

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САМАРСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ АКАДЕМИКА С.П. КОРОЛЕВА»
(САМАРСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ПОТОКОВ В ЛОПАТОЧНЫХ МАШИНАХ ДВИГАТЕЛЕЙ И АГРЕГАТОВ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

Рекомендовано ученым советом федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева» в качестве учебного пособия для обучающихся по основным образовательным программам высшего образования по направлениям подготовки 24.03.05 Двигатели летательных аппаратов, 15.03.05 Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств, 13.03.03 Энергетическое машиностроение, 25.03.01 Техническая эксплуатация летательных аппаратов и двигателей и специальности 24.05.02 Проектирование авиационных и ракетных двигателей

САМАРА
Издательство Самарского университета
2021

УДК 621.4(075)

ББК 39.55я7

М34

Авторы: *А.Б. Прокофьев, В.Н. Матвеев, О.В. Батурин,
А.М. Гареев, Г.М. Попов, Е.С. Горячкин*

Рецензенты: д-р техн. наук, проф. В. П. Данильченко,
д-р техн. наук, проф. С. В. Фалалеев

М34 Математические модели потоков в лопаточных машинах двигателей и агрегатов летательных аппаратов: учебное пособие / *А.Б. Прокофьев, В.Н. Матвеев, О.В. Батурин* [и др.]. – Самара: Издательство Самарского университета, 2021. – 200 с.: с ил.

ISBN 978-5-7883-1659-8

В учебном пособии представлены основные схемы потоков в лопаточных машинах и их математическое описание. Даны примеры использования математических моделей для описания рабочего процесса в проточной части компрессоров, насосов и турбин, а также в их отдельных элементах.

Предназначено для студентов специальности «Проектирование авиационных и ракетных двигателей» и направлений подготовки «Двигатели летательных аппаратов», «Техническая эксплуатация летательных аппаратов и двигателей» и «Энергетическое машиностроение».

Подготовлено на кафедре теории двигателей летательных аппаратов имени В.П. Лукачева Самарского университета.

УДК 621.4(075)

ББК 39.55я7

ISBN 978-5-7883-1659-8

© Самарский университет, 2021

ОГЛАВЛЕНИЕ

Основные условные обозначения	5
Введение	9
Глава 1 Схемы потоков в лопаточных машинах	11
1.1 Общий случай течения рабочего тела	11
1.2 Нульмерная схема рабочего процесса.....	16
1.3 Одномерная схема потока	18
1.4 Двухмерная схема потока.....	22
1.5 Трехмерная схема потока	35
1.6 Контрольные вопросы к главе 1.....	38
Глава 2 Уравнение неразрывности	43
2.1 Вывод уравнения неразрывности	43
2.2 Примеры применения уравнения неразрывности для разных типов турбомашин.....	47
2.3 Уравнение неразрывности в параметрах торможения.....	53
2.4 Контрольные вопросы по разделу 2	56
Глава 3 Уравнение сохранения энергии в механической форме в абсолютном движении	60
3.1 Вывод уравнения сохранения энергии в механической форме в абсолютном движении	60
3.2 Примеры использования уравнения сохранения энергии в механической форме в абсолютном движении.....	70
3.3 Контрольные вопросы по разделу 3	94
Глава 4 Уравнение сохранения энергии в тепловой форме в абсолютном движении	99
4.1 Вывод уравнения сохранения энергии в тепловой форме в абсолютном движении	99
4.2 Примеры использования уравнения сохранения энергии в тепловой форме в абсолютном движении	105
4.3 Контрольные вопросы по разделу 4	117

Глава 5 Уравнение сохранения энергии в механической форме в относительном движении	120
5.1 Вывод уравнения сохранения энергии в механической форме в относительном движении	120
5.2 Примеры использования уравнения сохранения энергии в механической форме в относительном движении.....	131
5.3 Контрольные вопросы по разделу 5	139
Глава 6 Уравнение сохранения энергии в тепловой форме в относительном движении.....	142
6.1 Вывод уравнения сохранения энергии в тепловой форме в относительном движении	142
6.2 Примеры использования уравнения сохранения энергии в тепловой форме в относительном движении ...	146
6.3 Контрольные вопросы по разделу 6	148
Глава 7 Уравнение количества движения	150
7.1 Вывод уравнения количества движения	150
7.2 Примеры использования уравнения количества движения	156
7.3 Контрольные вопросы по разделу 7	162
Глава 8 Уравнение моментов количества движения	164
8.1 Вывод уравнения моментов количества движения.....	164
8.2 Примеры использования уравнения моментов количества движения	171
8.3 Следствия из уравнения моментов количества движения	179
8.4 Поворот потока в осевых турбомашинах с помощью лопаточных решеток	183
8.5 Соотношения удельных работ осевых турбины и компрессора ГТД.....	190
8.6 Контрольные вопросы по разделу 8	193
Список литературы	197

ОСНОВНЫЕ УСЛОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

Параметры лопаточных машин

- a — скорость звука, м/с;
 $a_{кр}$ — критическая скорость, м/с;
 b — хорда профиля, м;
 b/t — густота решетки лопаточной машины;
 C — скорость потока в абсолютном движении, м/с;
 C_m — максимальная толщина профиля, мм;
 D — диаметр, м;
 \bar{d} — относительный диаметр втулки;
 F — площадь проходного сечения, м;
 G — массовый расход газа, кг/с;
 \bar{G} — коэффициент производительности;
 H_T — теоретический напор, создаваемый компрессором, Дж/кг;
 L_U — удельная работа лопаточной машины на окружности рабочего колеса, Дж/кг;
 h_l — высота лопатки, м;
 h/b — относительное удлинение лопатки;
 k — показатель изоэнтропы;
 L_K — удельная работа компрессора, Дж/кг;
 L_T — удельная работа турбины, Дж/кг;
 m — масса, кг;
 M — число Маха (отношение скорости потока к скорости звука); крутящий момент, Н · м;
 N_K — мощность привода компрессора, кВт;
 N_T — мощность на валу турбины, кВт;
 n — частота вращения, мин⁻¹; показатель политропы;
 p — давление, Па;
 R — универсальная газовая постоянная, Дж/(кг К);
 S — осевая ширина решетки лопаток, м; линия тока;

T	— температура, К;
u	— окружная скорость, м/с;
w	— скорость потока в относительном движении, м/с;
z	— число ступеней; число лопаток, шт.;
α	— угол потока в абсолютном движении, град;
α_n	— лопаточный угол неподвижных лопаток, град;
β	— угол потока в относительном движении, град;
β_n	— лопаточный угол вращающихся лопаток, град;
δ	— угол отгиба профиля, град; радиальный зазор, мм;
γ	— угол установки профиля в решетке, град;
ξ	— коэффициент потерь;
φ	— коэффициент скорости соплового аппарата;
ψ	— коэффициент скорости рабочего колеса;
ρ	— плотность, кг/м ³ ;
σ	— коэффициент восстановления полного давления;
η	— коэффициент полезного действия;
λ	— приведенная скорость;
π^*_k	— степень повышения давления в компрессоре;
π^*_t	— степень понижения давления в турбине;
ω	— угловая скорость, рад/с.

Индексы

*	— параметры заторможенного потока;
0	— сечение на входе в сопловой аппарат или входной направляющий аппарат;
1	— сечение на входе в рабочее колесо;
2	— сечение на выходе из рабочего колеса;
3	— сечение на выходе из направляющего аппарата;
a	— по оси лопаточной машины;
c	— в абсолютном движении;

<i>n</i>	— по нормали;
<i>r</i>	— в радиальном направлении;
<i>w</i>	— в относительном движении;
<i>B</i>	— относящееся к сечению на входе в компрессор;
<i>в</i>	— вход, воздух;
<i>вт</i>	— вторичный;
<i>Г</i>	— относящееся к сечению на входе в турбину;
<i>г</i>	— газ;
<i>К</i>	— относящееся к сечению на выходе из компрессора;
<i>к</i>	— компрессор, концевой, периферийный;
<i>кор</i>	— корытце;
<i>кр</i>	— кромочный, критический;
<i>л</i>	— лопаточный;
<i>отр</i>	— отрывной;
<i>пр</i>	— профильный, приведенный;
<i>пред</i>	— предельный;
<i>сп</i>	— спинка;
<i>ср</i>	— средний;
<i>ст</i>	— ступень;
<i>Т</i>	— относящееся к сечению на выходе из турбины;
<i>т</i>	— относящийся к турбине, теоретический;
<i>тр</i>	— трение.

Сокращения

ВНА	— входной направляющий аппарат;
г	— горючее;
ГДФ	— газодинамические функции;
ГТД	— газотурбинный двигатель;
ГТУ	— газотурбинная установка;
ДВС	— двигатель внутреннего сгорания;
КПД	— коэффициент полезного действия;

ЛВ	—	лопаточный венец;
ЛД	—	лопаточный диффузор;
ЛМ	—	лопаточная машина;
МОК	—	многоступенчатый осевой компрессор;
МОТ	—	многоступенчатая осевая турбина;
МТ	—	микротурбина;
НА	—	направляющий аппарат;
о	—	окислитель;
РЗ	—	радиальный зазор;
РК	—	рабочее колесо;
СА	—	сопловой аппарат;
ТНА	—	турбонасосный агрегат;
ТРД	—	турбореактивный двигатель;
ТРДД	—	турбореактивный двухконтурный двигатель;
ШЦБН	—	шнекоцентробежный насос;
ЦСМТ	—	центростремительная микротурбина.

Остальные обозначения, индексы и условные сокращения объяснены в тексте.

ВВЕДЕНИЕ

Лопаточные машины или турбомашинны (компрессоры, вентиляторы, турбины, насосы, воздушные и водяные винты...) широко применяются в энергетических установках различного назначения в различных отраслях транспорта, энергетики и промышленности. В частности, лопаточные машины являются ключевыми узлами газотурбинных двигателей, вспомогательных силовых установок, турбонасосных агрегатов систем питания жидкостных ракетных двигателей, турбокомпрессоров наддува двигателей внутреннего сгорания, судовых систем, технологических установок нефтегазовой промышленности и др. Поэтому курс теории и расчета лопаточных машин является важным во многих направлениях подготовки, например «Двигатели летательных аппаратов», «Техническая эксплуатация летательных аппаратов и двигателей», «Энергетическое машиностроение» и специальности «Проектирование авиационных и ракетных двигателей».

Одной из основополагающих частей курса теории и расчета лопаточных машин являются схемы потока, используемые при описании рабочих процессов в проточной части турбомашин и формировании их математических моделей. В данном учебном пособии рассматриваются нульмерные, одномерные, двухмерные и трехмерные схемы стационарного потока в турбомашинах. Для их математического описания выведены уравнения сохранения массы и энергии в абсолютном и относительном движении, уравнения количества и момента количества движения.

Теоретический материал в пособии сопровождается примерами математических моделей рабочего процесса различного

уровня в основных типах лопаточных машин. В конце каждого раздела приводятся контрольные вопросы и задания.

Предлагаемый в настоящем пособии материал является основой для детального изучения рабочего процесса различных типов турбомашин, их характеристик и методов проектирования.

1 СХЕМЫ ПОТОКОВ В ЛОПАТОЧНЫХ МАШИНАХ

1.1 Общий случай течения рабочего тела

Рассмотрим поток рабочего тела через отдельный лопаточный венец произвольной турбомашины (рис. 1.1). Выделим в потоке бесконечно малую частицу рабочего тела массой dm , движущуюся вблизи поверхности лопатки.

Выделим траекторию S движения этой частицы относительно неподвижных элементов. Со стороны лопатки на выбранный элемент действует сила $d\vec{R}$, а массовая сила (сила тяжести) равна $d\vec{G}$. Вектор абсолютной скорости \vec{C} частицы приложен в ее центре масс и направлен в сторону движения по касательной к траектории. Со всех сторон на выделенную частицу по ее внешней поверхности действуют силы давления, результирующая которой равна $d\vec{P}$. Также на выделенный объем действует сила трения $d\vec{T}$, направленная по касательной к траектории в сторону обратную движению частицы.

В соответствии со вторым законом Ньютона для выделенной частицы справедливо векторное уравнение:

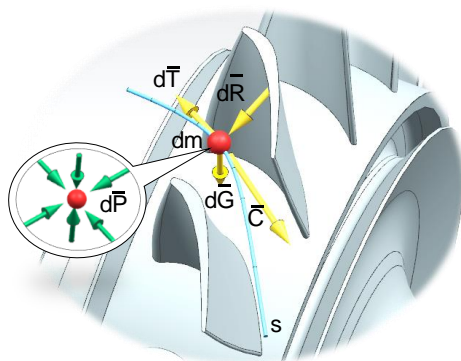


Рис. 1.1. Взаимодействие частицы рабочего тела с потоком

$$d\bar{R} + d\bar{P} + d\bar{G} + d\bar{T} = dm \frac{d\bar{C}}{dt}, \quad (1.1)$$

где $\frac{d\bar{C}}{dt}$ – ускорение рассматриваемой частицы.

В турбомашинах величина массовых сил обычно значительно меньше других сил в уравнении (1.1) и поэтому вектором $d\bar{G}$ обычно пренебрегают. С учетом последнего замечания и разделив левую и правую часть этого уравнения на массу dm , получим:

$$d\bar{R}' + d\bar{P}' + d\bar{T}' = \frac{d\bar{C}}{dt} \quad (1.2)$$

Обращаем внимание на то, что в левой части уравнения находятся удельные силы (силы, относящиеся к единице массы частицы) действия лопатки (\bar{R}'), давления (\bar{P}') и трения (\bar{T}').

В общем случае течения рабочего тела в лопаточной машине все векторные параметры будут изменяться в зависимости от положения частицы в пространстве и времени. Для описания положения точки в проточной части лопаточной машины необходимо выбрать систему координат. Это может быть любая удобная пользователю система координат: декартова или цилиндрическая, привязанная к оси лопаточной машины; декартова, привязанная к траектории движения частицы (координаты Лагранжа) и др.

Для описания потока в турбомашинах обычно используют цилиндрическую систему координат, привязанную к ее оси (рис. 1.2). Ее начало координат – точка O располагается на оси лопаточной машины, в точке ее пересечения плоскостью поперечного сечения на входе в лопаточный венец. Первая ось координат Oa направлена вдоль оси вращения лопаточной машины. Это направление и проекции векторов на него называются *осевыми* и обозначаются при записи формул индексом «а». Например, при проецировании абсо-

лютой скорости \vec{C} рассматриваемой частицы на направление оси Oa получим ее осевую составляющую C_a (рис. 1.2).

Вторая ось Or направлена от точки O вдоль некоторого (произвольного) радиуса лопаточной машины. Она называется радиальной. Проекции на эту ось в формулах имеют индекс « r ». Третья ось Ou , перпендикулярная осям Oa и Or , называется окружной (тангенциальной) осью. Проекции на эту ось в формулах имеют индекс « u » и называются окружными или тангенциальными.

Плоскость roa , проходящая через оси Oa и Or , называется меридиональной плоскостью. Она обозначается буквой m . Плоскость, проходящая через ось Or и перпендикулярная оси Oa называется окружной плоскостью (в этой плоскости вращается РК).

Для того чтобы получить радиальную составляющую вектора (например, вектора \vec{C}), надо через точку его начала построить плоскость, параллельную окружной плоскости (рис. 1.2), после чего провести через точку пересечения этой плоскости с осью Oa – точку O' и через точку начала проектируемого вектора радиальную ось $O'r'$. Проекция вектора на ось $O'r'$ (на радиальное направление) и будет радиальной проекцией рассматриваемого вектора. В частности, при проектировании вектора абсолютной скорости \vec{C} на ось $O'r'$ получим ее радиальную составляющую C_r (рис. 1.2).

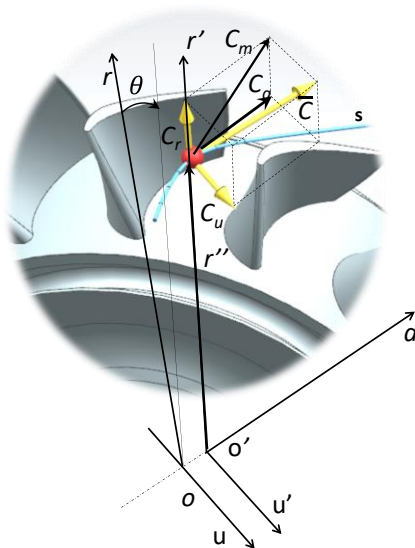


Рис. 1.2. Типичная система координат, используемая для анализа рабочего процесса лопаточных машин

Третьей координатой рассматриваемой точки является угол θ (см. рис. 1.2) – угол поворота радиальной оси Or относительно некоторого первоначального положения, откладываемый в окружной плоскости против движения часовой стрелки, если смотреть со стороны окончания оси Oa . Обычно положительное направление этой координаты совпадает с направлением вращения РК.

Для того чтобы получить окружную составляющую проекции векторного параметра (для примера вектора \bar{C}) надо через начало рассматриваемого вектора построить плоскость $r'O'u'$, параллельную окружной плоскости $rOui$ (см. рис. 1.2), после чего через точку пересечения этой плоскости с осью Oa – точку O' и точку начала проецируемого вектора провести радиус-вектор r'' . Затем через конец радиуса-вектора r'' перпендикулярно ему в построенной плоскости $r'O'u'$ провести ось в направлении вращения. Это и будет окружное направление, которому ставят в соответствие окружную ось $O'u'$. В нашем случае плоскость $r'O'u'$ повернута вокруг оси Oa по направлению вращения РК относительно плоскости $rOui$ на угол θ . Если на эту ось $O'u'$ спроецировать рассматриваемый вектор скорости \bar{C} , то полученная проекция будет представлять собой окружную составляющую C_u (см. рис. 1.2).

Спроецируем векторное уравнение (1.2) на осевое, радиальное и окружное направления. В результате получим систему из трех уравнений:

$$\begin{aligned} R'_a + P'_a + T'_a &= \frac{dC_a}{dt}; \\ R'_r + P'_r + T'_r &= \frac{dC_r}{dt}; \\ R'_u + P'_u + T'_u &= \frac{dC_u}{dt}. \end{aligned} \tag{1.3}$$

Представим полные производные правой части этих уравнений через частные производные по координатам и времени:

$$\begin{aligned}\frac{dC_a}{dt} &= \frac{\partial C_a}{\partial a} \frac{\partial a}{\partial t} + \frac{\partial C_a}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial t} + \frac{\partial C_a}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial C_a}{\partial t} = \\ &= C_a \frac{\partial C_a}{\partial a} + C_r \frac{\partial C_a}{\partial r} + C_u \frac{\partial C_a}{\partial u} + \frac{\partial C_a}{\partial t};\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{dC_r}{dt} &= \frac{\partial C_r}{\partial a} \frac{\partial a}{\partial t} + \frac{\partial C_r}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial t} + \frac{\partial C_r}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial C_r}{\partial t} = \\ &= C_a \frac{\partial C_r}{\partial a} + C_r \frac{\partial C_r}{\partial r} + C_u \frac{\partial C_r}{\partial u} + \frac{\partial C_r}{\partial t};\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{dC_u}{dt} &= \frac{\partial C_u}{\partial a} \frac{\partial a}{\partial t} + \frac{\partial C_u}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial t} + \frac{\partial C_u}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial C_u}{\partial t} = \\ &= C_a \frac{\partial C_u}{\partial a} + C_r \frac{\partial C_u}{\partial r} + C_u \frac{\partial C_u}{\partial u} + \frac{\partial C_u}{\partial t}.\end{aligned}$$

С учетом того, что $\partial u = r \partial \theta$:

$$\frac{dC_a}{dt} = C_a \frac{\partial C_a}{\partial a} + C_r \frac{\partial C_a}{\partial r} + \frac{C_u}{r} \frac{\partial C_a}{\partial \theta} + \frac{\partial C_a}{\partial t}$$

$$\frac{dC_r}{dt} = C_a \frac{\partial C_r}{\partial a} + C_r \frac{\partial C_r}{\partial r} + \frac{C_u}{r} \frac{\partial C_r}{\partial \theta} + \frac{\partial C_r}{\partial t}$$

$$\frac{dC_u}{dt} = C_a \frac{\partial C_u}{\partial a} + C_r \frac{\partial C_u}{\partial r} + \frac{C_u}{r} \frac{\partial C_u}{\partial \theta} + \frac{\partial C_u}{\partial t}$$

Тогда уравнение (1.3) примет вид:

$$R'_a + P'_a + T'_a = C_a \frac{\partial C_a}{\partial a} + C_r \frac{\partial C_a}{\partial r} + \frac{C_u}{r} \frac{\partial C_a}{\partial \theta} + \frac{\partial C_a}{\partial t};$$

$$R'_r + P'_r + T'_r = C_a \frac{\partial C_r}{\partial a} + C_r \frac{\partial C_r}{\partial r} + \frac{C_u}{r} \frac{\partial C_r}{\partial \theta} + \frac{\partial C_r}{\partial t}; \quad (1.4)$$

$$R'_u + P'_u + T'_u = C_a \frac{\partial C_u}{\partial a} + C_r \frac{\partial C_u}{\partial r} + \frac{C_u}{r} \frac{\partial C_u}{\partial \theta} + \frac{\partial C_u}{\partial t}.$$

Уравнение (1.4) называется уравнением движения рабочего тела в цилиндрической системе координат. В общем случае решение этого дифференциального уравнения представляет собой сложную задачу, выполняемую обычно с помощью численных методов. Однако при расчетах потоков рабочего тела в лопаточных машинах используют и более простые схемы течения.

Прежде чем приступить к их изучению введем еще одно дополнительное понятие. Рассмотрим проекцию векторного параметра, например, вектора абсолютной скорости, на меридиональную плоскость C_m (см. рис. 1.2). Эта проекция называется меридиональной, она определяет меридиональное направление течения рабочего тела в рассматриваемой точке. Ее величина может быть найдена с помощью выражения:

$$C_m = \sqrt{C_a^2 + C_r^2}.$$

Аналогично можно определить меридиональную составляющую любого векторного параметра рабочего процесса турбомашины. Использование меридиональных проекций в расчетах иногда позволяет упростить решение ряда проектных задач, особенно в радиальных турбомашинах.

1.2 Нульмерная схема рабочего процесса

Под нульмерной понимают такую схему рабочего процесса, в которой нет явной связи параметров потока с координатами пространства, а лопаточная машина рассматривается как «черный ящик» [3]. В этом случае не требуются детальные сведения об

устройстве, физических процессах в турбомашине и устанавливаются только зависимости основных выходных параметров от параметров на входе с учетом внешних воздействий. Под последними понимается механическая работа по сжатию газа или механическая работа, совершаемая газом по вращению ротора ЛМ, подвод или отвод тепла от рабочего тела, подвод или отвод рабочего тела на участке от входа до выхода из лопаточной машины и т.п.

Так, например, на выходе из компрессора (рис. 1.3,а) температура воздуха T_k^* зависит от температуры T_B^* на входе в сечение B , а также от подвода мощности на сжатие рабочего тела N_K , расхода рабочего тела и его возможного дополнительного подвода или отбора. Давление воздуха на выходе из компрессора p_k^* зависит от давления p_B^* в сечении B (на входе), мощности компрессора, расхода воздуха через него и гидравлических потерь в проточной части. Расход воздуха на выходе из компрессора G_K определяется расходом воздуха на входе G_B и расходом отбора воздуха $G_{отб.}$ на самолетные нужды, привод агрегатов и систем двигателя, а также на охлаждение турбины:

$$G_K = G_B - G_{отб.}$$

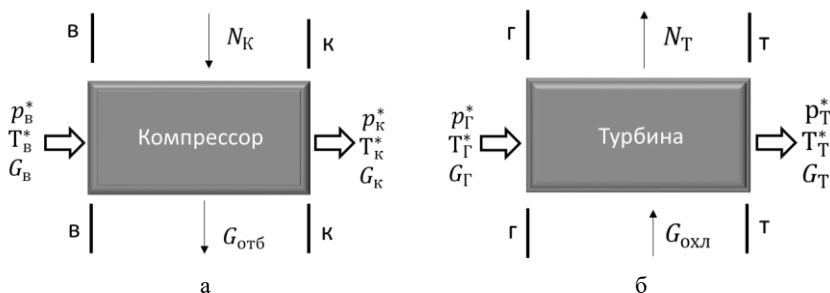


Рис. 1.3. Нульмерные схемы потока в компрессоре (а) и турбине (б)

В турбине (см. рис. 1.3,б) температура T_T^* газа на выходе, в сечении T , зависит от температуры T_T^* на входе (в сечении Γ), расхода газа через турбину G_T и мощности N_T , вырабатываемой турбиной, а также подвода воздуха на ее охлаждение $G_{\text{охл}}$. Полное давление p_T^* на выходе из турбины зависит от входного давления p_T^* , мощности N_T , расхода газа через турбину и гидравлического сопротивления проточной части.

Нульмерная схема рабочего процесса турбомашин довольно просто описывается с помощью уравнений сохранения массы (неразрывности) и энергии. Однако эта схема имеет весьма ограниченные возможности для описания рабочих процессов в ЛМ. В частности, она не дает возможности определять распределение параметров потока в проточной части и находить усилия, действующие на элементы лопаточной машины и т.п.

1.3 Одномерная схема потока

Под одномерной схемой потока понимают такое течение рабочего тела, при котором изменение параметров рабочего процесса происходит только в одном направлении (обычно вдоль координатной оси или средней линии тока) [3]. При этом векторные параметры рассматриваются в проекции только на это же направление.

Рассмотрим одномерную схему потока через осевой компрессор (рис. 1.4). Визуально она обычно представляет собой меридиональное сечение проточной части. Сечение на входе в компрессор обозначается буквой B , а на выходе – K [1, 2]. Тогда параметры потока на входе будем обозначать индексом « B », а на выходе – индексом « K ». Штрихпунктирной линией на рисунке обозначается средняя линия проточной части компрессора в меридиональной плоскости.

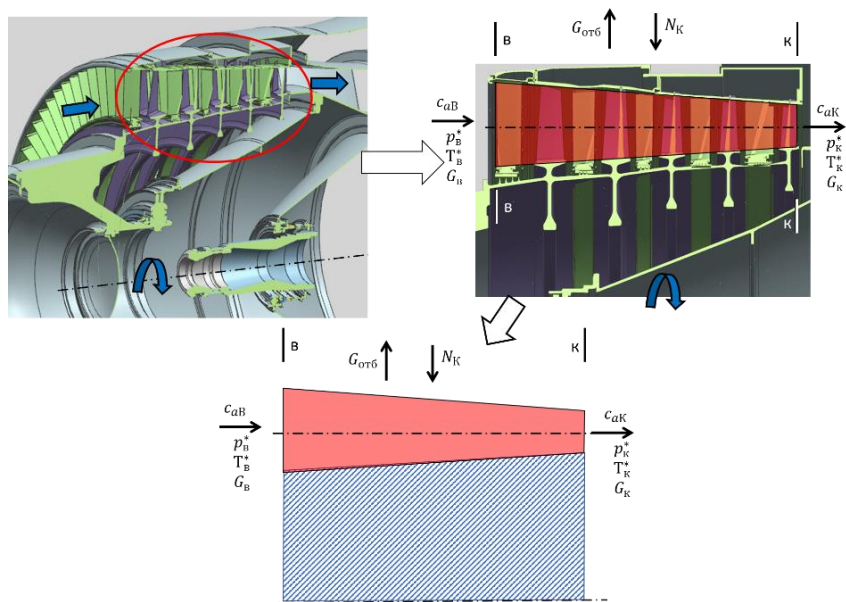


Рис. 1.4. Схема одномерного потока осевого компрессора

При одномерной схеме рабочего процесса осевого компрессора предполагается, что вектора абсолютной скорости воздуха на входе \bar{C}_B и выходе \bar{C}_K по величине равны своим осевым проекциям C_{aB} и C_{aK} . Причем их величины в рассматриваемом контрольном сечении не изменяются. Точно также в поперечных сечениях остаются постоянными и все остальные параметры потока: давление p , температура T , плотность ρ и др. Значения параметров рабочего тела в этой схеме переменны только в осевом направлении от входа до выхода из рассматриваемого узла.

Аналогично, в одномерной схеме шнекоцентробежного насоса (рис. 1.5) параметры потока изменяются только в одном направлении – вдоль средней линии проточной части насоса от входа (сечение Bx) до выхода (сечение $Выx$), а в любом поперечном сечении считаются одинаковыми. Векторные параметры, такие, например,

как абсолютная скорость \bar{C} и плотность тока $\rho\bar{C}$ направлены по касательной к этой средней линии и равны их меридиональным составляющим C_m и ρC_m .

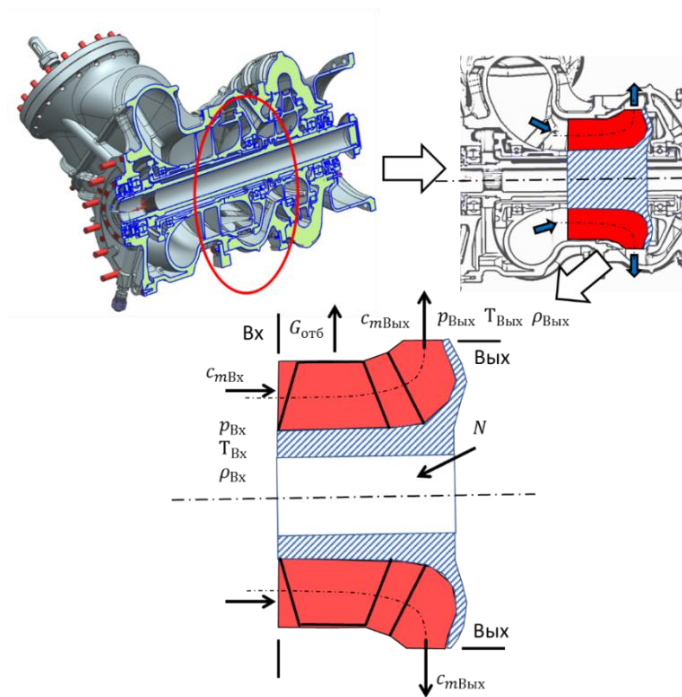


Рис. 1.5. Схема одномерного потока шнекоцентробежного насоса

Приведем еще один пример одномерной схемы потока в ступени радиально-осевой турбины (рис. 1.6). В ней вход в турбину рабочего тела радиальный (сечение $\Gamma-\Gamma$), а выход из турбины – осевой (сечение $T-T$). Поэтому вектор абсолютной скорости потока на входе \bar{C}_Γ направлен по радиусу и равен радиальной составляющей C_Γ , а вектор абсолютной скорости на выходе \bar{C}_T направлен по оси и равен осевой составляющей C_{Ta} .

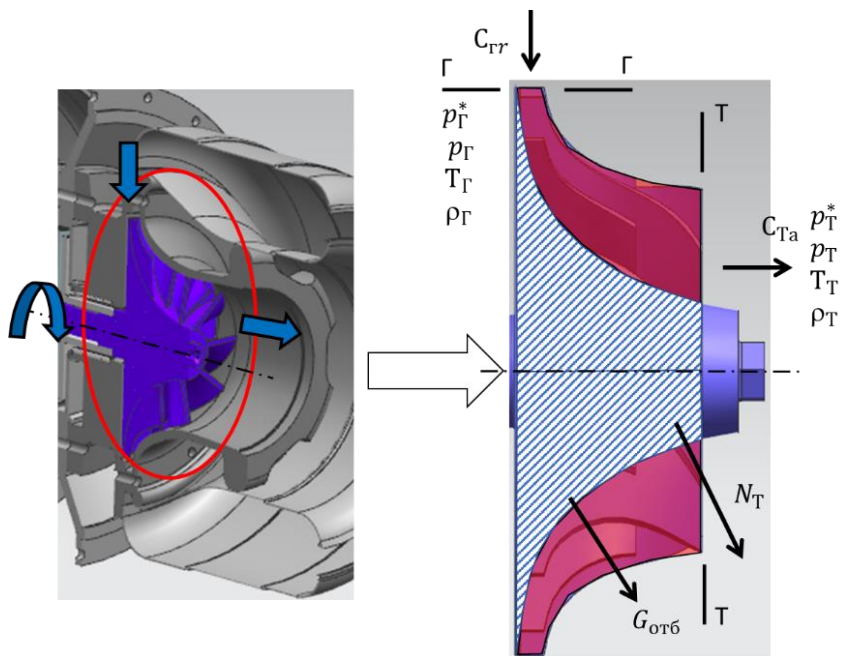


Рис. 1.6. Одномерная схема потока радиально-осевой турбины

Все параметры потока (p , p^* , T , ρ , c ...) в любом поперечном сечении проточной части остаются одинаковыми, а изменяются только вдоль одного направления – вдоль средней линии межлопаточных каналов в меридиональной плоскости.

Одномерная схема потока довольно часто используется для определения в первом приближении размеров проточной части лопаточных машин в меридиональной плоскости и значений полных и статических параметров потока в основных контрольных сечениях (на входе и выходе) турбомашин. Вместе с тем эта схема, как и нульмерная схема, не позволяет определять детальное распределение параметров потока в проточной части и рассмотреть взаимодействие лопаток с потоком рабочего тела.

1.4 Двухмерная схема потока

Под двухмерной схемой потока понимают такое течение рабочего тела, при котором изменение параметров рабочего процесса возможно в двух направлениях [3]. Для осевых лопаточных машин и осевых участков – радиальных ЛМ это осевое и окружное направления. Для радиальных участков лопаточных машин параметры меняются в радиальном и окружном направлении. Однако возможны и более сложные варианты. При этом все векторные параметры рассматриваются в проекции на две координатные оси, соответствующие этим направлениям.

Для примера рассмотрим двухмерную схему потока в ступени осевого компрессора (рис. 1.7,а), состоящей из ВНА (сечение на входе В, а на выходе 1), РК (сечение на входе 1, а на выходе – 2) и НА (сечение на входе 2, а на выходе – 3). Поток в ступени разбивается осесимметричными поверхностями тока на слои бесконечно малой толщины. При этом радиусы соседних осесимметричных поверхностей тока будут отличаться на бесконечно малую величину dr , которая может изменяться в осевом направлении.

Так как величина dr является бесконечно малой, то изменением значений параметров потока вдоль радиуса в таком слое можно пренебречь, и рассматривать изменение параметров течения газа только в меридиональном (m) и окружном (u) направлениях. Выделенный элемент в полной ступени представляет собой двухмерную схему потока и называется элементарной ступенью компрессора. Элементарная ступень компрессора обычно состоит из лопаточных венцов РК и НА бесконечно малой высоты.

Будем считать, что в нашем случае осесимметричные поверхности близки по форме к коническим поверхностям с небольшим углом конусности. Разрежем выделенный слой по образующей и развернем его на плоскость. В результате получим три плоские дугообразные решетки неподвижного ВНА, РК, движущегося со ско-

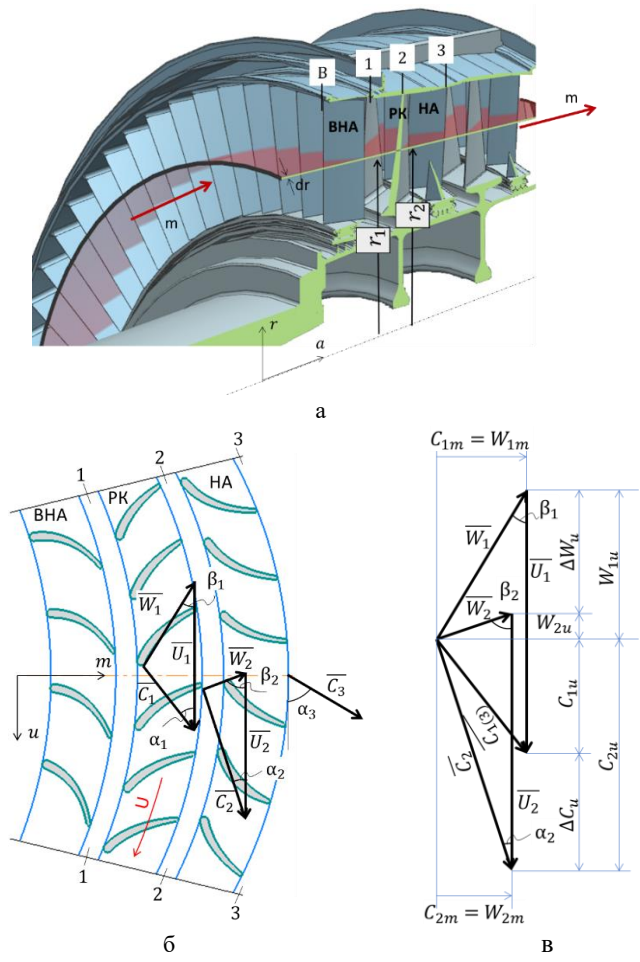


Рис. 1.7. Двухмерная модель потока в ступени осевого компрессора:
 а – схема получения элементарной ступени; б – схема потока
 в элементарной ступени; в – план скоростей

ростью равной окружной U на выбранном радиусе и неподвижного НА, имеющих высоту dr (рис. 1.7,б).

Потребное направление потока в абсолютном движении на входе в рабочую решетку обеспечивает ВНА. Вектор абсолютной

скорости на входе в РК обозначается C_1 и составляет с окружным направлением угол α_1 .

Вектор переносной скорости \bar{U}_1 , которая является окружной скоростью вращения входного фронта (дуги, соединяющей входные кромки рабочих лопаток), можно определить как векторное произведение $\bar{U}_1 = \bar{\omega} \times \bar{r}_1$. Он всегда направлен перпендикулярно радиусу в сторону вращения РК.

Во всех расчетных сечениях вектор абсолютной скорости \bar{C} представляет собой сумму переносной \bar{U} и относительной скорости \bar{W} , т.е. $\bar{C} = \bar{U} + \bar{W}$. Тогда на входе в РК вектор относительной скорости \bar{W}_1 будет равен $\bar{W}_1 = \bar{C}_1 - \bar{U}_1$. Для того, чтобы графически определить вектор \bar{W}_1 надо состыковать окончания векторов \bar{C}_1 и \bar{U}_1 между собой. Замыкающая сторона треугольника и будет представлять собой вектор \bar{W}_1 (см. рис. 1.7,б). Вектор \bar{W}_1 составляет с окружным направлением угол β_1 .

Так как межлопаточные каналы рабочего колеса диффузорные, то по величине скорость на выходе из РК w_2 будет меньше w_1 ($w_2 < w_1$). Направление потока в относительном движении за РК определяет наклон выходных кромок лопаток к выходному фронту рабочей решетки (дуги, соединяющей выходные кромки лопаток РК). Для обеспечения диффузорной формы межлопаточных каналов РК этот угол должен быть больше угла наклона входных кромок лопаток к входному фронту. Вследствие этого, вектор \bar{W}_2 составит с окружным направлением угол $\beta_2 > \beta_1$ (см. рис. 1.7,б).

Вектор переносной скорости \bar{U}_2 найдем, как и вектор \bar{U}_1 , по выражению: $\bar{U}_2 = \bar{\omega} \times \bar{r}_2$. Тогда вектор абсолютной скорости потока на выходе из РК \bar{C}_2 можно найти вектор $\bar{C}_2 = \bar{U}_2 + \bar{W}_2$. Графически для определения вектора \bar{C}_2 надо к окончанию вектора \bar{W}_2 присоединить начало вектора \bar{U}_2 (см. рис. 1.7,б). Замыкающая сто-

рона векторного треугольника и будет представлять собой вектор \bar{C}_2 . Вектор \bar{C}_2 составляет с окружным направлением угол α_2 .

Для обеспечения диффузорной формы межлопаточных каналов НА угол наклона выходных кромок направляющих лопаток к выходному фронту должен быть больше угла наклона входных кромок лопаток к входному фронту. Тогда по величине скорость C_3 будет меньше C_2 ($C_3 < C_2$), а угол потока α_3 больше угла α_2 ($\alpha_3 > \alpha_2$). Обычно скорость C_3 незначительно отличается от скорости C_1 по величине и направлению.

Объединим вершины треугольников скоростей на входе и выходе РК в одной точке и получим так называемый план скоростей (см. рис. 1.7,в). На этом рисунке кроме векторов абсолютных и относительных скоростей и их углов с окружным направлением представлены меридиональные и окружные составляющие скорости потока, закрутка потока на РК в абсолютном $\Delta C_u = C_{2u} - C_{1u}$ и относительном $\Delta W_u = W_{1u} - W_{2u}$ движении, а также углы поворота потока в РК $\Delta\beta = \beta_2 - \beta_1$ и НА $\Delta\alpha = \alpha_3 - \alpha_2$.

В решетках компрессора потока тормозится в РК в относительном движении $W_2 < W_1$, а в НА – в абсолютном движении $C_3 < C_2$. В результате и в РК, и в НА повышается статическое давление. Надо отметить, что диффузорный процесс сопровождается повышенными гидравлическими потерями, поэтому значения углов поворота потока $\Delta\beta$ и $\Delta\alpha$ обычно ограничиваются значениями $20 \dots 30^\circ$.

Довольно часто рассматриваются осевые компрессоры, в которых углом конусности поверхностей тока из-за его малости пренебрегают. Считается, что соседние поверхности тока являются практически цилиндрическими и при развертке вырезаемого слоя бесконечно малой радиальной протяженности получают плоские прямые решетки ВНА, РК и НА толщиной dr (рис. 1.8). Изменение параметров потока рассматривается вдоль двух направлений – осевого и окружного, и на эти же направления осуществляется проектирование векторных параметров.

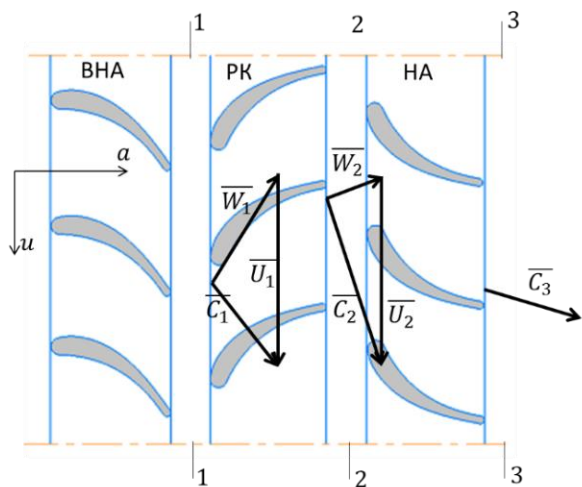


Рис. 1.8. Двухмерная модель потока без учета конусности поверхности тока

В этом случае треугольники скоростей на входе и выходе РК оказываются аналогичными, представленным на рис. 1.7,в, с учетом замены меридионального направления на осевое и равенства окружных скоростей $U_1 = U_2$ из-за того, что $r_1 = r_2$.

От схемы потока в элементарной ступени осевого компрессора, представленной на рис. 1.7, можно перейти к двухмерной схеме потока в проточной части центробежного компрессора или вентилятора с радиальным входом потока, ограничив ее РК, щелевым диффузором (ЩД) и НА. Указанные элементы, как и в ступени осевого компрессора, располагаются последовательно друг за другом, но только в радиальном направлении (рис. 1.9,а).

Если предположить, что поверхности тока в этом случае представляют собой плоскости, перпендикулярные оси лопаточной машины, то для выделения элементарной ступени следует провести две такие секущие плоскости, отстоящие друг от друга на бесконечно малом расстоянии da . В вырезанном слое окажутся два

элементарных кольцевых лопаточных венца РК и НА, а также разделяющее их кольцо элементарного щелевого диффузора (см. рис. 1.9,б).

Вследствие незначительности толщины вырезанного слоя считают, что параметры потока в элементарной ступени вдоль оси лопаточной машины остаются постоянными, а их изменение возможно в радиальном и окружном направлениях. Проекция векторных параметров также рассматриваются только на два последних направления.

Допустим, что поток заходит в РК в радиальном направлении, что часто имеет место в первых и отдельных ступенях без ВНА. Особенностью треугольника скоростей на входе в РК в таком случае является то, что $\alpha_1 = 90^\circ$, $C_1 = C_{1r}$ и $C_{1u} = 0$, а $W_{1u} = U_1$ (рис. 1.9,в). Кроме того, анализируя план скоростей (рис. 1.9, в), следует отметить, что окружная скорость U_2 заметно больше U_1 , вследствие того, что $U_2 = U_1 r_2/r_1$. В схеме на рис. 1.9, в отличие от схемы потока в осевой ступени компрессора, $\bar{C}_3 \neq \bar{C}_1$ (рис. 1.9,а).

