.

3. Доказать тождества:

- а)  $a \ \&\& \ (!a) \equiv \text{false}$ ;
- б)  $a \ || \ (!a) \equiv \text{true}$ ;
- в)  $!(!a) \equiv a$ ;
- г)  $\text{true or } a \equiv \text{true}$ .

4. Записать на C++ выражение, истинное при выполнении указанного условия и ложное в противном случае:

- а) x принадлежит отрезку [2,5] или [-1,1];
- б) x лежит вне отрезков [2,5] и [1,1];
- в) год с порядковым номером у является високосным (год високосный, если его номер кратен 4, однако из кратных 100 високосными являются лишь кратные 400; например, 1700, 1800 и 1900 – невисокосные годы, а 2000 – високосный).

5. Нарисовать на плоскости (x,y) область, в которой и только в которой истинно указанное выражение:

- а)  $(y >= x) \ \&\& \ (y+x >= 0) \ \&\& \ (y <= 1)$ ;
- б)  $(\text{abs}(x) <= 1) > (\text{abs}(y) >= 1)$ ;
- в)  $(\text{sqr}(x) + \text{sqr}(y) <= 4) = (y <= x)$ .

6. Преобразовать указанное выражение виду, не содержащему знаков отношения ( $a, b$  – логические переменные):  $a < b$ .

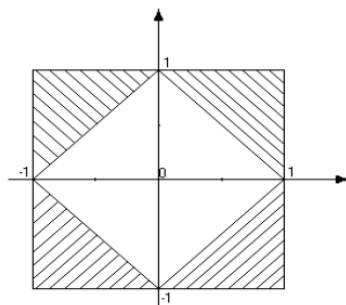
7. Написать оператор присваивания, в результате выполнения которого логическая переменная  $t$  получает значение true, если выполняется указанное условие, и значение false иначе:

- а) цифра 5 входит в десятичную запись трехзначного числа;
- б) поля  $(a1, b1)$  и  $(a2, b2)$  шахматной доски имеют одинаковый цвет ( $a1, b1, a2, b2$  – целые от 1 до 8);
- в) ферзь, расположенный на поле  $(a1, b1)$  шахматной доски, «бьет» поле  $(a2, b2)$ .

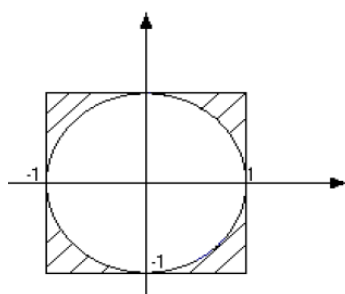
8. Записать логическое выражение, принимающее значение true, если точка принадлежит закрашенной области:

9.

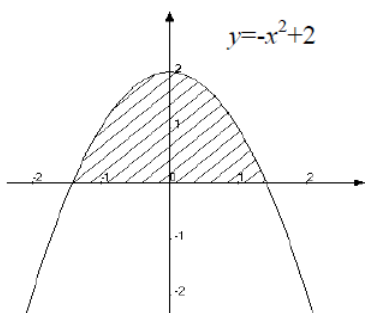
1)



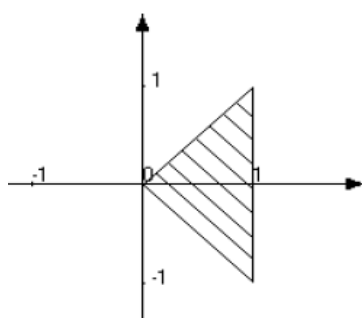
3)



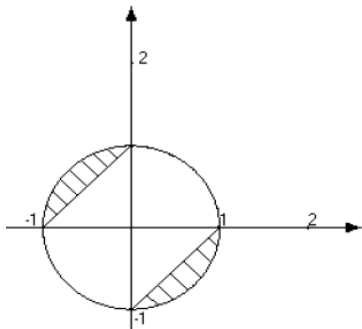
2)



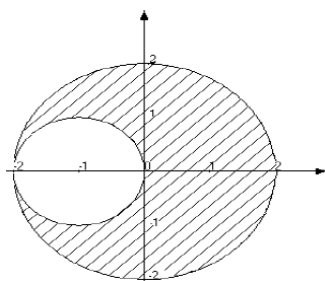
4)



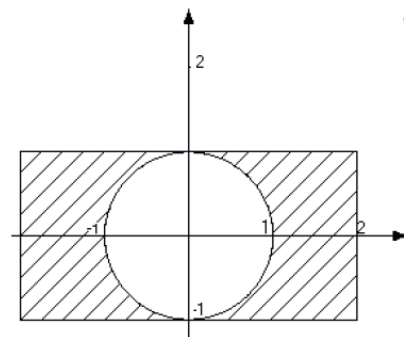
5)



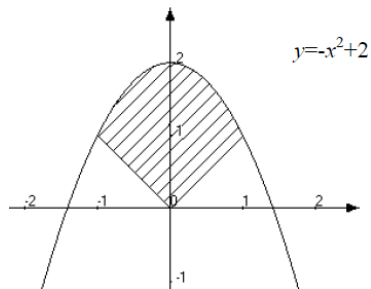
8)



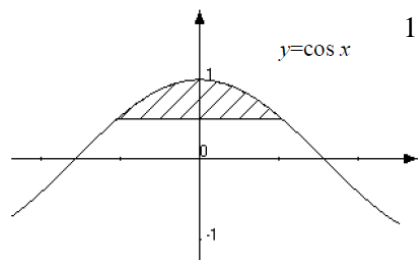
6)



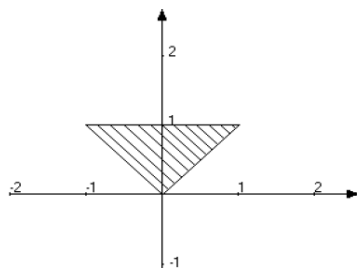
9)



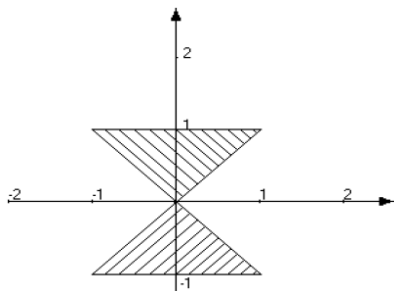
7)



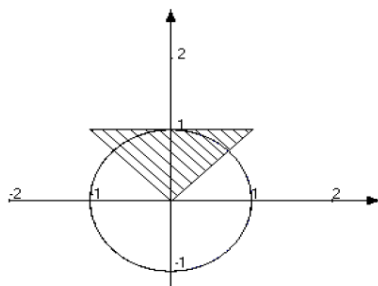
10)



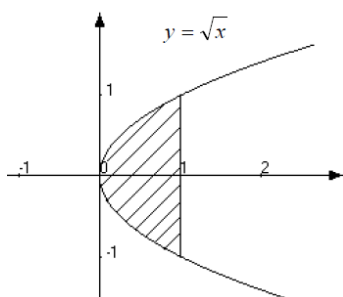
11)



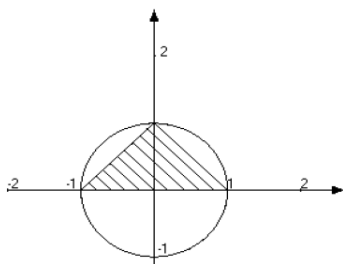
15)



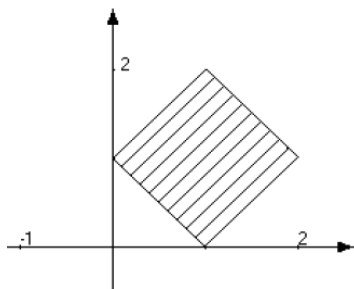
12)



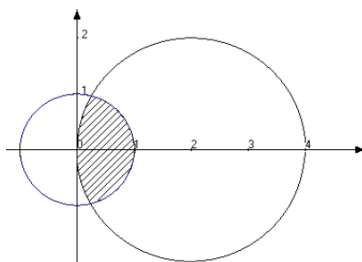
16)



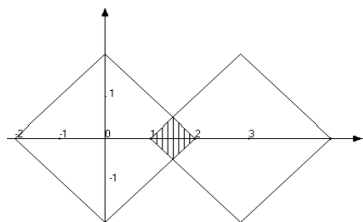
13)



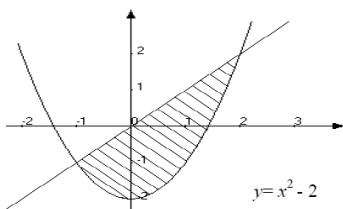
17)



14)



18)



## 6.4 Логические выражения

1. Определить, при каких значениях переменных (числовой и логической) выражение истинно (или ложно)<sup>1</sup>

N	Выражение		Варианты значений переменных а, х и Р			
			а=2.5 Р=да	а=0.9 Р=да	а=2.3 Р=нет	а=0.1 Р=нет
1	$((\ln(a)>a)$ или $(\neg P)$ и $(\sqrt{a}<a*4)$	истинно	а=2.5 Р=да	а=0.9 Р=да	а=2.3 Р=нет	а=0.1 Р=нет
2	$(\ln(x)<x)$ и $\neg P$ и $(\sqrt{x}>x*x)$ или $(2*x=x)$	истинно	х=2.5 Р=нет	х=2.5 Р=да	х=0.5 Р=да	х=0.5 Р=нет
3	Р и $(\sin(y)<0)$ или $((x-y) < (x*xу*yу))$ при $y = -1$	ложно	х=-2 Р=нет	х=1.5 Р=нет	х=-1 Р=да	х=1 Р=да
4	$((\ln(x)/\ln(1/3) > \ln(0.7)/\ln(1/3))$ и $(\sqrt{x}> x*x)$ и $(\neg P)$	истинно	х=0.5 Р=да	х=0.9 Р=да	х=0.3 Р=нет	х=0.9 Р=нет
5	Р или $(\sin(x)>\sin(3))$ и $\neg(\sqrt{x+0.44}< 1.2)$	ложно	х=1 Р=да	х=4 Р=нет	х=1 Р=нет	х=1.4 Р=да

<sup>1</sup>Значение переменной Р=да соответствует значению Р=истина, значение Р=нет соответствует значению Р=ложь.



6	$(\arctg(x) > 3/4)$ или $(\sin(x) < \cos(0))$ и не P	истинно	$x = -3$ P=нет	$x = 1$ P=нет	$x = 1.7$ P=да	$x = 1/3$ P=да
7	$((y * y - x) > x * x)$ или $(\cos(x) > 0)$ и не P при $y = -1$	ложно	$x = -0.5$ P=да	$x = 0.5$ P=да	$x = 3$ P=нет	$x = 1$ P=нет
8	$((\ln(x+1) > x)$ или не P) и $(\sqrt{x} < x^2 + x)$ или $(2 * x = x)$	ложно	$x = 0.25$ P=нет	$x = 1$ P=нет	$x = 3$ P=нет	$x = 10$ P=да
9	$\text{не}(\exp(2 * x) > 3.1415/3)$ и не P	истинно	$x = 5$ P=да	$x = 0.9$ P=да	$x = 4.3$ P=нет	$x = -1$ P=нет

2. Определить, при каких значениях переменных (числовой и логической) выражение истинно (или ложно). В выражение могут входить константы с указанными значениями.

