ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ

ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ имени академика С.П.КОРОЛЕВА»

Г.Н. Горелов, Е.А. Ефимов,
Л.В. Коломиец

МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ЕГЭ ПО МАТЕМАТИКЕ

Утверждено Редакционно-издательским советом университета
в качестве учебного пособия

САМАРА
Издательство СГАУ
2008

УДК 510.2(075)
ББК 22.1.я7

Рецензенты: доктор техн. наук, проф. Б.А. Горлач;
канд. физ.-мат.наук, доц. С.Н. Богданов

Горелов Г.Н.

МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ЕГЭ ПО МАТЕМАТИКЕ: *учеб. пособие / Г.Н. Горелов, Е.А. Ефимов, Л.В. Коломиец.* – Самара: Изд-во Самар. гос. аэрокосм. ун-та, 2008. – 96с.

ISBN 978-5-7883-0703-9

Учебное пособие предназначено для занятий со слушателями подготовительных курсов факультета довузовской подготовки СГАУ и самостоятельной работы абитуриентов. Слушатели подготовительных курсов и других форм обучения на факультете довузовской подготовки СГАУ получают за время обучения дополнительные знания и навыки решения задач по математике различной сложности, знакомятся со спецификой задач Единого государственного экзамена.

В учебное пособие включены контрольно-измерительные материалы, составленные в соответствии с оригинальными вариантами ЕГЭ 2002-2007 гг. Цель учебного пособия — дать представление об особенностях содержания, сложности и типах задач, предлагающихся на ЕГЭ.

УДК 510.2(075)
ББК 22.1.я7

ISBN 978-5-7883-0703-9 © Самарский государственный аэрокосмический университет, 2008

Содержание

Вариант № 1

А1. Вычислите значение выражения $\left(\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}-\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}\right)\cdot\frac{1}{\sqrt{x}}$ при $x=3$.

1) 0 2) 2 3) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ 4) $\sqrt{3}$

А2. Найдите значение выражения $\frac{a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{4}}+b^{\frac{1}{4}}}+\frac{b^{\frac{1}{2}}-5a^{\frac{1}{4}}b^{\frac{1}{4}}}{b^{\frac{1}{4}}}$, если $a=81$, $b=16$.

1) -10 2) 12 3) -27 4) -12

А3. Укажите значение выражения $\log_5 250-2\log_5 10$.

1) $5+8\log_5 2$ 2) 2 3) $1-\log_5 2$ 4) 0

А4. Упростите выражение $\sin 3\alpha\sin 5\alpha+\cos 3\alpha\cos 5\alpha-\sin(6\pi+2\alpha)$.

1) $\cos 2\alpha-\sin 2\alpha$ 3) $\cos 2\alpha+\sin 2\alpha$
2) $\sin 8\alpha-\sin 2\alpha$ 4) $\cos 8\alpha-\sin 2\alpha$

А5. Укажите промежуток, которому принадлежит корень уравнения $\left(\frac{1}{8}\right)^{1,5x-1}=16$.

1) $(-1;0]$ 2) $(0;1]$ 3) $(1;2]$ 4) $(2;3]$

А6. Решите неравенство $\log_{\frac{1}{6}}(1{,}6x+36{,}8)\geqslant -2$.

1) $(-\infty;-0{,}5]$ 2) $(-23;-0{,}5]$ 3) $[-0{,}5;+\infty)$ 4) $(-23;+\infty)$

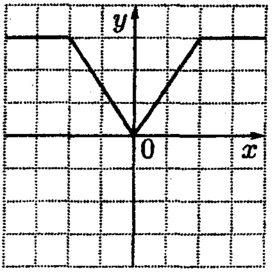
А7. Найдите область определения функции $y=\sqrt{3^{10x+5}-1}$.

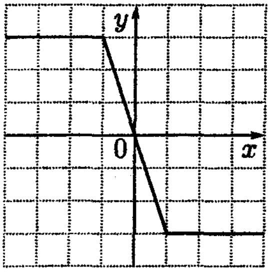
1) $(-\infty;-0{,}5]$ 2) $(-0{,}5;+\infty)$ 3) $[-2;+\infty)$ 4) $[-0{,}5;+\infty)$

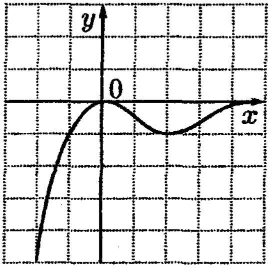
А8. Найдите область значений функции $y = 3 + \cos x$.

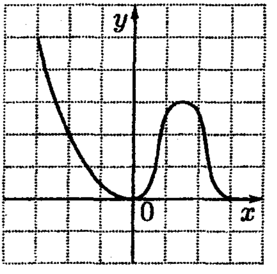
1) $[0;3]$ 2) $[-4;2]$ 3) $[-4;0]$ 4) $[2;4]$

А9. Укажите график четной функции.

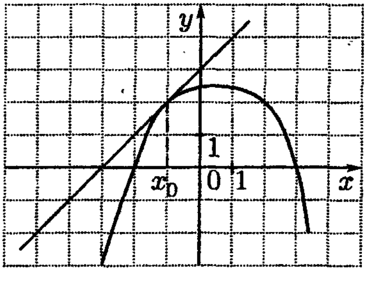
1) 

2) 

3) 

4) 

А10. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной в точке x_0.



1) 1
2) 2
3) 3
4) -1

А11. Найдите значение производной функции $f(x) = 3x^2 - 6\ln x$ в точке $x_0 = 1$.

1) 6 2) 0 3) 3 4) -3

A12. Укажите первообразную функции $f(x) = 2x - \frac{1}{x^2}$ на промежутке $(0; +\infty)$.

1) $F(x) = x^2 - \frac{1}{x}$

3) $F(x) = x^2 + \frac{1}{x}$

2) $F(x) = 2x - \frac{1}{x}$

4) $F(x) = 2 - \frac{1}{2x^3}$

A13. Найдите сумму корней уравнения $2\log_{16}^2 x - \log_{16} x - 1 = 0$.

1) $4\frac{1}{16}$ 2) 8 3) $16\frac{1}{4}$ 4) 4

B1. Найдите максимум функции $y = \frac{x^4}{4} + \frac{2x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 2x + \frac{11}{12}$.

B2. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 3\sqrt{x-5}$ и $y = \frac{1}{2}x$.

B3. Сколько корней имеет уравнение $(\cos x \cdot \cos 3x + \sin x \cdot \sin 3x) \cdot \sqrt{3x - x^2} = 0$?

B4. При каком наименьшем натуральном значении b функция $f(x) = 25 - e^x x^2 - \frac{1}{9} b^2 e^x$ убывает на всей числовой прямой?

B5. Найдите значение выражения $x_0 - y_0$, если $(x_0; y_0)$ является решением системы $\begin{cases} \log_y x = 2, \\ y^2 + x^2 = 272. \end{cases}$

B6. Найдите значение выражения $\sqrt{21} \cdot \operatorname{tg}(\arcsin \frac{2}{5})$.

B7. Найдите наименьшее значение функции $g(x) = \log_{\frac{1}{3}} (\frac{1}{27} - x^2)$.

B8. Около окружности с центром O описан прямоугольный треугольник MPK с гипотенузой MK. Луч MO пересекает катет PK в точке C. Найдите длину отрезка CP, если точка касания с окружностью делит катет PK на отрезки $PH = 4$ и $HK = 12$.

B9. Основание пирамиды — квадрат, сторона которого равна 3. Каждая боковая грань наклонена к плоскости основания под углом, тангенс которого равен $\frac{4}{3}$. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

C1. Решите уравнение $\sqrt{4-5x|x+3|}-2=x$.

C2. Найдите множество значений функции
$y=\log_{0,25}\dfrac{\log_4(4+x^4)+47}{3}$.

C3. При каких значениях a выражение $1+\sin x\,(a\,\sin x+5\cos x)$ не равно нулю ни при каких значениях x?

Вариант № 2

A1. Упростите выражение $\dfrac{\sqrt[3]{625}\cdot\sqrt[3]{81}}{\sqrt[3]{225}}$.

1) $\sqrt[3]{15}$ 2) 15 3) $\sqrt[3]{225}$ 4) $\dfrac{\sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{3}}$

A2. Найдите значение выражения $\dfrac{x^{\frac{1}{2}}-y^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{4}}-y^{\frac{1}{4}}}-\dfrac{x^{\frac{1}{4}}y^{\frac{1}{4}}+y^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{4}}+y^{\frac{1}{4}}}$, если $x=81$, $y=16$.

1) 1 2) 9 3) 3 4) -1

A3. Укажите значение выражения $\frac{1}{3}\left(\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{27}+\log_{\frac{1}{2}}64\right)$.

1) $-4+\log_{\frac{1}{2}}3$ 2) 0 3) $\log_2 3-2$ 4) 4

A4. Упростите выражение $\cos 5\alpha\cos 7\alpha+\sin 5\alpha\sin 7\alpha-\cos(4\pi-\alpha)$.

1) $\sin 2\alpha-\cos\alpha$
2) $\cos 2\alpha+\cos\alpha$
3) $\cos 2\alpha-\cos\alpha$
4) $\sin 12\alpha-\cos\alpha$

A5. Укажите промежуток, которому принадлежит корень уравнения $4^{1,5x+1} = \frac{1}{8}$.

1) $(1;2)$ 2) $[2;5)$ 3) $[-2;-1]$ 4) $(-1;1]$

A6. Решите неравенство $\log_{2,2}(1,1-0,5x) \geqslant 1$.

1) $(-\infty;-2,2]$ 2) $(-\infty;2,2)$ 3) $[-2,2;+\infty)$ 4) $[-2,2;2,2)$

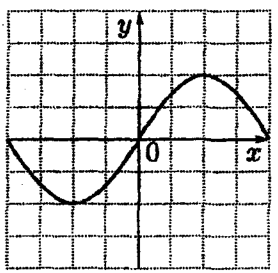
A7. Найдите область определения функции $y = \sqrt{1-\left(\frac{1}{4}\right)^{3x-2}}$.

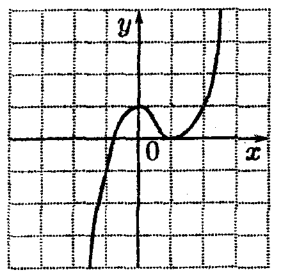
1) $\left[\frac{2}{3};+\infty\right)$ 2) $[1,5;+\infty)$ 3) $\left(-\infty;\frac{2}{3}\right]$ 4) $\left(\frac{2}{3};+\infty\right)$

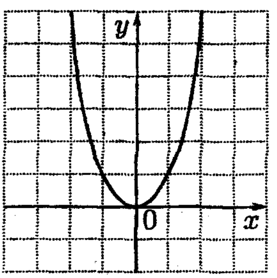
A8. Найдите область значений функции $y = \cos x - 2$.

