

Государственный комитет Российской Федерации  
по высшему образованию

Самарский государственный аэрокосмический  
университет имени академика С.П.Королева

А.И.Головин

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАДИСИСТЕМ

Учебное пособие

Самара 1994

УДК 621.396.962

Математическое моделирование радиосистем:

Учеб. пособие/Головин А.И. Самар. гос.

аэрокосм. ун-т. Самара, 1994. 39 с.

ISBN 5-230-16865-X

Списываются общие принципы математического моделирования сложных систем. Формулируются задачи и цели моделирования, разрабатываются математические модели и программы их исследования. Рассмотрены некоторые особенности моделирования радиосистем, правила формального описания сложных РЭС, а также критерии оценки качества результатов моделирования. Предназначено для студентов, выполняющих контролируемую самостоятельную работу по курсу "Радиотехнические системы". Подготовлено на кафедре "Радиотехнические устройства".

Табл. 2. Ил. 7. Библиогр.: 32 назв.

Печатается по решению редакционно-издательского совета государственного аэрокосмического университета имени академика С.П. Королева

Рецензент: научно-технический совет НИИ "Экран"

ISBN 5-230-16865-X

© Самарский государственный  
аэрокосмический университет,  
1994

### Список условных сокращений

- ПВО - противовоздушная оборона
- РТС - радиотехнические системы
- РЛС - радиолокационные системы
- РНС - радионавигационные системы
- СПИ - система передачи информации
- СРР - система радиоразведки
- РПД - система радиопротиводействия
- РСУ - радиосистема управления
- БКО - бортовой комплекс обороны
- ЛА - летательный аппарат
- ЭПР - эффективная поверхность рассеяния

## 1. ОБЩИЕ ПРИНЦИПЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ

М о д е л и р о в а н и е — это метод научного познания, при использовании которого исследуемый объект или явление замещается другим, более простым объектом, называемым м о д е л ь ю. В результате изучения свойств, параметров, поведения модели появляется возможность получения новой информации об исследуемом объекте или явлении, что позволяет расширить и углубить их описание и понимание.

М а т е м а т и ч е с к и м м о д е л и р о в а н и е м называется исследование объекта или явления с помощью математической модели, которая воспроизводит наиболее важные черты оригинала.

М а т е м а т и ч е с к а я м о д е л ь — это формальное описание объекта или явления при помощи функциональных или логических операторных соотношений, алгебраических, интегродифференциальных и других уравнений. При этом составляется такое описание процессов, которое, с одной стороны, достаточно полно характеризует эти процессы и пригодное для решения поставленных перед моделированием задач, а с другой — является приемлемым для программирования и решения на ЭВМ.

## 2. ЭТАПЫ ПРОЦЕССА МОДЕЛИРОВАНИЯ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ

В общем случае процесс математического моделирования можно разбить на четыре основных этапа.

Этап I. Формулировка задач и целей моделирования, разработка математической модели и программы ее исследования.

Задачи моделирования должны определить совокупность новых сведений, которые необходимо получить в результате моделирования, определить границы подлежащего моделированию объекта или явления, определить совокупность ограничений и допущений, при которых будет проводиться моделирование. Точная формулировка целей позволяет максимально упростить модель, исключив из нее не относящиеся к делу детали или специализировав модель.

На этом же этапе осуществляют сбор и оценку априорной информации об объекте исследования. Объем исходной информации должен быть достаточным для построения состоятельной математической модели объекта.

Формирование математической модели обычно включает составление описания объекта моделирования – неформального (концептуального) и формального алгоритма модели. Под о п и с а н и е м понимается вся имеющаяся совокупность сведений об объекте, условиях его функционирования и характеристиках внешних воздействий на него, выраженная в знаковой форме. Поскольку модель также может являться одним из способов представления информации об объекте, различие между описанием и моделью относительно и определяется конкретной задачей.

Форм описаний сравнительно немного: схемы, формулы, алгоритмы, диаграммы состояний, таблицы решений, экспериментальные кривые и таблицы, тексты технической документации и некоторые другие. Они связывают различные представления, должны учитывать требования реализации (например, программирования) и раскрывать содержание описания в виде, наиболее легко воспринимаемом исследователем.

Планирование исследования позволяет организовать моделирование таким образом, чтобы за минимальное время получить всю необходимую информацию для принятия правильного решения. Кроме того, на этом этапе осуществляется выбор критерия для количественной оценки результатов исследования объекта, на основе которого можно было бы принять определенное решение.

Этап 2. Программирование математической модели и отладка моделирующей программы.

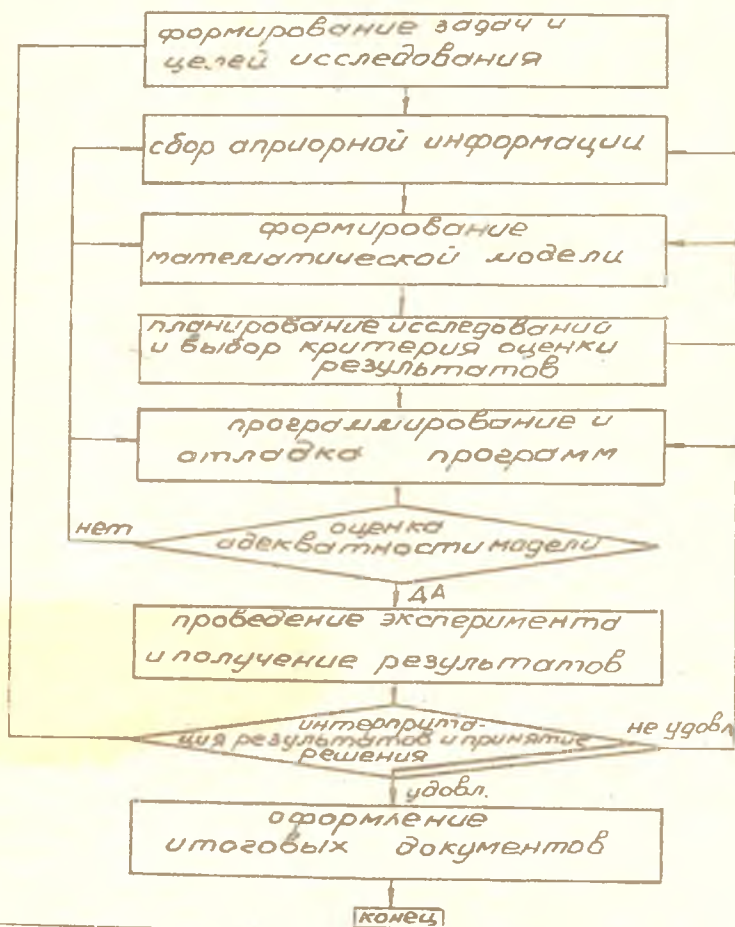
На этом этапе выбирается конкретный тип ЭВМ для решения поставленной задачи, отбираются наиболее подходящие алгоритмы реализации моделей элементов объекта, а также алгоритм решения задачи в целом и проводится программирование математической модели для выбранной ЭВМ, осуществляется реализация модели на ЭВМ, включая трансляцию программы моделирования и ее отладку.

Оценка адекватности модели оригиналу позволяет довести до приемлемого уровня степень уверенности, с которой по результатам моделирования можно судить, насколько корректны выводы о функционировании реального объекта. Если оценка адекватности модели неудовлетворительна, то необходимо ее уточнить, собрав дополнительную априорную информацию или пересмотрев этапы формирования и реализации модели на ЭВМ.

Этап 3. Проведение экспериментов и получение результатов моделирования для заданных условий и ситуаций использования исследуемого объекта.

Этап 4. Интерпретация результатов моделирования, позволяющая получить новую информацию об объекте моделирования. Сопоставляя полученную информацию с поставленной задачей моделирования, исследователь принимает то или иное решение. Если сопоставление неудовлетворительно, то проводится следующий цикл моделирования.

Алгоритм выполнения указанных процедур моделирования показан в виде структурной схемы на рис.1.



Р и с. 1. Структурная схема алгоритма моделирования



### 3. НЕКОТОРЫЕ ОСОБЕННОСТИ МОДЕЛИРОВАНИЯ РАДИОСИСТЕМ

Понятие "система" является чрезвычайно глубоким, многочисленным и сложным. Биологическая популяция, экономика государства, деятельность предприятия, ЦВО страны или района, системы управления летательными аппаратами, радиолокационная станция, устройство слежения за частотой сигнала и т.п. - все это системы различной степени сложности.

Радиотехнической системой (РТС) называется совокупность средств и приборов, соединенных между собой и предназначенных для целенаправленного выполнения единой задачи или ряда задач, связанных с преобразованием информации. При обмене информацией между отдельными частями системы используются радиосигналы  $S=S(t, \lambda)$ , способные переносить информационные процессы:  $\lambda = \lambda(t)$ .

Основные функции в такой совокупности выполняет радиотехническая аппаратура, хотя в состав системы могут входить и не радиотехнические устройства и понятия, например, электроприводы, гироскопические датчики, среда распространения радиосигналов и т.д.

К радиосистемам относят радиолокационные системы (РЛС), радионавигационные системы (РНС), системы передачи информации (СПИ), радиосистемы дистанционного управления (РСУ), системы радиоразведки (СРР), системы радиопротиводействия (РПД).

Для решения практических задач отдельные РТС часто объединяют в комплексы. Например, в комплекс систем управления воздушным движением входят различные РЛС, РНС, СПИ, РСУ, а в боевой комплекс обороны (БКО) летательных аппаратов (ЛА) входят системы РПД, СРР, РСУ, РЛС и другие.