N	Выражение	Варианты значений переменных				
1	$(\exp(n * \ln(2) < \sqrt{n})$ или не P) (P или не P)	истинно	$n = 1$ P=нет	$n = 2$ P=нет	$n = 1.7$ P=нет	$n = 2$ P=да
2	$((P \text{ и } Q) = \text{не}(\text{не } P \text{ или не } Q))$ и $(\sqrt{m} + \sqrt{n} < 4)$ и $(m + n < 1)$	истинно P=да, m=-1	$n = -2$ Q=да	$n = -1$ Q=нет	$n = 2$ Q=нет	$n = 3$ Q=да

3	$(n/m+m/n>3)$ и (P и Q или не P и Q)	истинно P=нет, n=3	m= -6 Q=нет	m= -3 Q=нет	m= 2 Q=нет	m= 6 Q=да
4	не (P и Q) и (P или Q) и Q	истинно	P=да Q=да	P=да Q=нет	P=нет Q=да	P=нет Q=нет
5	$\text{не}((\exp(x*x) - \sin(x))<3.14)$ и (P или не P)	ложно	x=4.5 P=да	x=1 P=нет	x=2.5 P=да	x=-1 P=нет
6	не P или Q и не P и не Q	истинно	P=да Q=да	P=да Q=нет	P=нет Q=да	P - любое Q - любое

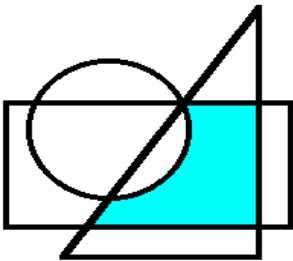
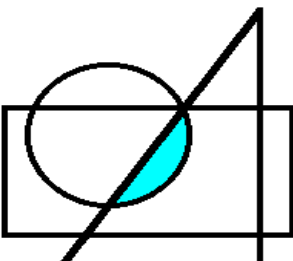
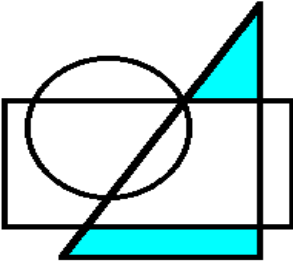
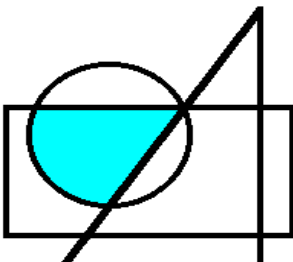
3. Укажите, при каких значениях x,y,z,p истинно следующее выражение:

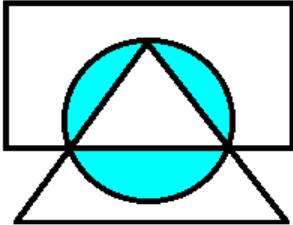
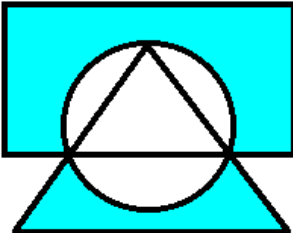
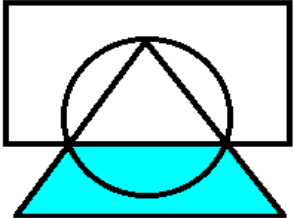
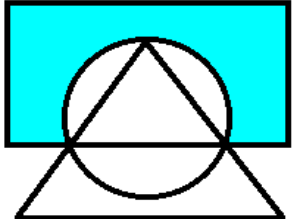
$$(x>y) \text{ и } (p \text{ или } (y>z))$$

- а) x=5, y=3, z=10, p=нет;
- б) x=0, y=1, z=-1, p=да;
- в) x=5, y=0.5, z=1, p=нет;
- г) x=-10, y=-3, z=-5, p=да;
- д) x=1, y=0, z=5, p=да;

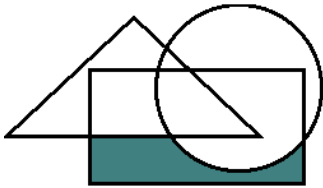
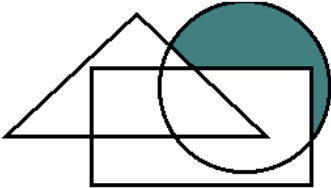
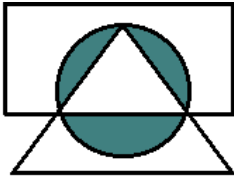

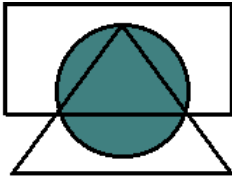
### 6.5 Условия, описывающие пересечение областей

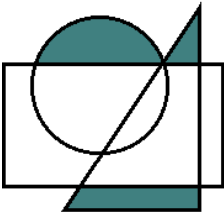
1. Высказывания A, B, C истинны для точек, принадлежащих кругу, треугольнику или прямоугольнику соответственно. Для всех точек выделенной на рисунке области истинно высказывание

<p>1)</p>	<p>1) (A или B) и B  2) (C и не A) и не B  3) (B или C) и не C  4) (B и C) и не A  5) (A и C) и не B</p>	
<p>2)</p>	<p>1) (C и не A) и не B  2) (A и C) и не B  3) (B или C) и не C  4) (B и C) и не A  5) (A или B) и (A и B)</p>	
<p>3)</p>	<p>1) (A или B) и B  2) (B или C) и не C  3) (B и C) и не A  4) (C и не A) и не B  5) (A и C) и не B</p>	
<p>4)</p>	<p>1) (B и C) и не A  2) (B или C) и не C  3) (A и C) и не B  4) (C и не A) и не B  5) (A или B) и B</p>	

5)	1) (A и B) или B 2) (B и C) и не A 3) A и не(C и B) 4) (B или C) и не C 5) (A и C) и не A	
6)	1) (B или C) и не A 2) (A и B) или B 3) A и не(C и B) 4) (B и C) и не A 5) (B или C) и не C	
7)	1) A и не(C и B) 2) (B и C) и не A 3) (A или C) и не A 4) (A и B) или B 5) (B или C) и не C	
8)	1) (A или C) и не A 2) (B или C) и не C 3) (B и C) и не A 4) A и не(C и B) 5) (A и B) или B	

2. Высказывания A, B, C истинны для точек, принадлежащих кругу, треугольнику или прямоугольнику соответственно. Для всех точек выделенной на рисунке области истинно высказывание

1)	<p>1) А и не(С или В)  2) С и не(А или В)  3) В и не(С или А)  4) А и не(С и В)  5) (А и В) и не С</p>	
2)	<p>1) В и не(С или А)  2) А и не(С или В)  3) С и не(А или В)  4) А и не(В и С)  5) (А и В) и не С</p>	
3)	<p>1) В и не(А и не С)  2) А и не(В и С)  3) (А и В) или (А и С)  4) С и не(не В и А)  5) А и не (С или В)</p>	
4)	<p>1) (А и В) или (А и С)  2) С и не(не В и А)  3) А и не(В и С)  4) В и не(А и не С)  5) А и не (С или В)</p>	
5)	<p>1) В и не(А и не С)  2) С и не(не В и А)  3) (А и В) или (А и С)  4) А и не(В и С)  5) А и не (С или В)</p>	

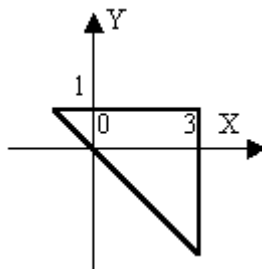
6)	1) С и не(А или В) 2) С и не( не В и А) 3) (А или В) и не С 4) А и не(С или В) 5) (А или В) и не А	
----	--	---

3. Какое из условий описывает часть 1-го квадранта, лежащую вне круга радиуса 1 с центром в начале координат ?

- 1)  $(x \geq 1) \text{ and } (y \geq 1)$ ;
- 2)  $(x^2 + y^2 \geq 1) \text{ and } (x > 0) \text{ and } (y > 0)$ ;
- 3)  $(x^2 + y^2 \geq 1) \text{ or } (x > 0) \text{ or } (y > 0)$ ;
- 4)  $(x^2 + y^2 \leq 1) \text{ and } (x > 0) \text{ and } (y > 0)$ ;
- 5)  $(x^2 + y^2 \leq 1) \text{ and } (x > 0) \text{ and } (y < 0)$ .

4. Ограниченную область, изображенную на рисунке, описывает условие:

- 1)  $(x < 3) \text{ или } (y < 1) \text{ или } (x + y > 0)$ ;
- 2)  $(x < 3) \text{ и } (y < 1) \text{ и } (y < x)$ ;
- 3)  $(x < 3) \text{ и } (y < 1) \text{ и } (x + y > 0)$ ;
- 4)  $(x < 3) \text{ и } (y < 1) \text{ или } (x - y > 0)$
- 5)  $(x < 3) \text{ и } (y < 1) \text{ и } (x - y < 0)$ .



## 6.6 Определение лишнего члена последовательности

1. Лишним числом в наборе 4, 9, 16, 25, 50, 64, 81 является...
2. Лишним числом в наборе 12, 18, 27, 45, 61, 66, 72 является...
3. Лишним числом в наборе 22, 24, 32, 36, 40, 68, 72 ...
4. Лишним числом в наборе 82, 37, 14, 26, 65, 12, 21 ...
5. Лишним числом в наборе 4, 16, 9, 63, 49 ...

6. Лишним числом в наборе 2, 5, 14, 26, 37 ...
7. Лишним числом в наборе 1, 25, 4, 15, 36 ...
8. Лишним числом в наборе 4 16 9 73 49 ...
9. Лишним числом в наборе 3, 7, 11, 13, 18, 19, 25, 29 ..
10. Лишним числом в последовательности 36, 27, 11, 25, 23, 17, 15 является...
11. Лишним числом в последовательности 27, 30, 33, 24, 36, 39, 42 ...
12. Лишним числом в последовательности 31, 39, 41, 43, 47, 53, 71 ...
13. Лишним числом в последовательности 26, 35, 242, 267, 314, 422, 701 ...

## **6.7 Контрольные вопросы**

1. Дайте определения понятий «алгоритмический язык», «алфавит языка», «синтаксис языка», «семантика языка».
2. Охарактеризуйте роль существующих в настоящее время видов семантики.
3. Для чего нужны метаязыки?
4. Охарактеризуйте язык БНФ. Как устроено определение в языке БНФ?
5. Для чего нужны комментарии? Как следует их формулировать? Опишите способы включения комментариев в текст алгоритма.
6. Опишите типичную структуру алфавита алгоритмического языка.
7. Что представляют собой ключевые слова в алгоритмическом языке с точки зрения их синтаксиса и с точки зрения использования?
8. Для чего в алгоритмах используются имена? Как правильно выбирать имена? Какие нотации связаны с выбором имен?
9. Какие виды данных используются в алгоритмах?

