

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«САМАРСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ АКАДЕМИКА С.П. КОРОЛЕВА»  
(САМАРСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

*Р. А. ВДОВИН*

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ  
ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА ЛИТЬЯ ДЕТАЛЕЙ  
ДВИГАТЕЛЕЙ В МОДУЛЕ VISUAL-MESH  
ПРОГРАММНОГО ПРОДУКТА PROCAST

Рекомендовано редакционно-издательским советом федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева» в качестве учебного пособия для студентов, обучающихся по основным образовательным программам высшего образования по направлениям подготовки 13.03.03 Энергетическое машиностроение, 15.03.01 Машиностроение, 15.03.04 Автоматизация технологических процессов и производств, 15.03.05 Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств, 24.04.05 Двигатели летательных аппаратов

САМАРА  
Издательство Самарского университета  
2019

УДК 004.9(075)  
ББК 32.97я7  
В 253

Рецензенты: главный металлург ПАО «Металлист-Самара» С. П. Г о л а н о в,  
д-р техн. наук, проф. кафедры теплотехники  
и тепловых двигателей В. В. Б и р ю к

*Вдовин, Роман Александрович*

**В 253** Компьютерное моделирование технологического процесса литья деталей двигателей в модуле **Visual-Mesh** программного продукта **ProCast**: учеб. пособие / *Р.А. Вдовин*. – Самара: Изд-во Самарского университета, 2019. – 108 с.: ил.

**ISBN 978-5-7883-1452-5**

В данном пособии представлены основные сведения о математическом моделировании, разновидностях математических моделей, дана краткая характеристика наиболее востребованным системам компьютерного моделирования литейных процессов, подробно изучен интерфейс модуля **Visual-Mesh** программного продукта **ProCast**: среда импорта и восстановления 3D геометрии деталей после импорта из CAD пакетов; функционал по работе с ребрами и поверхностями; среда проектирования и проверки поверхностной сетки; среда построения оболочковой формы и проектирования объемной сетки. В качестве примера была рассмотрена задача построения конечно-элементной модели рабочей лопатки турбины ГТД как объекта, имеющего наиболее сложный пространственный профиль.

Предназначено для студентов вузов, обучающихся по основным образовательным программам высшего образования по направлениям подготовки 13.03.03 Энергетическое машиностроение, 15.03.01 Машиностроение, 15.03.04 Автоматизация технологических процессов и производств, 15.03.05 Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств, 24.04.05 Двигатели летательных аппаратов.

Подготовлено на кафедре технологий производства двигателей.

УДК 004.9(075)  
ББК 32.97я7

ISBN 978-5-7883-1452-5

© Самарский университет, 2019

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение.....	4
<b>1. Понятие математического моделирования.....</b>	<b>7</b>
1.1. Математическое моделирование в инженерных задачах.....	7
1.2. Классификация математических моделей.....	13
1.3. Основы метода конечных элементов.....	19
1.4. Основы метода конечных разностей.....	29
1.5. Основы метода контрольных объемов.....	31
1.6. Сравнение метода конечных элементов и метода конечных разностей.....	37
<b>2. Сравнительный анализ систем компьютерного моделирования литейных процессов.....</b>	<b>51</b>
<b>3. Моделирование процесса литья в программе ProCast.....</b>	<b>61</b>
3.1. Графический интерфейс сеточного генератора модуля Visual-Mesh.....	61
3.2. Среда импорта и восстановления 3D геометрии модели....	65
3.3. Работа с ребрами и поверхностями.....	69
3.4. Операции построения.....	74
3.5. Среда проектирования поверхностной сетки.....	82
3.6. Среда проверки поверхностной сетки.....	86
3.7. Среда проектирования оболочки.....	88
3.8. Среда проектирования объемной сетки.....	91
<b>4. Пример построения конечно-элементной модели лопатки турбины ГТД.....</b>	<b>93</b>
<b>5. Содержание отчета о проделанной работе.....</b>	<b>100</b>
Контрольные вопросы.....	101
Заключение.....	102
Библиографический список.....	103

## ВВЕДЕНИЕ

Компьютерный анализ литейных процессов на этапе виртуального проектирования технологии литья (до изготовления отливок) позволяет минимизировать возможные просчеты и ошибки, неизбежно возникающие в процессе разработки, снизить финансовые и временные затраты, повысить эффективность, конкурентоспособность, качество и надежность разрабатываемой продукции [1, 21]. Происходит экономия материалов, энергоносителей, рабочего времени, бережется оборудование, а взамен получается масса уникальной информации о технологическом процессе. Только компьютерное моделирование технологии позволяет «заглянуть» внутрь изделия, увидеть характер протекающих в нем процессов, понять причины возникновения дефектов [24].

Внедрение компьютерных технологий позволяет повысить эффективность операций создания и обработки информации – происходит реальный переход от бумажного документооборота к электронному [22].

При внедрении компьютерных технологий снижаются расходы, уменьшается трудоемкость проектирования и освоения производства новых сложных изделий. На 30...40 % уменьшаются расходы на подготовку технологической документации. Более чем на 35 % сокращаются сроки выпуска новых сложных изделий [16].

Применение компьютерных технологий в литейном производстве в значительной степени связано с обработкой информации о создаваемом изделии в виде электронных моделей деталей, поступающей от САД-систем конструкторских подразделений [12]. Информация о технологических процессах, применяемых в литейном производстве, поступает в виде математических моделей, создаваемых в результате деятельности САЕ-систем [9]. Виртуальное ли-

тейное производство, созданное на базе современной САЕ-системы ProCast, не только моделирует затвердевание отливки (тепловая задача), но и позволяет прогнозировать макро- и микроструктуру отливки, а также создает информационную картину электронной модели отливки [5]. По созданной цифровой модели-двойнику технологического процесса, с использованием технологии быстрого прототипирования, может быть быстро получена достаточно точная материальная модель, необходимая для изготовления отливки в литейном производстве [2].

Ключевым звеном виртуального производства литых заготовок служит программное обеспечение моделирования процесса затвердевания отливки и формирования макро- и микроструктуры. Выбор программного обеспечения зависит от применяемых процессов литья и номенклатуры выпускаемой продукции [15].

Для литья деталей аэрокосмического назначения, деталей с тонкими стенками, тонкими ребрами, щелевыми каналами сложной формы, например лопаток газотурбинного двигателя (ГТД), преимуществом обладает метод конечных элементов (FEM), позволяющий более точно передать геометрию отливки, который используется в программном продукте ProCast [3, 4, 13].

Этапы моделирования включают в себя подготовку геометрии (3D модель литейного блока и 3D сетку), определение теплофизических свойств материалов, задание граничных условий (воспроизведение реального технологического процесса) [6].

Программа ProCast имеет отличный встроенный генератор 2D и 3D сеток, позволяющий получить максимально корректную расчетную сетку за минимальное время [23].

ProCast предоставляет возможность моделирования заполнения формы, затвердевания и формирования микроструктуры. Расположение питателей и применение изолирующих или экзотермиче-

ских подводов, их влияние на усадку может быть изучено на компьютере и визуализировано на экране для достижения оптимального качества отливки [7, 8].

Программный комплекс ProCast отвечает рассмотренным выше требованиям и позволяет формировать расчетную модель на основе соответствующих физических процессов в литейной технологии, а необходимые решатели подключаются в процессе решения [10].

Успех моделирования заполнения формы, затвердевания и формирования микроструктуры связан с оптимизацией системы литников и исключением областей возможной усадки. Размеры элементов литниковой системы, их влияние на усадку может быть изучено на компьютере и визуализировано на экране для достижения оптимального качества отливки [17-20].

# 1. ПОНЯТИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

## *1.1. Математическое моделирование в инженерных задачах*

Математическое моделирование позволяет посредством математических зависимостей, символов и законов сформировать описание функционирования технического объекта в окружающей среде, определить выходные параметры и характеристики, получить оценку показателей эффективности и качества, осуществить поиск оптимальной структуры и параметров объекта. Использование методов математического моделирования при проектировании в большинстве случаев позволяет отказаться от физического моделирования, значительно сократить объемы испытаний и доводочных работ, обеспечить создание технических объектов с высокими показателями эффективности и качества, значительно сэкономив при этом материальные и временные ресурсы.

Математическая модель – это совокупность математических объектов и отношений между ними, адекватно отображающая физические свойства создаваемого технического объекта. В качестве математических объектов выступают числа, переменные, множества, векторы, матрицы и т. п. Процесс формирования математической модели и использования ее для анализа и синтеза называется математическим моделированием. В конструкторской практике под математическим моделированием обычно понимается процесс построения математической модели, а проведение исследований на модели в процессе проектирования называют вычислительным экспериментом.

Пусть некоторый объект  $Q$  обладает некоторыми интересующими нас свойствами  $S_0$ . Для получения достоверной математической модели, описывающей данное свойство, необходимо:

- 1) определить показатель данного свойства (т.е. определить меру свойств в некоторой системе измерения);

2) установить перечень свойств  $C_1, \dots, C_m$ , с которыми свойство  $C_0$  связано некоторыми отношениями (это могут быть внутренние свойства объекта и свойства внешней среды, влияющие на объект);

3) описать в избранной форматной системе свойства внешней среды как внешние факторы  $x_1, \dots, x_n$ , влияющие на искомый показатель  $Y$ , внутренние свойства объекта как параметры  $z_1, \dots, z_r$ , а неучтенные свойства отнести к группе неучитываемых факторов ( $w_1, \dots, w_s$ );

4) определить закономерные отношения между  $Y$  и всеми учитываемыми факторами и параметрами и составить математическое описание (модель).

В обобщенном виде схема подобного описания (моделирования) представлена на рис. 1.1.

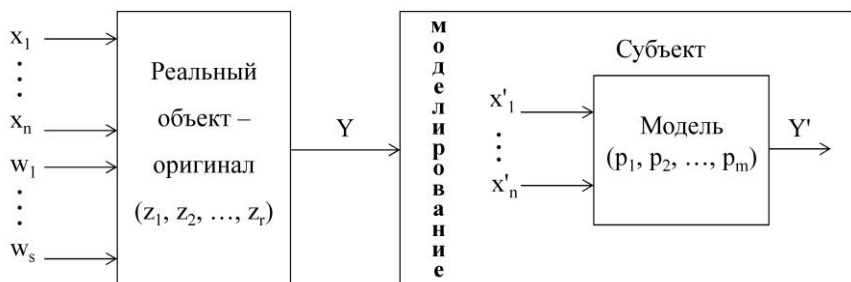


Рис. 1.1. Обобщенная схема процесса моделирования

Как следует из рис. 1, реальный объект характеризуется следующим функциональным отношением между показателями его свойств:

$$Y = f(x_1, \dots, x_n, z_1, \dots, z_r, w_1, \dots, w_s). \quad (1.1)$$

Как уже было сказано, модели обычно отличаются от оригиналов по природе своих внутренних параметров. Подобие заключается в адекватности реакции  $Y$  модели и оригинала на изменение



внешних факторов  $x_1, \dots, x_n$ . Поэтому в общем случае математическая модель представляет собой функцию:

$$Y' = f(x'_1, \dots, x'_n, p_1, \dots, p_m), \quad (1.2)$$

где  $p_1, \dots, p_m$  – внутренние параметры модели, адекватные параметрам оригинала.

В более сложных случаях вид уравнения (1.2) неизвестен и задача исследователя состоит в первую очередь в том, чтобы найти это уравнение. При этом к числу варьируемых параметров  $x'_1, \dots, x'_n$  относят все учитываемые внешние факторы и параметры исследуемого объекта, а к числу искомым параметров относят внутренние параметры модели  $p_1, \dots, p_m$ , которые связывают факторы  $x'_1, \dots, x'_n$  с показателем  $Y'$  наиболее оптимальным соотношением. Решением этой проблемы занимается теория эксперимента. Суть этой теории состоит в том, чтобы, основываясь на выборочных измерениях значений параметров  $x'_1, \dots, x'_n$  и показателя  $Y'$ , найти параметры  $p_1, \dots, p_m$ , при которых функция (1.2) наиболее точно отражает реальную закономерность (1.1).

Необходимость использования математического моделирования определяется тем, что многие объекты (или проблемы, относящиеся к этим объектам) непосредственно исследовать или вовсе невозможно, или же это исследование требует значительных затрат по времени и средствам.

Процесс математического моделирования включает три элемента: 1) субъект (исследователь); 2) объект исследования; 3) модель, устанавливающая отношение между познающим субъектом и познаваемым объектом.

Таким образом, изучение одних свойств моделируемого объекта или процесса осуществляется ценой отказа от отражения других свойств. Поэтому любая модель замещает оригинал лишь в строго ограниченном смысле. Из этого следует, что для одного объекта может быть построено несколько «специализированных» моделей,

сосредоточенных на определенных сторонах исследуемого объекта или же характеризующих объект с разной степенью детализации.

На втором этапе процесса моделирования модель выступает как самостоятельный объект исследования. Одной из форм такого исследования является проведение «вычислительных» экспериментов, при которых сознательно изменяются начальные, контактные и граничные условия функционирования модели и систематизируются данные о результатах ее «поведения».

На третьем этапе осуществляется интеграция полученных результатов моделирования с оригиналом – формирование множества знаний об объекте. Процесс интеграции результатов осуществляется по определенным правилам. Знания о модели должны быть скорректированы с учетом тех свойств и характеристик объекта-оригинала, которые не нашли отражения или были изменены при построении модели. Возможно с достаточным основанием переносить какой-либо результат моделирования с модели на объект-оригинал, если этот результат необходимо связать с признаками сходства оригинала и модели. Если же определенный результат моделирования связан с отличием модели от оригинала, то данный результат переносить неправомерно.

Четвертый этап – апробация получаемых с помощью математического моделирования знаний и их использование для построения обобщающей теории объекта, его преобразования или управления им.

Моделирование – циклический процесс. Это означает, что за первым четырехэтапным циклом может последовать второй, третий и т.д. При этом знания об исследуемом объекте расширяются и уточняются, а исходная модель постепенно модифицируется. Недостатки, обнаруженные после первого цикла моделирования,

обусловленные малым знанием об объекте и ошибками в построении модели, можно исправить в последующих циклах.

Описание существования объекта во времени приводит к понятию жизненного цикла, а в пространстве – к понятию внешней среды, с которой взаимодействует объект в процессе функционирования.

Жизненный цикл технического объекта представляет собой совокупность взаимосвязанных процессов создания и последовательного изменения его состояния от формирования исходных требований к объекту до окончания его эксплуатации. Жизненный цикл состоит из следующих стадий: создание, производство, обращение и эксплуатация. Каждая из стадий содержит целый ряд этапов, операций и процедур. Важно отметить, что все стадии жизненного цикла имеют прямые и обратные связи. Прямые связи очевидны. Так, параметры качества определяют надежность и эффективность технического объекта. Но высокая эффективность новых разработок, в свою очередь, достижима лишь при учете результатов эксплуатации существующего технического объекта (или его аналога) и анализа технологических аспектов их производства. В этом случае имеют место обратные связи.

Сложность и взаимосвязанность процессов жизненного цикла требует глубокого и целенаправленного их изучения. Для этого широко используется математическое моделирование. Моделирование применяется на всех стадиях жизненного цикла. Посредством моделирования осуществляется решение исследовательских, поисковых, проектно-конструкторских и эксплуатационных задач. На этапе доводки конструкции приходится моделировать процессы функционирования технического объекта для выявления причин неудовлетворительных показателей надежности (поломки, преждевременный износ и др.) или эффективности (не достигается расчетная производительность, повышенный удельный расход

энергии, низкие показатели качества переходных процессов и др.). В период эксплуатации технического объекта моделирование осуществляется с целью определения наиболее эффективных режимов функционирования, целесообразных областей и условий использования и т. п.

На различных этапах и стадиях проектирования сложной технической системы используются различные математические модели. На ранних стадиях обычно модели простые, но чем подробнее проработка проекта, тем сложнее нужна модель. Математические модели могут представлять собой системы дифференциальных уравнений (обыкновенных или в частных производных), системы алгебраических уравнений, простые алгебраические выражения, бинарные отношения, матрицы и др. Сложные модели требуют больших затрат времени на проведение вычислительных экспериментов. Системы уравнений таких моделей обычно отличаются плохой обусловленностью, что создает проблемы обеспечения устойчивости вычислительного процесса, достижения необходимой точности при приемлемых затратах времени.

Решение прикладных задач в области литейного производства сложно поддается формализации. При этом, оценивая потенциал использования математического моделирования в области технологии получения литых деталей, необходимо отметить возможность совершенствования способов и методов математического моделирования.

В идеале инженер-литейщик или технолог должен иметь в качестве инструмента моделирования программный комплекс, ориентированный на сквозной цикл компьютерного моделирования литейных процессов от формообразования до конечной механической обработки и получения деталей из заготовок с возможностью оптимизации технологии по стандартным (из базы данных) и уникальным (пользовательским) алгоритмам.

Для описания факторов, влияющих на наличие дефектов в отливках (до 1000 по оценкам различных исследователей), следует оценить текущее состояние развития компьютерного моделирования в данной области как начальное. Общий уровень решения задач инженерами оценивается неоднозначно. При этом для обучения азам технологии компьютерное моделирование подходит больше, чем лабораторные эксперименты, которые, в свою очередь, могут служить важным, но не самодостаточным дополнением.

### *1.2. Классификация математических моделей*

При проектировании технических объектов или процессов используют огромное множество математических моделей в зависимости от степени сложности рассматриваемой задачи, уровня иерархии, степени декомпозиции системы, стадии и этапа проектирования.

На любом уровне иерархии объект или процесс моделирования представляют в виде некоторой системы, состоящей из взаимосвязанных элементов. В этой связи различают математические модели элементов и систем.

При переходе к более высокому иерархическому уровню блочного структурирования система низшего уровня становится элементом системы нового уровня, и наоборот, при переходе к низшему уровню элемент становится системой. В этом случае часто оказывается нецелесообразным использование одних и тех же видов математических моделей на разных уровнях. Обычно чем ниже уровень иерархии блочного структурирования технического объекта, тем более детальное описание его физических свойств. Следовательно, на низших уровнях используют наиболее сложные математические модели. На высших уровнях могут быть примене-

ны более простые модели. Их можно получить путем аппроксимации моделей низших иерархических уровней.

В общем случае уравнения математической модели связывают физические величины, которые характеризуют состояние объекта и не относятся к перечисленным выше выходным, внутренним и внешним параметрам. Такими величинами являются: скорости и силы – в механических системах; расходы и давления – в гидравлических и пневматических системах; температуры и тепловые потоки – в тепловых системах.

Величины, характеризующие состояние технического объекта в процессе его функционирования, называют фазовыми переменными (фазовыми координатами). Вектор фазовых переменных задает точку в пространстве, называемом фазовым пространством. Фазовое пространство, в отличие от геометрического, многомерное. Его размерность определяется количеством используемых фазовых координат.

Обычно в уравнениях математической модели фигурируют не все фазовые переменные, а только часть из них, достаточная для однозначной идентификации состояния объекта. Такие фазовые переменные называют базисными координатами. Через базисные координаты могут быть вычислены значения и всех остальных фазовых переменных.

К математическим моделям предъявляются требования адекватности, экономичности, универсальности. Эти требования противоречивы, поэтому обычно для проектирования каждого объекта или процесса используют свою оригинальную модель. Математические модели технических объектов, используемые при проектировании, предназначены для анализа процессов функционирования объектов и оценки их выходных параметров. Они должны отображать физические свойства объектов, существенные для решения конкретных задач проектирования. При этом математиче-

ская модель должна быть как можно проще, но в то же время обеспечивать адекватное описание анализируемого процесса.

В зависимости от степени абстрагирования при описании физических свойств технической системы различают три основных иерархических уровня: верхний, или метауровень; средний, или макроуровень; нижний, или микроуровень.

Метауровень соответствует начальным условиям: технический поиск и прогнозирование, разработка концепции и технического решения, разработка технического предложения. Для построения математических моделей метауровня используют методы морфологического синтеза, теории графов, математической логики, теории автоматического управления, теории массового обслуживания, теории конечных автоматов.

На макроуровне объект проектирования рассматривают как динамическую систему с сосредоточенными параметрами. Математические модели макроуровня представляют собой системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Эти модели используют при определении параметров технического объекта и его функциональных элементов.

На микроуровне объект представляется как сплошная среда с распределенными параметрами. Для описания процессов функционирования таких объектов используют дифференциальные уравнения в частных производных. На микроуровне проектируют неделимые по функциональному признаку элементы технической системы, называемые базовыми элементами. Примерами таких элементов являются рамы, панели, корпусные детали, валы, диски фрикционных механизмов и др. Проектирование их основано на анализе сложнапряженного состояния. При этом, естественно, базовый элемент рассматривается как система, состоящая из множества однотипных функциональных элементов одной и той же физической природы, взаимодействующих между собой и нахо-

дящихся под воздействием внешней среды и других элементов технического объекта, также являющихся внешней средой по отношению к базовому элементу.

На всех рассмотренных иерархических уровнях используют следующие виды математических моделей: детерминированные и вероятностные, теоретические и экспериментальные факторные, линейные и нелинейные, динамические и статические, непрерывные и дискретные, функциональные и структурные.

По форме представления математических моделей различают инвариантную, алгоритмическую, аналитическую и графическую модели объекта проектирования.

В инвариантной форме математическая модель представляется системой уравнений (дифференциальных, алгебраических) вне связи с методом решения этих уравнений.

В алгоритмической форме соотношения модели связаны с выбранным численным методом решения и записаны в виде алгоритма – последовательности вычислений.