При исследовании РТС методами математического моделирования на ЭВМ встречаются значительные сложности, связанные с тем, что РТС являются многомерными системами с очень большим числом элементов и функциональных связей между ними. Другим усложняющим обстоятельством является стохастический характер процессов, протекающих в РТС (шумов, помех, сбоев аппаратуры, изменений параметров во времени и т.д.). Это означает, что РТС в общем случае удается исследовать лишь посредством многократно повторяемых испытаний или расчетов, позволяющих получить представленный ансамбль исследуемых характеристик и критериев качества системы.

Указанные особенности РС приводят к тому, что без применения специальных методов упрощения математического описания систем моделирования РС на ЭВМ оказывается практически невозможным. Существует много методов упрощения описания систем, и выбор того или иного метода во многом зависит от способностей и опыта исследователя. Некоторые наиболее распространенные методы заключаются в следующем.

1. Математическое описание должно строго соответствовать целям моделирования. Следует строить модель, ориентированную на решение лишь тех вопросов, на которые требуется найти ответы, а не имитировать реальную систему во всех подробностях. Можно сослаться на закон Парето, который гласит, что "в каждой группе или совокупности существует жизненно важное меньшинство и тривиальное большинство. Ничего действительно важного не происходит, пока не затронуто жизненно важное меньшинство".

Требуется отделить главное от второстепенного и определить те характеристики, которые отражают поведение системы, соответствующее целям моделирования. В дальнейшем работа сводится к выявлению и детализации тех аспектов функционирования системы, которые имеют отношение к выбранным показателям.

Например, если исследователя интересуют вопросы взаимодействия отдельных устройств в системе, то ему не следует изучать проблемы энергоснабжения или экономические аспекты функционирования системы.

2. Расчленения процесса функционирования системы во времени на ряд последовательно протекающих этапов. Для каждого из этих этапов строится своя математическая модель системы. Изучение системы на выделенных этапах позволяет составить представление о ее работе в целом. Так, например, процессы в системе наведения истребительной авиации, использующей для поражения целей управляемые снаряды класса "воздух-воздух" можно условно разбить на следующие этапы [II]:

- обнаружение цели наземными радиолокационными средствами;
- измерение траекторий цели;
- выведение самолета-перехватчика в зону пуска управляемого снарядов;
- пуск снаряда и его наведение на выбранную цель;
- поражение цели.

Результаты моделирования системы наведения на каждом из указанных этапов можно рассматривать как исходные данные или начальные условия для исследования модели системы на последующем этапе. Ясно, что частичные модели, реализующие уравнения, описывающие поведение системы на



каждом из этапов в отдельности, оказываются проще, чем модель, воспроизводящая поведение системы в целом на всех этапах.

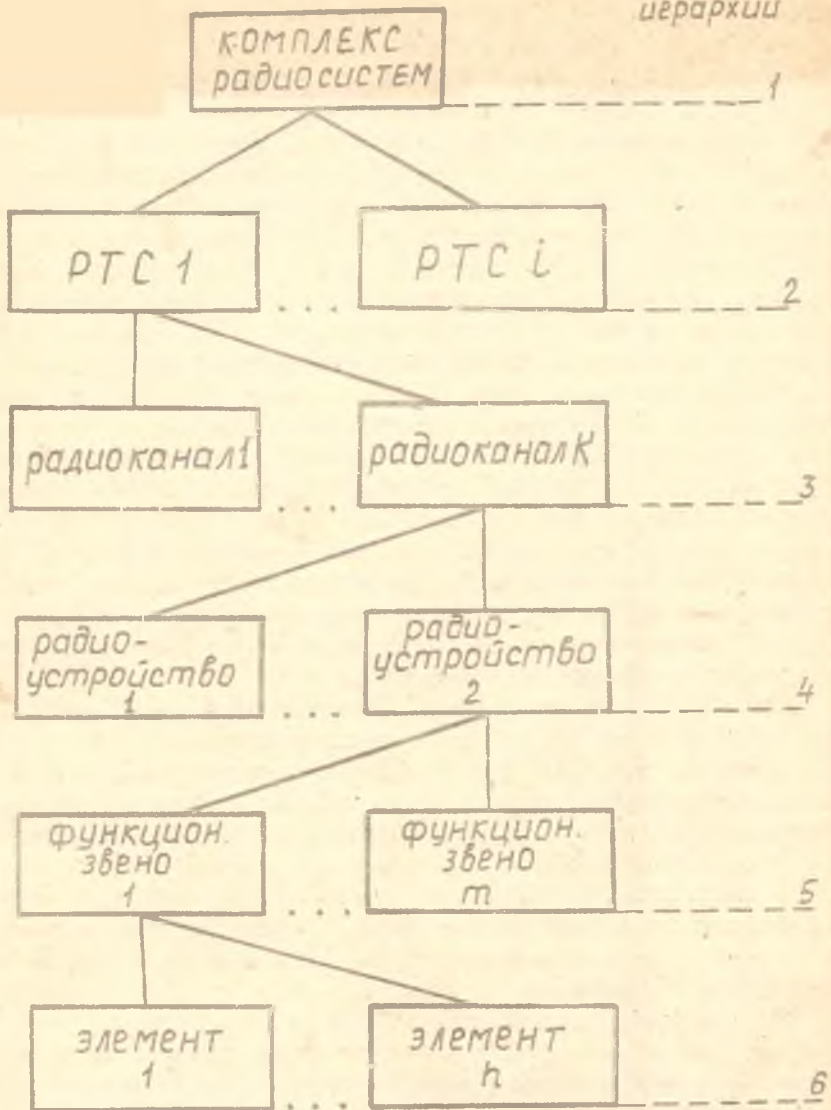
3. Блочное представление системы, т.е. разбиение ее на подсистемы (блоки), формирование математических моделей этих блоков и последующее исследование их во взаимосвязи с точки зрения функционирования системы в целом. В этом случае представление сложной системы можно получить путем фиксации существенных и расщепления не существенных динамических, информационных, конструктивных и других связей. Такая процедура называется *декомпозицией*. При исследовании РЭС наиболее существенными являются информационные (функциональные) связи. В этом случае декомпозиция систем осуществляется на отдельные функциональные блоки, каждый из которых выполняет определенные операции над сигналами, несущими информацию. Один из возможных вариантов декомпозиции радиосистем по иерархическим уровням показан на рис.2.

Наиболее крупными частями, из которых формируется комплекс радиосистем, являются радиосистемы, перечисленные выше, а также нерадиотехнические устройства. РЭС, в свою очередь, можно представить состоящими из радиолокаторов, т.е. совокупностью радиоустройств, которые в рамках отдельной РЭС обеспечивают выполнение определенной задачи при передаче или извлечении информации  $\lambda = \lambda(t)$ , переносимой радиосигналами  $s = s(t)$ . В состав радиоканала обязательно входит физическая среда, в которой распространяются радиосигналы.

Для построения функциональной схемы радиоканала (или радиосистемы) на третьем иерархическом уровне вводится понятие *радиоустройства*. Радиоустройство выполняет определенную задачу по формированию или обработке радиосигналов, например, преобразование сообщения в сигнал  $s = s(t, \lambda)$  путем модуляций какого-либо параметра сигнала (передающее устройство), преобразование радиосигнала в сообщении  $\lambda = \lambda(t)$  (приемное устройство). Математическое моделирование радиоканала на уровне радиоустройств позволяет сформулировать требования к выходным параметрам последних, при которых могут быть реализованы заданные показатели радиоканала.

Любое радиоустройство можно составить из ограниченного числа различных функциональных звеньев - частей радиоустройств, которые выполняют заданные функции по формированию или преобразованию электромагнитных полей, радиосигналов или информационных процессов. К функциональным звеньям относятся элементы радиоустройств, осуществляющие генерирование информационных процессов и сигналов, демодуляцию радиосигналов, усиление, преобразование частоты, фильтрацию и т.д.

уровень  
иерархии



Р и с. 2. Вариант декомпозиции радиосистем по иерархическим уровням.

Располагая набором различных функциональных звеньев, можно составлять функциональные схемы широкого класса радиоустройств, радиоканалов и радиосистем.

Функциональные звенья радиоустройств состоят из схемных элементов, которые можно подразделить на активные (электронные лампы, полупроводниковые приборы, реле и т.п.) и на пассивные (резисторы, конденсаторы, катушки индуктивности и т.д.). Схемные элементы являются простейшими частями радиосистем. Как правило, модели пятого иерархического уровня применяют при схемотехническом проектировании и исследовании функциональных звеньев и более крупных элементов радиосистем. При решении задач системотехнического проектирования и исследования математические модули на уровне схемных элементов оказываются слишком детальными и сложными для реализации на ЭВМ.

4. Специализация модели. В этом случае упрощение описания при моделировании системы достигается за счет сужения круга решаемых с помощью этой модели задач. Для этого из общего описания системы выделяют модели, позволяющие оценивать только один заданный показатель качества или одно свойство системы. В соответствии с этим принципом возможно построение математических моделей информационных радиосистем, позволяющих описать такие показатели, как например: точность и пропускная способность; техническая надежность; временные соотношения (модели очередей и массового обслуживания); логика переключения элементов и режимов системы зависимости от складывающейся ситуации и т.д.

Упрощение описания при этом достигается введением допущений об идеальных свойствах системы по всем показателям, кроме одного, подлежащего изучению. При таком моделировании структура системы в модели может и не воспроизводиться, а оригинал заменяться моделью - эквивалентом, воспроизводящим его внешние характеристики по заданному показателю.