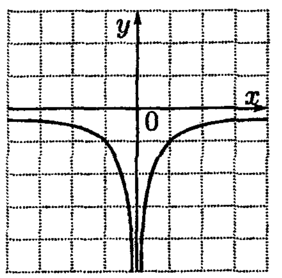
1) $[-1;1]$ 2) $[-2;-1]$ 3) $[-2;1]$ 4) $[-3;-1]$

A9. Укажите график нечетной функции

1) 

2) 

3) 

4) 

A10. Найдите угловой коэффициент касательной к кривой $y = \frac{x^2}{2}$ в точке $A(8;32)$.

1) 1 2) 32 3) 8 4) 16

A11. Найдите значение производной функции $y = x \cdot \sin x$ в точке $x_0 = \pi$.

1) $-\pi$ 2) $\pi - 1$ 3) 0 4) -1

A12. Укажите первообразную функции $f(x) = 3\,e^x - 2x$.

1) $F(x) = 3\,e^x - x$ 3) $F(x) = e^x - x^2$

2) $F(x) = 3\,e^x - 2$ 4) $F(x) = 3\,e^x - x^2$

A13. Укажите наименьший неотрицательный корень уравнения $\sin^2 x - 5 \sin x + 4 = 0$.

1) $\frac{3\pi}{2}$ 2) 0 3) $\arcsin 4$ 4) $\frac{\pi}{4}$

B1. Найдите максимум функции $y = -\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + 12x - 29\frac{2}{3}$.

B2. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 3\sqrt{x-1}$ и $y = \frac{1}{2}x + 2$.

B3. Сколько корней имеет уравнение $(\sin x + \cos x)^2 \cdot \sqrt{x - x^2} = 0$?

B4. При каком наименьшем целом значении a функция $f(x) = e^{2x} \cdot x^2 + a\,e^{2x} + 3$ возрастает на всей числовой прямой?

B5. Пусть $(x_0; y_0)$ решение системы $\begin{cases} y = \sqrt{2-x}, \\ y + \sqrt{(x-3)^2} = 3. \end{cases}$ Найдите отношение $\frac{x_0}{y_0}$.

B6. Найдите значение выражения $10 \cos(\operatorname{arctg} \sqrt{3})$.

B7. Найдите наименьшее значение функции $g(x) = \log_{\frac{1}{3}}(27 - x^2)$.

B8. Окружность с центром O, вписанная в равнобедренный треугольник ABC с основанием AC, касается стороны BC в точке K, причем $CK : BK = 5 : 8$. Найдите площадь треугольника, если его периметр равен 72.

B9. Боковое ребро MC пирамиды $MABC$ перпендикулярно плоскости основания ABC и равно 4. Плоскость, параллельная основанию, проходит через середину высоты пирамиды и пересекает боковые ребра в точках A_1, B_1 и C_1. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды $MA_1B_1C_1$, если $AC = BC = 5$, а высота CK треугольника ABC равна 3.

C1. Решите уравнение $3^{16+x} \cdot 4^{4+x} \cdot 5^{3x} = 540^{8-x}$.

C2. Найдите множество значений функции $y = \sin 2x$, если $x \in \left[\operatorname{arctg}\frac{1}{3}; \operatorname{arctg} 2\right]$.

C3. При каких значениях a сумма $\log_a(\sqrt{1-x^2}+1)$ и $\log_a(\sqrt{1-x^2}+7)$ будет меньше единицы при всех допустимых значениях x?

Вариант № 3

A1. Вычислите $\dfrac{\sqrt[3]{375} \cdot \sqrt[3]{27}}{\sqrt[3]{81}}$.

1) 45 2) 5 3) $\frac{5}{9}$ 4) $\frac{5}{3}$

A2. Найдите значение выражения $\dfrac{x-y}{x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}} - \dfrac{y^{\frac{1}{2}} + y}{y^{\frac{1}{2}}}$, если $x = 16$, $y = 25$.

1) -7 2) -16 3) 3 4) 13

A3. Упростите выражение $\lg 75 + \lg 45 + \lg \frac{9}{125}$.

1) 0 2) $4\lg 3$ 3) $\lg 3$ 4) $5\lg 3$

A4. Упростите выражение $\cos 3\alpha \cos 2\alpha - \sin 3\alpha \sin 2\alpha - \cos(2\pi + \alpha)$.

1) $\cos 5\alpha - \cos\alpha$
2) $\cos 5\alpha + \cos\alpha$
3) $2\cos\alpha$
4) 0

A5. Укажите промежуток, которому принадлежит корень уравнения $25^{3,5x+3} = \frac{1}{125}$.

1) $[-2;-1)$ 2) $[-1;0)$ 3) $[0;1)$ 4) $[1;2)$

A6. Решите неравенство $\log_2(2-0,7x) \geqslant -2$.

1) $[2,5;2\frac{6}{7})$ 2) $(2\frac{6}{7};+\infty)$ 3) $(-\infty;2,5]$ 4) $[2,5;+\infty)$

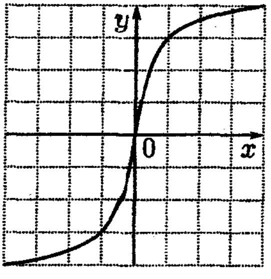
A7. Найдите область определения функции $y = \sqrt{1-0,5^{0,5x-3}}$.

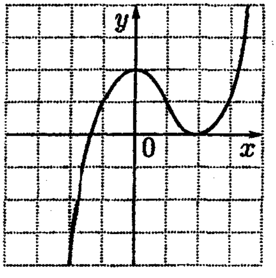
1) $(6;+\infty)$ 2) $(-\infty;6]$ 3) $[1,5;+\infty)$ 4) $[6;+\infty)$

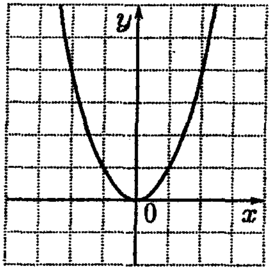
A8. Найдите область значений функции $y = 4\cos x$.

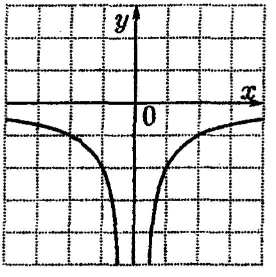
1) $[-1;1]$ 2) $[-4;4]$ 3) $[0;4]$ 4) $[-4;0]$

A9. Укажите график функции, не являющейся ни четной, ни нечетной

1)


2)


3)


4)


A10. К графику функции $y = \frac{1}{2x}$ проведена касательная в точке с абсциссой $x_0 = -0{,}5$. Как расположена точка пересечения этой касательной с осью Ox?

1) правее точки $(0; 0)$
2) в точке $(-0{,}5; 0)$
3) левее точки $(0; 0)$
4) в точке $(1; 0)$

A11. Найдите значение производной функции $y = x \cdot \ln x$ в точке $x_0 = e$.

1) 0 2) 2 3) $2e$ 4) e

A12. Укажите первообразную функции $f(x) = \sin x + 4$.

1) $F(x) = \cos x$
2) $F(x) = -\cos x + 4x$
3) $F(x) = \cos x + 4x$
4) $F(x) = -\cos x$

A13. Укажите наибольший отрицательный корень уравнения $\sin^2 x - \sin x - 2 = 0$.

1) $-\frac{\pi}{2}$ 2) $-\arcsin 2$ 3) 0 4) $-\frac{3\pi}{2}$

B1. Найдите длину промежутка возрастания функции $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 4x^2 - 15x$.

B2. Вычислите площадь фигуры, ограниченной прямой $y = 3(x+1)$ и параболой $y = 6 + 3x - 3x^2$.

B3. Сколько корней имеет уравнение $(\sin x + \cos x)^2 \cdot \sqrt{1 - x^2} = 0$?

B4. При каком наибольшем значении a функция $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + ax^2 - 3ax - 11$ убывает на всей числовой прямой?

B5. Пусть $(x_0; y_0)$ — решение системы $\begin{cases} y - x^3 = 1, \\ y - \log_2(4 - x) = -1. \end{cases}$ Найдите сумму $x_0 + y_0$.

B6. Найдите значение выражения $\operatorname{tg}^2\left(5 \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{3}}{3} - 0{,}25 \arcsin \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

B7. Найдите наименьшее значение функции $g(x) = \log_{0,5}(8 - x^2)$.

B8. Найдите диаметр окружности, описанной около прямоугольного треугольника, если один из его катетов равен 20, а проекция другого катета на гипотенузу равна 9.

B9. В основании пирамиды лежит правильный шестиугольник $ABCDEF$. Боковое ребро BS перпендикулярно плоскости основания и равно ребру основания. Найдите градусную меру угла между боковым ребром FS и плоскостью основания.

C1. Решите уравнение $\sqrt{49+9x|x+4|}-2x=7$.

C2. Найдите множество значений функции
$y=\log_{0,2}\dfrac{80}{13+\log_5(125+x^4)}$.

C3. При каких значениях a выражение $1+\sin x(3\sin x+a\cos x)$ **не равно** нулю ни при каких значениях x?

Вариант № 4

A1. Найдите значение выражения $\dfrac{3\cdot\sqrt[3]{\frac{8}{27}}+\sqrt{0,25}}{2,5}$.

1) 1 2) 0 3) 2,5 4) 4

A2. Найдите значение выражения $\dfrac{x^{\frac{3}{4}}-25x^{\frac{1}{4}}}{x^{\frac{1}{2}}+5x^{\frac{1}{4}}}$ при $x=16$.

1) -1 2) 7 3) -3 4) 9

A3. Укажите значение выражения $2\log_5 75+\log_5\frac{1}{625}$.

1) 1 2) $2\log_5 3$ 3) $\dfrac{1}{\log_3 5}$ 4) 0

A4. Упростите выражение $\sin 5\alpha\cos 4\alpha+\cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)-\cos 5\alpha\sin 4\alpha$.

1) $\sin 9\alpha-\sin\alpha$ 3) 0

2) $2\sin\alpha$ 4) $\sin\alpha+\cos 9\alpha$

A5. Укажите промежуток, которому принадлежит корень уравнения $\left(\frac{1}{36}\right)^{1,25x-2}=6$.

1) $(-3;-2]$ 2) $(-2;0)$ 3) $[2;5)$ 4) $[0;2)$

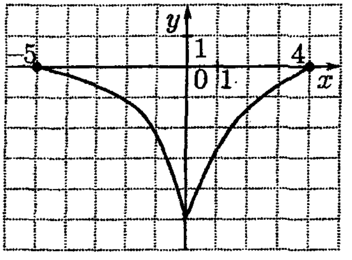
A6. Решите неравенство $\log_{0,3}(4x-15)\geqslant 0$.

1) $[4;+\infty)$ 2) $(-\infty;4]$ 3) $(0;4]$ 4) $\left(\frac{15}{4};4\right]$

A7. Найдите область определения функции $y=\sqrt[4]{9^{1,5-0,3x}-\frac{1}{27}}$.

1) $(10;+\infty)$ 2) $(-\infty;10]$ 3) $(0;10]$ 4) $(-\infty;0)$

A8. Функция $y=f(x)$ задана графиком на отрезке $[-5;4]$. Укажите область ее значений.