10. Какую роль в алгоритмах играют переменные? Охарактеризуйте переменную как конструкцию алгоритма. Какие переменные считаются неопределенными?

11. Как воспринимает процессор поступающие к нему на обработку коды?

12. Что дает концепция типа данных? Перечислите основные положения этой концепции.

13. Перечислите и охарактеризуйте базовые типы данных, встречающиеся в алгоритмических языках.

14. Опишите логический тип данных. Какую роль играют логические выражения в алгоритмах?

15. Как возникают данные целого типа? Опишите целый тип данных.

16. Как возникают данные вещественного типа? Опишите вещественный тип данных.

17. Сравните между собой целые и вещественные данные. В каких ситуациях необходимо проявлять осторожность, работая с вещественными данными?

18. Опишите символьный тип данных.

19. Чем отличаются простые типы данных от структурированных? Что представляет собой значение структурированного типа?

20. Какие структурированные типы данных используются чаще всего?

21. Какую роль играют описания в алгоритмах?

22. Как описываются переменные простых типов?

23. Для чего нужны выражения? Как они устроены?

24. Чем отличается имя функции от ее указателя?

25. Сформулируйте основные правила записи выражений в алгоритмических языках.

26. Какая конструкция в алгоритмических языках считается отношением?



27. Какую роль играют операторы и управляющие конструкции в алгоритмах? Чем отличается оператор от управляющей конструкции?

28. В чем заключается действие присваивания? Опишите структуру оператора присваивания.

29. Опишите порядок выполнения оператора присваивания.

30. Сформулируйте основные правила использования оператора присваивания.

31. Сравните между собой оператор присваивания и отношение равенства. Чем они различаются принципиально и синтаксически?

32. Как организуется увеличение или уменьшение значения переменной на требуемую величину?

33. Что понимается под обменом данными в алгоритмах? Как организуется обмен данными?

## 7 ЛИНЕЙНЫЕ АЛГОРИТМЫ

### 7.1 Теоретический материал

Для реализации линейных участков алгоритмов используется управляющая конструкция *следование*, представляющая собой линейную последовательность действий присваивания или других действий, которые выполняются без каких бы то ни было условий или повторений.

При реализации алгоритма необходимо предусмотреть вывод на экран полученного с его помощью результата, кроме того, часто бывает необходимо реализовать возможность пользователю алгоритма самому задавать исходные данные. Для этих целей в языках программирования предусмотрены функции, обеспечивающие вывод информации на экран и ввод данных с клавиатуры.

Осуществить вывод на экран монитора сообщений и значений переменных в C++ можно с помощью функции `printf()` из библиотеки `stdio` (для использования необходимо подключить файл `<cstdio>`), а также при помощи функции `cout <<` из библиотеки `STL` (для использования необходимо подключить файл `<iostream>`).

Фиксированный текст, предназначенный для вывода на экран необходимо заключить в двойные кавычки. При необходимости вывести на экран значение переменной, указывается имя этой переменной.

#### Пример.

```
// вывод на экран фразы «Hello, world!»  
    printf(«Hello, world!»);  
    cout << «Otvet:» << z;  
// если значение переменной z равно 5, то на экран  
будет выведено сообщение вида: «Otvet: 5»
```

Осуществить ввод с клавиатуры необходимых значений в C++ можно с помощью функции `scanf()` из библиотеки `stdio` (для

использования необходимо подключить файл <cstdio>), а также при помощи функции `cin >>` из библиотеки STL (для использования необходимо подключить файл <iostream>).

### **Пример.**

```
scanf("%d", a); // будет считано десятичное
//число целого типа и сохранено в переменной a
int z;
cin >> z; // будет считано целое число и
//сохранено в переменной z
```

## **7.2 Задачи для решения на занятии**

1. Присвоить переменной `d` значение среднего арифметического чисел `x`, `y`, `z`.

2. Присвоить переменной `d` значение расстояния между точками на плоскости с координатами  $(x_1, y_1)$  и  $(x_2, y_2)$ .

3. Какое значение будет иметь переменная `x` после выполнения операторов `x = 10; x = x + 3;`

4. Записать оператор, который меняет знак у значения переменной `t`.

5. Вычислить значения `x` и `y` после выполнения такой последовательности операторов присваивания: `x = 2; y = 5; x = y; y = x`.

6. Поменять местами значения переменных `x` и `y`.

7. Поменять местами значения целых переменных `x` и `y`, не используя дополнительных переменных.

8. Присвоить целой переменной `h` третью от конца цифру в записи положительного числа `k` (полагая, что оно заведомо содержит не менее трех цифр).

9. Записать оператор присваивания, в результате выполнения которого логическая переменная  $t$  получает значение  $true$ , если числа  $x, y, z$  равны между собой, и  $false$  в противном случае.

10. Записать оператор присваивания, в результате выполнения которого логическая переменная  $t$  получает значение  $true$ , если число  $x$  – положительное, и  $false$  в противном случае.

11. Записать оператор присваивания, в результате выполнения которого логическая переменная  $t$  получает значение  $true$ , если число  $p$  нацело делится на  $q$ , и  $false$  в противном случае.

12. Дано действительное число  $x$ . Пользуясь только операциями сложения, умножения и вычитания, вычислить  $2x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 5x + 6$ . Разрешается использовать не более четырех умножений и четырех сложений и вычитаний.

13. Дано действительное число  $a$ . Не пользуясь никакими другими арифметическими операциями, кроме умножения, получить:

- а)  $a^4$  за две операции;
- б)  $a^{28}$  за шесть операций;
- в)  $a^3$  и  $a^{10}$  за четыре операции;
- г)  $a^5$  и  $a^{13}$  за пять операций;
- д)  $a^2, a^5, a^{17}$  за шесть операций;
- е)  $a^4, a^{12}, a^{28}$  за шесть операций.

14. Дано целое число. Выяснить, является ли оно четным.

15. Дано натуральное число ( $n \leq 99$ ). Выяснить, верно ли, что квадрат числа равен кубу суммы цифр этого числа.

16. Дано натуральное число  $n$  ( $n \leq 9999$ ). Выяснить:

а) является ли это число палиндромом («перевертышем») с учетом четырех цифр, как, например, числа 2222, 6116, 0440?

б) верно ли, что это число содержит ровно три одинаковые цифры, как, например, числа 6676, 4544, 0006?

в) верно ли, что все четыре цифры числа различны?

### 7.3 Задачи для самостоятельного решения

1. Целой переменной  $s$  присвоить сумму цифр четырехзначного числа  $k$ .

2. Записать оператор присваивания, в результате выполнения которого логическая переменная  $t$  получает значение  $true$ , если только два числа среди  $x$ ,  $y$ ,  $z$  равны между собой, и  $false$  в противном случае

3. Даны действительные числа  $x$  и  $y$ . Пользуясь только операциями сложения, умножения и вычитания, вычислить  $3x^2y^2 - 2xy^2 - 7x^2y - 4y^2 + 15xy + 2x^2 - 3x + 10y + 6$ . Разрешается использовать не более восьми умножений и восьми сложений и вычитаний.

4. Поменять местами значения переменных  $x$ ,  $y$ ,  $z$  так, чтобы в  $x$  оказалось значение переменной  $y$ , в  $y$  — значение переменной  $z$ , а в  $z$  — прежнее значение переменной  $x$ .

5. Для решения следующих задач написать программы, которые печатают  $true$  или  $false$  в зависимости от того, выполняются или нет указанные условия:

а) определить, равна ли сумма двух первых цифр заданного четырехзначного числа сумме двух его последних цифр;

б) определить, есть ли среди цифр заданного трехзначного числа одинаковые;

в) даны три произвольных числа. Определить, можно ли построить треугольник с такими длинами сторон.

6. Дано трехзначное число. Составить программу вывода на экран числа, полученного перестановкой цифр сотен и десятков этого числа.

7. Из трехзначного числа  $x$  вычли его последнюю цифру. Когда результат разделили на 10, а к частному слева приписали по-

следнюю цифру числа  $x$ , то получилось число  $y$ . Найти число  $x$  по заданному значению числа  $y$ . Значение  $y$  вводится с клавиатуры;  $99 < y < 1000$ ; число десятков в  $y$  не равно нулю.

**8.** Окружность вписана в квадрат заданной площади. Найти площадь квадрата, вписанного в эту окружность. Во сколько раз площадь вписанного квадрата меньше площади заданного?

**9.** Четырехугольник задан координатами своих вершин. Найти его периметр.

**10.** Дан прямоугольник с размерами 543 x 130 мм. Сколько квадратов со стороной 130 мм можно отрезать от него.

**11.** Вычислить рентабельность работы предприятия за месяц по формуле

$$\text{рент} = \text{прибыль} / \text{себестоимость} \cdot 100\%,$$

если себестоимость продукции в текущем месяце уменьшилась по сравнению с прошлым на 5 %.

**12.** Составить программу вычисления величины дохода по вкладу. Процентная ставка (в процентах годовых) и время хранения задаются пользователем.

**13.** Идет  $k$ -я секунда суток. Определить, сколько целых часов ( $H$ ) и целых минут ( $M$ ) прошло с начала суток.

**14.** С начала суток часовая стрелка повернулась на  $y$  градусов ( $y$  – целое число и  $0 < y < 360$ ). Определить число целых часов и число полных минут, прошедших с начала суток.

**15.** Составить программу решения линейного уравнения  $ax + b = 0$  ( $a \neq 0$ )

## 7.4 Алгоритмы чертежника

1. Укажите, что будет вычерчено ЧА после выполнения следующего алгоритма:

**нач**

Опустить перо

Сместиться на вектор  $(0, -4)$

Сместиться на вектор  $(2, 0)$

Сместиться на вектор  $(0, 2)$

Сместиться на вектор  $(-2, 0)$

Поднять перо

**Кон**

- 1) Буква «Р»
- 2) Прямоугольник
- 3) Квадрат
- 4) Буква «П»
- 5) Буква «Ь»

2. Результатом выполнения алгоритма Чертежником на клетчатой бумаге

**нач**

Опустить перо

Сместиться на вектор  $(-2, 0)$

Сместиться на вектор  $(0, -2)$

Сместиться на вектор  $(2, 0)$

Сместиться на вектор  $(0, -2)$

Сместиться на вектор  $(-2, 0)$

Поднять перо

**Кон**

является цифра: 1) 9; 2) 0; 3) 5; 4) 6; 5) 8.

3. Чертежный автомат (ЧА) исполняет следующие команды: «опустить перо», «поднять перо», «переместить перо на  $dx$ ,  $dy$ ». Здесь  $(dx, dy)$  – вектор перемещения в системе координат  $ХОУ$ .