Теперь рассмотрим двухмерную схему потока в лопаточной машине-исполнителе, ступени осевой турбины (рис. 1.10,а), в состав которой входит СА (сечение на входе 0, а на выходе – 1) и РК (сечение на входе 1, а на выходе – 2). Разобьем весь поток в ступени осесимметричными поверхностями тока на слои бесконечно малой толщины. При этом пусть радиусы соседних осесимметричных поверхностей тока отличаются на бесконечно малую величину dr , которая может изменяться в осевом направлении.

Так как величина dr является бесконечно малой, то изменением значений параметров потока по радиусу в таком слое можно пренебречь и рассматривать изменение параметров течения газа только в меридиональном (m) и окружном (u) направлениях. Выделенный элемент в полной ступени представляет собой двухмерную схему потока и называется элементарной ступенью турбины. Элементарная ступень турбины состоит из элементарных лопаточных венцов СА и РК бесконечно малой высоты.

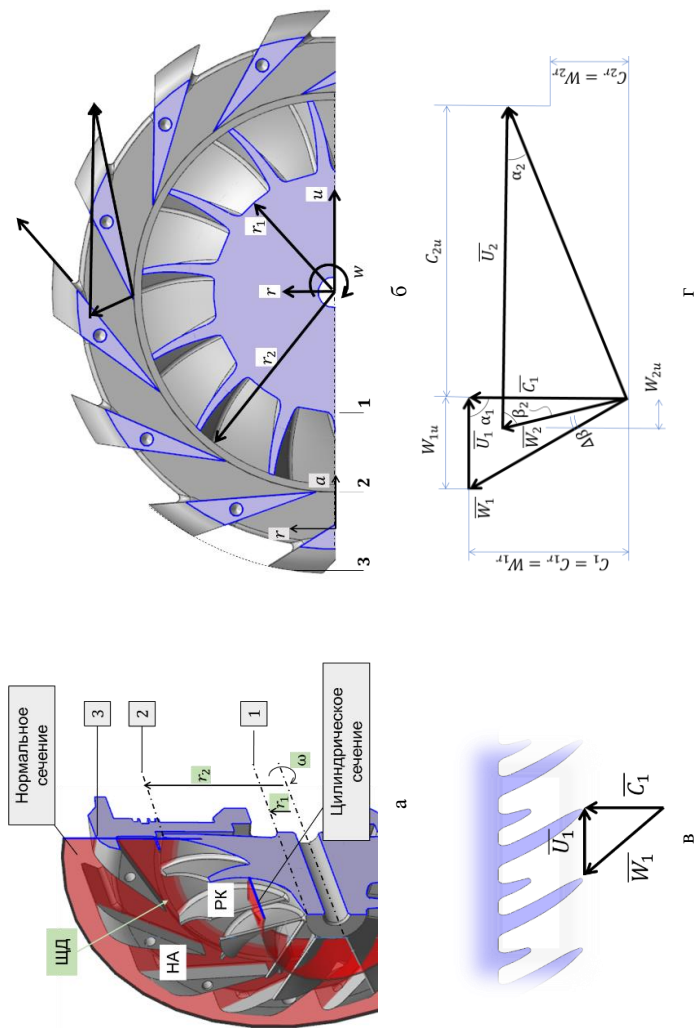


Рис. 1.9. Двухмерная модель потока в центробежном компрессоре:
 а – схема проточной части компрессора; б – схема потока на выходе РК в нормальной плоскости;
 в – схема потока на входе в РК в элементарной решетке; Γ – план скоростей

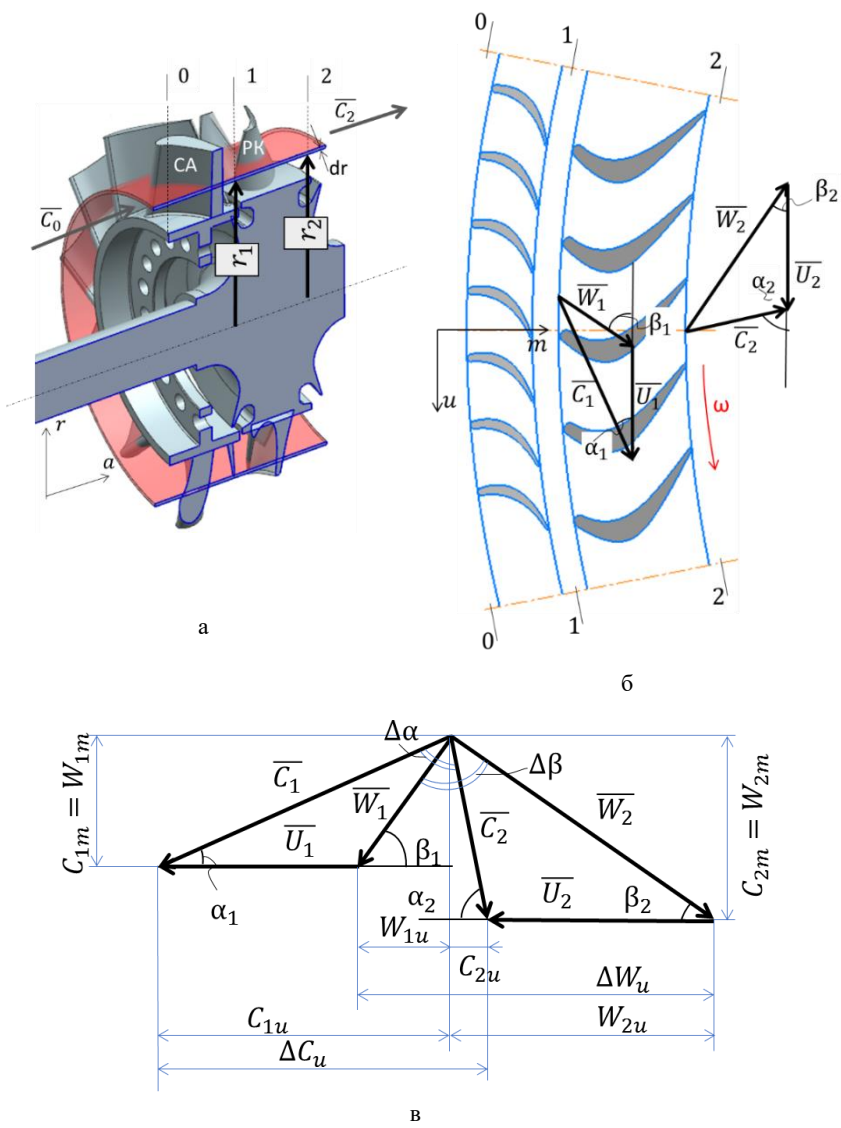


Рис. 1.10. Двухмерная модель потока в ступени осевой турбины: а – схема проточной части турбины; б – схема потока в окружной плоскости; в – план скоростей

Будем считать, что в нашем случае осесимметричные поверхности близки по форме к коническим поверхностям с небольшим углом конусности. Разрежем выделенный слой по образующей и развернем его на плоскость (см. рис. 1.10,б). В результате получим две плоские несколько дугообразные решетки неподвижного СА и вращающегося с угловой скоростью ω РК.

Для обеспечения высокой скорости потока на входе в РК, а, следовательно, и большого усилия на рабочих лопатках, межлопаточные каналы СА выполняются конфузорными. Для этого выходные кромки сопловых лопаток должны составлять угол с выходным фронтом СА значительно меньше, чем входные кромки лопаток с входным фронтом. Благодаря этому сопловой аппарат направляет поток газа в абсолютном движении на вход в рабочую решетку под небольшим углом α_1 , но с высокой скоростью \bar{C}_1 .

Вектор переносной скорости \bar{U}_1 , которая является окружной скоростью вращения входного фронта РК, как уже отмечалось, определяется векторным произведением $\bar{U}_1 = \bar{\omega} \times r_1$.

Для нахождения вектора относительной скорости потока на входе в РК надо от вектора \bar{C}_1 отнять вектор \bar{U}_1 . Графически для этого надо состыковать окончания векторов \bar{C}_1 и \bar{U}_1 между собой. Замыкающая сторона треугольника и будет представлять собой вектор \bar{W}_1 (см. рис. 1.10,б). В отечественной технической литературе по теории лопаточных машин принято откладывать угол β_1 наклона вектора \bar{W}_1 от направления, обратного окружному направлению, так как это показано на рис. 1.10,б.

Межлопаточные каналы РК обычно для увеличения относительной скорости выполняются сужающимися. Поэтому угол наклона выходных кромок рабочих лопаток к выходному фронту должен быть меньше угла наклона входных кромок к входному фронту. Вследствие этого на выходе из РК относительная скорость

W_2 больше W_1 ($W_2 > W_1$), а угол β_2 наклона вектора \bar{W}_2 к окружному направлению меньше угла β_1 ($\beta_2 < \beta_1$) (см. рис. 1.10,б).

Вектор переносной скорости \bar{U}_2 найдем, как и вектор \bar{U}_1 , по выражению: $\bar{U}_2 = \bar{\omega} \times \bar{r}_2$. Тогда вектор абсолютной скорости потока на выходе из РК \bar{C}_2 можно определить как сумму $\bar{C}_2 = \bar{U}_2 + \bar{W}_2$. Графически для определения вектора \bar{C}_2 надо к окончанию вектора \bar{W}_2 присоединить начало вектора \bar{U}_2 (см. рис. 1.10,б). Замыкающая сторона треугольника и будет представлять собой вектор \bar{C}_2 .

В отечественной технической литературе принято откладывать угол α_2 наклона вектора \bar{C}_2 от направления, обратного окружному направлению, так как это показано на рис. 1.10,б.

Объединим вершины треугольников скоростей на входе и выходе РК в одной точке и изобразим план скоростей (см. рис. 1.10,в). На этом рисунке кроме векторов абсолютных и относительных скоростей и их углов наклона представлены меридиональные и окружные составляющие скоростей потока, закрутка потока на РК в абсолютном $\Delta C_u = C_{2u} + C_{1u}$ и относительном $\Delta W_u = W_{1u} + W_{2u}$ движении, а также углы поворота потока в СА $\Delta\alpha = 180^\circ - (\alpha_0 + \alpha_1)$ и РК $\Delta\beta = 180^\circ - (\beta_1 + \beta_2)$.

В решетках турбины реализуется конфузорный процесс и поток газа разгоняется в абсолютном движении в СА, а в РК – в относительном движении. В результате конфузорного процесса в решетках турбины допускаются существенно большие по сравнению с компрессорными решетками углы поворота потока без значительных гидравлических потерь. Значения углов поворота потока в турбинных решетках могут достигать $120 \dots 150^\circ$.

При изучении рабочего процесса осевых турбин первоначально углом конусности поверхностей тока пренебрегают. Считают, что соседние поверхности тока являются цилиндрическими и при развертке оболочки бесконечно малой радиальной протяженно-

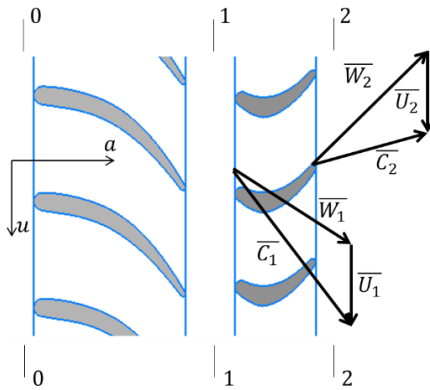


Рис. 1.11. Двухмерная модель потока в ступени осевой турбины без учета конусности поверхности тока

меридионального направления на осевое и равенства окружных скоростей $U_1 = U_2$.

С помощью двухмерной схемы потока удобно изучать обтекание профилей рабочим телом, в частности, можно рассмотреть структуру потока за выходными кромками сопловых лопаток (рис. 1.12). При обтекании профиля лопатки со стороны его вогнутой части образуется область повышенного статического давления, а со стороны выпуклой – область пониженного статического давления p . Вследствие этого, при выходе из СА струйки за выходной кромкой со стороны вогнутой поверхности перетекают в область пониженного давления, в сторону выпуклой части лопатки. Такое перетекание струек приводит к

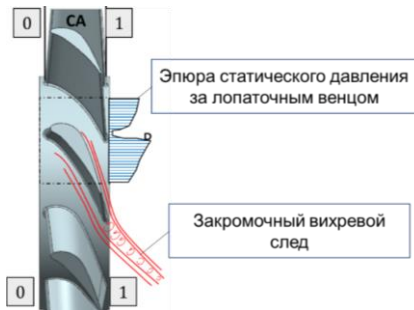


Рис. 1.12. Двухмерная схема потока на выходе их турбиной решетки (на примере сопловой решетки)

сти получают две плоские решетки СА и РК (рис. 1.11). Изменение параметров потока рассматривается вдоль двух направлений – осевого и окружного и на эти же направления осуществляется проектирование векторных параметров.

При этом треугольники скоростей на входе и выходе РК оказываются аналогичными, представленным на рис. 1.10,б, с учетом замены

При этом треугольники скоростей на входе и выходе РК оказываются аналогичными, представленным на рис. 1.10,б, с учетом замены

появлению вихрей за выходной кромкой, совокупность которых формирует закрученный след.

Рассмотрим еще одну двухмерную схему потока в элементарной ступени центростремительной турбины, которая получена сечением полной ступени двумя плоскостями, перпендикулярными оси лопаточной машины и отстоящими друг от друга на бесконечно малом расстоянии da (рис. 1.13,а). Как видно (рис. 1.13,б), элементарная ступень центростремительной ступени состоит из кольцевых решеток СА и РК, разделенных кольцом радиального зазора.

Вследствие незначительности величины da параметры потока вдоль оси лопаточной машины можно считать постоянными, а их изменение рассматривать только в радиальном и окружном направлениях. На эти же направления осуществляется и проектирование векторных параметров.

Здесь следует отметить, что положительное направление радиальной оси совпадает с перемещением рабочего тела от периферии к оси лопаточной машины.

На плане скоростей (рис. 1.13,в) представлены векторы скоростей потока и их углов с окружным направлением, векторы окружной скорости на входе и выходе из РК, закрутка потока в абсолютном $\Delta C_u = C_{2u} + C_{1u}$ и относительном $\Delta W_u = W_{1u} + W_{2u}$ движении, а также углы поворота потока в СА $\Delta\alpha = 180^\circ - (\alpha_0 + \alpha_1)$ и РК $\Delta\beta = 180^\circ - (\beta_1 + \beta_2)$.

Особенностью плана скоростей является то, что окружная скорость на выходе из РК U_2 меньше U_1 (рис. 1.13,в), так как $U_2 = U_1 \cdot r_2/r_1$, а $r_2 < r_1$.

Основные задачи газодинамического проектирования неподвижных и вращающихся лопаточных венцов турбомашин решаются с помощью двухмерных схем потока. В рамках этих схем относительно просто решаются все базовые уравнения, описывающие

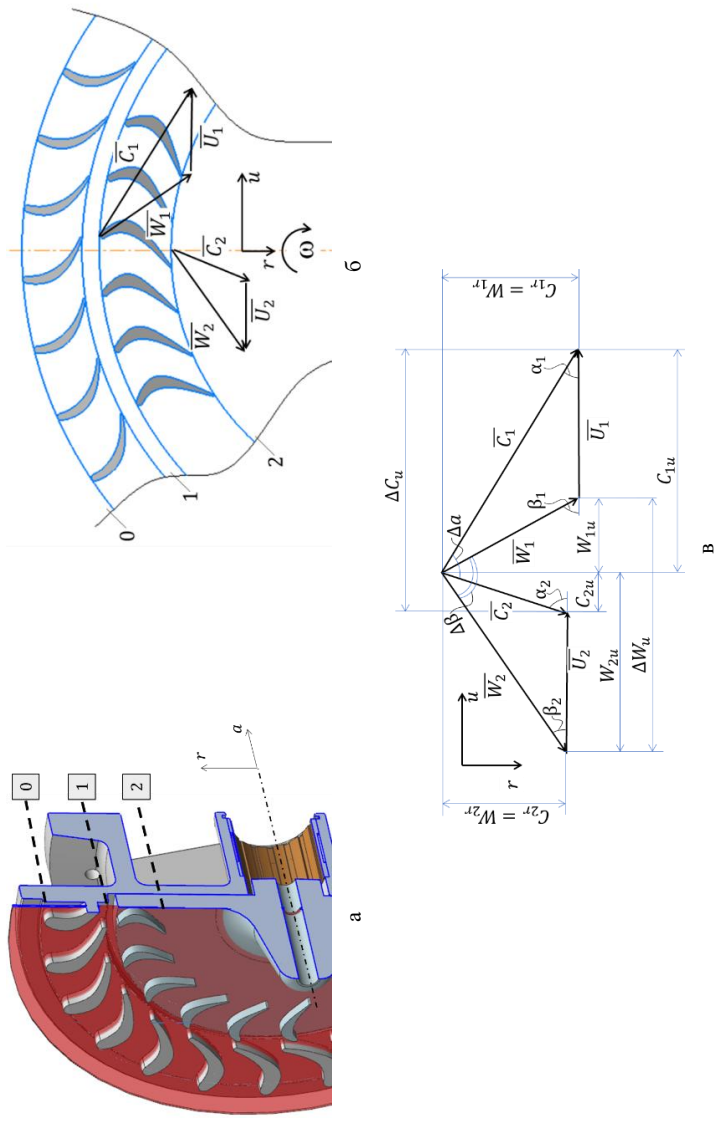


Рис. 1.13. Двухмерная модель потока в ступени центробежной турбины: а – схема прочной части турбины; б – схема потока в окружной плоскости; в – план скоростей

рабочий процесс лопаточных машин, и определяются параметры потока в характерных сечениях, а также усилия и крутящие моменты в элементарных лопаточных венцах.

Однако, для описания распределения параметров потока в полной ступени турбомашин, установления эпюр газодинамических усилий по высоте лопатки, учета вторичных вихревых течений у втулки и периферии необходимы схемы потока более высокого порядка.

1.5 Трехмерная схема потока

Под трехмерной схемой потока понимают такое течение рабочего тела, при котором изменение параметров рабочего процесса возможно в трех направлениях, а все векторные параметры рассматриваются в проекции на три координатные оси, соответствующие этим направлениям.

В качестве примера трехмерной схемы потока, рассмотрим течение воздуха через СА и РК ступени осевой турбины (рис. 1.14). Разобьем весь поток осесимметричными поверхностями тока на осесимметричные слои бесконечно малой радиальной протяженности. Выделим в осевом зазоре между СА и РК в произвольном слое на радиусе r частицу рабочего тела A и рассмотрим составляющие ее вектора абсолютной скорости \bar{C} . В меридиональной плоскости (рис. 1.14, а) ее меридиональную проекцию C_m можно разложить на осевую C_a и радиальную C_r составляющие, а в окружной плоскости (рис. 1.14, б) можно представить окружную C_u и радиальную C_r составляющие.

В трехмерной схеме потока все указанные составляющие вектора \bar{C} , а также все другие параметры потока ($p, p^*, T, T^*, \rho \dots$) могут изменяться в осевом, радиальном и окружном направлениях, а, в случае нестационарного потока, – еще и с течением времени.

Сам же вектор \vec{C} , как было показано, может быть спроектирован на три координатные оси – осевую, радиальную и окружную.

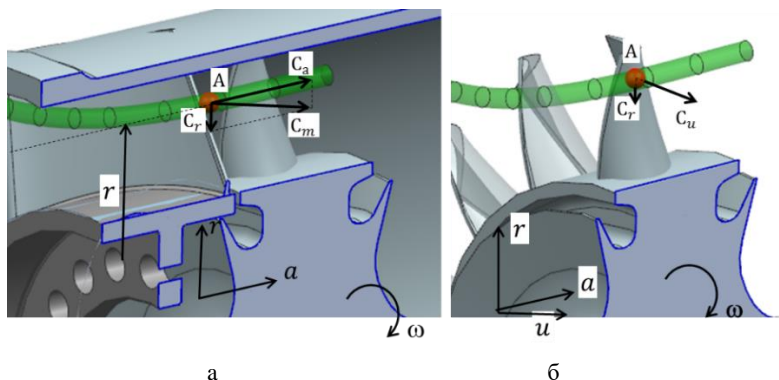


Рис. 1.14. Трехмерная схема потока в лопаточной машине: а – в меридиональной плоскости; б – в окружной плоскости

Трехмерные схемы позволяют рассмотреть и более сложные структуры потоков в лопаточных венцах такие, как вторичные вихревые течения у втулки и периферии проточной части (рис. 1.15), перетекание газа через торец рабочих лопаток (рис. 1.16), выдув охлаждающего воздуха в межлопаточные каналы и его смешение с основным потоком газа (рис. 1.17) и др.

С помощью трехмерных схем потока принципиально возможно описание всех особенностей рабочего процесса турбомашин. Однако их математическое описание и, особенно, решение используемых для этого уравнений представляет собой довольно сложную и ресурсозатратную по времени и аппаратно-программным средствам задачу.

Рассмотрим теперь основные уравнения, применяемые обычно для описания струйных течений при стационарных рабочих процессах турбомашин.

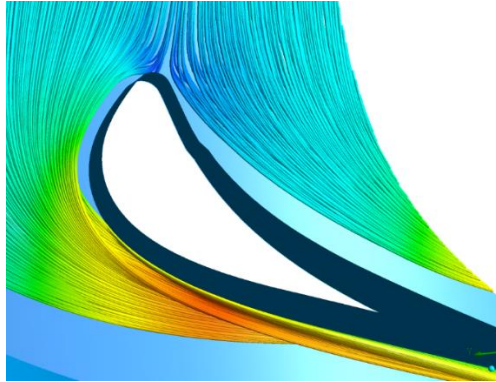


Рис. 1.15. Вторичное течение в сопловом аппарате осевой турбины

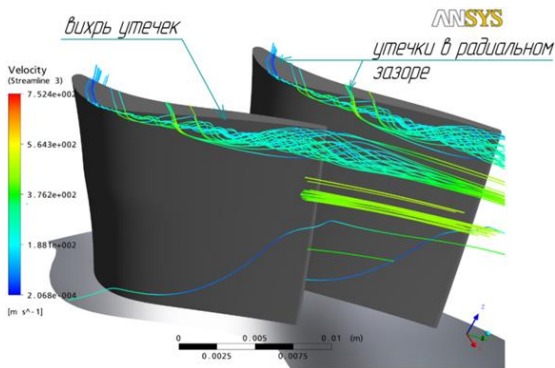


Рис. 1.16. Перетекание рабочего тела в радиальном зазоре осевой турбины

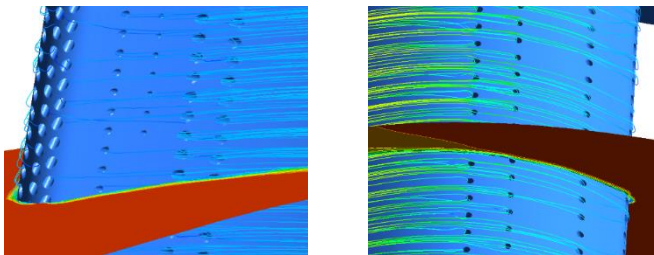


Рис. 1.17. Течение струй охладителя в охлаждаемой осевой турбине

1.6 Контрольные вопросы к главе 1

1. Из каких элементов состоит ступень осевого компрессора?
2. Из каких элементов состоит ступень осевой турбины?
3. Из каких элементов состоит ступень центробежного компрессора?
4. Из каких элементов состоит ступень центростремительной турбины?
5. Схематично изобразите нульмерную схему потока в ступени осевого компрессора.
6. Схематично изобразите нульмерную схему потока в ступени осевой турбины.
7. Схематично изобразите нульмерную схему потока в ступени центробежного компрессора.
8. Схематично изобразите нульмерную схему потока в ступени диагонального компрессора.
9. Схематично изобразите нульмерную схему потока в ступени центростремительной турбины.
10. Схематично изобразите одномерную схему потока в ступени осевого компрессора.
11. Схематично изобразите одномерную схему потока в ступени осевой турбины.
12. Схематично изобразите одномерную схему потока в ступени центробежного компрессора.
13. Схематично изобразите одномерную схему потока в ступени диагонального компрессора.
14. Схематично изобразите одномерную схему потока в ступени центростремительной турбины.
15. Схематично изобразите одномерную схему потока в РК осевого компрессора.
16. Схематично изобразите одномерную схему потока в РК осевой турбины.

17. Схематично изобразите одномерную схему потока в РК центробежного компрессора.

18. Схематично изобразите одномерную схему потока в НА осевого компрессора.

19. Схематично изобразите одномерную схему потока в СА осевой турбины.

20. Схематично изобразите двухмерную схему потока в РК осевого компрессора.

21. Схематично изобразите двухмерную схему потока в ступени осевого компрессора.

22. Схематично изобразите двухмерную схему потока в РК осевой турбины.

23. Схематично изобразите двухмерную схему потока в ступени осевой турбины.

24. Схематично изобразите двухмерную схему потока в РК центростремительной турбины.

25. Схематично изобразите двухмерную схему потока в РК центробежного компрессора.

26. Что из себя представляет нульмерная модель потока в лопаточной машине? Назовите ее достоинства и недостатки.

27. Что из себя представляет одномерная модель потока в лопаточной машине? Назовите ее достоинства и недостатки.

28. Что из себя представляет двухмерная модель потока в лопаточной машине? Назовите ее достоинства и недостатки.

29. Что из себя представляет трехмерная модель потока в лопаточной машине? Назовите ее достоинства и недостатки.

30. Назовите область применения нульмерной расчетной модели лопаточной машины.

31. Назовите область применения одномерной расчетной модели лопаточной машины.

32. Назовите область применения двухмерной расчетной модели лопаточной машины.

33. Назовите область применения трехмерной расчетной модели лопаточной машины.
34. Запишите уравнение равновесия частицы потока в векторной форме.
35. Изобразите цилиндрическую систему координат для описания течения рабочего тела в ЛМ в общем случае.
36. Запишите уравнение движения рабочего тела в цилиндрической системе координат.
37. Дайте определение меридиональной составляющей абсолютной скорости потока.
38. Дайте определение нульмерной схемы рабочего процесса в ЛМ.
39. Изобразите схему нульмерного рабочего процесса компрессора.
40. Изобразите схему нульмерного рабочего процесса турбины.
41. Изобразите одномерную схему потока в диагональном насосе.
42. Изобразите одномерную схему потока в радиально-осевой турбине.
43. Дайте определение двухмерной схемы потока в лопаточной машине.
44. Дайте определение трехмерной схемы потока в лопаточной машине.
45. Изобразите трехмерную схему потока в ступени вентилятора двухконтурного турбореактивного двигателя.
46. Схематично изобразите нульмерную схему потока лопаточных машин изображенных на рис. 1.18 и 1.19.
47. Схематично изобразите одномерную схему потока лопаточных машин изображенных на рис. 1.18 и 1.19.
48. Схематично изобразите двухмерную схему потока лопаточных машин изображенных на рис. 1.18 и 1.19.

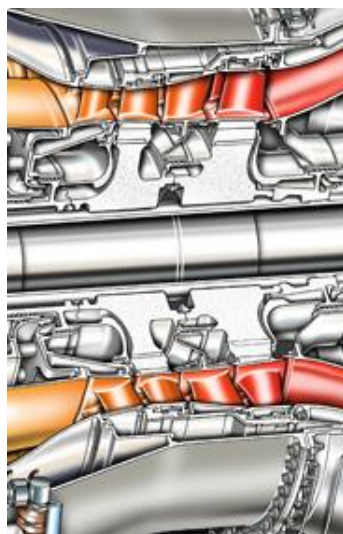
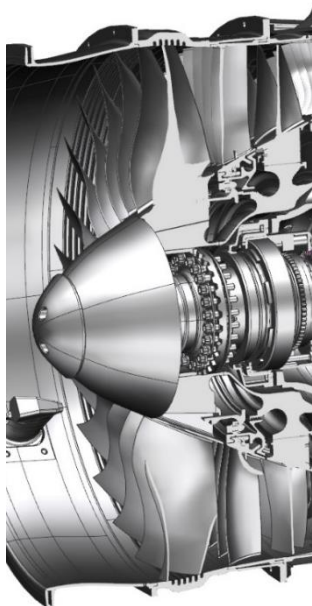


Рис. 1.18. Изображения лопаточных машин для вопросов 46, 47, 48

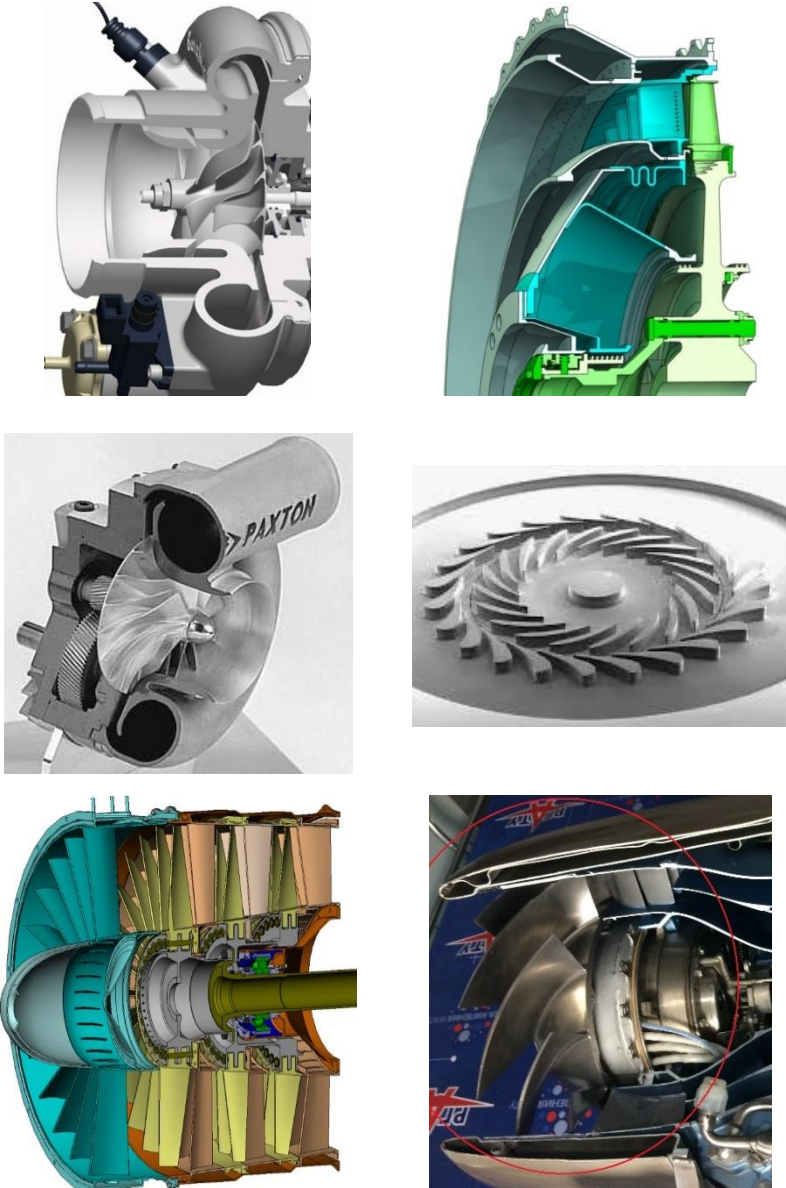


Рис. 1.19. Изображения лопаточных машин для вопросов 46, 47, 48

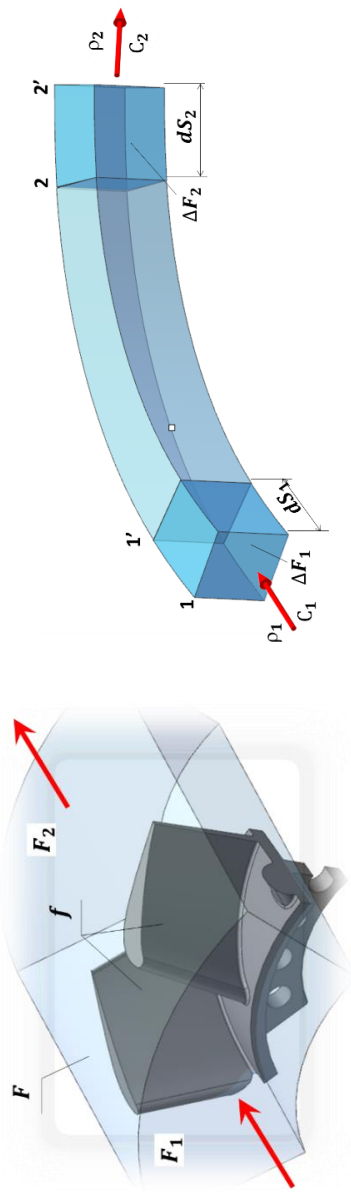
2 УРАВНЕНИЕ НЕРАЗРЫВНОСТИ

2.1 Вывод уравнения неразрывности

Рассмотрим стационарное течение газа через произвольный лопаточный венец (рис. 2.1,а). Выделим контрольной поверхностью F часть потока так, чтобы боковые поверхности соответствовали поверхностям тока, а торцевые поверхности F_1 и F_2 были перпендикулярны линиям тока. Объем, заключенный в контрольной поверхности F , назовем контрольным объемом. Торцевая поверхность F_1 является поверхностью на входе в контрольный объем, а поверхность F_2 – поверхностью на выходе из контрольного объема. Из рис. 2.1, а также видно, что контрольная поверхность F охватывает несколько лопаток, боковые поверхности которых обозначим буквой f .

Разобьем весь выделенный поток на большое число z – элементарных струек и рассмотрим одну из них (рис. 2.1,б). Обозначим сечение на входе в элементарную струйку 1, а на выходе – 2. Тогда площадь поперечного сечения и плотность рабочего тела на входе в элементарную струйку можно обозначить как ΔF_1 и ρ_1 , а скорость потока, перпендикулярную поперечному сечению, через C_1 . Аналогично, на выходе из элементарной струйки площадь поперечного сечения и плотность рабочего тела – ΔF_2 и ρ_2 , а скорость потока, перпендикулярная поперечному сечению – C_2 .

За бесконечно малый промежуток времени dt – элементарная струйка сместится из положения 1–2 в положение 1'–2'. При этом сечение 1 переместится по потоку на расстояние $ds_1 = C_1 \cdot dt$, а сечение 2 – на расстояние $ds_2 = C_2 \cdot dt$.



а

б

Рис. 2.1. Схема стационарного течения газа через лопаточный венiec:
 а – часть потока, ограниченная контрольной поверхностью F ;
 б – произвольная элементарная струйка потока

Приток в элементарную струйку $1-2$ определяется массой рабочего тела, заключенной между сечениями 1 и $1'$:

$$\Delta M_1 = \rho_1 \cdot \Delta F_1 \cdot ds_1 = \rho_1 \cdot \Delta F_1 \cdot C_1 \cdot dt, \quad (2.1)$$

а отток – массой рабочего тела, находящейся между сечениями 2 и $2'$:

$$\Delta M_2 = \rho_2 \cdot \Delta F_2 \cdot ds_2 = \rho_2 \cdot \Delta F_2 \cdot C_2 \cdot dt. \quad (2.2)$$

Так как рассматривается стационарное течение, то количество вытекающего из элементарной струйки рабочего тела равно количеству втекающего рабочего тела и можно записать, что $\Delta M_2 = \Delta M_1$ или, разделив левую и правую части равенства на dt , что

$$\Delta G_2 = \Delta G_1, \quad (2.3)$$

где ΔG_1 – расход рабочего тела на входе в элементарную струйку;

ΔG_2 – расход рабочего тела на выходе из элементарной струйки.

С учетом выражений (2.1) и (2.2) равенство (2.3) можно представить следующим образом:

$$\rho_2 \cdot C_2 \cdot \Delta F_2 = \rho_1 \cdot C_1 \cdot \Delta F_1. \quad (2.4)$$

Полученное равенство называется уравнением неразрывности (законом сохранения массы) для элементарной стационарной струйки тока.

Запишем уравнения неразрывности для всех z элементарных струек потока через лопаточный венец и сложим их между собой:

$$\sum_{i=1}^z \rho_{2i} \cdot C_{2i} \cdot \Delta F_{2i} = \sum_{i=1}^z \rho_{1i} \cdot C_{1i} \cdot \Delta F_{1i}. \quad (2.5)$$

Это уравнение означает, что расход рабочего тела на выходе из рассматриваемой части лопаточного венца равен расходу рабочего тела на его входе.

В действительности к потоку, выделенному контрольной поверхностью, через зазоры проточной части лопаточной машины, через боковые поверхности охлаждаемых лопаток (поверхность f) может подводиться некоторый расход $G_{подв}$, а также отводиться расход $G_{отв}$. В этом случае уравнение неразрывности принимает вид:

$$\sum_{i=1}^z \rho_{2i} C_{2i} \Delta F_{2i} = \sum_{i=1}^z \rho_{1i} C_{1i} \Delta F_{1i} + G_{подв} - G_{отв}. \quad (2.6)$$

Теперь, если за счет увеличения количества элементарных струек n уменьшить до бесконечно малых величин площади поперечных сечений ΔF_1 и ΔF_2 , то уравнение (2.6) можно записать через интегралы по поверхностям выхода F_2 и входа F_1 :

$$\int_{F_2} \rho_2 C_2 dF_2 = \int_{F_1} \rho_1 C_1 dF_1 + G_{подв} - G_{отв}. \quad (2.7)$$

В соответствии с полученным уравнением расход на выходе из контрольного объема равен расходу на входе в контрольный объем с учетом подвода и отвода рабочего тела через боковые поверхности контрольного объема и боковые поверхности лопаток f , попавших внутрь поверхности F .

Применяя уравнение (2.7), следует помнить, что скорости C_1 и C_2 перпендикулярны соответственно поверхностям на входе dF_1 и выходе $-dF_2$. Это обстоятельство важно помнить при применении уравнения неразрывности к турбомашинам, поскольку обычно там направление вектора скорости не является нормальным. Если говорить о лопаточных машинах, то для радиального течения на выходе из ЦБК или входе центростремительной турбины расход определяется радиальной составляющей C_r . Для осевых лопаточных машин, а также осевых участков радиальных турбомашин расход рабочего тела определяется осевой составляющей скорости C_a .

2.2 Примеры применения уравнения неразрывности для разных типов турбомашин

Запишем уравнение неразрывности для одномерной схемы потока в многоступенчатом осевом компрессоре (МОК) (рис. 2.2) без учета утечек и втеканий в проточную часть через ее боковые поверхности ($G_{подв} = 0$ и $G_{отс} = 0$):

$$\rho_k \cdot C_{ак} \cdot F_k = \rho_B \cdot C_{ав} \cdot F_B, \quad (2.8)$$

где $C_{ав}$ и $C_{ак}$ – осевые составляющие абсолютной скорости потока на входе и выходе из компрессора;

ρ_B и ρ_k – плотность воздуха на входе и выходе из компрессора;

F_B и F_k – площади поперечных сечений проточной части на входе и выходе из компрессора.

Обычно значения скоростей $C_{ав}$ и $C_{ак}$ незначительно отличаются друг от друга. Это допущение является вполне правомочным, поскольку часто лопаточные машины проектируются именно в таком предположении. В любом случае, влияние изменения нормальной скорости на расход значительно меньше, чем влияние плотности ρ . Поэтому уравнение (2.8) можно записать в виде:

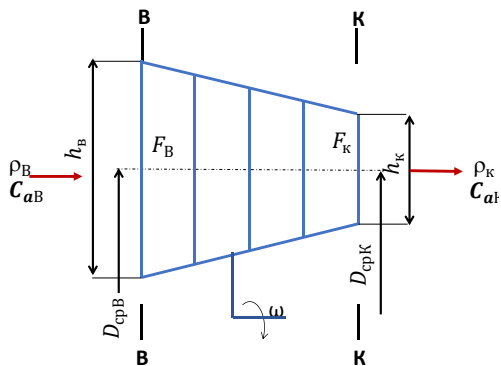


Рис. 2.2. Одномерная схема потока в многоступенчатом осевом компрессоре

$$\rho_k \cdot F_k = \rho_B \cdot F_B. \quad (2.9)$$

Из-за сжатия воздуха компрессором плотность потока ρ_k значительно больше плотности ρ_B и, следовательно, площадь F_k должна быть меньше F_B , а с учетом несущественного изменения среднего диаметра проточной части МОК ($D_{cpB} \approx D_{cpK}$) высота лопаток на выходе h_k из компрессора должна быть заметно меньше высоты лопаток h_B на его входе. Указанное соотношение высот лопаток и площадей проточной части можно наблюдать в выполненных конструкциях МОК (рис. 2.3).

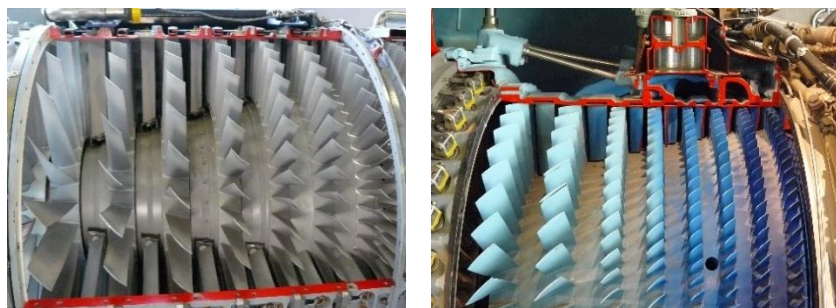


Рис. 2.3. Проточные части многоступенчатых осевых компрессоров

Особо следует подчеркнуть, что уменьшение высоты лопатки является следствием повышения давления в компрессоре (т.е. его нормального функционирования), а не его причиной, вопреки часто встречающемуся заблуждению.

Плотность воздуха в соответствии с уравнением состояния совершенного газа равна:

$$\rho = \frac{p}{RT}, \quad (2.10)$$

где R – удельная газовая постоянная;

p – статическое давление;

T – статическая температура газа.

С учетом этого уравнения и выражения для определения площади поперечного сечения проточной части МОК в виде $F = \pi \cdot D_{cp} \cdot h$ равенство (2.8) можно представить как:

$$\frac{P_K}{RT_K} C_K \cdot \pi \cdot D_{cpK} \cdot h_K = \frac{P_B}{RT_B} C_B \cdot \pi \cdot D_{cpB} \cdot h_B . \quad (2.11)$$

Из формулы (2.11) следует, что уравнение неразрывности, записанное для одномерной схемы потока в МОК, позволяет установить связь термодинамических, кинематических и геометрических параметров на входе и выходе из компрессора.

Запишем уравнение неразрывности для одномерной схемы потока в многоступенчатой осевой турбине (МОТ) (рис. 2.4) без учета втеканий и утечек из проточной части от сечения Γ до сечения T ($G_{подв} = 0$ и $G_{отв} = 0$):

$$\rho_T \cdot C_{aT} \cdot F_T = \rho_\Gamma \cdot C_{a\Gamma} \cdot F_\Gamma, \quad (2.12)$$

где $C_{a\Gamma}$ и C_{aT} – осевые составляющие абсолютной скорости потока на входе и выходе из турбины;

ρ_Γ и ρ_T – плотность газа на входе и выходе из турбины;

F_Γ и F_T – площади поперечных сечений проточной части на входе и выходе из турбины.

Часто турбины проектируют таким образом, что для осевых составляющих скоростей выполняется условие $C_{aT} \approx C_{a\Gamma}$ и уравнение (2.12) принимает вид:

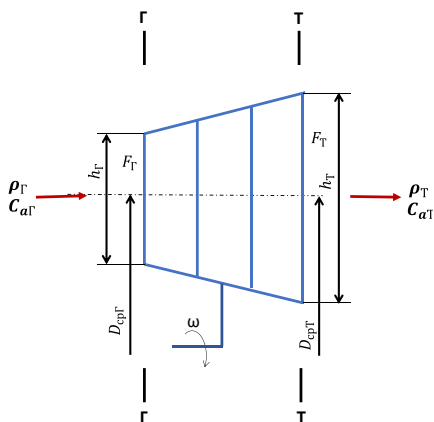


Рис. 2.4. Схема одномерного потока в осевой турбине

$$\rho_T \cdot F_T = \rho_G \cdot F_G. \quad (2.13)$$

Из-за расширения газа в турбине его плотность к выходу ρ_T становится значительно меньше плотности ρ_G и, следовательно, площадь поперечного сечения на выходе из турбины F_T должна быть больше площади на входе в турбину F_G . Здесь следует подчеркнуть, что увеличение высоты лопатки является именно следствием расширения газа в турбине, а не причиной.

Средний диаметр осевой турбины вдоль проточной части изменяется обычно несущественно ($D_{срT} \approx D_{срG}$). Поэтому высота лопаток на выходе из турбины h_T должна выполняться больше высоты лопаток на входе h_G , что и можно видеть в выполненных конструкциях турбин (рис. 2.5).