5. Разделение диапазона изменения параметров системы, входных возмущений и реакций отдельных блоков на сравнительно узкие интервалы и построение математических моделей, позволяющих исследовать систему при изменении указательных величин в этих интервалах. Это дает возможность в ряде случаев линеаризовать режим работы исследуемых систем. Так, например, возможно построение линеаризованных математических моделей, позволяющих изучать устойчивость управления и точность работы системы в условиях малых возмущений, в которых режим в системе можно считать близким к линейному.

#### 4. МЕТОДЫ ОПИСАНИЯ РАДИОСИСТЕМ

Описание системы, составленное по ее функциональной схеме с использованием определенного базиса операторов, позволяющих по входным воздействиям найти реакцию системы в общем виде, называют обобщенной математической моделью или формальным описанием.

Чтобы составить формальное описание, необходимо, используя функциональную схему системы, ввести множество характеризующих ее параметров и базис операторов, которые устанавливают отношения между этими параметрами, поэтому первым шагом при построении формального описания системы является определение множества ее параметров:

$$P = \{P_i\}, \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (1)$$

и базиса операторов

$$A = \{A_i\}, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (2)$$

Под параметрами системы понимают постоянные или переменные величины, которые характеризуют состояние системы в данный момент времени, задают ее свойства и характеристики. При этом структура системы определяется ее функциональной схемой, элементы которой должны быть описаны соответствующими операторами  $A_i$  из множества  $A$  (2).

Все параметры системы (1) можно разбить на четыре подмножества:

$$P = \{W, \alpha, \beta, \gamma\}.$$

где  $W = \{W_i\} (i = 1, 2, \dots, k)$  - фазовые переменные (координаты) системы;

$\alpha = \{\alpha_i\} (i = 1, 2, \dots, l)$  - внешние параметры;

$\beta = \{\beta_i\} (i = 1, 2, \dots, m)$  - внутренние параметры;

$\gamma = \{\gamma_i\} (i = 1, 2, \dots, n)$  - выходные параметры.

Фазовыми переменными системы называются функции времени  $W_i$ , которые определяют состояние системы в любой заданный момент времени  $t$ . В состав множества фазовых переменных  $W$  входят:

внешние или входные фазовые переменные, образующие вектор выходных воздействий:  $X = \{X_i\} (i = 1, 2, \dots, q)$ ;



выходные фазовые переменные, образующие вектор реакции системы:

$$Y = \{Y_i\} \quad (i = 1, 2, \dots, p);$$

внутренние фазовые переменные:

$$Z = \{Z_i\} \quad (i = 1, 2, \dots, f).$$

Оператор  $A_i$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ) представляет собой правило, по которому каждому элементу  $X_i$  множества  $X$  входных фазовых переменных (случайных или детерминированных) ставится в однозначное или взаимно-однозначное соответствие элемент  $Y_i$  множества  $Y$  выходных фазовых переменных. При этом имеет место следующее операторное уравнение:

$$Y = AX. \quad (3)$$

Число различных функциональных звеньев, из которых можно составить функциональную схему радиосистемы на любом иерархическом уровне, конечно. Поэтому для формального описания радиосистем на заданном иерархическом уровне достаточно ввести конечное множество (алфавит) операторов

$$A = \{A_i\}, \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (4)$$

Множество и называют базисом операторов.

Внешними параметрами системы  $X$  называют физические величины, численные значения которых определяют характеристики входных фазовых переменных  $X$ . Вектор входных воздействий, таким образом, можно описать следующим соотношением:

$$X = X(\alpha, t). \quad (5)$$

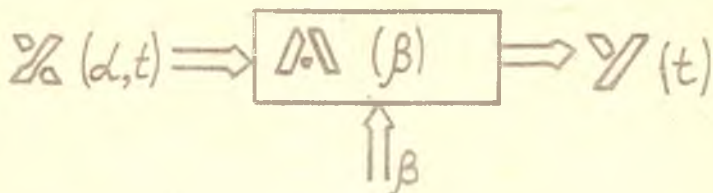
Внутренними параметрами системы  $\beta$  называют физические величины, численные значения которых характеризуют свойства функциональных звеньев, образующих систему и описываемых операторами множества  $A$ . При этом операторы можно представить следующим соотношением:

$$A = A(\beta). \quad (6)$$

Сформулированные определения позволяют ввести понятие формального описания радиосистемы и ее математической модели. В общем случае формальное описание системы определяется операторным уравнением (3). С учетом введенных внешних (5) и внутренних (6) параметров уравнение (3) принимает вид

$$Y(t) = A(\beta) X(\alpha, t), \quad (7)$$

где  $\alpha$  и  $\beta$ , в свою очередь, могут быть функциями времени  $t$ .  
 Формальная схема системы, отображающая это описание, показана на рис.3.



Р и с. 3. Схема описания системы, определяемой оператором  $Y(t)$

Уравнение (7) описывает множество различных систем. Чтобы описать конкретную систему, необходимо уточнить и детализировать оператор  $A(\beta)$  и осуществить его декомпозицию, т.е. разбить систему на подсистемы. Если даже ввести ограничения и допущения относительно функционирования отдельных звеньев, то из формального описания может быть получена математическая модель конкретной системы. В зависимости от характера ограничений и допущений математические модели будут различными. Таким образом, из формального описания (7) можно получить множество моделей системы.

Выходным параметром системы является физическая величина, численное значение которой характеризует качество работы системы, множество параметров системы

$$Y = \{y_i\} \quad (i=1, 2, \dots, n)$$

позволяет количественно оценить правильность работы и качество выполнения системой поставленной задачи. Для оценки множества выходных параметров  $Y$  формальное описание системы в общем виде можно представить соотношением

$$y = F_i(A, \beta, \alpha), \quad (8)$$

где  $A$  - оператор, отображающий структуру системы.



Такое описание в замкнутой форме можно получить в результате серьезного теоретического анализа, и то лишь в простейших случаях.

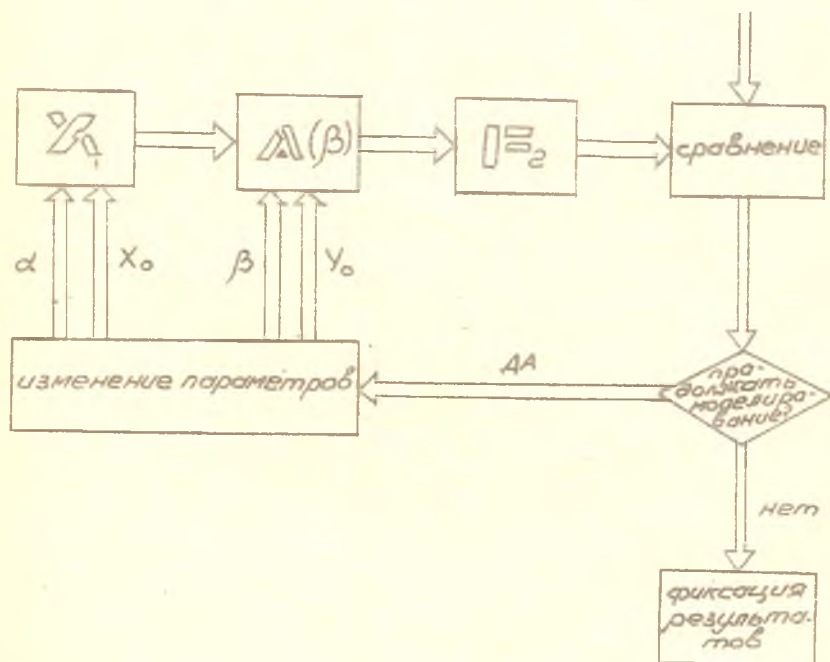
При исследовании или проектировании РТС методами моделирования на ЭВМ применяется следующее формальное описание выходных параметров:

$$\gamma = F_2 [Y(t)], \quad (9)$$

где  $Y(t) = \{y_i(t)\} (i = 1, 2, \dots, p; 0 \leq t \leq T_H)$ ,  
 $T_H$  - время наблюдения реализации.

Здесь выходной параметр РТС получается в результате обработки выборки объемом  $P$  из ансамбля реализаций выходной фазовой переменной  $Y$ .

Формальная схема моделирования на ЭВМ, в результате которого можно получить оценку  $\hat{\gamma}$  выходного параметра, показана на рис.4.



Р и с. 4. Схема моделирования выходного параметра  $\gamma$  на ЭВМ

Здесь задача решается методом статистического моделирования, т.е. путем многократных прогонов модели при заданных начальных условиях  $Y_0$  и  $X_0$  и параметрах системы  $\alpha$  и  $\beta$ .

В блоке  $X$  формируется  $P$  независимых реализаций входных фазовых переменных:

$$X = \{x_i, \alpha, t\} \quad (i = 1, 2, \dots, p; \quad 0 \leq t \leq T_H). \quad (10)$$

Эти реализации поступают в блок  $A$ , являющийся реализованной на ЭВМ математической моделью системы, отображающей те или иные ее особенности. На выходе блока  $A$  получаем  $P$  реализаций выходных фазовых переменных

$$Y = \{y_i(t)\} \quad (i = 1, 2, \dots, p; \quad 0 \leq t \leq T_H); \quad (11)$$

Для стохастических систем в общем случае  $Y$  является нестационарным случайным процессом с многомерным распределением. В блоке  $F_2$  осуществляется преобразование и статистическая обработка выборки  $Y$ , в результате которой получаем оценку выходного параметра системы  $\gamma$ .

Далее полученные оценки  $\hat{\gamma}$  сравниваются с требуемыми значениями  $\gamma^*$  выходных параметров, определяемыми техническим заданием на проектирование или исследование системы. На основании сравнения выносится решение о дальнейшей процедуре моделирования. Если результат сравнения  $\hat{\gamma}$  и  $\gamma^*$  неудовлетворителен, то принимается решение о продолжении моделирования, если удовлетворителен - принимается решение о прекращении исследований.