Аналитическая модель представляет собой явные зависимости искомых переменных от заданных величин (обычно зависимости выходных параметров объекта от внутренних и внешних параметров). Такие модели получают на основе физических законов либо в результате прямого интегрирования исходных дифференциальных уравнений, используя табличные интегралы. К ним относятся также регрессионные модели, получаемые на основе результатов эксперимента.

Графическая (схемная) модель представляется в виде графов, эквивалентных схем, динамических моделей, диаграмм и т. п. Для использования графических моделей должно существовать правило однозначного соответствия условных изображений элементов графической и компонентов инвариантной математических моделей.



Среди алгоритмических моделей выделяют имитационные модели, предназначенные для имитации физических и информационных процессов, протекающих в объекте при функционировании его под воздействием различных факторов внешней среды.

Деление математических моделей на функциональные и структурные определяется характером отображаемых свойств технического объекта.

Структурные модели отображают только структуру объектов и используются при решении задач структурного синтеза. Параметрами структурных моделей являются признаки функциональных или конструктивных элементов, из которых состоит технический объект и по которым один вариант структуры объекта отличается от другого. Эти параметры называют морфологическими переменными. Структурные модели имеют форму таблиц, матриц и графов. Наиболее перспективно применение древовидных графов типа И-ИЛИ-дерева. Они позволяют аккумулировать накопленный опыт, используя описания всех существующих аналогов, известных из патентной литературы, и гипотетических объектов. Такие модели наиболее широко используют на метауровне при выборе технического решения.

Функциональные модели описывают процессы функционирования технических объектов и имеют форму систем уравнений. Они учитывают структурные и функциональные свойства объекта и позволяют решать задачи как параметрического, так и структурного синтеза. Их широко используют на всех иерархических уровнях, стадиях и этапах, при функциональном, конструкторском и технологическом проектировании. На метауровне функциональные модели позволяют решать задачи прогнозирования, на макроуровне – выбора структуры и оптимизации внутренних параметров технического объекта, на микроуровне – оптимизации параметров базовых элементов и несущих конструкций.

По способам получения функциональные математические модели делятся на теоретические и экспериментальные.

Теоретические модели получают на основе описания физических процессов функционирования объекта, а экспериментальные – на основе изучения поведения объекта во внешней среде, рассматривая его как кибернетический «черный ящик». Эксперименты при этом могут быть физические (на техническом объекте или его физической модели) или вычислительные (на теоретической математической модели).

При построении теоретических моделей используют физический и формальный подходы.

Физический подход сводится к непосредственному применению физических законов для описания объектов, например, законов Ньютона, Гука, Кирхгофа, Фурье и др.

Формальный подход использует общие математические принципы и применяется при построении как теоретических, так и экспериментальных моделей.

Построение теоретических формальных моделей основано на вариационном принципе Гамильтона-Остроградского. Для динамических систем с сосредоточенными параметрами вариационный принцип приводит к уравнениям Лагранжа второго рода.

Экспериментальные модели – формальные. Они не учитывают всего комплекса физических свойств элементов исследуемой технической системы, а лишь устанавливают обнаруживаемую в процессе эксперимента связь между отдельными параметрами системы, которые удастся варьировать и (или) осуществлять их измерение. Варьируемые параметры при этом называют факторами. Такие модели дают адекватное описание исследуемых процессов лишь в ограниченной области факторного пространства, в которой осуществлялось варьирование факторов в эксперименте. Поэтому экспериментальные математические модели носят частный харак-

тер, в то время как физические законы отражают общие закономерности явлений и процессов, протекающих как во всей технической системе, так и в каждом ее элементе в отдельности.

Следовательно экспериментальные факторные модели не могут быть приняты в качестве физических законов. Вместе с тем методы, применяемые для построения этих моделей (метод статистических испытаний, регрессионный анализ, корреляционный анализ, планирование эксперимента и др.) широко используются при проверке научных гипотез.

Функциональные математические модели могут быть линейные и нелинейные.

Линейные модели содержат только линейные функции фазовых переменных и их производных. Характеристики многих элементов реальных технических объектов нелинейные. Математические модели таких объектов включают нелинейные функции фазовых переменных и (или) их производных и относятся к нелинейным.

С целью упрощения задач проектирования на высших иерархических уровнях используют простые линейные модели. Если описание технического объекта представлено системой линейных обыкновенных дифференциальных уравнений, то, применяя преобразование Лапласа, ее можно привести к системе алгебраических уравнений с комплексными переменными, решение которой значительно проще, чем исходной системы дифференциальных уравнений. Такой подход используется для построения математических моделей на метауровне. В моделях макроуровня следует учитывать нелинейные свойства технического объекта.

### ***1.3. Основы метода конечных элементов***

Метод конечных элементов (МКЭ) – численный метод решения дифференциальных уравнений, широко используемый в раз-

личных областях техники (ракетостроение, самолетостроение, кораблестроение, строительство и др.). Основателем теории МКЭ считается Р. Курант (1943 г.). М. Тернер, Х. Мартин и др. внедрили МКЭ в строительную механику и механику сплошных сред.

Существенно расширили область применения МКЭ Б. Сабо, О. Зенкевич и др., показав, что его можно использовать для решения любых дифференциальных уравнений.

Большой вклад в развитие МКЭ внесли отечественные ученые Л. Розин, В. Корнеев, В. Постнов и др.

Развитие МКЭ неразрывно связано с совершенствованием вычислительной техники, ускоряющей сложные численные расчеты. Соответственно совершенствовались вычислительные программы, реализующие этот метод.

Основная идея МКЭ заключается в том, что любую непрерывную величину в некоторой области можно аппроксимировать дискретной моделью, которая создается из множества кусочно-непрерывных функций, определенных в конечном числе подобластей (элементов). Обычно такими функциями являются полиномы – линейные, квадратичные, кубические и т.д. Кусочно-непрерывные функции строятся с помощью значений непрерывной величины в точках соединения элементов (в узлах).

Таким образом, чтобы определить неизвестную непрерывную величину, нужно определить ее значения в узлах.

Основные этапы проектирования дискретной модели неизвестной величины следующие:

1. В исследуемой области задается конечное число точек (узлов).
2. Значения непрерывной величины в каждом узле считаются неизвестными, они должны быть определены.
3. Исследуемая область разбивается на конечное число подобластей (элементов), имеющих общие точки (узлы).

4. Непрерывная величина в каждом элементе аппроксимируется полиномом, который определяется с помощью узловых значений этой величины: для каждого элемента определяется свой полином, но его коэффициенты подбираются так, чтобы сохранялась непрерывность величины на каждой границе элемента.

Проиллюстрируем основную идею метода конечных элементов. Рассмотрим прогибы  $v$  в стержне (рис. 1.2).

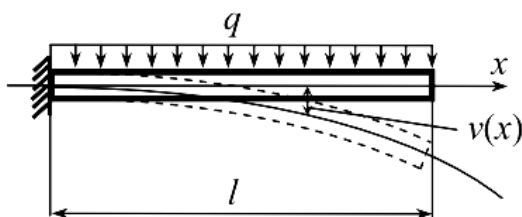


Рис. 1.2. Пример прогиба в стержне

Непрерывная величина – функция прогиба  $v(x)$ . Ее область определения (исследуемая область) – стержень длиной  $l$ .

Задаются пять точек (узлов). Фиксируются прогибы в каждом узле:  $v_1, v_2, \dots, v_5$  (рис. 1.3).

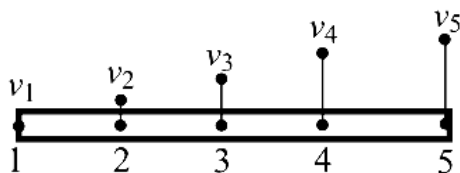


Рис. 1.3. Разбивка стержня на узлы

Аппроксимирующая функция – линейный по  $x$  полином, так как на каждый элемент приходится по два узла. Окончательная аппроксимация  $v(x)$  – четыре кусочно-линейные функции, каждая из которых определена на отдельном элементе (рис. 1.4).

Неизвестные узловые значения  $v(x)$  должны быть отрегулированы таким образом, чтобы приближение к истинной функции  $v(x)$  было наилучшим. Это осуществляется минимизацией

некоторой величины, связанной с физической сущностью задачи. Процесс минимизации сводится к решению систем линейных алгебраических уравнений относительно узловых значений  $v(x)$ .

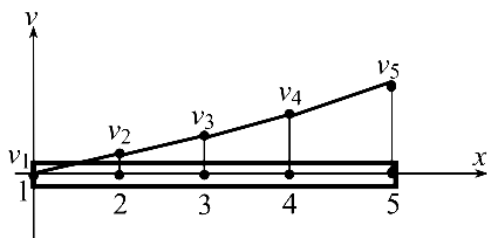


Рис. 1.4. Получение кусочно-линейной функции

Если неизвестная непрерывная величина  $\varphi$  определена в двух- или трехмерной области, аппроксимирующими являются функции от  $x$  и  $y$  или от  $x$ ,  $y$  и  $z$  соответственно. Двумерная область разбивается обычно на элементы в форме треугольника или четырехугольника, трехмерная область – на элементы в форме тетраэдра или параллелепипеда. Аппроксимирующие функции изображаются в таком случае плоскими (рис. 1.5, а) или криволинейными (рис. 1.5, б) поверхностями (двумерная область).

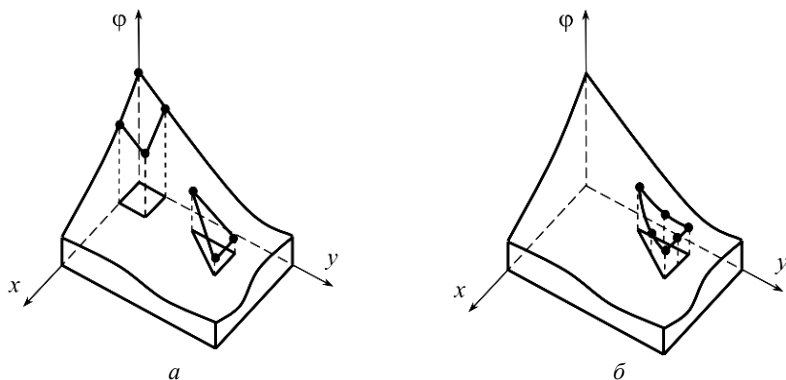


Рис. 1.5. Изображения аппроксимирующих функций:

а – плоскими поверхностями; б – криволинейными поверхностями

Из вышесказанного следует, что основными преимуществами МКЭ являются:

1. Возможность исследовать тела (конструкции), составленные из нескольких материалов (так как свойства материалов соседних элементов могут быть разными).

2. Возможность исследовать области (конструкции) любой формы (так как криволинейная область аппроксимируется прямолинейными элементами или точно описывается криволинейными элементами).

3. Возможность учета различных граничных условий: с разрывной нагрузкой, смешанных.

4. Возможность составления общих методик и программ для решения различных по физике задач одного определенного вида.

Разбиение области на подобласти – первый этап в решении задачи МКЭ. Эта операция требует инженерных навыков и опыта. Неудачное разбиение приведет к ошибочным результатам решения задачи.

При разбиении области необходимо уже иметь некоторые общие представления о результатах решения задачи, чтобы уменьшить размеры элементов в тех частях области, где ожидаемый результат может резко меняться, и увеличить размеры в тех частях, где ожидаемый результат близок к постоянному. Вообще при разбиении области всегда идет поиск золотой середины: с одной стороны – элементы должны быть достаточно малы, чтобы получить результаты необходимой точности; с другой стороны – чем крупнее элементы, тем меньше вычислительной работы.

### **Одномерные элементы**

Одномерный элемент – это стержневой элемент. Он используется при расчете стержневых конструкций (фермы, балки, рамы и т.п.).

Одномерные элементы могут быть с двумя узлами (рис. 1.6, *a*), тремя (квадратичные) (рис. 1.6, *б*), четырьмя (кубические) (рис. 1.6, *в*).

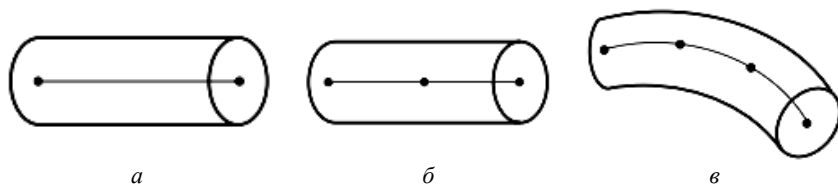


Рис. 1.6. Варианты отображения одномерных элементов

### Двумерные элементы

Основные виды двумерных элементов – треугольные и четырехугольные (рис. 1.7).

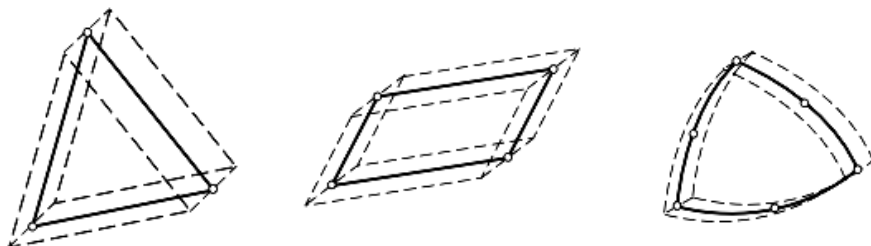


Рис. 1.7. Варианты отображения двумерных элементов

Толщина элементов может быть постоянна или может являться функцией координат. Такие элементы используются при расчете различных пластин (плиты перекрытий, стеновые панели и т.п.).

### Трехмерные элементы

Наиболее часто используются трехмерные элементы в виде тетраэдра или параллелепипеда (рис. 1.8).



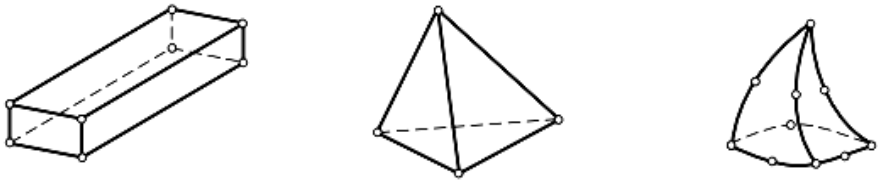


Рис. 1.8. Варианты отображения трехмерных элементов

При рассмотрении конструкций специфической формы (например, осесимметричных) используются специальные элементы (рис. 1.9).

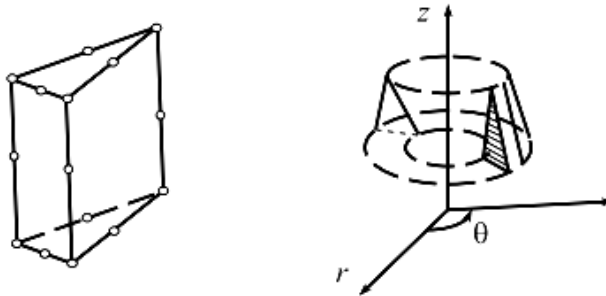


Рис. 1.9. Варианты отображения в случае осесимметричных конструкций

### **Разбиение области на элементы**

Разбиение одномерной конструкции на элементы не представляет трудностей.

При разбиении двумерной области чаще используются треугольные элементы.

Сначала область делится на треугольные и четырехугольные подобласти (зоны): границы между зонами определяются изменением геометрии области, изменением нагрузки, свойств материалов.

Затем зоны разбиваются на элементы. Наиболее легко разбить треугольную зону, выбрав определенное количество узлов вдоль каждой стороны зоны и соединив соответствующие узлы линиями

(рис. 1.10). Если на каждой стороне такой зоны выбрано по  $n$  узлов, число полученных треугольных элементов равно  $(n - 1)^2$ .

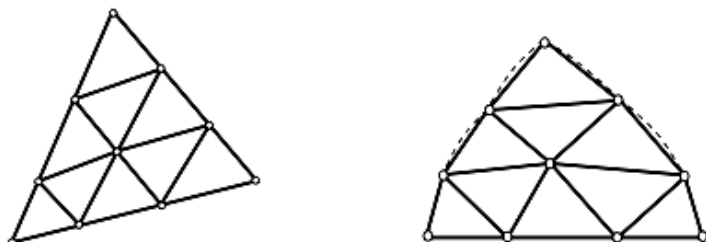


Рис. 1.10. Разбиение зоны треугольными элементами

Четырехугольные зоны обычно разбиваются соединением узлов на противоположных сторонах (рис. 1.11). Если число узлов на двух противоположных сторонах такой зоны одинаково и равно  $n$  и  $m$  для двух пар противоположных сторон, число прямоугольных элементов этой зоны будет  $2(n - 1)(m - 1)$ .



Рис. 1.11. Разбиение зоны четырехугольными элементами

Четырехугольные элементы в дальнейшем можно разбивать на треугольные проведением более короткой диагонали в четырехугольнике. Разбиение более короткой диагональю дает элементы, наиболее близкие к равностороннему треугольнику, что ведет к более точным результатам.

Равномерное разбиение, когда все элементы имеют одинаковые размеры, используется редко. Обычно из-за ожидаемой концентрации

напряжений размеры элементов варьируются и эта возможность является важным достоинством метода конечных элементов. Наиболее простой способ изменения размеров элементов – применение четырехугольных зон с различным числом узлов на противоположных сторонах (рис. 1.12).

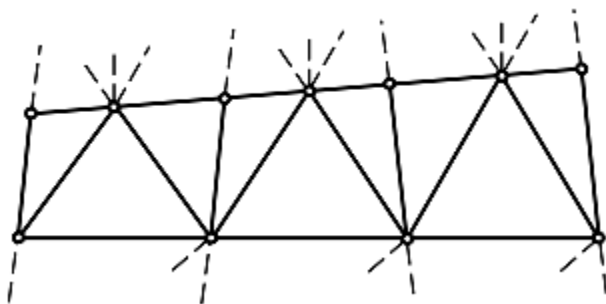


Рис. 1.12. Вариант использования четырехугольных зон с различным числом узлов

### Нумерация узлов

Порядок нумерации узлов влияет на эффективность вычислений метода конечных элементов. Реализация МКЭ приводит к решению системы алгебраических уравнений, большое число коэффициентов которой нулевые. В матрице коэффициентов этой системы все ненулевые коэффициенты заключены между линиями, параллельными главной диагонали матрицы (рис. 1.13).

Расстояние между главной диагональю и одной из этих линий называется шириной полосы матрицы (рис. 1.13) и является показателем эффективности вычислений: чем ширина полосы уже, тем меньше размер требуемой машинной памяти и время вычислений. Ширина полосы определяется порядком нумерации узлов:

$$B = (R+1) Q, \quad (1.3)$$

где  $B$  – ширина полосы;  $R$  – наибольшая для исследуемой области разница между номерами узлов в элементе;  $Q$  – число неизвестных в каждом узле.



Рис. 1.13. Матрица коэффициентов в системе алгебраических уравнений

Таким образом, при нумерации узлов необходимо стремиться к тому, чтобы разница между номерами узлов в элементах области была как можно меньше. Для простой прямоугольной области это проиллюстрировано на рис. 1.14. Вариант  $a$  менее эффективен: наибольшая разница между номерами узлов в элементе 8. Вариант  $b$  более эффективен: соответствующая разница – 4.

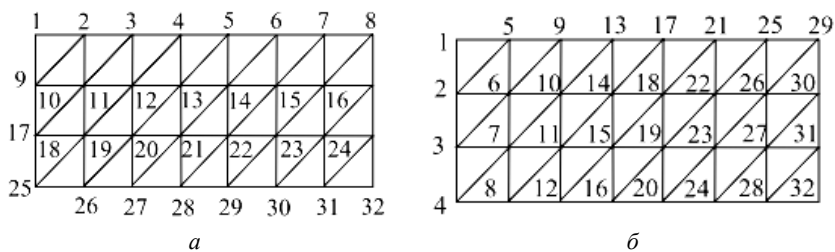


Рис. 1.14. Варианты нумерации узлов в прямоугольной области:  
 $a$  – неэффективный вариант;  $b$  – эффективный вариант

### 1.4. Основы метода конечных разностей

Метод конечных разностей (МКР) заключается в том, что дифференциальное уравнение в частных производных заменяется соответствующей ему системой алгебраических уравнений. Решение этой системы дает приближенное решение для искомой функции  $u(x, y, z, t)$ .

МКР включает следующие основные этапы:

- построение сетки, охватывающей рассматриваемую область, например, элемент конструкции какого-нибудь устройства;
- построение на полученной сетке конечно-разностной аппроксимации, эквивалентной исходному дифференциальному уравнению и дополнительным условиям;
- формирование на основе конечно-разностной аппроксимации системы алгебраических уравнений и ее решение.

Рассмотрим перечисленные этапы на примере двумерных задач.

Формирование сетки производится с учетом геометрии задачи, например, формы детали, для которой выполняется расчет. Обычно для деталей, имеющих прямоугольную форму, используют декартову систему координат и, соответственно, прямоугольную сетку. На рис. 1.15 приведен пример такой двумерной сетки, нанесенной на прямоугольную пластину.

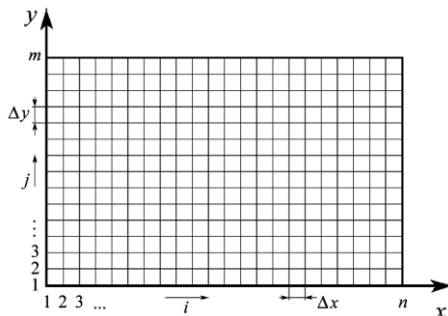


Рис. 1.15. Прямоугольная сетка в декартовой системе координат

В методе конечных разностей применяют и другие виды сеток. Например, если исследуемая конструкция содержит элементы с осевой симметрией, используют полярную сетку.