Рассмотрим двухмерную схему потока в РК ступени компрессора (рис. 2.6). Пусть радиус на входе в элементарный лопаточный венец РК равен r_1 , а на выходе – r_2 , высота элементарных лопаток на входе dr_1 и на выходе dr_2 , угол между меридиональной составляющей абсолютной скорости потока C_m и осевым направлением на входе в рабочую решетку γ_1 , а на выходе – γ_2 .

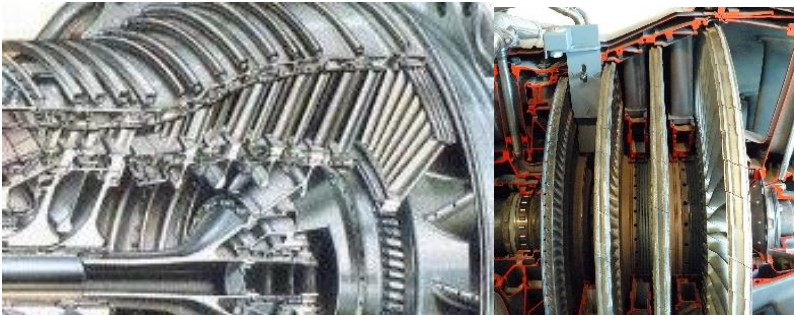


Рис. 2.5. Примеры проточных частей осевых турбин

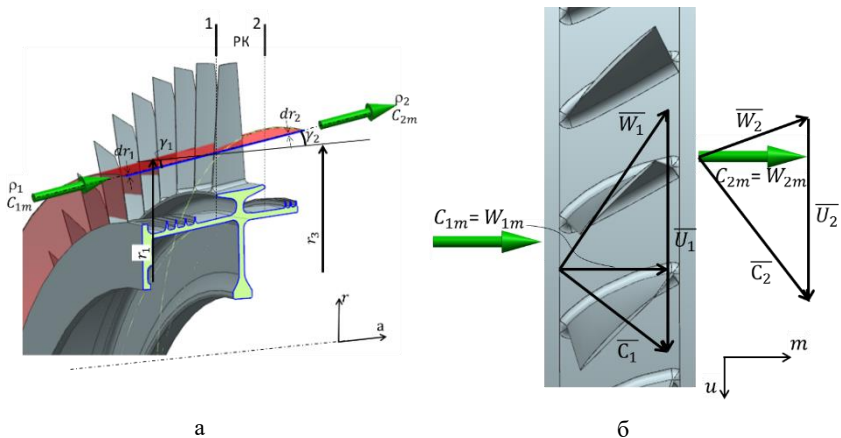


Рис. 2.6. Двухмерная схема потока в рабочем колесе ступени компрессора:
 а – схема потока в меридиональной плоскости;
 б – треугольники скоростей на входе и выходе из РК

Тогда для рассматриваемой схемы потока уравнение неразрывности в абсолютном движении можно записать как:

$$2\pi \cdot r_2 \cdot dr_2 \cdot \rho_2 \cdot C_{2m} \cdot \cos\gamma_2 = 2\pi \cdot r_1 \cdot dr_1 \cdot \rho_1 \cdot C_{1m} \cdot \cos\gamma_1 \quad (2.14)$$

или

$$r_2 \cdot dr_2 \cdot \rho_2 \cdot C_{2m} \cdot \cos\gamma_2 = r_1 \cdot dr_1 \cdot \rho_1 \cdot C_{1m} \cdot \cos\gamma_1. \quad (2.15)$$

Так как $C_{1m} = W_{1m}$ и $C_{2m} = W_{2m}$ (рис. 2.6, б), то это уравнение в относительном движении можно представить в виде:

$$r_2 \cdot dr_2 \cdot \rho_2 \cdot W_{2m} \cdot \cos\gamma_2 = r_1 \cdot dr_1 \cdot \rho_1 \cdot W_{1m} \cdot \cos\gamma_1. \quad (2.16)$$

На рис. 2.7 представлена двухмерная схема потока в СА ступени осевой турбины. В самом узком месте соплового лопаточного венца – горле межлопаточного канала (сечение ГОР-ГОР) скорость потока $C_{ГОР}$ практически перпендикулярна площади поперечного сечения, протяженность которого равна $a_{ГОР}$, а высота dr . Плотность газа в этом сечении $\rho_{ГОР}$.

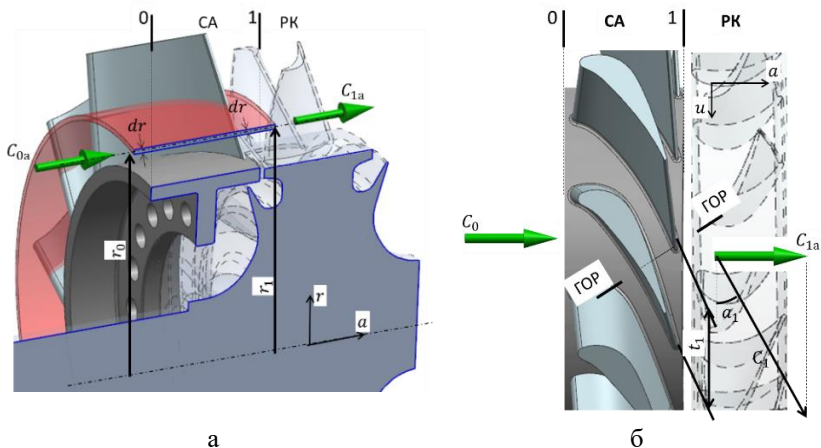


Рис. 2.7. Двухмерная схема потока в СА ступени турбины:
 а – схема потока в меридиональной плоскости;
 б – схема потока на выходе из сопловой решетки

На входе в РК (сечение 1-1) плотность газа ρ_1 , а скорость потока C_1 составляет с входным фронтом РК угол α_1 . Протяженность струи газа, выходящей из одного межлопаточного канала СА, в окружном направлении равна шагу сопловой решетки t_1 , а высота – dr .

Тогда для двухмерного потока между сечениями Гор-Гор и 1-1 можно составить следующие уравнения неразрывности:

$$\rho_1 \cdot C_1 \cdot \sin(\alpha_1) \cdot t_1 dr = \rho_{ГОР} C_{ГОР} a_{ГОР} dr$$

или

$$\rho_1 \cdot C_1 \cdot \sin(\alpha_1) \cdot t_1 = \rho_{ГОР} C_{ГОР} a_{ГОР}. \quad (2.17)$$

Из последнего уравнения следует равенство:

$$\alpha_1 = \arcsin \left(\frac{a_{ГОР} \rho_{ГОР} C_{ГОР}}{t_1 \rho_1 C_1} \right). \quad (2.18)$$

В соответствии с выражением (2.18) угол потока на выходе из РК зависит не только от отношения геометрических параметров

$\frac{a_{гор}}{t_1}$, но и от соотношения термодинамических и кинематических

параметров в горле и на выходе межлопаточного канала, т.е. от режима работы лопаточного венца.

2.3 Уравнение неразрывности в параметрах торможения

Вернемся к общей форме записи уравнения неразрывности в виде (2.7). В левую и правую часть этого уравнения входит плотность тока ρC . Представим плотность тока через газодинамическую функцию $q(\lambda)$:

$$\begin{aligned} \rho C &= \frac{\rho C}{\rho_{кр} a_{кр}} \rho_{кр} a_{кр} = q(\lambda) \frac{\rho_{кр}}{\rho} \rho^* a_{кр} = a_{кр} \rho^* \varepsilon(\lambda = 1) q(\lambda) = \\ &= \sqrt{\frac{2k}{k+1} RT^*} \frac{p^*}{RT^*} \left(1 - \frac{k-1}{k+1}\right)^{\frac{1}{k-1}} q(\lambda) = \\ &= \frac{p^*}{\sqrt{T^*}} \left(\frac{k}{R}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{1}{k-1}} q(\lambda) = \\ &= \left(\frac{k}{R}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k+1}{2(k-1)}} \frac{p^*}{\sqrt{T^*}} q(\lambda) = \sqrt{\frac{k}{R} \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k+1}{k-1}}} \frac{p^*}{\sqrt{T^*}} q(\lambda). \end{aligned} \quad (2.19)$$

Введем обозначение

$$m = \sqrt{\frac{k}{R} \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k+1}{k-1}}}. \quad (2.20)$$

Тогда плотность тока можно будет представить в виде выражения

$$\rho \cdot C = m \frac{P^*}{\sqrt{T^*}} \cdot q(\lambda). \quad (2.21)$$

Для каждого газа параметр m имеет свое значение. В частности, для воздуха при умеренных температурах $k = 1,4$; $R = 287,3 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$ и $m = 0,04037 \left(\frac{\text{кг} \cdot \text{К}}{\text{Дж}} \right)^{0,5}$.

Представим уравнение неразрывности (2.7) с учетом равенства (2.21) следующим образом:

$$\int_{F_2} m \frac{P_2^*}{\sqrt{T_2^*}} q(\lambda_2) dF_2 = \int_{F_1} m \frac{P_1^*}{\sqrt{T_1^*}} q(\lambda_1) dF_1 + G_{\text{подв}} - G_{\text{отв}}. \quad (2.22)$$

Полученное уравнение является уравнением неразрывности, записанным через параметры торможения. Оно часто используется в практике проектирования и анализа рабочего процесса ЛМ и их составных частей в тех случаях, когда необходимо найти расход воздуха или площадь проходного сечения.

Применим уравнение (2.22) для трехмерной схемы потока в компрессорной ступени (рис. 2.8), которая состоит из элементарных ступеней, расположенных на различных радиусах.

Обозначим на входе в РК втулочный радиус $r_{1\text{вт}}$, периферийный радиус $r_{1\text{пер}}$, а угол между меридиональной скоростью C_{1m} на входе в произвольную элементарную ступень и осевым направлением γ_1 (рис. 2.8,а). Аналогично на выходе из НА: втулочный радиус – $r_{3\text{вт}}$, периферийный радиус – $r_{3\text{пер}}$, а угол между меридиональной скоростью C_{3m} на выходе из той же элементарной ступени и осевым направлением – γ_3 .

Пусть на входе в элементарную ступень плотность воздуха ρ_1 , полное давление P_1^* и полная температура T_1^* , а на ее выходе – плот-

ность воздуха ρ_3 , полное давление p_3^* и полная температура T_3^* (рис. 2.8,б). Вектор абсолютной скорости \vec{C}_1 составляет с окружающим направлением угол α_1 , а вектор \vec{C}_3 – угол α_3 .

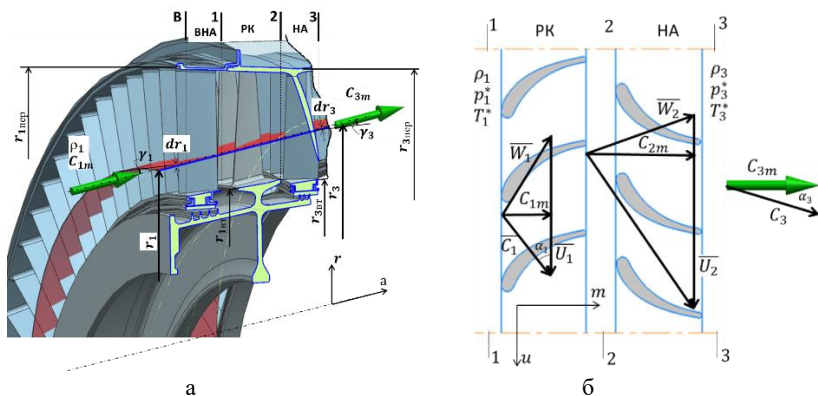


Рис. 2.8. Схема потока в ступени осевого компрессора:
 а – схема потока в меридиональной плоскости;
 б – треугольники скоростей в элементарной ступени компрессора

Тогда для произвольной элементарной ступени уравнение неразрывности можно записать в виде:

$$\rho_3 \cdot C_3 \cdot \sin(\alpha_3) \cdot \cos \gamma_3 \cdot 2\pi \cdot r_3 \cdot dr_3 = \rho_1 \cdot C_1 \cdot \sin(\alpha_1) \cdot \cos \gamma_1 \cdot 2\pi \cdot r_1 \cdot dr_1$$

или

$$\rho_3 \cdot C_3 \cdot \sin(\alpha_3) \cdot \cos \gamma_3 \cdot r_3 \cdot dr_3 = \rho_1 \cdot C_1 \cdot \sin(\alpha_1) \cdot \cos \gamma_1 \cdot r_1 \cdot dr_1. \quad (2.23)$$

Проинтегрируем выражение (2.23) от втулочного до периферийного радиуса и получим уравнение неразрывности для трехмерной схемы потока ступени компрессора без учета втеканий и утечек через боковые поверхности проточной части:

$$\int_{r_{3em}}^{r_{3nep}} \rho_3 C_3 \sin \alpha_3 \cos \gamma_3 r_3 dr_3 = \int_{r_{1em}}^{r_{1nep}} \rho_1 C_1 \sin \alpha_1 \cos \gamma_1 r_1 dr_1. \quad (2.24)$$

С учетом (2.21) уравнение (2.24) можно переписать следующим образом:

$$\int_{r_{3em}}^{r_{3nep}} m \frac{p_3^*}{\sqrt{T_3^*}} q(\lambda_3) \sin \alpha_3 \cos \gamma_3 r_3 dr_3 = \int_{r_{1em}}^{r_{1nep}} m \frac{p_1^*}{\sqrt{T_1^*}} q(\lambda_1) \sin \alpha_1 \cos \gamma_1 r_1 dr_1. \quad (2.25)$$

При интегрировании двух последних выражений надо учитывать, что параметры потока ρ , C , p^* , T^* , λ , α и γ зависят от радиуса ступени.

При проектировании компрессоров в первом приближении обычно считают, что $C_1 = C_{1a}$, $C_3 = C_{3a}$ и тогда уравнение (2.25) принимает вид:

$$\int_{r_{3em}}^{r_{3nep}} m \frac{p_3^*}{\sqrt{T_3^*}} q(\lambda_{3a}) r_3 dr_3 = \int_{r_{1em}}^{r_{1nep}} m \frac{p_1^*}{\sqrt{T_1^*}} q(\lambda_{1a}) r_1 dr_1. \quad (2.26)$$

2.4 Контрольные вопросы по разделу 2

1. Изобразите схему одномерного потока в МОК и напишите для нее уравнение неразрывности. Проанализируйте это уравнение.

2. Изобразите схему одномерного потока в МОТ и напишите для нее уравнение неразрывности. Проанализируйте это уравнение.

3. Изобразите схему одномерного потока в центробежном компрессоре и напишите для нее уравнение неразрывности. Проанализируйте это уравнение.

4. Изобразите схему одномерного потока в центростремительной турбине и напишите для нее уравнение неразрывности. Проанализируйте это уравнение.

5. Изобразите схему одномерного потока в шнекоцентробежном насосе и напишите для нее уравнение неразрывности. Проанализируйте это уравнение.

6. Изобразите схему двухмерного потока в ступени осевого компрессора и напишите для нее уравнение неразрывности. Проанализируйте это уравнение.

7. Изобразите схему двухмерного потока в РК осевого компрессора и напишите для нее уравнение неразрывности. Проанализируйте это уравнение.

8. Изобразите схему двухмерного потока в НА осевого компрессора и напишите для нее уравнение неразрывности. Проанализируйте это уравнение.

9. Изобразите схему двухмерного потока в РК центробежного компрессора и напишите для нее уравнение неразрывности. Проанализируйте это уравнение.

10. Изобразите схему двухмерного потока в щелевом диффузоре центробежного компрессора и напишите для нее уравнение неразрывности. Проанализируйте это уравнение.

11. Изобразите схему двухмерного потока в лопаточном диффузоре центробежного компрессора и напишите для нее уравнение неразрывности. Проанализируйте это уравнение.

12. Изобразите схему двухмерного потока в ступени осевой турбины и напишите для нее уравнение неразрывности. Проанализируйте это уравнение.

13. Изобразите схему двухмерного потока в СА осевой турбины и напишите для нее уравнение неразрывности. Проанализируйте это уравнение.

14. Изобразите схему двухмерного потока в РК осевой турбины и напишите для нее уравнение неразрывности. Проанализируйте это уравнение.

15. Изобразите схему двухмерного потока в СА центростремительной турбины и напишите для нее уравнение неразрывности. Проанализируйте это уравнение.

16. Изобразите схему двухмерного потока в РК центростремительной турбины и напишите для нее уравнение неразрывности. Проанализируйте это уравнение.

17. Изобразите схему двумерного потока в шнеке постоянного шага насоса и напишите для нее уравнение неразрывности. Проанализируйте это уравнение.

18. Изобразите схему двумерного потока в шнеке переменного шага насоса и напишите для нее уравнение неразрывности. Проанализируйте это уравнение.

19. Изобразите схему трехмерного потока в ступени осевого компрессора и напишите для нее уравнение неразрывности.

20. Изобразите схему трехмерного потока в ступени осевой турбины и напишите для нее уравнение неразрывности.

21. Почему высота лопаток компрессора уменьшается к выходу?

22. Почему площадь поперечного сечения проточной части компрессора уменьшается к выходу?

23. Почему высота лопаток турбины увеличивается к выходу?

24. Почему площадь поперечного сечения проточной части турбины увеличивается к выходу?

25. Каким образом можно сделать так, чтобы высота лопаток компрессора не уменьшалась к выходу? Поясните свой ответ.

26. Каким образом можно сделать так, чтобы высота лопаток турбины не увеличивалась к выходу? Поясните свой ответ.

27. Какие составляющие скорости потока определяют расход рабочего тела в осевом компрессоре? Поясните свой ответ.

28. Какие составляющие скорости потока определяют расход рабочего тела в центробежном компрессоре? Поясните свой ответ.

29. Какие составляющие скорости потока определяют расход рабочего тела в осевой турбине? Поясните свой ответ.

30. Какие составляющие скорости потока определяют расход рабочего тела в центростремительной турбине? Поясните свой ответ.

31. Какая составляющая скорости потока определяет расход рабочего тела на входе в осевую турбину? Поясните свой ответ.

32. Какая составляющая скорости потока определяет расход рабочего тела на входе в осевой компрессор? Поясните свой ответ.

33. Какая составляющая скорости потока определяет расход рабочего тела на выходе из радиально-осевой турбины? Поясните свой ответ.

34. Какая составляющая скорости потока определяет расход рабочего тела на входе в РК центростремительной турбины? Поясните свой ответ.

35. Какая составляющая скорости потока определяет расход рабочего тела на выходе из РК ЦБК? Поясните свой ответ.

3 УРАВНЕНИЕ СОХРАНЕНИЯ ЭНЕРГИИ В МЕХАНИЧЕСКОЙ ФОРМЕ В АБСОЛЮТНОМ ДВИЖЕНИИ

3.1 Вывод уравнения сохранения энергии в механической форме в абсолютном движении

Рассмотрим стационарное течение рабочего тела в абсолютном движении через вращающийся лопаточный венец (рис. 3.1,а). Выделим часть этого потока контрольной поверхностью F таким образом, чтобы ее боковые поверхности совпадали с поверхностями тока, а торцевые поверхности F_1 на входе и F_2 на выходе были перпендикулярны линиям тока.

Получившийся таким образом объем разделим на z элементарных струек, количество которых стремится к бесконечности ($z \rightarrow \infty$), и в каждой элементарной струйке через середины ее поперечных сечений проведем линии тока S .

Выделим одну такую j -ю элементарную струйку, взаимодействующую с одной из лопаток (рис. 3.1,б). Обозначим сечение на входе в элементарную струйку через 1, а на выходе – 2. Пусть на входе в сечении 1 скорость потока равна C_1 , плотность ρ_1 , а площадь поперечного сечения струйки – f_1 . На выходе, в сечении 2, – скорость потока C_2 , его плотность ρ_2 и площадь поперечного сечения струйки – f_2 .

За бесконечно малый промежуток времени dt сечение 1 переместится в положение $1'$ на расстояние вдоль линии тока $ds_1 = C_1 \cdot dt$, в свою очередь сечение $1'$ переместится по потоку на расстояние

$ds_1' = C_1' dt$ и т.д., а сечение 2 сместится на расстояние $ds_2 = C_2 dt$ в положение 2'.

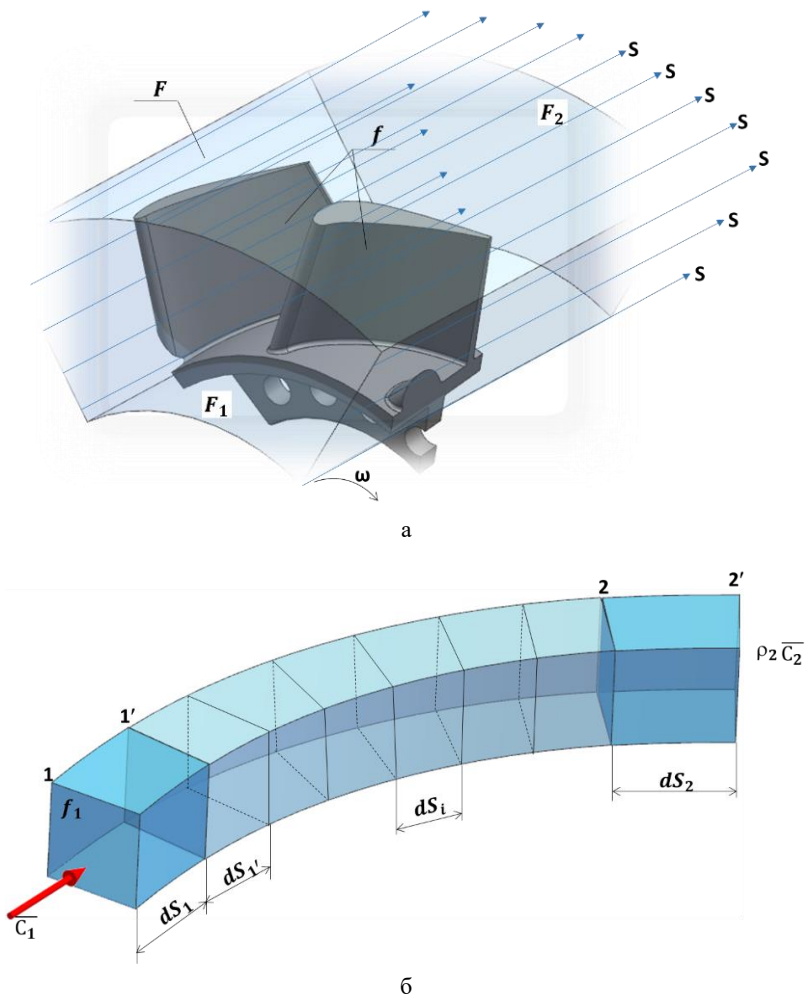


Рис. 3.1. Схема стационарного течения газа во вращающемся лопаточном венце в абсолютном движении:
 а – часть потока, ограниченная контрольной поверхностью F ;
 б – произвольная элементарная струйка потока

Разобьем всю элементарную струйку перпендикулярными линии тока S сечениями на элементы протяженностью $dS_i = C_i \cdot dt$. Пусть количество таких элементов окажется равно стремящемуся к бесконечности числу n . Так как поток стационарный, то количество рабочего тела, входящее в каждый элемент за время dt будет равно количеству выходящего из него рабочего тела за это же время. Поэтому масса всех n элементов будет одинаковой и равной dm .

Рассмотрим один произвольный i -ый элемент струйки, взаимодействующий с одной из лопаток (рис. 3.2). Его протяженность вдоль линии тока dS_i . Площади поперечного сечения на входе f_i и на выходе $f_i + df_i$, а боковые грани этого элемента совпадают с поверхностями тока. Массу этого элемента можно приблизительно определить как:

$$dm = dm_i = \rho_i \cdot f_i \cdot ds_i = \rho_i \cdot f_i \cdot C_i \cdot dt, \quad (3.1)$$

где ρ_i – плотность рабочего тела в элементе;
 C_i – скорость рассматриваемого элемента.

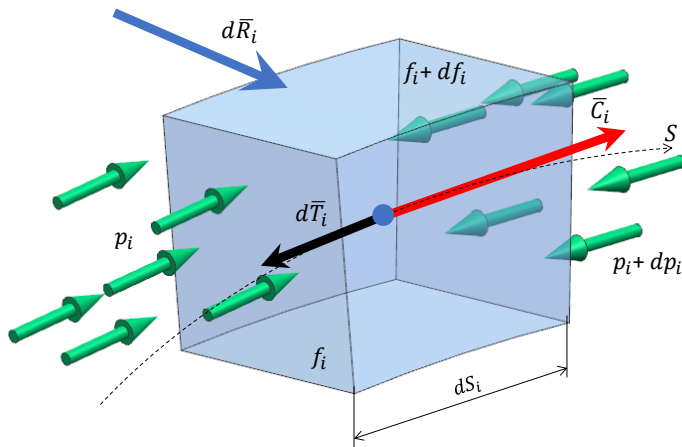


Рис. 3.2. Произвольный элемент элементарной струйки

Выделенный элемент движется со скоростью C_i , направленной по касательной к линии тока S . Со стороны лопатки на него действует механическая сила $d\bar{R}_i$. Сила трения $d\bar{T}_i$ направлена по касательной к линии тока S , но в направлении обратном движению потока. На боковые и торцевые поверхности элемента действует давление окружающего рабочего тела. В частности, по грани на входе действует давление p_i , по грани на выходе $-p_i + dp_i$, а по боковым поверхностям $-p_i + dp_i/2$. Суммарная по боковым и торцевым поверхностям сила давления равна $d\bar{P}_i$. Силой тяжести пренебрегаем вследствие ее незначительности по сравнению с другими силами.

Составим векторное уравнение второго закона Ньютона для рассматриваемого элемента:

$$d\bar{R}_i + d\bar{P}_i + d\bar{T}_i = dm \frac{d\bar{C}_i}{dt}. \quad (3.2)$$

Спроектируем векторное уравнение (3.2) на касательную к линии тока S , проведенную через центр рассматриваемого элемента в сторону его движения:

$$dR_{si} + p_i df_i - (p_i + dp_i)(f_i + df_i) + (p_i + \frac{dp_i}{2})df_i - dT_i = dm \frac{dC_i}{dt}$$

или, раскрыв скобки и отбросив величины второго порядка малости:

$$dR_{si} - f_i dp_i - dT_i = dm \frac{dC_i}{dt}. \quad (3.3)$$

Здесь dR_{si} – проекция вектора силы $d\bar{R}_i$ на направление движения элемента вдоль линии тока S .

Вектор скорости \bar{C}_i на направление движения проектируется в полную величину C_i со знаком «+», а вектор $d\bar{T}_i$ – тоже в полную величину dT_i , но со знаком «-».

Умножим левую и правую части уравнения (3.3) на бесконечно малый участок пути ds_i :

$$dR_{si} \cdot ds_i - f_i dp_i ds_i - dT_i ds_i = dm \frac{dC_i}{dt} ds_i,$$

откуда

$$dR_{si} ds_i - f_i dp_i ds_i - dT_i ds_i = dm \cdot dC_i \frac{ds_i}{dt}$$

и

$$dR_{si} ds_i - f_i dp_i ds_i - dT_i ds_i = dm \cdot d \left(\frac{C_i^2}{2} \right). \quad (3.4)$$

В последней формуле $dR_{si} \cdot ds_i$ – механическая работа силы лопатки по перемещению элемента на участке пути ds_i за время dt ; $f_i \cdot dp_i \cdot ds_i$ – работа сил давления со стороны потока по перемещению элемента на участке пути ds_i за время dt . При перемещении элемента в сторону повышенного давления ($dp_i > 0$) эта работа отрицательна (перепад внешнего давления на элементе препятствует его движению вдоль линии тока S). При перемещении элемента в сторону пониженного давления ($dp_i < 0$) рассматриваемая работа положительна (перепад внешнего давления на элементе способствует его движению); $dT_i \cdot ds_i$ – работа сил сопротивления (трения) на участке пути ds_i за время dt . Эта работа всегда отрицательна, так как силы трения препятствуют движению элемента вдоль линии тока S ; $dm \cdot d \left(\frac{C_i^2}{2} \right)$ – изменение кинетической энергии элемента на участке пути ds_i за время dt .

Разделим левую и правую часть уравнения (3.4) на массу dm рассматриваемого элемента:

$$\frac{dR_{si} ds_i}{dm} - \frac{f_i dp_i ds_i}{\rho_i f_i ds_i} - \frac{dT_i ds_i}{dm} = d \left(\frac{C_i^2}{2} \right). \quad (3.5)$$

В этой формуле $\frac{dR_{si} ds_i}{dm} = dL_{mexi}$ – удельная механическая работа (работа, приходящаяся на единицу массы элемента) на участке пути ds_i ;

$\frac{dp_i}{\rho_i}$ – удельная работа изменения давления в элементе на участке пути ds_i ;

$\frac{dT_i ds_i}{dm} = dL_{ri}$ – удельная работа по преодолению сил сопротивления на участке пути ds_i ;

$d\left(\frac{C_i^2}{2}\right)$ – изменение удельной кинетической энергии элемента на участке пути ds_i .

Опуская индекс « i » и перенося из левой части уравнения (3.5) два последних члена в правую часть, получим для произвольного элемента потока рабочего тела уравнение сохранения энергии в механической форме в абсолютном движении в дифференциальном виде:

$$dL_{mex} = \frac{dp}{\rho} + d\left(\frac{C^2}{2}\right) + dL_r. \quad (3.6)$$

В соответствии с этим уравнением удельная механическая работа на бесконечно малом участке пути, совершаемая вращающейся лопаткой, расходуется на совершение работы, приводящей к изменению давления в элементе, изменение его удельной кинетической энергии и удельную работу по преодолению гидравлического сопротивления.

Представим уравнение (3.7) в виде:

$$dR_{si} ds_i = f_i dp_i ds_i + dmd\left(\frac{C_i^2}{2}\right) + dT_i ds_i. \quad (3.7)$$

Запишем уравнение (3.7) для всех n элементов j -ой элементарной струйки и сложим их между собой:

$$\sum_{i=1}^n dR_{si} ds_i = \sum_{i=1}^n f_i dp_i ds_i + dm \sum_{i=1}^n d\left(\frac{C_i^2}{2}\right) + \sum_{i=1}^n dT_i ds_i. \quad (3.8)$$

В этом уравнении $\sum_{i=1}^n dR_{si} ds_i$ – механическая работа силы, с которой рабочая лопатка воздействует на элементарную струйку;

$\sum_{i=1}^n f_i dp_i ds_i$ – работа, затраченная на изменение давления рабочего тела в элементарной струйке;

$dm \sum_{i=1}^n d\left(\frac{C_i^2}{2}\right)$ – изменение кинетической энергии потока в элементарной струйке;

$\sum_{i=1}^n dT_i ds_i$ – работа, затраченная на преодоление сил сопротивления, действующих вдоль элементарной струйки (преодоление гидравлических потерь).

Разделим обе части уравнения (3.8) на массу dm :

$$\sum_{i=1}^n \frac{dR_{si} ds_i}{dm} = \sum_{i=1}^n \frac{f_i dp_i ds_i}{\rho_i f_i ds_i} + \sum_{i=1}^n d\left(\frac{C_i^2}{2}\right) + \sum_{i=1}^n \frac{dT_i ds_i}{dm}$$

или

$$\sum_{i=1}^n dL_{mexi} = \sum_{i=1}^n \frac{dp_i}{\rho_i} + \sum_{i=1}^n d\left(\frac{C_i^2}{2}\right) + \sum_{i=1}^n dL_{ri}, \quad (3.9)$$

где $\sum_{i=1}^n dL_{mexi} = L_{мех.эл.стр.}$ – удельная механическая работа, совершаемая рабочей лопаткой над элементарной струйкой;

$\sum_{i=1}^n \frac{dp_i}{\rho_i}$ – удельная работа, затраченная на изменение давления

рабочего тела в элементарной струйке;

$\sum_{i=1}^n d\left(\frac{C_i^2}{2}\right) = \frac{C_2^2 - C_1^2}{2}$ – изменение удельной кинетической энергии элементарной струйки;

элементарной струйки;

$\sum_{i=1}^n dL_{ri} = L_{r.эл.сmp}$ – удельная работа по преодолению гидравлического сопротивления элементарной струйкой.

Так как мы рассматриваем произвольную j -ю элементарную струйку, разбитую на бесконечно большое число элементов n , то уравнение (3.9) можно представить следующим образом:

$$L_{мех.эл.сmp.j} = \int_{1j}^{2j} \frac{dp}{\rho} + \frac{C_{2j}^2 - C_{1j}^2}{2} + L_{r.эл.сmp.j} \quad (3.10)$$

Это уравнение представляет собой уравнение сохранения энергии в механической форме для элементарной струйки в абсолютном движении. Оно означает, что удельная механическая энергия, подведенная к элементарной струйке, расходуется на совершение удельной работы по изменению давления рабочего тела, изменение кинетической энергии каждой единицы массы рабочего тела струйки и удельную работу по преодолению гидравлического сопротивления.

Следует заметить, что довольно часто считают само собой разумеющимся, что все слагаемые в уравнениях (3.6) и (3.10) относятся к единице массы рабочего тела и определение их как «удельные» опускается.

Умножим левую и правую часть уравнения (3.10) на расход рабочего тела через j -ую элементарную струйку dG_j :

$$L_{\text{мех.эл.смп.}j} dG_j = \left(\int_{1j}^{2j} \frac{dp}{\rho} \right) dG_j + \frac{C_{2j}^2 - C_{1j}^2}{2} dG_j + L_{\text{р.эл.смп.}j} dG_j;$$

$$L_{\text{мех.эл.смп.}j} \rho_{1j} C_{1j} f_{1j} = \left(\int_{1j}^{2j} \frac{dp}{\rho} \right) \rho_{1j} C_{1j} f_{1j} + \frac{C_{2j}^2 - C_{1j}^2}{2} \rho_{1j} C_{1j} f_{1j} +$$

$$+ L_{\text{р.эл.смп.}j} \rho_{1j} C_{1j} f_{1j}.$$
 (3.11)

В уравнение (3.11) входят работы и энергии рабочего тела в единицу времени, относящиеся к j -ой элементарной струйке. Запишем уравнение (3.11) для всех z элементарных струек контрольного объема, ограниченного поверхностью F (см. рис. 3.1,а), и сложим их между собой:

$$\sum_{j=1}^z L_{\text{мех.эл.смп.}j} \rho_{1j} C_{1j} f_{1j} = \sum_{j=1}^z \left(\int_{1j}^{2j} \frac{dp}{\rho} \right) \rho_{1j} C_{1j} f_{1j} +$$

$$+ \sum_{j=1}^z \frac{C_{2j}^2 - C_{1j}^2}{2} \rho_{1j} C_{1j} f_{1j} + \sum_{j=1}^z L_{\text{р.эл.смп.}j} \rho_{1j} C_{1j} f_{1j}.$$
 (3.12)

В силу бесконечной малости поперечных сечений элементарных струек будем считать $f_{1j} = dF_{1j}$ и перейдем к интегральной форме записи уравнения (3.12):

$$\int_{F_1} L_{\text{мех.эл.смп.}j} \rho_1 C_1 dF_1 = \int_{F_1} \left(\int_1^2 \frac{dp}{\rho} \right) \rho_1 C_1 dF_1 +$$

$$+ \int_{F_1} \frac{C_2^2 - C_1^2}{2} \rho_1 C_1 dF_1 + \int_{F_1} L_{\text{р.эл.смп.}j} \rho_1 C_1 dF_1.$$
 (3.13)

Уравнение (3.13) представляет собой уравнение сохранения энергии в механической форме в абсолютном движении для потока

в лопаточной машине. В этом уравнении участвуют работы в единицу времени или мощности. В соответствии с ним механическая энергия, подведенная к потоку в единицу времени, равна сумме мощностей, затраченных на изменение статического давления рабочего тела, кинетической энергии рабочего тела и преодоление гидравлического сопротивления.

Вернемся к уравнению (3.9) и представим его в виде:

$$L_{\text{мех.эл.смп.}j} = \sum_{i=1}^n \frac{dp_i}{\rho_i} + \sum_{i=1}^n d \left(\frac{C_i^2}{2} \right) + L_{r.\text{эл.смп.}j}. \quad (3.14)$$

Объединим первое и второе слагаемые в правой части уравнения:

$$\begin{aligned} L_{\text{мех.эл.смп.}j} &= \sum_{i=1}^n \left[\frac{dp_i}{\rho_i} + d \left(\frac{C_i^2}{2} \right) \right] + L_{r.\text{эл.смп.}j} = \\ &= \sum_{i=1}^n \left[\frac{p_{i+1} - p_i}{\rho_i} + \left(\frac{C_{i+1}^2 - C_i^2}{2} \right) \right] + L_{r.\text{эл.смп.}j} = \\ &= \sum_{i=1}^n \left[\frac{p_{i+1} + \rho_i \frac{C_{i+1}^2}{2}}{\rho_i} - \frac{p_i + \rho_i \frac{C_i^2}{2}}{\rho_i} \right] + L_{r.\text{эл.смп.}j} = \\ &= \sum_{i=1}^n \left(\frac{p_{i+1}^*}{\rho_i} - \frac{p_i^*}{\rho_i} \right) + L_{r.\text{эл.смп.}j} = \sum_{i=1}^n \frac{dp_i^*}{\rho_i} + L_{r.\text{эл.смп.}j}. \end{aligned} \quad (3.15)$$

или в интегральном виде:

$$L_{\text{мех.эл.смп.}j} = \int_{1j}^{2j} \frac{dp^*}{\rho} + L_{\text{г.эл.смп.}j} \cdot \quad (3.16)$$

Из этого уравнения следует, что механическая энергия, подведенная к элементарной струйке, идет на работу по изменению полного давления рабочего тела и работу по преодолению гидравлического сопротивления.

С учетом выражения (3.16) уравнение (3.13) сохранения энергии в абсолютном движении для конечного потока, ограниченного контрольной поверхностью F , можно записать следующим образом:

$$\int_{F_1} L_{\text{мех.эл.смп.}} \rho_1 C_1 dF_1 = \int_{F_1} \left(\int_1^2 \frac{dp^*}{\rho} \right) \rho_1 C_1 dF_1 + \int_{F_1} L_{\text{г.эл.смп.}} \rho_1 C_1 dF_1 \cdot \quad (3.17)$$

В соответствии с ним механическая энергия, подведенная к потоку в единицу времени, равна сумме мощностей, затраченных на изменение полного давления рабочего тела и преодоление гидравлического сопротивления.

3.2 Примеры использования уравнения сохранения энергии в механической форме в абсолютном движении

Приведем примеры использования уравнения сохранения энергии в механической форме в абсолютном движении. Рассмотрим одномерную схему потока в МОК газотурбинного двигателя (рис. 3.3). На входе в компрессор скорость потока равна C_B , плотность воздуха – ρ_B , статическое и полное давление – p_B и p_B^* , а статическая и полная температуры – T_B и T_B^* . На выходе из компрессора скорость потока и его плотность – C_K и ρ_K , статическое и полное давление – p_K и p_K^* . Удельная механическая работа, совершаемая ком-

прессором, равна L_K , а удельная работа по преодолению гидравлического сопротивления в проточной части – L_{rK} .

Запишем для этой схемы уравнение сохранения энергии в абсолютном движении сначала с учетом изменения статического давления и скорости потока:

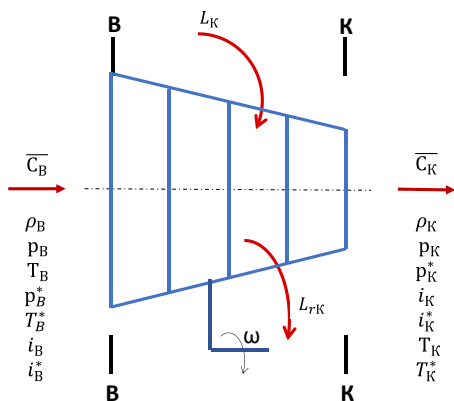


Рис. 3.3. Схема одномерного потока в многоступенчатом осевом компрессоре

$$L_K = \int_B^K \frac{dp}{\rho} + \frac{C_K^2 - C_B^2}{2} + L_{rK}. \quad (3.18)$$

Будем считать процесс сжатия в компрессоре политропическим:

$$\frac{p}{\rho^{n_s}} = const_1,$$

где n_s – показатель политропы сжатия;

$const_1$ – постоянная, определяемая из начальных условий и равная

$$const_1 = \frac{p_B}{\rho_B^{n_s}}.$$

Тогда удельную работу сжатия в МОК можно определить по отношению статических давлений на выходе и входе следующим образом:

$$\begin{aligned}
 \int_B^K \frac{dp}{\rho} &= \text{const} \int_B^K \frac{1}{p^{\frac{n_\epsilon}{\epsilon}} - 1} dp = \frac{1}{\rho_B} \frac{p_B^{\frac{n_\epsilon}{\epsilon}}}{\frac{n_\epsilon}{\epsilon} - 1} \left[p^{1 - \frac{n_\epsilon}{\epsilon}} \right]_B^K = \\
 &= \frac{n_\epsilon}{n_\epsilon - 1} \frac{p_B^{\frac{n_\epsilon}{\epsilon}}}{\rho_B} \left[\frac{p_K^{\frac{n_\epsilon}{\epsilon}}}{p_B^{\frac{n_\epsilon}{\epsilon}}} - 1 \right] = \\
 &= \frac{n_\epsilon}{n_\epsilon - 1} \frac{p_B}{\rho_B} \left[\left(\frac{p_K}{p_B} \right)^{\frac{n_\epsilon}{\epsilon}} - 1 \right].
 \end{aligned}$$

Учитывая уравнение состояния для совершенного газа в виде:

$$\rho_B = \frac{p_B}{RT_B}$$

последнее выражение можно записать как:

$$\int_B^K \frac{dp}{\rho} = \frac{n_\epsilon}{n_\epsilon - 1} RT_B \left[\left(\frac{p_K}{p_B} \right)^{\frac{n_\epsilon}{\epsilon}} - 1 \right]. \quad (3.19)$$

Тогда уравнение (3.18) можно представить следующим образом:

$$L_K = \frac{n_\epsilon}{n_\epsilon - 1} RT_B \left[\left(\frac{p_K}{p_B} \right)^{\frac{n_\epsilon}{\epsilon}} - 1 \right] + \frac{C_K^2 - C_B^2}{2} + L_{rK}. \quad (3.20)$$

В МОК обычно C_K несколько меньше C_B , поэтому уравнение (3.20) целесообразно переписать в виде:

$$L_K + \frac{C_B^2 - C_K^2}{2} = \frac{n_e}{n_e - 1} RT_B \left[\left(\frac{p_K}{p_B} \right)^{\frac{n_e - 1}{n_e}} - 1 \right] + L_{rK}. \quad (3.21)$$

В соответствии с этим выражением механическая работа, передаваемая воздуху в МОК, и часть кинетической энергии потока на входе в компрессор расходуются на совершение работы сжатия, определяемой по статическим параметрам потока, и преодоление потоком гидравлического сопротивления в проточной части. Поскольку основная задача компрессора – повышение давления рабочего тела, то второй и третий члены правой части уравнения должны быть минимальны. Отсюда также следует, что для того, чтобы подводимая работа L_K максимально расходовалась на повышение давления, потери энергии в компрессоре L_r должны быть минимальны, а кинетическая энергия не должна меняться значительно.

Запишем теперь для одномерной схемы потока в МОК рассматриваемое уравнение сохранения энергии с учетом изменения полного давления воздуха:

$$L_K = \int_B^K \frac{dp^*}{\rho} + L_{rK}. \quad (3.22)$$

Будем считать, что процесс увеличения полного давления воздуха в МОК подчиняется политропическому закону:

$$\frac{p^*}{(\rho)^{n_e^*}} = const_1^*,$$

где n_e^* – показатель политропического увеличения полного давления воздуха в МОК (n_e^* по величине незначительно отличается от n_e);

$const_1^*$ – постоянная, определяемая из начальных условий и равная $const_1^* = \frac{p_B^*}{(\rho_B^*)^{n_\epsilon^*}}$.