Таким образом, для моделирования системы необходимо располагать формальным описанием стносительно множества выходных параметров  $\gamma = \{\gamma_i\}$ .

## 5. ПРАВИЛА ФОРМАЛЬНОГО ОПИСАНИЯ СЛОЖНЫХ РТС

Чтобы составить формальное описание сложной РТС, необходимо воспользоваться ее функциональной схемой, каждый блок которой описывается соотношением (7), и далее ввести правила действий над фигурирующими в схеме фазовыми переменными  $X$  и  $Z$  с помощью базиса операторов  $A$ . В большинстве случаев при составлении формального описания сложной системы можно ограничиться следующими основными правилами действий над операторами.

I. Уравнение (7) означает, что оператор  $A$ , описывающий функции системы, действует на множество  $X$  входных фазовых переменных, в

результате получаем множество выходных фазовых переменных  $Y$  (см. рис.3):

$$\left. \begin{aligned} X &= X_j = \{x_i(t)\}, \quad i = 1, 2, \dots, n; \\ j &= 1, 2, \dots, N; \quad \theta \leq t \leq T_N; \\ Y &= Y_j = \{y_i(t)\}, \quad i = 1, 2, \dots, m; \\ j &= 1, 2, \dots, M; \quad \theta \leq t \leq T_N, \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

где  $N$  и  $M$  - число входов и выходов системы,

$n$  и  $m$  - числа реализации входной и выходной фазовых переменных соответственно.

Рассмотрим различные варианты построения системы.

Если  $X_j = \{x_i(t)\}$  ( $i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, N$ ),

а  $Y_j = \{y_i(t)\}$  ( $i = 1, 2, \dots, m; j = 1$ ).

то элемент функциональной схемы описывается следующим операторным уравнением:

$$Y_1 = A[X_1, X_2, \dots, X_N] -$$

это формальное описание системы с несколькими входами и одним выходом.

Если  $A = \emptyset$  и при  $X \neq \emptyset$   $Y = AX = \emptyset$ , то между входами  $X$  и выходами  $Y$  системы имеет место полный разрыв функциональных (информационных) связей.

Если  $A = I$ , то  $Y = AX = X$ , т.е. имеет место тождественное преобразование входной фазовой переменной.

Если  $X = \emptyset$  и при любом  $A \neq \emptyset$ ,  $Y = \emptyset$ , то элемент функциональной схемы системы, описываемый оператором  $A$ , не содержит никаких внутренних источников информации или энергии.

Если  $X = \emptyset$  и при любом  $A \neq \emptyset$   $Y \neq \emptyset$ , то элемент системы, описываемый оператором  $A$ , содержит внутренний источник информации или энергии.

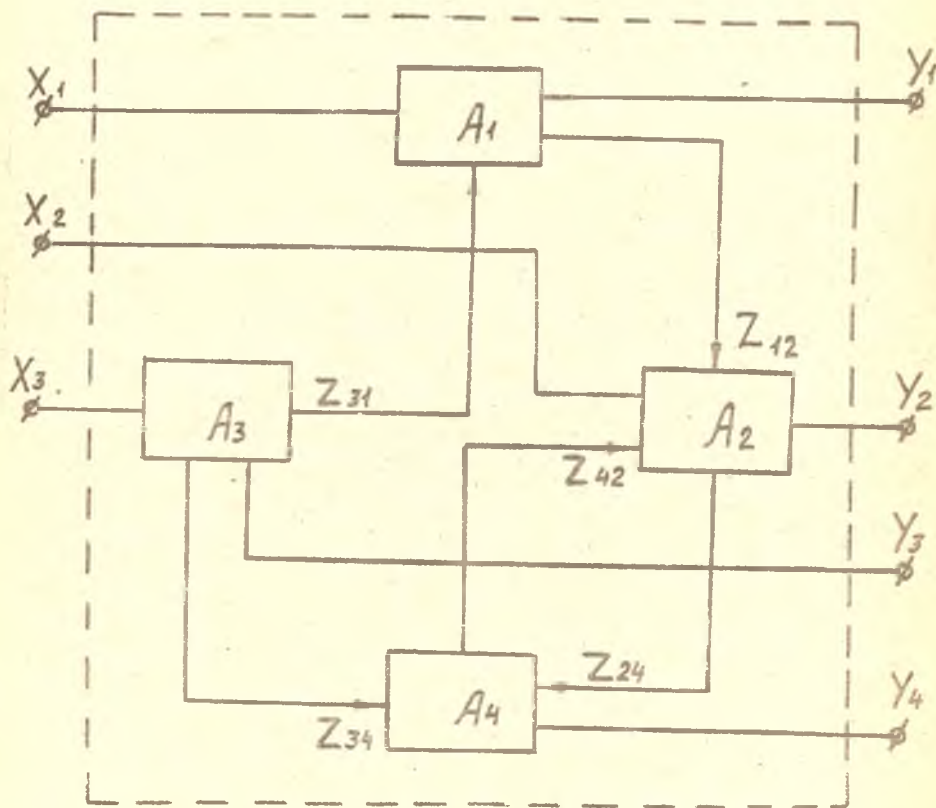
2. Если функциональная схема системы представлена последовательным соединением нескольких блоков, каждый из которых описывается оператором  $A_1, A_2, \dots, A_p$  соответственно, то ее можно представить следующим формальным операторным уравнением:

$$Y_M = A_p A_{p-1} \dots A_2 A_1 X_j \quad \text{или} \quad Y_M = A X_j, \quad (13)$$

где  $A = A_p A_{p-1} \dots A_2 A_1$ ,  $A X_j$  и  $Y_M$  определяются по формуле (12).

Пример. Предположим, что в результате неформального описания системы составлена ее функциональная схема, а по ней - формальная схема системы. Как видно из рис.5, система состоит из четырех взаимосвязанных подсистем:  $A_i$ , где  $i = 1, 2, 3, 4$  - операторы, описывающие функции отдельных подсистем;

$X = \{X_j\}, j = 1, 2, 3$  - входные фазовые переменные;  
 $Y = \{Y_j\}, j = 1, 2, 3, 4$  - выходные фазовые переменные;  
 $Z = \{Z_{\alpha}, Z_{\beta}, Z_{\gamma}, Z_{\delta}, Z_{\epsilon}, Z_{\zeta}\}$  - внутренние фазовые переменные.



Р и с. 5. Схема системы, состоящая из четырех взаимосвязанных подсистем:  $A_1, A_2, A_3, A_4$

В соответствии с введенными выше правилами составления формального описания выходные фазовые переменные можно представить следующими операторными уравнениями:

$$\begin{aligned}
 Y_1 &= A_1[\beta_1, X_1(\alpha_1, t), Z_{31}(t)]; \\
 Y_2 &= A_2[\beta_2, X_2(\alpha_2, t), Z_{42}(t), Z_{12}(t)]; \\
 Y_3 &= A_3[\beta_3, X_3(\alpha_3, t)]; \\
 Y_4 &= A_4[\beta_4, Z_{34}(t), Z_{24}(t)],
 \end{aligned}$$

где  $\alpha_i$  и  $\beta_i$  - входные и внутренние параметры системы;

$0 \leq t \leq T_N$  - время реализации процесса при моделировании системы.

Формальное уравнение можно свести к операторному уравнению вида  $Y = AX$ , которое является обобщенной математической моделью сложной системы. Например, формальное описание системы относительно выходной фазовой переменной

$$Y_1 = A_1[\beta_1, X_1(\alpha_1, t); A_3[\beta_3, X_3(\alpha_3, t)]]$$

относительно множества выходных параметров в соответствии с (9),

$$Y = F_2(Y_2) = F_2\{A_1[\beta_1, X_1(\alpha_1, t); A_3[\beta_3, X_3(\alpha_3, t)]]\}.$$

Рассмотренные правила и методика формального описания сложных систем являются универсальными и могут быть использованы при описании РТС на различных иерархических уровнях.

## 6. КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ КАЧЕСТВА РЕЗУЛЬТАТОВ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Выходные параметры, используемые для оценки качества функционирования РТС, тесно связаны с конкретными задачами, подлежащими решению методами моделирования на ЭМ.

В процессе проектирования и исследования РТС возникает необходимость в решении следующих задач:

- анализ характеристик фазовых переменных  $X$  и  $Y$ ;
- анализ характеристик радиоустройств, описываемых операторами  $A$ , или образующих их функциональных звеньев;
- оценка показателей качества  $K$  радиосистем, характеризующих точность, помехоустойчивость, надежность и т.п.;
- оценка эффективности радиосистемы в целом;
- оценка критических значений внешних  $\alpha$  или внутренних  $\beta$  параметров системы;
- оптимизация параметров  $\alpha$  и  $\beta$  по заданному критерию;
- выбор наилучшей структуры системы  $A^*$  из множества  $A$  возможных вариантов.



Многие из перечисленных задач можно решить, получив оценку технической эффективности исследуемой или проектируемой системы. Однако для этого необходимо располагать соответствующими критериями оценки. Рассмотрим возможные способы выбора критерия.

РТС относятся к сложным стохастическим системам, поэтому их эффективность следует оценивать вероятностными критериями. В качестве таких критериев используют следующие:

вероятность наступления события  $B$ , состоящего в том, что система выполнит поставленную задачу полностью:

$$\mathcal{E}_1 = P(B), \quad \forall t, t \leq T_n; \quad (I4)$$

математическое ожидание некоторой случайной величины  $B$ :

$$\mathcal{E}_2 = M[B] = M[Y(t)], \quad \forall t, t \leq T_n; \quad (I5)$$

дисперсия случайной величины  $B$ :

$$\mathcal{E}_3 = D[B] = D[Y(t)], \quad \forall t, t \leq T_n. \quad (I6)$$

Рассмотрим некоторые особенности указанных критериев.