Результатом выполнения алгоритма Чертежником на клетчатой бумаге

**нач**

Опустить перо

Сместиться на вектор  $(0, 4)$

Сместиться на вектор  $(2, 0)$

Сместиться на вектор  $(0, -2)$

Сместиться на вектор  $(-2, 0)$

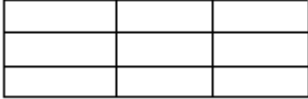
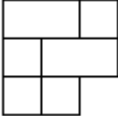
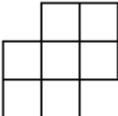
Поднять перо

**Кон**

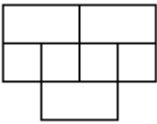
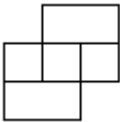
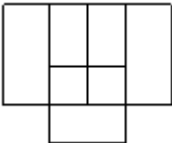
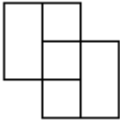
является:

- 1) Буква «Р»
- 2) Прямоугольник
- 3) Квадрат
- 4) Буква «Ь»
- 5) Ромб.

4. Найти минимальное количество прямоугольников и прямых линий для изображения с помощью графического редактора фигуры

N	Фигура	Вариант
1)		4; 6; 5; 7; 3
2)		3; 5; 6; 7; 4
3)		4; 6; 5; 7; 3



4)		4; 6; 5; 7; 3
5)		4; 6; 5; 7; 3
6)		4; 6; 5; 7; 3
7)		7; 6; 4; 5; 3

## 7.5 Контрольные вопросы

1. Охарактеризуйте различные аспекты понятия «алгоритм» и опишите сферы применения алгоритмов.

2. Почему возникла необходимость в точном определении понятия «алгоритм»? Чем нахождение решения задачи отличается от доказательства отсутствия решения?

3. Приведите различные объяснения понятия «алгоритм» на интуитивном уровне. Что в них общего?

4. Чем принципиально отличаются параллельные вычисления от обычных, последовательных?

5. Чем отличается описание алгоритма от его исполнения? Дайте определение понятия «исполнитель алгоритма».

6. Какую роль играют алгоритмы в интуитивно понимаемом смысле в человеческом обществе?

7. Приведите примеры алгоритмов, применяемых в различных сферах деятельности человека.

8. Сравните между собой понятия «алгоритм» и «программа».

9. Почему для практического применения в программировании алгоритмы должны обладать некоторым набором свойств? Кратко охарактеризуйте каждое из этих свойств.

10. Что подразумевается под дискретностью алгоритмов?

11. Охарактеризуйте все аспекты свойства конечности алгоритмов.

12. Что подразумевается под детерминированностью алгоритмов?

13. Сравните между собой детерминированные, вероятностные и недетерминированные алгоритмы. Приведите примеры алгоритмов каждого вида.

14. В чем заключается потенциальная выполнимость алгоритмов?

15. В каких случаях выполнение алгоритма завершается за конечное время и с получением требуемого результата?

16. Что требуется для понятности алгоритма? Кому он должен быть понятен?

17. В чем заключается свойство массовости алгоритма?

18. Охарактеризуйте способ задания алгоритмов на естественном языке.

19. Что представляет собой машинный язык как способ задания алгоритмов? В чем его достоинства и недостатки?

20. Что представляет собой язык блок-схем? Охарактеризуйте их достоинства и недостатки. Для чего используются блок-схемы в настоящее время?

21. Опишите основные элементы, из которых состоят блок-схемы.

22. Что считается входом и выходом алгоритма?

23. Опишите общую схему применения алгоритмических языков при решении задач на компьютере.

24. Для каких целей могут применяться алгоритмические языки?

25. Чем различаются и чем похожи понятия «алгоритмический язык» и «язык программирования»?

26. Из каких обязательных элементов состоят системы языков программирования?

27. Сравните между собой используемые в информатике способы задания алгоритмов.

28. Перечислите и охарактеризуйте основные типы алгоритмов. Каким важным свойством они обладают?

29. Какие алгоритмы считаются линейными? Приведите примеры таких алгоритмов.

30. Что представляет собой управляющая конструкция «следование»?

31. Опишите общую схему построения линейных алгоритмов.

32. Сравните между собой варианты алгоритма решения задачи обмена значениями.

## 8 ВЕТВЛЕНИЯ

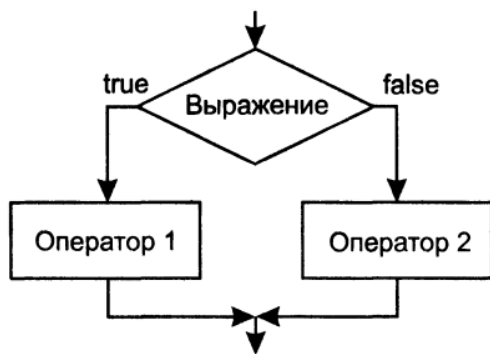
### 8.1 Теоретический материал

Отличительным свойством алгоритмов с ветвлением является наличие в алгоритме хотя бы одного этапа, на котором происходит выбор одного из нескольких возможных дальнейших вариантов выполнения действий. В простейшем случае ветвления в алгоритме предусматривается два варианта действий.

Для записи алгоритмов с ветвлением используется условный оператор **IF**, который предназначен для изменения порядка выполнения операторов в зависимости от истинности или ложности некоторого условия. Он предписывает выполнять некоторое действие только в том случае, когда выполняется заданное условие. Это условие записывается в виде логического выражения, а действие, которое нужно выполнить, задается в виде последовательности операторов.

Существует две конструкции оператора ветвления – полная и сокращенная (неполная).

**Полное ветвление** используется в том случае, когда в алгоритме присутствуют два непустых варианта действий.



```
if (<логическое  
выражение>)  
    {<оператор 1>;}  
else  
    { <оператор 2>;}
```

В условном операторе сначала вычисляется значение логического выражения. Если значение выражения равно True, то вы-

полняется Оператор1, а Оператор2 пропускается. Если значение выражения равно False, то выполняется Оператор2, а Оператор1 пропускается.

Оператор1 и Оператор2 часто являются составными операторами.

*Сокращенное ветвление* используется, если в одном из вариантов никаких действий выполнять не нужно



```
if (<логическое выражение>)  
{<оператор 1>}
```

Условные операторы могут быть вложенными.

## 8.2 Задачи для решения на занятии

1. Дано число  $x$ . Вычислить:

$$Y = \begin{cases} \cos^2 x, & \text{при } 0 < x < 2 \\ 1 - \sin^2 x, & \text{иначе} \end{cases}$$

2. Даны два действительных числа. Вывести первое число, если оно больше второго, и оба числа, если это не так.

3. Даны действительные числа  $a$ ,  $b$ ,  $c$ . Проверить, верно ли, что  $a < b < c$ .

4. Даны действительные числа  $a, b, c$ . Удвоить их, если выполнено:  $a > b > c$ , и заменить их абсолютными значениями, если это не так.

5. Если логическая переменная  $a$  имеет значение true, то целочисленным переменным  $m$  и  $n$  присвоить значение, равное нулю, в противном случае оставить значения  $m$  и  $n$  без изменения.

6. Даны три действительных числа. Выбрать из них те, которые принадлежат интервалу (1,3).

7. Найти значение величины  $y=f+z$ , если  $z = x^2 + bx + c = 0$

$$f = \begin{cases} z^2, & \text{при } z > 0 \\ z + bc - 3, & \text{при } -3 \leq z \leq 0 \\ z^2, & z < -3 \end{cases}$$

8. Дано действительное число  $a$ . Вычислить значение  $f(a)$ , если:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0 \\ x, & \text{при } 0 < x \leq 1 \\ x^4, & \text{в остальных случаях} \end{cases}$$

9. Для заданного числа  $a$  найти корень уравнения  $f(x)=0$ , где

$$f(x) = \begin{cases} 2ax + |a-1| & \text{при } a > 0 \\ \frac{e^x}{\sqrt{1+a^2}} - 1 & \text{иначе} \end{cases}$$

10. Даны три числа  $a, b, c$ . Определить минимальное из них.

11. Дано число  $x$ . Расположить в порядке возрастания величины  $ch x, 1+|x|, (1+x^2)^x$ .

12. Записать последовательность операторов для вычисления:

$$U = \frac{\max^2(x, y, z) - 2 * \min(x, y, z)}{\sin 2 + \max(x, y, z) / \min(x, y, z)}$$

**13.** Если сумма трех попарно различных действительных чисел  $x, y, z$  меньше единицы, то наименьшее из этих трех чисел заменить полусуммой двух других; в противном случае заменить меньшее из  $x$  и  $y$  полусуммой двух оставшихся значений.

**14.** Даны действительные числа  $a, b, c$  ( $a \neq 0$ ). Выяснить, имеет ли уравнение  $ax^2 + bx + c = 0$  действительные корни. Если действительные корни имеются, то найти их. В противном случае ответом должно служить сообщение, что действительных корней нет.

**15.** Даны вещественные переменные  $a \neq b$ . Если  $a < 0$  и  $b < 0$ , то меньшую из них заменить ее квадратом; если  $a < 0$  или  $b < 0$ , то обе увеличить на единицу; если  $a \geq 0$  и  $b \geq 0$ , то оставить их без изменения.

**16.** Дано целое  $k$  от 1 до 180. Определить, какая цифра находится в  $k$ -й позиции последовательности 10111213...9899.

**17.** Записать условный оператор, который эквивалентен оператору присваивания  $x := a$  **or**  $b$  **and**  $c$ .

### 8.3 Задачи для самостоятельного решения

**1.** Даны действительные положительные числа  $x, y, z$ .

а) Выяснить, существует ли треугольник с длинами сторон  $x, y, z$ ;

б) Если треугольник существует, то ответить – является ли он остроугольным.

**2.** Даны действительные числа  $a$  и  $b$ . Вычислить значение  $Z$ , если:

$$Z = \begin{cases} a - b, & \text{при } a \geq 2 \\ |a|, & \text{иначе} \end{cases}$$

3. Даны действительные числа  $a$  и  $b$ . Вычислить значение  $Z$ , если:

$$Z = \begin{cases} a + b, \text{ при } x > 2 \\ \max(a, b), \text{ при } 1 \leq x \leq 2 \\ a \cdot b, \text{ иначе} \end{cases}$$

4. Дано действительное число  $x$ . Вычислить значение  $Z$ , если:

$$Z = \begin{cases} 1, \text{ при } 0 \leq x \leq 1 \\ 2, \text{ при } 1 \leq x \leq 2 \\ 3, \text{ при } 2 \leq x \leq 3 \\ 4, \text{ при } 3 \leq x \leq 4 \end{cases}$$

5. Даны действительные числа  $x$  и  $y$ . Вычислить значение  $Z$ , если:

$$Z = \begin{cases} x^2 + y^2, \text{ при } x^2 + y^2 \leq 1 \\ x + y, \text{ при } x^2 + y^2 > 1 \text{ и } y \geq x \\ 0.5, \text{ при } x^2 + y^2 > 1 \text{ и } y < x \end{cases}$$

6. Вычислить  $\min^2(x+y+z/2, xyz)+1$ .