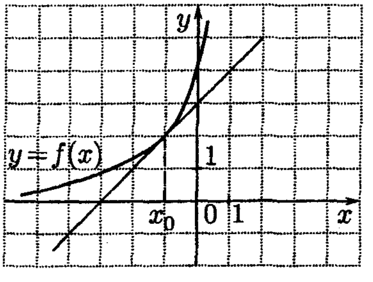


1) $[-5;0]$
2) $[-5;0)$
3) $(-5;0)$
4) $[-5;4)$

A9. Укажите промежуток, которому принадлежит корень уравнения $2^x-1=-x$.

1) $(-1;0)$ 2) $[0;1]$ 3) $(1;2)$ 4) $[2;3]$

A10. На рисунке изображен график функции $y=f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной в точке x_0.



1) 1
2) 2
3) 3
4) −3

A11. Найдите $f'(1)$, если $f(x) = \ln x - 2\cos x$.

1) 1 2) $-2\cos 1$ 3) $1+2\sin 1$ 4) 0

A12. Укажите первообразную функции $f(x) = 3 - \cos x$.

1) $F(x) = x^3 - \sin x$
2) $F(x) = -\sin x$
3) $F(x) = 3x - \sin x$
4) $F(x) = 3x + \sin x$

A13. Решите уравнение $4\sin x + \sin 2x = 0$.

1) корней нет
2) $2\pi n,\ n \in Z$
3) $\pi n,\ n \in Z$
4) $\frac{\pi}{2} + \pi n,\ n \in Z$

B1. Найдите максимум функции $y = \frac{x^4}{4} + x^3 - \frac{x^2}{2} - 3x + \frac{1}{4}$.

B2. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 3\sqrt{3-x}$ и $y = -\frac{1}{2}x + 4$.

B3. Сколько корней имеет уравнение $(\sin 2x \cdot \cos 4x - \sin 4x \cdot \cos 2x) \cdot \sqrt{x - x^2} = 0$?

B4. При каком наибольшем натуральном значении a функция $f(x) = a\,x^2\,e^x + 5\,e^x + 2$ возрастает на всей числовой прямой?

B5. Найдите значение разности $x_0 - y_0$, если $(x_0; y_0)$ — решение системы $\begin{cases} \sqrt{x} + 2\sqrt{y} = 9, \\ x - 4y = 9. \end{cases}$

B6. Найдите значение выражения $3\,\mathrm{tg}(\arccos \frac{3}{5})$.

B7. Найдите наименьшее значение функции $g(x) = \log_{\frac{1}{4}}(16 - x^2)$.

B8. В треугольнике ABC $\angle B = 90°$, медиана BM равна $10\sqrt{3}$. Окружность, вписанная в треугольник ABM, касается гипотенузы AC в точке T. Найдите катет BC, если $AT : TC = 1 : 3$.

B9. Основание и боковая грань пирамиды $DABC$ — правильные треугольники ABC и DAC, плоскости которых взаимно перпендикулярны. Найдите AC, если объем пирамиды равен 1.

C1. Решите уравнение $3+\sqrt{16x|x-2|+9}=4x$.

C2. Найдите множество значений функции
$y=\log_{\frac{1}{7}}\dfrac{10+\log_7(7+|x|)}{77}$.

C3. При каких значениях a выражение $3+\cos x\,(a\cos x+4\sin x)$ **не равно** нулю ни при каких значениях x?

Вариант № 5

A1. Упростите выражение $-2\sin^2(\frac{\pi}{6}-\alpha)+6-2\cos^2(\frac{\pi}{6}-\alpha)$.

1) 6 2) -4 3) 4 4) 8

A2. Упростите выражение $a^{-1\frac{1}{2}}:a^{-\frac{6}{7}}$.

1) $a^{-\frac{16}{7}}$ 2) $a^{-\frac{9}{14}}$ 3) $a^{-\frac{33}{14}}$ 4) $a^{\frac{9}{14}}$

A3. Вычислите $\frac{1}{3}\cdot\sqrt[3]{-147}\cdot\sqrt[3]{-63}$.

1) 7 2) 21 3) -7 4) -21

A4. Найдите значение выражения $\log_5 a-\log_5 5b$, если $a=25b$.

1) 1 2) 2 3) 3 4) 5

A5. Найдите все решения уравнения $\sin x\cdot\left(\frac{1}{\sin^2 x}-1\right)=-2\operatorname{ctg}^2 x$.

1) $-\frac{\pi}{2}+2\pi k,\ k\in Z$
3) $\pi k,\ k\in Z$
2) $\frac{\pi}{2}+\pi k,\ k\in Z$
4) $\frac{\pi}{2}+2\pi k,\ k\in Z$

A6. Укажите промежуток, которому принадлежит корень уравнения $\log_3 2+\log_3(x-2)=\log_3(x+1)$.

1) $(-5;-1]$ 2) $(-1;5)$ 3) $[5;6)$ 4) $(6;12)$

A7. Найдите область определения функции $y = \sqrt{0{,}2 - \left(\frac{1}{5}\right)^{2-x}}$.

1) $(-\infty; 2]$ 2) $(-\infty; 1]$ 3) $[1; +\infty)$ 4) $(-\infty; 1)$

A8. Решите неравенство $\dfrac{12 - x}{(18x - 3)(9x - 2)} \geqslant 0$.

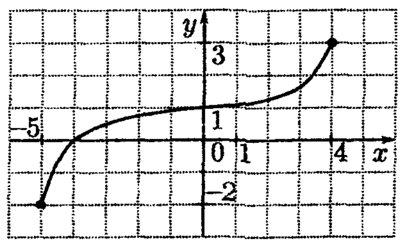
1) $\left(-\infty; \frac{1}{6}\right] \cup \left(\frac{2}{9}; 12\right)$ 3) $\left(-\infty; \frac{1}{6}\right) \cup \left(\frac{2}{9}; 12\right]$

2) $\left[\frac{1}{6}; \frac{2}{9}\right) \cup (12; +\infty)$ 4) $\left[\frac{1}{6}; \frac{2}{9}\right] \cup [12; +\infty)$

A9. Укажите промежуток, которому принадлежат корни уравнения $\sqrt{2x^2 - 7x + 21} - x = 1$.

1) $(-\infty; -5)$ 2) $[0; 5)$ 3) $(3{,}5; 6]$ 4) $(10; 15)$

A10. Функция $y = f(x)$ задана графиком. Найдите область определения функции.



1) $[-2; 3]$

2) $[-5; 4]$

3) $[-4; 4)$

4) $(-2; 1]$

A11. Найдите область определения функции $y = \lg(x^2 + 4x)$.

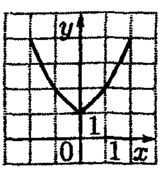
1) $(-\infty; -4] \cup [0; +\infty)$ 3) $(-\infty; -4) \cup (0; +\infty)$

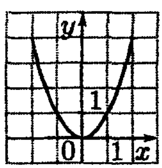
2) $[-4; 0]$ 4) $(-4; 0)$

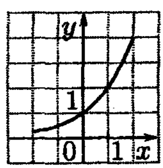
A12. Найдите множество значений функции $y = 2\cos x$.

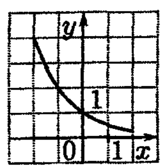
1) $[-1; 1]$ 2) $[-2; 2]$ 3) $[0; 2]$ 4) $\left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right]$

A13. На одном из рисунков изображен график функции $y = 2^{|x|}$. Укажите этот рисунок.

1) 

2) 

3) 

4) 

A14. Найдите производную функции $y = x^2 + \sin x + 3$.

1) $y' = 2x - \cos x$
2) $y' = 2x + \cos x$
3) $y' = \cos x + 3$
4) $y' = 2x - \cos x + 3$

A15. Укажите первообразную функции $y = 3\cos 2x$.

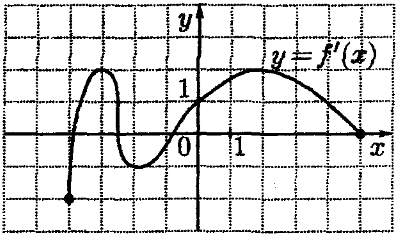
1) $Y = 3\sin 2x$
2) $Y = \frac{3}{2}\sin 2x + 4$
3) $Y = -3\cos 2x$
4) $Y = 6\sin^2 x$

A16. Найдите угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции $f(x) = 5x^3 - 3x^2 - 7$ в его точке с абсциссой $x_0 = -1$.

1) -15 2) 14 3) 21 4) 9

B1. Пусть $(x_0; y_0)$ — решение системы $\begin{cases} \sqrt{2x-18} - y = 0, \\ y - |x - 11| = 2. \end{cases}$ Найдите разность $x_0 - y_0$.

B2. На рисунке изображен график производной функции $y = f'(x)$, заданной на отрезке $[-4; 5]$. Исследуйте функцию $y = f(x)$ на монотонность и укажите число промежутков возрастания.



B3. Вычислите $13 \cdot \log_3 32 \cdot \log_2 9 - 2^{\lg 29} \cdot 5^{\lg 29}$.

B4. Найдите наибольшее целое значение функции
$y = \frac{8}{3}\sqrt{9\cos^2 x - 9\sin x - 5}$.

B5. Найдите число корней уравнения
$\cos 12x - \sin 2x + 2\,\mathrm{ctg}\, x \cdot \sin^2 x = 1$ на промежутке $[0; 2\pi]$.

B6. При каком значении m функция $y = \sqrt[3]{12x^2 + mx - 11}$ имеет минимум в точке $x_0 = -1{,}125$?

B7. На баржу было погружено 810 тонн песка, влажность которого составляла 15%. Во время перевозки из пункта А в пункт В влажность песка повысилась на 4%. Найдите массу груза, доставленного в пункт В.

B8. Восьмой член арифметической прогрессии равен 26, а сумма первых девяти членов равна 153. Найдите сумму первых девятнадцати членов этой прогрессии.

B9. Основанием треугольной пирамиды $MABC$ является прямоугольный треугольник ABC с гипотенузой $AB = 12$ и катетом $AC = 6\sqrt{3}$. Боковые ребра пирамиды образуют с высотой пирамиды равные углы в 60°. Найдите объем пирамиды.

B10. В треугольнике ABC проведена медиана AM. Найдите площадь треугольника ABC, если $AC = 9$, $BC = 2\sqrt{101}$, $\angle MAC = 45^\circ$.

C1. Решите уравнение $3\cdot\sqrt{\log_4 \frac{x^2+x-2}{x+4}} = \log_{\frac{1}{4}}\left(x-3+\frac{10}{x+4}\right)+4.$

C2. При каких a уравнение $x - 2\cdot\sqrt{x} + 3a^2 - 2a = 0$ имеет единственное решение?

C3. Шар, вписанный в правильную четырехугольную пирамиду $MABCD$, пересекает высоту MO пирамиды в точке P так, что $MP : PO = 3 : 4$. Найдите объем пирамиды, если радиус вписанного шара равен 6.