Первый критерий (I4) определяет качество работы системы в соответствии с принципом "все или ничего", "да или нет", например, обнаружены или не обнаружены цели РЛС, переданы или не переданы сообщения СПИ, поражены или не поражены цели с помощью РСУ, в общем случае техническая эффективность системы в виде (I4) определяется соотношением

$$\mathcal{E}_1 = P(B) = \int W(q_1, q_2, \dots, q_n) dq_1, dq_2, \dots, dq_n, \quad q_i \in G_i,$$

где  $W(q_1, q_2, \dots, q_n)$  - многомерная функция распределения плотности вероятностей решения системой поставленной задачи;

$Q = \{q_i\} (i = 1, 2, \dots, n)$  - множество параметров, которые оказывают непосредственное влияние на вероятность выполнения системой поставленной задачи;

$G$  - область значений, которые принимает параметры системы в процессе ее функционирования.

Для оценки технической эффективности таким способом необходимо вначале найти многомерное распределение  $W(Q)$ . Методом моделирования на ЭВМ можно найти лишь гистограмму распределения, т.е. оценку  $\hat{W}(Q)$ , и при условии, что множество содержит один-два параметра.

Второй способ определения эффективности - непосредственное использование статистического моделирования системы. Эффективность при этом можно оценить следующим образом:

$$\mathcal{E}_1 = P(B) = n_s / N,$$



где  $N$  - объем выборки из ансамбля реализаций (числа испытаний модели системы);

$n$  - число опытов, которые завершились выполнением системой поставленной задачи.

Эффективность должна быть определена с учетом множества показателей качества  $K = \{K_i\}$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ), как правило, все показатели взаимосвязаны, и оценка технической эффективности должна проводиться с учетом этих связей. Оценка эффективности с помощью второго (I5) и третьего (I6) критериев характеризует качество работы системы в соответствии с принципами "чем больше, тем лучше" или "чем меньше, тем лучше". В общем случае с помощью этих критериев эффективность можно оценить по формулам

$$z_1 = \int_G B W(B) dB, \quad (I7)$$

$$z_2 = \int_G B^2 W(B) dB - \{M[B]\}^2, \quad (I8)$$

где  $W(B)$  - распределение плотности вероятностей случайной величины  $B$ ;  $G$  - заданная область значений  $B$ .

В случае моделирования РЭС можно получить как оценку  $\hat{W}(B)$  в виде гистограммы распределения. Далее для оценки эффективности необходимо воспользоваться соотношениями (I7) или (I8).

## 7. ПРИНЦИПЫ ОПИСАНИЯ КОМПЛЕКСОВ НА УРОВНЕ РАДИОСИСТЕМ

Построению обобщенной математической модели (формального описания) любой системы, в том числе и комплекса радиосистем предшествует неформальное описание, которое включает:

- определение типичных тактических ситуаций использования комплекса;
- формулировку задачи исследования и выбор критерия для оценки эффективности комплекса;
- функциональную схему.

Например, комплекс радиосистем управления ЛА в укрупненном виде можно представить состоящим из совокупности взаимодействующих радиосистем, объектов наблюдения и управления, исполнительных устройств, вычислительных и регистрирующих приборов [I2]. Для составления формального описания такого комплекса используем базис операторов

$$K_i = \{c_i, o_j\}.$$

где  $C_i$  ( $i = 1, 2, \dots, l$ ) - операторы, описывающие различные радиосистемы, которые могут входить в состав комплекса;

$O_j$  ( $j = 1, 2, \dots, L$ ) - операторы, описывающие различные нерадиотехнические системы, входящие в состав комплекса.

Формальные схемы элементов для описания комплексов радиосистем на уровне систем приведены в табл. I., где приняты следующие обозначения:

$C_1$  - оператор, описывающий работу СПИ;

$\lambda = \lambda(t)$  и  $\hat{\lambda} = \hat{\lambda}(t)$  - подлежащий передаче информационный параметр и его оценка на приемной стороне;

$\Pi_c = \{S_i(t)\} (i = 1, 2, \dots, a)$  - множество сигналов, обеспечивающих перенос информации;

$\Pi_{nc} = \{X_{nci}(t)\} (i = 1, 2, \dots, \beta)$  - множество естественных помех, сопровождающих работу СПИ;

$\Pi_{no} = \{X_{noi}(t)\} (i = 1, 2, \dots, \gamma)$  - множество организованных помех, которые сопровождают работу СПИ;

$C_2$  - оператор, описывающий работу РЛС;

$a = a(t)$  - вектор, описывающий траекторию движения цели;

$\hat{a} = \hat{a}(t)$  - оценка вектора на выходе РЛС;

$C_3$  - оператор, описывающий работу РНС;

$S = S(t, g)$  - радиосигнал, поступающий на выход навигационного устройства;

$\hat{g} = \hat{g}(t)$  - оценка параметров сигнала, используемая для местопределения ЛА в заданной системе координат;

$C_4$  - оператор, описывающий сложное радиозвено системы радиоуправления (в данном случае под сложным радиозвеном будем понимать все радиосистемы, обеспечивающие получение оценки  $\hat{E} = \hat{E}(t)$  параметра рас-  
согласования  $E = E(t)$  на входе, на основе которого вырабатываются команды управления ЛА);

$C_5$  - оператор, описывающий работу системы СРР;

$S = S(t)$  - разведываемые радиосигналы;

$\hat{S} = \hat{S}(t)$  - оценка параметров радиосигнала на выходе СРР;

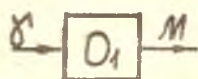
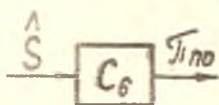
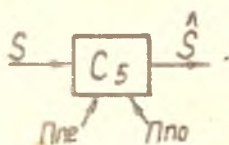
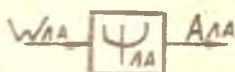
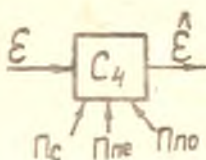
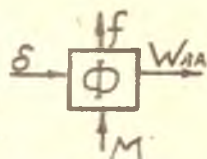
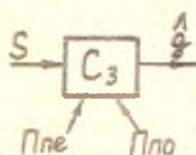
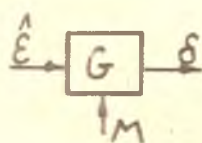
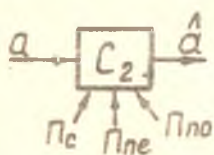
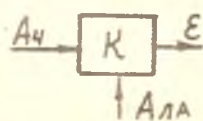
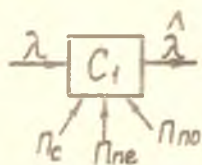
$C_6$  - оператор, описывающий работу системы РПД;

$\hat{S} = \hat{S}(t)$  - оцениваемые СРР параметры радиосигналов работающих радиосистем (входные фазовые переменные);

$X_{no} = X_{no}(t, \lambda_n)$  - сформированные системой РПД организованные помехи;

$K$  - оператор, описывающий кинематические связи, складывающиеся при взаимном перемещении цели и управляемого ЛА, а также пунктов передачи и приема полезных и помеховых сигналов;

Таблица I



$A_{\text{ц}}(t) = (X_{\text{ц1}}, X_{\text{ц2}}, X_{\text{ц3}})$  - входная фазовая переменная - вектор-функция текущих координат цели (траектория цели);

$A_{\text{ЛА}}(t) = (X_{\text{ЛА1}}, X_{\text{ЛА2}}, X_{\text{ЛА3}})$  - входная фазовая переменная-траектория ЛА;

$E(t) = (E_1, E_2)$  - выходная фазовая переменная - параметр рассогласования между фактической и требуемой траекториями движения ЛА;

$G$  - оператор, описывающий работу автопилота, обеспечивающего выработку необходимых команд для управления движением ЛА;

$\hat{E} = (\hat{E}_1, \hat{E}_2)$  - оценка параметра рассогласования;

$m = \{m_i\} (i = 1, 2, \dots, k)$  - сигналы обратных связей, устанавливаемых для стабилизации движения ЛА;

$\delta = (\delta_1, \delta_2, \delta_3, \dots)$  - выходная фазовая переменная - отклонения рулевых органов управления объекта от нейтрального положения;

$\Phi$  - оператор, описывающий динамику ЛА;

$W_{\text{ЛА}} = (W_{\text{ЛА1}}, W_{\text{ЛА2}}, W_{\text{ЛА3}})$  - вектор ускорения ЛА;

$f$  - внешние силы, действующие на корпус ЛА;

$\Psi_{\text{ЛА}}$  - оператор, описывающий динамическое звено ЛА;

$\Psi_{\text{ц}}$  - оператор, описывающий динамическое звено цели;

$W_{\text{ц}} = W_{\text{ц}}(t)$  - вектор-функция ускорения цели;

$O_1$  - оператор, описывающий работу ЭВМ, входящей в состав комплекса радиуправления;

$\gamma = (\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n)$  - множество исходных данных, вводимых в ЭВМ;

$\mu = (\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_m)$  - множество результатов вычислений ЭВМ.