7. Даны действительные числа  $x$ ,  $y$ . Если  $x$  и  $y$  отрицательны, то каждое значение заменить его модулем; если отрицательно только одно из них, то оба значения увеличить на 0.5; если оба значения неотрицательны и ни одно из них не принадлежит отрезку  $[0.5, 2.0]$ , то оба значения уменьшить в 10 раз; в остальных случаях  $x$  и  $y$  оставить без изменения.

8. Даны три числа. Подсчитать количество четных чисел.

9. Найти наибольшее из трех заданных чисел.

10. Перевозка  $A$  кг багажа входит в стоимость билета и равна  $B$  рублей; если  $A$  не превышает 30 кг, иначе за каждый кг свыше 30 кг платят 2% от  $B$ . Сколько стоит провести  $A$  кг багажа?



**11.** Координаты пули  $(x, y)$ . Определить количество выбитых очков, если начало координат в центре мишени, а радиусы 4, 10, 16, 22 и соответствующие им очки 16, 12, 8, 4.

**12.** Заданы координаты точки  $(x, y)$  на плоскости. Определить номер квадранта, в котором эта точка находится. Если точка принадлежит нескольким квадрантам, то считать, что она находится в квадранте с наименьшим номером.

**13.** Даны действительные числа  $a, b, c$ . Проверить, выполняются ли неравенства  $a < b < c$ .

**14.** Даны три действительные числа. Возвести в квадрат те из них, значения которых неотрицательны.

**15.** Даны два различных действительных числа  $x, y$ . Меньшее из этих двух чисел заменить их полусуммой, а большее — их удвоенным произведением.

**16.** Даны два действительных числа. Заменить первое число нулем, если оно меньше или равно второму, и оставить числа без изменения в противном случае.

**17.** Дано двухзначное число. Определить:

- а) входит ли в него цифра 5;
- б) входит ли в него цифра  $a$ .

**18.** Определить, является ли шестизначное число «счастливым» (сумма первых трех цифр равна сумме последних трех цифр).

**19.** Дано трехзначное число. Определить:

- а) является ли сумма его цифр двухзначным числом;
- б) является ли произведение его цифр трехзначным числом.

**20.** Пользователем задаются координаты точек  $A_1(x_1, y_1)$ ,  $A_2(x_2, y_2)$ ,  $A_3(x_3, y_3)$ . Определить, можно ли через точку  $A_3$

провести прямую, перпендикулярную прямой, проходящую через точки  $A_1$  и  $A_2$ . Ответ вывести в виде сообщения.

**21.** Даны вещественные положительные числа  $a, b, c, d$ . Выяснить, можно ли прямоугольник со сторонами  $a, b$  поместить в прямоугольник со сторонами  $c, d$  так, чтобы стороны одного прямоугольника были параллельны или перпендикулярны сторонам другого прямоугольника.

**22.** Задано три числа  $a, b$  и  $c$ . Вычислить значение  $Z = MAX + MIN + L$ , где:

$$MAX — \text{максимальное из чисел } a, b \text{ и } c$$

$$MIN — \text{минимальное из чисел } a, b \text{ и } c$$

$$L = \begin{cases} 1, \text{при } MAX < 0 \\ -1, \text{при } MAX > 0 \end{cases}$$

**23.** Даны действительные числа  $x$  и  $y$ , логические переменные  $a$  и  $b$ . Вычислить значение  $t$ , если:

$$t = \begin{cases} \max(x, y) + 5, \text{при } a = \text{false}, b = \text{false} \\ x^2 + y^2 - \min(x, y), \text{при } a = \text{true}, b = \text{true} \\ |x^3 + y^3|, \text{иначе} \end{cases}$$

## 8.4 Описание графиков при помощи условий

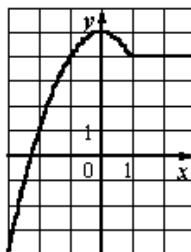
1. Приведенный график описывается условным оператором

1) если  $x < 1$   
то  $x := 4$   
иначе  $y := 5 - x^2$

2) если  $x < 1$   
то  $y := 4$   
иначе  $y := 5 + x^2$

3) если  $x > 1$   
то  $y := 4$   
иначе  $y := 5 - x^2$

4) если  $x < 1$   
то  $y := 4$   
иначе  $y := 5 - x^2$



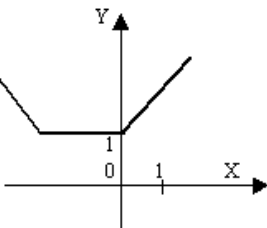
2. Приведенный график описывается условным оператором

1) если  $\text{abs}(x+1) > 1$   
 то  $y := \text{abs}(x+1)$   
 иначе  $y := 1$

2) если  $\text{abs}(x+1) > 1$   
 то  $y := \text{abs}(x)$   
 иначе  $y := 1$

3) если  $\text{abs}(x+1) < 1$   
 то  $y := \text{abs}(x+1)$   
 иначе  $y := 1$

4) если  $\text{abs}(x+1) < 1$   
 то  $y := \text{abs}(x)$   
 иначе  $y := 1$



5) если  $\text{abs}(x+1) > 1$   
 то  $y := \text{abs}(x+1)$   
 иначе  $x := 1$

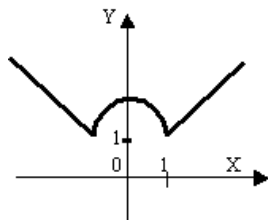
3. Приведенный график описывается условным оператором

1) если  $\text{abs}(x) <= 1$   
 то  $y := \sqrt{x*x-1}$   
 иначе  $y := \text{abs}(x)$

2) если  $\text{abs}(x) >= 1$   
 то  $y := x$   
 иначе  $y := \sqrt{x*x-1}$

3) если  $\text{abs}(x) <= 1$   
 то  $y := 1 + \sqrt{1-x*x}$   
 иначе  $y := \text{abs}(x)$

4) если  $\text{abs}(x) >= 1$   
 то  $y := 1 + \sqrt{1-x*x}$   
 иначе  $y := \text{abs}(x)$



5) если  $\text{abs}(x) <= 1$   
 то  $y := \text{abs}(x)$   
 иначе  $y := 1 + \sqrt{1-x*x}$

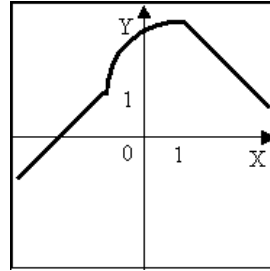
4. Приведенный график описывается условным оператором

1) если  $\text{abs}(x-1) < 1$   
 то  $y := 1$   
 иначе  $y := -\text{abs}(x-1) + 2$

2) если  $\text{abs}(x-1) > 1$   
 то  $y := 1$   
 иначе  $y := -\text{abs}(x-1) + 2$

3) если  $\text{abs}(x-1) < 1$   
 то  $y := 1$   
 иначе  $y := -\text{abs}(x-2) + 1$

4) если  $\text{abs}(x+1) < 1$   
 то  $y := 1$   
 иначе  $y := -\text{abs}(x-2) + 1$



5) если  $\text{abs}(x+1) < 1$   
 то  $x := 1$   
 иначе  $y := -\text{abs}(x-2) + 1$

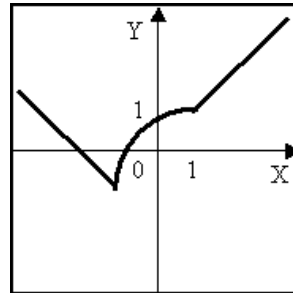
5. Приведенный график описывается условным оператором

1) если  $\text{abs}(x) > 1$   
 то  $y := \text{abs}(x+1) + 1$   
 иначе  $y := -1 + \sqrt{4 - \text{sqrt}(x-1)}$

2) если  $\text{abs}(x) > 1$   
 то  $y := \text{abs}(x+1) - 1$   
 иначе  $y := -1 - \sqrt{4 - \text{sqrt}(x-1)}$

3) если  $\text{abs}(x) < 1$   
 то  $y := \text{abs}(x+1) + 1$   
 иначе  $y := -1 - \sqrt{4 - \text{sqrt}(x-1)}$

4) если  $\text{abs}(x) > 1$   
 то  $y := \text{abs}(x+1) - 1$   
 иначе  $y := -1 + \sqrt{4 - \text{sqrt}(x-1)}$



5) если  $\text{abs}(x) < 1$   
 то  $y := \text{abs}(x+1) - 1$   
 иначе  $y := -1 + \sqrt{4 - \text{sqrt}(x-1)}$

6. Приведенный график описывается условным оператором

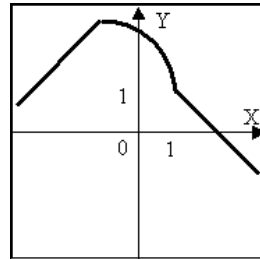
1) если  $\text{abs}(x) > 1$   
 то  $y := -\text{abs}(x+1) + 3$   
 иначе  $y := 1 + \sqrt{4 - \text{sqr}(x+1)}$

2) если  $\text{abs}(x) > 1$   
 то  $y := -\text{abs}(x+1) - 3$   
 иначе  $y := 1 + \sqrt{4 - \text{sqr}(x+1)}$

3) если  $\text{abs}(x) > 1$   
 то  $y := -\text{abs}(x+1) + 3$   
 иначе  $y := 1 - \sqrt{4 - \text{sqr}(x+1)}$

4) если  $\text{abs}(x) < 1$   
 то  $y := -\text{abs}(x+1) - 3$   
 иначе  $y := 1 + \sqrt{4 - \text{sqr}(x+1)}$

5) если  $\text{abs}(x) < 1$   
 то  $y := -\text{abs}(x+1) + 3$   
 иначе  $y := 1 - \sqrt{4 - \text{sqr}(x+1)}$



7. Приведенный график описывается условным оператором

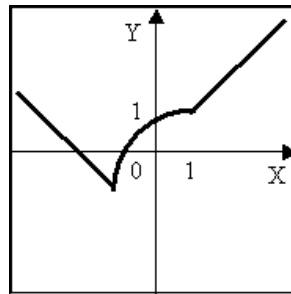
1) если  $\text{abs}(x) < 1$   
 то  $y := -\text{abs}(x-1) + 1$   
 иначе  $y := 1 + \sqrt{4 - \text{sqr}(x-1)}$

2) если  $\text{abs}(x) > 1$   
 то  $y := -\text{abs}(x-1) - 1$   
 иначе  $y := -1 + \sqrt{4 - \text{sqr}(x-1)}$

3) если  $\text{abs}(x) > 1$   
 то  $y := -\text{abs}(x-1) + 1$   
 иначе  $y := -1 - \sqrt{4 - \text{sqr}(x-1)}$

4) если  $\text{abs}(x) < 1$   
 то  $y := -\text{abs}(x-1) + 1$   
 иначе  $y := -1 + \sqrt{4 - \text{sqr}(x-1)}$

5) если  $\text{abs}(x) < 1$   
 то  $y := -\text{abs}(x-1) - 1$   
 иначе  $y := -1 - \sqrt{4 - \text{sqr}(x-1)}$



## 8.5 Контрольные вопросы

1. Какие алгоритмы считаются алгоритмами с ветвлением? Приведите примеры таких алгоритмов.
2. Опишите общую структуру алгоритмов с ветвлением.
3. Какие требования предъявляются к формулировке условий, от которых зависит организация ветвления?
4. Какие управляющие конструкции используются для записи алгоритмов с ветвлением? Нарисуйте соответствующие блок-схемы и запишите аналогичные операторы.
5. Как выполняется управляющая конструкция «ветвление»?
6. Когда используется полная форма ветвления, а когда сокращенная?
7. Опишите графические приемы, которые следует применять при записи алгоритмов на уровне алгоритмических языков.
8. В чем заключается стандартный способ построения новых алгоритмов?
9. В чем заключается опасность пропуска операторных скобок?
10. Опишите общую схему построения алгоритмов с большим количеством ветвей.
11. Как следует изображать блок-схему ветвления с большим количеством ветвей?
12. Как лучше контролировать правильность размещения ветвей в алгоритме?
13. В чем заключается тестирование алгоритма? Как оно проводится? Что необходимо для тестирования алгоритма?
14. Как происходит поиск ошибок в алгоритме? На что следует обращать внимание?
15. Как подбирать тестовые варианты для проверки алгоритмов с ветвлениями?