C4. Найдите все положительные значения параметра a, при которых в области определения функции $y = \log_7\left(a^{\frac{2x+3}{x-1}} - a^{2a-1}\right)$ есть конечное число целых чисел, причем их сумма является двузначным натуральным числом.

Вариант № 6

A1. Упростите выражение $5\cos^2 2\alpha - 5 - 5\sin^2 2\alpha$.

1) 0 2) -10 3) $-2,5$ 4) $5\cos 4\alpha - 5$

A2. Представьте выражения $3^{6,5} \cdot 27^{-0,5} : 3^{3\frac{1}{4}}$ в виде степени с основанием 3.

1) $3^{1\frac{3}{4}}$ 2) 3^{-2} 3) $3^{1,25}$ 4) $3^{-1\frac{3}{4}}$

A3. Найдите значение выражения $\sqrt[4]{2^4 \cdot 3^3} \cdot \sqrt{2 \cdot 3^{1,5}}$.

1) 6 2) 36 3) $6 \cdot \sqrt{6}$ 4) $6 \cdot \sqrt[4]{6}$

A4. Найдите значение выражения $\log_6 36 - \log_6 24$.

1) 2 2) $\log_6 1,5$ 3) $\log_6 12$ 4) 1,5

A5. Найдите все решения уравнения $1 + \operatorname{ctg}^2 x - \frac{1}{\sin^2 x} = \cos x - \frac{1}{2}$.

1) $\pm\frac{\pi}{3} + 2\pi n,\ n \in Z$ 3) $\pm\frac{\pi}{6} + 2\pi n,\ n \in Z$

2) $(-1)^n\frac{\pi}{3} + \pi n,\ n \in Z$ 4) $\pm\frac{5\pi}{6} + 2\pi n,\ n \in Z$

A6. Укажите промежуток, которому принадлежит корень уравнения $\log_6(x+3) - \log_6(x+2) = 1$.

1) $(-\infty; -7)$ 2) $(-7; -5)$ 3) $(-5; 0)$ 4) $(0; +\infty)$

A7. Найдите область определения функции $y = \sqrt{8 - \left(\frac{1}{2}\right)^{6-3x}}$.

1) $(3; +\infty)$ 2) $[3 + \infty)$ 3) $(-\infty; 3]$ 4) $[2; +\infty)$

A8. Укажите множество решений неравенства $\frac{(9-x)(x-1)}{x+6} \leqslant 0$.

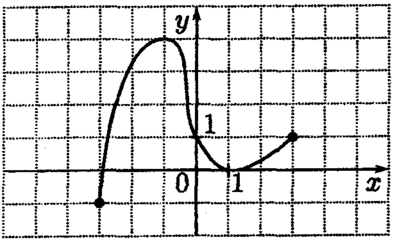
1) $(-\infty; -6) \cup [1; 9]$ 3) $(-6; 1] \cup [9; +\infty)$

2) $(-\infty; -6] \cup [1; 9]$ 4) $(-6; 1) \cup (9; +\infty)$

A9. Укажите промежуток, которому принадлежит корень уравнения $\sqrt{x^2-15}=9-2x$.

1) $(-5;0)$ 2) $(0;5)$ 3) $(6;9)$ 4) $(9;19)$

A10. Функция задана графиком. Укажите область определения этой функции.



1) $[-3;3]$
2) $[-1;4]$
3) $[-3;0)\cup(0;3]$
4) $(-1;4)$

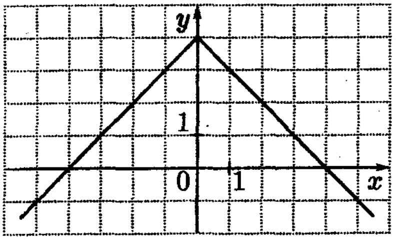
A11. Найдите область определения функции $y=\log_2(0{,}36-x^2)$.

1) $(-\infty;-0{,}6)\cup(0{,}6;+\infty)$ 3) $[0{,}6;+\infty)$
2) $(-0{,}6;0{,}6)$ 4) $[-0{,}6;0{,}6]$

A12. Найдите множество значений функции $y=-\frac{1}{6}\sin 12x$.

1) $\left(-\frac{1}{6};\frac{1}{6}\right)$ 2) $[-2;2]$ 3) $\left[-\frac{1}{6};0\right]$ 4) $\left[-\frac{1}{6};\frac{1}{6}\right]$

A13. График какой из перечисленных функций изображен на рисунке?



1) $y=|x|-4$
2) $y=-|x|$
3) $y=4-|x|$
4) $y=|x|+3$

A14. Найдите производную функции $y=e^{-5x}-7x^4$.

1) $y'=-5xe^{-5x-1}-28x^3$ 3) $y'=-28x^3$
2) $y'=5e^{-5x}-28x^3$ 4) $y'=-5e^{-5x}-28x^3$

A15. Укажите первообразную функции $y = 9\cos 3x - 5$.

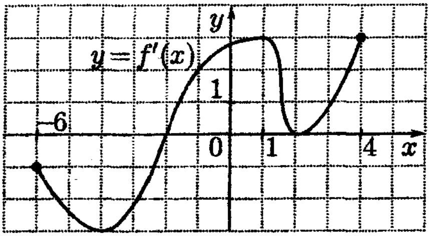
1) $Y = 3\sin 3x - 5x + 3$
2) $Y = -27\sin 3x$
3) $Y = 9\sin 3x - 5x$
4) $Y = -3\sin 3x - 5x - 4$

A16. Найдите угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции $f(x) = x^2 + 11x - 13$ в его точке с абсциссой $x_0 = -3$.

1) 5
2) −6
3) 4
4) −5

B1. Пусть $(x_0; y_0)$ — решение системы $\begin{cases} \log_{\frac{1}{2}}(x-2) - y = 0, \\ |x-2| - y = 3. \end{cases}$ Найдите сумму $x_0 + y_0$.

B2. На рисунке изображен график производной функции $y = f'(x)$, заданной на отрезке $[-6; 4]$. Исследуйте функцию $y = f(x)$ на монотонность и укажите в ответе длину промежутка возрастания.



B3. Найдите значение выражения
$((1 - \log_5^2 35)\log_{175} 5 + \log_5 35) \cdot 2^{\log_2 5}$.

B4. Найдите наибольшее целое значение функции
$y = \frac{12}{5}\sqrt{26\cos^2 x + 5\cos 2x + 18}$.

B5. Найдите число корней уравнения $\sin 6x + \operatorname{ctg} 3x \cdot \cos 6x = \cos 3x$ на промежутке $(-\frac{\pi}{2}; 2\pi]$.

B6. При каком значении p функция $y = \sqrt[3]{8 - px - 8x^2}$ имеет максимум в точке $x_0 = 1{,}75$?

B7. Производительность труда второй бригады на 20% больше, чем первой бригады, а производительность труда третьей бригады на 25% меньше, чем второй. На сколько процентов производительность труда третьей бригады меньше, чем первой?

B8. Девятый член арифметической прогрессии равен -43, а сумма первых пятнадцати членов равна -570. Найдите сумму седьмого, одиннадцатого и семнадцатого членов этой прогрессии.

B9. В основании пирамиды лежит прямоугольный треугольник с катетами 6 и $6\sqrt{3}$. Боковые ребра пирамиды наклонены к плоскости основания под углом $30°$. Вычислите объем пирамиды.

B10. В треугольнике ABC точка D делит сторону AC на отрезки $AD = 3$ и $DC = 13$; $\angle BAC = 60°$; $\angle ABD = \angle ACB$. Найдите площадь треугольника ABC.

C1. Решите уравнение $\sqrt{x^2 - 15x + \dfrac{225x(x-15)}{x^2-225}} + x = 4.$

C2. Найдите все значения p, при которых уравнение $2^{4-3x} - 2 = 3(2^{3-x} + 4^{1-x}) + p$ имеет ровно два корня.

C3. В правильной треугольной пирамиде со стороной основания, равной $8\sqrt{3}$, и двугранным углом при основании, равным α, расположены два шара. Первый шар касается всех граней пирамиды, второй шар касается всех боковых граней пирамиды и первого шара. Найдите радиус второго шара, если $\cos\alpha = \frac{7}{25}$.

C4. Найдите все значения a, при которых область определения функции $y = \lg\left(2\log_x\left(a + 2\sqrt{a-1}\right) + 1 - 5\log_{1+\sqrt{a-1}} x\right)$ содержит число 3 и не содержит число 7.

Вариант № 7

A1. Найдите значение выражения $4\sin^2\alpha + 2\cos(\frac{\pi}{2} - 2\alpha) + 4\cos^2\alpha$ при $\alpha = \frac{\pi}{6}$.

1) 6 2) $2+\sqrt{3}$ 3) 5 4) $4+\sqrt{3}$

A2. Упростите выражение $\dfrac{m^{3,4} \cdot m^{-3\frac{3}{5}}}{m^{-6,2}}$.

1) m^5 2) m^6 3) m^7 4) $\frac{1}{m^6}$

A3. Сократите дробь $\dfrac{x+y}{\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{xy} + \sqrt[3]{y^2}}$.

1) $\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{y}$ 2) $\dfrac{1}{\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y}}$ 3) $\frac{1}{x+y}$ 4) $\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y}$

A4. Найдите значение $\log_3(81c)$, если $\log_3 c = 3$.

1) -7 2) 10 3) 7 4) 12

A5. Решите уравнение $\cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

1) $(-1)^n \frac{\pi}{3} + \pi n,\ n \in Z$
3) $(-1)^{n-1} \frac{\pi}{3} + \pi n,\ n \in Z$
2) $\pm\frac{5\pi}{6} + 2\pi n,\ n \in Z$
4) $\pm\frac{2\pi}{3} + 2\pi n,\ n \in Z$

A6. Укажите промежуток, которому принадлежит корень или сумма (если их несколько) корней уравнения
$\log_7(x-6) + \log_7(2x+1) = 1$.

1) $(-\infty; -2)$ 2) $[-2; 0)$ 3) $[1; 6]$ 4) $(6; +\infty)$

A7. Решите неравенство $7^{6-12x} - 49 \leqslant 0$.

1) $[3; +\infty)$ 2) $(-\infty; \frac{1}{3}]$ 3) $(3; +\infty)$ 4) $[\frac{1}{3}; +\infty)$

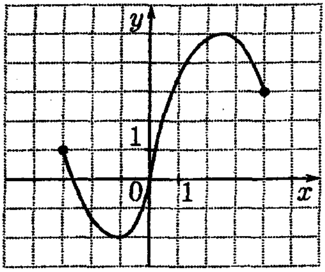
A8. Решите неравенство $\dfrac{x(2-x)}{(1+x)^2} \leqslant 0$.

1) $[0; 2]$
3) $(-\infty; -1) \cup (-1; 0] \cup [2; +\infty)$
2) $(-\infty; -1) \cup [0; 2]$
4) $(-\infty; -1] \cup [2; +\infty)$

A9. Укажите промежуток, которому принадлежат нули функции $f(x) = \sqrt{6 - 5x^2} + 5x + 4$.