Таким образом, для описания комплекса РТС управления ЛА базис операторов содержит следующие основные операторы:

$$K_1 = \{C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6, K, G, \Phi, \Psi_{\text{ЛА}}, \Psi_{\text{ц}}, O_1\}.$$

Этот базис можно использовать для построения формальной схемы и формального описания различных комплексов радиосистем. При формальном описании комплексов радиосистем с помощью операторов базиса  $K_1$  вводятся следующие основные допущения:

функции каждого оператора определены однозначно;

внутренняя структура каждого элемента, описываемого соответствующим оператором, неизвестна. Таким образом, каждый блок формальной схемы комплекса представляется "черным ящиком", входные и выходные фазовые переменные которого заданы;

на основании информационного описания комплекса установлены функциональные связи между его элементами, которые заданы фазовыми переменными, внешними и внутренними параметрами;

при составлении формального описания комплекса радиосистем используются введенные выше правила действия над операторами.

## 8. ПРИНЦИПЫ ОПИСАНИЯ РАДИОСИСТЕМ НА УРОВНЕ РАДИОКАНАЛОВ

В этом случае базис операторов

$$C_i = \{P_i, O_j\} \quad i = 1, 2, \dots, L; \quad j = L+1, \dots, L',$$

где  $P_i$  - операторы, описывающие работу различных радиоканалов;

$O_j$  - операторы, описывающие различные нерадиотехнические элементы, входящие в состав радиосистем.

По функциональному назначению используемые в РТС радиоканалы можно разделить на следующие: поиска сигнала  $S=S(t, \lambda)$ ; слежения за параметрами сигнала; измерения параметров сигнала; сопровождения цели по координатам; передачи информации; измерения координат цели; радиоразведки параметров сигнала; радиоспротиводействия перечисленных выше каналов.

В соответствии с этой классификацией в табл.2 приведены формальные схемы элементов (операторов) для описания различных РТС на уровне радиоканалов. Условные обозначения, используемые в табл.2, имеют следующий смысл:

$P_i$  - оператор, описывающий радиоканалы поиска и захвата радиоканалов  $S=S(t, \lambda)$ ;

$$П_{пе} = \{X_{pei}(t)\} \quad (i = 1, 2, \dots, n),$$

$П_{по} = \{X_{poi}(t, \lambda_n)\} \quad (i = 1, 2, \dots, m)$  - множество естественных и организованных помех, сопровождающих работу радиоканала;

$e=e(t) > E_0$  - выходная фазовая переменная;

$E_0$  - некоторый порог, превышение которого может свидетельствовать о наличии сигнала.

В зависимости от назначения оператор  $P$  может описывать радиоканалы поиска сигнала по мощности, частоте, дальности и угловым координатам.

$P_2$  - оператор, описывающий работу радиоканалов слежения за параметрами сигнала  $S=S(t, \lambda)$ ;

$a=(a_1, a_2, \dots, a_n)$  - параметры сигнала, за которыми осуществляется слежение.



$S(t, \lambda) \xrightarrow{\quad} P_1 \xrightarrow{\quad} C(t)$ <p style="text-align: center;"> <math>\uparrow \Pi_{ne}</math>    <math>\downarrow \Pi_{no}</math> </p>	$S(t, x) \xrightarrow{\quad} P_4 \xrightarrow{\quad} \hat{\lambda}(t)$ <p style="text-align: center;"> <math>\uparrow \Pi_{ne}</math>    <math>\downarrow \Pi_{no}</math> </p>
$S(t, \lambda, a) \xrightarrow{\quad} P_2 \xrightarrow{\quad} \hat{a}(t)$ <p style="text-align: center;"> <math>\uparrow \Pi_{ne}</math>    <math>\downarrow \Pi_{no}</math> </p>	$S(t, \lambda, a) \xrightarrow{\quad} P_5 \xrightarrow{\quad} \hat{a}(t)$ <p style="text-align: center;"> <math>\uparrow \Pi_{ne}</math>    <math>\downarrow \Pi_{no}</math> </p>
$S(t, \lambda) \xrightarrow{\quad} P_3 \xrightarrow{\quad} \hat{\lambda}(t)$ <p style="text-align: center;"> <math>\uparrow \Pi_{ne}</math>    <math>\downarrow \Pi_{no}</math> </p>	$\hat{S}(t, \lambda, \hat{a}) \xrightarrow{\quad} P_6 \xrightarrow{\quad} \hat{\pi}(t, \lambda, a)$
$P \xrightarrow{\quad} O_1 \xrightarrow{\quad} M$	$e(t) \xrightarrow{\quad} O_3 \begin{matrix} y=0 \\ y=1 \end{matrix}$
$\Delta\varphi(t) \xrightarrow{\quad} O_2 \xrightarrow{\quad} \gamma(t)$	$\lambda \xrightarrow{\quad} O_4 \xrightarrow{\quad} \alpha$



В качестве выходной фазовой переменной здесь может быть оценка параметра  $\hat{a} = \hat{a}(t)$  или мгновенная ошибка слежения за параметром  $\varepsilon(t) = a(t) - \hat{a}(t)$ .

В зависимости от назначения радиоканала оператор  $P_2$  может описывать каналы слежения:

за частотой или фазой сигнала  $S = S(t, \lambda, \omega_c)$  с выходными параметрами  $S = S(t, \lambda, \hat{\omega}_c)$  или  $\varepsilon(t) = \omega_c(t) - \hat{\omega}_c(t)$ ;

за мощностью или амплитудой сигнала  $S = S(t, \lambda, \rho)$  с выходными параметрами  $S = S(t, \lambda, \hat{\rho})$  или  $\varepsilon(t) = \rho(t) - \hat{\rho}(t)$ ;

за дальностью до цели  $S = S(t, \lambda, z)$  с выходными параметрами  $S = S(t, \lambda, \hat{z})$  или  $\varepsilon(t) = z(t) - \hat{z}(t)$ ;

за целью по угловым координатам  $S = S(t, \lambda, \varphi)$ , где  $\varphi = (\alpha, \beta)$  - угловые координаты цели,  $\alpha$  - азимут,  $\beta$  - угол места. Выходными параметрами здесь могут быть  $S = S(t, \lambda, \hat{\varphi})$  - оценка угловых координат или  $\varepsilon(t) = \varphi(t) - \hat{\varphi}(t)$  - ошибка слежения.

$P_3$  - оператор, описывающий работу радиоканала передачи информации;

$S = S(t, \lambda)$  - входной сигнал, несущий передаваемую информацию,  $\lambda = \lambda(t)$ ;

$\hat{\lambda} = \hat{\lambda}(t)$  - оценка информации на приемной стороне.

$P_4$  - оператор, описывающий работу радиоканала, определяющего координаты цели  $S = S(t, x)$ ;

$x = (x_{1c}, x_{2c}, x_{3c})$  - координаты цели в декартовой системе координат. Выходными параметрами здесь могут быть оценка  $\hat{x} = \hat{x}(t)$  или мгновенная ошибка  $\varepsilon(t) = x(t) - \hat{x}(t)$ .

$P_5$  - оператор, описывающий работу радиоканалов разведки сигналов  $S = S(t, \lambda, a)$ , излучаемых работающими радиоканалами. На выходе канала получаем оценку параметров сигнала  $\hat{a} = \hat{a}(t)$  или сигнала в целом  $\hat{S} = \hat{S}(t, \lambda, a)$ .

$P_6$  - оператор, описывающий работу радиоканала РИД. На входе канала действует выходная информация СРР  $\hat{a} = \hat{a}(t)$  или  $\hat{S} = \hat{S}(t, \lambda, a)$ , а на выходе получаем сформированную надлежащим образом помеху

$$\hat{x} = \hat{x}(t, \lambda_n, a_n) \dots$$

$O_1$  - оператор, описывающий работу ЭВМ, реализующую некоторый вычислительный процесс;

$\rho = (\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_n)$  - множество исходных данных для вычислений;

$\mu = (\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_m)$  - множество результатов вычислений.

$O_2$  - оператор, описывающий работу некоторых электромеханических устройств, например привода, обеспечивающего поворот антенны на заданный угол;

$\Delta \varphi = \Delta \varphi(t)$  - ошибка слежения по углу на выходе радиоканала;  
 $\gamma = \gamma(t)$  - угол поворота антенны.  
 $O_3$  - оператор, описывающий некоторое пороговое устройство (например реле), фиксирующее наличие или отсутствие сигнала  $e = e(t)$ .  
 Если  $e(t) \leq E_0$ , то  $J=0$ , если  $e(t) > E_0$ , то  $J=1$ .  
 $O_4$  - оператор, описывающий преобразование процесса  $\hat{\lambda} = \hat{\lambda}(t)$  на выходе радиоканала в физический процесс неэлектрической природы, например преобразование напряжения  $e = e(t)$  в отклонение стрелки измерительного прибора  $\alpha$ .