В дальнейшем решение задачи строят, опираясь на узлы сетки, то есть на точки пересечения ее линий (см. рис. 1.15).

В МКР используются, как правило, регулярные сетки, шаг которых либо постоянен, либо меняется по несложному закону. На рис. 1.16 приведен пример построения сеток в МКР.

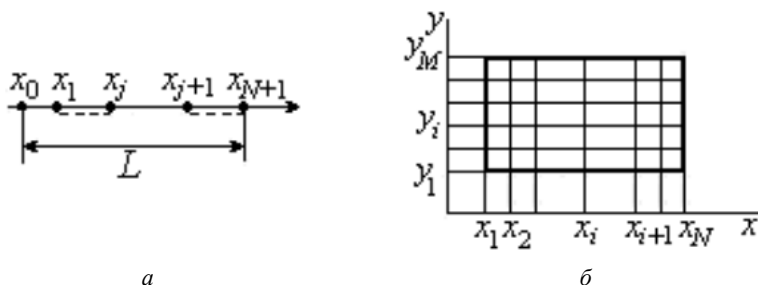


Рис. 1.16. Примеры построения сеток в МКР:

*а* – в случае одномерных областей; *б* – в случае двумерных областей

Для одномерных областей построение сеток мало чем отличается от аналогичной процедуры в МКР. Отрезок длиной  $L$  разбивается на  $N$  частей (рис. 1.16, *а*). Расстояние между двумя соседними узлами называется шагом сетки  $h_i = x_i - x_{i-1}$  при  $i = 1, 2, \dots, N$ . При регулярной сетке шаг – постоянная величина, равная  $L/(N - 1)$ , где  $N$  – количество узлов сетки.

Для двумерной области подход к построению сетки существенно отличается от аналогичной процедуры в МКР. Пусть в качестве области изменения функции задан прямоугольник (рис. 1.16, *б*). Оси  $x$  и  $y$  разбиваются на отрезки, которые являются шагами сетки по соответствующим направлениям. Через точки

деления проводятся прямые, параллельные осям координат. Совокупность точек пересечения (узлов) этих прямых и образует сетку в заданной двумерной области. Соседними узлами такой сетки называются узлы, расстояние между которыми равно шагу сетки по одной из осей.

Способ построения сетки не меняется и в том случае, если задана область произвольной формы. Узлы сетки, попавшие внутрь области, называются внутренними узлами. Точки пересечения прямых, образующих сетку, с границей области называются граничными узлами.

Даже в случае постоянных шагов сетки по осям  $x$  и  $y$  в области имеются граничные узлы, отстоящие от ближайших к ним внутренних узлов на расстояние, меньшее шага по соответствующему направлению. Поэтому для двумерной области произвольной формы сетка в общем случае всегда является нерегулярной, причем особенности геометрии учитываются только в околограничных узлах.

### ***1.5. Основы метода контрольных объемов***

В основе метода контрольных объемов (МКО) лежит разбиение области на непересекающиеся контрольные объемы (элементы), узловые точки, в которых ищется решение. Узловые точки находятся в центрах контрольных объемов. Так же, как и для метода конечных разностей, для каждого элемента составляется уравнение, получается система линейных уравнений. Решая ее – находим значения искомых переменных в узловых точках. Для отдельного элемента уравнение получается путем интегрирования исходного дифференциального уравнения по элементу и аппроксимации интегралов.

Существует два различных способа решения задачи по МКО:

1) грани контрольного объема совпадают с гранями элемента (рис. 1.17, *а*);

2) грани контрольного объема проходят через центры граней элементов (на которые разбита область) (рис. 1.17, *б*). Искомые переменные хранятся в вершинах этих элементов. Вокруг каждой вершины строится контрольный объем. Для непрямоугольной сетки этот способ имеет еще 2 подвида.

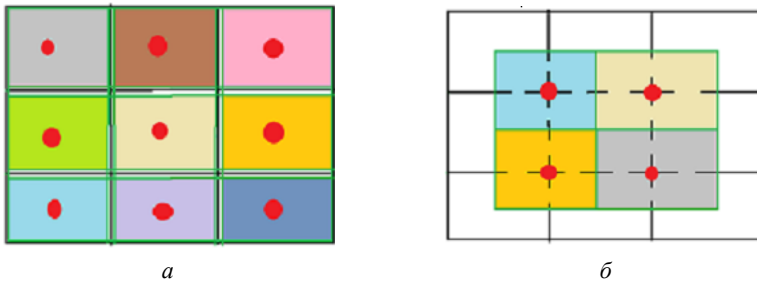


Рис. 1.17. Варианты решения задач по МКО:

*а* – совпадение граней контрольного объема с гранями конечного элемента;

*б* – совпадение граней контрольного объема с центрами граней элементов

МКО реализуем на примере уравнения теплопроводности:

$$\frac{dT}{dt} - \nabla \cdot (k \nabla T) = 0, \quad (1.4)$$

где  $k$  – коэффициент теплопередачи,  $T$  – температура,  $t$  – время.

Основные шаги при реализации МКО:

– перевод дифференциального уравнения в форму, пригодную для интегрирования по контрольному объему;

– составление дискретного аналога, выбор способа перевода производных и других подынтегральных выражений в дискретную форму;



– получение уравнения для каждого из контрольных объемов, на которые разбита область. Составление системы линейных уравнений и ее решение.

Преимущество данного метода заключается в том, что в его основе лежат законы сохранения. Поэтому, в отличие от метода конечных разностей, метод контрольного объема обеспечивает консервативность численной схемы, что позволяет даже на относительно грубых сетках получать приемлемые по точности решения.

Основная идея метода достаточно проста и легко поддается физической интерпретации. При дискретизации уравнений Навье-Стокса, осредненных по Рейнольдсу, расчетная область разбивается на большое количество непересекающихся элементарных объемов таким образом, чтобы каждый объем содержал только одну расчетную (узловую) точку. Совокупность элементарных объемов называется расчетной сеткой. Ячейки сетки могут иметь различную форму. Наиболее часто используются шестигранники (гексаэдры) и четырехгранники (тетраэдры). Метод контрольного объема позволяет использовать ячейки с произвольным числом граней (пирамиды, призмы, сложные многогранники и т. п.).

Решение системы дифференциальных уравнений представляется в виде набора значений искомых параметров в центрах этих объемов. Например, если разбить объем помещения на 1000 отдельных элементарных объемов (ячеек), то в результате решения мы будем иметь 1000 значений температуры, скорости, давления и т. д. На рис. 1.18 представлен фрагмент расчетной области. Ячейки пронумерованы индексами  $i, j, k$ .

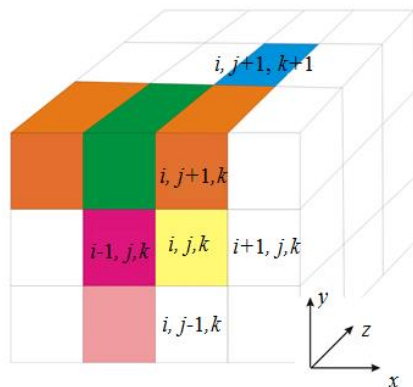


Рис. 1.18. Фрагмент расчетной области МКО

Интегрирование дифференциальных уравнений производится по каждому элементарному объему. Интегралы вычисляются с использованием интерполяционных формул, при помощи которых определяют значения искомых переменных между расчетными точками. В результате получают дискретный аналог исходных уравнений в узловых точках, который отражает закон сохранения изучаемых переменных в каждом конечном объеме.

Следует отметить, что в большинстве современных расчетных гидродинамических пакетов, таких как «STAR-CD», «FLUENT», «CFX» и многих других, для дискретизации уравнений модели реализован метод контрольного объема.

### Расчетные сетки

Процесс построения сетки относится к ключевым моментам проведения численного эксперимента. Выбор и построение адекватной для рассматриваемой задачи расчетной сетки является достаточно сложной и трудоемкой процедурой. Рациональный выбор сетки может значительно упростить численное решение задачи.

Ячейки сетки могут иметь разную форму (рис. 1.19) и размеры, наилучшим образом подходящие для решения конкретной задачи. Наиболее простой вид сетки – когда ячейки одинаковы и имеют кубическую форму.

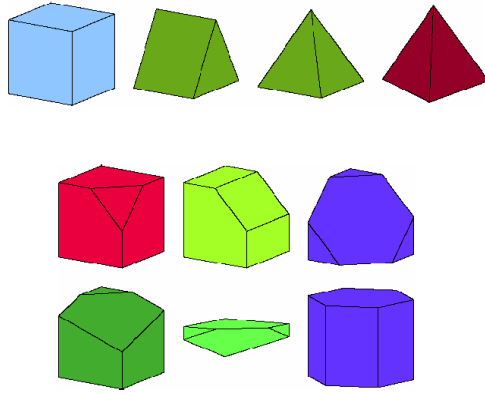


Рис. 1.19. Конфигурация ячеек сетки

Как правило, вблизи твердых поверхностей сетка сгущается, т. е. ячейки имеют меньший размер по нормали к поверхности. Это делается для повышения точности расчетов в тех областях, где градиенты потоков изучаемых параметров изменяются быстрее, например в пограничном слое.

Повысить точность расчетов и уменьшить ошибку аппроксимации можно двумя способами:

- повышением порядка точности дискретизации;
- уменьшением шага по сетке  $\Delta x_i$ .

Универсальные вычислительные программы, применяемые в настоящее время в инженерной практике, позволяют работать на произвольных неструктурированных сетках с использованием сильно скошенных элементов. При этом порядок точности дискретизации, как правило, не превышает второго. Для получения качественного решения необходимо строить расчетные сетки с малым шагом.

Основное преимущество неструктурированных сеток по сравнению с регулярными заключается в большей гибкости при дискретизации физической области сложной формы. При этом ячейки сетки должны иметь соизмеримые объемы или площади и не должны пересекаться. Однако к недостаткам такого типа сеток относится увеличение размерности сетки. Как показывает практика, для одного и того же объекта неструктурированная сетка при ее правильном построении имеет примерно в два раза больше ячеек, чем структурированная, что, естественно, приводит к увеличению времени счета по отношению к регулярным сеткам. Однако во многих случаях неструктурированные сетки являются единственным возможным вариантом построения из-за сложности геометрии объекта. Кроме того, при рациональном выборе алгоритма построения сетки время, затрачиваемое на построение неструктурированной сетки, оказывается существенно меньше, чем время построения структурированной (блочной-структурированной) сетки. В результате суммарное время, затраченное на решение задачи (включая время построения сетки и время счета), может при использовании неструктурированных сеток оказаться намного меньше, чем в случае структурированных.

Определение требуемой размерности сетки само по себе является весьма сложной задачей. Универсальный способ, которым следует руководствоваться при выборе размерности сетки, сводится к тому, что получаемое решение не должно изменяться при увеличении количества ячеек (сеточная сходимость).

Для типовых задач проведение исследования сеточной сходимости не является обязательным, так как можно ориентироваться на полученные ранее результаты. При переходе к изучению нового типа задач следует в обязательном порядке выполнить исследование сеточной сходимости и определить требования к расчетной сетке.

## *1.6. Сравнение метода конечных элементов и метода конечных разностей*

При моделировании физических процессов, связанном с решением дифференциальных уравнений теории поля (тепловые, фильтрационные, диффузионные, деформационные, гидродинамические, электродинамические и т.п. процессы), наиболее часто используют следующие методы численного решения: метод конечных элементов, метод конечных разностей, метод контрольных объемов, метод граничных элементов. Наиболее «сильным» методом вероятно следует считать метод граничных элементов (МГЭ), т.к. в своей основной формулировке он предполагает в пределах граничного элемента аппроксимацию распределения искомой функции (например, функции температур) непосредственно по исходному дифференциальному уравнению, которым описывается моделируемый процесс. (В других методах аппроксимация в рамках дискретной ячейки более искусственна). Кроме того, при использовании МГЭ происходит понижение пространственного порядка, что теоретически ускоряет решение и снижает требования к ресурсам вычислительной техники. Однако при моделировании литейных процессов МГЭ практически не используется, т.к., несмотря на свои многие положительные качества, требует однородности физических свойств в рамках крупных граничных элементов. Это не соответствует физике большинства литейных процессов, связанных с существенным изменением параметров процесса в локальных произвольных областях, например при тепловыделении при затвердевании.

Метод контрольных объемов (МКО) в определенном смысле является развитием разностных методов, хотя иногда рассматривается как некоторая промежуточная стадия между методом конечных разностей (МКР) и методом конечных элементов (МКЭ). Это, вероятно, не совсем справедливо, т.к. хотя МКО и учитывает про-

произвольно ориентированные границы внутри разностной ячейки, но в основе своей предполагает ортогональную разностную разбивку (дискретизацию) на прямоугольные параллелепипеды и обладает рядом других особенностей, присущих разностным методам. Во всяком случае, МКО пока не получил при моделировании литейных процессов широкого распространения, кроме, пожалуй, задачи заполнения, где применение МКЭ затруднено, а МКР не дает необходимого соответствия по геометрии заполняемой полости. Неширокое распространение МКО, вероятно, связано именно с «промежуточным» характером метода в тех случаях, когда необходимы произвольно ориентированные границы и лучше использовать собственно МКЭ, а когда допустимо представление геометрии в виде набора параллелепипедов, то проще решать задачу классическим МКР.

Два наиболее часто применяемых метода в системах моделирования литейных процессов (СМ ЛПП) – это МКЭ и МКР. Разностные методы более старые, именно с ними связаны первые опыты численного моделирования физических процессов, а в 70-х годах и первые успехи при создании систем компьютерного моделирования литейных процессов. Конечно-элементный подход более молодой и более «сильный», т.е. на уровне исходных посылок точнее соответствует уравнениям задач теории поля. Соответственно МКЭ требует меньше машинных ресурсов (меньше оперативной памяти), расчет идет быстрее (меньше затраты процессорного времени), результат расчетов может быть более адекватным. При моделировании различных физических процессов в 70-80-х годах МКР и МКЭ имели примерно одинаковое распространение, несмотря на теоретические преимущества МКЭ. Дело в том, что МКЭ несколько сложнее для программирования и, кроме того, использование МКЭ требует наличия специальных программ-разбивщиков на произвольные элементы-многогранники (чаще

всего треугольные пирамиды). МКР же был хорошо освоенным методом, генерация разностной сетки для МКР требовала меньших усилий, для МКР было достаточно много опубликованных алгоритмов и программных библиотек. В 80-90-х годах положение изменилось. Был набран необходимый опыт применения МКЭ и создания систем моделирования на базе МКЭ. Огромный скачок совершили конструкторские программные продукты (САД-системы) для создания трехмерных (3D) геометрических моделей (ГМ). В то же время на рынке программных продуктов появились автоматизированные «разбивщики» для МКЭ, так что генерация конечно-элементной сетки превратилась практически в рутинную операцию. На фоне всего этого в середине 80-х годов разностные системы моделирования почти повсеместно были вытеснены конечно-элементными системами в силу очевидных преимуществ МКЭ. Единственным исключением по совершенно объективным причинам оставались (и остаются) системы для моделирования гидро- и аэродинамических процессов. Поскольку подобные задачи зачастую связаны с наличием движущейся свободной поверхности, то применение МКЭ в классической постановке потребовало бы регенерации сетки на каждом шаге по времени (хотя, вероятно, в рамках МКЭ возможны и более экономичные подходы). Но и в этой области наблюдается стремление заменить МКР различными «промежуточными» методами, например МКО. Но, так или иначе, сейчас все известные универсальные системы моделирования – ANSYS, NASTRAN, PATRAN, COSMOS и т.д. базируются на МКЭ, т.к. МКР считается недостаточно эффективным и в значительной мере устаревшим методом. Такое положение не требовало бы специальных комментариев, если бы не одно важное для литейщиков обстоятельство. Дело в том, что по различным субъективным причинам на рынке СМ ЛП полного вытеснения разностных систем не произошло. В первую очередь это связано с тем, что

для литейных процессов моделирование применяли менее интенсивно, чем для деформационных, прочностных и т.п. В этом смысле с сожалением приходится констатировать отставание литейщиков. Как следствие этого – меньшая осведомленность среднего литейщика и появление у производителей СМ ЛП возможности (неосведомленность пользователя) и необходимости (маленький тираж продаж) минимизировать расходы на обновление систем и улучшение алгоритмов. Поскольку реальная оценка той или иной СМ ЛП влияет на коммерческий успех системы или престиж разработчика (важный фактор для некоммерческих программ), то далеко не все продавцы и разработчики СМ ЛП заинтересованы в широком распространении объективной информации об особенностях различных численных методов. Вероятно, этим и объясняется очевидный дефицит информации у литейщиков в этом вопросе.

Рассмотрим наиболее характерные особенности МКЭ и МКР применительно к моделированию ЛП более подробно, по возможности не углубляясь в математические подробности. Наиболее наглядно разница между МКЭ и МКР видна по способу дискретизации геометрии. При МКЭ расчетная геометрия (КЭ-сетка) представляет собой набор относительно крупных неправильных треугольных пирамид, непрерывно без пересечений заполняющих расчетную область произвольной конфигурации – собственно геометрию моделируемого объекта. Применительно к ЛП это будет геометрия отливки и формы. (На самом деле вид конечного элемента может быть любым, в том числе и с криволинейными гранями, однако чаще всего используются тетраэдральные четырехузловые элементы.) При МКР расчетная геометрия чаще всего представляет собой набор относительно мелких параллелепипедов, полученных наложением непрерывной прямоугольной ортогональной сетки на прямоугольную расчетную область, в которую вписана геометрия отливки и формы. (В общей разностной поста-



новке конфигурация ячейки может быть и не параллелепипедом, а, например в 2D, правильным шестиугольником, но неортогональные сетки практически не применяются.) На рис. 1.20 показан пример элементных и разностных разбинок для цилиндра.

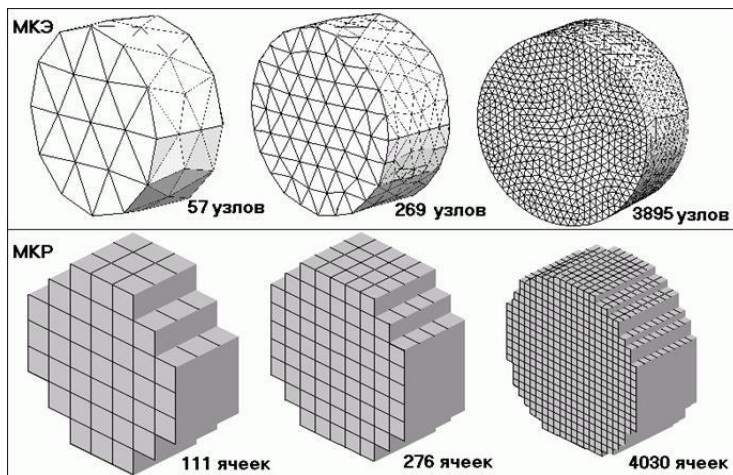


Рис. 1.20. Разбивка цилиндра при МКЭ и МКР при близких значениях густоты сетки

Степень дискретности разбивки определяется в МКЭ и МКР несколько по разному. В МКЭ значения расчетной функции определяются в узлах сетки, поэтому размерность матрицы при решении зависит от количества узлов сетки (места, где сходятся вершины элементов), а не от количества элементов (тетраэдральных пирамид), которых обычно в несколько раз больше, чем узлов. В МКР количество узлов и количество ячеек (параллелепипедов) близки по значениям, однозначно связаны друг с другом и густоту сетки обычно определяют количеством ячеек. (По одной линии в разностной сетке количество узлов на единицу больше количества ячеек.) В дальнейшем для возможности сравнения будем и для

МКЭ, и для МКР определять дискретность по количеству узлов сетки. На рис. 1.20 видно, что при близких значениях дискретности конечно-элементная сетка гораздо более адекватно описывает реальную геометрию (если, конечно, она не представляет собой куб). Более того, очевидно, что разностная сетка, в отличие от элементной, даже при очень большей густоте всегда принципиально неправильно будет описывать любые поверхности, непараллельные граням габаритного параллелепипеда, представляя их «зубчатым» рельефом. К особенностям сетки МКЭ можно отнести также то, что все узлы элементной сетки, в отличие от разностной сетки, находятся непосредственно на реальной поверхности моделируемого тела, причем это правило сохраняется при любой, даже очень грубой дискретности элементной сетки. Кроме того, дискретность элементной сетки может легко изменяться – в относительно массивных частях геометрии (прибыли и т.п.) сетка может быть в несколько раз разреженнее, чем в областях с мелкими фрагментами (тонкими стенками и т.п.). Узлы же разностной сетки с увеличением густоты лишь приближаются к реальной поверхности и в общем случае всегда находятся либо «над», либо «под» ней. В общем случае ошибка в линейных размерах тела при разностной разбивке достигает размера ячейки. Иногда разработчики разностных СМ ЛП пытаются уменьшить такого рода погрешности за счет возможности задавать переменный шаг разбивки. Это действительно помогает, но только для очень простых конфигураций деталей. Для фасонных литейных деталей возможность задавать переменный шаг разностной сетки практически не улучшает ситуацию, т.к. проекции на координатные плоскости тех фрагментов, которые требуют мелкой сетки, почти всегда перекрываются. Таким образом, шаг разбивки все равно приходится делать максимально мелким по всему расчетному объему. Поскольку в реаль-

ности дискретность сетки практически всегда лимитирована ресурсами вычислительной техники (чаще всего оперативной памятью), то по каждой из ортогональных осей обычно редко удается задать более 200-300 ячеек (это 8-27 миллионов ячеек по всему объему). При этом собственно на отливку приходится не более половины ячеек, а остальные обычно расположены в форме. Соответственно для МКР одна сотая габарита отливки – это обычная ошибка при задании размеров. При наличии в протяженной детали тонких стенок или небольших углов наклона поверхностей (например, литейные напуски и уклоны) это чаще всего приведет к существенному искажению геометрических соотношений, определяющих тепловые процессы. Чтобы понять о чем идет речь, достаточно представить себе, что литейный уклон в 3-5 градусов, который должен обеспечить направленность затвердевания, в разностном представлении будет являться одной-двумя ступеньками на достаточно протяженной поверхности. Однако основная разница между МКЭ и МКР отнюдь не в разной точности описания геометрии. С точки зрения адекватности решения основная разница заключается в тех исходных посылах, на которых базируется каждый из этих методов. Не углубляясь в математические тонкости формулировки методов, можно с определенной степенью вульгаризации сказать, что МКЭ предполагает некоторое распределение искомой функции внутри элемента, а МКР предполагает ее постоянное значение внутри ячейки. Таким образом, если говорить о распределении температуры по толщине некоторой стенки, то в МКЭ оно описывается непрерывной линией, состоящей из соединенных отрезков, а в МКР – ступенчатым профилем. Эти два вида аппроксимации показаны на рис. 1.21, из которого видно, что при одинаковом шаге дискретизации МКЭ гораздо точнее описывает реальное температурное распределение, чем МКР.