1) $[-3; 0)$ 2) $[0; 1)$ 3) $[1; \sqrt{2}]$ 4) $(\sqrt{2}; 2]$

A10. Функция задана графиком. Укажите область определения этой функции.



1) $[-2; 5]$
2) $(-3; 4)$
3) $[-3; 0) \cup (0; 4]$
4) $[-3; 4]$

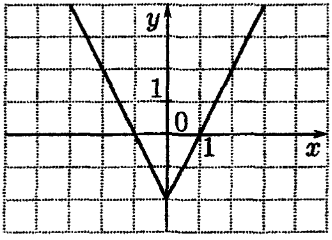
A11. Найдите область определения функции $y = \log_2(x^2 - 3x - 4)$.

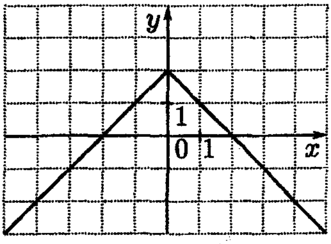
1) $(-1; 4)$ 3) $(-4; 1)$
2) $(-\infty; -1) \cup (4; +\infty)$ 4) $(-\infty; -4) \cup (1; +\infty)$

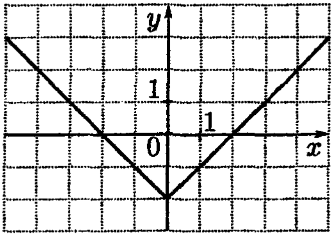
A12. Найдите множество значений функции $y = \log_2(x^2 - 4x + 8)$.

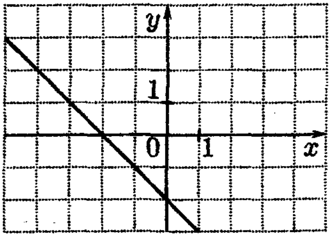
1) $[1; +\infty)$ 2) $[0; +\infty)$ 3) $(-\infty; +\infty)$ 4) $[2; +\infty)$

A13. Укажите график функции, заданной формулой $y = |2x| - 2$.

1)


2)


3)


4)


A14. Найдите значение производной функции $y=(2-x)\cdot e^{-2x}$ в точке $x_0=-1$.

1) $-e^2$ 2) $5e^2$ 3) $-7e^2$ 4) $7e^2$

A15. Для функции $y = 4x + \frac{1}{\sqrt{x}}$ найдите первообразную, график которой проходит через точку $M(1;5)$.

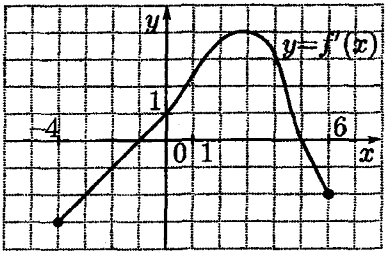
1) $Y = x^2 - \sqrt{x} + 5$
2) $Y = 2x^2 + 2\sqrt{x} + 1$
3) $Y = 2x^2 - 2\sqrt{x} + 5$
4) $Y = 2x^2 - \ln x + 3$

A16. Пусть касательная к графику функции $y=f(x)$, проведенная в точке $M(7;-5)$, параллельна прямой $26x-y-2=0$. Найдите значение производной $f'(7)$.

1) 3 2) 13 3) 15 4) 26

B1. Пусть $(x_0;y_0)$ — решение системы уравнений $\begin{cases}\sqrt{4x-y}=\sqrt{-x-2y},\\ x^2-4xy=21.\end{cases}$ Найдите сумму x_0+y_0.

B2. Укажите точку максимума функции $y=f(x)$, заданной на отрезке $[-4;6]$, если на рисунке изображен график ее производной $y=f'(x)$.



B3. Найдите значение выражения
$\sqrt{36+25^{(\log_8 5)^{-1}}} + \sqrt{(\log_6 9 + \log_6 4)^3 + 28}$.

B4. Найдите наибольшее целое значение функции
$y = \log_{0,25}\left(|x-4|+13\right)$.

B5. Найдите сумму корней уравнения
$\sin^2(\pi - 8\pi x) + \sin^2(\frac{\pi}{2} + 8\pi x) = \frac{\sin(\pi - 2\pi x)}{\cos(\frac{\pi}{2} - 2\pi x)} + \sin\frac{3\pi x}{2}\cdot\cos\frac{\pi x}{2}$
на промежутке $[-1;3]$.

B6. Найдите значение m, при котором функция $\left(\frac{1}{8}\right)^{-2x^2+8mx+5}$ имеет минимум в точке $x_0=6$.

B7. Два рабочих, имеющих различную производительность, вместе выполнят некоторую работу за 12 ч. Если бы первый рабочий сделал $\frac{2}{3}$ этой работы, а второй рабочий ее закончил, то вся работа была бы выполнена за 24 ч. За какое время мог бы сделать всю работу тот рабочий, производительность которого выше?

B8. Четвертый член геометрической прогрессии больше второго члена на 24, а сумма второго и третьего членов равна 8. Найдите сумму четырех первых членов этой прогрессии.

B9. Радиус основания прямого кругового цилиндра равен $\sqrt{10}$. Найдите площадь осевого сечения цилиндра, если площадь его полной поверхности равна 240. (Число π считайте равным 3.)

B10. Центр O окружности, вписанной в треугольник DEF, соединен с вершинами D и F, причем $\angle ODF+\angle OFD=30°$. Найдите площадь треугольника DEF, если $DE=5\sqrt{3}$, $EF=8$.

C1. Решите уравнение $\sqrt{1-\frac{5}{\log_x 3}}=5\log_3\left(3^{-0,2}\cdot\left(\frac{9}{x}\right)^{0,2}\right)$.

C2. Найдите все значения p, при которых уравнение $p\cdot\operatorname{ctg}^2 x+2\sin x+p=3$ имеет хотя бы один корень.

C3. В прямую призму, основанием которой является ромб с углом в $60°$, вписан цилиндр, боковая поверхность которого равна π. Найдите объем призмы, если расстояние между осью цилиндра и диагональю боковой грани призмы равно $\sqrt{3}$.

C4. Найдите все положительные, не равные 1, значения a, при которых область определения функции

$$y=\left(a^x\cdot a^{x+3}+a^{8+3\log_a x}-x^{3+2x\log_x a}-a(\sqrt{a})^{20}\right)^{0,5}$$

не содержит двузначных натуральных чисел.

Вариант № 8

А1. Вычислите $\sin 17^\circ \cdot \cos 13^\circ + \sin 13^\circ \cdot \cos 17^\circ$.

1) 1 2) 0 3) $\frac{1}{2}$ 4) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

А2. Найдите значение выражения $\left(k^{2,3} : k^{-1,7}\right)^{-0,5}$ при $k = \frac{1}{3}$.

1) $\frac{1}{9}$ 2) $\frac{1}{3}$ 3) 3 4) 9

А3. Вычислите $\sqrt[3]{27 \cdot 0{,}125}$.

1) 0,45 2) 3,5 3) 1,5 4) 0,015

А4. Найдите значение выражения $\log_7 m^{\frac{2}{3}}$, если $\log_7 m = 27$.

1) 9 2) 40,5 3) 18 4) $18\frac{1}{3}$

А5. Решите уравнение $4\sqrt{2}\sin x + \sin 2x = 0$.

1) $\frac{\pi}{2} + \pi n,\ n \in Z$ 3) $2\pi n,\ n \in Z$

2) $\pi n,\ n \in Z$ 4) $\pi + 2\pi n,\ n \in Z$

А6. Укажите промежуток, которому принадлежит корень уравнения $\log_{\frac{1}{3}}\left(\frac{1}{2}x - 1\right) + \log_{\frac{1}{3}} 8 = -3$.

1) $[-3;0)$ 2) $[0;3)$ 3) $[3;6)$ 4) $[6;9)$

А7. Решите неравенство $4^x < \frac{1}{2}$.

1) $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$ 2) $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$ 3) $\left[-\frac{1}{2}; +\infty\right)$ 4) $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right]$

А8. Решите неравенство $\frac{x^2 - 64}{x + 3} \geqslant 0$.

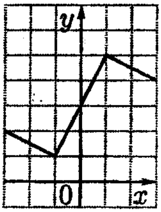
1) $[-8;-3] \cup [8;+\infty)$ 3) $(-\infty;-8] \cup (-3;8]$

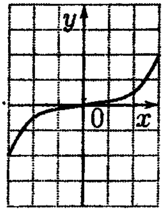
2) $[-8;-3) \cup [8;+\infty)$ 4) $(-\infty;-8] \cup [-3;8]$

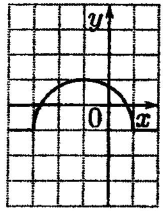
А9. Укажите промежуток, которому принадлежат корни уравнения $\sqrt[3]{27x^3 + 3x^2 + 4x + 1} - 3x = 0$.

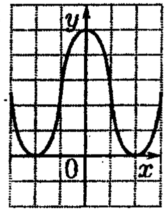
1) $(-\infty;-2)$ 2) $(0;2)$ 3) $(-2;0)$ 4) $(2;+\infty)$

A10. Укажите график нечетной функции.

1) 

2) 

3) 

4) 

A11. Найдите область определения функции $y = \log_{0,3}(18x^2 - 90)$.

1) $(-\infty; -5) \cup (5; +\infty)$

2) $\left(-\infty; -\frac{1}{5}\right] \cup \left[\frac{1}{5}; +\infty\right)$

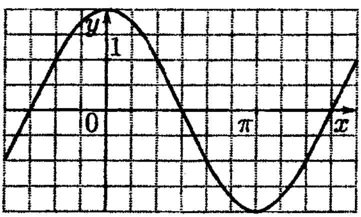
3) $\left(-\infty; -\sqrt{5}\right) \cup \left(\sqrt{5}; +\infty\right)$

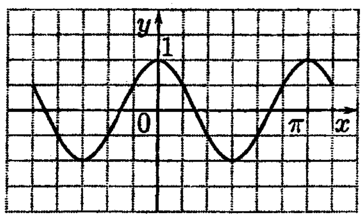
4) $\left(\sqrt{5}; +\infty\right)$

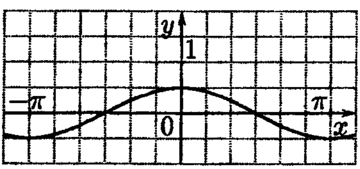
A12. Укажите множество значений функции $y = 3^x + 10$.

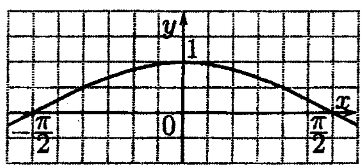
1) $(-\infty; +\infty)$ 2) $(10; +\infty)$ 3) $(0; 10)$ 4) $[13; +\infty)$

A13. На одном из рисунков изображен график функции $y = \frac{1}{2}\cos x$. Укажите этот график.

1) 

2) 

3) 

4) 

A14. Найдите производную функции $f(x) = 3x^5 - \cos x$.