Тогда удельную работу сжатия в МОК можно определить по отношению полных давлений на выходе и входе следующим образом:

$$\begin{aligned}
 \int_B^K \frac{dp^*}{\rho^*} &= \left(const_1^* \right)^{\frac{1}{n_\epsilon^*}} \frac{1}{B} \int_B^K \left(p^* \right)^{-\frac{1}{n_\epsilon^*}} dp^* = \frac{\left(p_B^* \right)^{\frac{1}{n_\epsilon^*}}}{\rho_B^*} \frac{n_\epsilon^*}{n_\epsilon^* - 1} \left(p^* \right)^{1 - \frac{1}{n_\epsilon^*}} \Bigg|_B^K = \\
 &= \frac{n_\epsilon^*}{n_\epsilon^* - 1} \frac{\left(p_B^* \right)^{\frac{1}{n_\epsilon^*}}}{\rho_B^*} \left(\left(p_K^* \right)^{\frac{n_\epsilon^* - 1}{n_\epsilon^*}} - \left(p_B^* \right)^{\frac{n_\epsilon^* - 1}{n_\epsilon^*}} \right) = \\
 &= \frac{n_\epsilon^*}{n_\epsilon^* - 1} \frac{\left(p_B^* \right)^{\frac{1}{n_\epsilon^*}} \left(p_B^* \right)^{\frac{n_\epsilon^* - 1}{n_\epsilon^*}}}{\rho_B^*} \left[\left(\frac{p_K^*}{p_B^*} \right)^{\frac{n_\epsilon^* - 1}{n_\epsilon^*}} - 1 \right] = \\
 &= \frac{n_\epsilon^*}{n_\epsilon^* - 1} \frac{p_B^*}{\rho_B^*} \left[\left(\frac{p_K^*}{p_B^*} \right)^{\frac{n_\epsilon^* - 1}{n_\epsilon^*}} - 1 \right].
 \end{aligned} \tag{3.23}$$

Предполагая, что на входе в компрессор плотности воздуха ρ_B^* и ρ_B отличаются незначительно и, принимая во внимание уравнение состояния для совершенного газа в виде:

$$\rho_B^* = \frac{P_B^*}{RT_B^*},$$

выражение (3.23) можно переписать как:

$$\int_B^K \frac{dp^*}{\rho^*} = \frac{n_g^*}{n_g^* - 1} RT_B^* \left[\left(\frac{P_K^*}{P_B^*} \right)^{\frac{n_g^* - 1}{n_g^*}} - 1 \right]. \quad (3.24)$$

Тогда уравнение (3.23) с учетом выражения (3.24) можно представить в виде:

$$L_K = \frac{n_g^*}{n_g^* - 1} RT_B^* \left[\left(\frac{P_K^*}{P_B^*} \right)^{\frac{n_g^* - 1}{n_g^*}} - 1 \right] + L_{rK}. \quad (3.25)$$

Таким образом, механическая работа, передаваемая воздуху в МОК, расходуется на работы по увеличению полного давления и преодоление потоком гидравлического сопротивления в проточной части.

Рассмотрим одномерную схему потока в центробежном насосе (рис. 3.4), перекачивающего жидкость плотностью ρ . На его входе скорость потока равна $C_{вх}$, статическое давление – $p_{вх}$, а полное давление – $p_{вх}^*$. На выходе из насоса скорость жидкости – $C_{вых}$, статическое давление – $p_{вых}$, а полное давление – $p_{вых}^*$.

Удельная механическая работа, совершаемая в насосе равна L_H , а гидравлические потери в проточной части – L_{rH} .

Запишем уравнение сохранения энергии в механической форме в абсолютном движении для рассматриваемой схемы с учетом изменения статического давления и скорости жидкости:

$$L_H = \int_{вх}^{вых} \frac{dp}{\rho} + \frac{C_{вых}^2 - C_{вх}^2}{2} + L_{rH}. \quad (3.26)$$

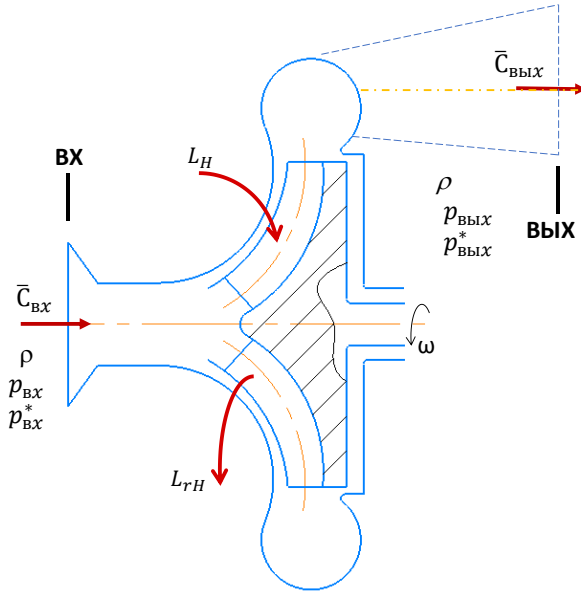


Рис. 3.4. Схема одномерного потока в центробежном насосе

Будем считать, что плотность жидкости постоянна. В этом случае уравнение (3.26) можно представить в виде:

$$L_H = \frac{p_{\text{вых}} - p_{\text{вх}}}{\rho} + \frac{C_{\text{вых}}^2 - C_{\text{вх}}^2}{2} + L_{rH} . \quad (3.27)$$

В соответствии с этим уравнением механическая работа, совершаемая насосом, идет на увеличение статического давления, кинетической энергии жидкости и преодоление гидравлического сопротивления в проточной части насоса.

Запишем теперь рассматриваемое уравнение сохранения энергии с учетом изменения полного давления жидкости:

$$L_H = \frac{p_{\text{вых}}^* - p_{\text{вх}}^*}{\rho} + L_{rH} . \quad (3.28)$$

Из этого уравнения следует, что подводимая к рабочему телу механическая работа идет на увеличение полного давления жидкости и преодоление гидравлического сопротивления в проточной части насоса.

Рассмотрим схему одномерного потока в многоступенчатой осевой турбине газотурбинного двигателя (рис. 3.5). На ее входе скорость газа равна C_Γ , его плотность – ρ_Γ , статическое и полное давление – p_Γ и p^*_Γ , статическая и полная температура – T_Γ и T^*_Γ . На выходе из

МОТ скорость газа – C_T , его плотность – ρ_T , статическое давление – p_T и p^*_T , статическая и полная температура – T_T и T^*_T .

В случае турбины нас интересует работа, которую совершает на лопатках турбины поток газа, благодаря которой приводится во вращение ротор МОТ. Эта работа равна по величине L_T , но записывается со знаком « \leftarrow » (рис. 3.5). Работу по преодолению газом гидравлического сопротивления в проточной части МОТ обозначим L_{rT} .

Запишем уравнение сохранения энергии в механической форме для схемы рис. 3.5 с учетом изменения статического давления и скорости потока:

$$-L_T = \int_\Gamma^T \frac{dp}{\rho} + \frac{C_T^2 - C_\Gamma^2}{2} + L_{rT}. \quad (3.29)$$

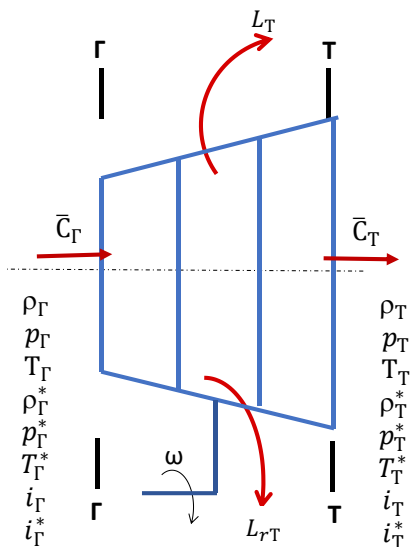


Рис. 3.5. Схема одномерного потока в многоступенчатой осевой турбине

В выражении интеграл $\int_{\Gamma}^T \frac{dp}{\rho}$ является отрицательной величиной, так как в МОТ происходит расширение газа и $dp < 0$. Поменяем местами в уравнении (3.29) $(-L_T)$ и $\int_{\Gamma}^T \frac{dp}{\rho}$:

$$\int_T^{\Gamma} \frac{dp}{\rho} = L_T + \frac{C_T^2 - C_{\Gamma}^2}{2} + L_{rT}. \quad (3.30)$$

Будем считать процесс расширения газа в МОТ политропическим:

$$\frac{p}{\rho^{n_r}} = const_2, \quad (3.31)$$

где n_r – показатель политропы расширения газа;

$const_2$ – постоянная, определяемая из начальных условий

$$const_2 = \frac{p_{\Gamma}}{\rho_{\Gamma}^{n_r}}.$$

Тогда работу расширения газа в МОТ можно определить по отношению статических давлений на входе и выходе из турбины следующим образом:

$$\begin{aligned} \int_T^{\Gamma} \frac{dp}{\rho} &= const_2^{\frac{1}{n_r}} \int_T^{\Gamma} p^{\frac{1}{n_r}} dp = \frac{p_{\Gamma}^{\frac{1}{n_r}}}{\rho_{\Gamma}} \frac{n_r}{n_r - 1} p^{1 - \frac{1}{n_r}} \Big|_T^{\Gamma} = \frac{n_r}{n_r - 1} \frac{p_{\Gamma}^{\frac{1}{n_r}}}{\rho_{\Gamma}} \left(p_{\Gamma}^{\frac{n_r - 1}{n_r}} - p_T^{\frac{n_r - 1}{n_r}} \right) = \\ &= \frac{n_r}{n_r - 1} \frac{p_{\Gamma}^{\frac{1}{n_r}} p_{\Gamma}^{\frac{n_r - 1}{n_r}}}{\rho_{\Gamma}} \left[1 - \left(\frac{p_T}{p_{\Gamma}} \right)^{\frac{n_r - 1}{n_r}} \right] = \frac{n_r}{n_r - 1} \frac{p_{\Gamma}}{\rho_{\Gamma}} \left[1 - \frac{1}{\left(\frac{p_{\Gamma}}{p_T} \right)^{\frac{n_r - 1}{n_r}}} \right]. \quad (3.32) \end{aligned}$$

Учитывая уравнение состояния для совершенного газа в виде:

$$\rho_{\Gamma} = \frac{p_{\Gamma}}{RT_{\Gamma}},$$

выражение (3.32) можно записать как:

$$\int_T^{\Gamma} \frac{dp}{\rho} = \frac{n_{\Gamma}}{n_{\Gamma}-1} RT_{\Gamma} \left[1 - \frac{1}{(p_{\Gamma}/p_T)^{\frac{n_{\Gamma}-1}{n_{\Gamma}}}} \right]. \quad (3.33)$$

Тогда уравнение (3.30) принимает вид:

$$\frac{n_{\Gamma}}{n_{\Gamma}-1} RT_{\Gamma} \left[1 - \frac{1}{(p_{\Gamma}/p_T)^{\frac{n_{\Gamma}-1}{n_{\Gamma}}}} \right] = L_T + \frac{C_T^2 - C_{\Gamma}^2}{2} + L_{rT}. \quad (3.34)$$

В соответствии с ним работа расширения газа в МОТ расходуется на совершение механической работы по вращению ротора турбины, увеличение кинетической энергии рабочего тела и преодоление потоком гидравлического сопротивления проточной части. Основное назначение турбины – получение механической работы L_T . Поэтому, для получения максимальной работы потери энергии в турбине L_{rT} должны быть минимальны, а кинетическая энергия не должна меняться значительно.

Запишем теперь для одномерной схемы потока в МОТ (см. рис. 3.5) уравнение сохранения энергии в механической форме в абсолютном движении через изменение полного давления потока:

$$-L_T = \int_{\Gamma}^T \frac{dp^*}{\rho} + L_{rT}$$

или

$$\int_T^{\Gamma} \frac{dp^*}{\rho} = L_T + L_{rT}. \quad (3.35)$$

Будем считать, что процесс понижения полного давления в МОТ подчиняется политропическому закону:

$$\frac{p^*}{(\rho)^{n^*}} = const_2^*,$$

где $n^*_Г$ – показатель политропического уменьшения полного давления газа в МОТ ($n^*_Г$ по величине незначительно отличается от $n_Г$);

$const_2^*$ – постоянная, определяемая из начальных условий и равная $const_2^* = \frac{p^*_Г}{(\rho_Г)^{n^*_Г}}$.

В этом случае работу расширения газа в МОТ по отношению полных давлений на входе и выходе из турбины можно представить следующим образом:

$$\begin{aligned} \int_T^Г \frac{dp^*}{\rho} &= (const_2^*)^{\frac{1}{n^*_Г}} \int_T^Г (p^*)^{-\frac{1}{n^*_Г}} dp^* = \frac{(p^*_Г)^{\frac{1}{n^*_Г}}}{\rho_Г} \frac{n^*_Г}{n^*_Г - 1} p^{1 - \frac{1}{n^*_Г}} \Big|_T^Г = \\ &= \frac{n^*_Г}{n^*_Г - 1} \frac{(p^*_Г)^{\frac{1}{n^*_Г}}}{\rho_Г} \left((p^*_Г)^{\frac{n^*_Г - 1}{n^*_Г}} - (p^*_Т)^{\frac{n^*_Г - 1}{n^*_Г}} \right) = \\ &= \frac{n^*_Г}{n^*_Г - 1} \frac{(p^*_Г)^{\frac{1}{n^*_Г}} (p^*_Г)^{\frac{n^*_Г - 1}{n^*_Г}}}{\rho_Г} \left[1 - \left(\frac{p^*_Т}{p^*_Г} \right)^{\frac{n^*_Г - 1}{n^*_Г}} \right] = \\ &= \frac{n^*_Г}{n^*_Г - 1} \frac{p^*_Г}{\rho_Г} \left[1 - \frac{1}{\left(\frac{p^*_Т}{p^*_Г} \right)^{\frac{n^*_Г - 1}{n^*_Г}}} \right]. \end{aligned} \quad (3.36)$$

Считая, что $\rho_e \approx \rho^*_Г$ и учитывая уравнение состояния для совершенного газа в виде:

$$\rho_{\Gamma}^* = \frac{p_{\Gamma}^*}{RT_{\Gamma}^*}$$

выражение (3.36) можно переписать так:

$$\int_T^{\Gamma} \frac{dp^*}{\rho} = \frac{n_{\Gamma}^*}{n_{\Gamma}^* - 1} RT_{\Gamma}^* \left[1 - \frac{1}{\left(p_{\Gamma}^* / p_T^* \right)^{\frac{n_{\Gamma}^* - 1}{n_{\Gamma}^*}}} \right]. \quad (3.37)$$

Тогда уравнение (3.35) принимает вид:

$$\frac{n_{\Gamma}^*}{n_{\Gamma}^* - 1} RT_{\Gamma}^* \left[1 - \frac{1}{\left(p_{\Gamma}^* / p_T^* \right)^{\frac{n_{\Gamma}^* - 1}{n_{\Gamma}^*}}} \right] = L_{r\Gamma} + L_{rT}. \quad (3.38)$$

Из этого уравнения следует, что работа расширения газа в МОТ, определяемая по полным параметрам потока, расходуется на совершение механической работы по вращению ротора турбины и работы по преодолению гидравлического сопротивления проточной части.

Рассмотрим теперь двухмерную схему потока в элементарной ступени осевого компрессора (рис. 3.6) ГТД. На входе в ступень в сечении 1-1 скорость потока в абсолютном движении C_1 составляет с входным фронтом некоторый угол. Статическое и полное давление на

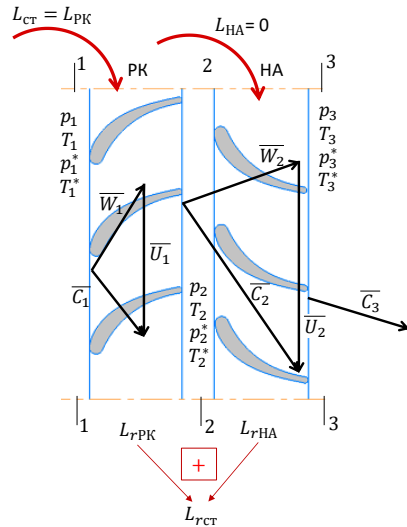


Рис. 3.6. Двухмерная схема потока в ступени осевого компрессора

входе в ступень – p_1 и p_1^* , а статическая и полная температуры – T_1 и T_1^* .

На выходе из ступени в сечении 3–3 скорость потока – C_3 , статическое и полное давление – p_3 и p_3^* , а статическая и полная температуры – T_3 и T_3^* .

Механическая работа в ступени L_{CT} совершается над потоком воздуха только вращающимися лопатками РК L_{PK} , а в неподвижном НА механическая энергия к потоку не подводится ($L_{НА} = 0$). Гидравлические потери в проточной части ступени обозначим как $L_{гст}$.

Тогда уравнение сохранения энергии в механической форме в абсолютном движении для элементарной ступени компрессора можно записать в виде:

$$L_{CT} = \int_1^3 \frac{dp}{\rho} + \frac{C_3^2 - C_1^2}{2} + L_{гст} \quad (3.39)$$

или с учетом политропического процесса сжатия воздуха в ступени:

$$L_{CT} = \frac{n_e}{n_e - 1} RT_1 \left[\left(\frac{p_3}{p_1} \right)^{\frac{n_e - 1}{n_e}} - 1 \right] + \frac{C_3^2 - C_1^2}{2} + L_{гст}. \quad (3.40)$$

Обычно скорость потока C_3 приблизительно равна или несколько меньше скорости C_1 . Поэтому целесообразно представить уравнение (3.40) в несколько иной форме:

$$L_{CT} + \frac{C_1^2 - C_3^2}{2} = \frac{n_e}{n_e - 1} RT_1 \left[\left(\frac{p_3}{p_1} \right)^{\frac{n_e - 1}{n_e}} - 1 \right] + L_{гст}. \quad (3.41)$$

В соответствии с этим уравнением механическая работа, совершаемая рабочими лопатками, и часть кинетической энергии потока

на входе в ступень идет на работу сжатия, определяемую по статическим параметрам потока, и преодоление гидравлического сопротивления элементарной ступени.

Уравнение (3.41) можно записать через отношение полных давлений на выходе и входе в ступень:

$$L_{ст} = \frac{n_g^*}{n_g^* - 1} RT_1^* \left[\left(\frac{p_3^*}{p_1^*} \right)^{\frac{n_g^* - 1}{n_g^*}} - 1 \right] + L_{гст}. \quad (3.42)$$

Оно означает, что механическая работа в элементарной ступени компрессора расходуется на увеличение полного давления и преодоление гидравлического сопротивления проточной части.

Рассмотрим теперь отдельно схемы потока в элементарных лопаточных венцах РК и НА (см. рис. 3.6).

В случае РК скорость потока в абсолютном движении на входе – C_1 , статическое и полное давление на входе в ступень – p_1 и p_1^* , а статическая и полная температура – T_1 и T_1^* . На выходе из РК скорость потока в абсолютном движении – C_2 , статическое и полное давление – p_2 и p_2^* , а статическая и полная температура – T_2 и T_2^* .

Механическая работа, совершаемая рабочими лопатками, как отмечалось выше, обозначена L_{PK} , а работа по преодолению гидравлического сопротивления в элементарном рабочем лопаточном венце пусть будет $L_{гPK}$.

Тогда рассматриваемое уравнение для двухмерной схемы потока в РК можно представить в виде:

$$L_{PK} = \int_1^2 \frac{dp}{\rho} + \frac{C_2^2 - C_1^2}{2} + L_{гPK} \quad (3.43)$$

или

$$L_{PK} = \frac{n_e}{n_e - 1} RT_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n_e-1}{n_e}} - 1 \right] + \frac{C_2^2 - C_1^2}{2} + L_{rPK}. \quad (3.44)$$

Таким образом, механическая работа, совершаемая рабочими лопатками, расходуется на работу по увеличению статического давления (сжатие), увеличение кинетической энергии потока в абсолютном движении и преодоление гидравлического сопротивления в РК.

Последнее уравнение можно представить через отношение полных давлений на выходе и входе в РК:

$$L_{PK} = \frac{n_e^*}{n_e^* - 1} RT_1^* \left[\left(\frac{p_2^*}{p_1^*} \right)^{\frac{n_e^*-1}{n_e^*}} - 1 \right] + L_{rPK}. \quad (3.45)$$

Оно означает, что механическая работа РК идет на работу по увеличению полного давления и преодоление гидравлического сопротивления в РК.

В случае элементарного лопаточного венца направляющего аппарата на его входе скорость потока – C_2 , статическое и полное давление – p_2 и p_2^* а статическая и полная температура – T_2 и T_2^* . На выходе из НА скорость потока – C_3 , статическое и полное давление – p_3 и p_3^* , статическая и полная температура – T_3 и T_3^* . Механическая работа в НА не совершается, а гидравлические потери в НА обозначим как $L_{rНА}$.

Тогда рассматриваемое уравнение для потока в элементарном лопаточном венце НА можно записать в виде:

$$0 = \int_2^3 \frac{dp}{\rho} + \frac{C_3^2 - C_2^2}{2} + L_{rНА}. \quad (3.46)$$

Так как $C_3 < C_2$, то уравнение (3.46) целесообразно представить как:

$$\frac{C_2^2 - C_3^2}{2} = \int_2^3 \frac{dp}{\rho} + L_{rHA} \quad (3.47)$$

или

$$\frac{C_2^2 - C_3^2}{2} = \frac{n_g}{n_g - 1} RT_2 \left[\left(\frac{p_3}{p_2} \right)^{\frac{n_g - 1}{n_g}} - 1 \right] + L_{rHA} . \quad (3.48)$$

Следовательно, в НА часть кинетической энергии потока на входе в НА расходуется на повышение статического давления (сжатие) и преодоление гидравлических потерь в проточной части направляющего аппарата.

Уравнение (3.47) можно представить через изменение полного давления:

$$0 = \int_2^3 \frac{dp^*}{\rho} + L_{rHA} ,$$

откуда

$$\int_2^3 \frac{dp^*}{\rho} = -L_{rHA} . \quad (3.49)$$

Это выражение означает, что в НА полное давление уменьшается ($dp^* < 0$) вследствие гидравлических потерь в проточной части.

Взяв интеграл в выражении (3.49), получим:

$$\frac{n_g^*}{n_g^* - 1} RT_2^* \left[\left(\frac{p_3^*}{p_2^*} \right)^{\frac{n_g^* - 1}{n_g^*}} - 1 \right] = -L_{rHA} . \quad (3.50)$$

С помощью этого уравнения можно определить отношение полных давлений p_3^*/p_2^* , т.е. коэффициент восстановления полного

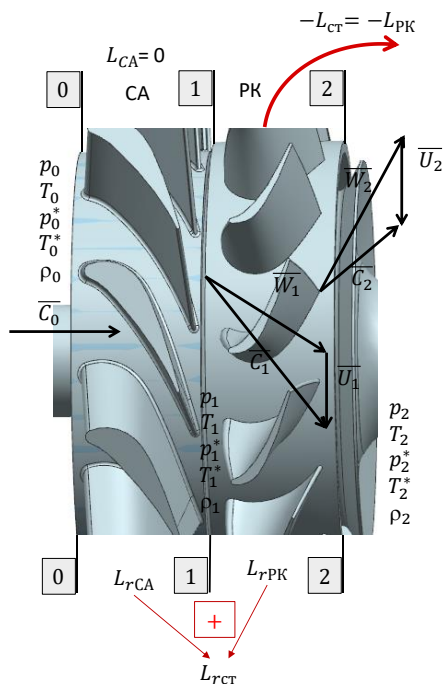


Рис. 3.7. Двухмерная схема потока в ступени осевой турбины

Механическая работа в элементарной ступени турбины совершается газом по вращению лопаточного венца РК, а в лопаточном венце СА механическая работа равна нулю, так как он неподвижен. Вместе с тем, в ступени турбины интересует не механическая работа L_{CT} , совершаемая лопаточным венцом, а механическая работа, совершаемая газом по вращению рабочего лопаточного венца. По величине эти работы одинаковы, но в уравнении сохранения энергии в механической форме последнюю надо записать со знаком «-». Гидравлические потери в ступени обозначим L_{rCT} .

Тогда уравнение энергии в механической форме в абсолютном движении примет вид:

давления в НА $\sigma_{НА}$. Вместе с тем, из (3.50) видно, что значение $\sigma_{НА} = p^*_3/p^*_2$ должно быть меньше 1.

Рассмотрим двухмерную схему потока в элементарной ступени осевой турбины (рис. 3.7). На входе в ступень в сечении 0-0 скорость газа – C_0 , статическое и полное давление – p_0 и p^*_0 , статическая и полная температура – T_0 и T^*_0 , а плотность газа ρ_0 .

На выходе из ступени в сечении 2-2 скорость газа – C_2 , статическое и полное давление – p_2 и p^*_2 , статическая и полная температура – T_2 и T^*_2 , а плотность газа – ρ_2 .

$$-L_{CT} = \int_0^2 \frac{dp}{\rho} + \frac{C_2^2 - C_0^2}{2} + L_{rCT}. \quad (3.51)$$

В ступени турбины идет процесс расширения газа, поэтому приращения $dp < 0$ и интеграл $\int_0^2 \frac{dp}{\rho}$ является отрицательной величиной. В этой связи уравнение (3.51) целесообразно представить как:

$$\int_0^2 \frac{dp}{\rho} = L_{CT} + \frac{C_2^2 - C_0^2}{2} + L_{rCT} \quad (3.52)$$

или с учетом политропического процесса расширения газа:

$$\frac{n_r}{n_r - 1} RT_0 \left[1 - \frac{1}{(p_0/p_2)^{\frac{n_r-1}{n_r}}} \right] = L_{CT} + \frac{C_2^2 - C_0^2}{2} + L_{rCT}. \quad (3.53)$$

В соответствии с этим уравнением работа расширения газа в ступени расходуется на совершение механической работы по вращению рабочего лопаточного венца, увеличение кинетической энергии потока и работу по преодолению гидравлического сопротивления проточной части.

Уравнение (3.52) можно представить в ином виде:

$$\int_2^0 \frac{dp}{\rho} + \frac{C_0^2 - C_2^2}{2} = L_{CT} + L_{rCT}$$

и записать через отношение полных давлений на входе и выходе ступени:

$$\frac{n_r^*}{n_r^* - 1} RT_0^* \left[1 - \frac{1}{\left(p_0^* / p_2^* \right)^{\frac{n_r^* - 1}{n_r^*}}} \right] = L_{CT} + L_{rCT} \quad (3.54)$$

Это уравнение означает, что в ступени турбины работа расширения газа, определяемая по полным параметрам рабочего тела, обеспечивает механическую работу вращения рабочего лопаточного венца и работу по преодолению потоком газа гидравлического сопротивления проточной части.

Рассмотрим отдельно схемы потоков в элементарных лопаточных венцах СА и РК.

В случае СА скорость газа на входе в сечении 0–0 равна C_0 (см. рис. 3.7), статическое и полное давление – p_0 и p_0^* , статическая и полная температуры – T_0 и T_0^* , а плотность газа – ρ_0 . В сопловом аппарате статическое давление газа уменьшается, а его скорость увеличивается. На выходе из СА скорость потока $C_1 > C_0$, статическое давление $p_1 < p_0$, полное давление – p_1^* , статическая и полная температуры – T_1 и T_1^* , а плотность газа – ρ_1 . Так как СА неподвижен, то механическая работа в СА $L_{CA} = 0$, а гидравлические потери в СА – L_{rCA} .

Тогда уравнение сохранения энергии в механической форме в абсолютном движении для двухмерной схемы потока в СА можно записать в виде:

$$L_{CA} = \int_0^1 \frac{dp}{\rho} + \frac{C_1^2 - C_0^2}{2} + L_{rCA} \quad (3.55)$$

или

$$\int_1^0 \frac{dp}{\rho} = \frac{C_1^2 - C_0^2}{2} + L_{rCA} \quad (3.56)$$

Полагая, что процесс расширения газа в СА является политропическим, в последнем уравнении можно взять интеграл и получить:

$$\frac{n_r}{n_r - 1} RT_0 \left[1 - \frac{1}{(p_0/p_1)^{\frac{n_r-1}{n_r}}} \right] = \frac{C_1^2 - C_0^2}{2} + L_{rCA}. \quad (3.57)$$

В соответствии с этим уравнением политропическая работа расширения газа в СА идет на увеличение кинетической энергии потока и преодоление гидравлического сопротивления.

Представим уравнение (3.55) в ином виде:

$$\int_1^0 \frac{dp}{\rho} + \frac{C_0^2 - C_1^2}{2} = L_{rCA},$$

или

$$\int_1^0 \frac{dp^*}{\rho} = L_{rCA} \quad \text{и} \quad \int_0^1 \frac{dp^*}{\rho} = -L_{rCA}.$$

Из последнего уравнения следует, что приращения полного давления dp^* в подинтегральном выражении являются отрицательными и полное давление в СА уменьшается из-за гидравлических потерь.

Рассмотрим двухмерную схему потока в абсолютном движении в элементарном рабочем лопаточном венце (см. рис. 3.7). На входе в РК скорость потока C_1 , статическое и полное давление – p_1 и p_1^* , статическая и полная температуры – T_1 и T_1^* , а плотность газа – ρ_1 .

На выходе из РК скорость газа – C_2 , статическое и полное давление – p_2 и p_2^* , статическая и полная температуры – T_2 и T_2^* , а плотность газа – ρ_2 .

В РК газ совершает механическую работу по его вращению L_{PK} , которая записывается в левой части уравнения сохранения энергии

в механической форме со знаком «-». Гидравлические потери в элементарном рабочем лопаточном венце – L_{rPK} .

Тогда рассматриваемое уравнение примет вид:

$$-L_{PK} = \int_1^2 \frac{dp}{\rho} + \frac{C_2^2 - C_1^2}{2} + L_{rPK}. \quad (3.58)$$

Надо отметить, что в РК идет процесс расширения газа в сужающихся межлопаточных каналах, поэтому $\int_1^2 \frac{dp}{\rho} < 0$ и, как следует из анализа треугольников скоростей на входе и выходе из РК (см. рис. 3.7), $C_2 < C_1$, а значит $\frac{C_1^2 - C_2^2}{2} < 0$.

Преобразуем уравнение (3.58) следующим образом:

$$\int_2^1 \frac{dp}{\rho} + \frac{C_1^2 - C_2^2}{2} = L_{PK} + L_{rPK}$$

или

$$\frac{n_r}{n_r - 1} RT_1 \left[1 - \frac{1}{\left(p_1 / p_2 \right)^{\frac{n_r - 1}{n_r}}} \right] + \frac{C_1^2 - C_2^2}{2} = L_{PK} + L_{rPK}. \quad (3.59)$$

Из этого уравнения следует, что политропическая работа расширения газа и часть кинетической энергии потока на входе в РК идет на совершение механической работы по вращению рабочего лопаточного венца и преодоление гидравлического сопротивления в проточной части РК.

Уравнение (3.59) можно представить в виде:

$$\frac{n_r^*}{n_r^* - 1} RT_1^* \left[1 - \frac{1}{\left(p_1^* / p_2^* \right)^{\frac{n_r^* - 1}{n_r^*}}} \right] = L_{PK} + L_{rPK}. \quad (3.60)$$

Таким образом, работа расширения газа в РК, вычисленная по полным параметрам потока, расходуется на механическую работу вращения рабочего лопаточного венца и преодоление гидравлического сопротивления в проточной части РК.

Рассмотрим трехмерную схему потока в совокупности компрессорных лопаточных венцов ВНА, РК и НА (рис. 3.8). Разобьем весь поток бесконечно большим числом осесимметричных поверхностей, совпадающих с поверхностями тока, на бесконечно тонкие слои толщиной dr . В сечении $B-B$ перед входным направляющим аппаратом эти слои располагаются от радиуса на втулке r_{Bm} до периферийного радиуса r_{Bnp} и толщина произвольного слоя обозначена dr_B . На выходе из НА в сечении $3-3$ те же осесимметричные слои потока только толщиной dr_3 располагаются от втулочного r_{3m} до периферийного радиуса r_{3np} . Таким образом, следует отметить, что для каждого слоя существует соответствие между радиусами в сечении $B-B$ и $3-3$, т.е. $r_3 = f(r_B)$.

Предполагается, что в сечении $B-B$ закрутка потока отсутствует $C_{Bu} = 0$ и скорость C_B равна ее меридиональной составляющей C_{Bm} , зависящей только от радиуса r_B . Угол между направлением скорости C_{Bm} и осевым направлением обозначим γ_B . Будем считать, что этот параметр тоже является функцией только радиуса r_B , также как и все остальные параметры потока: p_B, p^*_B, T_B, T^*_B и ρ_B .

На выходе из НА в сечении $3-3$ скорость потока C_3 имеет меридиональную составляющую C_{3m} , окружную составляющую C_{3u} и равна $C_3 = \sqrt{C_{3m}^2 + C_{3u}^2}$. Угол между направлением меридиональной составляющей скорости и осевым направлением обозначим через γ_3 . Будем считать, что все параметры потока в сечении $3-3$ ($C_{3m}, C_{3u}, C_3, \gamma_3, p_3, p^*_3, T_3, T^*_3, \rho_3$) зависят от радиуса r_3 , а, следовательно, – от радиуса r_B .

Удельную механическую работу, совершаемую рабочими лопатками над воздухом в каждом слое потока, обозначим $L_{\text{мех}(B-3)}$, а гидравлические потери $L_{r(B-3)}$.

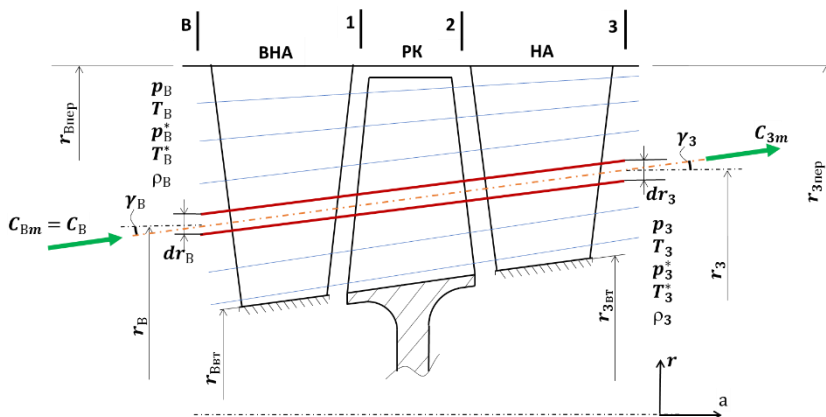


Рис. 3.8. Трехмерная схема потока в совокупности лопаточных венцов входного направляющего аппарата, рабочего колеса и направляющего аппарата

Тогда для рассматриваемой трехмерной схемы потока уравнение сохранения энергии в механической форме в абсолютном движении можно записать следующим образом:

$$\int_{r_{\text{Ввт}}}^{r_{\text{Внпр}}} L_{\text{мех}(B-3)} dG = \int_{r_{\text{Ввт}}}^{r_{\text{Внпр}}} \left(\int_B^3 \frac{dp}{\rho} \right) dG + \int_{r_{\text{Ввт}}}^{r_{\text{Внпр}}} \frac{C_3^2 - C_B^2}{2} dG + \int_{r_{\text{Ввт}}}^{r_{\text{Внпр}}} L_{r(B-3)} dG, \quad (3.61)$$

где dG – расход воздуха через осесимметричный слой, находящийся на радиусе r_B , равный $dG = 2\pi r_B \rho_B C_B \cos \gamma_B dr_B$.

С учетом выражения для dG и политропического процесса сжатия уравнение (3.61) можно представить в виде:

$$\begin{aligned}
& \int_{r_{\text{Внт}}}^{r_{\text{Внп}}} 2\pi r_B \rho_B C_B \cos \gamma_B L_{\text{Mex}(B-3)} dr_B = \\
& = \int_{r_{\text{Внт}}}^{r_{\text{Внп}}} 2\pi r_B \rho_B C_B \cos \gamma_B \frac{n_g}{n_g - 1} RT_B \left[\left(\frac{p_3}{p_B} \right)^{\frac{n_g - 1}{n_g}} - 1 \right] dr_B + \\
& + \int_{r_{\text{Внт}}}^{r_{\text{Внп}}} 2\pi r_B \rho_B C_B \cos \gamma_B \frac{C_3^2 - C_B^2}{2} dr_B + \\
& + \int_{r_{\text{Внт}}}^{r_{\text{Внп}}} 2\pi r_B \rho_B C_B \cos \gamma_B L_{r(B-3)} dr_B.
\end{aligned} \tag{3.62}$$

Это уравнение свидетельствует о том, что механическая мощность вращающегося трехмерного лопаточного венца РК идет на совершение работы по увеличению статического давления (сжатие) воздуха, увеличению кинетической энергии потока и преодолению гидравлического сопротивления рассматриваемой проточной части.

Последнее уравнение можно также представить через полные параметры потока (T_B^* , p_B^* , p_3^*), если объединить в правой части выражения (3.62) два первых интеграла:

$$\begin{aligned}
& \int_{r_{\text{Внт}}}^{r_{\text{Внп}}} 2\pi r_B \rho_B C_B \cos \gamma_B L_{\text{Mex}(B-3)} dr_B = \\
& = \int_{r_{\text{Внт}}}^{r_{\text{Внп}}} 2\pi r_B \rho_B C_B \cos \gamma_B \frac{n_g^*}{n_g^* - 1} RT_B^* \left[\left(\frac{p_3^*}{p_B^*} \right)^{\frac{n_g^* - 1}{n_g^*}} - 1 \right] dr_B + \\
& + \int_{r_{\text{Внт}}}^{r_{\text{Внп}}} 2\pi r_B \rho_B C_B \cos \gamma_B L_{r(B-3)} dr_B.
\end{aligned} \tag{3.63}$$

В соответствии с этим уравнением механическая мощность вращающегося лопаточного венца РК, действующего на поток

воздуха, идет на совершение работы по увеличению полного давления воздуха и преодолению гидравлического сопротивления проточной части.

Таким образом, уравнение сохранения энергии в механической форме в абсолютном движении устанавливает связь между механической работой вращающегося лопаточного венца, работой по изменению давления рабочего тела, изменением кинетической энергии потока в абсолютном движении и гидравлическими потерями в проточной части. Вместе с тем, это уравнение не позволяет установить взаимосвязи температур потока на выходе и входе узлов и элементов лопаточных машин.

3.3 Контрольные вопросы по разделу 3

1. Изобразите схему одномерного потока в МОК и напишите для нее уравнение сохранения энергии в механической форме. Проанализируйте это уравнение.

2. Изобразите схему одномерного потока в МОТ и напишите для нее уравнение сохранения энергии в механической форме. Проанализируйте это уравнение.

3. Изобразите схему одномерного потока в центробежном компрессоре и напишите для нее уравнение сохранения энергии в механической форме. Проанализируйте это уравнение.

4. Изобразите схему одномерного потока в центростремительной турбине и напишите для нее уравнение сохранения энергии в механической форме. Проанализируйте это уравнение.

5. Изобразите схему двухмерного потока в ступени осевого компрессора и напишите для нее уравнение сохранения энергии в механической форме. Проанализируйте это уравнение.

6. Изобразите схему двухмерного потока в РК осевого компрессора и напишите для нее уравнение сохранения энергии в ме-

ханической форме в абсолютном движении. Проанализируйте это уравнение.

7. Изобразите схему двухмерного потока в НА осевого компрессора и напишите для нее уравнение сохранения энергии в механической форме. Проанализируйте это уравнение.

8. Изобразите схему двухмерного потока в шнеке постоянного шага насоса и напишите для нее уравнение сохранения энергии в механической форме в абсолютном движении. Проанализируйте это уравнение.

9. Изобразите схему двухмерного потока в шнеке переменного шага насоса и напишите для нее уравнение сохранения энергии в механической форме в абсолютном движении. Проанализируйте это уравнение.

10. Изобразите схему двухмерного потока в РК центробежного насоса и напишите для нее уравнение сохранения энергии в механической форме в абсолютном движении. Проанализируйте это уравнение.

11. Изобразите схему двухмерного потока в ступени осевой турбины и напишите для нее уравнение сохранения энергии в механической форме. Проанализируйте это уравнение.

12. Изобразите схему двухмерного потока в СА осевой турбины и напишите для нее уравнение сохранения энергии в механической форме. Проанализируйте это уравнение.

13. Изобразите схему двухмерного потока в РК осевой турбины и напишите для нее уравнение сохранения энергии в механической форме в абсолютном движении. Проанализируйте это уравнение.

14. Изобразите схему двухмерного потока в РК ступени центробежного компрессора и напишите для нее уравнение сохранения энергии в механической форме в абсолютном движении. Проанализируйте это уравнение.

15. Изобразите схему двухмерного потока в щелевом диффузоре центробежного компрессора и напишите для нее уравнение со-

хранения энергии в механической форме. Проанализируйте это уравнение.

16. Изобразите схему двухмерного потока в лопаточном диффузоре центробежного компрессора и напишите для нее уравнение сохранения энергии в механической форме. Проанализируйте это уравнение.

17. Изобразите схему двухмерного потока в ступени центростремительной турбины и напишите для нее уравнение сохранения энергии в механической форме. Проанализируйте это уравнение.

18. Изобразите схему двухмерного потока в СА центростремительной турбины и напишите для нее уравнение сохранения энергии в механической форме. Проанализируйте это уравнение.

19. Изобразите схему двухмерного потока в РК центростремительной турбины и напишите для нее уравнение сохранения энергии в механической форме в абсолютном движении. Проанализируйте это уравнение.

20. Изобразите схему трехмерного потока в ступени осевого компрессора и напишите для нее уравнение сохранения энергии в механической форме.

21. Изобразите схему трехмерного потока в ступени осевой турбины и напишите для нее уравнение сохранения энергии в механической форме.

22. На что расходуется механическая энергия, подводимая к компрессору согласно уравнению энергии в механической форме в абсолютном движении?

23. Как сделать так, чтобы подводимая в компрессоре механическая работа максимально расходовалась на повышение давления? Поясните свой ответ.

24. На что, согласно уравнению энергии в механической форме в абсолютном движении, расходуется энергия, полученная в результате расширения газа в турбине?

25. Как сделать так, чтобы работа расширения газа в турбине максимально преобразовалась в механическую? Поясните свой ответ.

26. В каких элементах компрессора значительно изменяется давление заторможенного потока? Поясните свой ответ.

27. В каких элементах турбины значительно изменяется давление заторможенного потока? Поясните свой ответ.

28. В каких элементах идеального компрессора не изменяется давление заторможенного потока? Поясните свой ответ.

29. В каких элементах идеальной турбины не изменяется давление заторможенного потока? Поясните свой ответ.

30. В каких элементах реального компрессора не изменяется давление заторможенного потока? Поясните свой ответ.

31. В каких элементах реальной турбины не изменяется давление заторможенного потока? Поясните свой ответ.

32. Для чего используется коэффициент восстановления полного давления σ ? Поясните свой ответ.

33. Какая величина коэффициента восстановления полного давления соответствует идеальному каналу? Поясните свой ответ.

34. Какая величина коэффициента восстановления полного давления соответствует каналу с огромными гидравлическими потерями? Поясните свой ответ.

35. Почему коэффициент восстановления полного давления применяется только для неподвижных каналов? Поясните свой ответ.

36. Для оценки гидравлических потерь в каких каналах используется коэффициент восстановления полного давления? Поясните свой ответ.

37. Как изменяется статическое давление при увеличении скорости энергоизолированного потока? Поясните свой ответ.

38. Как изменяется статическое давление при уменьшении скорости энергоизолированного потока? Поясните свой ответ.

39. При каких условиях меняется полное давление в потоке газа? Поясните свой ответ.

40. Каким образом соотносятся скорость потока и статическое давление в энергоизолированном потоке? Поясните свой ответ.

41. Влияют ли потери энергии в проточной части неподвижного канала турбомшины на величину полного давления p^* ? Поясните свой ответ.

4 УРАВНЕНИЕ СОХРАНЕНИЯ ЭНЕРГИИ В ТЕПЛОВОЙ ФОРМЕ В АБСОЛЮТНОМ ДВИЖЕНИИ

4.1 Вывод уравнения сохранения энергии в тепловой форме в абсолютном движении

Для того чтобы установить взаимосвязь температур и энтальпий потока на выходе и входе узлов и элементов лопаточных машин, используется уравнение сохранения энергии в тепловой форме. Следует отметить, что это уравнение применимо только к сжимаемому рабочему телу. Его можно вывести из уравнения сохранения энергии в механической форме с учетом первого закона термодинамики, который в дифференциальном виде записывается следующим образом:

$$dQ_{внеш} + dQ_{внут} = p \cdot dv + c_v dT, \quad (4.1)$$

где $dQ_{внеш}$ – внешнее тепло, которое подводится извне (со знаком «+») или отводится за пределы (со знаком «-») рассматриваемой частицы потока к каждой ее единице массы – удельное внешнее тепло;

$dQ_{внут}$ – внутреннее тепло, подведенное (со знаком «+») или отведенное (со знаком «-») к каждой единице массы рассматриваемой частицы потока вследствие процессов внутри этой частицы – удельное внутреннее тепло;

v – удельный объем газа в рассматриваемой частице;

$p dv$ – удельная деформационная работа, обусловленная изменением объема частицы;

$c_v dT$ – изменение удельной внутренней энергии частицы.