Рассмотренный базис, содержащий 10 операторов

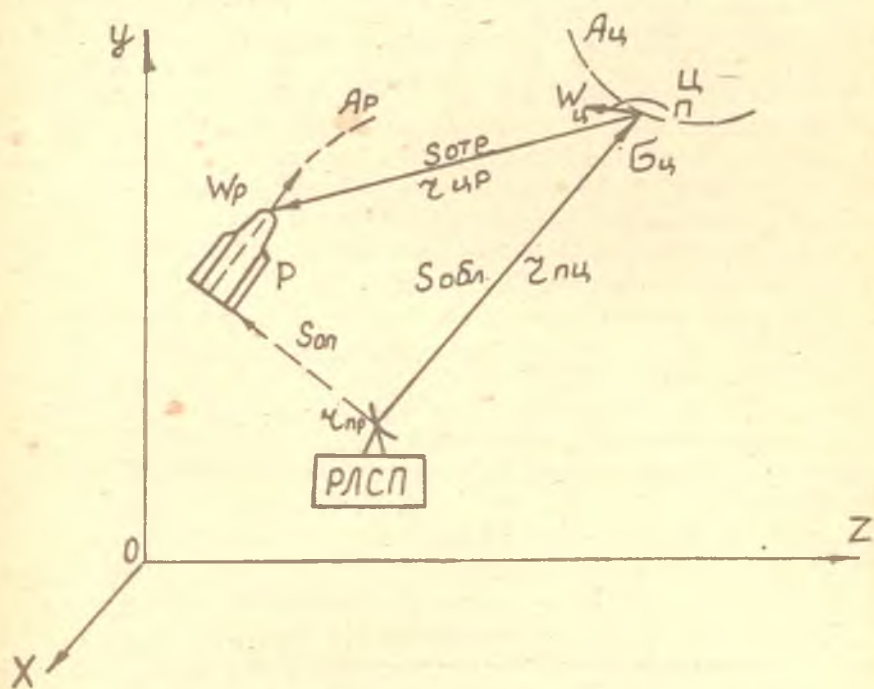
$$C_1 = \{P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6, O_1, O_2, O_3, O_4\},$$

позволяет описывать широкий класс различных радиосистем и комплексов на уровне радиоканалов. Методика описания РГС на более низких уровнях декомпозиции в данном пособии рассматриваться не будет, так как выполнение курсовой работы предполагает моделирование РГС с использованием декомпозиции только на двух первых уровнях.

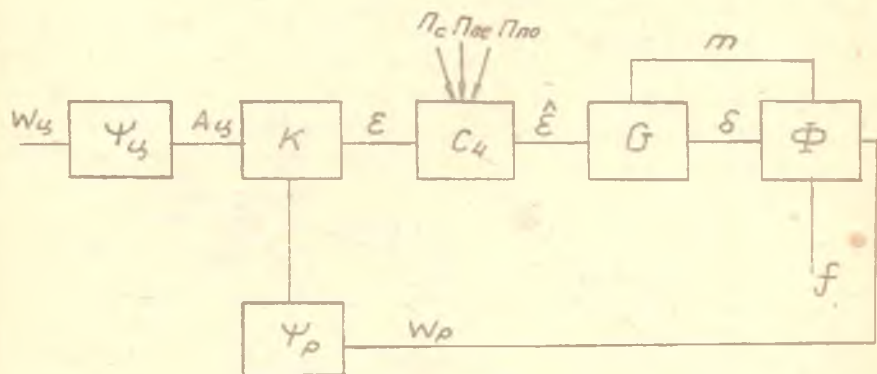
## 9. ПРИМЕР СОСТАВЛЕНИЯ ФОРМАЛЬНОГО ОПИСАНИЯ РГС

В качестве конкретного примера рассмотрим систему полуактивного самонаведения управляемых ракет [13]. Пространственная ситуация, складывающаяся при полуактивном самонаведении, показана на рис.6, на котором даны следующие обозначения: РЛСП - РЛС подсвета цели; Ц - цель; Р - управляемая ракета;  $S_{обс}$  - сигнал облучения цели;  $S_{отр}$  - сигнал, отраженный от цели;  $S_{оп}$  - опорный сигнал;  $Z_{пц}$ ,  $Z_{пр}$ ,  $Z_{рц}$  - расстояния между РЛСП и целью, РЛСП и ракетой и целью и ракетой соответственно;  $W_p$  и  $W_c$  - ускорения ракеты и цели;  $A_p$  и  $A_c$  - траектории движения центров масс ракеты и цели в заданной опорной системе координат  $OXYZ$ ;  $\sigma_c$  - ЭПР цели.

Используя формальные схемы элементов, приведенные в табл.1, составим функциональную схему системы управления в целом (рис.7). Она содержит объект управления, описываемый оператором  $\Phi$ , радио-звено  $C_4$ , автопилот  $G$ , кинематическое  $K$  и динамические звенья цели и ракеты, описываемые операторами  $\Psi_c$  и  $\Psi_p$  соответственно.



Р и с. 6. Схема полуактивного самонаведения управляемых ракет на цель



Р и с. 7. Функциональная схема системы управления

С учетом введенных правил формального описания сложных радио-систем процесс радиуправления можно описать следующими операторными уравнениями:

$$\varepsilon = K[A_{ц}, A_{р}]; \quad (19)$$

$$A = \Psi_{ц} W_{ц}; \quad (20)$$

$$A = \Psi_{р} W_{р}; \quad (21)$$

$$\hat{\varepsilon} = C_{ц}[\varepsilon, \Pi_{с}, \Pi_{пс}, \Pi_{по}]; \quad (22)$$

$$\delta = G[\hat{\varepsilon}, m]; \quad (23)$$

$$W_{р} = \Phi[\delta, f]. \quad (24)$$

Операторные уравнения (19), (20) и (21) описывают кинематические и динамические звенья цели и ракеты соответственно. Оператор  $K$  в формуле (19) устанавливает связь между движением центров масс ракеты  $A_{р}$  и цели  $A_{ц}$ . Эту связь можно выразить через параметр рассогласования  $\varepsilon$ , измерение которого с помощью радиозвена позволяет получить информацию об отклонении ракеты от заданной траектории.

Операторы  $\Psi_{р}$  и  $\Psi_{ц}$  в формулах (20) и (21) осуществляют преобразования ускорений  $W_{р}$  и  $W_{ц}$  ракеты и цели в траектории  $A_{р}$  и  $A_{ц}$  движения и центров масс.

Оператор  $C_v$  в уравнении (22) описывает радиозвено. Он устанавливает связь между параметром рассогласования  $E$  (передаваемой или извлекаемой информацией) и сигналами, являющимися результатом измерения этого параметра  $\hat{E}$  (его оценкой). В общем случае эта связь оказывается очень сложной и зависит от формы зондирующего сигнала  $S(t)$ , характеристик отражения цели  $B_u$ , взаимного перемещения РЛСР, ракеты и цели (изменения  $Z_{nc}$ ,  $Z_{np}$ ,  $Z_{cp}$ ), а также возможных помех различной природы.

Сператорные уравнения (23) и (24) описывают звено автопилот-ракета, в котором осуществляется преобразование сигналов с выхода радиозвена в ускорение ракеты  $W$  с учетом действующих на нее возмущающих сил  $f$  (тяга двигателей, сила тяжести, турбулентность атмосферы и т.п.). Оператор  $G$  в формуле (23) описывает функционирование автопилота, в котором осуществляется преобразование выходных сигналов радиозвена в угловые отклонения рулей  $\delta$  ракеты. При этом учитываются обратные связи  $m$ , применяемые для стабилизации параметров звена автопилот-ракета, а также возможные перекрестные связи между каналами управления ракетой в двух взаимно ортогональных плоскостях. Оператор  $\Phi$  в формуле (24) описывает движение ракеты под воздействием рулей, отклоненных на угол  $\delta$ . Полет ракеты обычно представляет совокупностью двух простых движений: поступательного движения центра масс и вращательного - относительно центра масс.

Основным показателем, определяющим техническую эффективность системы, является полная вероятность поражения, обеспечиваемая данной системой. Полная вероятность поражения с учетом влияния возможных факторов, взятых в различные комбинации, равна:  $P_{\Sigma} = \sum_{i=1}^M P(\mu_i) P_{\mu_i}(\mu_i)$ , где  $P(\mu_i)$  - априорная вероятность  $i$ -й комбинации факторов;  $P_{\mu_i}(\mu_i)$  - вероятность поражения цели при условии, что в процессе наведения возникла  $i$ -я комбинация факторов  $\mu_i = (\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_c)$ ;  $M$  - число возможных комбинаций факторов.

Из-за большого числа факторов и их возможных комбинаций оценка полной вероятности поражения  $P$  затруднена, поэтому на практике ограничиваются оценкой условной вероятности поражения для некоторой выделенной комбинации факторов, а иногда для одного наиболее существенного фактора, полагая, что влияние всех остальных факторов сведено к минимуму. В этом случае условная вероятность поражения равна:

$$P_{\mu_i} = P_{\mu_1 \mu_2 \dots} = f(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_c), \quad (25)$$

т.е. является функцией численных значений выделенных факторов.



Если ограничиться рассмотрением лишь некоторых типовых или наиболее опасных сочетаний факторов, в каждом из которых значения  $(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n)$  фиксированы, то для любой ситуации многомерная функция (25) превращается в число. Если количество ситуаций не слишком велико, то оценка эффективности системы значительно упрощается.

Условную вероятность поражения можно определить следующим соотношением [13]:

$$P_y = \int_{Q} P_y(h) W(h) \alpha, \quad (26)$$

где  $P_y(h)$  - условный закон поражения, т.е. вероятность поражения при условии, что в момент встречи ракеты с целью ( $t = T$ ) их взаимное расположение определяется вектором  $z(T) = h$ , называемым вектором промаха;

$W(h)$  - распределение плотности вероятностей вектора промаха  $h = (h_1, h_2)$ ;

$Q$  - область возможных значений вектора промаха.

Выражение (26) можно рассматривать как математическое ожидание условного закона поражения по всем возможным реализациям вектора промаха  $h$ , т.е.  $P_{ny} = E\{P_{ny}(h)\}$ .

Основным показателем качества рассматриваемой системы можно считать точность наведения, определяемую длиной вектора  $z(t)$  в момент встречи, т.е. когда  $z = T$  и вектор  $z(t)$  достигнет минимальной длины.