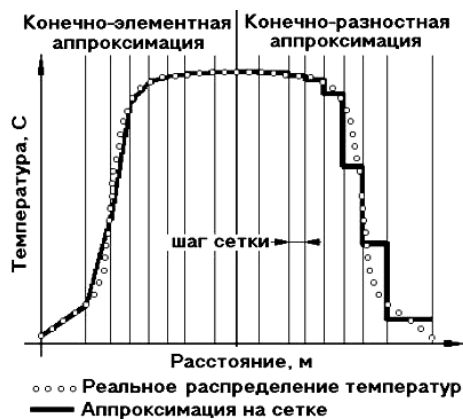


Рис. 1.21. Различная аппроксимация искомой функции при МКЭ и МКР

Собственно именно то, что МКЭ в рамках исходных посылок более точно соответствует физике решаемых задач, в которых чаще всего предполагается непрерывное гладкое распределение искомой функции, и делает его более «сильным» методом, чем МКР.

Следует понимать, что вышеприведенные формулировки не претендуют на строгость и сделаны для упрощения изложения сути. В МКЭ, как уже было сказано выше, не обязательно применять линейную аппроксимацию, тогда температурное распределение будет описываться не набором прямых отрезков, а некоторой линией, состоящей из криволинейных участков. Однако в «элементных» СМ ЛП чаще всего используются симплекс-элементы, предполагающие именно линейную аппроксимацию. Что касается МКР, то постоянное значение функции в рамках разностной ячейки явно присутствует лишь в «классической» формулировке метода. В различных вариациях МКР предположение о постоянном значении функции может не присутствовать в явном виде, однако при внимательном анализе его обычно всегда можно обнаружить как неявное предположение при некоторых операциях (чаще всего связанных с теплосодержанием ячейки) или как следствие других

исходных посылок. Также не следует путать визуализацию расчетных полей и сам расчет. При применении МКР часто визуализируют температурные поля таким образом, что видно распределение температуры внутри ячейки. Сделать это несложно, например, посчитав температуру в каждой вершине ячейки как среднюю от всех ячеек, сходящихся в этой вершине, тогда в каждой из 8 вершин ячейки будет своя температура и, соответственно, можно назначить некоторое распределение внутри ячейки. Это безусловно весьма полезный прием, однако он не влияет на характеристики самого расчета, а является постпроцессорной интерпретацией его результатов.

Исходя из вышеизложенного, следует сделать вывод о том, что каждый из методов – МКЭ и МКР для достижения правильных результатов расчета предъявляет свои определенные требования к густоте расположения узлов внутри тела помимо тех, которые связаны с точностью описания геометрии. Можно предположить, что количество узлов для МКР должно быть существенно большим, чем для МКЭ. При этом требуемая густота, как и другие параметры, очевидно будет зависеть от особенностей распределения искомой функции и, таким образом, параметры будут разными для разных процессов и разными для разных условий протекания процесса. Например, для тепловой задачи применительно к ЛП такие параметры могут существенно отличаться от параметров для тепловой же задачи, применительно, например, к работе радиаторов различных механизмов. При этом наиболее важным будет являться вопрос о том, достижимы ли в реальности те параметры, которые обеспечат адекватное решение для ЛП.

Еще одной характерной разницей между МКЭ и МКР является то, что по своей сути МКЭ приспособлен для решения задач с наличием существенно влияющих границ, а МКР в основе своей предполагает наличие некоторой непрерывной (в идеале неограниченной) среды, в которой и проводится поиск распределения некоторой функции. В такой среде действительно становится не-

важным жесткая ортогональность граней разностной ячейки. В непрерывной среде любой поток можно абсолютно адекватно описать тремя ортогональными составляющими и совершенно произвольно назначить расположение границ расчетной ячейки, в том числе и ортогонально, как это происходит в МКР. При этом следует понимать, что «непрерывность» среды не означает одинаковость свойств этой среды, она лишь означает, что искомое распределение не прерывается на некоторых границах. Однако в общем случае ЛП как раз и предполагают наличие таких границ – в первую очередь между отливкой и формой. В связи с этим можно показать, что МКР всегда дает принципиально неправильное решение для граничных задач при наличии произвольно расположенных границ. Хотя следует отметить, что вопрос о величине погрешности МКР при наличии границ зависит от того, насколько велики потоки через эти границы, а в конечном итоге от того, насколько велик разрыв функции на границе. Известно, что применительно к ЛП этот разрыв относительно невелик при малотеплопроводных формах (литье в песчаные формы) и относительно велик при высокотеплопроводных формах (литье в кокиль).

При наличии граничных потоков всегда становится существенным соблюдение соотношения между объемом и площадью границ. Например, такая широко известная в литье характеристика, как «приведенная толщина», которая определяет время затвердевания, является отношением объема к теплоотводящей поверхности. Очевидно, что в МКЭ, увеличивая дискретность сетки, можно сколь угодно точно приблизиться как к реальному значению объема моделируемой геометрии, так и к реальному значению внешней площади этой геометрии. В отношении же МКР это справедливо только по отношению к объему. Все более и более измельчая сетку, в МКР можно все больше приближаться к истинной величине объема. (Хотя, как было показано выше, с гораздо меньшей точностью, чем при МКЭ.) Однако величина площади внешней поверхности геометрии в разностном представлении практи-

чески не будет зависеть от густоты сетки и всегда будет одинаково неправильной при любой, сколь угодно мелкой дискретизации.

Чтобы пояснить это, рассмотрим двумерный случай разностной разбивки круга. На рис. 1.22 видно, что поскольку все границы круга описаны либо вертикальными, либо горизонтальными отрезками, то периметр этой фигуры всегда будет равен периметру квадрата, в который вписан этот круг, т.е. периметр разностного «круга» равен четырем диаметрам. При этом от шага сетки этот результат совершенно не зависит. В действительности же периметр круга, как известно, равен произведению числа «пи» на диаметр. Для примера можно вычислить ошибку, которую даст разностный метод при определении времени затвердевания неограниченного цилиндра в среде с постоянной температурой. Как известно, время затвердевания такого цилиндра будет пропорционально квадрату приведенной толщины. Тогда, предполагая, что дискретность достаточна для точного вычисления поперечной площади цилиндра и делая очевидные преобразования, можно вычислить ошибку МКР в процентах от реального времени затвердевания:

$$\Delta\tau = (1 - (\pi/4)^2) \cdot 100 \% = 38 \%. \quad (1.5)$$



Рис. 1.22. Пример двумерной сетки МКР и ошибки при определении периметра, которая не зависит от густоты разностной сетки

Таким образом, при использовании МКР время затвердевания цилиндра будет на 38% меньше, чем реальное. Следует подчеркнуть, что вычисленная погрешность МКР – это не ошибка численного решения или недостаточной дискретизации, а постоянная погрешность разностного метода для цилиндрических конфигураций. Для шара она будет больше, а для плиты, ориентированной параллельно одной из плоскостей разностной разбивки, отсутствует вовсе. Очевидно, что при тех же условиях ошибка для МКЭ будет нулевой для всех конфигураций. Для случая, когда теплопередача через границу играет определяющую роль (охлаждение в среду с постоянной температурой), погрешность, определяемая особенностями МКР, может быть достаточно велика, а для МКЭ подобная погрешность отсутствует. Однако применительно к ЛП эта погрешность МКР может быть существенно меньше вычисленной выше, т.к. происходит нагрев формы и общее температурное распределение в системе «отливка-форма» может приближаться к непрерывному температурному распределению без существенного скачка на границе между отливкой и формой. Следует ожидать, что ошибка МКР будет меньше при литье в песчаные формы и больше – при литье в кокиль. Очевидно, что максимальной, приближающейся к теоретическому значению, эта погрешность будет для водоохлаждаемых форм.

Из всего вышеизложенного можно сделать следующие выводы:

– метод конечных разностей (МКР) применительно к моделированию тепловых процессов в затвердевающих отливках действительно существенно уступает методу конечных элементов (МКЭ) по всем основным параметрам: адекватности (достоверности) решения, требуемых ресурсов вычислительной техники, скорости расчетов, возможности эффективно организовать анализ решения после расчетов;



– МКР с относительной достоверностью можно применять для моделирования тепловых процессов в отливках несложной конфигурации, заливаемых в малотеплопроводные формы. При этом желательно, чтобы в такой отливке было как можно меньше поверхностей, не параллельных трем ортогональным плоскостям разбивки. (Проще говоря, чтобы отливка по возможности больше походила на параллелепипед). Однако при этом следует иметь в виду, что и в этом случае МКЭ позволит решать аналогичные задачи быстрее и потребует гораздо меньше машинных ресурсов. Кроме того, в любом случае при МКР анализ результатов расчетов будет существенно затруднен;

– для отливок сложной фасонной конфигурации и для литья в металлические формы МКР в общем случае применять нельзя, т.к. он дает систематическую погрешность и не позволяет с необходимой дискретностью описать геометрию отливки. (Хотя тут многое зависит от пользователя. Если пользователь достаточно хорошо понимает особенности и погрешности разностного метода, то он может правильно интерпретировать его результаты, а также правильно задать эффективные исходные данные, парирующие погрешности);

– метод конечных элементов (МКЭ), в отличие от МКР, может с достаточной достоверностью применяться для всех способов литья и для фасонных отливок практически любой сложности. При этом МКЭ обеспечивает возможности для полноценного анализа результатов расчетов, обеспечивает скорость расчетов как минимум в два раза быстрее, чем МКР, и требует примерно в 10 раз меньше оперативной памяти.

И в заключение следует отметить следующее. Из данного описания существенных недостатков разностного метода не следует, что он абсолютно неприменим. Во-первых, лучше использовать МКР, чем не использовать численное моделирование вовсе. Во-

вторых, тепловая задача хотя и основная, но не единственная, решение которой требуется при моделировании литейных процессов. И в-третьих, общие погрешности численных методов в силу сложности литейных процессов и неоднозначности задаваемых параметров и физических свойств таковы, что главным условием успешности применения любой СМ ЛП (элементной или разностной) является понимание физики исследуемого процесса и особенностей тех моделей и алгоритмов, которые применяются при моделировании.

## **2. СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ СИСТЕМ КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ЛИТЕЙНЫХ ПРОЦЕССОВ**

В настоящее время существует большая номенклатура специализированных программных продуктов автоматизированного проектирования литейных технологий, отличающихся функционалом, стоимостью программного обеспечения, областью применимости, степенью интеграции с другими САЕ программными пакетами [14].

Расчетная составляющая существующих пакетов базируется на численных методах решения дифференциальных уравнений: методе конечных элементов, методе конечных разностей, методе конечных объемов.

Системы компьютерного моделирования и методы вычислительного эксперимента литейных процессов в последнее время получили бурное развитие в связи с совершенствованием математических моделей технологических процессов, появлением новых расчетных алгоритмов, совершенствованием методик расчета, появлением высокопроизводительной вычислительной техники [26].

Как правило, математическое ядро подобного рода программ закрыто и только сравнение результатов компьютерного моделирования с результатами промышленных и экспериментальных исследований позволяет оценить объективность и адекватность используемого программного продукта.

Наибольшую востребованность как в мировой практике, так и в России получили следующие программные продукты технологической подготовки литейного производства: ProCast, LVMFlow, MagmaSoft, PowerCast, SolidCast, WinCast, Полигон [26].

В США, Англии и Европе в настоящее время наибольшее распространение получили две системы численного моделирования: ProCast (разработчики США и Швейцария) и Magma (разработчик Германия) [25]. В Европе наибольшей популярностью пользуется система Magma, в США – ProCast.

ProCast – один из наиболее функциональных на сегодняшний день пакетов моделирования литейных процессов, базирующийся на методе конечных элементов (МКЭ) [27] (исключение составляет модуль расчета микроструктуры, использующий метод конечных разностей). Программный продукт имеет модульную структуру, каждый модуль учитывает определенные модели литейных процессов. Математическое ядро программного комплекса ProCast включает следующие модули: теплофизический, гидродинамический, деформационный, микроструктуры, радиационный, инверсного расчета, электромагнитного анализа. Алгоритм вычислительного процесса данного программного комплекса построен таким образом, что модули могут быть использованы как в совокупности, так и в качестве самостоятельных решателей. Среди недостатков необходимо отметить сложный интерфейс и отсутствие русификатора, отсутствие отечественной базы данных по литейным материалам, повышенную чувствительность к выбору базовых коэффициентов. Основными же достоинствами являются комплексный подход к решению различного рода технологических задач литейного производства и высокая достоверность полученных результатов.

MagmaSoft – система компьютерного моделирования литейных процессов, разработанная немецкой фирмой MAGMA GmbH. Данный программный комплекс базируется на методе конечных разностей (МКР) и имеет следующие модули: подготовки модели, создания объемной сетки, расчетный модуль и модуль визуализа-

ции результатов вычисления. В отличие от ProCast соответствующие модули для моделирования специальных способов литья приобретаются дополнительно. Также среди недостатков необходимо отметить использование в решателях упрощенных математических моделей и полное определение параметров начальных и граничных условий технологических процессов. Достоинством является использование большого количества критериев анализа качества компьютерного моделирования технологической задачи [10].

Помимо программных продуктов ProCast и MagmaSoft определенный сегмент рынка в Европе занимают системы WinCast (разработчик Германия) и NovaFlow (на Западе распространяется шведской фирмой NovaCast, однако разработчики российские и на российском рынке эта система называется LVMFlow).

WinCast – программный комплекс компьютерного моделирования литейных процессов, способный рассчитывать заливку металла (гидродинамический и тепловой анализ), кристаллизацию металла (расположение тепловых узлов и усадочных дефектов), напряженное состояние отливки (прогнозирует технологические и эксплуатационные напряжения), структурообразующие процессы, термообработку и сварку. WinCast имеет модульную структуру, построенную на методе конечных элементов. Основу системы составляют базовые и дополнительные модули для последовательного или параллельного прохождения различных этапов моделирования, причем решение задач может осуществляться совместно с учетом их взаимного влияния [25]. Среди недостатков следует отметить неудобный интерфейс, отсутствие отечественной базы данных, а также использование упрощенных моделей при решении тепловой задачи (затвердевание) и усадочно-фильтрационной задачи (образование микро- и макропористости). Однако в WinCast

на достаточно высоком уровне происходит моделирование деформационных процессов в результате охлаждения отливки.

LVMFlow – российская разработка для моделирования и анализа литейных процессов, созданная в лаборатории математического моделирования УдГУ (г. Ижевск). В основе системы LVMFlow лежит метод конечных разностей с автоматическим выбором шага интегрирования по времени. Алгоритм работы программы предполагает точный учет балансовых условий, в результате чего разностная сетка дополняется набором геометрических характеристик, описывающих истинный объем материала в ячейке сетки. Разработчиками программы предусмотрена возможность моделирования сложной задачи через несколько литников. Процессы тепломассопереноса, моделируемые в LVMFlow, описываются замкнутой динамической системой уравнений, основанных на законах сохранения энергии, импульса, массы, уравнений состояния многокомпонентных сплавов [25]. Основным недостатком программного пакета является отсутствие возможности моделирования макроструктуры отливки. Среди преимуществ – удобный интерфейс, наличие отечественной базы данных по материалам и их свойствам, а также возможность моделирования большого спектра литейных задач.

В России в качестве системы компьютерного моделирования литейных процессов хорошо зарекомендовал себя программный продукт Полигон (разработчик Россия).

Полигон – система численного моделирования, позволяющая решать гидродинамические, тепловые и усадочно-фильтрационные задачи. Помимо этого система способна решать задачи распределения электрических потенциалов при затвердевании отливки в электрическом поле. Алгоритм работы программы Полигон основан на методе конечных элементов. Пакет оснащен большим

количеством математических моделей, способных воспринимать задание комплексных граничных условий для различных расчетных областей. Достоинство этой системы – применение адекватных математических моделей для описания сложных процессов литейного производства, позволяющее пользователю достоверно прогнозировать различные технологические и эксплуатационные свойства отливки [25]. К недостаткам программы относится отсутствие модели по решению напряженно-деформированного состояния отливки с учетом реологических свойств материалов.

SolidCast – система моделирования литейных процессов начального уровня, используемая в основном технологами литейного цеха для решения текущих производственных задач, а также для проведения оптимизации геометрии литниково-питающей системы и технологических параметров процесса литья.

Программный пакет SolidCast для проведения компьютерного моделирования использует метод конечных разностей. Вычислительные возможности пакета позволяют оценить динамику заполнения формы металлом и процесса кристаллизации отливки в форме; получить информацию о времени кристаллизации, скорости охлаждения, литейных дефектах и др. [25].

Среди достоинств данной программы – интуитивно понятный интерфейс, возможность русификации, а также относительно низкая стоимость. Из недостатков можно отметить длительность компьютерного расчета, недостаточную информативность результатов моделирования и отсутствие отечественной базы данных по материалам и сплавам.

PowerCast – система автоматизированного моделирования литейных процессов, разработанная американской фирмой Technalisys Inc. В основе совмещенных решателей системы лежит метод конечных элементов, позволяющий моделировать гидравли-

ку заполнения формы, теплопередачу и кристаллизацию. Процесс затвердевания включает расчет литейных дефектов. Постпроцессор позволяет визуализировать результаты расчета и создавать анимацию моделируемого процесса [11].

Таким образом, рассмотренные программные комплексы различаются функциональными возможностями, количеством моделируемых технологических процессов и стоимостью. Главной отличительной чертой программных продуктов является используемый численный метод решения задач дифференциальных уравнений при формировании отливки (рис. 2.1).

В табл. 2.1 представлены основные функциональные возможности рассматриваемых программных продуктов.

В табл. 2.2 представлены результаты более детального анализа трех программных продуктов (ProCast, WinCast, Полигон).