Воспользуемся уравнением сохранения энергии в механической форме в абсолютном движении в дифференциальном виде (3.6):

$$dL_{\text{мех}} = \frac{dp}{\rho} + d\left(\frac{C^2}{2}\right) + dL_r$$

или

$$dL_{\text{мех}} = vdp + d\left(\frac{C^2}{2}\right) + dL_r. \quad (4.2)$$

При течении выделенной частицы вязкого газа в проточной части лопаточной машины выделяется тепло трения $dQ_r = dL_r$. С точки зрения первого закона термодинамики это внутреннее тепло $dQ_{\text{внут}} = dQ_r$. С учетом всего сказанного преобразуем уравнение (4.1) к виду:

$$dQ_{\text{внеш}} + dL_r = p \cdot dv + c_v dT. \quad (4.3)$$

С учетом (4.2) выражение (4.3) можно переписать следующим образом:

$$dQ_{\text{внеш}} + dL_{\text{мех}} - vdp - d\left(\frac{C^2}{2}\right) = pdv + c_v dT$$

или

$$\begin{aligned} dQ_{\text{внеш}} + dL_{\text{мех}} &= pdv + vdp + c_v dT + d\left(\frac{C^2}{2}\right) = \\ &= d(pv + c_v T) + d\left(\frac{C^2}{2}\right) = \\ &= d(RT + c_v T) + d\left(\frac{C^2}{2}\right) = di + d\left(\frac{C^2}{2}\right). \end{aligned} \quad (4.4)$$

где R – удельная газовая постоянная;

$i = p \cdot v + c_v T = RT + c_v T$ – энтальпия (статическая энтальпия)
 единицы массы газа – удельная энтальпия.

Принимая во внимание выражение для удельной энтальпии газа заторможенного потока (полной энтальпии газа) $i^* = i + c^2/2$ уравнение (4.4) можно представить в виде:

$$dQ_{\text{внеш}} + dL_{\text{мех}} = di^*. \quad (4.5)$$

Распространим уравнения (4.4) и (4.5) на элементарную струйку вязкого газа, расположенную между сечениями 1 и 2 (рис. 4.1). Пусть на ее входе в сечении 1 скорость газа C_1 , статическая и полная температура T_1 и T_1^* , статическая и полная удельная энтальпия i_1 и i_1^* .

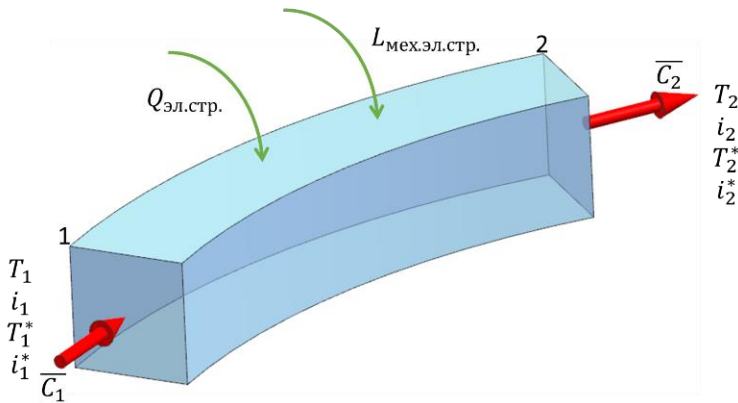


Рис. 4.1. Элементарная струйка вязкого газа

На выходе из рассматриваемого участка элементарной струйки в сечении 2 скорость газа C_2 , статическая и полная температура T_2 и T_2^* , статическая и полная удельная энтальпия i_2 и i_2^* . К элементарной струйке на рассматриваемом участке от сечения 1 и до сечения 2 подводится внешнее удельное тепло $Q_{\text{эл.стр}}$ и на этом же участке над газом совершается удельная механическая работа $L_{\text{мех.эл.стр}}$.

В дальнейшем в рассматриваемых уравнениях будут использоваться только удельные энтальпии, кинетическая энергия рабочего тела, внутренняя энергия, работы и тепло и для сокращения определение их как «удельные» будет опущено.

Проинтегрируем уравнение (4.4) от сечения 1 и до сечения 2 и получим:

$$Q_{эл.сmp.} + L_{мех.эл.сmp.} = i_2 - i_1 + \frac{C_2^2 - C_1^2}{2}. \quad (4.6)$$

Это уравнение свидетельствует о том, что внешнее тепло, подводимое или отводимое от элементарной струйки, и механическая работа, совершаемая над газом или самим газом, вызывают изменение статической энтальпии и кинетической энергии рабочего тела.

Проинтегрировав уравнение (4.5) от сечения 1 и до сечения 2, получим:

$$Q_{элсmp} + L_{мехэлсmp} = i_2^* - i_1^* \quad (4.7)$$

Из этого уравнения следует, что внешнее тепло и механическая работа обуславливают изменение полной энтальпии рабочего тела элементарной струйки. Обращает на себя внимание тот факт, что в уравнении (4.7) не учитываются потери энергии на преодоление гидравлических потерь. Это связано с тем, что они фигурируют в виде тепла, которое остается в потоке (в виде энтальпии). Переход работы в трение увеличивает i_2 и снижает C_2 .

Из этого уравнения следует, что *полная температура T^* рабочего тела меняется только тогда, когда в рабочем процессе подводится/отводится внешнее тепло и/или механическая работа*. Применительно к неохлаждаемым лопаточным машинам это означает, что температура заторможенного потока будет меняться только в рабочем колесе. В НА и СА она сохраняется постоянной.

Рассмотрим трехмерную схему потока вязкого сжимаемого рабочего тела в проточной части лопаточной машины (см. рис. 3.1,а). Выделим контрольной поверхностью F часть потока так, чтобы боковые поверхности соответствовали поверхностям тока, а торцевые поверхности F_1 и F_2 были перпендикулярны линиям тока.

Разобьем весь поток на z элементарных струек. Выберем произвольную j -ую элементарную струйку (см. рис. 4.1) и запишем для нее уравнение сохранения энергии в тепловой форме в абсолютном движении, умножив левую и правую части уравнения на расход рабочего тела через элементарную струйку $G_{эл.стр. j}$:

$$\begin{aligned} G_{эл.стр. j} Q_{эл.стр. j} + G_{эл.стр. j} L_{мех.эл.стр. j} &= \\ = G_{эл.стр. j} i_{2j} - G_{эл.стр. j} i_{1j} + G_{эл.стр. j} \frac{C_{2j}^2 - C_{1j}^2}{2} \end{aligned} \quad (4.8)$$

или

$$G_{эл.стр. j} Q_{эл.стр. j} + G_{эл.стр. j} L_{мех.эл.стр. j} = G_{эл.стр. j} i_{2j}^* - G_{эл.стр. j} i_{1j}^* \quad (4.9)$$

Запишем аналогичные уравнения для всех z элементарных струек и сложим их между собой:

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^z G_{эл.стр. j} Q_{эл.стр. j} + \sum_{j=1}^z G_{эл.стр. j} L_{мех.эл.стр. j} &= \\ = \sum_{j=1}^z G_{эл.стр. j} i_{2j} - \sum_{j=1}^z G_{эл.стр. j} i_{1j} + \sum_{j=1}^z G_{эл.стр. j} \frac{C_{2j}^2 - C_{1j}^2}{2} \end{aligned} \quad (4.10)$$

и

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^z G_{эл.стр. j} Q_{эл.стр. j} + \sum_{j=1}^z G_{эл.стр. j} L_{мех.эл.стр. j} &= \\ = \sum_{j=1}^z G_{эл.стр. j} i_{2j}^* - \sum_{j=1}^z G_{эл.стр. j} i_{1j}^* \end{aligned} \quad (4.11)$$

Увеличивая число элементарных струек до бесконечности от суммирования в выражениях (4.10) и (4.11) можно перейти к инте-

гированию по сечениям на входе и выходе трехмерного потока (см. рис. 3.1,а).

Выражение (4.11) можно представить в виде:

$$\sum_{j=1}^z G_{\text{эл.сmp.}j} i_{2j}^* = \sum_{j=1}^z G_{\text{эл.сmp.}j} i_{1j}^* + \sum_{j=1}^z G_{\text{эл.сmp.}j} Q_{\text{эл.сmp.}j} + \sum_{j=1}^z G_{\text{эл.сmp.}j} L_{\text{мех.эл.сmp.}j} \quad (4.12)$$

Оно свидетельствует о том, что энтальпия всего потока на выходе из контрольной поверхности определяется энтальпией рабочего тела на входе в контрольную поверхность, механической работой и внешним теплом.

Если через боковые поверхности контрольного объема и поверхности обтекаемых лопаток к основному потоку подводится дополнительно или отводится рабочее тело, то уравнение (4.12) следует записать как:

$$\sum_{j=1}^z G_{\text{эл.сmp.}j} i_{2j}^* = \sum_{j=1}^z G_{\text{эл.сmp.}j} i_{1j}^* + \sum_{j=1}^z G_{\text{эл.сmp.}j} Q_{\text{эл.сmp.}j} + \sum_{j=1}^z G_{\text{эл.сmp.}j} L_{\text{мех.эл.сmp.}j} + \sum_{i=1}^k G_{\text{подв.}i} i_{\text{подв.}i}^* - \sum_{l=1}^n G_{\text{отв.}l} i_{\text{отв.}l}^* \quad (4.13)$$

где k – количество отверстий, пазов или щелей, через которые подводится дополнительный расход рабочего тела;

$G_{\text{подв.}i}$ – дополнительный расход рабочего тела, подводимый к основному потоку через произвольное отверстие, паз или щель;

$i_{\text{подв.}i}^*$ – удельная полная энтальпия дополнительно подводимого рабочего тела;

n – количество отверстий, пазов или щелей проточной части, через которые от основного потока отводится рабочее тело;

$G_{ome.l}$ – расход рабочего тела, отводимый от основного потока через произвольное отверстие, паз или щель проточной части;

$i^*_{ome.l}$ – удельная полная энтальпия отводимого рабочего тела.

4.2 Примеры использования уравнения сохранения энергии в тепловой форме в абсолютном движении

Приведем примеры использования уравнения сохранения энергии в тепловой форме в абсолютном движении.

Рассмотрим одномерную схему потока воздуха в МОК (см. рис. 3.3). Пусть на входе в МОК в сечении B скорость потока $C_B = C_{Ba}$, статическая и полная температуры T_B и T^*_B , статическая и полная энтальпии i_B и i^*_B . На выходе из МОК в сечении K скорость потока $C_K = C_{Ka}$, статическая и полная температуры T_K и T^*_K , статическая и полная энтальпии i_K и i^*_K . Удельная механическая работа компрессора – L_K .

Пренебрегая внешним теплообменом с окружающей средой рассматриваемое уравнение можно записать в виде:

$$L_K = i^*_K - i^*_B = c_{pв}(T^*_K - T^*_B), \quad (4.14)$$

где $c_{pв}$ – удельная теплоемкость воздуха при постоянном давлении.

Из этого уравнения следует, что, так как $L_K > 0$, полная температура воздуха на выходе из МОК больше полной температуры на входе вследствие совершения механической работы в компрессоре над рабочим телом.

Уравнение (4.14) можно представить несколько иначе:

$$L_K = i_K - i_B + \frac{C_K^2 - C_B^2}{2} = c_{pв}(T_K - T_B) + \frac{C_K^2 - C_B^2}{2}$$

или, учитывая, что скорости C_B и C_K отличаются друг от друга незначительно:

$$L_K = c_{pв} (T_K - T_B). \quad (4.15)$$

Из уравнения (4.5) можно сделать вывод, что статическая температура в МОК увеличивается вследствие подвода механической работы к рабочему телу.

Рассмотрим одномерную схему потока в МОК с отбором воздуха на самолетные нужды за средними ступенями компрессора (см. рис. 3.3 и 4.2). Пусть на входе в МОК в сечении B расход воздуха G_B , полная энтальпия i_B^* и полная температура T_B^* . На

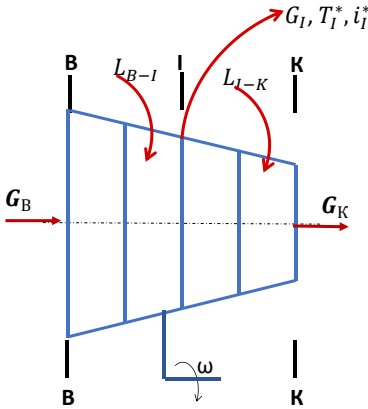


Рис. 4.2. Одномерная схема потока в многоступенчатом осевом компрессоре с отбором воздуха за средними ступенями

участке от входа в компрессор до сечения I над потоком воздуха совершается удельная механическая работа L_{B-I} . В сечении I за средними ступенями компрессора осуществляется отбор расхода воздуха G_I при полной энтальпии i_I^* и полной температуре T_I^* . На участке от сечения I до выхода из компрессора над потоком воздуха совершается удельная механическая работа L_{I-K} . На выходе из МОК в сечении K

расход рабочего тела – G_K , полная энтальпия – i_K^* и полная температура – T_K^* .

Тогда с помощью представленной схемы потока можно определить его i_I^* , T_I^* , i_K^* , T_K^* и мощность, необходимую для привода МОК N_K .

Для определения i_I^* и T_I^* запишем уравнение сохранения энергии в тепловой форме в абсолютном движении для потока между сечениями B и I :

$$L_{B-I} = i^*_I i^*_B \quad (4.16)$$

откуда

$$i^*_I = i^*_B + L_{B-I} \quad (4.17)$$

и

$$T^*_I = T^*_B + \frac{L_{B-I}}{c_{pB}}. \quad (4.18)$$

Мощность, необходимая для привода ступеней, расположенных между сечениями B и I равна:

$$N_{B-I} = G_B L_{B-I}. \quad (4.19)$$

Для определения i^*_K и T^*_K запишем уравнение сохранения энергии в тепловой форме в абсолютном движении для потока между сечениями I и K :

$$L_{I-K} = i^*_K - i^*_I \quad (4.20)$$

откуда

$$i^*_K = i^*_I + L_{I-K} = i^*_B + L_{B-I} + L_{I-K} \quad (4.21)$$

и

$$T^*_K = T^*_I + \frac{L_{I-K}}{c_{pB}} = T^*_B + \frac{L_{B-I} + L_{I-K}}{c_{pB}}. \quad (4.22)$$

Мощность, необходимая для привода ступеней, расположенных между сечениями I и K равна:

$$N_{I-K} = G_K L_{I-K} = (G_B - G_I) L_{I-K} \quad (4.23)$$

Для привода всех ступеней МОК потребуется мощность, определяемая по формуле:

$$N_K = N_{B-I} + N_{I-K} = G_B L_{B-I} + (G_B - G_I) L_{I-K}. \quad (4.24)$$

Рассмотрим одномерную схему потока газа в многоступенчатой осевой турбине (см. рис. 3.5). Пусть на входе в МОТ скорость газа $C_T = C_{Ta}$, статическая и полная температуры потока T_T и T_T^* , статическая и полная энтальпии i_T и i_T^* . На выходе из МОТ в сечении T скорость потока $C_T = C_{Ta}$, статическая и полная температуры T_T и T_T^* , статическая и полная энтальпии i_T и i_T^* . Удельную механическую работу, совершаемую газом по вращению ротора турбины, обозначим L_T со знаком минус.

Тогда, пренебрегая внешним теплообменом с окружающей средой, уравнение сохранения энергии в тепловой форме в абсолютном движении для рассматриваемого случая можно записать так:

$$-L_T = i_T^* - i_T^* = c_{pr}(T_T^* - T_T^*) \quad (4.25)$$

или

$$L_T = i_T^* - i_T^* = c_{pr}(T_T^* - T_T^*), \quad (4.26)$$

где c_{pe} – удельная теплоемкость газа при постоянном давлении.

Из полученного уравнения следует, что вследствие совершения механической работы газом по вращению ротора МОТ полная температура рабочего тела в турбине уменьшается $T_T^* < T_T^*$.

Уравнение (4.25) можно представить также через разность статических энтальпий и кинетических энергий потока на выходе и входе в МОТ:

$$-L_T = i_T - i_T + \frac{C_T^2 - C_T^2}{2}. \quad (4.27)$$

Следует отметить, что в МОТ с целью снижения диаметральных габаритных размеров скорость потока на выходе обычно обеспечивают больше, чем на входе $C_T > C_T$. Поэтому уравнение (4.27) можно переписать в виде:

$$i_T - i_\Gamma = c_{pr} (T_T - T_\Gamma) = -L_T - \frac{C_T^2 - C_\Gamma^2}{2}, \quad (4.28)$$

откуда следует, что статическая температура T_T меньше статической температуры T_Γ вследствие как совершения механической работы газом, так и из-за увеличения скорости потока.

Рассмотрим двухмерную схему потока воздуха в ступени осевого компрессора (рис. 4.3). Пусть на входе в РК в сечении 1 скорость потока воздуха C_1 , статическая и полная температуры – T_1 и T_1^* , статическая и полная энтальпии i_1 и i_1^* . На выходе из ступени в сечении 3 скорость потока C_3 , статическая и полная температуры T_3 и T_3^* , статическая и полная энтальпии i_3 и i_3^* . Рабочим колесом над газом совершается удельная механическая работа компрессора L_{PK} .

Тогда уравнение сохранения энергии в тепловой форме в абсолютном движении можно для данного случая записать следующим образом:

$$L_{PK} = i_3^* - i_1^* = c_{pe}(T_3^* - T_1^*). \quad (4.29)$$

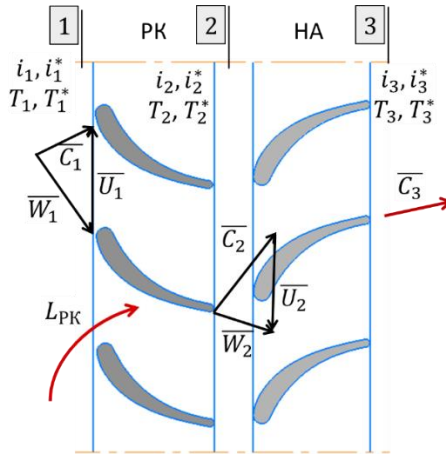


Рис. 4.3. Двухмерная схема потока в элементарной ступени осевого компрессора

Из этого уравнения следует, что полная температура в ступени увеличивается вследствие совершения лопатками РК механической работы и температуру на выходе T_3^* можно найти по формуле:

$$T_3^* = T_1^* + \frac{L_{PK}}{c_{pв}}. \quad (4.30)$$

Представим уравнение (4.29) несколько иначе:

$$L_{PK} = i_3 - i_1 + \frac{C_3^2 - C_1^2}{2} = c_{pв} (T_3 - T_1) + \frac{C_3^2 - C_1^2}{2} \quad (4.31)$$

откуда

$$c_{pв} (T_3 - T_1) = L_{PK} + \frac{C_1^2 - C_3^2}{2}. \quad (4.32)$$

С учетом приближительного равенства скоростей C_1 и C_3 из последнего уравнения следует, что статическая температура за ступенью больше, чем статическая температура на ее входе.

Запишем теперь уравнение сохранения энергии в тепловой форме в абсолютном движении для потока в элементарном рабочем венце между сечениями 1 и 2:

$$L_{PK} = i_2^* - i_1^* = c_{pв} (T_2^* - T_1^*). \quad (4.33)$$

В соответствии с этим уравнением полная температура в РК увеличивается вследствие совершения механической работы рабочими лопатками. Полную температуру воздуха за РК можно найти по формуле:

$$T_2^* = T_1^* + \frac{L_{PK}}{c_{pв}}. \quad (4.34)$$

Представим уравнение (4.33) в виде:

$$L_{PK} = i_2 - i_1 + \frac{C_2^2 - C_1^2}{2} = c_{pв} (T_2 - T_1) + \frac{C_2^2 - C_1^2}{2}. \quad (4.35)$$

Из этого уравнения можно получить формулу для определения статической температуры потока за РК:

$$T_2 = T_1 + \frac{L_{PK}}{c_{pв}} + \frac{C_1^2 - C_2^2}{2c_{pв}}. \quad (4.36)$$

Запишем уравнение сохранения энергии в тепловой форме в абсолютном движении для потока в элементарном лопаточном венце НА с учетом того, что удельная механическая работа в НА $L_{НА} = 0$, так как направляющие лопатки неподвижны:

$$0 = i_3^* - i_2^* = c_{pв}(T_3^* - T_2^*), \quad (4.37)$$

откуда следует, что $T_3^* = T_2^*$, т.е. полная температура потока в НА не изменяется.

Распишем уравнение (4.37) через разность статических энтальпий и кинетических энергий потока на выходе и входе в НА:

$$0 = i_3 - i_2 + \frac{C_3^2 - C_2^2}{2} \quad (4.38)$$

откуда

$$i_3 - i_2 = \frac{C_2^2 - C_3^2}{2}. \quad (4.39)$$

Так как $C_2 > C_3$ (см. рис. 4.3), то $i_3 > i_2$ и статическая температура за НА больше статической температуры на его входе.

Рассмотрим схему потока в элементарной ступени осевой турбины (рис. 4.4). Пусть на входе в ступень скорость потока C_0 , статическая и полная энтальпии газа i_0 и i_0^* , статическая и полная температуры газа T_0 и T_0^* .

На выходе из ступени абсолютная скорость потока C_2 , статическая и полная энтальпии газа i_2 и i_2^* , статическая и полная температуры газа T_2 и T_2^* .

Механическая работа в ступени совершается газом только во вращающемся РК $L_{CT} = L_{PK}$ и она в уравнениях сохранения энергии должна быть записана со знаком минус.

В сопловом аппарате, так как его лопатки неподвижны, механическая работа не производится $L_{CA} = 0$.

С учетом сказанного запишем уравнение сохранения энергии в тепловой форме в абсолютном движении для потока в элементарной ступени осевой турбины:

$$-L_{PK} = i_2 - i_0 + \frac{C_2^2 - C_0^2}{2}$$

или

$$L_{PK} = i_0^* - i_2^* = c_{pr} (T_0^* - T_2^*). \quad (4.40)$$

Из последнего уравнения следует, что механическую работу ступени или рабочего колеса можно определить через разность полных энтальпий газа на входе и выходе из ступени, а полную температуру газа – вычислить по формуле:

$$T_2^* = T_0^* - \frac{L_{PK}}{c_{pr}}. \quad (4.41)$$

Запишем уравнение сохранения энергии в тепловой форме в абсолютном движении для потока в неохлаждаемом элементарном лопаточном венце СА:

$$0 = i_1^* - i_0^* = c_{pc}(T_1^* - T_0^*). \quad (4.42)$$

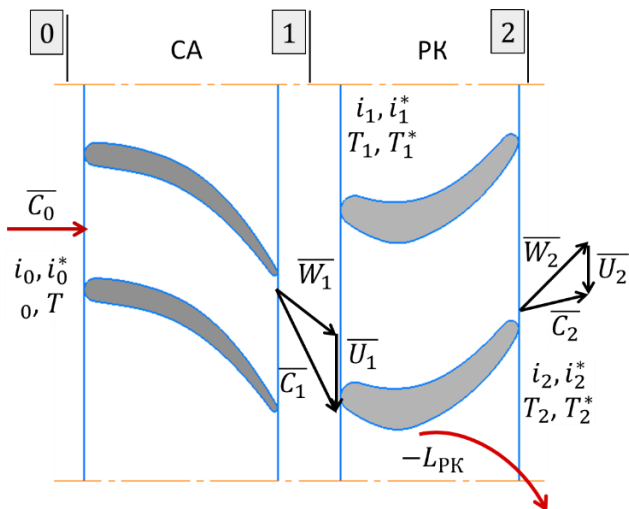


Рис. 4.4. Двухмерная схема потока в элементарной ступени осевой турбины

Из этого уравнения можно сделать вывод о том, что полные энтальпия и температура газа в таком СА не изменяются.

Уравнение (4.42) можно представить в ином виде:

$$0 = i_1 - i_0 + \frac{C_1^2 - C_0^2}{2},$$

откуда

$$i_1 - i_0 = c_{pr} (T_1 - T_0) = -\frac{C_1^2 - C_0^2}{2}. \quad (4.43)$$

Так как скорость потока в СА увеличивается, то из уравнения (4.43) следует, что статические энтальпия и температура газа уменьшаются.

Рассмотрим схему потока в охлаждаемом элементарном ЛВ СА (рис. 4.5). Пусть на входе в СА расход газа G_0 , полные энтальпия и

температура i^*_0 и T^*_0 , а теплоемкость c_{pg} . Пленочное охлаждение ЛВ осуществляется воздухом, расход которого $G_{охл}$, полная энтальпия и температура – $i^*_{охл}$ и $T^*_{охл}$, а теплоемкость – $c_{pв}$. На выходе из СА расход рабочего тела $G_1 = G_0 + G_{охл}$, полная энтальпия i^*_1 и полная температура T^*_1 .

Запишем уравнение сохранения энергии в тепловой форме в абсолютном движении для охлаждаемого элементарного ЛВ СА, учитывая только пленочное охлаждение и пренебрегая конвективным охлаждением (см. рис. 4.4):

$$G_1 i^*_1 = G_0 i^*_0 + G_{охл} i^*_{охл}$$

или

$$G_1 c_{pg} T^*_1 = G_0 c_{pg} T^*_0 + G_{охл} c_{pв} T^*_{охл}. \quad (4.44)$$

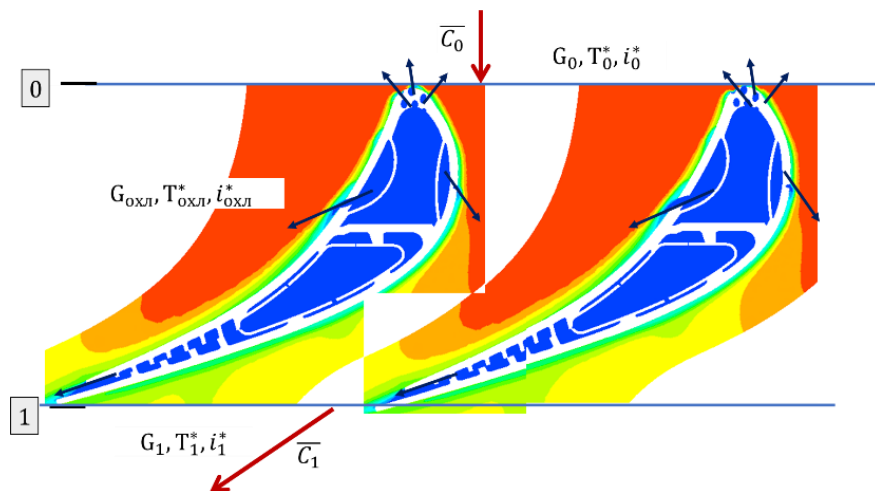


Рис. 4.5. Схема потока в охлаждаемом лопаточном венце соплового аппарата

В последнем уравнении теплоемкость рабочего тела на выходе из СА принята равной c_{pT} , так как обычно $G_{охл}$ не превышает 3...5% от G_o .

Из выражения (4.44) можно определить полные энтальпию и температуру рабочего тела на выходе из СА:

$$i_1^* = \frac{G_o i_0^* + G_{охл} i_{охл}^*}{G_o + G_{охл}} \quad (4.45)$$

и

$$T_1^* = \frac{G_o c_{pT} T_0^* + G_{охл} c_{pB} T_{охл}^*}{(G_o + G_{охл}) c_{pT}}. \quad (4.46)$$

Запишем рассматриваемое уравнение для потока в элементарном лопаточном венце РК (см. рис. 2.23):

$$-L_{PK} = i_2 - i_1 + \frac{C_2^2 - C_1^2}{2} = i_2^* - i_1^*$$

или

$$L_{PK} = i_1 - i_2 + \frac{C_1^2 - C_2^2}{2} = i_1^* - i_2^* = c_{pT} (T_1^* - T_2^*).$$

Из последнего выражения следует, что механическую работу, совершаемую газом по вращению РК можно определить через разность полных энтальпий газа на входе и выходе РК, а полную температуру газа за РК возможно вычислить по формуле:

$$T_2^* = T_1^* - \frac{L_{PK}}{c_{pT}}. \quad (4.47)$$

Откуда следует, что $T_2^* < T_1^*$.

Рассмотрим трехмерную схему потока в неохлаждаемой ступени осевой турбины (рис. 4.6). Пусть на входе в ступень в сечении

0–0 имеется неравномерный по радиусу поток газа с известными эпюрами параметров $i_0 = f(r)$, $i^*_0 = f(r)$, $T_0 = f(r)$, $T^*_0 = f(r)$, $C_0 = f(r)$... Механическая работа по вращению рабочего колеса по высоте лопатки изменяется в соответствии с некоторой зависимостью $L_{PK}(r) = f(r)$. Параметры на выходе из РК в сечении 2–2 обозначим, используя индекс 2 (i_2 , i^*_2 , T_2 , T^*_2 , C_2 , C_{2a} , C_{2m} , γ_2 ...).

Разобьем весь поток в ступени турбины коническими поверхностями тока на z бесконечно тонких толщиной dr оболочек и для произвольной оболочки запишем уравнение сохранения энергии в тепловой форме в абсолютном движении:

$$-L_{PK}(r) = i^*_2(r) - i^*_1(r),$$

откуда

$$i^*_2(r) = i^*_0(r) - L_{PK}(r) \quad (4.48)$$

и

$$T^*_2(r) = T^*_0(r) - \frac{L_{PK}(r)}{c_{pr}}. \quad (4.49)$$

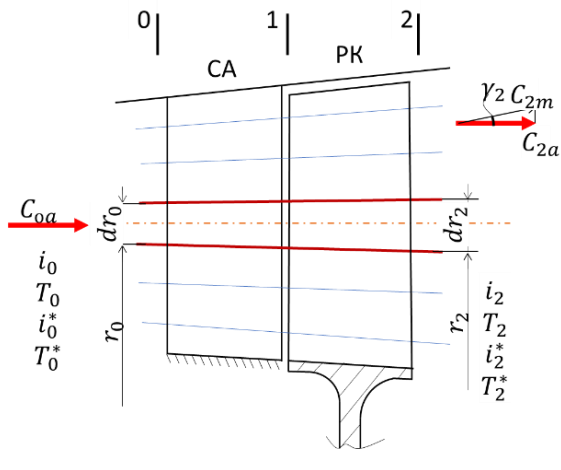


Рис. 4.6. Трехмерная схема потока в ступени неохлаждаемой турбины

Так как $L_{PK} = f(r)$, $i^*_0 = f(r)$ и $T^*_0 = f(r)$, то с помощью выражений (4.48) и (4.49) на выходе из ступени турбины можно получить распределения по высоте лопатки полных энтальпии $i^*_2 = f(r_2)$ и температуры $T^*_2 = f(r_2)$.

4.3 Контрольные вопросы по разделу 4

1. Изобразите схему одномерного потока в МОК и напишите для нее уравнение сохранения энергии в тепловой форме. Проанализируйте это уравнение.

2. Изобразите схему одномерного потока в МОТ и напишите для нее уравнение сохранения энергии в тепловой форме. Проанализируйте это уравнение.

3. Изобразите схему одномерного потока в центробежном компрессоре и напишите для нее уравнение сохранения энергии в тепловой форме. Проанализируйте это уравнение.

4. Изобразите схему одномерного потока в центростремительной турбине и напишите для нее уравнение сохранения энергии в тепловой форме. Проанализируйте это уравнение.

5. Изобразите схему двухмерного потока в ступени осевого компрессора и напишите для нее уравнение сохранения энергии в тепловой форме. Проанализируйте это уравнение.

6. Изобразите схему двухмерного потока в РК осевого компрессора и напишите для нее уравнение сохранения энергии в тепловой форме в абсолютном движении. Проанализируйте это уравнение.

7. Изобразите схему двухмерного потока в НА осевого компрессора и напишите для нее уравнение сохранения энергии в механической форме. Проанализируйте это уравнение.

8. Изобразите схему двухмерного потока в ступени осевой турбины и напишите для нее уравнение сохранения энергии в тепловой форме. Проанализируйте это уравнение.

9. Изобразите схему двухмерного потока в СА осевой турбины и напишите для нее уравнение сохранения энергии в тепловой форме. Проанализируйте это уравнение.

10. Изобразите схему двухмерного потока в РК осевой турбины и напишите для нее уравнение сохранения энергии в тепловой форме в абсолютном движении. Проанализируйте это уравнение.

11. Изобразите схему двухмерного потока в РК ступени центробежного компрессора и напишите для нее уравнение сохранения энергии в тепловой форме в абсолютном движении. Проанализируйте это уравнение.

12. Изобразите схему двухмерного потока в щелевом диффузоре центробежного компрессора и напишите для нее уравнение сохранения энергии в тепловой форме. Проанализируйте это уравнение.

13. Изобразите схему двухмерного потока в лопаточном диффузоре центробежного компрессора и напишите для нее уравнение сохранения энергии в тепловой форме. Проанализируйте это уравнение.

14. Изобразите схему двухмерного потока в ступени центростремительной турбины и напишите для нее уравнение сохранения энергии в тепловой форме. Проанализируйте это уравнение.

15. Изобразите схему двухмерного потока в СА центростремительной турбины и напишите для нее уравнение сохранения энергии в тепловой форме. Проанализируйте это уравнение.

16. Изобразите схему двухмерного потока в РК центростремительной турбины и напишите для нее уравнение сохранения энергии в тепловой форме в абсолютном движении. Проанализируйте это уравнение.

17. Изобразите схему трехмерного потока в ступени осевого компрессора и напишите для нее уравнение сохранения энергии в тепловой форме.

18. Изобразите схему трехмерного потока в ступени осевой турбины и напишите для нее уравнение сохранения энергии в тепловой форме.

19. Что является источником тепла, подводимого в рабочем процессе турбомашинны?

20. Зависит ли значение температуры заторможенного потока от гидравлических потерь? Поясните свой ответ.

21. Влияют ли потери энергии в проточной части неподвижного канала турбомашинны на величину полной температуры T^* ? Поясните свой ответ.

22. При каких условиях будет изменяться температура заторможенного потока (в общем случае)? Поясните свой ответ.

23. При каких условиях будет изменяться температура заторможенного потока в турбомашинне? Поясните свой ответ.

24. В каких элементах компрессора изменяется температура заторможенного потока? Поясните свой ответ.

25. В каких элементах турбины изменяется температура заторможенного потока? Поясните свой ответ.

26. В каких элементах компрессора не изменяется температура заторможенного потока? Поясните свой ответ.

27. В каких элементах турбины не изменяется температура заторможенного потока? Поясните свой ответ.

28. Как меняется температура заторможенного потока в НА компрессора? Поясните свой ответ.

29. Как меняется температура заторможенного потока в СА турбины? Поясните свой ответ.

30. Как меняется давление заторможенного потока в НА компрессора? Поясните свой ответ.

31. Как меняется давление заторможенного потока в СА турбины? Поясните свой ответ.

5 УРАВНЕНИЕ СОХРАНЕНИЯ ЭНЕРГИИ В МЕХАНИЧЕСКОЙ ФОРМЕ В ОТНОСИТЕЛЬНОМ ДВИЖЕНИИ

5.1 Вывод уравнения сохранения энергии в механической форме в относительном движении

Рассмотрим стационарное течение рабочего тела в относительном движении в рабочем колесе лопаточной машины (рис. 5.1,а), для чего мысленно остановим переносное движение потока – вращение РК с постоянной окружной скоростью ω .

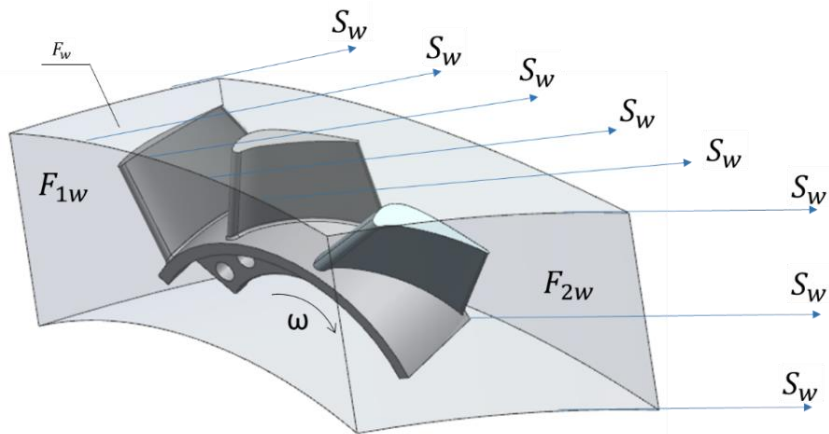
Выделим часть этого потока контрольной поверхностью F_w таким образом, чтобы ее боковые поверхности совпадали с поверхностями тока, а торцевые поверхности F_{1w} на входе и F_{2w} на выходе были перпендикулярны линиям тока в относительном движении.

Получившийся таким образом объем разделим на z элементарных струек, количество которых стремится к бесконечности, и в каждой элементарной струйке через середины ее поперечных сечений проведем линии тока S_w .

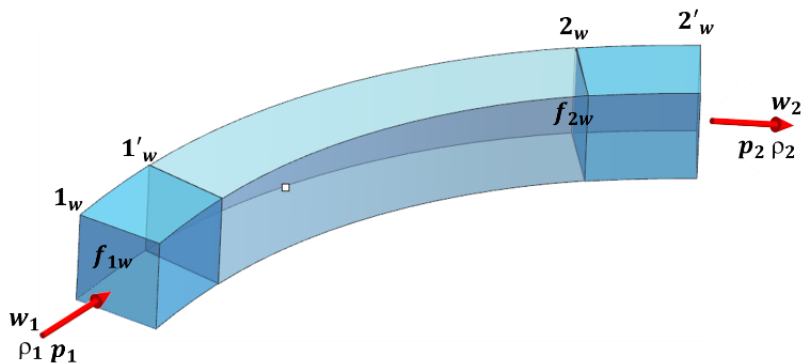
Выделим одну такую j -ю элементарную струйку, взаимодействующую с одной из лопаток рабочего колеса (рис. 5.1,б). Пусть на входе в сечении $1w$ скорость потока в относительном движении w_1 , статическое давление p_1 , плотность ρ_1 , а площадь поперечного сечения f_{1w} . На выходе в сечении $2w$ – скорость потока в относительном движении w_2 , статическое давление p_2 , плотность ρ_2 и площадь поперечного сечения f_{2w} .

За бесконечно малый промежуток времени dt сечение $1w$ переместится в положение $1'w$ на расстояние вдоль линии тока

$dS_{1w} = W_1 dt$, в свою очередь сечение $1'w$ переместится по потоку на расстояние $dS_{1'w} = W_1 dt$ и т.д., а сечение $2w$ сместится на расстояние $dS_{2w} = W_2 dt$ в положение $2'w$.



а



б

Рис. 5.1. Схема стационарного течения рабочего тела в относительном движении:
 а – часть потока, ограниченная контрольной поверхностью F_w ;
 б – произвольная элементарная струйка рабочего тела в относительном движении

Разобьем всю элементарную струйку перпендикулярными линии тока S_w сечениями на элементы протяженностью $dS_{iw} = W_i dt$. Пусть количество таких элементов окажется равно стремящемуся к бесконечности числу n . Так как поток стационарный, то количество рабочего тела, входящее в каждый элемент за время dt , равно количеству выходящего из него рабочего тела за это же время. Поэтому масса всех элементов будет одинаковой и равной dm .

Рассмотрим один произвольный i -ый элемент струйки, взаимодействующий с рабочей лопаткой (рис. 5.2). Пусть он располагается на расстоянии r_i от оси вращения РК и перемещается вдоль линии тока в относительном движении S_w со скоростью \vec{W}_i . Его переносная (окружная) скорость будет равна $\vec{U}_i = \vec{\omega} \times \vec{r}_i$, а абсолютная скорость – $\vec{C}_i = \vec{W}_i + \vec{U}_i$.

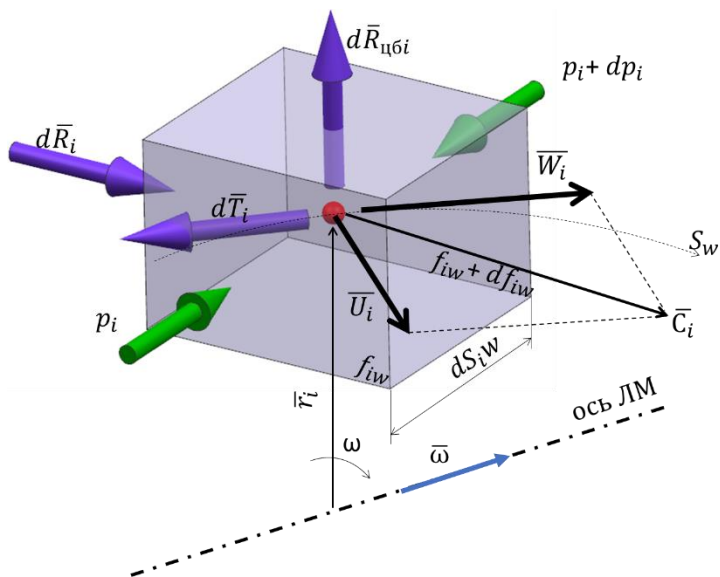


Рис. 5.2. Произвольный i -ый элемент j -ой элементарной струйки в относительном движении

Обозначим протяженность выделенного элемента вдоль линии тока dS_{iw} . Площади поперечного сечения на входе f_{iw} и на выходе $f_{iw}+df_{iw}$, а боковые грани этого элемента совпадают с поверхностями тока. Массу этого элемента можно приблизительно определить как:

$$dm = dm_i = \rho_i \cdot f_{iw} \cdot dS_{iw} = \rho_i \cdot f_{iw} \cdot W_i \cdot dt, \quad (5.1)$$

где ρ_i – плотность рабочего тела в элементе.

Выделенный элемент движется в относительном движении со скоростью W_i , направленной по касательной к линии тока S_w . Рассмотрим сначала активные силы, действующие на этот элемент. Со стороны лопатки на него действует механическая сила $d\bar{R}_i$, перпендикулярная линии тока S_w . Сила трения $d\bar{T}_i$ направлена по касательной к линии тока S_w , но в обратном направлении движению потока. На боковые и торцевые поверхности элемента действует сила давления окружающей среды $d\bar{P}_i$. По грани на входе воздействует давление p_i , по грани на выходе $-p_i+dp_i$, а по боковым поверхностям $-p_i + \frac{dp_i}{2}$. Силой тяжести вследствие ее незначительности по сравнению с другими силами можно пренебречь.

Так как перемещение выделенного элемента рассматривается в относительном движении, то при составлении уравнения движения элемента следует учесть не только активные, но и две инерционные силы – переносную (центробежную) силу инерции и кориолисовую силу инерции [4].

Центробежная инерционная сила, действующая на элемент, направлена по радиусу от центра к периферии и равна:

$$dP_{цбi} = dm \frac{U_i^2}{r_i}. \quad (5.2)$$

Вектор кориолисовой силы инерции определяется выражением:

$$\overline{dP}_{\text{кор}i} = -2dm(\overline{\omega} \times \overline{W}_i) \quad (5.3)$$

и перпендикулярен векторам \overline{W}_i и \overline{r}_i .

С учетом указанных выше активных и инерционных сил составим уравнение движения выделенного элемента рабочего тела:

$$d\overline{R}_i + d\overline{P}_i + d\overline{T}_i + d\overline{P}_{\text{цб}i} + d\overline{P}_{\text{кор}i} = dm \frac{d\overline{W}_i}{dt}. \quad (5.4)$$

Спроектируем векторное уравнение (5.4) на касательную к линии тока S_w (рис.5.3), проведенную через центр (точку O) рассматриваемого элемента в сторону его движения. При проектировании векторов $d\overline{R}_i$ и $d\overline{P}_{\text{кор}i}$ на указанную линию они дадут 0 , так как оба вектора направлены по нормали к линии S_w . С учетом этого получим выражение:

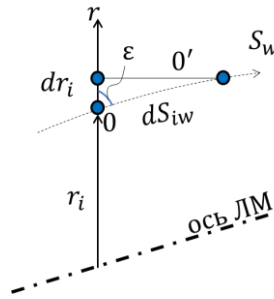


Рис. 5.3. К определению выражения для определения $\cos(\varepsilon)$

$$p_i df_{iw} - (p_i + dp_i)(f_{iw} + df_{iw}) + (p_i + \frac{dp_i}{2})df_{iw} - dT_i + dP_{\text{цб}i} \cos(\varepsilon) = dm \frac{dW_i}{dt}. \quad (5.5)$$

где ε – угол между радиальным направлением и касательной к линии тока S_w , проведенной через центр рассматриваемого элемента.