1) $f'(x) = 15x^4 - \cos x$

2) $f'(x) = 15x^4 + \cos x$

3) $f'(x) = 15x^4 - \sin x$

4) $f'(x) = 15x^4 + \sin x$

A15. Найдите первообразную функции $y = -2\cos x + 5x^3$.

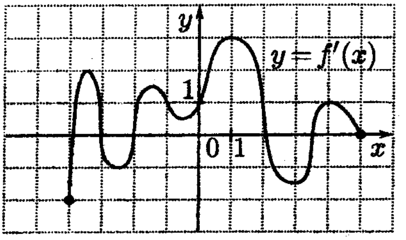
1) $Y = 2\sin x + \frac{5}{4}x^4 - 2$
3) $Y = -2\sin x + 15x^2 - 5$
2) $Y = -\frac{1}{2}\cos x - \frac{5}{3}x^2 + 2$
4) $Y = -2\sin x + \frac{5}{4}x^4 + 5$

A16. Тело движется по прямой так, что расстояние S (в метрах) от него до точки M этой прямой изменяется по закону $S = 5t - 2{,}5t^2$ (t — время движения в секундах). Через сколько секунд после начала движения тело остановится?

1) 1 2) 0 3) −5 4) 5

B1. Пусть $(x_0; y_0)$ — решение системы $\begin{cases} xy = -15, \\ y = |x-2|. \end{cases}$ Найдите разность $x_0 - y_0$.

B2. На рисунке изображен график производной функции $y = f'(x)$, заданной на отрезке $[-4; 5]$. Исследуйте функцию $y = f(x)$ на монотонность и укажите число промежутков возрастания.



B3. Вычислите $\sqrt{14 \cdot \log_5 27 \cdot \log_3 625 + 0{,}25 \cdot 6^{\log_{18} 4} \cdot 3^{\log_{18} 4}}$.

B4. Найдите сумму целых значений функции (или напишите 0, если функция не принимает целых значений)
$y = \log_{\frac{1}{2}}(5\cos^2 x + 10\sin x + 17)$.

B5. Найдите наименьший корень уравнения $\operatorname{ctg}\frac{7\pi x}{6} = \operatorname{ctg}\frac{\pi x}{6}$, лежащий на интервале $(-13; 0)$.

B6. При каком значении a функция $y = \sqrt[7]{6^{8x^3 - ax + 16}}$ имеет максимум при $x = -5$?

B7. Минимальная зарплата возрастала 2 раза на один и тот же процент и в итоге возросла на 96 процентов. На сколько процентов возрастала каждый раз минимальная зарплата?

B8. Шестой член арифметической прогрессии равен 38, а тринадцатый равен 73. Найдите сумму первых пятнадцати членов этой прогрессии.

B9. Дана пирамида $SABC$, в основании которой лежит треугольник со сторонами $BC = 6$, $AB = 8$, $AC = 10$. Отрезок SC перпендикулярен плоскости основания. Найдите длину этого отрезка, если площадь боковой поверхности пирамиды равна 104.

B10. В треугольнике ABC сторона BC равна $6\sqrt{2\sqrt{2}-2}$, а угол A равен $22^\circ 30'$. Найдите площадь треугольника OBC, где O — центр описанной около треугольника ABC окружности.

C1. Решите уравнение $\sqrt{11 + \dfrac{7}{\log_{x^2} 2}} = 8 - 9 \cdot \log_2 \left(\sqrt[6]{x^2}\right)$.

C2. Найдите все значения p, при которых уравнение
$7\cos^2 x - 11 = p\,(1 + \operatorname{tg}^2 x)$ имеет хотя бы один корень.

C3. В прямую четырехугольную призму вписан цилиндр. Основание призмы — ромб с острым углом между сторонами 45°. Объем цилиндра равен 15π, а расстояние между параллельными боковыми гранями призмы равно 6. Найдите площадь боковой поверхности призмы.

C4. Найдите все положительные значения a, при которых в области определения функции

$$y = \left((\sqrt{a})^{2x+1} + \sqrt{x} \cdot a^3 - x^{0,5 + x \log_x a} - (\sqrt{a})^7\right)^{-0,5}$$

содержится от одного до семи целых чисел.

Вариант № 9

A1. Вычислите $27 \cdot 16^{\frac{1}{4}} - 29$.

1) 137 2) 79 3) 83 4) 25

A2. Найдите значение выражения $2\sin^2 x - 1$, если $\cos^2 x = 0{,}3$.

1) 1,6 2) 0,4 3) 0,91 4) −0,4

A3. Упростите выражение $\dfrac{\sqrt[5]{a^{11}}}{\sqrt[5]{a}}$.

1) $a^{\frac{12}{5}}$ 2) a^5 3) a^2 4) $a^{\frac{11}{5}}$

A4. Найдите значение выражения $2{,}5^{\log_{2,5} 5} - 6$.

1) −1 2) −11 3) −3,5 4) 14

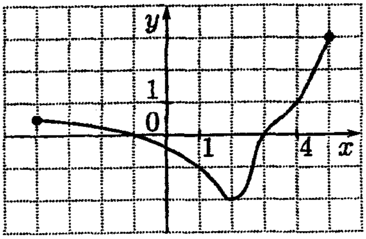
A5. Укажите промежуток, содержащий корень уравнения $3^{5x+14}=27$.

1) $(-\infty;-4)$ 2) $[-4;0)$ 3) $[0;3]$ 4) $(3;40]$

A6. Какому промежутку принадлежит корень уравнения $\lg(7x) - \lg 4 = \lg 12$?

1) $(0;1)$ 2) $(1;2)$ 3) $(2;5)$ 4) $(5;8)$

A7. Функция задана графиком. Укажите промежуток, на котором она убывает.



1) $[-2;4]$
2) $[0;3]$
3) $[-1;3]$
4) $[-4;2]$

A8. Решите неравенство $\dfrac{x+13}{(x-1)(6x+5)} \leqslant 0$.

1) $(-\infty;-13]$
2) $(-\infty;-13] \cup \left(-\frac{5}{6};1\right)$
3) $(-\infty;1)$
4) $\left[-13;-\frac{5}{6}\right) \cup (1;+\infty)$

A9. Найдите производную функции $y = 3e^x + 1{,}2x^2$.

1) $y' = 3xe^{x-1} + 1{,}4x$
2) $y' = 3e^x + 0{,}4x^3$
3) $y' = 3e^x + 2{,}4x$
4) $y' = 3xe^{x-1} + 2{,}4x$

А10. Укажите область определения функции $y = \sqrt[6]{2 - \log_5 5x}$.

1) $(0;125)$ 2) $(0;5]$ 3) $[5;+\infty)$ 4) $(0;25]$

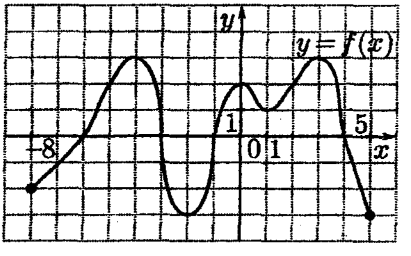
А11. Какое из следующих чисел входит в множество значений функции $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x - 9$?

1) -8 2) -9 3) -10 4) -12

А12. Решите уравнение $\cos 2x = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

1) $\pm\frac{\pi}{6} + \pi n,\ n \in Z$
2) $\pm\frac{\pi}{12} + \pi n,\ n \in Z$
3) $(-1)^n \cdot \frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{2},\ n \in Z$
4) $(-1)^n \cdot \frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{2},\ n \in Z$

А13. Решите неравенство $f(x) \geqslant 0$, если на рисунке изображен график функции $y = f(x)$, заданной на промежутке $[-8;5]$.



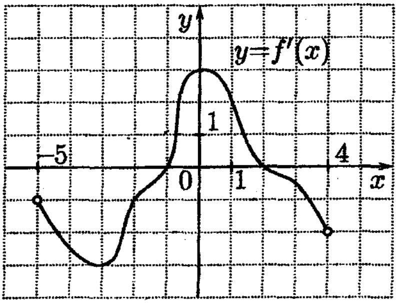
1) $[-4;-2] \cup [0;1] \cup [3;5]$
2) $[-6;-3] \cup [-1;4]$
3) $[-3;3]$
4) $[-8;-4] \cup [-1;0] \cup [1;3]$

А14. К графику функции $f(x) = 3x^2 + 5x - 15$ в точке с абсциссой $x_0 = \frac{1}{6}$ проведена касательная. Найдите тангенс угла наклона касательной к оси Ox.

1) 6 2) 11 3) 7 4) 4

В1. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 4 - x^3$; $x = -2$; $x = 1$ и $y = 0$.

B2. Функция $y=f(x)$ определена на промежутке $(-5;4)$. На рисунке изображен график ее производной. Укажите точку максимума функции $y=f(x)$ на промежутке $(-5;4)$.



B3. Найдите значение выражения $\sqrt{19}\cos\left(\frac{\pi}{6}-x\right)$, если $\sin x = -\frac{4}{\sqrt{19}}$ и $\frac{\pi}{2} \leqslant x \leqslant \frac{3\pi}{2}$.

B4. Сколько корней имеет уравнение $(\sin^4 x - \cos^4 x)\log_2(2-x^2)=0$?

B5. Найдите точку минимума функции $f(x)=\log_3(17+8x+x^2)$.

B6. Укажите наименьшее целое число, которое <u>**не входит**</u> в область определения функции $y=\left(|4+3x|-28\right)^{-2,5}$.

B7. В каждую из нескольких колб налили две щелочи. Первую щелочь наливали по следующей схеме: 1 мл в первую колбу, а в каждую следующую колбу на 1 мл больше, чем в предыдущую. Вторую щелочь наливали по 6,5 мл в каждую колбу. Всего разлили 103,5 мл щелочей. Сколько миллилитров второй щелочи разлили во все колбы?

B8. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ сторона основания равна $4\sqrt{3}$, а боковые грани наклонены к плоскости основания ABC под углом, тангенс которого равен 1,5. Найдите площадь треугольника MSC, где M — середина отрезка AB.

B9. В трапеции $ABMT$ с основаниями AB и MT диагонали пересекаются в точке C, причем $CM=2AC$. Площадь треугольника CMT равна 24. Найдите площадь трапеции.

С1. Решите систему уравнений $\begin{cases} \sqrt{5x+4y-4} = \dfrac{5x+4y+2}{7}, \\ \dfrac{2y-x+1}{5x+4y-5} = \dfrac{y-x}{5}. \end{cases}$

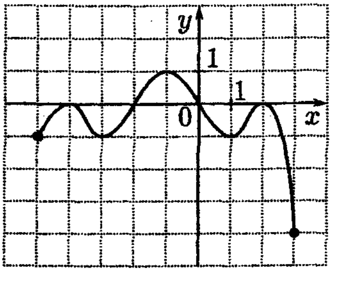
С2. Найдите наибольшее значение периметра прямоугольника со сторонами, параллельными осям координат, и диагональю OM, где O — начало координат, а M — точка на графике функции $y = 9\ln(11-2x)+2x$, $2{,}2 \leqslant x \leqslant 3{,}3$.