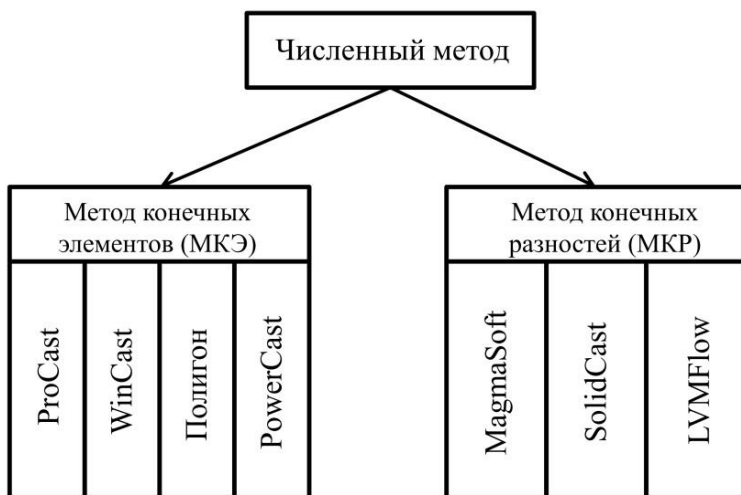


Рис. 2.1. Численные методы, используемые в системах моделирования литейных процессов



**Таблица 2.1. Основные функциональные возможности программных продуктов**

№ п/п	Наименование программного продукта	Функциональные возможности программных продуктов							
		Заливка	Тепломассоперенос	Загвдевание	Усадочные дефекты	Напряженно-деформированное состояние	Микроструктура	Термообработка	Сварка
1	ProCast	+	+	+	+	+	+	-	-
2	WinCast	+	+	+	+	+	+	+	+
3	Полигон	+	+	+	+	-	-	-	-
4	PowerCast	+	+	+	-	-	-	-	-
5	MagmaSoft	+	+	+	+	+	-	-	-
6	SolidCast	+	+	+	+	-	-	-	-
7	LVMFlow	+	+	+	+	-	-	-	-

**Таблица 2.2. Сравнительный анализ функциональных возможностей компьютерных программ**

Функциональные возможности		Программные продукты		
		ProCast	WinCast	Полигон
Постановка задачи	возможность редактирования базы данных	+	+	+
	учет влияния пограничных условий	+ (кроме внутренних элементов отливки)	+	+
	моделирование заполнения стопорного и чайникового ковшей	+	-	-

Расчет заполнения	используемое базовое уравнение гидродинамики	Навье-Стокса	Бернулли	своего нет, предлагается 3DFlow
	анализ температурных полей в процессе заполнения	+	нет, вводится понятие «зеркало металла» послойное, заполнение начинается от начала системы координат	–
	анализ заполнения (трассеры движения частиц по времени, скорости, расстоянию)	+	–	–
Расчет затвердевания	используемый математический аппарат	Фурье	Фурье	Фурье
	анализ температурных полей	+	+	+
	расчет сегрегации сплава	+	–	–
	анализ направленной кристаллизации	+	–	–
Расчет напряжений	анализ напряжений	+	+	–
	анализ деформаций отливки и формы	+	+	–
	расчет горячих и холодных трещин в процессе кристаллизации	+	–	–
	расчет горячих и холодных трещин после завершения процесса кристаллизации	+	+	–

	оптимизация параметров литейной технологии	+	–	–
Возможность интеграции	возможность экспорта расчетных данных для дальнейшего анализа в иных САЕ системах (например, прочностных)	+	–	–
	возможность создания пользователем собственных приложений и макросов	+	–	–
Анализируемые дефекты	микродефекты	+	+	–
	макродефекты	+	+	+
	газовая пористость отливки	+	–	–
	горячие и холодные трещины в процессе затвердевания	+	–	–
	горячие и холодные трещины после процесса затвердевания	+	+	+
	незаливы	+	–	–
	ужимины	–	–	–
Анализ литых сплавов	сталей	+	+ (без расчета микроструктуры)	+ (без расчета микроструктуры)
	чугунов	+	+ (без расчета микроструктуры)	+ (без расчета микроструктуры)
	алюминиевых	+	+ (без расчета микроструктуры)	+ (без расчета микроструктуры)
	магниевых	–	–	–
	титановых	+	–	+

Возможные варианты литья	В ЗЕМЛЮ	+	+	+
	В КОКИЛЬ	+	+	+
	ПО ВЫПЛАВЛЯЕМЫМ МОДЕЛЯМ	+	+	+
	ПОД ВЫСОКИМ ДАВ- ЛЕНИЕМ	+	+	+
	В ВАКУУМНОЙ СРЕДЕ	+	–	–
	ПОД НИЗКИМ ДАВЛЕ- НИЕМ	+	+	+
	центробежное	+	–	–

Как отмечалось, ключевым звеном виртуального производства литых заготовок лопаток согласно концепции «Индустрия 3.0» служит цифровой двойник технологического процесса и, как следствие, используемое программное обеспечение. Выбор программного обеспечения зависит от применяемых процессов литья и номенклатуры выпускаемой продукции [4].

Для компьютерного моделирования технологического процесса литья высоконагруженных деталей аэрокосмического назначения, деталей с тонкими стенками, тонкими ребрами, щелевыми каналами сложной формы, таких как рабочие (охлаждаемые) лопатки турбины ГТД, преимуществом обладает метод конечных элементов (МКЭ), позволяющий более точно и качественно передать геометрию отливки [4].

Важно отметить, что при выборе конкретной компьютерной программы необходимо, в первую очередь, учитывать функциональные возможности современного инструментария, стоимость используемого софта, а также номенклатуру деталей предприятия, для которых предполагается проводить численное моделирование.

### 3. МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ЛИТЬЯ В ПРОГРАММЕ PROCAST

#### 3.1. Графический интерфейс сеточного генератора модуля *Visual-Mesh*

Система компьютерного моделирования литейных процессов ProCast состоит из трех основных модулей [28-30]:

- сеточного генератора *Visual-Mesh* (в данном модуле проектируется конечно-элементная (КЭ) модель отливки);
- препроцессора *Visual-Cast* (в данном модуле назначаются контактные, граничные и начальные условия для моделирования задачи);
- постпроцессора *Visual-Viewer* (в данном модуле проводится анализ результатов компьютерного моделирования).

Данная работа посвящена проектированию конечно-элементной модели в сеточном генераторе *Visual-Mesh 9.6* (совместно с решателем ProCast 2013.5).

Запуск модуля можно осуществить двумя способами: на рабочем столе открыть папку *ESI Group* – перейти в *Visual-Environment 9.6* – запустить *Visual-Cast 9.6* (рис. 3.1, а) или нажать кнопку *Пуск* – *Все программы* – выбрать *ESI Group* – перейти в *Visual-Environment 9.6* – запустить *Visual-Cast 9.6* (рис. 3.1, б).

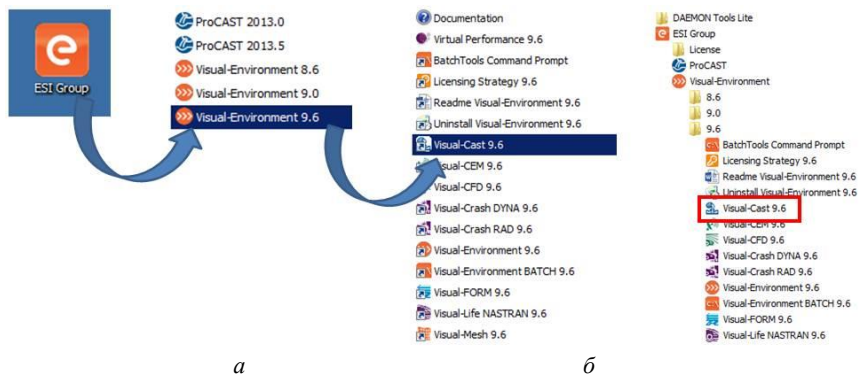


Рис. 3.1. Запуск модуля Visual-Mesh 9.6

После этого Windows запустит вызываемый модуль (рис. 3.2).

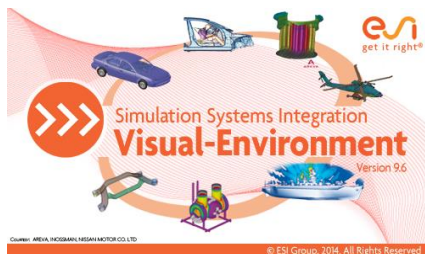


Рис. 3.2. Стартовое окно модуля Visual-Mesh 9.6

Для удобства пользования программой ProCast пользователь может настроить индивидуально очередность запуска модулей Visual-Mesh, Visual-Cast и Visual-Viewer. Для этого после запуска программы необходимо зайти в *Applications — Manager* — выбрать параметр *Casting* — в поле *Default*, из выпадающего списка выбрать необходимый модуль (рис. 3.3). В качестве учебного примера выберем модуль *Mesh* и нажмем на кнопку *OK*. Таким образом, каждый раз после запуска программы пользователь будет начинать свою работу с модуля Visual-Mesh.

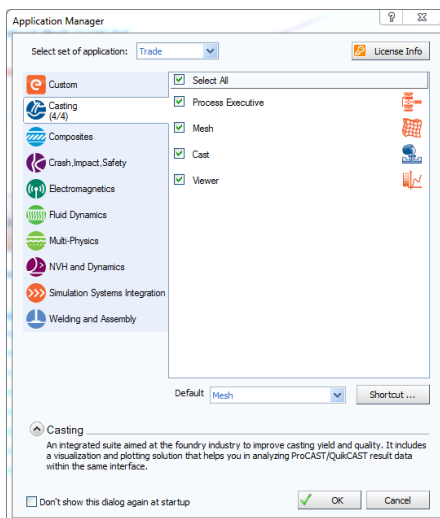


Рис. 3.3. Окно выбора стартового модуля

Необходимо запомнить, что с помощью вкладки *Applications* можно перемещаться между модулями по мере подготовки задачи (рис. 3.4).

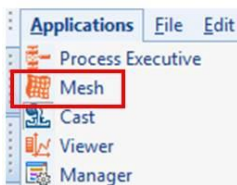


Рис. 3.4. Перемещение между модулями программы ProCast

Графический интерфейс программы имеет блочную структуру, состоящую из программного меню 1, панели инструментов 2, рабочей области 3, дерева построения 4, области сообщений 5, консольной области 6 (рис. 3.5).

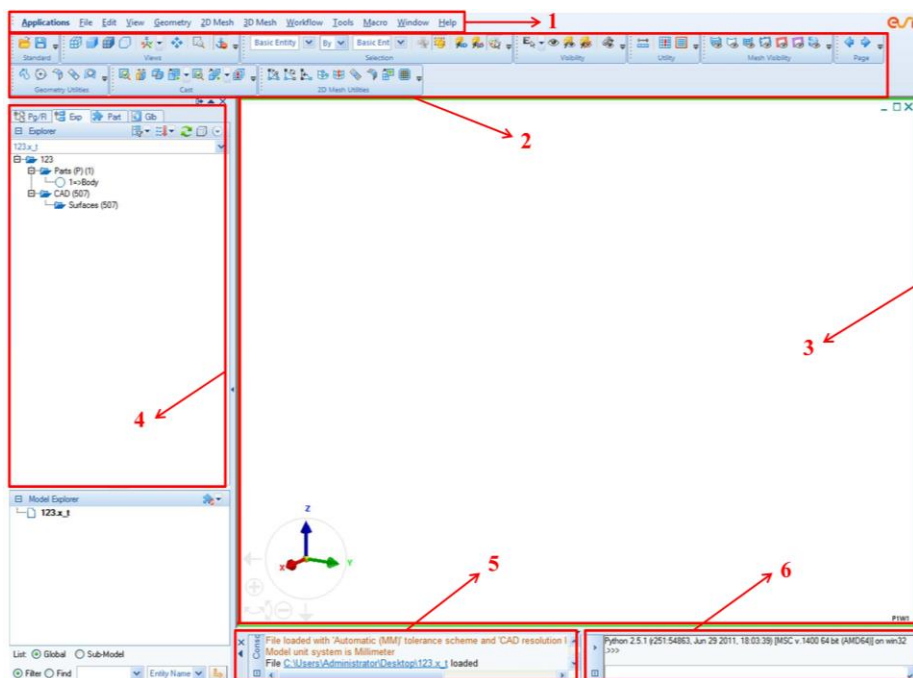


Рис. 3.5. Графический интерфейс модуля Visual-Mesh

В процессе работы с 3D моделью можно воспользоваться горячими клавишами, панелью инструментов *Views* (рис. 3.6) или зайти в *Help — Shortcut Keys*, где будет представлено описание всех команд и сочетания клавиш, используемых в ProCast.

Перед выбором необходимо убедиться, что на панели инструментов *Selection* задан требуемый тип объекта (рис. 3.7). Объект может быть выбран напрямую или косвенно. Например, узлы, связанные с определенной поверхностью, могут быть выбраны путем выбора *Node By Surface*, а затем – выбора поверхности. Далее будут выбраны связанные узлы.



Рис. 3.6. Набор команд для работы с геометрией

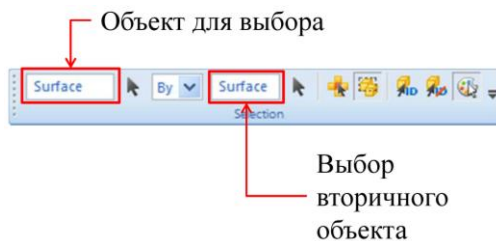


Рис. 3.7. Выбор необходимого типа объекта



- **Выделение:** щелкните ЛКМ.

Выделение нескольких элементов модели: удерживайте ЛКМ и перетаскивайте мышь. Выбранные объекты станут желтыми.

- **Снятие выделения:** Shift + ЛКМ.

Снятие выделения с нескольких элементов модели: Shift + удерживайте ЛКМ и перетаскивайте мышь.

Смена фона рабочей области производится путем выбора *View – Window Background Color*.

### 3.2. Среда импорта и восстановления 3D геометрии модели

Импорт 3D геометрии детали в модуль Visual-Mesh 9.6 можно осуществить несколькими способами:

- ✓ нажатием кнопки *Open File* в рабочей области



- ✓ выбор *File — Open*

- ✓ нажатием кнопки *Open* на вкладке *Standard*



- ✓ нажатием комбинации клавиш *Ctrl + O*

Программный пакет ProCast поддерживает импорт как общепринятых форматов твердотельного моделирования (рис. 3.8 а), так и подготовленных в сторонних программных продуктах сеточных моделей (рис. 3.8 б). Лицензией предусмотрен импорт геометрии в формате *.iges*. Для этого необходимо в окне импорта выбрать необходимый формат и нажать на кнопку *Open*.

#### Форматы твердотельных моделей

- IGES
- CATIA – v4, v5
- Parasolid - \*.x\_t, \*.x\_b
- UG NX
- Pro/Engineer
- STEP

#### Форматы конечно-элементных моделей

- PAM-CRASH
- LS-DYNA
- NASTRAN
- RADIOSS
- SYSTUS
- MED
- ProCast - \*.sm, \*.mesh
- PAM-CEM
- PAM-MEDYSA
- CAEDS
- PATRAN
- MOSAIC
- STRIM100
- ANSYS
- SIMEX
- MADYMO
- STL
- ABAQUS
- VDB

а

б

Рис. 3.8. Список форматов для импорта твердотельных и КЭ моделей

Примечание: во избежание появления ошибок и некорректной работы программы необходимо: 1. Во вкладке *Язык и региональные стандарты* системы Windows в поле *Разделитель целой и дробной части* выбрать «точку», а не «запятую». 2. Не допускать наличия русских букв при ссылке на рабочую трехмерную модель. 3. Не допускать наличия пробелов при ссылке на рабочую трехмерную модель.

В качестве примера выберем трехмерную модель детали, изображенную на рис. 3.9. Данная объемная модель была спроектирована в Siemens NX.

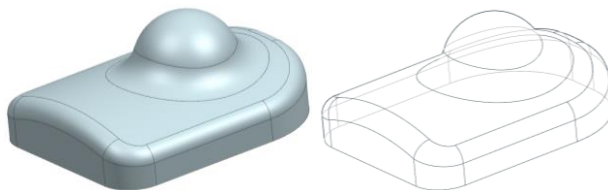


Рис. 3.9. 3D модель детали

Необходимо произвести экспорт модели в формате .iges и импорт данного формата в модуль Visual-Mesh 9.6 программного продукта ProCast (рис. 3.10).

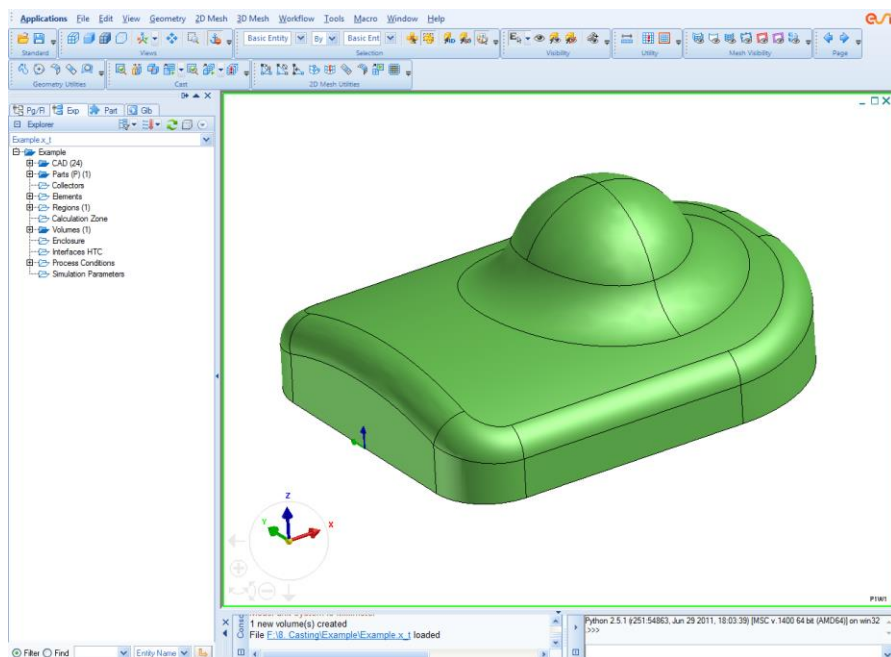


Рис. 3.10. Импортированная геометрия модели в модуле Visual-Mesh 9.6

Когда в модуле Visual-Mesh открыт файл геометрии или создана новая геометрия, становится активной среда восстановления (рис. 3.11), которая позволяет пользователю произвести различные действия по восстановлению и созданию поверхностной сетки. Для этого необходимо выбрать *Geometry — Repair*.

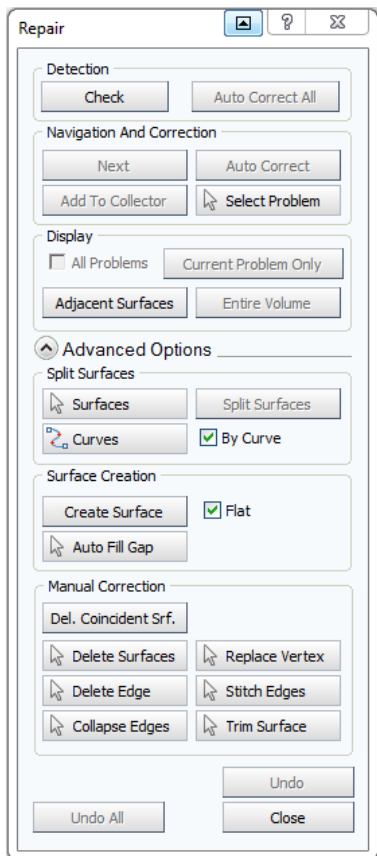


Рис. 3.11. Среда восстановления геометрии

Сразу после импорта геометрии должно быть проверено ее качество при помощи команды *Geometry — Repair — Check*. В процессе исполнения этой операции будут найдены поврежденные ребра и поверхности, а при необходимости можно восстановить или изменить геометрию модели. Важно отметить, что Visual-Mesh определяет потенциальные недостатки в геометрии, исходя из требований последующих операций построения поверхностной и объемной сетки.

Окно панели восстановления состоит из различных областей, включая *Detection* (проверка), *Navigation And Correction* (поиск и исправление), *Display* (отображение) и область с расширенным набором возможностей (*Advanced Options*) по разделению поверхностей (*Split Surfaces*), созданию поверхностей (*Surface Creation*) и ручной коррекции (*Manual Correction*).

В процессе восстановления доступны различные инструментальные средства для редактирования ребер и поверхностей геометрии, различные средства манипуляции с изображением геометрии. Степень использования этих инструментов изменяется от одного проекта к другому и в значительной степени зависит от формата импортированной геометрии (.iges, .x\_t, .step) и использованного CAD программного продукта.

### 3.3. Работа с ребрами и поверхностями

При проверке качества импортированной геометрии в области сообщений появилась надпись “No problems identified”, что говорит об отсутствии ошибок в геометрии (рис. 3.12).

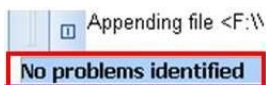


Рис. 3.12. Отсутствие ошибок в импортированной геометрии

Однако в некоторых случаях могут появиться ошибки в импортированной геометрии, о чем будет свидетельствовать надпись «Press Next to detect a problem» (рис. 3.13).

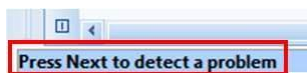


Рис. 3.13. Наличие ошибок в импортированной геометрии

При этом проблемные области в геометрии модели будут выделены красным цветом. Для исправления ошибок на панели восстановления *Repair* необходимо нажать кнопку *Auto Correct All* и система в автоматическом режиме попытается исправить геометрию.

Если автоматическое исправление ошибок в геометрии не помогает, тогда необходимо нажать на кнопку *Next*, в результате чего на экране появится только проблемная область с примыкающими к ней элементами. Дальнейшие действия заключаются в индивидуальном подходе к исправлению каждой ошибки вручную с использованием специальных инструментальных средств:

**Create Surfaces** (создание поверхности) – данная команда позволяет создавать новую поверхность. Необходимо обратить внимание, что каждая поверхность требует набора ребер и описания поверхности, которые полностью охватывают поверхность. Таким

образом, пользователю необходимо добавить ребро к этой поверхности – как только она создана, и также создать описание поверхности, если оно еще не создано.

***Auto Fill Gap*** (автозаполнение) – данная команда позволяет в автоматическом режиме достраивать недостающие элементы геометрии модели.

***Delete Surfaces*** (удаление поверхности) – данная команда позволяет удалить указанную поверхность из геометрии без удаления существующих в той поверхности ребер. При нажатии на кнопку *Delete Surfaces* активизируется окно подтверждения, которое позволяет пользователю проверить, должны ли указанные поверхности быть удалены. Нажатие центрального колесика мыши подтверждает выбор. После того, как указанная поверхность была удалена, все номера поверхностей выше удаленной будут уменьшены на один.

***Delete Coincident Surfaces*** (удаление совпадающих поверхностей) – данная команда удаляет все двойные (совпадающие) поверхности, имеющие те же самые ребра в геометрии, которые могли быть созданы в результате операции "automerge". При нажатии на кнопку *Delete Coincident Surfaces* выполняется команда над всей геометрией в целом (ищутся поверхности с совпадающими ребрами). В информационном окне будет появляться сообщение о числе удаленных поверхностей. Для каждой пары поверхностей, имеющих совпадающие ребра, одна из поверхностей будет удалена и номера поверхностей остальной части геометрии, которые являются большими, чем номер удаленной поверхности, будут уменьшены на один.