Раскрывая скобки и отбрасывая величины второго порядка малости, из выражения (5.5) получим:

$$-f_{iw} dp_i - dT_i + dm \frac{U_i^2}{r_i} \cos(\varepsilon) = dm \frac{dW_i}{dt}. \quad (5.6)$$

Найдем выражение для определения $\cos(\varepsilon)$ на основании схемы перемещения центра элемента вдоль линии тока S_w на величину dS_{iw} за промежуток времени dt из точки O в точку O' (см. рис. 5.3). Обозначим проекцию отрезка dS_{iw} на радиальное направление dr_i . Тогда

$$\cos(\varepsilon) = \frac{dr_i}{ds_{iw}}. \quad (5.7)$$

Подставим выражение (5.7) в уравнение (5.6):

$$dm \frac{U_i^2}{r_i} \frac{dr_i}{ds_{iw}} = f_{iw} dp_i + dm \frac{dW_i}{dt} + dT_i$$

или

$$dm \cdot \omega^2 \cdot r_i \frac{dr_i}{ds_{iw}} = f_{iw} \cdot dp_i + dm \frac{dW_i}{dt} + dT_i. \quad (5.8)$$

Умножим левую и правую части уравнения (5.8) на участок пути элемента – dS_{iw} :

$$dm \omega^2 d \left(\frac{r_i^2}{2} \right) = f_{iw} dp_i ds_{iw} + dm dW_i \frac{ds_{iw}}{dt} + dT_i ds_{iw}$$

или

$$dm \cdot d \left(\frac{U_i^2}{2} \right) = f_{iw} dp_i ds_{iw} + dm \cdot d \left(\frac{W_i^2}{2} \right) + dT_i ds_{iw}, \quad (5.9)$$

где $dm \cdot d \left(\frac{U_i^2}{2} \right)$ – работа инерционной центробежной силы на участке пути dS_{iw} за время dt ;

$f_i \cdot dp_i \cdot ds_{iw}$ – работа сил давления по перемещению элемента на участке пути dS_{iw} за время dt (при $dp_i > 0$ в область повышенного давления, а при $dp_i < 0$ в область пониженного давления);

$dm \cdot d\left(\frac{W_i^2}{2}\right)$ – изменение кинетической энергии элемента в от-

носительном движении на участке пути dS_{iw} за время dt ;

$dT_i \cdot ds_{iw}$ – работа по преодолению сил трения на участке пути dS_{iw} за время dt .

Разделим левую и правую части уравнения (5.9) на массу dm рассматриваемого элемента:

$$d\left(\frac{U_i^2}{2}\right) = \frac{f_{iw} dp_i ds_{iw}}{\rho_i f_{iw} ds_{iw}} + d\left(\frac{W_i^2}{2}\right) + \frac{dT_i ds_{iw}}{dm}$$

или

$$d\left(\frac{U_i^2}{2}\right) = \frac{dp_i}{\rho_i} + d\left(\frac{W_i^2}{2}\right) + \frac{dT_i ds_{iw}}{dm}, \quad (5.10)$$

где $d\left(\frac{U_i^2}{2}\right)$ – удельная работа центробежной силы на участке пути dS_{iw} ;

$\frac{dp_i}{\rho_i}$ – удельная работа изменения давления в элементе на участке пути dS_i ;

$d\left(\frac{W_i^2}{2}\right)$ – изменение удельной кинетической энергии элемента в относительном движении на участке пути dS_{iw} ;

$\frac{dT_i ds_{iw}}{dm} = dL_{ri}$ – удельная работа по преодолению сил трения на участке пути dS_{iw} .

Опуская индекс «*i*» в уравнении (5.10) получим для произвольного элемента рабочего тела потока уравнение сохранения энергии в механической форме в относительном движении в дифференциальном виде:

$$d\left(\frac{U^2}{2}\right) = \frac{dp}{\rho} + d\left(\frac{W^2}{2}\right) + dL_r. \quad (5.11)$$

В соответствии с этим уравнением удельная работа центробежной силы на бесконечно малом участке пути идет на удельную работу по изменению давления, изменение удельной кинетической энергии потока в относительном движении и удельную работу по преодолению гидравлического сопротивления.

Воспользуемся уравнением (5.9). Запишем его для всех n элементов j -ой элементарной струйки и сложим эти уравнения между собой:

$$dm \sum_{i=1}^n d\left(\frac{U_i^2}{2}\right) = \sum_{i=1}^n f_{iw} dp_i ds_{iw} + dm \sum_{i=1}^n d\left(\frac{W_i^2}{2}\right) + \sum_{i=1}^n dT_i ds_{iw}, \quad (5.12)$$

где $dm \sum_{i=1}^n d\left(\frac{U_i^2}{2}\right)$ – работа центробежной силы над j -ой элементарной струйкой;

$\sum_{i=1}^n f_{iw} \cdot dp_i \cdot ds_{iw}$ – работа, затраченная на изменение давления рабочего тела в элементарной струйке;

$dm \sum_{i=1}^n d\left(\frac{W_i^2}{2}\right)$ – изменение кинетической энергии потока в элементарной струйке в относительном движении;

$\sum_{i=1}^n dT_i ds_{iw}$ – работа, затраченная на преодоление гидравлического сопротивления элементарной струйкой.

Разделим обе части уравнения (5.12) на массу dm :

$$\sum_{i=1}^n d\left(\frac{U_i^2}{2}\right) = \sum_{i=1}^n \frac{f_{iw} dp_i ds_{iw}}{\rho_i f_{iw} ds_{iw}} + \sum_{i=1}^n d\left(\frac{W_i^2}{2}\right) + \sum_{i=1}^n \frac{dT_i ds_{iw}}{dm}$$

или

$$\sum_{i=1}^n d\left(\frac{U_i^2}{2}\right) = \sum_{i=1}^n \frac{dp_i}{\rho_i} + \sum_{i=1}^n d\left(\frac{W_i^2}{2}\right) + \sum_{i=1}^n dL_{ri}, \quad (5.13)$$

где $\sum_{i=1}^n d\left(\frac{U_i^2}{2}\right) = \frac{U_2^2 - U_1^2}{2}$ – удельная работа центробежной силы над элементарной струйкой;

$\sum_{i=1}^n \frac{dp_i}{\rho_i}$ – удельная работа, затраченная на изменение давления рабочего тела в элементарной струйке;

$\sum_{i=1}^n d\left(\frac{W_i^2}{2}\right) = \frac{W_2^2 - W_1^2}{2}$ – изменение удельной кинетической энергии элементарной струйки в относительном движении;

$\sum_{i=1}^n dL_{ri} = L_{r.эл.сmp.}$ – удельная работа по преодолению гидравлического сопротивления элементарной струйкой.

Так как нами рассматривается произвольная j -я элементарная струйка, разбитая на бесконечно большое число элементов n , то уравнение (5.13) можно представить следующим образом:

$$\frac{U_{2j}^2 - U_{1j}^2}{2} = \int_{1j}^{2j} \frac{dp}{\rho} + \frac{W_{2j}^2 - W_{1j}^2}{2} + L_{r.эл.сmp.j}. \quad (5.14)$$

Это уравнение представляет собой уравнение сохранения энергии в механической форме в относительном движении для элементарной струйки. Оно означает, что удельная работа центробежных сил идет на удельную работу по изменению давления рабочего тела элементарной струйки, изменение кинетической энергии в относительном движении каждой единицы массы струйки и удельную работу по преодолению гидравлического сопротивления.

Как было отмечено ранее, довольно часто, используя уравнения (5.11) и (5.14) опускают определение параметров, входящих в эти уравнения, как «удельные».

Умножим левую и правую части уравнения (5.14) на расход рабочего тела через j -ую элементарную струйку $dG_j = \rho_{1j} \cdot W_{1j} f_{1wj}$:

$$\frac{U_{2j}^2 - U_{1j}^2}{2} dG_j = \left(\int_{1j}^{2j} \frac{dp}{\rho} \right) dG_j + \frac{W_{2j}^2 - W_{1j}^2}{2} dG_j + L_{r.эл.cmp.j} dG_j$$

или

$$\begin{aligned} \frac{U_{2j}^2 - U_{1j}^2}{2} \rho_{1j} W_{1j} f_{1wj} = & \left(\int_{1j}^{2j} \frac{dp}{\rho} \right) \rho_{1j} W_{1j} f_{1wj} + \frac{W_{2j}^2 - W_{1j}^2}{2} \rho_{1j} W_{1j} f_{1wj} + \\ & + L_{r.эл.cmp.j} \rho_{1j} W_{1j} f_{1wj}. \end{aligned} \quad (5.15)$$

В уравнение (5.15) входят работы и энергии рабочего тела в единицу времени, относящиеся к j -ой элементарной струйке. Запишем это уравнение для всех z элементарных струек, охваченных контрольной поверхностью F_w (см. рис. 5.1,а), и сложим их между собой:

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^z \frac{U_{2j}^2 - U_{1j}^2}{2} \rho_{1j} W_{1j} f_{1wj} = & \sum_{j=1}^z \left(\int_{1j}^{2j} \frac{dp}{\rho} \right) \rho_{1j} W_{1j} f_{1wj} + \\ & + \sum_{j=1}^z \frac{W_{2j}^2 - W_{1j}^2}{2} \rho_{1j} W_{1j} f_{1wj} + \sum_{j=1}^z L_{r.эл.cmp.j} \rho_{1j} W_{1j} f_{1wj}. \end{aligned} \quad (5.16)$$

В силу бесконечной малости поперечных сечений элементарных струек будем считать $f_{1wj} = dF_{1wj}$ и перейдем к интегральной форме записи уравнения (5.16):

$$\begin{aligned} \int_{F_{1w}} \frac{U_2^2 - U_1^2}{2} \rho_1 W_1 dF_{1w} = & \int_{F_{1w}} \left(\int_1^2 \frac{dp}{\rho} \right) \rho_1 W_1 dF_{1w} + \\ & + \int_{F_{1w}} \frac{W_2^2 - W_1^2}{2} \rho_1 W_1 dF_{1w} + \int_{F_{1w}} L_{r.эл.cmp.} \rho_1 W_1 dF_{1w}. \end{aligned} \quad (5.17)$$

Уравнение (5.17) представляет собой уравнение сохранения энергии в механической форме в относительном движении для потока во вращающемся элементе лопаточной машины – РК, ограниченного некой контрольной поверхностью. В этом уравнении присутствуют работы и энергии в единицу времени или мощности. В соответствии с ним работа инерционных (центробежных) сил в единицу времени равна сумме работы на изменение статического давления рабочего тела и изменение кинетической энергии потока в относительном движении, а также работе по преодолению гидравлического сопротивления.

Вернемся к уравнению (5.13) и объединим в нем первое и второе слагаемые в правой части:

$$\begin{aligned}
 \sum_{i=1}^n d\left(\frac{U_i^2}{2}\right) &= \sum_{i=1}^n \left[\frac{dp_i}{\rho_i} + d\left(\frac{W_i^2}{2}\right) \right] + \sum_{i=1}^n dL_{r_i} = \\
 &= \sum_{i=1}^n \left[\frac{p_{i+1} - p_i}{\rho_i} + \left(\frac{W_{i+1}^2 - W_i^2}{2} \right) \right] + L_{r.эл.смп.j} = \\
 &= \sum_{i=1}^n \left[\frac{p_{i+1} + \rho_i \frac{W_{i+1}^2}{2}}{\rho_i} - \frac{p_i + \rho_i \frac{W_i^2}{2}}{\rho_i} \right] + L_{r.эл.смп.j} = \\
 &= \sum_{i=1}^n \left(\frac{p_{(i+1)w}^*}{\rho_i} - \frac{p_{iw}^*}{\rho_i} \right) + L_{r.эл.смп.j} = \sum_i \frac{dp_{iw}^*}{\rho_i} + L_{r.эл.смп.j}
 \end{aligned} \tag{5.18}$$

или в интегральном виде с учетом того, что рассматривается j -ая элементарная струйка:

$$\frac{U_{2j}^2 - U_{1j}^2}{2} = \int_{1j}^{2j} \frac{dp_w^*}{\rho} + L_{r.эл.смп.j}, \tag{5.19}$$

где p_w^* – полное давление потока, заторможенного в относительном движении.

Из этого уравнения следует, что удельная работа инерционных сил идет на удельную работу по изменению полного давления рабочего тела в относительном движении и работу по преодолению гидравлического сопротивления элементарной струйкой.

С учетом последнего выражения уравнение (5.17) можно записать следующим образом:

$$\int_{F_{1w}} \frac{U_2^2 - U_1^2}{2} \rho_1 W_1 dF_{1w} = \int_{F_{1w}} \left(\int_1^2 \frac{dp_w^*}{\rho} \right) \rho_1 W_1 dF_{1w} + \int_{F_{1w}} L_{r.эл.сmp.} \rho_1 W_1 dF_{1w}. \quad (5.20)$$

В соответствии с этим уравнением работа инерционных сил в потоке, ограниченном некой контрольной поверхностью, в единицу времени равна работам по изменению давления рабочего тела заторможенного в относительном движении и преодолению гидравлического сопротивления в единицу времени.

5.2 Примеры использования уравнения сохранения энергии в механической форме в относительном движении

Приведем примеры использования уравнения сохранения энергии в механической форме в относительном движении. Рассмотрим двухмерную схему потока в элементарном лопаточном венце РК центробежного насоса (рис. 5.4). Пусть радиус на входе в РК равен r_1 , а на выходе – r_2 , толщина элементарного лопаточного венца РК – da . На входе в РК относительная скорость потока W_1 , статическое давление – p_1 , а окружная скорость $U_1 = \omega \cdot r_1$. На выходе из РК относительная скорость потока W_2 , статическое давление – p_2 , а

окружная скорость $U_2 = \omega \cdot r_2$. Плотность жидкости ρ постоянна, а гидравлические потери обозначим как L_{rPK} .

Запишем для этого случая уравнение сохранения энергии в механической форме в относительном движении:

$$\frac{U_2^2 - U_1^2}{2} = \int_1^2 \frac{dp}{\rho} + \frac{W_2^2 - W_1^2}{2} + L_{rPK}$$

или

$$\frac{U_2^2 - U_1^2}{2} = \frac{p_2 - p_1}{\rho} + \frac{W_2^2 - W_1^2}{2} + L_{rPK} . \quad (5.21)$$

Относительная скорость потока в РК обычно несколько уменьшается ($W_2 < W_1$). Поэтому перенесем дробь $\frac{W_2^2 - W_1^2}{2}$ в левую сторону уравнения (5.21):

$$\frac{U_2^2 - U_1^2}{2} + \frac{W_1^2 - W_2^2}{2} = \frac{p_2 - p_1}{\rho} + L_{rPK} . \quad (5.22)$$

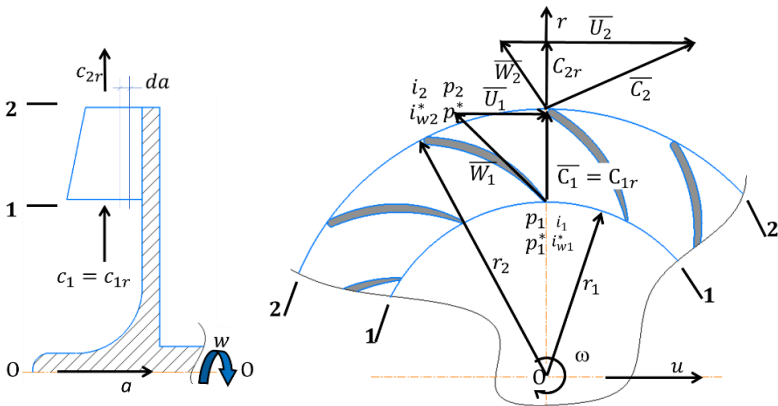


Рис. 5.4. Двухмерная схема потока в центробежном рабочем колесе

В соответствии с уравнением (5.22) работа инерционных сил и часть кинетической энергии потока в относительном движении идут на увеличение статического давления и преодоление гидравлического сопротивления в РК.

Представим уравнение (5.21) через полное давление в относительном движении:

$$\frac{U_2^2 - U_1^2}{2} = \frac{p_{2w}^2 - p_{1w}^2}{\rho} + L_{rPK}. \quad (5.23)$$

Последнее уравнение означает, что работа инерционных сил идет на увеличение давления потока заторможенного в относительном движении и преодоление гидравлического сопротивления в РК.

Пусть центробежное РК на рис. 5.4 перекачивает сжимаемое рабочее тело – воздух. В этом случае уравнение сохранения энергии в механической форме в относительном движении примет вид:

$$\frac{U_2^2 - U_1^2}{2} = \int_1^2 \frac{dp}{\rho} + \frac{W_2^2 - W_1^2}{2} + L_{rPK} \quad (5.24)$$

или

$$\frac{U_2^2 - U_1^2}{2} + \frac{W_2^2 - W_1^2}{2} = \frac{n_e}{n_e - 1} RT_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n_e - 1}{n_e}} - 1 \right] + L_{rPK}, \quad (5.25)$$

где T_1 – статическая температура потока на входе в РК;

n_e – показатель политропы сжатия воздуха.

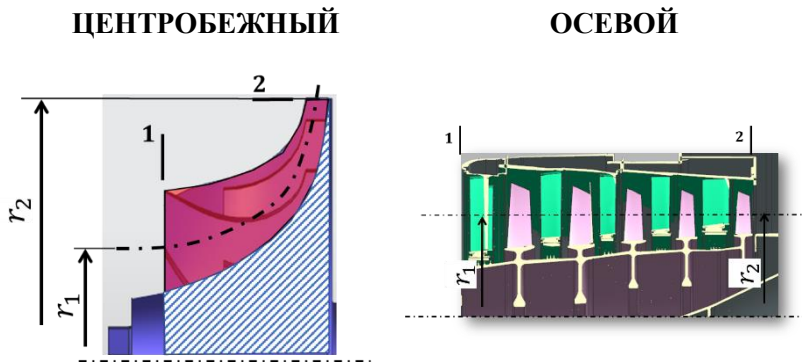
Уравнение (5.25) свидетельствует о том, что работа инерционных сил и часть кинетической энергии потока в относительном движении идут на политропическую работу сжатия воздуха и преодоление гидравлического сопротивления.

Уравнение (5.24) можно представить и так:

$$\frac{U_2^2 - U_1^2}{2} = \int_1^2 \frac{dp_w^*}{\rho} + L_{rPK}. \quad (5.26)$$

В соответствии с этим уравнением работа инерционных сил равна работе по увеличению полного давления потока, заторможенного в относительном движении, и работе по преодолению гидравлического сопротивления.

Основываясь на сделанные выводы, сравним рабочий процесс в РК центробежного и осевого компрессоров (рис. 5.5).



$U_2 > U_1$	$U_2 = U_1$
$\frac{U_2^2 - U_1^2}{2} > 0$	$\frac{U_2^2 - U_1^2}{2} \rightarrow 0$
$\int_1^2 \frac{dp}{\rho} = \frac{U_2^2 - U_1^2}{2} + \frac{W_2^2 - W_1^2}{2} - L_r$	$\int_1^2 \frac{dp}{\rho} = \frac{W_1^2 - W_2^2}{2} - L_r$

Рис. 5.5. Сравнение осевого и центробежного компрессоров

В центробежном компрессоре рабочее тело входит в РК на радиусе r_1 , а выходит на радиусе r_2 , который существенно больше первого. Данное обстоятельство говорит том, что окружная скорость на

выходе РК существенно больше, чем на ее входе $U_2 > U_1$ и, следовательно, действие инерционных сил в РК является существенным фактором, повышающим потенциальную энергию и давление в ЦБК. Поскольку действие инерционных сил в ЦБК превосходит изменение кинетической энергии, то в таком компрессоре можно получить повышение давления при конфузорной форме межлопаточного канала. Для конфузорного течения характерны меньшие потери энергии, чем для диффузорного.

В осевом компрессоре рабочее тело входит в РК и покидает его на близких радиусах, что обуславливает примерное равенство окружных скоростей. В результате действие инерционных сил в таком компрессоре оказывается незначительным.

Таким образом, повышение давления в РК ЦБК происходит за счет торможения потока в относительном движении и за счет действия инерционных сил. В то же время в РК осевого компрессора давление растет только за счет торможения потока в относительном движении. По этой причине степень повышения давления $\pi_{к*}$ ступени осевого компрессора меньше степени повышения давления ступени ЦБК.

Запишем уравнение сохранения энергии в механической форме в относительном движении применительно к РК турбины:

$$\int_2^1 \frac{dp}{\rho} = \frac{U_2^2 - U_1^2}{2} + \frac{W_2^2 - W_1^2}{2} + L_r. \quad (5.27)$$

Из этого уравнения следует, что работа расширения газа в РК турбины идет на преодоление инерционных сил $\frac{U_1^2 - U_2^2}{2}$, на увеличение кинетической энергии потока в относительном движении $\frac{W_2^2 - W_1^2}{2}$ и на преодоление гидравлического сопротивления L_r .

Из уравнения (5.27) видно, что в случае движения рабочего тела от центра к периферии $u_2 > u_1$ значительная часть энергии перейдет в кинетическую энергию потока, что приведет к большим гидравлическим потерям. По этой причине центробежные турбины не получили распространения.

Подставляя уравнение (5.24) и (5.27) в (3.43) можно получить важное соотношение для теоретического напора:

$$H_T = \frac{W_1^2 - W_2^2}{2} + \frac{C_2^2 - C_1^2}{2} + \frac{U_2^2 - U_1^2}{2}. \quad (5.28)$$

Работа, подводимая в РК компрессора идет на увеличение кинетической энергии в абсолютном движении (1 слагаемое), повышение давления за счет действия центробежных сил (2 слагаемое) и повышение давления за счет торможения в относительном движении.

$$L_T = \frac{W_2^2 - W_1^2}{2} + \frac{C_1^2 - C_2^2}{2} + \frac{U_1^2 - U_2^2}{2}. \quad (5.29)$$

Удельная работа на окружности колеса, совершаемая газом на лопатках РК турбины, получается за счет изменения кинетической энергии в СА и РК и действия центробежных сил.

Сравнивая уравнения (5.28) и (5.29) видно, что эти уравнения очень похожи и отличаются только знаками (которые диаметрально противоположны). Отсюда можно сделать вывод, что компрессор и турбина являются обращенными машинами.

Существенным принципиальным отличием процесса в компрессоре и турбине является то, что в ступени компрессора $dp > 0$ (поток тормозится), т.е. процесс диффузорный, а в турбине $dp < 0$ (поток ускоряется) – процесс конфузорный.

В уравнениях (5.28) и (5.29) приращение кинетической энергии в абсолютном движении в компрессоре называется *динамическим напором колеса* (для турбины – *динамической удельной работой*):

$$\begin{array}{l} \text{Для компрес-} \\ \text{сора (насоса)} \end{array} \quad L_{\text{дин}} = \frac{C_2^2 - C_1^2}{2} \quad (5.30)$$

$$\begin{array}{l} \text{Для турбины} \end{array} \quad L_{\text{дин}} = \frac{C_1^2 - C_2^2}{2} \quad (5.31)$$

Приращение потенциальной энергии рабочего тела в компрессоре называется *статическим напором колеса* (для турбины *статическая удельная работа*):

$$\begin{array}{l} \text{Для компрес-} \\ \text{сора (насоса)} \end{array} \quad L_{\text{стат}} = \int_1^2 \frac{dp}{\rho} = \frac{U_2^2 - U_1^2}{2} + \frac{W_1^2 - W_2^2}{2} - L_r \quad (5.32)$$

$$\begin{array}{l} \text{Для турбины} \end{array} \quad L_{\text{стат}} = \int_1^2 \frac{dp}{\rho} = \frac{U_1^2 - U_2^2}{2} + \frac{W_2^2 - W_1^2}{2} - L_r \quad (5.33)$$

Таким образом, теоретический напор компрессора является суммой статического, динамического и потеряннного напоров.

$$\begin{array}{l} \text{Для компрес-} \\ \text{сора (насоса)} \end{array} \quad H_T = L_{\text{дин}} + L_{\text{стат}} + L_r; \quad (5.34)$$

$$\begin{array}{l} \text{Для турбины} \end{array} \quad L_u = L_{\text{дин}} + L_{\text{стат}} - L_r. \quad (5.35)$$

Следует отметить, что внутренний напор турбомашин L_i (полная энергия, переданная турбомашине) находится по аналогичному соотношению:

$$L_i = L_{\text{дин}} + L_{\text{стат}} + L_{\text{lost}}.$$

Однако здесь, в отличие от теоретического напора (энергии, переданной лопатками в поток) под потерями напора L_{lost} понимается несколько иное. В их состав входят гидравлические потери в проточной части L_r , потери на трение наружной поверхности дисков о рабочее тело и затраты на циркуляцию газа в притрастовых полостях и в погранслое на поверхности диска $L_{\text{д}}$, а также потери, связанные с наличием утечек $L_{\text{ут}}$. Следует отметить, что здесь имеются утечки рабочего тела, покидающего лопаточный венец (утечки через неплотности, перетекания через бандаж и лабиринтные зазоры). Потери энергии из-за утечек над верхним торцом лопатки с корытца на спинку относятся к гидравлическим потерям L_r , поскольку рабочее тело не покидает венца.

$$L_{\text{lost}} = L_r + L_{\text{д}} + L_{\text{ут}}.$$

Учитывая (5.34) и (5.35) можно записать выражение для внутреннего напора турбомашин L_i :

$$\begin{aligned} \text{Для компрес-} \quad L_i &= L_{\text{дин}} + L_{\text{стат}} + L_r + L_{\text{д}} + L_{\text{ут}} = \\ \text{сора (насоса)} \quad &= L_T + L_{\text{д}} + L_{\text{ут}}; \end{aligned} \quad (5.36)$$

$$\text{Для турбины} \quad L_i = L_{\text{дин}} + L_{\text{стат}} - L_r - L_{\text{д}} - L_{\text{ут}}. \quad (5.37)$$

Связь разных элементов напора показана на рис. 5.6 и 5.7.



Рис. 5.6. Баланс напоров компрессора (насоса)

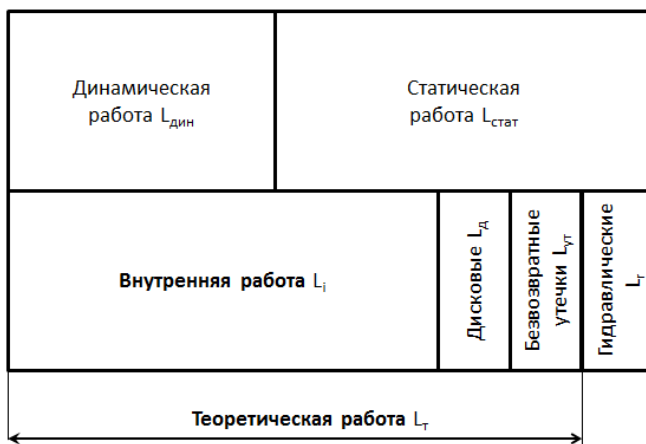


Рис. 5.7. Баланс удельных работ турбины

5.3 Контрольные вопросы по разделу 5

1. Изобразите схему двухмерного потока в РК осевого компрессора и напишите для нее уравнение сохранения энергии в механической форме в относительном движении. Проанализируйте это уравнение.

2. Изобразите схему двухмерного потока в РК осевой турбины и напишите для нее уравнение сохранения энергии в механической форме в относительном движении. Проанализируйте это уравнение.

3. Изобразите схему двухмерного потока в РК ступени центробежного компрессора и напишите для нее уравнение сохранения энергии в механической форме в относительном движении. Проанализируйте это уравнение.

4. Изобразите схему двухмерного потока в РК центростремительной турбины и напишите для нее уравнение сохранения энергии в механической форме в относительном движении. Проанализируйте это уравнение.

5. Изобразите схему двухмерного потока в шнеке постоянного шага насоса и напишите для нее уравнение сохранения энергии в механической форме в относительном движении. Проанализируйте это уравнение.

6. Изобразите схему двухмерного потока в шнеке переменного шага насоса и напишите для нее уравнение сохранения энергии в механической форме в относительном движении. Проанализируйте это уравнение.

7. Запишите уравнение энергии в механической форме в относительном движении для осевого компрессора.

8. Запишите уравнение энергии в механической форме в относительном движении для центробежного компрессора.

9. Запишите уравнение энергии в механической форме в относительном движении для осевой турбины.

10. Запишите уравнение энергии в механической форме в относительном движении для центростремительной турбины.

11. Почему степень повышения давления центробежного компрессора выше, чем у осевого?

12. Почему степень повышения давления осевого компрессора ниже, чем у центробежного?

13. За счет чего растет давление в осевом компрессоре?
14. За счет чего растет давление в центробежном компрессоре?
15. На что расходуется энергия расширения газа в РК центробежной турбины согласно уравнению энергии в механической форме в относительном движении?
16. На что расходуется энергия расширения газа в РК осевой турбины согласно уравнению энергии в механической форме в относительном движении?
17. Что такое динамический напор? Приведите соответствующее уравнение.
18. Что такое статический напор? Приведите соответствующее уравнение.
19. Что такое статическая удельная работа? Приведите соответствующее уравнение.
20. Что такое динамическая удельная работа? Приведите соответствующее уравнение.
21. Из каких компонентов складывается теоретический напор? Приведите соответствующее уравнение.

6 УРАВНЕНИЕ СОХРАНЕНИЯ ЭНЕРГИИ В ТЕПЛОВОЙ ФОРМЕ В ОТНОСИТЕЛЬНОМ ДВИЖЕНИИ

6.1 Вывод уравнения сохранения энергии в тепловой форме в относительном движении

Для вывода уравнения сохранения энергии в тепловой форме в относительном движении в дифференциальном виде воспользуемся аналогичным уравнением, но в механической форме:

$$d\left(\frac{U^2}{2}\right) = \frac{dp}{\rho} + d\left(\frac{W^2}{2}\right) + dL_r = \nu dp + d\left(\frac{W^2}{2}\right) + dL_r \quad (6.1)$$

и уравнением первого закона термодинамики с учетом $dQ_{\text{внут}} = dQ_r = dL_r$ (см. раздел 4):

$$dQ_{\text{внеш}} + dL_r = pd\nu + c_v dT. \quad (6.2)$$

Из уравнения (6.2) получим выражение для определения dL_r :

$$dL_r = pd\nu + c_v dT - dQ_{\text{внеш}} \quad (6.3)$$

и подставим его в (6.1):

$$d\left(\frac{U^2}{2}\right) = \nu dp + pd\nu + c_v dT + d\left(\frac{W^2}{2}\right) - dQ_{\text{внеш}}$$

или

$$dQ_{\text{внеш}} + d\left(\frac{U^2}{2}\right) = di + d\left(\frac{W^2}{2}\right) = di_w^*, \quad (6.4)$$

где $i_w^* = i + \frac{W^2}{2}$ – энтальпия потока, заторможенного в относительном движении.

Распространим уравнение (6.4) на элементарную струйку вязкого газа в относительном движении (рис. 6.1), расположенную между сечениями 1_w и 2_w . Пусть на ее входе в сечении 1_w скорость потока в относительном движении W_1 , статическая температура газа T_1 , полная температура потока в относительном движении $T_{w1}^* = T_1 + \frac{W_1^2}{2c_p}$, статическая энтальпия газа $i_1 = c_p \cdot T_1$, полная энталь-

пия газа заторможенного в относительном движении $i_{w1}^* = i_1 + \frac{W_1^2}{2c_p}$, а окружная (переносная) скорость сечения 1_w относительно оси ЛМ равна U_1 .

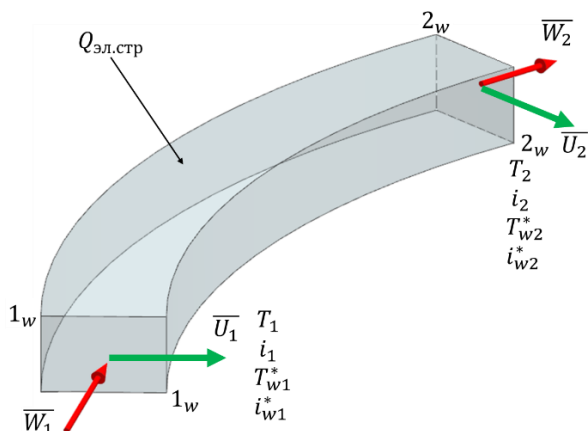


Рис. 6.1. Элементарная струйка газа в относительном движении

На выходе из рассматриваемого участка элементарной струйки в сечении 2_w относительная скорость W_2 , статическая температура

газа T_2 , полная температура в относительном движении T_{w2}^* , статическая энтальпия газа i_2 , полная энтальпия потока, заторможенного в относительном движении – i_{w2}^* , а окружная скорость сечения 2_w относительно оси ЛМ равна U_2 .

К элементарной струйке на рассматриваемом участке от сечения 1_w и до сечения 2_w к каждой единице массы газа подводится внешнее тепло $Q_{эл.стр.}$.

Проинтегрируем уравнение (6.4) от сечения 1_w и до сечения 2_w и получим:

$$Q_{эл.стр.} + \frac{U_2^2 - U_1^2}{2} = i_2 - i_1 + \frac{W_2^2 - W_1^2}{2} = i_{w2}^* - i_{w1}^* . \quad (6.5)$$

Из этого уравнения следует, что внешнее тепло и работа инерционных сил вызывают изменение статической энтальпии и кинетической энергии потока в относительном движении или обуславливают изменение полной энтальпии газа в относительном движении.

Рассмотрим трехмерную схему потока вязкого газа в проточной части рабочего колеса в относительном движении (см. рис. 5.1,а). Выделим контрольной поверхностью F_w часть потока так, чтобы боковые поверхности соответствовали поверхностям тока в относительном движении, а торцевые поверхности F_{1w} и F_{2w} были перпендикулярны этим линиям тока.

Разобьем весь поток на z элементарных струек. Выберем произвольную j -ую струйку (см. рис. 6.1) и запишем для нее уравнение сохранения энергии в тепловой форме в относительном движении, умножив левую и правую части уравнения на расход рабочего тела через элементарную струйку $G_{эл.стр.}$:

$$\begin{aligned} G_{эл.стр.j} Q_{эл.стр.j} + G_{эл.стр.j} \frac{U_{2j}^2 - U_{1j}^2}{2} = \\ = G_{эл.стр.j} i_{2j} - G_{эл.стр.j} i_{1j} + G_{эл.стр.j} \frac{W_{2j}^2 - W_{1j}^2}{2} . \end{aligned} \quad (6.6)$$

ИЛИ

$$G_{\text{эл.смп.}j} Q_{\text{эл.смп.}j} + G_{\text{эл.смп.}j} \frac{U_{2j}^2 - U_{1j}^2}{2} = G_{\text{эл.смп.}j} i_{2vj}^* - G_{\text{эл.смп.}j} i_{1vj}^* . \quad (6.7)$$

Запишем аналогичные уравнения для всех z элементарных струек и сложим их между собой:

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^z G_{\text{эл.смп.}j} Q_{\text{эл.смп.}j} + \sum_{j=1}^z G_{\text{эл.смп.}j} \frac{U_{2j}^2 - U_{1j}^2}{2} = \\ & = \sum_{j=1}^z G_{\text{эл.смп.}j} i_{2j}^* - \sum_{j=1}^z G_{\text{эл.смп.}j} i_{1j}^* + \sum_{j=1}^z G_{\text{эл.смп.}j} \frac{W_{2j}^2 - W_{1j}^2}{2} \end{aligned} \quad (6.8)$$

и

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^z G_{\text{эл.смп.}j} Q_{\text{эл.смп.}j} + \sum_{j=1}^z G_{\text{эл.смп.}j} \frac{U_{2j}^2 - U_{1j}^2}{2} = \\ & = \sum_{j=1}^z G_{\text{эл.смп.}j} i_{2vj}^* - \sum_{j=1}^z G_{\text{эл.смп.}j} i_{1vj}^* . \end{aligned} \quad (6.9)$$

Увеличивая число элементарных струек до бесконечности от суммирования в выражениях (6.10) и (6.9) можно перейти к интегрированию по сечениям на входе и выходе трехмерного потока (см. рис. 5.1,а).

Выражение (6.9) можно представить в виде:

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^z G_{\text{эл.смп.}j} i_{2vj}^* = \sum_{j=1}^z G_{\text{эл.смп.}j} i_{1vj}^* + \\ & + \sum_{j=1}^z G_{\text{эл.смп.}j} Q_{\text{эл.смп.}j} + \sum_{j=1}^z G_{\text{эл.смп.}j} \frac{U_{2j}^2 - U_{1j}^2}{2} . \end{aligned} \quad (6.10)$$

Оно свидетельствует о том, что полная энтальпия всего потока в относительном движении на выходе из контрольной поверхности определяется полной энтальпией потока в относительном движении на входе в контрольную поверхность, работой инерционных сил и внешним теплом.

6.2 Примеры использования уравнения сохранения энергии в тепловой форме в относительном движении

Приведем примеры использования уравнения сохранения энергии в тепловой форме в относительном движении.

Рассмотрим двухмерную схему потока воздуха в РК центробежного компрессора в относительном движении (см. рис. 5.4). Пусть РК вращается с угловой скоростью ω , а радиусы на входе и на выходе из РК r_1 и r_2 . Тогда окружная скорость на входе в РК будет равна $U_1 = \omega \cdot r_1$, а на выходе – $U_2 = \omega \cdot r_2$.

Вектор относительной скорости на входе в РК обозначим \overline{w}_1 . Пусть на входе в РК энтальпия по статическим параметрам i_1 , а полная энтальпия потока, заторможенного в относительном движении, i_{w1}^* .

На выходе из РК вектор относительной скорости \overline{w}_2 , энтальпия по статическим параметрам i_2 , а полная энтальпия потока, заторможенного в относительном движении, i_{w2}^* .

Запишем уравнение сохранения энергии в тепловой форме в относительном движении для рассматриваемой схемы потока через статические i и полные i_w^* энтальпии:

$$\frac{U_2^2 - U_1^2}{2} = i_2 - i_1 + \frac{W_2^2 - W_1^2}{2} \quad (6.11)$$

и

$$\frac{U_2^2 - U_1^2}{2} = i_{w2}^* - i_{w1}^* \quad (6.12)$$

Так как $U_2 > U_1$, то из уравнения (6.12) следует, что в РК центробежного компрессора энтальпия i_w^* и температура потока воздуха $T_w^* = i_w^*/c_p$, заторможенного в относительном движении – увеличиваются.

Представим уравнение (6.11) в несколько ином виде:

$$i_2 - i_1 = \frac{U_2^2 - U_1^2}{2} + \frac{W_1^2 - W_2^2}{2} \quad (6.13)$$

Из этого уравнения следует, что статические энтальпия и статическая температура потока в РК увеличиваются, так как $U_2 > U_1$ и $W_1 > W_2$.

Рассмотрим теперь двухмерную схему потока в относительном движении в РК центростремительной турбины (рис. 6.2). Пусть РК вращается с угловой скоростью ω , а радиусы на входе и на выходе из РК обозначим соответственно r_1 и r_2 . Тогда окружная скорость на входе в РК будет равна $U_1 = \omega \cdot r_1$, а на выходе – $U_2 = \omega \cdot r_2$.

Относительная скорость потока на входе в РК W_1 , энтальпия газа по статическим параметрам i_1 и полная энтальпия потока, заторможенного в относительном движении, i_{w1}^* .

На выходе из РК относительная скорость потока W_2 , энтальпия по статическим параметрам i_2 , а полная энтальпия потока, заторможенного в относительном движении, i_{w2}^* .

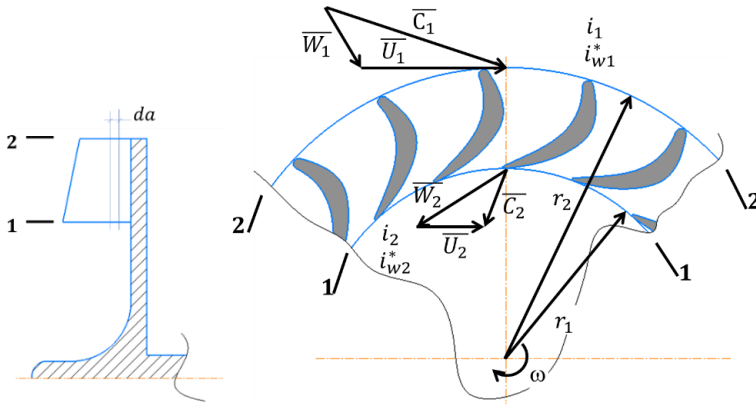


Рис. 6.2. Двухмерная схема потока в относительном движении в рабочем колесе центростремительной турбины

Запишем уравнение сохранения энергии в тепловой форме в относительном движении для рассматриваемой схемы потока через статические i и полные i_w^* энтальпии:

$$\frac{U_2^2 - U_1^2}{2} = i_2 - i_1 + \frac{W_2^2 - W_1^2}{2} \quad (6.14)$$

И

$$\frac{U_2^2 - U_1^2}{2} = i_{w2}^* - i_{w1}^* \quad (6.15)$$

Так как $U_2 < U_1$, то из уравнения (6.15) следует, что в РК центростремительной турбины энтальпия i_w^* и температура $T_w^* = i_w^*/c_p$ потока, заторможенного в относительном движении, уменьшаются.

Представим уравнение (6.14) в несколько ином виде:

$$i_2 - i_1 = \frac{U_2^2 - U_1^2}{2} + \frac{W_1^2 - W_2^2}{2} \quad (6.16)$$

Из этого уравнения следует, что статическая энтальпия и статическая температура газа в РК центростремительной турбины уменьшаются вследствие того, что $U_2 < U_1$ и $W_2 > W_1$.

6.3 Контрольные вопросы по разделу 6

1. Изобразите схему двухмерного потока в РК осевого компрессора и напишите для нее уравнение сохранения энергии в тепловой форме в относительном движении. Проанализируйте это уравнение.

2. Изобразите схему двухмерного потока в РК осевой турбины и напишите для нее уравнение сохранения энергии в тепловой форме в относительном движении. Проанализируйте это уравнение.

3. Изобразите схему двухмерного потока в РК ступени центробежного компрессора и напишите для нее уравнение сохранения энергии в тепловой форме в относительном движении. Проанализируйте это уравнение.

4. Изобразите схему двухмерного потока в РК центростремительной турбины и напишите для нее уравнение сохранения энергии в тепловой форме в относительном движении. Проанализируйте это уравнение.

5. При каких условиях изменяется температура потока заторможенного в относительном движении (в общем случае)?

6. При каких условиях изменяется температура потока, заторможенного в относительном движении в турбомашине? Поясните свой ответ.

7. По каким причинам изменяется статическая температура в осевом компрессоре согласно уравнению энергии в тепловой форме в относительном движении?

8. По каким причинам изменяется статическая температура в центробежном компрессоре согласно уравнению энергии в тепловой форме в относительном движении?

7 УРАВНЕНИЕ КОЛИЧЕСТВА ДВИЖЕНИЯ

7.1 Вывод уравнения количества движения

При выводе уравнения количества движения для потока рабочего тела [5] через некоторый лопаточный венец воспользуемся аналогичным уравнением из теоретической механики для материальной точки массой m_T (рис. 7.1):

$$\bar{R}dt = m_T \bar{C}_{t+dt} - m_T \bar{C}_t, \quad (7.1)$$

где \bar{R} – вектор силы, действующий на материальную точку;

\bar{C}_t – вектор скорости материальной точки в момент времени t ;

\bar{C}_{t+dt} – вектор скорости материальной точки в момент времени $t+dt$.

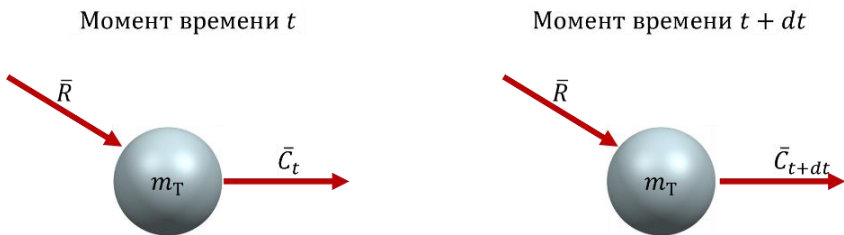


Рис. 7.1. Схема движения материальной точки в период времени от момента t до момента $t+dt$

В соответствии с этим уравнением импульс силы \bar{R} , действующий на материальную точку в течение бесконечно малого вре-

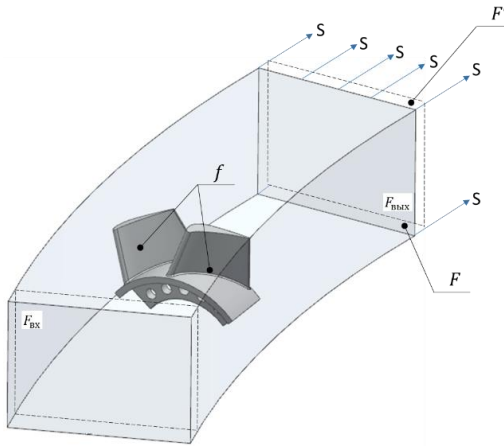


Рис. 7.2. Схема стационарного потока через лопаточный венец

совпадают с поверхностями тока, а торцевые поверхности на входе $F_{вх}$ и на выходе $F_{вых}$ перпендикулярны линиям тока. Обозначим суммарную боковую поверхность лопаток, попавших внутрь контрольной поверхности через f .