С3. В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ расположен конус. Вершина конуса находится в точке C_1, а центр его основания, точка O, лежит на диагонали AC_1 и делит ее в отношении $AO:OC_1 = 1:3$. Известно, что окружность основания конуса имеет с каждой гранью, содержащей точку A, ровно по одной общей точке. Определите отношение площади боковой поверхности конуса к площади поверхности куба.

С4. Найдите все положительные значения параметра a, при которых для каждого числа из отрезка $[5;6]$ верно неравенство $|ax+2|x|-13| < 3$, а для любого числа отрезка $[-6;-5]$ это неравенство **<u>неверно.</u>**

Вариант № 10

А1. Функция задана графиком. Укажите промежуток, на котором она принимает только положительные значения.



1) $(-4;2)$
2) $(-2;2)$
3) $(0;3)$
4) $(-2;0)$

A2. Найдите множество значений функции $y = 7 + \cos x$.

1) $[6; 8]$ 2) $[7; 8]$ 3) $(-\infty; +\infty)$ 4) $[-1; 1]$

A3. Найдите производную функции $y = 8 - 5x^4 + \frac{7}{6}x^6$.

1) $y' = 8x - x^5 + \frac{1}{6}x^7$ 3) $y' = -20x^3 + 7x^5$

2) $y' = 8x - 20x^5 + 7x^7$ 4) $y' = -20x^3 + 7x^4$

A4. Укажите область определения функции $y = \frac{2}{8^{2x-5} - 8^3}$.

1) $(-\infty; -12) \cup (-12; +\infty)$ 3) $(-\infty; \frac{8}{3}) \cup (\frac{8}{3}; +\infty)$

2) $(-\infty; 4) \cup (4; +\infty)$ 4) $(-\infty; 18) \cup (18; +\infty)$

A5. Вычислите $\left(\frac{1}{8}\right)^{-1} - 8^{\frac{1}{3}}$.

1) 0 2) 6 3) $-1\frac{7}{8}$ 4) -10

A6. Упростите выражение $\frac{\sqrt[5]{a^{12}}}{\sqrt[5]{a}}$.

1) $a^{\frac{12}{5}}$ 2) a^5 3) a^2 4) $a^{\frac{11}{5}}$

A7. Вычислите $\log_6 180 - \log_6 5$.

1) 0 2) 2 3) 3 4) 6

A8. Решите неравенство $\left(\frac{1}{4}\right)^{5x-6} \geqslant \left(\frac{1}{4}\right)^{2x}$.

1) $\left(-\infty; -\frac{6}{7}\right]$ 2) $\left[-\frac{6}{7}; +\infty\right)$ 3) $(-\infty; 2]$ 4) $[2; +\infty)$

A9. Какому промежутку принадлежит корень уравнения $\log_3(x + 16) = \log_3(4x) + \log_3 2$?

1) $(-3; -1)$ 2) $(0; 2)$ 3) $(2; 4)$ 4) $(4; 6)$

A10. Решите неравенство $\frac{8 - x}{(6 + 7x)(x - 2)} \leqslant 0$.

1) $\left(-\infty; -\frac{6}{7}\right)$ 3) $[8; +\infty)$

2) $\left(-\infty; -\frac{6}{7}\right) \cup (2; 8]$ 4) $\left(-\frac{6}{7}; 2\right) \cup [8; +\infty)$

A11. Решите уравнение $\sin(\frac{\pi}{2}+x)=1$.

1) $\frac{\pi}{2}+2\pi n,\ n\in Z$
2) $\frac{\pi}{2}+\pi n,\ n\in Z$
3) $\pi n,\ n\in Z$
4) $2\pi n,\ n\in Z$

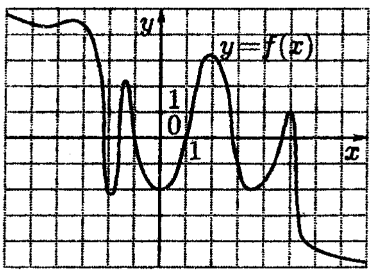
A12. К графику функции $f(x)=3x^2+5x-15$ в точке с абсциссой $x_0=\frac{1}{3}$ проведена касательная. Найдите тангенс угла наклона касательной к оси Ox.

1) 6 2) 11 3) 7 4) 4

A13. Найдите значение $\operatorname{tg}\alpha$, если $\cos\alpha=\frac{1}{\sqrt{5}}$, и $-\frac{\pi}{2}\leqslant\alpha\leqslant 0$.

1) 0,5 2) 2 3) −2 4) −0,5

A14. На рисунке изображен график функции $y=f(x)$. Какому из следующих промежутков принадлежит корень уравнения $f(x)-4=0$?



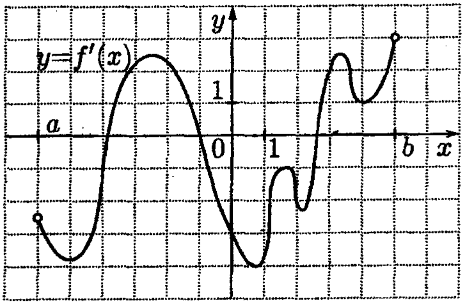
1) $(5;6)$
2) $(4;5)$
3) $(-2;-1)$
4) $(-3;-2)$

B1. Найдите значение выражения $9\sqrt{2}\sin 2x$, если $\sin x=\frac{1}{3}$, $-\frac{\pi}{2}<x<\frac{\pi}{2}$.

B2. Сколько корней имеет уравнение $(\sin^4 x-\cos^4 x)\log_2(1-x^2)=0$?

B3. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y=x^2+2;\quad x=1;\quad x=4\quad$ и $\quad y=0$.

B4. Функция $y=f(x)$ определена на промежутке $(a;b)$. На рисунке изображен график ее производной. Найдите число точек максимума функции $y=f(x)$ на промежутке $(a;b)$.



B5. Найдите наименьшее значение функции $y=2\sin\left(x-\frac{3\pi}{10}\right)$, если $x\in\left[\frac{17\pi}{15};\frac{22\pi}{15}\right]$.

B6. Найдите сумму всех целых чисел из области определения функции $y=\sqrt[4]{7-|3x-5|}$.

B7. При подготовке к экзамену ученик за семь дней решил 91 задачу. Каждый день он увеличивал количество решенных задач на одно и то же число. В первые четыре дня он решил 34 задачи. Сколько задач ученик решил в последний день подготовки?

B8. Найдите объем правильной четырехугольной призмы, если известно, что ее диагональ равна 3,5, а диагональ боковой грани призмы равна 2,5.

B9. В равнобедренный треугольник ABC с основанием BC вписана окружность радиусом 9, которая касается боковой стороны AB в точке E. Найдите основание треугольника, если $AB{:}AE=5{:}2$.

C1. Решите систему уравнений $\begin{cases} x^2-3xy-3x+9y=0, \\ 4\log_3(x-3y-2)=\log_3^2\left(x(x-2-xy)\right). \end{cases}$

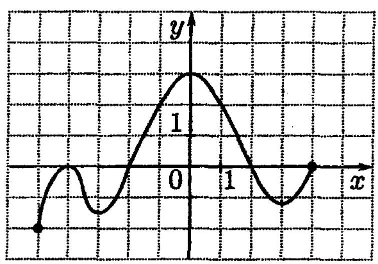
C2. Три грани прямоугольного параллелепипеда с общей вершиной покрасили в три цвета: одну грань — в красный, другую — в синий и третью — в белый цвет. Сумма площадей белой и синей граней равна 429, а периметр белой грани на 6 меньше периметра красной грани. Найдите наибольшее значение объема такого параллелепипеда.

C3. Ось OO_1 цилиндра является высотой четырехугольной пирамиды O_1OABC с вершиной в точке O_1. Точки A, B, C в указанной последовательности лежат на окружности основания цилиндра и делят ее на три дуги AB, BC и CA, причем B — единственная общая точка дуг AB и BC. Градусные меры дуг AB, BC и CA соответственно относятся как 3:2:7. Объем цилиндра равен $\frac{8\pi}{\sqrt{3}}$, а угол между прямой O_1A и плоскостью основания цилиндра равен $30°$. Найдите расстояние между прямыми O_1C и OA.

C4. Найдите все положительные значения параметра a, при которых множество решений неравенства $a^{3x^2-ax} \cdot 9^{a-2} \geqslant 3^{6x-4}$ <u>не имеет</u> общих точек с промежутком $(1;6)$.

Вариант № 11

A1. Функция задана графиком. Укажите промежуток, на котором она принимает только положительные значения.



1) $(0;4)$
2) $(-4;4)$
3) $(-2;4)$
4) $(-2;2)$

A2. Найдите множество значений функции $y = \cos x + 6$.

1) $(-\infty;+\infty)$ 2) $[5;7]$ 3) $[-1;1]$ 4) $[6;7]$

A3. Найдите производную функции $y = 22 - 9x^8 + \frac{16}{15}x^{15}$.

1) $y' = -17x^7 + 16x^{14}$ 3) $y' = -72x^7 + 16x^{14}$

2) $y' = 22x - x^9 + \frac{1}{15}x^{16}$ 4) $y' = 22x - 17x^7 + 16x^{14}$

A4. Укажите область определения функции $y = \frac{9}{10^{2x+8} - 10^{-2}}$.

1) $(-\infty; -5) \cup (-5; +\infty)$ 3) $(-\infty; 3) \cup (3; +\infty)$

2) $(-\infty; -3) \cup (-3; +\infty)$ 4) $(-\infty; 46) \cup (46; +\infty)$

A5. Вычислите $\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} - 125^{\frac{1}{3}}$.

1) $-5\frac{1}{2}$ 2) $-4\frac{1}{2}$ 3) -3 4) -7

A6. Упростите выражение $\frac{\sqrt[5]{a^{13}}}{\sqrt[5]{a}}$.

1) $a^{\frac{12}{5}}$ 2) a^5 3) a^2 4) $a^{\frac{11}{5}}$

A7. Вычислите $\log_4 2 - \log_4 32$.

1) $\log_8 17{,}8$ 2) -2 3) 3 4) -4

A8. Решите неравенство $\left(\frac{1}{7}\right)^{3x} \geqslant \left(\frac{1}{7}\right)^{15-2x}$.

1) $(-\infty; 3]$ 2) $[-3; +\infty)$ 3) $(-\infty; 15]$ 4) $[-15; +\infty)$

A9. Какому промежутку принадлежит корень уравнения $\log_3(x+3) + \log_3 7 = \log_3(21x)$?

1) $[-2; 0]$ 2) $(0; 1)$ 3) $(1; 2)$ 4) $[2; 4]$

A10. Решите неравенство $\frac{5-x}{(1+3x)(x-1)} \leqslant 0$.

1) $\left(-\infty; -\frac{1}{3}\right)$ 3) $[5; +\infty)$

2) $\left(-\frac{1}{3}; 1\right) \cup [5; +\infty)$ 4) $\left(-\infty; -\frac{1}{3}\right) \cup (1; 5]$

A11. Решите уравнение $\cos(\pi - x) = 0$.