***Delete Edge*** (удаление ребра) – данная команда используется, чтобы удалить выбранное ребро из геометрии без изменения остальной части геометрии. Сначала необходимо выбрать ребра, которые будут удалены, затем при нажатии на значок *Delete Edge* активизируется окно подтверждения, которое немедленно удалит ребро. *Delete Edge* решает две задачи. Первая задача состоит в том,

чтобы удалить выбранное ребро или ребра. Вторая задача идентифицирует поверхности, с которыми были связаны удаленные ребра, и модифицирует поверхности в соответствии с операцией стирания. Обе задачи выполняются как одна операция. Если пользователь удаляет все ребра, связанные с поверхностью в геометрии, эта поверхность будет также удалена. Любые элементы поверхностной сетки, связанные с удаленными ребрами, будут также удалены.

Visual-Mesh покажет сообщения в информационном окне, свидетельствующие о том, что ребра были удалены (рис. 3.14).

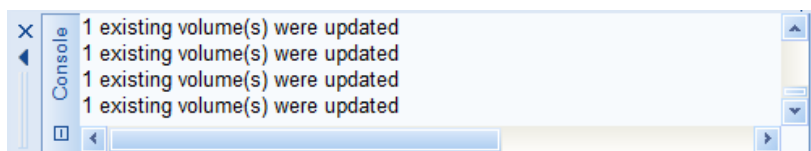
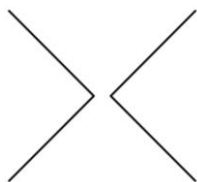


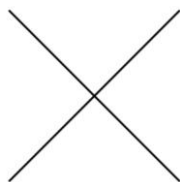
Рис. 3.14. Отображение удаленных ребер в информационном окне

***Collapse Edge*** (разделение ребра) – данная команда разбивает (разделяет) выбранное ребро в указанной позиции. При нажатии на иконку *Collapse Edge* активизируется окно команды, которое предлагает пользователю разрушить зазор путем удаления свободных ребер.

***Replace Vertex*** (заменить вершину) – данная команда предназначена для объединения двух выбранных конечных точек ребер в одну. Последовательность, в которой пользователь выберет точки ребер, не важна. Две самые близкие конечные точки будут объединены в одну точку. Элементы поверхностной сетки, связанные с изменяемыми ребрами, если таковые имеются, будут удалены. Рис. 3.15 иллюстрирует использование команды *Replace Vertex*. На рисунке слева самые близкие конечные точки выбранных ребер будут объединены в одну точку. В этом случае все четыре ребра будут объединены в одной точке.



До объединения



После объединения (созданы 2 ребра)

Рис. 3.15. Иллюстрация объединения четырех ребер

***Stitch Edges*** (стяжка, присоединение ребер) – используйте эту команду, чтобы присоединить конечную точку выбранного ребра к самой близкой конечной точке другого ребра в геометрии или чтобы выбрать нужную точку соединения ребра. После выбора ребра или ребер выполните команду *Stitch Edges* щелчком левой кнопки мыши на соответствующей иконке. Данная команда работает одним из двух способов в зависимости от выбора и потребностей пользователя:

✓ *Первый случай:* присоединить повисшее ребро, чья конечная точка не соединена с любыми другими ребрами в геометрии: используйте курсор (ЛКМ), чтобы выбрать это ребро, и затем активизируйте команду *Stitch Edges*. Как показано на рис. 3.16, повисшая конечная точка этого ребра будет соединена с самой близкой конечной точкой другого ребра в геометрии.

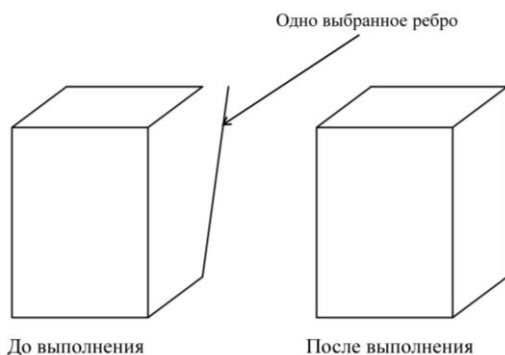


Рис. 3.16. Первый вариант присоединения ребра



✓ *Второй случай:* для изменения точки соединения ребра можно использовать курсор (ЛКМ), чтобы сначала выбрать ребро, которое будет соединено, а затем выбрать ребро, к которому оно должно быть присоединено. После выбора двух ребер активизируйте команду *Stitch Edges*. Как показано на рис. 3.17, самая близкая конечная точка первого выбранного ребра будет присоединена к самой близкой конечной точке второго выбранного ребра.

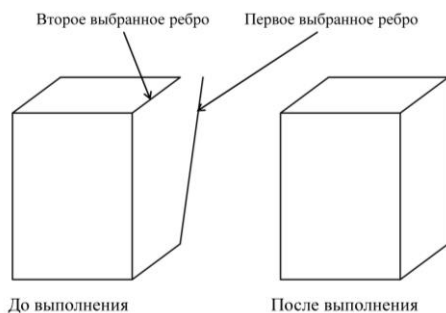


Рис. 3.17. Второй вариант присоединения ребра

Команда *Stitch Edges* полезна для присоединения повисших в пространстве ребер к точкам геометрии и для изменения точки соединения ребра на другое более желательное соединение. Любые элементы поверхностной сетки, связанные с первым выбранным ребром, будут удалены.

***Trim Surfaces*** (обрезка поверхности) – данная команда разбивает геометрию в текущем активном наборе плоскостью, определенной тремя ребрами. При выполнении *Visual-Mesh* разбивает всю геометрию в текущем активном наборе в пересечении геометрии с плоскостью. Эта разбивающая плоскость только разбивает ребра геометрии (в текущем активном наборе), которые пересекаются с плоскостью, и не делает ничего иного. Это означает, что в результате этого разбиения форма геометрии и поверхности геометрии не изменяются, и только ребра, которые пересекаются с

плоскостью, будут разбиты на два в точке пересечения с плоскостью. Вновь сформированные ребра будут иметь те же самые свойства, что и родительское ребро (которое было разбито на два), а именно ассоциативность с поверхностями, значения длины, связанные с ним в наборе ребер, и т.д. В результате этой операции элементы поверхностной сетки (если таковые вообще имеются), связанные с разбитыми ребрами, будут удалены.

### 3.4. Операции построения

Кнопки команд в папке Basic Shape используются, чтобы создавать и изменять элементы геометрии. При выборе *Geometry* — *Basic Shape* отображается группа кнопок команд построения:

**Box** (создать параллелепипед) – данная команда создает параллелепипед, основанный на указанных координатных точках и высоте. При нажатии на значок *Box* открывается окно команды, которое позволяет пользователю определить три параметра: width (ширина), height (высота) и depth (длина), которые формируют основание параллелепипеда, а также определяют его высоту (рис. 3.18).

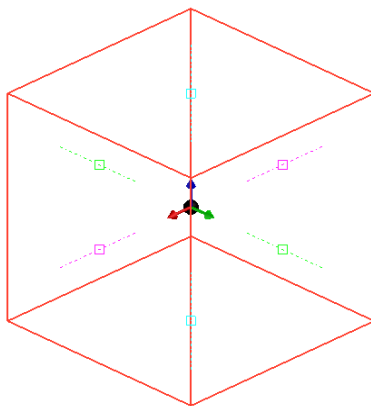
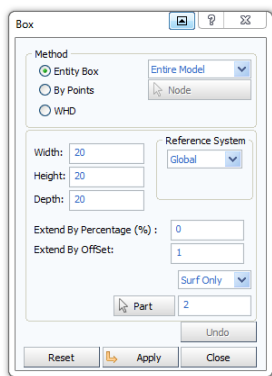


Рис. 3.18. Создание параллелепипеда средствами Visual-Mesh

По заданным параметрам можно создать параллелепипед, значения *width*, *height* и *depth* могут быть как положительные, так и отрицательные. Вновь созданный параллелепипед имеет 12 новых ребер и 6 новых поверхностей.

**Cylinder** (создать цилиндр) – данная команда позволяет создавать цилиндр по заданной оси (изменяя параметр *Flip Axis*), точке начала координат, радиусу (параметр *Radius*) и высоте (параметр *Height*). При нажатии на кнопку *Cylinder* открывается окно команды, которое позволяет пользователю определить вектор оси (*VX*, *VY*, *VZ*), точку начала координат (*OX*, *OY*, *OZ*), радиус и высоту (рис. 3.19).

Вновь созданный цилиндр состоит из 6 новых ребер и 4 новых поверхностей.

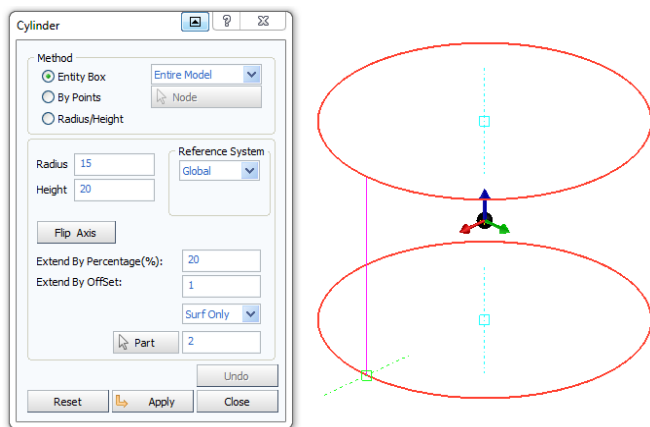


Рис. 3.19. Создание цилиндра средствами Visual-Mesh

**Sphere** (создать сферу) – данная команда позволяет создавать сферу, основанную на указанном радиусе (параметр *Radius*). При нажатии на значок *Sphere* открывается окно команды, которое позволяет пользователю по заданному значению радиуса сформировать модель сферы (рис. 3.20).

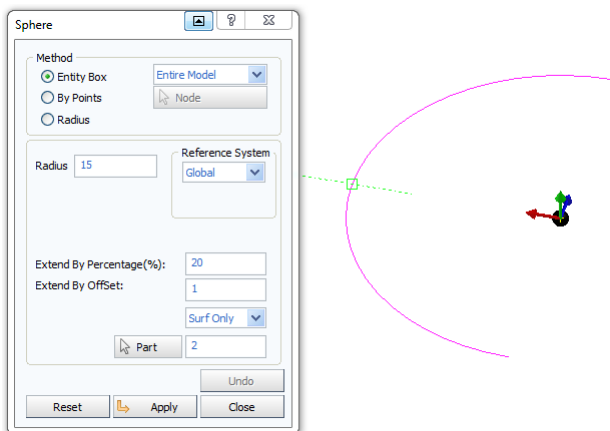


Рис. 3.20. Создание сферы средствами Visual-Mesh

**Cone** (создать конус) – данная команда позволяет создавать конус, основанный на указанных значениях радиуса (параметр *Radius*) и высоте (параметр *Height*). При нажатии на значок *Cone* открывается окно команды, которое позволяет пользователю по заданному значению радиуса и высоте сформировать модель конуса (рис. 3.21).

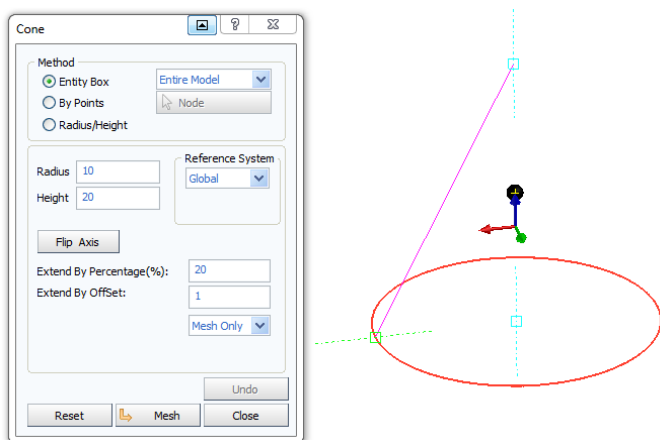


Рис. 3.21. Создание конуса средствами Visual-Mesh

В качестве наглядных примеров представим наиболее часто встречающиеся ошибки в геометрии моделей и возможные способы их устранения на основании представленного выше материала.

*Пример 1* (рис. 3.22).

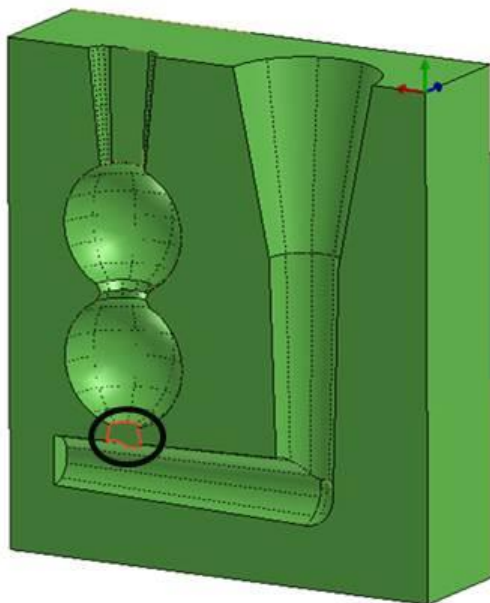


Рис. 3.22. Отсутствие поверхности между замкнутыми ребрами

Исправить данную ошибку возможно двумя способами:

*Вариант № 1* – Выбрать команду *Geometry – Repair – Check*, посмотреть наличие ошибок и затем командой *Next* локализовать поочередно каждую ошибку, исправление которой производить командой автозаполнения *Auto Fill Gap* (рис. 3.23).

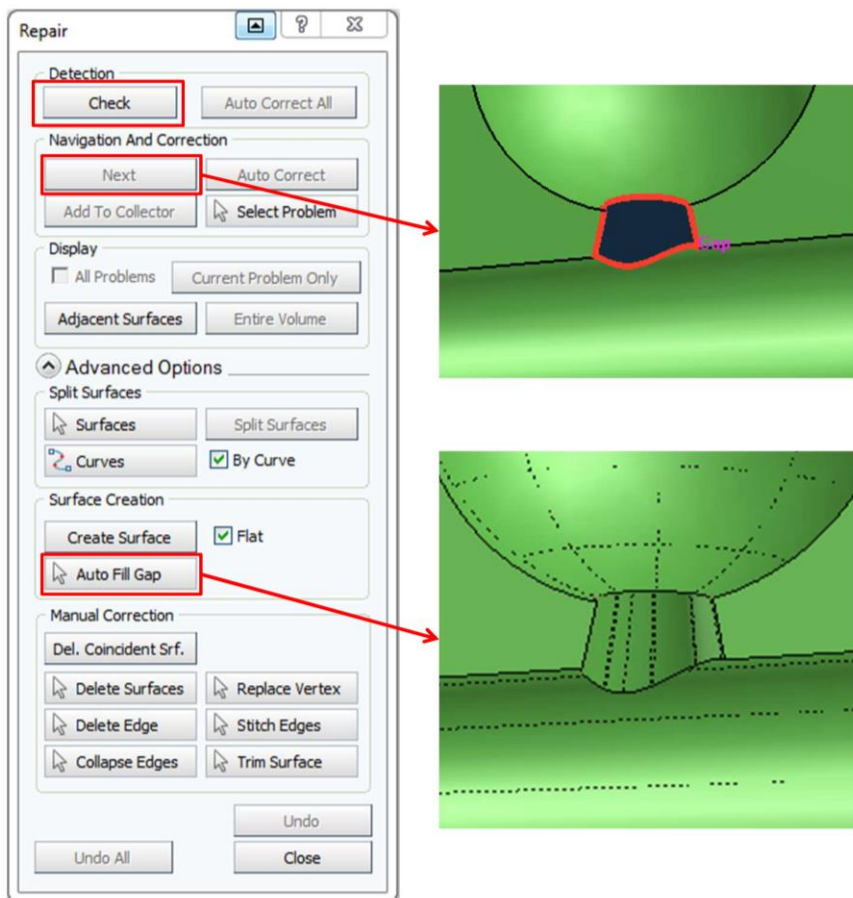


Рис. 3.23. Вариант №1 исправления ошибок в геометрии

*Вариант № 2* – Выбрать команду *Geometry – Repair – Check*, посмотреть наличие ошибок и затем командой *Auto Correct All* в автоматизированном режиме исправить существующие ошибки в геометрии (рис. 3.24).

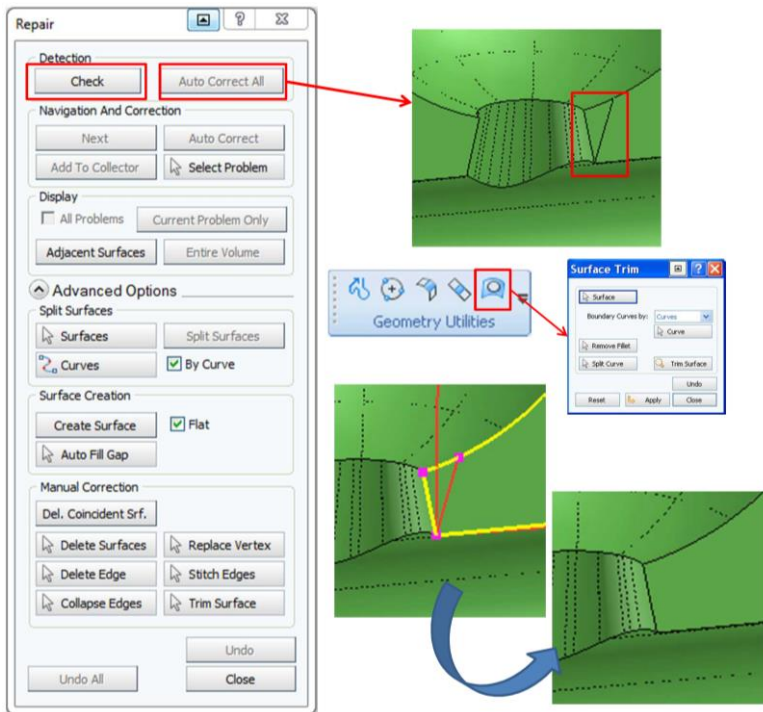


Рис. 3.24. Вариант №2 исправления ошибок в геометрии

**Пример 2** (рис. 3.25).

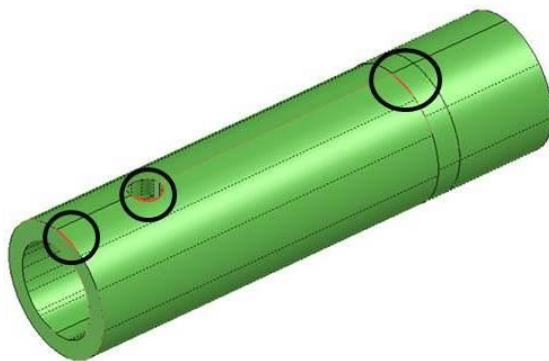


Рис. 3.25. Области с ошибками в геометрии детали

Исправить данные ошибки возможно тремя способами:

*Вариант № 1* – Выбрать команду *Geometry — Repair — Check*, посмотреть наличие ошибок и затем командой *Auto Correct All* в автоматизированном режиме исправить существующие ошибки в геометрии.

*Вариант № 2* – Выбрать команду *Geometry — Repair — Check*, посмотреть наличие ошибок и затем командой *Stitch Edges* (стяжка, присоединение ребер) в ручном режиме исправить существующие ошибки в геометрии.

*Вариант № 3* – Выбрать команду *Geometry — Repair — Check*, посмотреть наличие ошибок и затем командой *Trim Surfaces* (обрезка поверхности) в ручном режиме исправить существующие ошибки в геометрии (рис. 3.26).

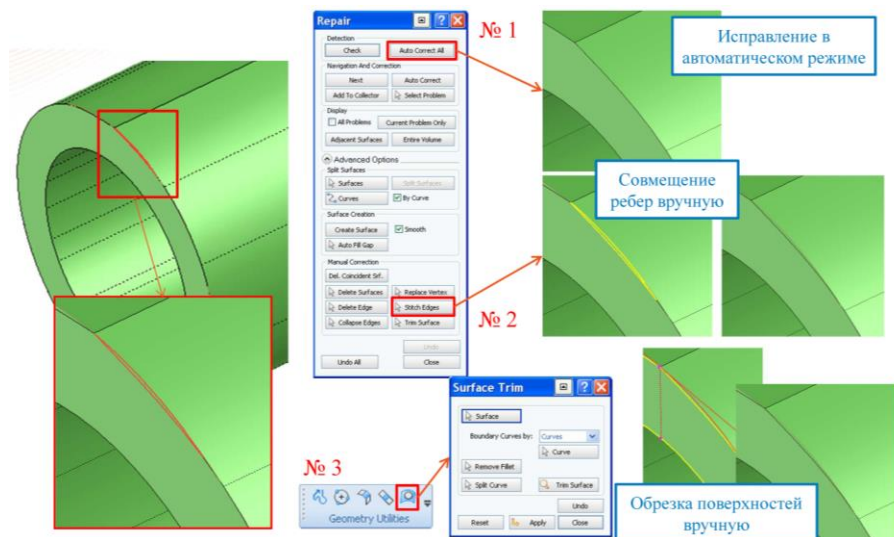


Рис. 3.26. Способы исправления ошибок в геометрии детали



**Пример 3** (рис. 3.27).

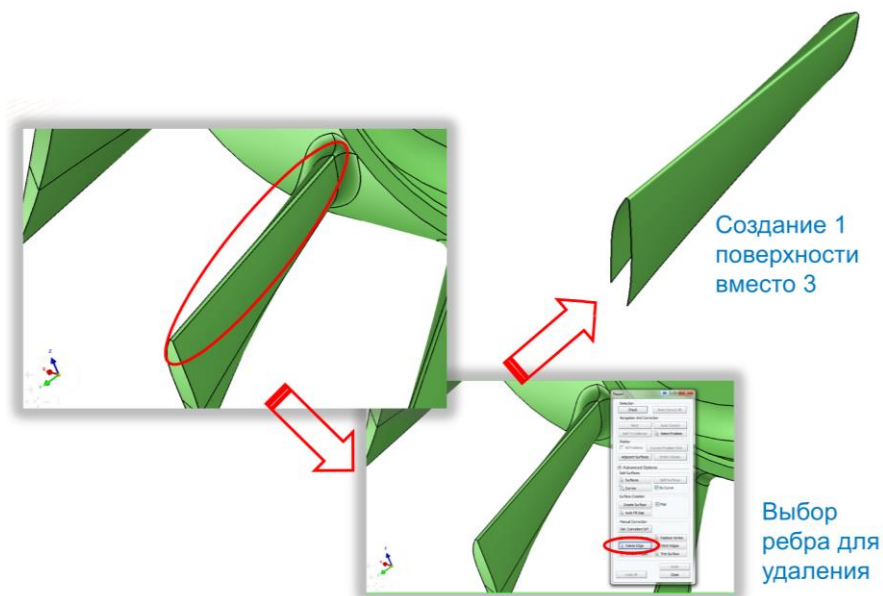


Рис. 3.27. Вариант исправления кромки лопатки

Исправить ошибки в области кромки лопатки можно следующим образом: необходимо удалить некорректную поверхность (выбрать *Geometry – Repair – Delete Surfaces*), затем необходимо создать поверхность (выбрать *Geometry – Repair – Create Surfaces*).