За бесконечно малый промежуток времени dt контрольная поверхность F вместе с потоком переместится в новое положение F' .

Разобьем весь поток на z элементарный струек и выделим из них произвольную j -ую струйку (рис. 7.3). Пусть эта элементарная струйка в момент времени t занимает положение между сечением Vx на входе и сечением $V_{вых}$ на выходе. Через бесконечно малый промежуток времени dt элементарная струйка займет положение между сечениями Vx' и $V_{вых}'$.

Пусть скорость рабочего тела на входе в элементарную струйку $\bar{C}_{вх}$, а на выходе $\bar{C}_{вых}$. По боковым и торцевым поверхностям элементарной струйки на рабочее тело действует давление p , а удель-

мени dt , равен разности количества движения материальной точки за этот промежуток времени.

Распространим это уравнение на стационарный поток рабочего тела через ЛВ (рис. 7.2). Ограничим его в произвольный момент времени t контрольной поверхностью F , боковые поверхности которой

ные силы трения $\bar{\tau}$ воздействуют только по ее боковым поверхностям. Равнодействующую всех этих сил обозначим $\bar{R}_{\text{эл.стр.}}$.

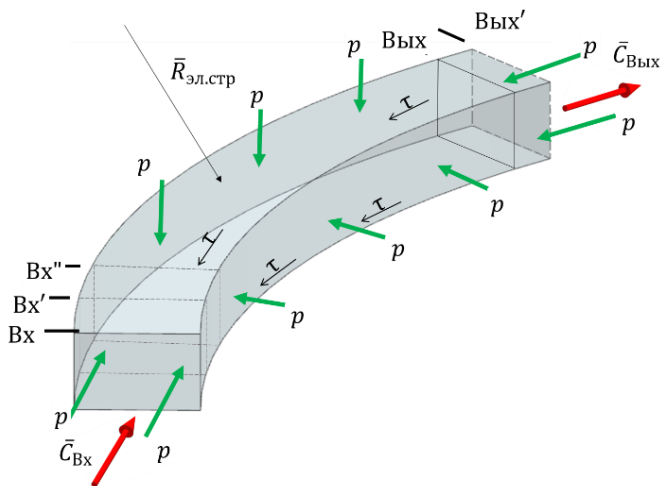


Рис. 7.3. Элементарная струйка рабочего тела

Разделим, как и в подразделе 3, всю элементарную струйку между сечениями Vx и Vyx на бесконечно большое число объемов – элементов n , содержащих в себе одинаковые массы рабочего тела dm . Тогда элемент между сечениями Vyx и Vyx' , который обозначим как $(n+1)$ -ый, также будет включать в себя массу рабочего тела dm .

За бесконечно малый промежуток времени dt через сечение Vx пройдет масса рабочего тела dm . В момент времени $t+dt$, когда это рабочее тело будет располагаться между сечениями Vx и Vx' и занимать объем, определенный под первый элемент струйки ($n = 1$), скорость рассматриваемой массы рабочего тела dm будет равна $\bar{C}_1 = \bar{C}_{\text{вх}}$.

В свою очередь масса рабочего тела, располагавшаяся в момент времени t между сечениями Vx' и Vyx' в объеме первого элемента

струйки, за время dt переместится в объем второго элемента ($n = 2$) струйки в область между сечениями Vx и Vx' и будет иметь скорость \bar{C}_2 . Продолжая аналогичные рассуждения, в конце концов придем к тому, что через сечение $V_{\text{вых}}$ за время dt будет вытеснена масса dm , которая займет объем последнего ($n+1$)-ого элемента струйки, располагающегося между сечениями $V_{\text{вых}}$ и $V_{\text{вых}}'$. Скорость рабочего тела этого элемента будет равна $\bar{C}_{n+1} = \bar{C}_{\text{вых}}$.

Выделим произвольную частицу рабочего тела элементарной струйки (рис. 7.4) массой dm , которая за время dt перемещается из объема i -ого элемента в объем $(i+1)$ -ого элемента струйки и скорость которой изменяется от \bar{C}_i до \bar{C}_{i+1} . На выделенную частицу по боковым и торцевым поверхностям действует давление p , а по боковым поверхностям еще воздействует удельная сила трения $\bar{\tau}$. Обозначим равнодействующую всех этих сил как $\bar{R}_{\text{эл.}i}$.

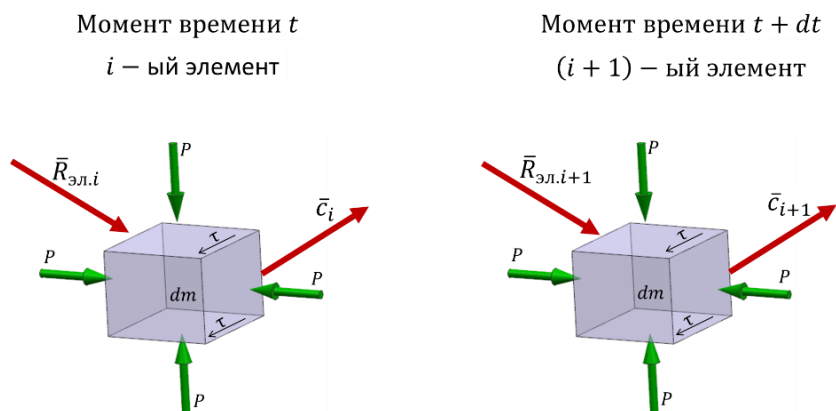


Рис. 7.4. Схема перемещения рабочего тела из объема i -ого элемента в объем $(i+1)$ -ого элемента элементарной струйки

Запишем уравнение количества движения для рассматриваемой частицы рабочего тела:

$$\bar{R}_{эл.i} dt = dm \cdot \bar{C}_{i+1} - dm \cdot \bar{C}_i. \quad (7.2)$$

Оно означает, что импульс силы, действующей на частицу рабочего тела, вызывает изменение скорости ее течения в элементарной струйке.

Запишем уравнения количества движения для всех n элементов рабочего тела элементарной струйки:

$$\begin{aligned} \bar{R}_{эл.1} dt &= dm \cdot \bar{C}_2 - dm \cdot \bar{C}_{вх}; \\ \bar{R}_{эл.2} dt &= dm \cdot \bar{C}_3 - dm \cdot \bar{C}_2; \\ &\dots \\ \bar{R}_{эл.i} dt &= dm \cdot \bar{C}_{i+1} - dm \cdot \bar{C}_i; \\ &\dots \\ \bar{R}_{эл.n-1} dt &= dm \cdot \bar{C}_n - dm \cdot \bar{C}_{n-1}; \\ \bar{R}_{эл.n} dt &= dm \cdot \bar{C}_{вых} - dm \cdot \bar{C}_n. \end{aligned} \quad (7.3)$$

Сложим эти уравнения между собой:

$$dt \sum_{i=1}^n \bar{R}_{эл.i} = dm \cdot \bar{C}_{вых} - dm \cdot \bar{C}_{вх}. \quad (7.4)$$

При сложении сил в левой части уравнения силы, действующие по соприкасающимся торцевым поверхностям, в силу третьего закона Ньютона компенсируют друг друга. Останутся не скомпенсированными силы, действующие по боковой поверхности элементарной струйки и силы, действующие по торцевым поверхностям в сечениях V_x и $V_{вых}$. Таким образом получим, что $dt \sum_{i=1}^n \bar{R}_{эл.i} = \bar{R}_{эл.стр}$ и уравнение (7.4) примет вид:

$$\bar{R}_{\text{эл.стр.}} \cdot dt = dm \cdot \bar{C}_{\text{вых}} - dm \cdot \bar{C}_{\text{вх}} . \quad (7.5)$$

Разделим левую и правую части этого уравнения на dt :

$$\bar{R}_{\text{эл.стр.}} = \frac{dm}{dt} \cdot \bar{C}_{\text{вых}} - \frac{dm}{dt} \cdot \bar{C}_{\text{вх}} . \quad (7.6)$$

Отношение $\frac{dm}{dt}$ представляет собой расход рабочего тела через элементарную струйку $G_{\text{эл.стр.}}$. Поэтому уравнение (7.6) можно представить в виде:

$$\bar{R}_{\text{эл.стр.}} = G_{\text{эл.стр.}} \cdot \bar{C}_{\text{вых}} - G_{\text{эл.стр.}} \cdot \bar{C}_{\text{вх}} , \quad (7.7)$$

где $G_{\text{эл.стр.}} \cdot \bar{C}_{\text{вых}}$ и $G_{\text{эл.стр.}} \cdot \bar{C}_{\text{вх}}$ – секундные количества движения рабочего тела на выходе и входе в элементарную струйку.

Уравнение (7.7) называется уравнением количества движения для элементарной струйки и свидетельствует о том, что равнодействующая всех сил, приложенных к элементарной струйке, равна разности секундных количеств движения вытекающего и втекающего рабочего тела.

Запишем уравнение (7.7) для всех z элементарных струек потока, ограниченного контрольной поверхностью F (рис. 7.2), и сложим их между собой:

$$\sum_{j=1}^z \bar{R}_{\text{эл.стр. } j} = \sum_{j=1}^z G_{\text{эл.стр. } j} \cdot \bar{C}_{\text{вых } j} - \sum_{j=1}^z G_{\text{эл.стр. } j} \cdot \bar{C}_{\text{вх } j} . \quad (7.8)$$

При сложении сил $\bar{R}_{\text{эл.стр. } j}$ в левой части уравнения (7.8) силы, действующие по соприкасающимся боковым поверхностям соседних струек, компенсируют друг друга. Останутся не скомпенсированными силы, действующие на поток со стороны контрольной поверхности F , равнодействующую которых обозначим – R_F , и силы,

действующие на поток со стороны обтекаемых лопаток, равнодействующую которых обозначим – R_f . В результате уравнение (7.8) примет вид:

$$R_F + R_f = \sum_{j=1}^z G_{\text{эл.стр. } j} \bar{C}_{\text{вых } j} - \sum_{j=1}^z G_{\text{эл.стр. } j} \bar{C}_{\text{вх } j} . \quad (7.9)$$

Полученное уравнение носит название уравнения количества движения для стационарного потока рабочего тела и формулируется следующим образом: сумма сил, действующих на поток со стороны контрольной поверхности и обтекаемых тел, равна разности секундных количеств движения вытекающего и втекающего рабочего тела.

7.2 Примеры использования уравнения количества движения

Приведем примеры использования уравнения количества движения. Рассмотрим схему двумерного потока в РК ступени осевого компрессора (рис. 7.5). Выделим контрольной поверхностью одну элементарную рабочую лопатку следующим образом. Проведем через середины двух соседних межлопаточных каналов две эквидистантные поверхности $1-2$ и $1'-2'$, отстоящие одна от другой на расстоянии шага решетки t и перпендикулярные плоскости схемы рис. 7.5. На входе и выходе из решетки РК проведем две плоскости $1-1'$ и $2-2'$ также перпендикулярные плоскости рассматриваемой схемы.

По высоте контрольный объем ограничим плоскостями, параллельными плоскости схемы и отстоящими одна от другой на расстоянии dr .

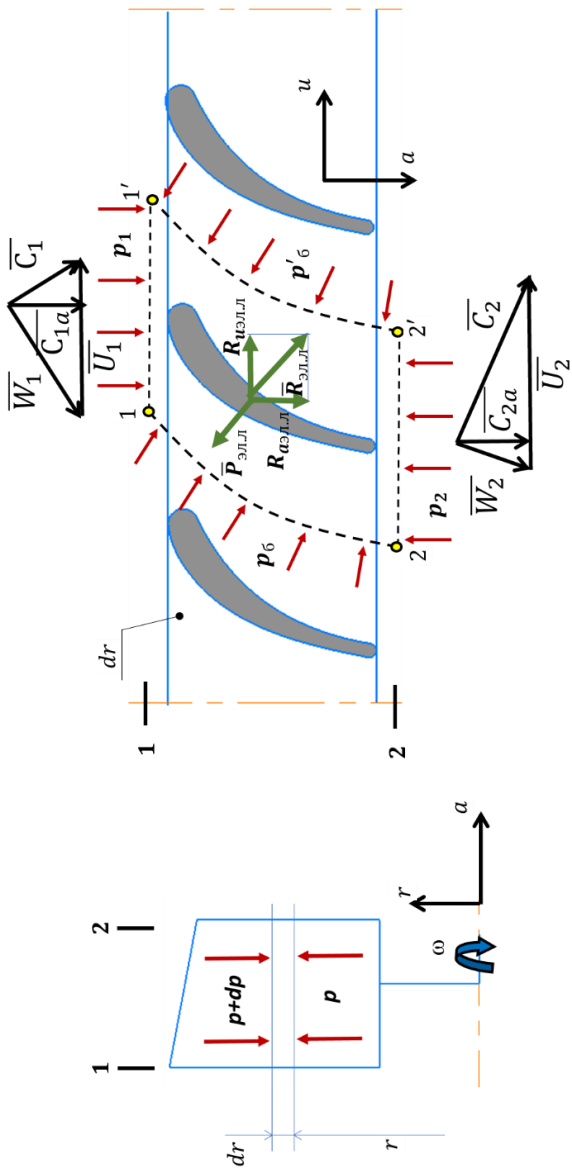


Рис. 7.5. Схема двухмерного потока в рабочем колесе ступени осевого компрессора

На выделенный таким образом контрольный объем рабочего тела со стороны поверхности $1-1'$ действует давление p_1 , а со стороны поверхности $2-2'$ – давление p_2 . По боковой поверхности $1-2$ действует эпюра давлений p_σ , а по поверхности $1'-2'$ – эпюра давлений p'_σ . Эти эпюры давлений одинаковы, но направлены в разные стороны.

Снизу на выделенный объем действует давление p , а сверху – давление $p+dp$. Со стороны элементарной лопатки, попавшей в контрольный объем, на поток воздействует сила $\bar{R}_{эл.л.}$.

Пусть на входе в элементарное РК вектор абсолютной скорости потока \bar{C}_1 , вектор относительной скорости потока \bar{W}_1 , а вектор переносной (окружной) скорости \bar{U}_1 . На выходе из РК вектор абсолютной скорости потока \bar{C}_2 , вектор относительной скорости потока \bar{W}_2 , а вектор переносной (окружной) скорости $\bar{U}_2 = \bar{U}_1$.

Введем в рассмотрение оси координат. Вдоль оси РК в сторону движения рабочего тела направлена ось Oa (см. рис. 7.5), а в сторону вращения направлена окружная ось $Oи$. Таким образом, все указанные выше векторные параметры могут быть спроецированы на эти координатные оси.

Запишем уравнение количества движения для выделенного контрольного объема рабочего тела:

$$\bar{R}_{эл.л.} + \bar{P}_1 + \bar{P}_2 + \bar{P}_\sigma + \bar{P}'_\sigma + \bar{P}_и + \bar{P}_g = G_{эл.} \cdot \bar{C}_2 - G_{эл.} \cdot \bar{C}_1, \quad (7.10)$$

где \bar{P}_1 – сила давления на поверхность $1-1'$, равная по модулю $|\bar{P}_1| = p_1 \cdot t \cdot dr$ и направленная по оси Oa ;

\bar{P}_2 – сила давления на поверхность $2-2'$, равная по модулю $|\bar{P}_2| = p_2 \cdot t \cdot dr$ и направленная противоположно направлению оси Oa ;

\bar{P}_o и \bar{P}'_o – силы давления по боковым поверхностям 1-2 и 1'-2', равные друг другу по модулю, но направленные в противоположные стороны;

\bar{P}_n – сила давления, действующая на выделенный объем снизу (по цилиндрической поверхности радиуса r);

\bar{P}_e – сила давления, действующая на выделенный объем сверху (по цилиндрической поверхности радиуса $r+dr$).

Спроецируем векторное уравнение (7.10) на оси Ou и Oa :

$$R_{эл.л.u} = G_{эл} \cdot C_{2u} - G_{эл} \cdot C_{1u};$$

$$R_{эл.л.a} + p_1 \cdot t \cdot dr - p_2 \cdot t \cdot dr = G_{эл} C_{2a} - G_{эл} C_{1a}$$

или

$$R_{эл.л.u} = G_{эл} \cdot (C_{2u} - C_{1u});$$

$$R_{эл.л.a} = (p_2 - p_1) \cdot t \cdot dr + G_{эл} \cdot (C_{2a} - C_{1a}), \quad (7.11)$$

где $R_{эл.л.u}$ и $R_{эл.л.a}$ – окружная и осевая составляющие силы, действующей на поток со стороны элементарной лопатки;

C_{1u} и C_{1a} – окружная и осевая составляющие абсолютной скорости потока на входе в РК;

C_{2u} и C_{2a} – окружная и осевая составляющие абсолютной скорости потока на выходе из РК.

Сила, с которой поток воздействует на элементарную лопатку, $\bar{P}_{эл.л} = -\bar{R}_{эл.л}$ и тогда:

$$P_{эл.л.u} = -G_{эл} \cdot (C_{2u} - C_{1u});$$

$$P_{эл.л.a} = -(p_2 - p_1) \cdot t \cdot dr + G_{эл} (C_{1a} - C_{2a}), \quad (7.12)$$

где $P_{эл.л.u}$ и $P_{эл.л.a}$ – окружная и осевая составляющие силы, с которой поток воздействует на элементарную лопатку.

Определяя с помощью формул (7.12) составляющие аэродинамической силы, действующей со стороны потока на элементарные лопатки, которые расположены на различных радиусах, можно определить эпюры сил $P_{л.и}$ и $P_{л.а}$ вдоль высоты лопатки и использовать их при проведении приблизительных расчетов лопатки на прочность.

Рассмотрим теперь схему двухмерного потока газа в РК осевой турбины (рис. 7.6). Выделим контрольной поверхностью одну элементарную лопатку точно также, как это сделали в предыдущем примере, и введем в рассмотрение те же параметры, что и в предыдущем случае (рис. 7.6).

Уравнение количества движения для выделенного контрольного объема рабочего тела будет иметь такой же вид, что и в предыдущем примере:

$$\bar{R}_{эл.л} + \bar{P}_1 + \bar{P}_2 + \bar{P}_б + \bar{P}'_б + \bar{P}_н + \bar{P}_г = G_{эл.} \cdot \bar{C}_2 - G_{эл.} \cdot \bar{C}_1 \quad (7.13)$$

Спроецируем векторное уравнение (7.13) на оси Ou и Oa :

$$P_{эл.л.и} = G_{эл.} \cdot C_{2u} - G_{эл.} \cdot C_{1u};$$

$$R_{эл.л.а} + p_1 \cdot t \cdot dr - p_2 \cdot t \cdot dr = G_{эл.} \cdot C_{2a} - G_{эл.} \cdot C_{1a}$$

или

$$P_{эл.л.и} = G_{эл.} (C_{2u} - C_{1u});$$

$$R_{эл.л.а} = G_{эл.} \cdot (C_{2a} - C_{1a}) + (p_2 - p_1) \cdot t \cdot dr. \quad (7.14)$$

Проанализируем уравнения (7.14). В соответствии со схемой потока на рис. 7.6 $C_{1u} > 0$, а $C_{2u} < 0$ и, следовательно, $R_{эл.л.и} < 0$, т.е. окружная составляющая силы $\bar{R}_{эл.л}$ направлена в сторону, противоположную вращению РК, как и представлено на рис. 7.6.

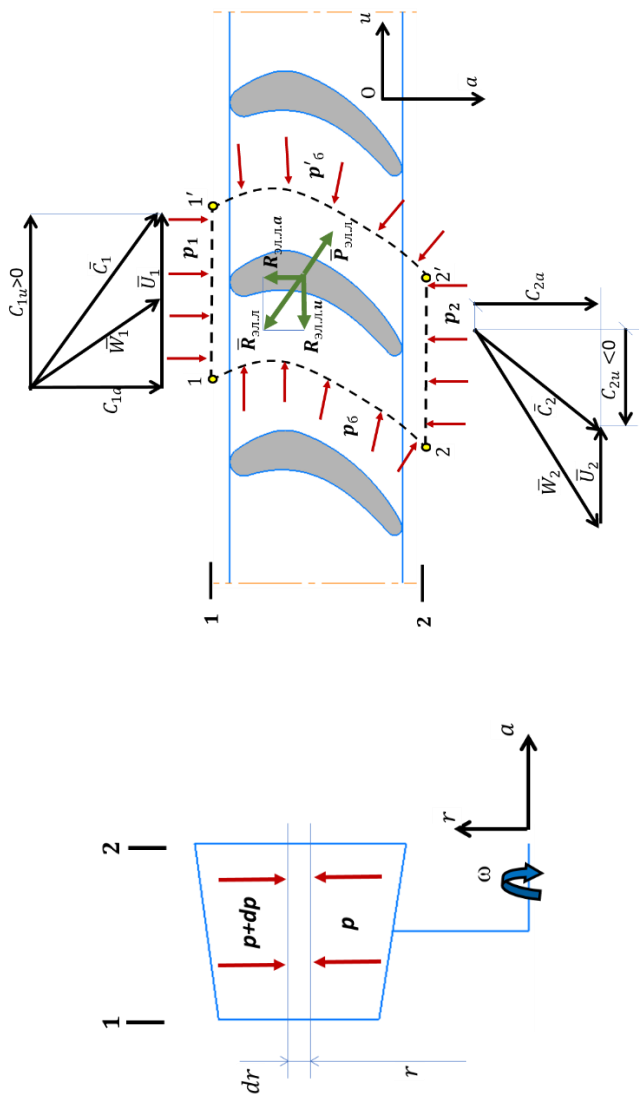


Рис. 7.6. Схема двухмерного потока в рабочем колесе ступени осевой турбины

Обычно $C_{2a} \approx C_{1a}$, а $p_2 < p_1$, поэтому $R_{эл.л.а} < 0$, т.е. осевая составляющая силы $\bar{R}_{эл.л}$ направлена в сторону, противоположную осевому перемещению потока, как и представлено на рис. 7.6.

Сила, с которой поток воздействует на элементарную лопатку, $\bar{P}_{эл.л} = -\bar{R}_{эл.л}$ и тогда:

$$P_{эл.л.и} = G_{эл} (C_{1и} - C_{2и});$$

$$R_{эл.л.а} = G_{эл} \cdot (C_{1а} - C_{2а}) + (p_1 - p_2) \cdot t \cdot dr. \quad (7.15)$$

Анализ первого из этих уравнений показывает, что $P_{эл.л.и} > 0$. Именно эта составляющая силы, воздействующей на лопатку со стороны потока, определяет крутящий момент на валу РК. Осевая составляющая силы $\bar{P}_{эл.л}$ также больше 0. Это означает, что она направлена в сторону осевого перемещения потока рабочего тела (см. рис. 7.6).

7.3 Контрольные вопросы по разделу 7

1. Изобразите схему двухмерного потока, обтекающего элементарную рабочую лопатку осевого компрессора, и напишите для нее уравнение количества движения. Проанализируйте это уравнение.

2. Изобразите схему двухмерного потока, обтекающего элементарную лопатку НА осевого компрессора, и напишите для нее уравнение количества движения. Проанализируйте это уравнение.

3. Изобразите схему двухмерного потока, обтекающего элементарную рабочую лопатку осевой турбины, и напишите для нее уравнение количества движения. Проанализируйте это уравнение.

4. Изобразите схему двухмерного потока, обтекающего элементарную лопатку СА осевой турбины, и напишите для нее уравнение количества движения. Проанализируйте это уравнение.

5. Изобразите схему двухмерного потока, обтекающего элементарную лопатку шнека постоянного шага насоса, и напишите для нее уравнение количества движения. Проанализируйте это уравнение.

6. Изобразите схему двухмерного потока, обтекающего элементарную лопатку шнека переменного шага насоса, и напишите для нее уравнение количества движения. Проанализируйте это уравнение.

7. Какие функции выполняет РК компрессора?

8. Почему к РК компрессора необходимо подводить механическую работу?

9. Почему в компрессоре рабочее тело движется из области низкого давления в область высокого?

10. Почему РК турбины вращается без подвода механической работы извне?

11. Какое воздействие оказывает окружная сила, действующая со стороны рабочего тела на лопатку компрессора?

12. Какое воздействие оказывает окружная сила, действующая со стороны рабочего тела на лопатку турбины?

13. Какие функции выполняет РК турбины?

8 УРАВНЕНИЕ МОМЕНТОВ КОЛИЧЕСТВА ДВИЖЕНИЯ

8.1 Вывод уравнения моментов количества движения

При выводе уравнения моментов количества движения для потока рабочего тела [5] через некоторый лопаточный венец воспользуемся аналогичным уравнением из теоретической механики для материальной точки массой m_T (рис. 8.1):

$$M_{кр} = \frac{m_T C_{u(t+dt)} r_{(t+dt)} - m_T C_{ut} r_t}{dt}. \quad (8.1)$$

Здесь $M_{кр} = R \cdot u \cdot r$ – крутящий момент относительно некоторой оси Oa , который создается окружной составляющей R_u силы \bar{R} , действующей на материальную точку, находящуюся относительно оси Oa на расстоянии r ;

C_{ut} и $C_{u(t+dt)}$ – окружные составляющие скорости материальной точки в моменты времени t и $t + dt$;

r_t и $r_{(t+dt)}$ – расстояния материальной точки от оси Oa в моменты времени t и $t+dt$;

$m_T \cdot C_{ut} \cdot r_t$ и $m_T \cdot C_{u(t+dt)} \cdot r_{(t+dt)}$ – моменты количества движения материальной точки относительно оси Oa в моменты времени t и $t+dt$.

В соответствии с этим уравнением, крутящий момент, создаваемый относительно оси Oa , силой, действующей на материальную точку массой m_T , равен изменению момента количества движения этой материальной точки $m_T \cdot C_u \cdot r$ относительно той же оси в единицу времени.

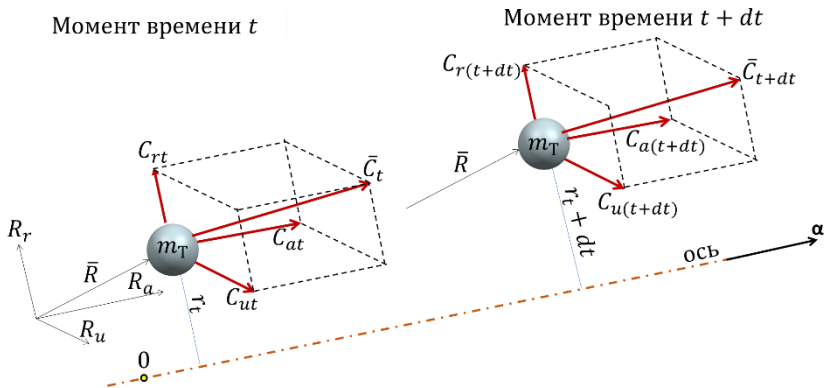


Рис. 8.1. Схема движения материальной точки в период времени от момента t до $t+dt$ относительно оси Oa

Распространим это уравнение на стационарный поток рабочего тела через ЛВ (см. рис. 3.1,*a*). Ограничим его в произвольный момент времени t контрольной поверхностью F , боковые поверхности которой совпадают с поверхностями тока, а торцевые поверхности на входе $F_{вх}$ и на выходе $F_{вых}$ перпендикулярны линиям тока. Обозначим суммарную боковую поверхность лопаток, попавших внутрь контрольной поверхности F через f .

За бесконечно малый промежуток времени dt контрольная поверхность F вместе с потоком переместится в новое положение F' .

Разобьем весь поток на z элементарных струек (см. рис. 3.1,*a*) и выделим из них произвольную j -ую струйку (рис. 8.2). Пусть эта элементарная струйка в момент времени t занимает положение между сечениями Bx на входе и $B_{вых}$ на выходе. Через бесконечно малый промежуток времени dt она займет положение между сечениями Bx' и $B_{вых}'$.

Пусть вектор скорости рабочего тела на входе в элементарную струйку \bar{C}_{Bx} и его окружная составляющая $-C_{Bx,u}$, а на выходе вектор скорости потока $\bar{C}_{B_{вых}}$ и его окружная составляющая $-C_{B_{вых},u}$.

По боковым и торцевым поверхностям элементарной струйки на рабочее тело действует давление p , а удельные силы трения $\bar{\tau}$ воздействуют только по ее боковым поверхностям. Равнодействующую всех этих сил обозначим $\bar{R}_{эл.стр}$, а крутящий момент, который она создает относительно оси Oa , – $M_{кр.эл.стр}$.

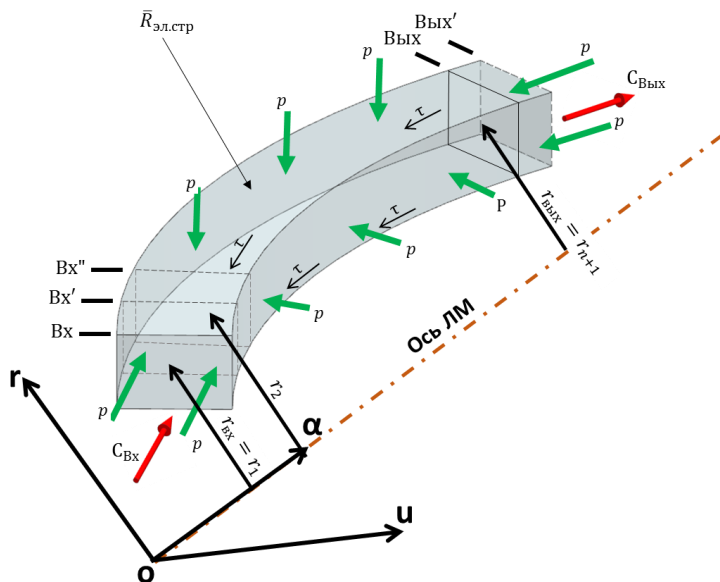


Рис. 8.2. Элементарная струйка рабочего тела в координатных осях

Разделим всю элементарную струйку между сечениями Vx и Vyx на бесконечно большое число объемов – элементов n , содержащих в себе одинаковые массы рабочего тела dm (рис. 8.2). Обозначим элемент между сечениями Vyx и Vyx' также массой dm как $(n+1)$ -ый элемент.

За бесконечно малый промежуток времени dt через сечение Vx пройдет масса рабочего тела dm . В момент времени $t+dt$, когда это

рабочее тело будет располагаться между сечениями Vx и Vx' и занимать объем, определенный под первый элемент струйки ($n = 1$), вектор скорости рассматриваемой массы dm рабочего тела будет равен $\bar{C}_1 = \bar{C}_{Bx}$, а окружная составляющая скорости – $C_{1u} = C_{Bxu}$. При этом первый элемент струйки будет размещаться на расстоянии $r_1 = r_{Bx}$ от оси Oa .

В свою очередь масса рабочего тела, располагавшаяся в момент времени t между сечениями Vx и Vx' в объеме первого элемента струйки, за время dt переместится в объем второго элемента ($n = 2$) струйки в область между сечениями Vx' и Vx'' и будет иметь скорость \bar{C}_2 , а ее окружная составляющая скорости будет равна C_{2u} . При этом второй элемент будет отстоять от оси Oa на расстоянии r_2 .

Продолжая аналогичные рассуждения, в конце концов придем к тому, что через сечение Vyx за время dt будет вытеснена масса рабочего тела dm , которая займет объем последнего ($n + 1$)-го элемента струйки, располагающегося между сечениями Vyx и Vyx' . Вектор скорости рабочего тела этого элемента будет равен $\bar{C}_{n+1} = \bar{C}_{Vyx}$, окружная составляющая его скорости будет равна C_{vyxu} , а относительно оси Oa он будет размещаться на расстоянии $r_{vyxu} = r_{n+1}$.

Выделим произвольную частицу рабочего тела элементарной струйки (рис. 8.3) массой dm . За время dt она перемещается из объема i -го элемента в объем $(i+1)$ -го элемента струйки, вектор ее скорости изменяется от \bar{C}_i до \bar{C}_{i+1} , а окружная составляющая скорости – от C_{iu} до $C_{(i+1)u}$. При этом расстояние частицы от оси Oa изменяется от r_i до r_{i+1} .

На выделенную частицу по боковым и торцевым поверхностям действует давление p , а по боковым поверхностям еще воздействует удельная сила трения $\bar{\tau}$. Вектор равнодействующей всех этих сил

обозначим как $\bar{R}_{эл.i}$. Относительно оси Oa он будет создавать крутящий момент $M_{кр.эл.i}$.

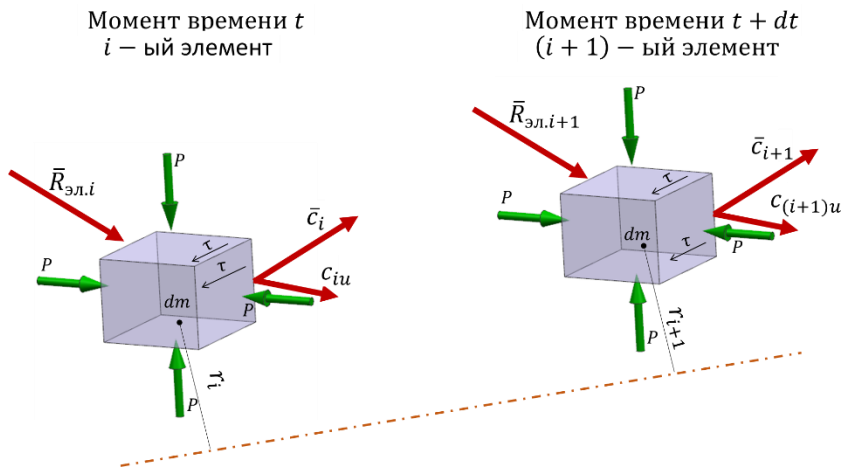


Рис. 8.3. Схема перемещения произвольной частицы рабочего тела за период времени dt

Запишем уравнение момента количества движения для рассматриваемой частицы рабочего тела:

$$M_{кр.эл.i} = \frac{dm \cdot C_{(i+1)u} r_{(i+1)} - dm \cdot C_{iu} r_i}{dt} \quad (8.2)$$

Оно означает, что крутящий момент от силы, действующей на частицу рабочего тела, относительно оси Oa , равен изменению момента количества движения частицы в единицу времени.

Запишем уравнения моментов количества движения для всех частиц рабочего тела элементарной струйки:

$$M_{кр.эл.1} = \frac{dm}{dt} C_{2u} r_2 - \frac{dm}{dt} C_{Bx u} r_{Bx} ;$$

$$\begin{aligned}
M_{\text{кр.эл.2}} &= \frac{dm}{dt} C_{3u} r_3 - \frac{dm}{dt} C_{2u} r_2; \\
&\dots \\
M_{\text{кр.эл.i}} &= \frac{dm}{dt} C_{(i+1)u} r_{i+1} - \frac{dm}{dt} C_{iu} r_i; \\
&\dots \\
M_{\text{кр.эл.(n-1)}} &= \frac{dm}{dt} C_{nu} r_n - \frac{dm}{dt} C_{(n-1)u} r_{n-1}; \\
M_{\text{кр.эл.n}} &= \frac{dm}{dt} C_{\text{Вых}u} r_{\text{Вых}} - \frac{dm}{dt} C_{nu} r_n.
\end{aligned} \tag{8.3}$$

Сложим эти уравнения между собой:

$$\sum_{i=1}^n M_{\text{кр.эл.}i} = \frac{dm}{dt} C_{\text{Вых}u} r_{\text{Вых}} - \frac{dm}{dt} C_{\text{Вх}u} r_{\text{Вх}}. \tag{8.4}$$

При сложении крутящих моментов в левой части уравнения моменты от сил, действующих по соприкасающимся торцевым поверхностям соседних элементов, компенсируют друг друга. Останутся не скомпенсированными крутящие моменты от сил, действующих по боковым поверхностям элементарной струйки, и крутящие моменты от сил, действующих по торцевым поверхностям в сечениях Vx и Vyx . Таким образом получим, что $\sum_{i=1}^n M_{\text{кр.эл.}i} = M_{\text{кр.эл.стр.}}$ и уравнение (8.4) примет вид:

$$M_{\text{кр.эл.стр.}} = \frac{dm}{dt} C_{\text{Вых}u} r_{\text{Вых}} - \frac{dm}{dt} C_{\text{Вх}u} r_{\text{Вх}}. \tag{8.5}$$

Отношение $\frac{dm}{dt}$ представляет собой массовый расход рабочего тела через элементарную струйку $G_{\text{эл.стр.}}$. Поэтому уравнение (8.5) можно представить в виде:

$$M_{\text{кр.эл.стр.}} = G_{\text{эл.стр.}} C_{\text{Выхи}} \cdot r_{\text{Вых}} - G_{\text{эл.стр.}} C_{\text{Вхи}} \cdot r_{\text{Вх}}, \quad (8.6)$$

где $G_{\text{эл.стр.}} C_{\text{Вхи}} \cdot r_{\text{Вх}}$ и $G_{\text{эл.стр.}} C_{\text{Выхи}} \cdot r_{\text{Вых}}$ – секундные моменты количества движения рабочего тела на входе и выходе из элементарной струйки.

Уравнение (8.6) называется уравнением моментов количества движения для элементарной струйки и свидетельствует о том, что крутящий момент от всех сил, действующих на элементарную струйку относительно некоторой оси, равен разности секундных моментов количества движения рабочего тела на выходе и входе в элементарную струйку относительно той же оси.

Запишем уравнение (8.6) для всех z элементарных струек потока, ограниченного контрольной поверхностью F (см. рис. 3.1,а) и сложим их между собой:

$$\sum_{j=1}^z M_{\text{кр.эл.стр.}j} = \sum_{j=1}^z G_{\text{эл.стр.}j} C_{\text{Вых}j} r_{\text{Вых}j} - \sum_{j=1}^z G_{\text{эл.стр.}j} C_{\text{Вх}j} r_{\text{Вх}j}. \quad (8.7)$$

При сложении крутящих моментов в левой части уравнения (8.7) крутящие моменты от сил, действующих по соприкасающимся боковым поверхностям соседних струек, компенсируют друг друга. Останутся не скомпенсированными крутящие моменты от сил, действующих на поток со стороны контрольной поверхности $F - M_F$, и крутящие моменты от сил, действующих на поток со стороны обтекаемого лопаточного венца M_f . В результате уравнение (8.7) примет вид:

$$M_F + M_f = \sum_{j=1}^z G_{\text{эл.стр.}j} C_{\text{Вых}j} r_{\text{Вых}j} - \sum_{j=1}^z G_{\text{эл.стр.}j} C_{\text{Вх}j} r_{\text{Вх}j}. \quad (8.8)$$

Полученное уравнение носит название уравнения моментов количества движения для стационарного потока рабочего тела и формулируется следующим образом: сумма крутящих моментов от сил, действующих на поток со стороны контрольной поверхности и обтекаемых тел, относительно некоторой оси равна разности секундных моментов количества движения вытекающего и втекающего рабочего тела относительно той же оси.

8.2 Примеры использования уравнения моментов количества движения

Приведем примеры использования уравнения моментов количества движения. Рассмотрим схему двухмерного потока в РК ступени центробежного компрессора (рис. 8.4). Выделим контрольной поверхностью одну элементарную рабочую лопатку следующим образом. Проведем через середины двух соседних межлопаточных каналов две эквидистантные поверхности $1-2$ и $1'-2'$, отстоящие одна от другой на расстоянии углового шага решетки θ и перпендикулярные плоскости схемы рис. 8.4.

На входе и выходе из элементарного ЛВ проведем две цилиндрические поверхности $1-1'$ и $2-2'$ также перпендикулярные плоскости схемы на рис. 8.4.

По толщине контрольный объем ограничим плоскостями A_1-A_2 и $A'_1-A'_2$, перпендикулярными оси РК и отстоящими одна от другой на расстоянии da .

На выделенный таким образом контрольный объем рабочего тела со стороны поверхности $1-1'$ действует радиально направленное давление p_1 , а со стороны поверхности $2-2'$ – радиально направленное давление p_2 .

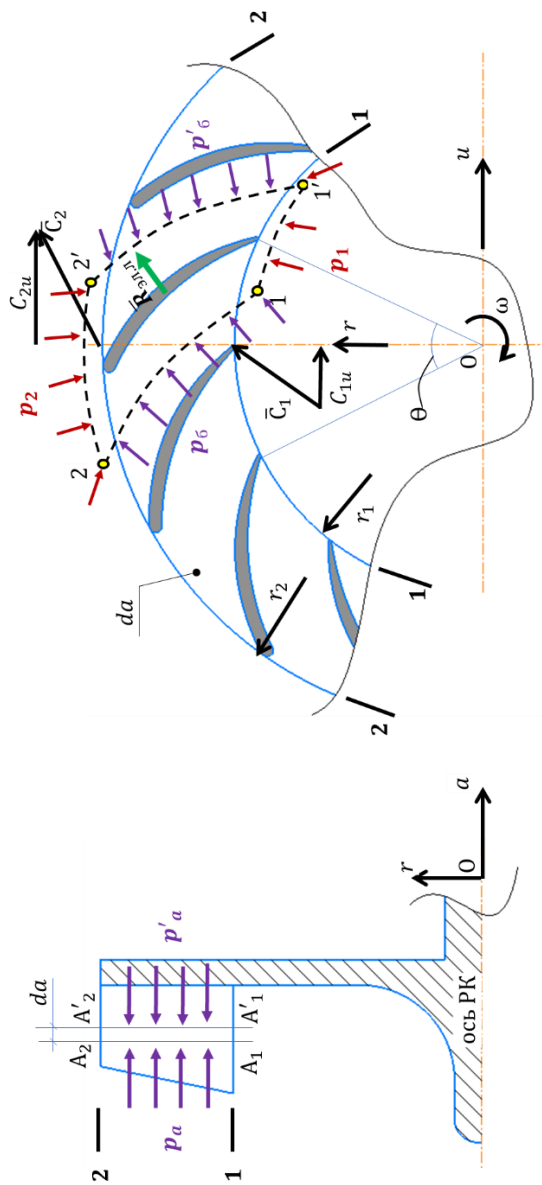


Рис. 8.4. Схема двухмерного потока в рабочем колесе ступени центробежного компрессора

По боковым эквидистантным поверхностям $1-2$ и $1'-2'$ действуют подобные эпюры давлений p_b и p'_b , но направленные в разные стороны.

По поверхностям A_1-A_2 и $A'_1-A'_2$ на выделенный контрольный объем в осевом направлении действуют одинаковые эпюры давлений p_a и p'_a , но направленные в разные стороны.

Со стороны элементарной лопатки, попавшей в контрольный объем, на поток воздействует сила $\bar{R}_{э.л.}$, создающая относительно оси РК крутящий момент $M_{э.л.}$.

Пусть на входе в элементарное РК на радиусе r_1 (см. рис. 8.4) вектор абсолютной скорости потока \bar{C}_1 , а его окружная составляющая – C_{1u} . На выходе из элементарного РК на радиусе r_2 вектор абсолютной скорости потока – \bar{C}_2 , а его окружная составляющая – C_{2u} . Расход рабочего тела через элемент с рабочей лопаткой, выделенный контрольной поверхностью, обозначим $G_{э.л.}$.

Запишем уравнение моментов количества движения для выделенного контрольного объема рабочего тела относительно оси РК:

$$M_{кр.э.л.} + M_{кр1} + M_{кр2} + M_{кр.б} + M'_{кр.б} + M_{кр.а} + M'_{кр.а} = \\ = G_{э.л.} C_{2u} r_2 - G_{э.л.} C_{1u} r_1, \quad (8.9)$$

где $M_{кр1}$ – крутящий момент от сил давления p_1 , действующих на поверхность $1-1'$. Так как давление p_1 направлено по радиусу, проходящему через ось РК, то $M_{кр1} = 0$;

$M_{кр2}$ – крутящий момент от сил давления p_2 , действующих на поверхность $2-2'$. Так как давление p_2 направлено по радиусу, проходящему через ось РК, то $M_{кр2} = 0$;

$M_{кр.б}$ – крутящий момент от сил давления p_b , действующих по поверхности $1-2$;

$M'_{кр.б}$ – крутящий момент от сил давления $p'_б$, действующих по поверхности A'_{1-2} ;

$M_{кр.а}$ – крутящий момент от сил давления p_a , действующих на выделенный объем по поверхности A_1-A_2 . Так как давление p_a направлено параллельно оси РК, то $M_{кр.а} = 0$;

$M'_{кра}$ – крутящий момент от сил давления p'_a , действующих на выделенный объем по поверхности $A'_1-A'_2$. Так как давление p'_a направлено параллельно оси РК, то $M'_{кра} = 0$.