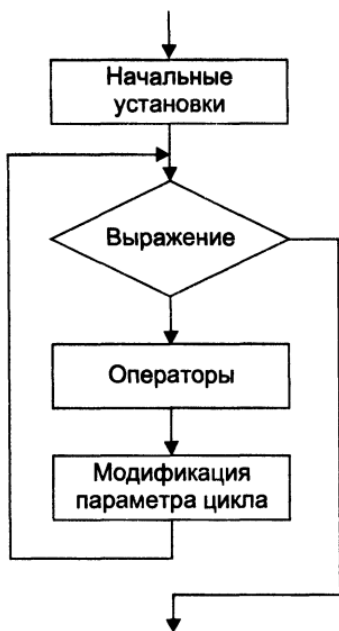
## 9 ЦИКЛЫ

### 9.1 Теоретический материал

Отличительным свойством циклических алгоритмов является наличие этапа или группы этапов алгоритма, которые выполняются неоднократно.

Для задания циклов в алгоритмах используются несколько управляющих конструкций. В частности, для формирования любых циклических участков алгоритмов используется универсальный *цикл с предусловием*.

Действия, которые требуется выполнить многократно, образуют *тело цикла*. Часть цикла, содержащая условие называется *заголовком цикла*. Действия, которые выполняются до цикла и связаны с ним, называются *инициализацией (подготовкой) цикла*.



```
while (<условие>)  
{  
    <тело цикла>;  
}
```

Так как истинность логического выражения проверяется в начале каждого повтора, *тело цикла может не выполняться ни разу*.





оказалось по модулю меньше, чем  $\varepsilon$ , – это и последующие слагаемые можно уже не учитывать:

$$S = \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i \frac{a^{3i+1}}{(3i+1)!}$$

### 9.3 Задачи для самостоятельного решения

1. Вычислить по схеме Горнера:  $y=11x^{10}+10x^9+9x^8+\dots+2x+1$ .

2. Приближенно вычислить интеграл  $\int_0^{\pi} \ln(2+\sin x) dx$ ,

используя формулу прямоугольников при  $n=100$ .

Формула прямоугольников:

$$\int_a^b F(x) dx \approx h \cdot [F(x_1) + F(x_2) + \dots + F(x_n)],$$

где  $h=(b-a)/n$ ,  $x_i=a+i \cdot h-h/2$ .

3. Дано натуральное число  $n$ . Вычислить:

а)  $\frac{1}{\sin 1} + \frac{1}{\sin 1 + \sin 2} + \dots + \frac{1}{\sin 1 + \dots + \sin n}$ ;

б)  $\sqrt{2 + \sqrt{2 + \dots + \sqrt{2}}}$  –  $n$  корней;

в)  $\frac{\cos 1}{\sin 1} \cdot \frac{\cos 1 + \cos 2}{\sin 1 + \sin 2} \cdot \dots \cdot \frac{\cos 1 + \dots + \cos n}{\sin 1 + \dots + \sin n}$ ;

г)  $\sqrt{3 + \sqrt{6 + \dots + \sqrt{3(n-1) + \sqrt{3n}}}}$ .

4. Дано натуральное число  $n$ .

а) чему равна сумма его цифр?

б) найти первую цифру числа  $n$ .

5. Дано натуральное число  $n$ .

а) Переставить первую и последнюю цифры числа  $n$ ;

б) Приписать по единице в начало и в конец записи числа.

6. Найти все двузначные числа, в записи которых есть цифра  $n$  или само число делится на  $n$ .

7. Вычислить:

$$1) S = \sum_{i=1}^n \frac{x^i}{i!};$$

$$6) W = \sum_{i=-2}^k \frac{(-1)^i (i+3)!}{2(i-4)};$$

$$3) Z = \prod_{n=-3}^k \frac{(n+2)|n-4|}{(n+3)!};$$

$$7) S = \sum_{k=1}^n \frac{(-1)^k (k^3 + 27)}{3(k+2)!};$$

$$4) W = \sum_{i=-2}^k \frac{(-1)^i (i+3)!}{i-4};$$

$$8) Q = \sum_{k=1}^n \frac{(-1)^k (x+3)^2}{k!};$$

$$5) S = \sum_{k=1}^n \frac{(k-4)^3 (k+7)}{k!};$$

$$9) W = \sum_{i=1}^k \frac{(-1)^i (i-3)^2}{i!}.$$

8. Вычислить бесконечную сумму с заданной точностью  $\varepsilon$  ( $\varepsilon > 0$ ). Считать, что требуемая точность достигнута, если вычислена сумма нескольких первых слагаемых, и очередное слагаемое оказалось по модулю меньше, чем  $\varepsilon$ , — это и последующие слагаемые можно уже не учитывать:

$$1) \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k x^{2k+1}}{k!(2k+1)};$$

$$6) \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k x^{4k+3}}{(2k+1)!(4k+3)};$$

$$2) \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k x^{4k+1}}{(2k)!(4k+1)};$$

$$7) \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1} x^{2k-1}}{(2k-1)(2k+1)!};$$

$$3) \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k x^{k+2}}{(k+1)(k+2)!};$$

$$8) \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k!(k+1)!} \left(\frac{x}{2}\right)^{2k+1};$$

$$4) \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1}}{(2k+1)!!} \left(\frac{x}{3}\right)^{4k+2};$$

$$9) \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\sqrt{|x|^{k+1}}}{1+k^{3k}};$$

$$5) \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k + x^{-k}}{(k^2+1)^3};$$

$$10) \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^{2k/3}}{k^{k-1} + 1}.$$

9. Пусть  $a_0 = a_1 = 1$ ;  $a_i = a_{i-2} + \frac{a_{i-1}}{2^{i-1}}$ ,  $i = 2, 3, \dots$

Найти произведение  $a_0 \cdot a_1 \cdot \dots \cdot a_{14}$

## 9.4 Алгоритмы чертёжника

1. Какая фигура будет построена Чертежником на клетчатой бумаге после выполнения алгоритма:

<p>Сместиться в точку (0, 0) Опустить перо P:=1 <b>нц для n от 1 до 3</b> сместиться на вектор (P*n, 0) сместиться на вектор (0, -P*n) P:=-P <b>кц</b></p>	
--	--

2. Чертежный автомат (ЧА) исполняет следующие команды: «опустить перо», «сместиться в точку (x, y)», «сместиться на вектор (dx, dy)». Укажите, выполнение какого из предложенных алгоритмов ЧА соответствует данному изображению

- 1) Сместиться в точку (0, 0)  
Опустить перо  
**нц для k от 1 до 3**  
сместиться на вектор (k, 0)  
сместиться на вектор (-k-1, 0)  
**кц**
- 2) Сместиться в точку (0, 0)  
Опустить перо

нц для  $k$  от 1 до 3  
сместиться на вектор  $(k, 0)$   
сместиться на вектор  $(0, -k)$   
кц

3) Сместиться в точку  $(0, 0)$   
Опустить перо  
 $P := -1$   
нц для  $k$  от 1 до 3  
сместиться на вектор  $(P*k, 0)$   
сместиться на вектор  $(0, P*k)$   
 $P := -P$   
кц

4) Сместиться в точку  $(0, 0)$   
Опустить перо  
 $P := 1$   
нц для  $k$  от 1 до 3  
сместиться на вектор  $(P*k, 0)$   
сместиться на вектор  $(0, P*k)$   
 $P := -P$   
кц

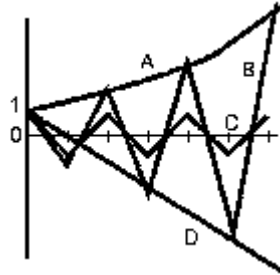
5) Сместиться в точку  $(0, 0)$   
Опустить перо  
 $P := 1$   
нц для  $k$  от 1 до 3  
сместиться на вектор  $((-1)^{k-1}*k, 0)$   
сместиться на вектор  $(0, P*k)$   
 $P := -P$   
кц

## 9.5 Выбор графика по алгоритму

1. Точки с координатами  $(i, Y)$ , последовательно получаемыми при выполнении фрагмента алгоритма (при  $K>1$ )

```

Y:=1; i:=0
нц для i от 1 до 6
| Y:=-K*Y
кц
    
```

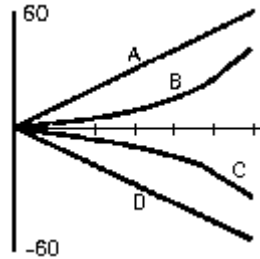


расположены на графике  
1) A; 2) B; 3) C; 4) D; 5)  $Y=0$ .

2. Точки с координатами  $(i, Y)$ , последовательно получаемыми при выполнении фрагмента алгоритма (при  $K>1$ )

```

Y:=1; i:=0
нц для i от 1 до 5
| Y:=2*Y
кц
    
```

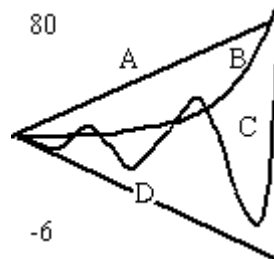


расположены на графике  
1) A; 2) B; 3) C; 4) D; 5)  $Y=0$ .

3. Последовательные значения переменной  $Y$  вычисляются по алгоритму

```

Y:=1; i:=0
нц для i от 1 до 6
| Y:=Y*i
кц
    
```



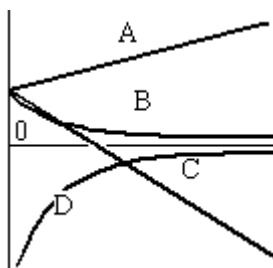
Точки с координатами  $(i, Y)$   
расположены на графике  
1) A; 2) B; 3) C; 4) D; 5)  $X=0$ .