На рис. 3.28 представлен вариант исправления области сопряжения лопатки с диском. Для исправления недостающей поверхности необходимо выбрать *Geometry – Repair – Auto Fill Gap*. Система в автоматическом режиме обнаружит и исправит некорректную геометрию.

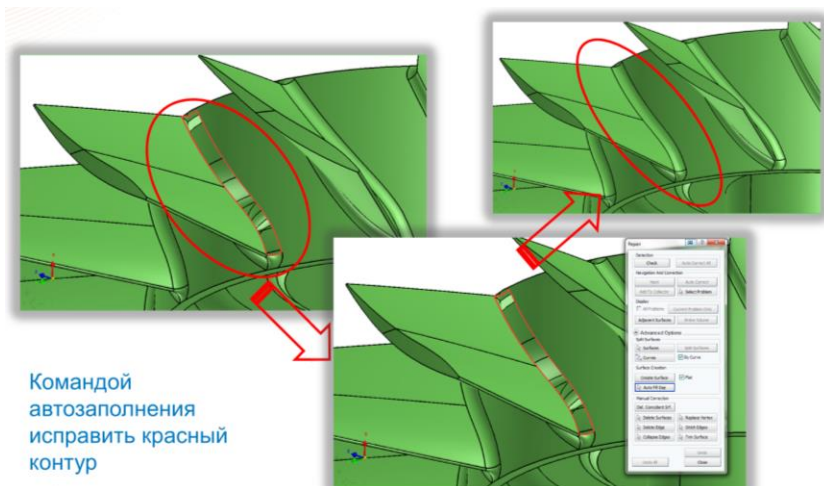


Рис. 3.28. Вариант исправления области сопряжения лопатки с диском

### 3.5. Среда проектирования поверхностной сетки

Для проектирования поверхностной (конечно-элементной) сетки необходимо зайти в модуль работы с поверхностной сеткой (выбрать *2D Mesh — Surface Mesh*) или нажать сочетание клавиш *Shift + F2* (рис. 3.29).

В поле *Groups* будут отображать все созданные наборы ребер. В поле *Count* будут отображать количество выбранных ребер. В поле *Element Size* будет отображаться размер сеточной модели для каждого из набора ребер. Разбиение исходной модели на отдельные наборы ребер будет актуально для сложной геометрии модели, в которой присутствуют тонкостенные элементы, элементы с разными длинами ребер и др.

Применение подобного подхода позволит для каждой группы ребер спроектировать отдельную конечно-элементную сетку для более качественного геометрического описания модели. Необходимо отметить, что в ProCast строится поверхностная сетка, состоящая из равносторонних треугольников. Параметр *Element Size* задает длину стороны треугольника.

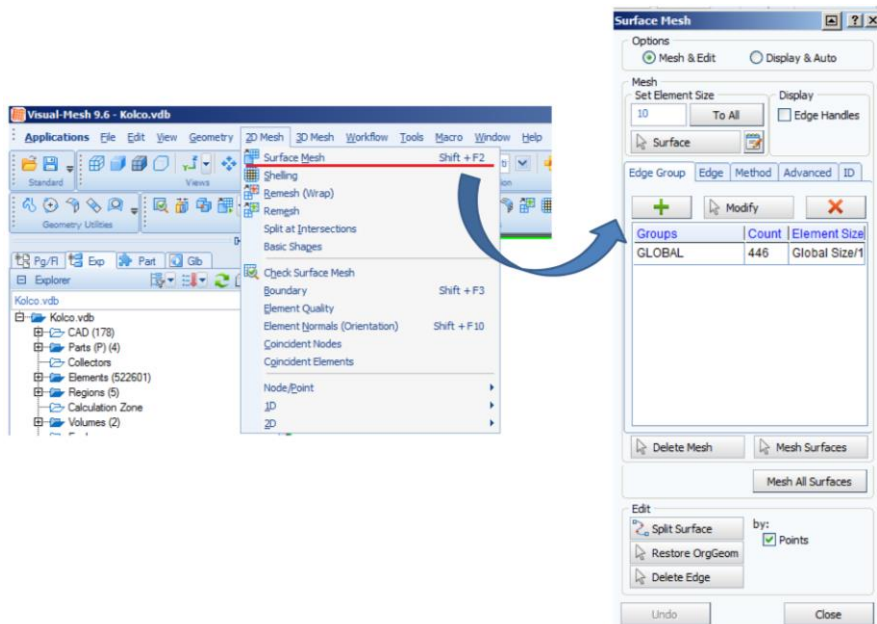


Рис. 3.29. Меню работы с поверхностной сеткой

При необходимости создать сетку одного размера на всей модели необходимо в поле *Set Element Size* ввести числовое значение сетки и нажать *To All*. Для добавления новых групп ребер необходимо использовать команду «+». Созданные группы можно переименовывать. Выбор ребер в геометрии модели осуществляется путем активации команды *Modify* и выбор ЛКМ требуемых ребер. При этом выделенные ребра будут подсвечены желтым цветом. Для снятия выделения необходимо нажать клавишу *Shift* и ЛКМ и снова выбрать необходимое ребро – выделение снимется. Для подтверждения выбора необходимо нажать на центральное колесо мыши – произойдет добавление количества выбранных ребер в графу *Count*.

На рис. 3.30 представлен пример создания групп ребер для модели.

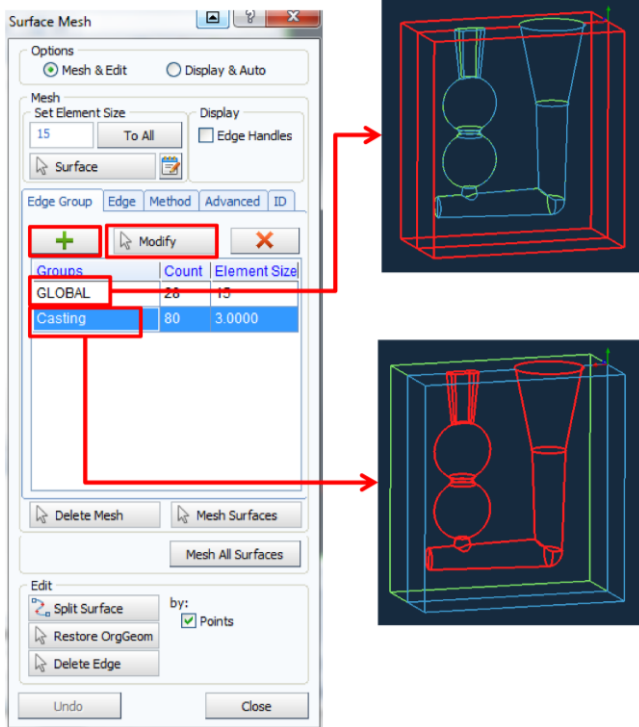


Рис. 3.30. Пример создания групп ребер

Для выбора наглядного представления подготавливаемой сеточной модели целесообразно включить параметр *Display Edge Seeds* на вкладке *Mesh Visibility* командного меню (рис. 3.31). При этом станут активны ребра (вершины треугольников сетки), что позволит оценить качество сеточной модели.

Когда все подготовительные операции для построения поверхностной сетки завершены, необходимо нажать кнопку *Mesh All Surfaces* на панели *Surface Mesh*, в результате чего произойдет построение поверхностной сетки по заданным пользователем параметрам (рис. 3.32).

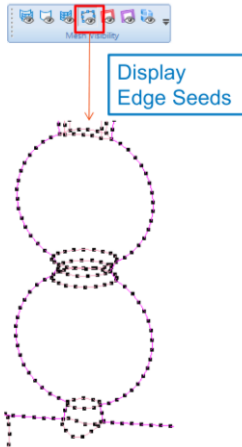


Рис. 3.31. Активация параметра *Display Edge Seeds*

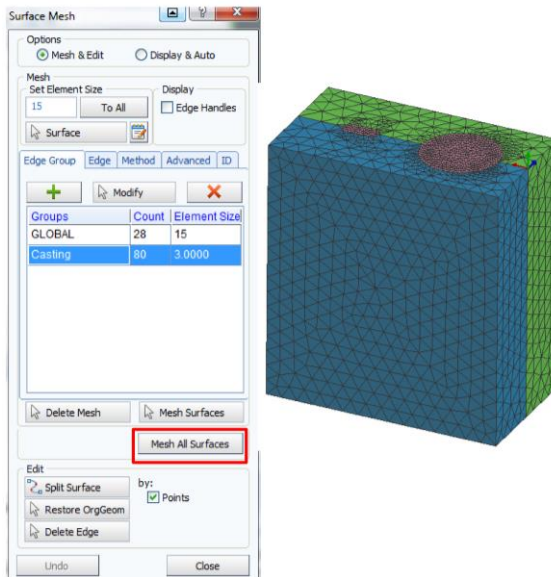


Рис. 3.32. Этап построения поверхностной сетки

При наличии поверхностей без сетки необходимо использовать параметр *Unmesd Surfaces* для изоляции этих поверхностей. Боль-

шинство несвязанных поверхностей могут быть исправлены путем изменения метода сетки. Упрощение поверхностей также может устранить ошибки в сетке (рис. 3.33).

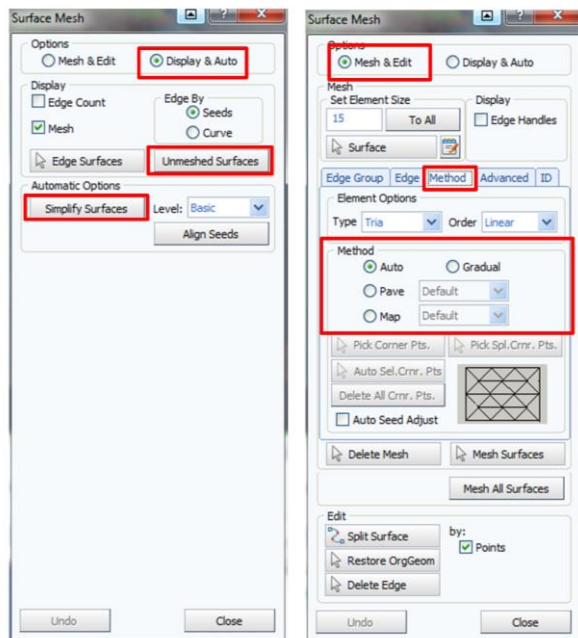


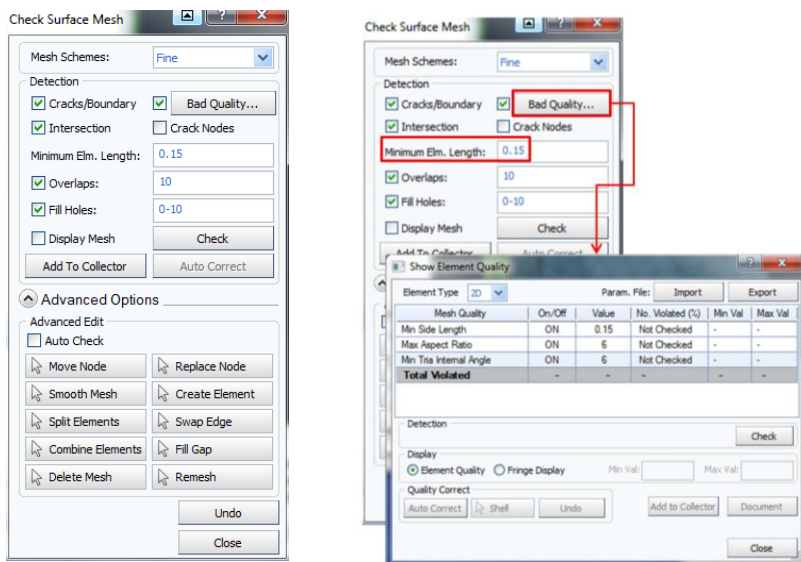
Рис. 3.33. Исправление ошибок в поверхностной сетке

### 3.6. Среда проверки поверхностной сетки

После проектирования поверхностной сетки необходимо проверить ее на наличие ошибок. Для этого необходимо выбрать *2D Mesh — Check Surface Mesh* (рис. 3.34, а). Данная команда позволяет:

- ✓ проверить сетку на наличие разрывов;
- ✓ проверить сетку на наличие перекрытий;
- ✓ проверить сетку на наличие пересечений;
- ✓ оценить качество поверхностной сетки.

В случае если поверхностная сетка имеет ошибки хотя бы по одному из указанных параметров – их необходимо исправить. Существует два варианта коррекции: автоматическое исправление и ручное редактирование сетки.



а  
б  
Рис. 3.34. Среда проверки и исправления поверхностной сетки

Параметры качества поверхностной сетки могут быть изменены с использованием команды *Bad Quality*. Если геометрия очень большая или имеет небольшие переходы, необходимо использовать минимальную длину боковой поверхности элемента (рис. 3.34, б).

Для поверхности качества спроектированной геометрии необходимо нажать на кнопку *Check* и в окне консоли красным цветом будут показаны все найденные ошибки и сообщение «Surface mesh is not OK». Если при проверке не будут обнаружены ошибки, то в окне консоли появится сообщение «Surface mesh is OK» (рис. 3.35).

Для автоматического исправления найденных ошибок в сетке необходимо выбрать параметр *Auto Correct*. Для ручного исправления сетки необходимо воспользоваться функциональными кнопками блока *Advanced Options*.

```

Console
Check mesh analysis:
Boundary : 64 problems found
Cracks : No problems found
Overlaps : No problems found
Intersection : No problems found
Crack Nodes : Not checked
Bad Quality :
Min Side Length : No problems found (with value < 0.5)
Max Aspect Ratio : No problems found (with value > 6)
Min Tria Internal Angle : No problems found (with angle < 6 degree)
-----Surface mesh is not OK-----

```

*a*

```

Console
Check mesh analysis:
Boundary : No problems found
Cracks : No problems found
Overlaps : No problems found
Intersection : No problems found
Crack Nodes : Not checked
Bad Quality :
Min Side Length : No problems found (with value < 0.5)
Max Aspect Ratio : No problems found (with value > 6)
Min Tria Internal Angle : No problems found (with angle < 6 degree)
-----Surface mesh is OK-----

```

*б*

Рис. 3.35. Окно консоли с результатом проверки:  
*a* – наличие ошибок в сетке; *б* – отсутствие ошибок в сетке

### 3.7. Среда проектирования оболочки

При моделировании технологического процесса литья по выплавляемым моделям необходимым является проектирование оболочковой (керамической) формы еще на этапе работы с конечно-элементной моделью в модуле *Visual-Mesh*. Для создания оболочки необходимо зайти *2D Mesh — Shelling* (рис. 3.36). Процесс создания оболочки происходит после генерации поверхностной сетки, но перед проектированием объемной сетки.

Средствами ProCast предусмотрено два варианта создания оболочки:



### ***Multi-Thickness (по умолчанию)***

1. Соответствует методу «Создать новую оболочку», заимствованному из MeshCAST.
2. Создает оболочку следующими действиями:
  - ✓ необходимо создать оболочку эквидистантно вокруг всей геометрии;
  - ✓ необходимо создать плоские поверхности в качестве «отсекаемых сеток» для симметрии оболочки нулевой толщины;
  - ✓ необходимо обрезать оболочку с помощью плоских поверхностей и удалить неиспользуемую оболочку.

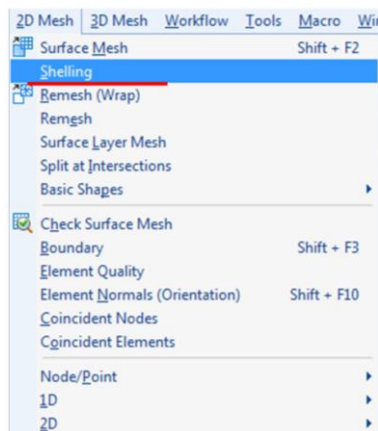


Рис. 3.36. Среда проектирования оболочки

### ***Uniform Thickness (по выбору)***

1. Соответствует методу «Shell Tab», заимствованному из MeshCast.
2. Создает оболочку следующими действиями:
  - ✓ необходимо создать оболочку эквидистантно вокруг всей геометрии за исключением поверхности для симметрии модели, не нуждающейся в построении оболочки;

- ✓ необходимо соединить оболочку с исходной геометрией;
- ✓ области с отверстиями и пустотами характеризуются минимальными переходами в модели.

На вкладке *Shelling* (рис. 3.37) в поле *Type* необходимо выбрать параметр *Uniform Thickness* (1). Затем требуется указать поверхность, не нуждающуюся в создании оболочки. Для этого выбираем параметр *No Shell Faces* (2), нажимаем кнопку *Modify* (3), в панели инструментов на вкладке *Selection* выбираем параметр *Select Contiguous* (4) и выделяем на модели поверхность, не нуждающуюся в создании оболочки (поверхность с нулевой толщиной). Подтверждаем выбор нажатием на центральное колесо мышки. Выбранная поверхность будет добавлена в поле (5) и подсвечена соответствующим цветом. На вкладке *All Other* в поле *Thickness* (6) необходимо указать толщину создаваемой оболочки.

Если оболочка сгенерирована правильно, необходимо выбрать *Generate* (7) и применить *Apply* (8). После создания оболочки необходимо вновь проверить качество сетки средствами, описанными в парагр. 3.6.

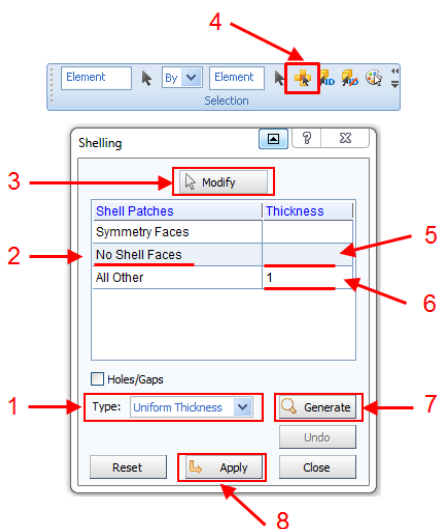


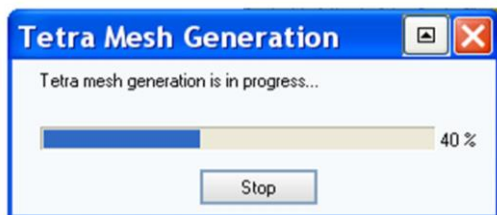
Рис. 3.37. Алгоритм проектирования оболочки

### 3.8. Среда проектирования объемной сетки

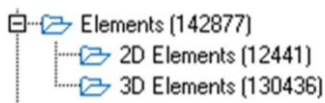
Для создания объемной сетки необходимо выбрать на панели инструментов *Create Volume Mesh* (рис. 3.38, а). Затем запускается модуль создания объемной сетки Tetra Mesh Generation (рис. 3.38, б). Когда сетка будет сгенерирована, в меню проводника будут отображаться как 2D, так и 3D элементы (рис. 3.38, в).



а



б



в

Рис. 3.38. Создание объемной сетки

Заключительным этапом является проверка качества построенной объемной сетки. Для проблемных областей доступна опция автозамены. Однако наилучшим вариантом является исследование и редактирование поверхностной сетки в проблемной области.

Ключевой особенностью проверки качества сетки является параметр *Radii Ratio* (рис. 3.39), который сравнивает радиус сферы, вписанной внутри элемента объемной сетки, в сферу, которая ограничивает элемент. Идеальное соотношение, как показано на рис. 3.40, будет 1,0.