Эпюры давлений $p_б$ и $p'_б$ одинаковы, но направлены в разные стороны, что приводит к равенству $M_{кр.б} = -M'_{кр.б}$, поэтому их сумма равна нулю ($M_{кр.б} + M'_{кр.б} = 0$).

Таким образом, уравнение (8.9) примет вид:

$$M_{кр.эл.л} = G_{эл}C_{2u}r_2 - G_{эл}C_{1u}r_1. \quad (8.10)$$

Разобьем поток через весь элементарный лопаточный венец РК, состоящий из z элементарных лопаток, на z контрольных объемов, аналогичных представленному на рис. 8.4.

Запишем для всех контрольных объемов уравнения моментов количества движения и сложим их между собой:

$$\sum_{i=1}^z M_{кр.эл.л.i} = \sum_{i=1}^z G_{эл.i} C_{2u} r_2 - \sum_{i=1}^z G_{эл.i} C_{1u} r_1$$

или

$$\sum_{i=1}^z M_{кр.эл.л.i} = C_{2u} r_2 \sum_{i=1}^z G_{эл.i} - C_{1u} r_1 \sum_{i=1}^z G_{эл.i}. \quad (8.11)$$

Суммирование в левой части уравнения крутящих моментов от сил, действующих на поток со стороны элементарных лопаток, даст крутящий момент от сил, действующих на поток со стороны всего

элементарного лопаточного венца $M_{кр.эл.ЛВ}$. А сумма $\sum_{i=1}^z G_{эл i}$ представляет собой расход рабочего тела через весь элементарный ЛВ $G_{эл.ЛВ}$. В результате уравнение (8.11) примет вид:

$$M_{кр.эл.ЛВ} = G_{эл.ЛВ} C_{2u} r_2 - G_{эл.ЛВ} C_{1u} r_1. \quad (8.12)$$

В соответствии с этим уравнением крутящий момент от сил, действующих на поток со стороны элементарного ЛВ, равен разности секундных моментов количества движения рабочего тела на выходе и входе в элементарный ЛВ.

Умножим левую и правую части уравнения (8.12) на угловую скорость ω вращения РК:

$$M_{кр.эл.ЛВ} \cdot \omega = G_{эл.ЛВ} \cdot C_{2u} \cdot r_2 \cdot \omega - G_{эл.ЛВ} \cdot C_{1u} \cdot r_1 \cdot \omega. \quad (8.13)$$

В этом уравнении:

$M_{кр.эл.ЛВ} \cdot \omega = N_{и.эл.ЛВ}$ – мощность на окружности элементарного ЛВ РК, передаваемая им потоку рабочего тела;

$r_1 \cdot \omega = U_1$ – окружная скорость на входе в элементарное РК;

$r_2 \cdot \omega = U_2$ – окружная скорость на выходе из элементарного РК.

В результате получим:

$$N_{и.эл.ЛВ} = G_{эл.ЛВ} C_{2u} U_2 - G_{эл.ЛВ} C_{1u} U_1. \quad (8.14)$$

Разделим левую и правую части уравнения (8.14) на расход рабочего тела $G_{эл.ЛВ}$:

$$\frac{N_{и.эл.ЛВ}}{G_{эл.ЛВ}} = C_{2u} U_2 - C_{1u} U_1. \quad (8.15)$$

При делении работы на окружности элементарного РК в единицу времени $N_{и.эл.ЛВ}$ на количество рабочего тела, проходящего через элементарный ЛВ в единицу времени $G_{эл.ЛВ}$, получим работу на

окружности элементарного РК, приходящуюся на единицу массы рабочего тела, т.е. удельную работу на окружности РК компрессора. Эту удельную работу в теории лопаточных машин называют теоретическим напором H_T .

С учетом этого уравнение (8.15) примет вид:

$$H_T = C_{2u}U_2 - C_{1u}U_1. \quad (8.16)$$

Рассмотрим теперь схему двумерного потока газа в РК центробежной турбины (рис. 8.5). Выделим контрольной поверхностью одну элементарную лопатку точно также, как это сделали в предыдущем примере и введем в рассмотрение те же параметры, что и в предыдущем случае (рис. 8.5).

Уравнение моментов количества движения для потока в элементарном ЛВ РК будет иметь такой же вид, что и ранее:

$$M_{кр.эл.ЛВ} = G_{эл.ЛВ}C_{2u}r_2 - G_{эл.ЛВ}C_{1u}r_1. \quad (8.17)$$

Однако в случае РК турбины нас интересует крутящий момент, создаваемый потоком газа на рабочих лопатках, $M'_{кр.эл.ЛВ} = -M_{кр.эл.ЛВ}$. Для определения крутящего момента $M'_{кр.эл.ЛВ}$ формула будет иметь вид:

$$M'_{кр.эл.ЛВ} = G_{эл.ЛВ}C_{1u}r_1 - G_{эл.ЛВ}C_{2u}r_2. \quad (8.18)$$

Умножим левую и правую части уравнения (8.17) на угловую скорость ω вращения РК:

$$M'_{кр.эл.ЛВ}\omega = G_{эл.ЛВ}C_{1u}r_1\omega - G_{эл.ЛВ}C_{2u}r_2\omega. \quad (8.19)$$

В этом уравнении:

$M'_{кр.эл.ЛВ}\omega = N'_{и.эл.ЛВ}$ – мощность, создаваемая на окружности элементарного ЛВ РК потоком рабочего тела;

$r_1\omega = U_1$ – окружная скорость на входе в РК;

$r_2\omega = U_2$ – окружная скорость на выходе из РК.

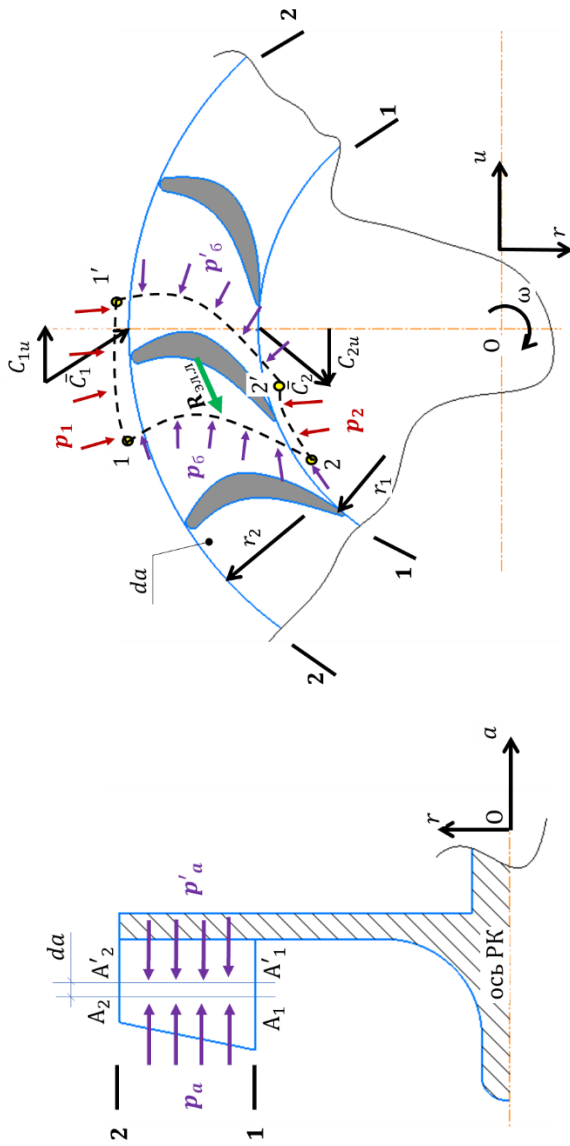


Рис. 8.5. Схема двухмерного потока в рабочем колесе ступени центробежной турбины

В результате получим:

$$N'_{u_{элЛВ}} = G_{элЛВ} C_{1u} U_1 - G_{элЛВ} C_{2u} U_2. \quad (8.20)$$

Разделим левую и правую части этого уравнения на расход рабочего тела $G_{элЛВ}$:

$$\frac{N'_{u_{элЛВ}}}{G_{элЛВ}} = C_{1u} U_1 - C_{2u} U_2. \quad (8.21)$$

При делении работы на окружности элементарного РК в единицу времени $N'_{элЛВ}$ на количество рабочего тела, проходящего через элементарный ЛВ в единицу времени $G_{элЛВ}$, получим работу на окружности элементарного РК, приходящуюся на единицу массы рабочего тела, т.е. удельную работу на окружности РК турбины L_u .

Анализируя примеры для компрессора и турбины окончательно получаем запись уравнения моментов количества движения для различных типов турбомашин:

для компрессора:

$$H_T = u_2 c_{2u} - u_1 c_{1u}; \quad (8.22)$$

для турбины:

$$L_u = u_1 c_{1u} - u_2 c_{2u}. \quad (8.23)$$

Сопоставляя уравнения (8.22) и (8.23) можно сделать вывод о том, что компрессор и турбина являются обращенными машинами, поскольку выражения для удельных работ имеют одинаковую форму, но имеют противоположные знаки.

Для осевых турбомашин эти выражения (8.22 и 8.23) примут более простой вид:

$$H_T = (C_{2u} - C_{1u}) U = U \Delta C_u; \quad (8.24)$$

$$L_u = (C_{1u} - C_{2u}) U = U \Delta C_u. \quad (8.25)$$

Уравнениями (8.12) и (8.18), (8.14) и (8.20), (8.16) и (8.22) удобно пользоваться для определения крутящего момента, мощности и удельной работы лопаточных машин. Дело в том, что они позволяют находить значения $M_{кр.эл.ЛВ}$ и $M'_{кр.эл.ЛВ}$, $N_{и.эл.ЛВ}$ и $N'_{и.эл.ЛВ}$, H_T и $L_{и}$ по величинам параметров на входе и выходе из РК, не рассматривая эпюры давлений и скоростей в межлопаточных каналах.

Полученные уравнения (8.16, 8.22 и 8.23) имеют большое значение в теории турбомашин. Эти уравнения устанавливают связь работы, передаваемой лопатками потоку, с кинематическими параметрами потока. Несомненным достоинством этих уравнений является то, что их использование не требует знания детального распределения давления по поверхности лопаток. Надо только знать кинематические параметры на входе и выходе из РК.

8.3 Следствия из уравнения моментов количества движения

Опираясь на понятие плана скоростей (рис. 8.6) и, применив к нему теорему косинусов, можно найти:

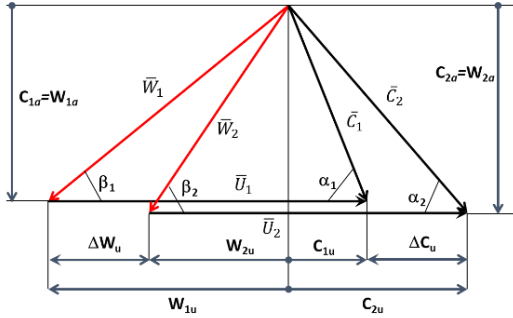
$$W^2_1 = C^2_1 + U^2_1 - 2C_1U_1\cos\alpha_1 = C^2_{1u} + U^2_1 - 2C_{1u}U_1;$$

$$W^2_2 = C^2_2 + U^2_2 - 2C_2U_2\cos\alpha_2 = C^2_{2u} + U^2_2 - 2C_{2u}U_2. \quad (8.26)$$

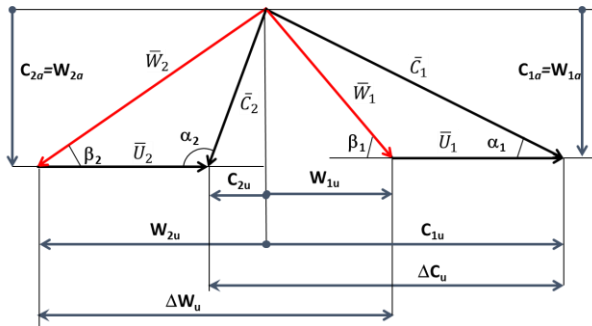
Откуда

$$C_{1u}U_1 = \frac{C^2_1}{2} + \frac{U^2_1}{2} - \frac{W^2_1}{2}; \quad (8.27)$$

$$C_{2u}U_2 = \frac{C^2_2}{2} + \frac{U^2_2}{2} - \frac{W^2_2}{2}.$$



для компрессора



для турбины

Рис. 8.6. Планы скоростей ступеней турбомашин

Подставляя в уравнение (8.22) выражения (8.27) можно получить:

$$\begin{aligned}
 H_T = C_{2u} U_2 - C_{1u} U_1 &= \frac{C_2^2}{2} + \frac{U_2^2}{2} - \frac{W_2^2}{2} - \frac{C_1^2}{2} - \frac{U_1^2}{2} + \frac{W_1^2}{2} = \\
 &= \frac{C_2^2 - C_1^2}{2} + \frac{U_2^2 - U_1^2}{2} - \frac{W_1^2 - W_2^2}{2}, \quad (8.28)
 \end{aligned}$$

а для турбины на основании уравнения (8.23) с учетом выражений (8.27):

$$L_U = C_{1u}U_1 - C_{2u}U_2 = \frac{C_1^2 - C_2^2}{2} + \frac{U_1^2 - U_2^2}{2} - \frac{W_2^2 - W_1^2}{2}. \quad (8.29)$$

Анализируя полученные выше уравнения (8.22) ... (8.25) можно сделать ряд важных выводов.

Вывод 1. Из уравнений следует, что работа, подводимая / отводимая лопатками в турбомашине при фиксированном уровне скоростей и углов потока, не зависит от давления, температуры, свойств вещества и т.п. Она определяется только кинематическими параметрами: величиной окружной скорости и проекций абсолютной скорости на окружное направление c_{2u} и c_{1u} . [7]

Вывод 2. Сопоставляя уравнения (8.22) и (8.23) можно заключить, что если $u_2c_{2u} > u_1c_{1u}$, то механическая работа подводится к рабочему телу. Если $u_1c_{1u} > u_2c_{2u}$, то рабочее тело совершает механическую работу.

Вывод 3. Удельная работа ступени осевой турбомашин может быть повышена следующими способами.

1. За счет увеличения окружной скорости $u = \omega r = \pi n r / 30$. С ее увеличением работа возрастет. Роста u можно добиться двумя путями: увеличением частоты вращения ротора n и увеличением радиуса r .

2. За счет увеличения разности окружных проекций скоростей $|c_{2u} - c_{1u}| = |w_{1u} - w_{2u}|$.

Влияние частоты вращения n на работу ступени осевой турбомашин наглядно иллюстрируется на примере наземных ГТУ НК-36СТ и НК-37СТ (рис. 8.7), разработанных в ПАО «Кузнецов» [8].

Обе установки представляют собой трехвальные ГТД со свободной турбиной, разработанные на базе авиационного ГТД, и имеют идентичный газогенератор. Разница заключается в том, что двигатель НК-36СТ предназначен для привода газоперекачивающего агрегата и его выходной вал вращается с частотой $n = 5000 \text{ об/мин}$. НК-37СТ предназначен для привода электрогенератора и имеет частоту вращения выходного вала $n = 3000 \text{ об/мин}$

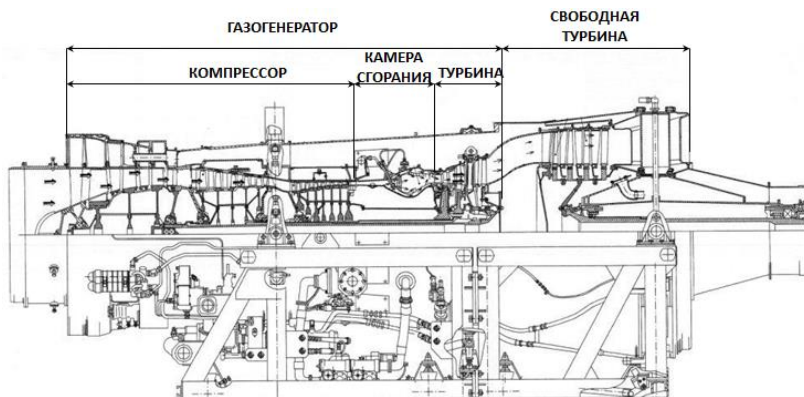


Рис. 8.7. Газотурбинный двигатель НК-37СТ

(такая угловая скорость позволяет получать переменный ток с частотой 50Гц). Оба двигателя имеют выходную мощность 25МВт и практически идентичные параметры цикла (π_k^* , T_g^* и т.д.) (табл. 8.1). То есть, с точки зрения термодинамики, условия работы их свободных турбин (перепад давления, G_v , выходная мощность) принципиально одинаковы. Несмотря на это, разница в частоте вращения приводит к тому, что в НК-37СТ требуемая мощность получается в четырехступенчатой свободной турбине. Тогда как у НК-36СТ турбина – двухступенчатая (рис. 8.8).

Таблица 8.1. Сравнение двигателей НК-36 и НК-37 [8, 9, 10]

Марка	<i>НК-36</i>	<i>НК-37</i>
Назначение	Привод ГПА	Электростанция
N , МВт	25	25
G_v , кг/с	101,4	101,4
π_k^*	23,12	23,12
T_g^* , К	1420	1420
$n_{ст}$, об/мин	5000	3000
Число ступеней СТ, шт	2	4

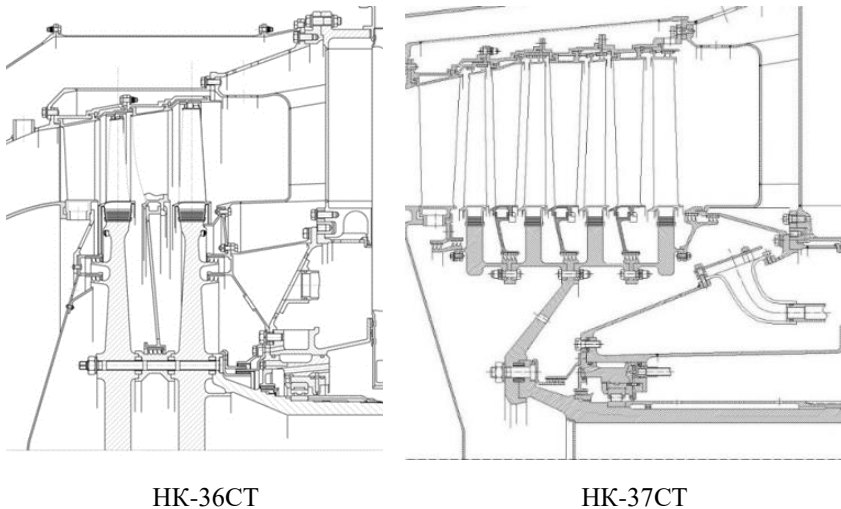


Рис. 8.8. Сравнение свободных турбин ГТУ НК-36СТ и НК37СТ

8.4 Поворот потока в осевых турбомашинах с помощью лопаточных решеток

Как следует из уравнений (8.24) и (8.25), работа будет отбираться или подводиться к РК осевой турбомашины в случае, если разность окружных проекций скоростей (закруток) $|c_{2u} - c_{1u}| = |w_{1u} - w_{2u}|$ будет иметь не нулевое значение. Причем, чем больше будет данная разность, тем больше будет удельная теоретическая работа на окружности колеса.

На рис. 8.9 показаны треугольники скоростей на входе и выходе РК осевых компрессора и турбины с указанием закруток потока. Анализируя данные рисунки, можно сделать вывод о том, что условие $\Delta w_u \neq 0$ будет иметь место только в случае, если скорость потока меняет свое направление (угол относительно фронта решетки). Как видно из рис. 8.9 значение разности закруток $|c_{2u} - c_{1u}| = |w_{1u} - w_{2u}|$ будет зависеть от разности углов $\Delta\beta = |\beta_1 - \beta_2|$,

фактически от угла, на который поток будет повернут решеткой турбомашины. Чем больше угол поворота, тем большую работу можно получить/отвести.

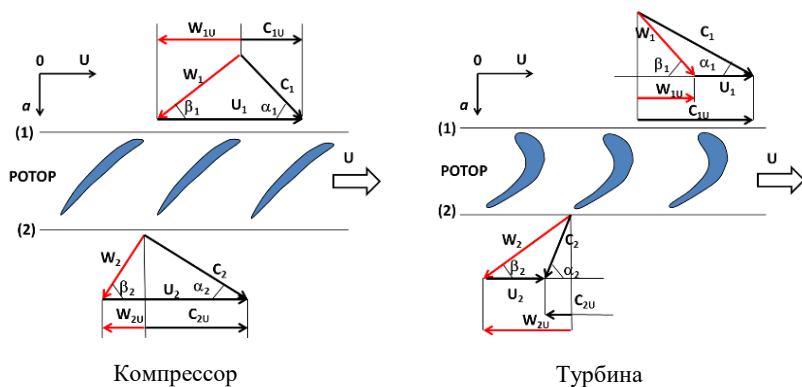


Рис. 8.9. Треугольники скоростей на входе и выходе РК осевых турбомашин

Таким образом, для того, чтобы подвести/отвести работу к потоку рабочего тела в РК турбомашины необходимо повернуть поток на заданный угол $\Delta\beta$, величина которого определяет мощность турбомашины. Поворот потока осуществляется с помощью лопаток.

Из уравнения (8.24) видно, что для того, чтобы работа была подведена к потоку (для компрессора) необходимо чтобы $w_{1u} > w_{2u}$, а для отбора работы (для турбины) – $w_{2u} > w_{1u}$. Этот вывод подтверждается анализом рис. 8.9. Из него также видно, что для выполнения описанных выше условий необходимо чтобы в компрессоре угол потока на входе был меньше выходного $\beta_1 < \beta_2$, а в турбине наоборот $\beta_1 > \beta_2$.

Рассмотрим процесс в решетке профилей осевого компрессора с бесконечно малой высотой лопатки dh . Поскольку компрессор осевой, то шаг решетки во входном и выходном сечении РК можно

считать постоянным $t_1 = t_2$. Схема течения в решетке РК компрессора изображена на рис. 8.10.

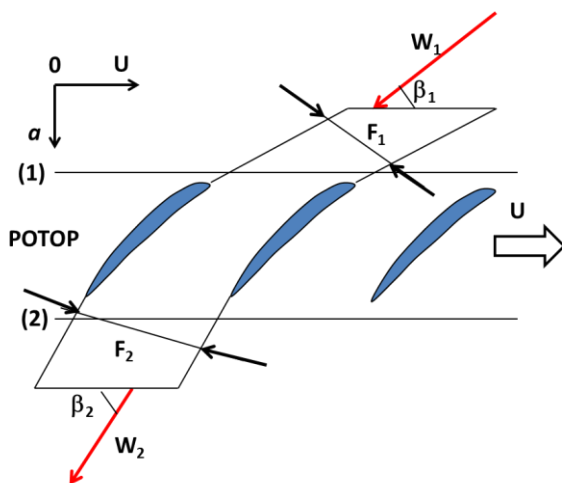


Рис. 8.10. Схема течения в решетке РК осевого компрессора

Площадь сечения на входе в решетку равна $F_1 = t \cdot dh \cdot \sin \beta_1$, а на выходе – $F_2 = t \cdot dh \cdot \sin \beta_2$. Учитывая, что в компрессоре $\beta_1 < \beta_2$, имеем:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{\sin \beta_1}{\sin \beta_2} < 1 \quad (8.30)$$

Из выражения (8.30) следует, что $F_1 < F_2$. Т.е. канал между лопатками компрессора – диффузорный (расширяется к выходу). В таком канале, в случае энергоизолированного течения, происходит торможение потока $w_2 < w_1$ и рост статического давления $p_2 > p_1$.

Торможение потока в диффузоре происходит неравномерно. В пограничном слое, под действием сил вязкого трения, скорость снижается интенсивнее, обращаясь в нуль на стенке. Кинетическая энергия в пограничном слое существенно меньше, чем в остальной

части потока, а статическое давление в поперечном сечении меняется мало. Т.к. средняя скорость в диффузоре снижается, а давление растет, в некотором сечении кинетической энергии в пристеночном слое оказывается недостаточно, чтобы переместить рабочее тело в направлении повышенного давления. В результате течение там становится неустойчивым и образуется область циркуляции рабочего тела (отрыв) (рис. 8.11). Место отрыва рабочего тела и его интенсивность зависит от толщины пограничного слоя, профиля скорости, входного уровня турбулентности и градиента роста давления [6].

Наибольшее воздействие на наличие и интенсивность отрыва потока в диффузоре оказывает степень диффузорности канала. Чем она больше, тем выше раскрытие канала (эквивалентный угол диффузора θ), тем выше вероятность отрыва потока и его интенсивность. Уменьшить потери, связанные с отрывом в диффузоре можно за счет уменьшения угла раскрытия канала θ , однако при этом для получения требуемого торможения будет возрастать его длина и, следовательно, потери трения. То есть, с уменьшением угла раскрытия диффузора уменьшаются потери, связанные с отрывом пограничного слоя, но в то же время растут потери трения и существует некий оптимальный угол раскрытия диффузора θ (рис. 8.12).

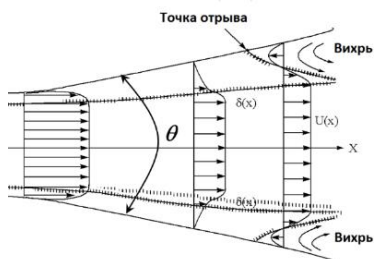


Рис. 8.11. Схема образования вихря в диффузоре

и существует некий оптимальный угол раскрытия диффузора θ (рис. 8.12).

Как видно из уравнения (8.24 и 8.25), в осевых турбомашинах величина подводящей/отводимой работы зависит от разности окружных проекций относительных скоростей

$\Delta w_u = |w_{2u} - w_{1u}|$ в РК. Данная величина в свою очередь определяется углом поворота потока в рабочем венце $\Delta\beta = \beta_2 - \beta_1$. Чем он больше, тем больше Δw_u и работа. Рассмотрим, как увеличение угла поворота потока $\Delta\beta$ скажется на рабочем процессе компрессора.

На рис. 8.13 приведено сечение РК осевого компрессора. Как уже отмечалось выше, межлопаточный канал имеет диффузную форму. На том же рисунке приведен эквивалентный диффузор, соответствующий каналу компрессора. На рис. 8.14 также приведена решетка РК осевого компрессора, отличающаяся от первой входным конструктивным углом β_1 . Он меньше, чем у первого компрессора. Величина выходного угла β_2 у всех рассматриваемых решеток идентична. Таким образом, во второй решетке реализуется больший угол поворота потока $\Delta\beta$.

Сопоставляя рис. 8.13 и 8.14 можно заметить, что канал второй решетки имеет большую степень диффузности $D = F_{\text{вых}}/F_{\text{вх}}$ и угол раскрытия эквивалентного диффузора (в примере 13° против 10°). Таким образом, увеличение угла поворота потока $\Delta\beta$ в компрессорной решетке приводит к увеличению диффузности межлопаточного канала, что, как известно [5, 6], приводит к росту потерь при течении рабочего тела через него. По этой причине величина $\Delta\beta$ в компрессорной решетке ограничивается значением 30° [1, 3, 7]. Дальнейшее увеличение угла поворота обычно приводит к чрезмерной диффузности канала и большой вероятности появления отрыва потока, в первую очередь, на спинке лопатки. Ограничение



Рис. 8.12. Соотношение компонентов потерь энергии в диффузоре

угла поворота потока $\Delta\beta$ ограничивает значение Δw_u и, следовательно, величину работы L_T , которая может быть подведена в ступени компрессора.

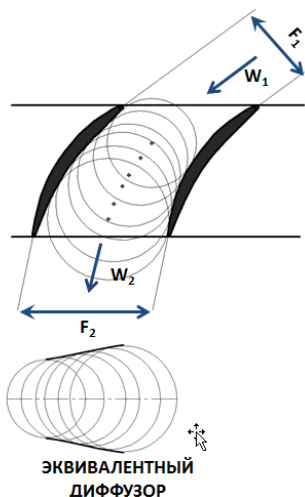


Рис. 8.13. Межлопаточный канал осевого компрессора

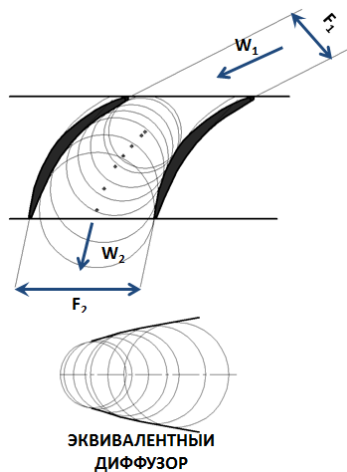


Рис. 8.14. Межлопаточный канал осевого компрессора с увеличенным углом поворота потока $\Delta\beta$

Аналогично решетке компрессора рассмотрим поток в решетке профилей осевой турбины с бесконечно малой высотой лопатки dh . Для нее также справедливо равенство $t_1 = t_2$. Схема течения в решетке РК осевой турбины изображена на рис. 8.15.

Площадь сечения на входе в решетку равна $F_1 = t \cdot dh \cdot \sin\beta_1$, а на выходе – $F_2 = t \cdot dh \cdot \sin\beta_2$. Тогда, учитывая, что в турбине $\beta_1 > \beta_2$, имеем:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{\sin \beta_1}{\sin \beta_2} > 1 \quad (8.31)$$

Из выражения (8.31) следует, что $F_1 > F_2$, т.е. канал между лопатками турбины – конфузорный (сужается к выходу). В таком ка-

нале, в случае энергоизолированного течения, происходит ускорение потока $w_2 > w_1$ и уменьшение статического давления $p_2 < p_1$.

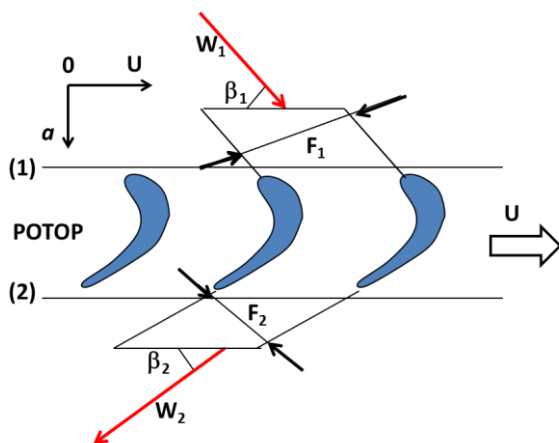


Рис. 8.15. Схема течения в решетке РК осевой турбины

В конфузоре (рис. 8.16), как известно [5, 6], потери энергии существенно меньше, чем в диффузоре. Поэтому конфузорный канал допускает достижение больших значений угла поворота потока $\Delta\beta$ (угол $\Delta\beta$ может достигать значения $120...130^\circ$) и Δw_u . Данные обстоятельства хорошо иллюстрируются планами скоростей (см. рис. 8.6). Видно, что из-за большего поворота потока $\Delta\beta$, значение Δw_u в ступени турбины существенно больше, чем в компрессоре.

Конфузорность течения характеризуют соотношением площадей струек на входе и на выходе f_1/f_2 , т.е. для РК, например:

$$K_{PK} = \frac{F_1}{F_2} = \frac{dh_n \cdot t \cdot \sin \beta_1}{dh_n \cdot t \cdot \sin \beta_2} = \frac{\sin \beta_1}{\sin \beta_2}. \quad (8.32)$$

В случае если угол потока на входе в элементарный ЛВ равен углу на выходе $\beta_1 = \beta_2$, то площадь его межлопаточного канала

имеет постоянное проходное сечение $F_1 = F_2$. Такие решетки называют *импульсными* или *активными* (рис. 8.17). В них скорость потока и статическое давление практически не изменяются ($w_1 = w_2$; $p_1 = p_2$). В таких решетках поворот потока и совершение газом работы не сопровождается изменением давления и величины скорости.

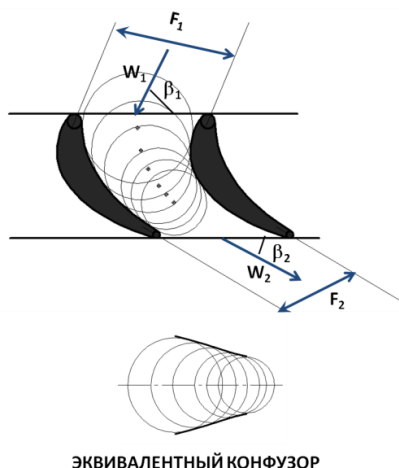


Рис. 8.16. Межлопаточный канал осевой турбины

8.5 Соотношения удельных работ осевой турбины и компрессора ГТД

Выше отмечался факт существенного неравенства закруток Δw_u в РК компрессора и турбины при близких значениях расходов рабочего тела G и окружных скоростях U (такая ситуация характерна для каскадов СД и ВД ГТД). Это приводит к тому, что работа ступени турбины существенно больше, чем работа ступени компрессора. По этой причине одна ступень компрессора просто не в состоянии потребить работу, которая вырабатывается ступенью турбины. В результате приходится устанавливать дополнительные

ступени компрессора и их число больше числа ступеней турбины (рис. 8.18 и 8.19).

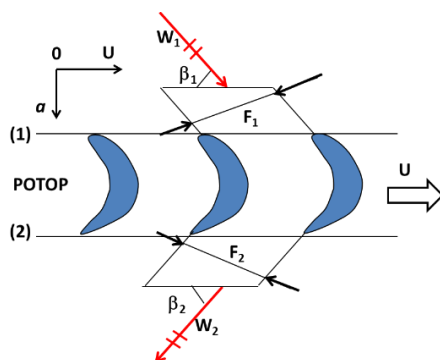


Рис. 8.17. Схема течения в активной (импульсной) решетке РК

На рис. 8.19 изображен трехвальный ТРДД *Trent*. Каскады ВД и СД этого двигателя подтверждают сказанное выше. В нем 8 ступеней КСД и 6 ступеней КВД приводятся в движение каждой собственной одноступенчатой турбиной. Однако можно заметить, что одноступенчатый компрессор низкого давления приводится в движение пятью ступенями турбины НД, что, казалось бы, противоречит сказанному выше. Решение заключается в том, что механическая связь компрессора и турбины обуславливает равенство их мощностей $N_k = N_T$ (с поправкой на механические потери). Учитывая, что через компрессор НД ТРДД проходит весь расход воздуха G_Σ , попадающий в двигатель, а через турбину проходит только рабочее тело внутреннего контура G_1 ($G_\Sigma/G_1 = m + 1$, где m – степень двухконтурности ТРДД), можно прийти к выводу, что удельная работа такого компрессора существенно меньше работы турбины:

$$L_k \approx \frac{L_T G_1}{G_\Sigma} = \frac{L_T}{m + 1}. \quad (8.33)$$

Анализируя планы скоростей (см. рис. 8.6) разных турбомашин можно заметить, что величина $\Delta w_u = \Delta c_u$ и работа в ступени компрессора может быть увеличена за счет роста закрутки на выходе c_{2u} , а также введения отрицательной закрутки на входе в РК C_{1u} . В турбине для увеличения $\Delta w_u = \Delta c_u$ необходимо увеличить C_{1u} за счет уменьшения угла входа в РК в абсолютном движении α_1 . Величина угла на выходе из РК в абсолютном движении α_2 должна стремиться к меньшим значениям. При этом проекция вектора абсолютной скорости C_{2u} будет направлена в сторону противоположную направлению C_{1u} .

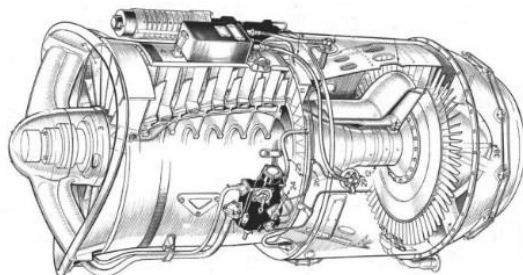


Рис. 8.18. Одновальный ТРД

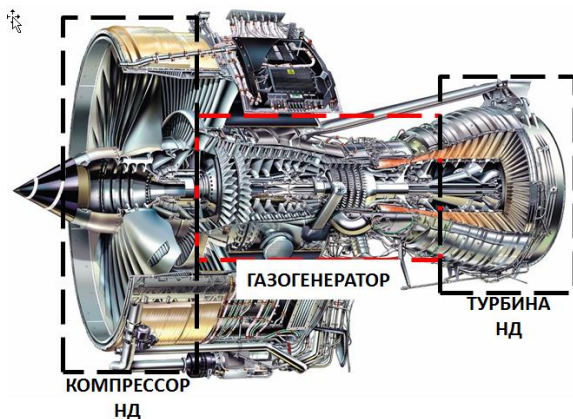


Рис. 8.19. ТРДД Trent

8.6 Контрольные вопросы по разделу 8

1. Изобразите схему двухмерного потока, обтекающего элементарный лопаточный венец РК осевого компрессора, и напишите для нее уравнение моментов количества движения. Проанализируйте это уравнение.

2. Изобразите схему двухмерного потока, обтекающего элементарный лопаточный венец НА осевого компрессора, и напишите для нее уравнение количества движения. Проанализируйте это уравнение.

3. Изобразите схему двухмерного потока, обтекающего элементарный лопаточный венец РК центробежного компрессора, и напишите для нее уравнение моментов количества движения. Проанализируйте это уравнение.

4. Изобразите схему двухмерного потока, обтекающего элементарный лопаточный венец РК осевой турбины, и напишите для нее уравнение моментов количества движения. Проанализируйте это уравнение.

5. Изобразите схему двухмерного потока, обтекающего элементарный лопаточный венец СА осевой турбины, и напишите для нее уравнение количества движения. Проанализируйте это уравнение.

6. Изобразите схему двухмерного потока, обтекающего элементарный лопаточный венец РК центростремительной турбины, и напишите для нее уравнение моментов количества движения. Проанализируйте это уравнение.

7. Изобразите схему двухмерного потока, обтекающего элементарный лопаточный венец СА центростремительной турбины, и напишите для нее уравнение моментов количества движения. Проанализируйте это уравнение.

8. Изобразите схему двухмерного потока, обтекающего элементарный лопаточный венец шнека постоянного шага насоса, и напишите для нее уравнение количества движения. Проанализируйте это уравнение.

9. Изобразите схему двухмерного потока, обтекающего элементарный лопаточный венец шнека переменного шага насоса, и напишите для нее уравнение количества движения. Проанализируйте это уравнение.

10. От чего зависит работа, подводимая/отбираемая лопатками турбомашин? Поясните свой ответ.

11. Зависит ли работа, подводимая/отбираемая лопатками турбомашин от частоты вращения ротора? Поясните свой ответ.

12. Зависит ли работа, подводимая/отбираемая лопатками турбомашин, от давления рабочего тела при фиксированном уровне скоростей и углов потока? Поясните свой ответ.

13. Зависит ли работа, подводимая/отбираемая лопатками турбомашин, от температуры рабочего тела при фиксированном уровне скоростей и углов потока? Поясните свой ответ.

14. Зависит ли работа, подводимая/отбираемая лопатками турбомашин, от угла поворота потока? Поясните свой ответ.

15. Зависит ли работа, подводимая/отбираемая лопатками турбомашин, от степени повышения/расширения газа? Поясните свой ответ.

16. Каким образом можно увеличить работу, подводимую/отбираемую лопатками турбомашин? Поясните свой ответ.

17. Что не позволяет безгранично увеличивать работу, отбираемую в РК турбины? Поясните свой ответ.

18. Что не позволяет безгранично увеличивать работу, подводимую в РК компрессора? Поясните свой ответ.

19. Почему число ступеней компрессора одновального газогенератора ГТД больше числа ступеней турбины?

20. Почему угол поворота потока в лопаточном венце компрессора ограничен? Поясните свой ответ.

21. Назовите примерную величину предельного угла поворота потока в компрессоре. Поясните свой ответ.

22. Что определяется с помощью уравнения моментов количества движения? Приведите соответствующее уравнение.

23. Почему в каскаде НД ТРДД многоступенчатая турбина часто вращает одну ступень вентилятора?

24. Каким образом увеличение угла поворота потока в лопаточном венце влияет на рабочий процесс РК компрессора? Поясните свой ответ.

25. Каким образом увеличение угла поворота потока в лопаточном венце влияет на рабочий процесс РК турбины? Поясните свой ответ.

26. Каким образом уменьшение угла поворота потока в лопаточном венце влияет на рабочий процесс РК компрессора? Поясните свой ответ.

27. Каким образом уменьшение угла поворота потока в лопаточном венце влияет на рабочий процесс РК турбины? Поясните свой ответ.

28. Какую основную функцию выполняют лопатки в турбомашине? Поясните свой ответ.

29. Какую форму имеет межлопаточный канал осевого компрессора? Изобразите его схематично.

30. Какую форму имеет межлопаточный канал осевой турбины? Изобразите его схематично.

31. Как сделать так, чтобы в одновальном газогенераторе ГТД число ступеней компрессора и турбины совпало? Поясните свой ответ.

32. Почему число ступеней турбины меньше числа ступеней компрессора одновального газогенератора? Поясните свой ответ.

33. Как соотносятся удельные работы ступени осевых турбины и компрессора при одинаковых окружных скоростях? Поясните свой ответ.

34. Как соотносятся число ступеней осевых компрессора и турбины в одновальном газогенераторе ГТД? Поясните свой ответ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Белоусов, А.Н. Теория и расчет авиационных лопаточных машин / А.Н. Белоусов, Н.Ф. Мусаткин, В.М. Радько. – Самара: ФГУП «Издательство Самарский Дом печати», 2003. – 336 с.
2. Кулагин, В.В. Теория расчет и проектирование авиационных двигателей и энергетических установок: учебник. Основы теории ГТД. Рабочий процесс и термогазодинамический анализ. Кн. 1. Совместная работа узлов выполненного двигателя и его характеристики. Кн. 2. / В.В. Кулагин – Москва: Машиностроение, 2002. – 616 с.
3. Холщевников, К.В. Теория и расчет авиационных лопаточных машин / К.В. Холщевников, О.Н. Емин, В.Т. Митрохин. – Москва: Машиностроение, 1988. – 432 с.
4. Овсянников, Б.В. Теория и расчет агрегатов питания жидкостных ракетных двигателей / Б.В. Овсянников, Б.И. Боровский. – Москва: Машиностроение, 1979. – 344 с.
5. Абрамович, Г.Н. Прикладная газовая динамика. Ч. 1. / А.Г. Абрамович. – Москва: Наука. Гл. ред. Физ.-мат. Лит., 1991. – 432 с.
6. Дейч, М.Е. Техническая газодинамика / М.Е. Дейч. – Москва, Ленинград: Энергия, 1974. – 592 с.
7. Овсянников, Б.В. Теория и расчет турбомашин: учебное пособие / Б.В. Овсянников, М.В. Краев, В.В. Черваков. – Красноярск: Сибирский гос. аэрокосмический ун-т им. акад. М.Ф. Решетнева, 2012. – 221 с.
8. ПАО «Кузнецов»: сайт. – URL: <http://www.kuznetsov-motors.ru/> (дата обращения: 25.12.2021).
9. Гриценко, Е.А. Конвертирование авиационных ГТД в газотурбинные установки наземного применения / Е.А. Гриценко, В.П. Данильченко, С.В. Лукачев. – Самара: СНЦ РАН, 2004. – 266 с.
10. Шустов, И.Г. Двигатели 1944-2000: авиационные, ракетные, морские, промышленные / И.Г. Шустов. – Москва: АКС-Конверсалт, 2000. – 394 с.

Учебное издание

*Прокофьев Андрей Брониславович,
Матвеев Валерий Николаевич,
Батулин Олег Витальевич,
Гареев Альберт Минеасхатович,
Попов Григорий Михайлович,
Горячкин Евгений Сергеевич*

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ПОТОКОВ В ЛОПАТОЧНЫХ МАШИНАХ ДВИГАТЕЛЕЙ И АГРЕГАТОВ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

Учебное пособие

Редактор И.П. Ведмидская
Компьютерная верстка Л.Р. Дмитриенко

Подписано в печать 26.10.2021. Формат 60x84 1/16.
Бумага офсетная. Печ. л. 12,5.
Тираж 50 экз. Заказ .

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САМАРСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ АКАДЕМИКА С.П. КОРОЛЕВА»
(САМАРСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)
443086, Самара, Московское шоссе, 34.

Издательство Самарского университета.
443086, Самара, Московское шоссе, 34.