4. Последовательные значения  $Y$  при  $K > 0$  вычисляются по алгоритму

```

Y:=1; i:=0
нц для i от 1 до 5
| Y:=Y-K
кц

```



Точки с координатами  $(i, Y)$  расположены на графике

1) A; 2) B; 3) C; 4) D; 5)  $Y=0$ .

## 9.6 Определение результата работы программы

1. Определить значение переменной  $k$  после выполнения фрагмента программы.

N	фрагмент программы	N	фрагмент программы
1)	<pre> k:=0; нц для i:=1 до 1000  если ((i mod 3)= 1) и ((i mod 5)=2)     то k:=k+1   все кц </pre>	3)	<pre> k:=0; нц для i:=1 до 1000   если ((i mod 3)=1) или ((i div 4)=200)     то k:=k+1 кц </pre>
2)	<pre> k:=1 нц для i:=1 до 1000   если ((i mod 4=1)) и не ((i mod 5)=2)     то k:=k+1   все кц </pre>	4)	<pre> k:=0 нц для i:=1 до 1000   если ((i mod 3)=1) или ((i mod 3)=2)     то k:=k+1   все кц </pre>

5)	<pre> k:=0 нц для i:=1 до 1000   если не ((i div 3)=100) и ((i mod 5)=2)     то k:=k+1   все кц </pre>	8)	<pre> k:=1 нц для i:=1 до 1000   если не ((i div 300)=3) и ((i mod 3)=1)     то k:=k+1   все кц </pre>
6)	<pre> k:=0 нц для i:=1 до 1000   если не ((i div 100)=3) и ((i mod 5)=2)     то k:=k+1   все кц </pre>	9)	<pre> k:=0 нц для i:=1 до 1000   если ((i mod 4)=1) или ((i mod 5)=2)     то k:=k+1   все кц </pre>
7)	<pre> k:=1; нц для i:=1 до 1000   если ((i mod 3) =1) или ((i mod 4) =3)     то k:=k+1   все кц </pre>		

2. После выполнения фрагмента алгоритма переменная k приняла указанное значение. Определить минимальное целое N, при котором это возможно.

N	фрагмент алгоритма	k	N=?
1)	<pre> k:=0; i:=1; нц пока i&lt;=N </pre>	16	12 13

	если $((i \bmod 3)=0)$     то $k:=k+1$   все   $i:=i+1$ кц $k:=k*k-2*k+1$		14 15 16
2)	$k:=0; i:=1;$ нц пока $i \leq N$   $i:=i+1$   если $((i \bmod 2)=0) \text{ и } ((i \bmod 4) <> 0)$     то $k:=k+1$   все кц $k:=(k+1) * (k*k-k+1)$	217	20 21 22 23 24
3)	$k:=0; i:=1;$ нц пока $k \leq N$   $i:=i+1$   если $((i \bmod 2)=0) \text{ и } ((i \bmod 4) <> 0)$     то $k:=k+1$   все кц $k:=k*k-2*k+1$	16	6 4 8 9 7

**3.** Чему было равно значение  $x$ , если после выполнения операций

$$a := \ln(\cos(x) + \sin(x) + \exp(4/\pi));$$

$$x := \text{sign}(x) * \text{abs}(a) * (-\pi/16);$$

$$x := x * x * \ln(x) / \ln(2);$$

оно стало равным  $-1/8$  ?

1)  $\pi/4$ ;

2)  $\pi/2$ ;

3)  $-\pi/4$ ;

4)  $-\pi/2$ ;

5) Ни один из ответов 1-4 не верен.



4. Определить значение переменной n после выполнения фрагмента алгоритма

N	фрагмент программы	N	фрагмент программы
1)	<pre>n:=0; нц для k:=1 до 1000   если ((k mod 30)=1) или ((k mod 5)=2)     то n:=n+1   все кц</pre>	3)	<pre>n:=0; нц для k:=1 до 1000   если не ((k div 3)=100) или ( (k mod 5)=2)     то n:=n+1   все кц</pre>
2)	<pre>n:=0; нц для k:=1 до 1000   если ((k div 300)=1) и ( (k mod 5)=2)     то n:=n+1   все кц</pre>	4)	<pre>n:=0; нц для k:=1 до 1000   если ((k mod 4)=1) или ((k mod 5)=2)     то n:=n+1   все кц</pre>
5)	<pre>n:=0; нц для k:=1 до 1000   если не ((k div 100)=3) и ((k mod 5)=2)     то n:=n+1   все кц</pre>	6)	<pre>n:=0; нц для k:=1 до 1000   если не ((k div 300)=3) и ((k mod 3)=1)     то n:=n+1   все кц</pre>

## 9.7 Контрольные вопросы

1. Какие алгоритмы считаются циклическими? Приведите примеры таких алгоритмов.

2. Опишите общую структуру циклических алгоритмов.

3. Дайте определение терминов «тело цикла», «заголовок цикла», «условие повторения», «условие завершения», «инициализация цикла», «итерация цикла», «бесконечный цикл».

4. Опишите универсальную управляющую конструкцию, используемую для записи циклических алгоритмов. Нарисуйте соответствующие блок-схемы и запишите соответствующие операторы.

5. Как выполняется универсальная управляющая конструкция цикла?

6. Опишите общую схему построения циклов.

7. На что следует обратить внимание при проверке корректности построения цикла?

8. Опишите проверяемые в ходе тестирования периоды выполнения цикла и охарактеризуйте цель проверки каждого периода.

9. Какие последовательности называются рекуррентными? В чем их основное преимущество?

10. Сравните между собой две стандартные схемы построения цикла.

11. Где могут быть допущены ошибки при построении цикла?

12. Какие действия в структуре цикла считаются организационными?

13. Что влечет за собой пропуск организационного действия?

14. Какими могут быть ошибки несогласованности организационных действий?

## 10 ПОШАГОВЫЙ ВВОД-ВЫВОД ДАННЫХ

### 10.1 Задачи для решения на занятии

1. Даны натуральное число  $n$ , действительные числа  $a_1, a_2, \dots, a_n$ . Вычислить:

а)  $a_1 + a_2 + \dots + a_n$ ;

б)  $a_1 - a_2 + a_3 - \dots + (-1)^{n+1} a_n$ .

2. Дано натуральное число  $n$ . Получить последовательность  $b_1, b_2, \dots, b_n$ , где при  $i=1, 2, \dots$  значение  $b_i$  равно:

а)  $i!$ ;

б)  $2i+1$ .

3. Даны степень многочлена  $n$  и его коэффициенты  $a_n, \dots, a_0$ . Вычислить значение многочлена в точке  $x$  (схема Горнера).

4. Даны натуральное число  $n$ , действительные числа  $x_1, \dots, x_{3n}$ . Вычислить сумму тех чисел из  $x_{n+1}, \dots, x_{3n}$ , которые превосходят по величине все числа  $x_1, \dots, x_n$ .

### 10.2 Задачи для самостоятельного решения

1. Даны натуральное число  $n$ , действительные числа  $a_1, \dots, a_n$ . Вычислить:

а)  $\frac{a_1}{0!} + \frac{a_2}{1!} + \dots + \frac{a_n}{(n-1)!}$

б)  $\sin |a_1 + \dots + a_n|$

2. Даны натуральное число  $n$ . Получить последовательность  $b_1, \dots, b_n$ , где при  $i=1, 2, \dots, n$  значение  $b_i$  равно:

а)  $2^i/i!$

б)  $i\left(\frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \dots + \frac{1}{i!}\right)$

3. Даны натуральные числа  $n, m$ , ( $m < n$ ), целые числа  $a_1, \dots, a_n$ . Получить число отрицательных членов последовательности  $a_1, \dots, a_m$  и число нулевых членов всей последовательности  $a_1, \dots, a_n$ .

5. Вводится последовательность целых ненулевых чисел, признак окончания ввода – ввод 0. Количество чисел не меньше двух. Выяснить, является ли последовательность возрастающей.

6. Даны целые числа  $a, n, x_1, \dots, x_n$ , ( $n > 0$ ). Определить, каким по счету идет в последовательности  $x_1, \dots, x_n$  член, равный  $a$ . Если такого члена нет, ответом должно быть число 0.

7. В некоторых видах спортивных состязаний выступление каждого спортсмена независимо оценивается несколькими судьями, затем из всей совокупности оценок удаляются наиболее высокая и наиболее низкая, а для оставшихся оценок вычисляется среднее арифметическое, которое и идет в зачет спортсмену. Если наиболее высокую оценку выставило несколько судей, то из совокупности оценок удаляется только одна такая оценка, аналогично поступают с наиболее низкими оценками.

Даны натуральное число  $n$ , действительные положительные числа  $a_1, \dots, a_n$  ( $n \geq 3$ ). Считая, что числа  $a_1, \dots, a_n$  – это оценки, выставленные судьями одному из участников соревнований, определить оценку, которая пойдет в зачет этому спортсмену.

### 10.3 Рекуррентные соотношения

1. Чему равно значение  $Y_3$  равно, если:

$$X_K = (X_{K-1} - 2 * Y_{K-1})^2 - Y_K;$$

$$Y_K = 2 * X_{K-1} - Y_{K-1};$$

$$X_1 = 1, Y_1 = 1,$$

2. Чему равно значение  $F_5$ , если

$$F_{2K+1} = F_{2K} * (F_{2K} - F_{2K-1});$$

$$F_{2k} = 1 - F_{2k-1} * F_{2k-2};$$

$$F_1 = 1,$$

$$F_2 = -1,$$

3. Чему равно значение  $f(4)$ , если функция  $f(x)$  задана на множестве целых чисел соотношением:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 1 \\ x^2 + x \cdot f(x-1), & \text{при } x > 1 \end{cases}$$

4. Чему равно значение  $F_4$ , если:

$$F_{2k} = 2F_{2k-1} - 3k;$$

$$F_{2k-1} = (2k+1)^2 + F_{2k-2};$$

$$F_1 = 1.$$

5. Чему равно значение  $f(4)$ , если функция  $f(x)$  задана на множестве целых чисел соотношением,

$$f(x) = \begin{cases} 4, & \text{при } |x+1| \leq 1 \\ -2x^2 + f^2(x-1), & \text{при } |x+1| > 1 \end{cases}$$

6. Чему равно значение  $f(4)$ , если функция  $f(x)$  задана на множестве целых чисел соотношением,

$$f(x) = \begin{cases} 1, & \text{при } |x| \leq 1 \\ -x^2 + f^2(x-1), & \text{при } |x| > 1 \end{cases}$$

7. Чему равно значение  $f(8)$ , если функция  $f(x)$  задана на множестве целых чисел соотношением,

$$f(x) = \begin{cases} 8, & \text{при } |x-2| \leq 2 \\ 0.5(x + f(x-2)), & \text{при } |x-2| > 2 \end{cases}$$

8. Чему равно значение  $f(6)$ , если функция  $f(x)$  задана на множестве целых чисел соотношением,

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } |x-1| \leq 1 \\ -3x + f(x-2), & \text{при } |x-1| > 1 \end{cases}$$

9. Найдите  $F_5$ , если

$$F_{i+1} = F_i * F_i - F_{i-1} * F_{i-2} - 2 * i,$$

$$F_1 = F_2 = 1,$$

$$F_3=2.$$

1) 8; 2) -8; 3) -1; 4) 1; 5) Ни один из ответов 1-4 не верен.