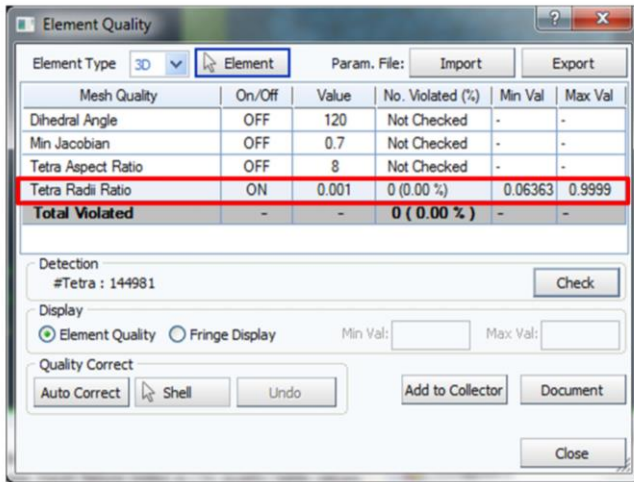


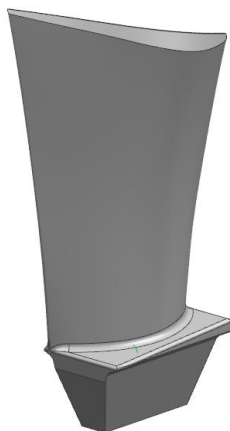
Рис. 3.39. Проверка качества объемной сетки



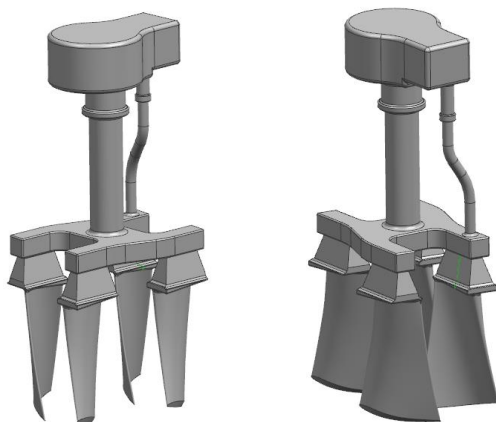
Рис. 3.40. Геометрическая интерпретация параметра *Radii Ratio*

#### 4. ПРИМЕР ПОСТРОЕНИЯ КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОЙ МОДЕЛИ ЛОПАТКИ ТУРБИНЫ ГТД

3D модели отливки лопатки турбины ГТД и литниково-питающей системы (ЛПС) представлены на рис. 4.1 *а* и *б* соответственно.



*а*



*б*

Рис. 4.1. 3D модели отливки лопатки турбины ГТД и ЛПС



Следующим шагом является проверка правильности импортированной геометрии с помощью команды Prepare/Repair (рис. 4.4). В открывшемся окне Repair нажимаем кнопку Check.

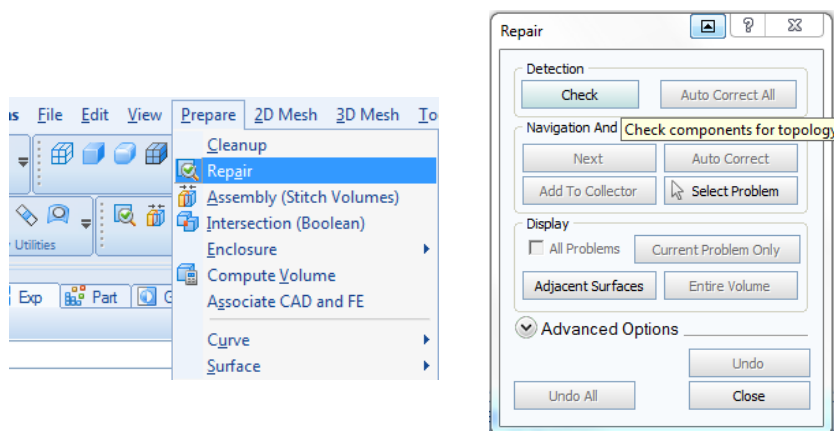




Рис. 4.4. Меню проверки правильности импортированной геометрии

В диалоговом окне внизу экрана должна появиться надпись «No problems Identified» – ошибок не обнаружено (см. рис. 3.12).

Переходим к построению поверхностной сетки. Открываем меню *2D Mesh / Surface Mesh* (рис. 4.5).

В окне Surface Mesh можно группировать области с разными размерами элементов. Для создания конечно-элементной модели разделим геометрию отливки с ЛПС на 4 области: отливка, ЛПС (без выпора), выпор и виртуальная форма. В строке *Set element size* вводим значение, соответствующее размеру элемента каждой области: для отливки – 1 мм, для ЛПС (без выпора) – 3 мм, для выпора – 1,5 мм, для виртуальной формы – 20 мм. Кнопкой  добавляем новые группы и с помощью кнопки  выделяем грани более крупных областей (стояк, выпоры, центральная часть). Присваиваем значения каждой группе, как показано на рис. 4.5.

Такой подход позволяет, во-первых, сократить расчетное время (например, для больших поверхностей не обязательно строить мелкую сетку), во-вторых, повысить точность компьютерного моделирования путем задания маленьким частям модели мелкой сетки.

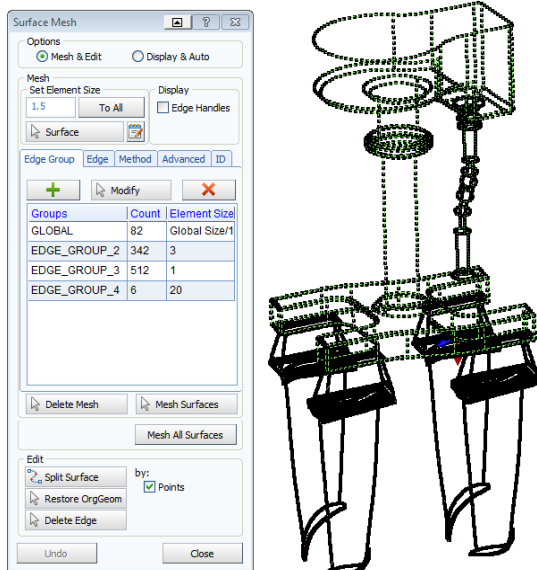


Рис. 4.5. Меню создания поверхностной сетки

Далее нажимаем кнопку *Mesh all surfaces*, в результате чего происходит генерация сетки в автоматическом режиме (рис. 4.6).

Адекватность созданной сетки необходимо проверить, для этого используем клавишу *Check* в меню *2D Mesh / Check surface mesh* (рис. 4.7).

По завершении проверки в диалоговом окне появится сообщение о количестве ошибок и пересечений сетки (рис. 4.8). Ребра, содержащие эти ошибки, выделяются красным цветом. Нажатие кнопки *Auto correct* позволит исправить ошибки в автоматическом режиме. Исправленные ошибки выделяются черным цветом и появляется сообщение – *Surface mesh is OK*.



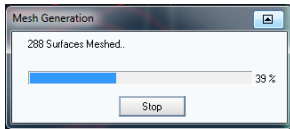


Рис. 4.6. Созданная поверхностная сетка

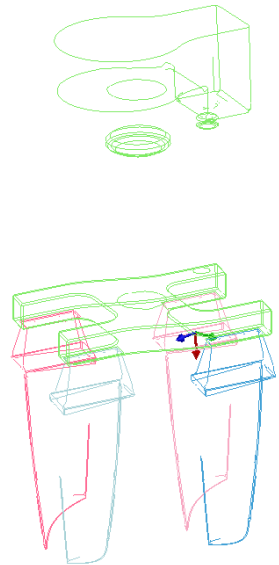
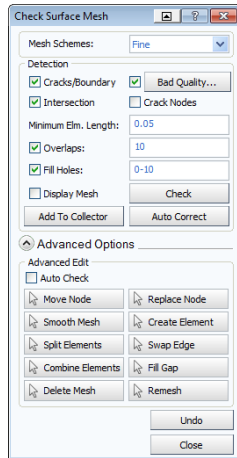


Рис. 4.7. Проверка созданной поверхностной сетки на наличие ошибок

```

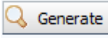
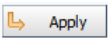
Check mesh analysis:
Boundary : No problems found
Cracks : No problems found
Overlaps : No problems found
Intersection : No problems found
Crack Nodes : Not checked
Holes : No problems found
Bad Quality :
Min Side Length : No problems found (with value < 0.0998249)
Max Aspect Ratio : No problems found (with value > 6)
Min Triangular Angle : No problems found (with angle < 6 degree)
-----
-Surface mesh is OK-
  
```

Рис. 4.8. Результаты проверки качества созданной поверхностной сетки

Следующим этапом является создание оболочковой формы. Заходим в меню *2D Mesh / Shelling*. Выбираем тип оболочки *Uniform thickness* и, в соответствии с технологическими рекомендациями, выставляем толщину оболочковой формы. В технологической карте на изготовление данной лопатки турбины советуют наносить не

менее 5 слоев обсыпки. С учетом того, что каждый слой имеет значение от 0,9 до 1,0 мм, принимаем толщину обсыпки для данной детали равной 5 мм.

Затем необходимо выбрать поверхность, на которой не следует создавать оболочку. Выбираем строку *No shell faces*, нажмем клавишу *Modify* и отмечаем необходимую плоскость (рис. 4.9).

Подтверждаем выбор последовательным нажатием на клавиши , затем  и получаем готовую оболочковую форму (рис. 4.10).

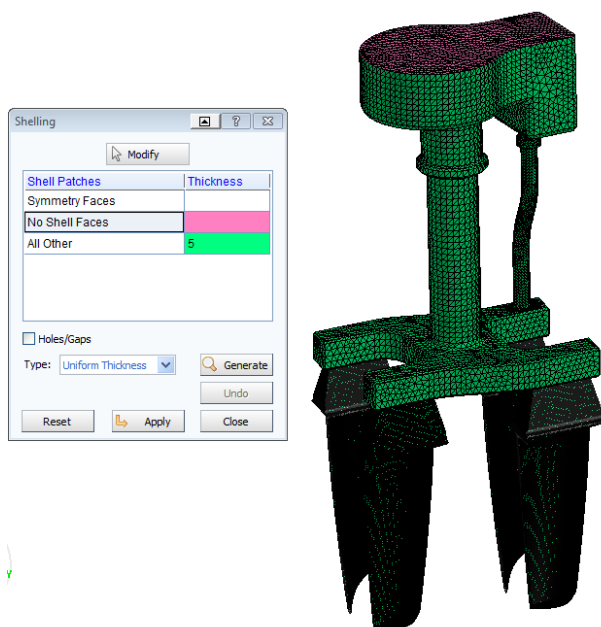


Рис. 4.9. Этап создания оболочковой формы

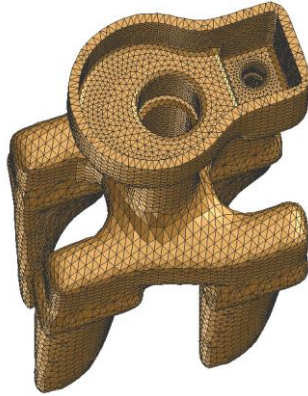


Рис. 4.10. Созданная оболочковая форма (электрокорундовая корочка)

Выполнив проверку на пересечения созданной оболочки, можем перейти к построению объемной сетки. Открываем вкладку *3D Mesh / Volume Mesh*. Нажимаем кнопку *Volume* и выделяем все поверхности *ctrl+A*. Запускаем генератор сетки, нажав на кнопку *Mesh*. После создания подтверждаем нажатием на кнопку *Apply* (рис. 4.11).

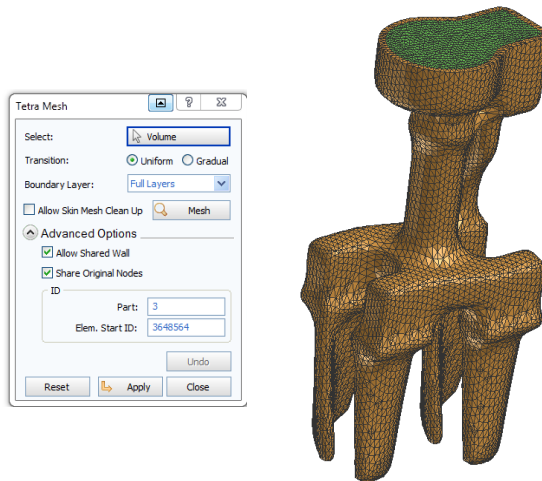


Рис. 4.11. Этап построения объемной сетки

На этом этап проектирования конечно-элементной модели лопатки турбины ГТД закончился. Модель необходимо сохранить во внутреннем формате Visual-Mesh \*.vbd и экспортировать для передачи ее в препроцессор Visual-Cast.

## **5. СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА О ПРОДЕЛАННОЙ РАБОТЕ**

В процессе выполнения работы оформляется отчет в соответствии с предложенным алгоритмом, содержащий скриншоты всех выполняемых этапов и их словесное описание. В отчете приводится подробное описание: алгоритма построения поверхностной сетки, проверки ее качества, возможных вариантов исправления и редактирования, моделирования оболочковой формы и создания объемной сетки.

## КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Специфика проектирования технологических процессов изготовления отливок.
2. Анализ технологичности отливок деталей.
3. Определение размеров отливок с учетом усадки сплава.
4. Методика расчета литниково-питающих систем.
5. Методика проектирования конструкции пресс-форм.
6. Выбор плоскости разъема.
7. Расчет размеров пресс-форм.
8. Выбор модельного состава и расчет его количества на программу выпуска деталей.
9. Проектирование технологического процесса изготовления оболочковой формы.
10. Подбор исходных формовочных материалов.
11. Удаление модельного компонента из оболочковой формы.
12. Формовка, прокалка и контроль качества оболочек.
13. Заливка форм, выбивка, очистка и контроль качества отливок деталей.
14. Возможные дефекты отливок деталей
15. Расчет потребного количества исходных материалов для приготовления оболочек на программу выпуска деталей.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В пособии рассмотрены вопросы проектирования конечно-элементной модели отливки в модуле Visual-Mesh программного продукта ProCast для моделирования технологического процесса литья. Приводимые методики позволяют выполнить моделирование начинающим пользователям. Представлено очень подробное описание по работе с импортированной геометрией из сторонних CAD программных продуктов, а также возможные варианты редактирования некачественной геометрии. В последующих главах пособия приводится подробное описание по работе в средах создания поверхностной сетки, созданию оболочковых форм и проектированию объемной сетки. В качестве примера рассмотрена задача проектирования конечно элементной модели рабочей лопатки турбины ГТД.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Айзикович, В.Я. Исследование и внедрение технологического процесса литья лопаток в формы с заданным исходным распределением температуры: автореф. дис. ...канд. техн. наук. – М., 1977. – 22 с.

2. Баландин, Г.Ф. Теория формирования отливки / Г.Ф. Баландин. – М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 1998. – 360 с.

3. Вдовин, Р.А. Использование систем численного моделирования для исследования технологического процесса литья лопаток в заготовительном производстве / Р.А. Вдовин, В.Г. Смелов, А.В. Агаповичев // Вестник СГАУ. – 2015. – № 3 (2). – С. 391–399.

4. Моделирование литья деталей аэрокосмического назначения в ProCast / Р.А. Вдовин, В.Г. Смелов, Д.Г. Черников [и др.]. – Самара: Самарский государственный аэрокосмический университет, 2012. – 183 с.

5. Галдин, Н.М. Литниковые системы и прибыли для фасонных отливок / Н.М. Галдин, В.В. Чистяков, А.А. Шатильский. – М.: Машиностроение, 1992. – 256 с.

6. Голод, В.М. Системный анализ процесса формирования отливки (прикладные аспекты) / В.М. Голод, М.Д. Тихомиров, Д.Х. Сабиров // Литейные материалы, технологии, оборудование: сб. науч. тр. ЦНИИМ. – СПб., 1995. – С. 26–30.

7. Голод, В.М. Компьютерный анализ литейной технологии, проблемы его информативного обеспечения и адаптации к условиям производства / В.М. Голод // Вестник Удмуртского университета. Серия физика и химия. – 2008. – № 4 (1). – С. 67–87.

8. Девятов, С. ProCast. Виртуальное моделирование литейных технологий / С. Девятов // CADmaster. – 2006. – № 5. – С. 36–43.

9. Десницкий В.В. Автоматизированное проектирование технологии изготовления отливок-Д / В.В. Десницкий. – Л.: Ленинградский университет, 1987. – 164 с.

10. Дубровская, А.С. Численное моделирование процесса изготовления отливок деталей газотурбинных двигателей методом точного литья: дис. ... канд. техн. наук: 05.13.18 / Дубровская Александра Сергеевна. – Пермь, 2015. – 152 с.

11. Жеглов, С.В. Разработка математического и информационного обеспечения комплекса автоматизированного проектирования технологии изготовления корпусных отливок: дис. ... канд. техн. наук: 05.13.12 / Жеглов Сергей Валериевич. – Воронеж, 2005. – 134 с.

12. Использование систем CAD/CAM в литейном производстве Великобритании // FoundryTradeJournal. – 1987. – 161, № 337. – С. 193–197.

13. Кумапин, И.Б. Вопросы теории литейных процессов / И.Б. Кумапин. – М.: Машиностроение, 1976. – 216 с.

14. Кучин, П.С. Математическое моделирование процессов литья металлов и сплавов / П.С. Кучин, Д.Н. Мальцев // Литейщик России. – 2008. – № 10. – С. 18–20.

15. Литье по выплавляемым моделям / под. ред. В.А. Озерова. – 4-е изд. – М.: Машиностроение, 1997. – 448 с.

16. Моисеев, В.С. Оптимизационный подход к расчету литниково-питающих систем и средств воздействия на направленность затвердевания отливок / В.С. Моисеев, А.Ф. Смыков // Литейное производство. 2000, № 7. – С. 49–51.

17. Монастырский, В.П. Моделирование и оптимизация процесса направленной кристаллизации рабочих лопаток ГТД / В.П. Монастырский // Литейщик России. – 2009. – № 7. – С. 18–23.



18. Моделирование напряженно-деформированного состояния отливки при кристаллизации / В.П. Монастырский, А.И. Александрович, А.В. Монастырский [и др.] // Литейное производство. – 2007. – № 8. – С. 46–48.

19. Монастырский, В.П. Развитие методов моделирования процессов затвердевания отливок с направленной и равноосной структурой: дис. ... д-ра техн. наук: 05.16.04 / Монастырский Валерий Петрович. – М., 2014. – 300 с.

20. Монастырский, В.П. Разработка технологии литья крупногабаритных турбинных лопаток с применением систем «Полигон» и «ProCast» / В.П. Монастырский, А.В. Монастырский, Е.М. Левитан // Литейное производство. – 2007. – № 9. – С. 29–36.

21. Автоматизированное проектирование техпроцессов литья по выплавляемым моделям турбинных лопаток / А.А. Неуструев, А.Ф. Смыков, А.Я. Денисов [и др.] // Литейное производство. – 2002. – №7. – С. 23–27.

22. Рыжиков А.А. Теоретические основы литейного производства / А.А. Рыжиков. – М.: Свердловск: Машгиз, 1961. – 447 с.

23. Севастьянов, Г.М. Моделирование напряженно-деформированного состояния при заливке и затвердевании металла в керамической оболочковой форме: дис. ... канд. физ.-мат. наук: 01.02.04 / Севастьянов Георгий Мамиевич. – Владивосток, 2011. – 101 с.

24. Автоматизированное проектирование карт единичных технологических процессов изготовления отливок / Б.Л. Сердюхов, В.А. Чудин, Е.Л. Чуканова [и др.] // Литейное производство. – 1988. – JSfe 11. – С. 25–26.

25. Сравнительный анализ систем компьютерного моделирования металлургических и литейных процессов / Н.И. Тарасевич,

И.В. Корниец, И.Н. Тарасевич [и др.] // *Металл и литье Украины*. – 2010. – № 5. – С. 20–25.

26. Щетинин, А.В. Моделирование литейных процессов на основе средств обеспечения вычислительных экспериментов: дис. ... канд. техн. наук: 05.13.18 / Щетинин Алексей Викторович. – Воронеж, 2006. – 141 с.

27. Трушин, С.И. Метод конечных элементов. Теория и задачи / С.И. Трушин. – М.: Ассоциации строительных вузов, 2008. – 256 с.

28. Vdovin, R.A. Elaboration of a casting defects predictional technique via use computer-aided design systems / R.A. Vdovin, V.G. Smelov // *International Journal of Engineering and Technology*. – 2014. – № 6 (5). – P. 2269–2275.

29. Paths of improving the technological process of manufacture of GTE turbine blades / R.A. Vdovin, V.G. Smelov, N.D. Pronichev, M.A. Bolotov // *Innovative Technologies in Engineering*. – 2016. – № 142. – P. 1–8.

30. Vdovin, R.A. Research and optimization of the technological process of manufacturing a GTE blades using computer-aided design / R.A. Vdovin, V.G. Smelov // *Materials Science and Engineering*. – 2016. – № 156. – P. 1–7.

Учебное издание

*Вдовин Роман Александрович*

**КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО  
ПРОЦЕССА ЛИТЬЯ ДЕТАЛЕЙ ДВИГАТЕЛЕЙ В МОДУЛЕ  
VISUAL-MESH ПРОГРАММНОГО ПРОДУКТА PROCAST**

*Учебное пособие*

Редактор Н.С. Куприянова  
Компьютерная верстка А.В. Ярославцева

Подписано в печать 25.11.2019. Формат 60×84 1/16.  
Бумага офсетная. Печ.л. 6,75.  
Тираж 120 экз. (1 з-д 1-25). Заказ . Арт. – 6(РЗУ)/2019.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«САМАРСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ АКАДЕМИКА С.П. КОРОЛЕВА»  
(САМАРСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

443086, Самара, Московское шоссе, 34.

---

Изд-во Самарского университета.  
443086, Самара, Московское шоссе, 34.

*ДЛЯ ЗАМЕТОК*