Для характеристики состояния системы радиоуправления вводят текущую меру точности  $h(t)$ , называемую мгновенным промахом, который связывает значение координат цели и ракеты в текущий момент  $t$  с характеристикой точности (промахом) в момент встречи. Если, начиная с некоторого момента времени  $t$ , ракета и цель движутся равномерно и прямолинейно, то мгновенный промах  $h(t)$  совпадает с конечным промахом, т.е.

$$h(t) = h(T), \quad t < T. \quad (27)$$

Основная задача системы радиоуправления состоит в обеспечении минимума промаха  $h$  в момент встречи, т.е.

$$h(T) = \min. \quad (28)$$

В общем случае мгновенный промах является функцией параметра рассогласования  $E(t)$ :

$$h(t) = f[E(t)]. \quad (29)$$

Операторное уравнение для определения параметра рассогласования можно получить из выражений (19) - (24), описывающих процесс радио-



управления:

$$\varepsilon = K \{ \psi_u W_u, \psi_p [\Phi(\hat{\varepsilon}, m), f] \}, \quad (30)$$

где  $\hat{\varepsilon}$  определяется выражением (22).

Для оценки эффективности исследуемой системы радиоуправления воспользуемся критерием (14), представив его в виде  $\mathcal{E} = P[|h(t)|I > \Delta]$ , где  $\Delta$  - максимально допустимое (пороговое) значение промаха.

При выполнении условий (27) и (28) можно записать

$$\hat{\mathcal{E}} = P[|h(T)|I \leq \Delta] = n_h / N,$$

где  $|h(T)|I = h(t)|_{t=T} = f(\varepsilon)$ ,  $0 \leq t \leq T$ ;

$N$  - выборка из ансамбля пусков ракеты на цель, полученная с помощью моделирования комплекса на ЭВМ;

$n_h$  - число пропусков, в которых было удовлетворено условие  $|h(T)|I \leq \Delta$ .

Таким образом для оценки эффективности рассматриваемой системы в соответствии с выбранным критерием необходимо получить с помощью ЭВМ реализации мгновенного промаха  $h(t)$  ( $0 \leq t \leq T$ ) в различных ситуациях.

В библиографическом списке приведены некоторые наиболее известные источники информации. Так для описания параметров и свойств радиосигналов можно использовать источники [14] - [20], для описания работы РЛС, РНС, СПИ - [21] - [27], для описания систем РСУ, кинематических и динамических звеньев управляемых объектов - [28] - [30], для описания работы систем РЦД и СРР - [31] и [32].

Более глубоко изучить вопросы моделирования сложных радиосистем на ЭВМ можно по работам [1] - [10].

## КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

### Вопросы к разд. I

1. Для чего используется математическое моделирование сложных систем?
2. Что такое математическая модель?
3. Дайте краткую характеристику этапов процесса математического моделирования.
4. Что такое радиотехническая система?
5. Какие сложности возникают при моделировании РЛС?
6. Какие Вы знаете методы упрощения математического описания радиосистем?

7. Поясните метод блочного расчленения сложных радиосистем.
8. Какие иерархические уровни используются при блочном расчленении радиосистем?
9. Что такое специализация модели?

#### Вопросы к разд. 2

1. Что такое формальное описание радиосистемы?
2. Поясните роль базиса операторов при моделировании.
3. Дайте общую характеристику множества параметров сложной радиотехнической системы.
4. Что такое фазовые переменные системы?
5. Назовите внешние параметры системы.
6. Назовите внутренние параметры системы.
7. Поясните основное операторное уравнение, связывающее входные и выходные фазовые переменные системы.
8. Как перейти от общего операторного описания к описанию конкретной радиосистемы?
9. Нарисуйте и поясните формальную схему системы, отображающую обобщенное операторное уравнение.
10. Поясните метод статистического моделирования.

#### Вопросы к разд. 3

1. Какие правила используют при составлении формального описания сложной системы?
2. Составьте обобщенное формальное описание системы с несколькими входами и одним выходом.
3. Составьте обобщенное формальное описание системы с последовательным соединением нескольких блоков.
4. Приведите пример формальной схемы системы, состоящей из нескольких подсистем.
5. На какие категории можно разделить радиоканалы по функциональному назначению?
6. Приведите примеры формальных схем элементов для описания РС на уровне радиоканалов.
7. Дайте краткое пояснение элементов базиса операторов для описания различных РС на уровне радиоканалов.

Вопросы к разд. 5

1. Составьте функциональную схему системы полуактивного самонаведения.
2. Опишите процесс радиуправления операторными уравнениями.
3. Каким оператором можно описать радиозвено системы полуактивного самонаведения?
4. Какие особенности описания радиозвена автопилот-ракета?
5. Что является основным показателем, определяющим техническую эффективность системы полуактивного самонаведения?
6. Что такое условная вероятность поражения?
7. Что такое мгновенный промах системы?

Библиографический список

1. Советов Б.Я., Яковлев С.А. Моделирование систем. М.:Выш.шк.1988.
2. Основы моделирования сложных систем / Под ред.И.В.Кузьмина а.Киев:Вища шк.1981.
3. Пешель И. Моделирование сигналов и систем.М.:Мир,1981.
4. Бусленко Н.П. Моделирование сложных систем.М.:Наука,1978.
5. Максимей И.В. Имитационное моделирование на ЭВМ.М.: Радио и связь,1988.
6. Дж.Смит.М. Математическое и цифровое моделирование для инженеров и исследователей.М.:Машиностроение,1980.
7. Борисов Ю.П., Цветнов В.В. Математическое моделирование радиотехнических систем и устройств.М.:Радио и связь,1985.
8. Ермашов С.М., Михайлов Г.А. Статистическое моделирование.М.:Наука,1983.
9. Шеннон Р. Имитационное моделирование систем.М.:Мир,1978.
10. Моделирование в радиолокации /Под ред.А.И.Деонова. М.: Св. радио,1979.
11. Чембровский С.А., Топчиев Ю.И., Самойлович Т.В. Общие принципы проектирования систем управления.М.:Машиностроение,1972.
12. Борисов Ю.П. Математическое моделирование радиосистем. М.:Св. радио,1976.
13. Радиуправление реактивными снарядами и космическими аппаратами / Под ред.Л.С.Гуткина. М.:Св. радио,1968.
14. Гоноровский И.С. Радиотехнические цепи и сигналы. М.:Радио и связь,1986.
15. Баскаков С.И. Радиотехнические цепи и сигналы.М.:Выш. шк.,1988.
16. Гихонов В.И. Статистическая радиотехника.М.:Радио и связь,1982.
17. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники.М.:Св. радио,1974.
18. Гуткин Л.С. Современная радиоэлектроника и ее проблемы. М.:Св. радио,1980.
19. Большаков И.А., Гуткин Л.С. и др. Математические основы современной радиотехники. М.:Св. радио,1968.
20. Миддлтон Д. Счерки теории связи.М.:Св. радио,1966.

21. Теоретические основы радиолокации / Под ред. В.Е. Д у л е в и ч а. М.: Сов. радио.
22. Д ы м о в а А.И., А л ь б а ц М.Е., Б о н ч-Б р у е в и ч А.М. Радиотехнические системы. М.: Сов. радио, 1975.
23. П е с т р я к о в В.В., К у з е н к о в В.Д. Радиотехнические системы. М.: Радиосвязь, 1985
24. Современная радиолокация: пер. с англ./Под ред. Е.Б. К о б з а - р е в а. М.: Сов. радио, 1989.
25. Б е р е з и н Л.В., В е й ц е л ь В.А. Теория и проектирование радиосистем. М.: Сов. радио, 1977.
26. Б е л а в и н О.В. Основы радионавигации. М.: Сов. радио, 1977.
27. П е н и н П.И., Ф и л и п п о в Л.И. Радиотехнические системы передачи информации. М.: Радио и связь, 1984.
28. М а к с и м о в М.Е., М е р к у л о в В.И. Радиоэлектронные следающие системы. М.: Радиосвязь, 1990.
29. Основы радиуправления /Под ред. В.А. В е й ц е л я и В.Н. Г и п у г и н а. М.: Сов. радио, 1973.
30. Д е м и д о в В.П., К у т ь е в Н.Ш. Радиуправление зенитными ракетами. М.: Всениздат, 1989.
31. В а к и н С.А., Ш у с т о в Л.Н. Основы радиопротиводействия и радиотехнической разведки. М.: Сов. радио, 1968.
32. Защита от радиопомех /Под ред. М.В. М а к с и м о в а. М.: Сов. радио, 1976.



## Содержание

С п и с о к у с л о в н ы х с о к р а щ е н и й .....	3
1. Общие принципы математического моделирования сложных систем .....	4
2. Этапы процесса моделирования сложных систем .....	4
3. Некоторые особенности моделирования радиосистем .....	7
4. Методы описания радиосистем .....	12
5. Правила формального описания сложных РТС .....	16
6. Критерии оценки качества результатов моделирования .....	19
7. Принципы описания комплексов на уровне радиосистем .....	21
8. Принципы описания радиосистем на уровне радиоканалов .....	25
9. Пример составления формального описания РТС .....	28
Контрольные вопросы .....	33
Б и б л и о г р а ф и ч е с к и й с п и с о к .....	36

Г о л о в и н Анатолий Иванович

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАДИСИСТЕМ

Редактор Е.Д.Антонова

Техн.редактор Г. А. У с а ч е в а

Корректор Н.С.Куприянова

Лицензия ЛР №020301 от 28. II. 91.

Подписано в печать 5.10.93. Формат 60x84 1/16.

Бумага офсетная. Печать оперативная.

Усл.п.л. 2,3. Усл.кр.-отт.2,4. Уч.-изд.л. 2,1.

Тираж 150 экз. Заказ 163/107 Арт.С-17/94

Самарский государственный аэрокосмический  
университет имени академика С.П.Королева  
443086, Самара, Московское шоссе,34

Участок оперативной полиграфии ИПО Самарского  
государственного аэрокосмического университета  
443001, Самара, Ульяновская,18.