**10.** Чему равно значение  $f(4)$ , если функция  $f(x)$  задана на множестве целых чисел соотношением,

$$f(x) = \begin{cases} -1, & \text{при } x \leq 1 \\ x^2 + (x+1) \cdot f(x-1), & \text{при } x > 1 \end{cases}$$

**11.** Чему равно значение  $F_7$ , если:

$$F_{2k+1} = F_{2k} - F_{2k-1};$$

$$F_{2k} = F_k * F_k;$$

$$F_1 = 1,$$

$$F_2 = -1.$$

**12.** Чему равно значение  $F_4$ , если:

$$F_{2k+1} = k * F_{2k} - F_{2k-1};$$

$$F_1 = 0,$$

$$F_2 = 1.$$

## 11 СОЧЕТАНИЕ ЦИКЛОВ И ВЕТВЛЕНИЙ

### 11.1 Задачи для решения на занятии

1. Вычислить величину  $n!!$

$$n!! = \begin{cases} 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot n, & \text{при } n - \text{нечетном} \\ 2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \dots \cdot n, & \text{при } n - \text{четном} \end{cases}$$

2. Дано 100 вещественных чисел. Вычислить разность между максимальным и минимальным из них

3. Дано 100 вещественных чисел. Определить, образуют ли они возрастающую последовательность.

4. Даны два целых неотрицательных числа  $m$  и  $n$ , одновременно не равные нулю.

а) Найти наибольший общий делитель (НОД) этих чисел.

б) Найти наименьшее общее кратное (НОК) этих чисел.

### 11.2 Задачи для самостоятельного решения

1. Дано натуральное число  $n$ . Выбросить из записи  $n$  цифры 0 и 5, оставив прежним порядок остальных цифр. Например, из числа 59015509 должно получиться 919.

2. Найти все двузначные числа, равные утроенной сумме своих цифр.

3. Среди четырехзначных чисел выбрать те, у которых все четыре цифры различны.

4. Даны целое  $n > 0$  и последовательность из  $n$  вещественных чисел, среди которых есть хотя бы одно отрицательное число. Найти величину наибольшего среди отрицательных чисел этой последовательности.

5. Дана последовательность из 70 целых чисел. Определить, со скольких отрицательных чисел она начинается.

6. Дана последовательность из 100 целых чисел. Определить количество чисел в наиболее длинной подпоследовательности из подряд идущих нулей.

7. Дано 200 вещественных чисел. Определить, сколько из них больше своих «соседей», т.е. предыдущего и последующего чисел.

8. Дана непустая последовательность ненулевых целых чисел, за которой следует 0. Определить, сколько раз в этой последовательности меняется знак. (Например, в последовательности 1,-34,8,14,-5 знак меняется 3 раза).



# ВОПРОСЫ ЭКЗАМЕНУ

## ЧАСТЬ 1

1. Основные этапы развития информационных технологий. Роль Беббиджа в развитии вычислительной техники.
2. Понятие информации. Информация и сообщения. Свойства информации. Действия над сообщениями. Носители сообщений.
3. Понятие процесса. Непрерывное и дискретное время.
4. Непрерывные и дискретные сигналы и сообщения. Преобразования сообщений.
5. Развертка и квантование. Теорема Котельникова.
6. Алфавиты и цепочки.
7. Кодирование текстовой информации. Текстовые форматы.
8. Системы счисления. Позиционные системы. Основание системы счисления.
9. Двоичная система счисления. Действия в двоичной системе.
10. Шестнадцатеричная система счисления. Действия в шестнадцатеричной системе.
11. Переходы между системами счисления.
12. Кодирование числовой информации. Формат с фиксированной точкой. Беззнаковое представление.
13. Кодирование числовой информации. Формат с фиксированной точкой. Знаковое представление.
14. Кодирование числовой информации. Нормализованные числа. Формат с плавающей точкой.
15. Нормализация и денормализация. Диапазон и точность представления в формате с плавающей точкой.
16. Кодирование числовой информации. Двоично-десятичный формат.
17. Разновидности компьютерной графики.
18. Кодирование растровых монохромных изображений.
19. Кодирование растровых цветных изображений.
20. Графические растровые форматы.

21. Кодирование звуковой и видеоинформации. Мультимедийные форматы.
22. Различные аспекты понятия алгоритм.
23. Логические теории алгоритмов.
24. Машина Поста.
25. Интуитивное понятие алгоритма. Основные свойства алгоритмов.
26. Основные типы алгоритмов.
27. Способы задания алгоритмов. Алгоритмические языки.
28. Метаязык БНФ и диаграммы Вирта.
29. Понятие данных.
30. Понятие переменной. Имя, тип и значение переменной.
31. Простые типы данных.
32. Структурированные типы данных.
33. Описания.
34. Выражения.
35. Присваивание.
36. Основные управляющие конструкции. Следование. Задача обмена значениями.
37. Общий порядок построения алгоритмов.
38. Линейные алгоритмы. Общие рекомендации по построению линейных алгоритмов.
39. Решение системы двух алгебраических уравнений с двумя неизвестными.
40. Управляющие конструкции ветвлений. Общие рекомендации по построению ветвлений.
41. Примеры организации полного и неполного ветвлений.
42. Организация ветвлений с большим количеством ветвей.
43. Циклы. Общие рекомендации по построению циклов.
44. Пример алгоритма работы с рекуррентными последовательностями.
45. Алгоритмы накопления сумм и произведений.
46. Алгоритмы определения экстремального элемента массива.
47. Задача поиска. Алгоритмы линейного поиска.

48. Бинарный поиск.
49. Построение кратных циклов.
50. Задача сортировки. Сортировка прямым выбором.
51. Понятие эффективности алгоритмов. Временная и объёмная эффективность.
52. Функции трудоёмкости и объёма памяти.
53. Функции трудоёмкости лучшего и худшего случаев.
54. Сложность алгоритмов. Классы сложности P и EXP.
55. Примеры оценки трудоёмкости алгоритмов.
56. Понятие подпрограммы.
57. Итерация и рекурсия.
58. Случайные события. Действия над событиями. Измерение вероятностей событий.
59. Понятие и свойства энтропии.
60. Энтропия и информация. Формулы Хартли и Шеннона.
61. Информация и алфавит. Относительная избыточность сообщений.
62. Кодирование сообщений. Условие неисчезновения информации при кодировании.
63. Средняя длина кодовой цепочки. Первая теорема Шеннона.
64. Характеристики способов построения двоичных кодов. Примеры кодов.
65. Неравномерное кодирование. Коды с разделителями.
66. Префиксные коды. Условие Фано.
67. Код Хаффмана.
68. Блочное кодирование.
69. Понятие модели. Роль моделирования в науке. Классификация моделей.
70. Системы. Методы изучения систем.

## ЧАСТЬ 2

1. Оперативная память и ее структура.
2. Внешняя память. Хранение информации на дисковых носителях. Основные системные таблицы дисков.
3. Процессор и основные технические характеристики компьютера.
4. Системная шина. Связь параметров шины с техническими характеристиками компьютера.
5. Программное обеспечение и его структура.
6. Операционные системы и их основные функции.
7. Понятие файла. Основные операции с файлами.
8. Атрибуты файлов. Групповое имя файлов.
9. Понятие каталога и его структура. Файловая система диска.
10. Спецификация файла. Принцип умолчания.
11. Основные свойства и возможности операционной системы Windows.
12. Основные элементы интерфейса Windows.
13. Типы окон и их представление в Windows
14. Общая структура окна в Windows
15. Диалоговые окна и основные органы управления ими.
16. Основные действия по обслуживанию дисковых устройств.
17. Проверка файловой системы диска и его рабочих поверхностей.
18. Дефрагментация диска
19. Борьба с вирусами. Пакет Dr. Web.
20. Архивация файлов. Пакет RAR.
21. Классификация и топология компьютерных сетей.
22. Функциональные структуры сетей. Сетевые ОС и их функции.
23. Администратор сети. Входное имя и пароль.
24. Сетевой и доменный адрес компьютера в сети Internet.
25. Основные информационные ресурсы сети Internet.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Грошев, А.С. Информатика : учебник для вузов / А.С. Грошев. – Москва ; Берлин : Директ-Медиа, 2015. – 484 с.
2. Губарев, В.В. Введение в теоретическую информатику : учебное пособие / В.В. Губарев ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Новосибирский государственный технический университет. – Новосибирск : НГТУ, 2014. – Ч. 1. – 420 с.
3. Забуга, А.А. Теоретические основы информатики / А.А. Забуга. – Новосибирск : Новосибирский государственный технический университет, 2013. – 168 с.
4. Зыков, С.В. Основы современного программирования: учебное пособие для вузов / С.В. Зыков. – Москва: ГЛТ, 2012. – 444 с.
5. Колдаев, В.Д. Основы алгоритмизации и программирования: учебное пособие / В.Д. Колдаев ; под ред. Л.Г. Гагарина. – Москва: ИД ФОРУМ, ИНФРА-М, 2012. – 416 с.
6. Окулов, С.М. Основы программирования / С.М. Окулов. – Москва: Бином. Лаборатория знаний, 2012. – 336 с.
7. Пильщиков, В.Н. Язык Паскаль: упражнения и задачи: учебное пособие / В.Н. Пильщиков. – Москва: Науч. мир, 2003. – 223 с.
8. Степанов, А.Н. Курс информатики: для студентов информ.-мат. специальностей: [учеб. для вузов] / А.Н. Степанов. – Санкт-Петербург. ; Москва ; Екатеринбург: Питер, 2018. – 1088 с.
9. Юдин, Д.Б. Задачи и методы линейного программирования: Математические основы и практические задачи / Д.Б. Юдин, Е.Г. Гольштейн. – Москва: КД Либроком, 2010. – 320 с.

Учебное издание

*Семенова Ирина Владимировна*

## **ИНФОРМАТИКА**

*Практикум*

Техническое редактирование Л.Р. Дмитриенко  
Компьютерная верстка Л.Р. Дмитриенко

Подписано в печать 09.09.2021. Формат 60x84 1/16.

Бумага офсетная. Печ. л. 8,0.

Тираж 120 экз. (1-й завод 1-25). Заказ . Арт. – 16(Р2ПР)/2021.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«САМАРСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ АКАДЕМИКА С.П. КОРОЛЕВА»  
(САМАРСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)  
443086, Самара, Московское шоссе, 34.

---

Издательство Самарского университета.  
443086, Самара, Московское шоссе, 34.