1) $\frac{\pi}{2} + 2\pi n,\ n \in Z$ 3) $\pi n,\ n \in Z$

2) $\frac{\pi}{2} + \pi n,\ n \in Z$ 4) $2\pi n,\ n \in Z$

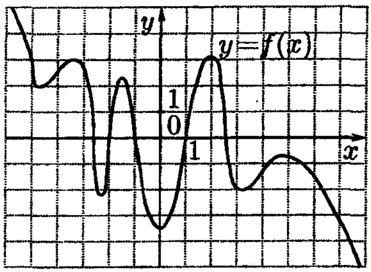
A12. К графику функции $f(x) = 3x^2 + 5x - 15$ в точке с абсциссой $x_0 = -\frac{1}{6}$ проведена касательная. Найдите тангенс угла наклона касательной к оси Ox.

1) 6 2) 11 3) 7 4) 4

A13. Найдите значение $\operatorname{tg}\alpha$, если $\cos\alpha = -\frac{4}{\sqrt{17}}$, и $\frac{\pi}{2} \leqslant \alpha \leqslant \pi$.

1) $-0{,}25$ 2) $0{,}25$ 3) -4 4) 4

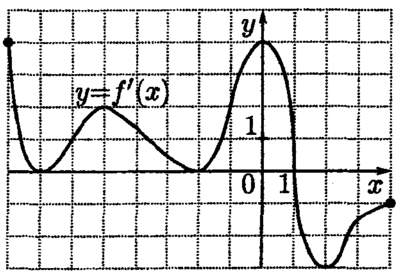
A14. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$. Какому из следующих промежутков принадлежит корень уравнения $f(x) - 4 = 0$?



1) $(7; 8)$
2) $(2; 3)$
3) $(-2; 0)$
4) $(-6; -5)$

B1. Найдите значение выражения $5\sqrt{3}(\sin^2 285° - \sin^2 15°)$.

B2. К графику функции $y = f(x)$ в его точке с абсциссой $x_0 = -5$ проведена касательная. Определите угловой коэффициент касательной, если на рисунке изображен график производной этой функции.



B3. Решите уравнение $3^{\log_{11} x} \cdot 2^{\log_{11} x^2} = 144$.

B4. Укажите наибольшее целое число из области определения функции $y = \ln\left(36 - \sqrt[8]{(2 + 5x)^8}\right)$.

B5. Укажите наименьшее значение функции $y = \dfrac{14}{x-2+3^x}$ на отрезке $[1;3]$.

B6. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 3x^2 + 1$; $x = 0$; $x = 3$ и $y = 0$.

B7. Катер прошел 24 км по течению реки и 54 км против течения, затратив на путь по течению на 2 ч меньше, чем на путь против течения. Найдите собственную скорость катера, если скорость течения реки 3 км/ч.

B8. Сечение, проходящее через вершину конуса, пересекает окружность его основания в точках A и B и наклонено к плоскости основания под углом $45°$. Объем конуса равен 216π, а расстояние от центра основания конуса до плоскости сечения равно $3\sqrt{2}$. Найдите длину образующей конуса.

B9. Площадь параллелограмма $ABCD$ равна $20\sqrt{3}$, диагональ AC равна 5, $\angle DAC = 60°$. Найдите сторону AB.

C1. Решите систему уравнений $\begin{cases} \dfrac{6xy+2x}{y-1} - 8 = 6x, \\ 0{,}5\log_3 \dfrac{x^3-16x+81}{2y+5} = 2 - \log_9(7+2x). \end{cases}$

C2. Найдите наибольшее значение площади прямоугольника со сторонами, параллельными осям координат, и диагональю OP, где O — начало координат, а P — точка на графике функции $y = \frac{5}{x} + 64x^8e^{9-18x}$, $0{,}2 \leqslant x \leqslant 2$.

C3. В шар вписана правильная треугольная призма $ABCA_1B_1C_1$, объем которой равен $54\sqrt{6}$. Прямая AB_1 образует с плоскостью ACC_1 угол $30°$. Найдите площадь поверхности шара.

C4. Найдите все значения параметра a, при которых множество решений неравенства $16a + x(x-2a-8) < \dfrac{8a^2}{x} - a^2$ содержит какой-нибудь отрезок длиной 4, но **не содержит** никакого отрезка длиной 7.

Вариант № 12

А1. Вычислите $\sqrt[3]{-10}\cdot\sqrt[3]{100}+\sqrt{100}$.

1) 20 2) 0 3) 90 4) 110

А2. Упростите выражение $\log_9 a+\log_9 a^5$.

1) $5\log_{81} a$ 2) $5\log_9 a$ 3) $6\log_{81} a$ 4) $6\log_9 a$

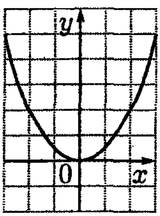
А3. Упростите выражение $\dfrac{3\sin\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right)}{4\sin(\pi-\alpha)}$.

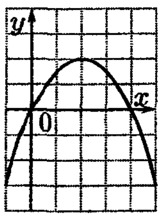
1) 0,75 2) $-0{,}75$ 3) $0{,}75\,\mathrm{tg}\,\alpha$ 4) $-0{,}75\,\mathrm{ctg}\,\alpha$

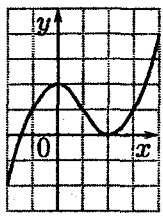
А4. Выполните действия $7\left(c^{\frac{3}{7}}\right)^2-5c^{\frac{6}{7}}$.

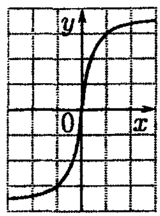
1) $44c^{\frac{6}{7}}$ 2) $44c^0$ 3) $2c^{\frac{6}{7}}$ 4) $2c^0$

А5. На одном рисунке изображен график четной функции. Укажите этот рисунок.

1) 

2) 

3) 

4) 

А6. Какому промежутку принадлежит корень уравнения $\log_2(5x)=\log_2 21-\log_2 3$?

1) $(0;1)$ 2) $(1;2)$ 3) $(2;4)$ 4) $(4;6)$

А7. Найдите наибольшее значение функции $y=16-4\cos x$.

1) 16 2) 20 3) 12 4) 4

A8. Укажите область определения функции $y = \sqrt[10]{1 - 7^{6-3x}}$.

1) $(-\infty; 2]$ 2) $[2; +\infty)$ 3) $[0; +\infty)$ 4) $(1; +\infty)$

A9. Найдите производную функции $y = \frac{x}{5x-3}$.

1) $y' = \frac{10x-3}{(5x-3)^2}$ 3) $y' = -\frac{5}{(5x-3)^2}$

2) $y' = \frac{3x}{(5x-3)^2}$ 4) $y' = -\frac{3}{(5x-3)^2}$

A10. Решите неравенство $\frac{20}{x} + 4 > 0$.

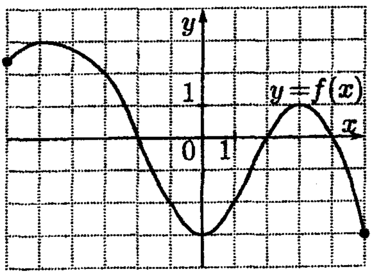
1) $\left(-\infty; -\frac{1}{5}\right) \cup (0; +\infty)$ 3) $(-5; 0)$

2) $(-\infty; -5) \cup (0; +\infty)$ 4) $\left(-\frac{1}{5}; 0\right)$

A11. Решите неравенство $\log_{16}(x - 0{,}5) < \frac{1}{4}$.

1) $(0{,}5; 2{,}5)$ 2) $(-\infty; 4{,}5)$ 3) $(-\infty; 2{,}5)$ 4) $(0; 4{,}5)$

A12. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, заданной на отрезке $[-6; 5]$. Укажите те значения x, для которых выполняется неравенство $f(x) \geqslant 2$.



1) $[-6; -3]$

2) $[-6; -2] \cup [2; 4]$

3) $[-2; 2] \cup [4; 5]$

4) $[2; 3]$

A13. Точка движется прямолинейно по закону $x(t) = 4 + 10t - e^{7-t}$, где $x(t)$ — координата точки в момент времени t. Найдите скорость точки в момент времени $t = 7$.

1) 9 2) 11 3) $10 + e$ 4) $10 - e$

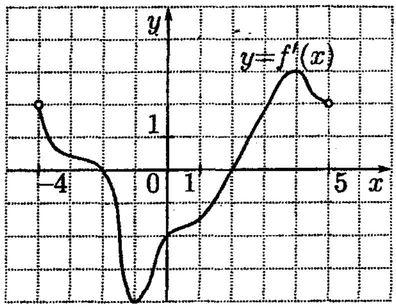
A14. Решите уравнение $\sin 6x + 7\cos 3x = 0$.

1) $\frac{2\pi n}{3}$, $n \in Z$ 3) $\frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{3}$, $n \in Z$

2) $\frac{\pi n}{3}$, $n \in Z$ 4) нет решений

B1. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями
$y = 19 - x^4;\quad x = -1;\quad x = 2\quad$ и $\quad y = 0.$

B2. Функция $y = f(x)$ определена на промежутке $(-4; 5)$. На рисунке изображен график ее производной. Укажите точку минимума функции $y = f(x)$ на промежутке $(-4; 5)$.



B3. Найдите значение выражения $\sqrt{2}\cos\left(\frac{\pi}{4} + x\right)$, если $\sin x = -\frac{3}{5}$ и $-\frac{\pi}{2} \leqslant x \leqslant \frac{\pi}{2}$.

B4. Сколько корней имеет уравнение $(\sin^8 x - \cos^8 x)\log_2(3 - x^2) = 0$?

B5. Найдите точку минимума функции $f(x) = \log_5(x^2 + 10x + 30)$.

B6. Укажите наибольшее натуральное число, которое <u>**не входит**</u> в область определения функции $y = \left(|2x + 7| - 32\right)^{-1,7}$.

B7. На каждый из нескольких опытных участков внесли по два удобрения. Первое вносили по следующей схеме: 500 г на первый участок и на каждый следующий участок на 500 г больше, чем на предыдущий. Второе удобрение вносили по 4,5 кг на каждый участок. Всего внесли 45,5 кг удобрений. Сколько килограммов второго удобрения внесли на все участки?

B8. Сечение правильной четырехугольной пирамиды проходит через сторону основания и середину скрещивающегося с ней бокового ребра. Найдите тангенс угла между плоскостями основания пирамиды и сечения, если апофема пирамиды равна $4\sqrt{37}$, а сторона основания равна 8.

B9. Боковая сторона равнобедренной трапеции равна $4\sqrt{11}$, а основания равны 4 и 5. Найдите диагональ трапеции.

C1. Решите систему уравнений $\begin{cases} \sqrt{-7x+2y-9} = \dfrac{2y-7x-1}{6}, \\ \dfrac{x-4y-1}{7x-2y+13} = x+2y. \end{cases}$

C2. Найдите наибольшее значение периметра прямоугольника со сторонами, параллельными осям координат, и диагональю OM, где O — начало координат, а M — точка на графике функции $y = 3\ln(9-5x)+2x$, $0{,}2 \leqslant x \leqslant 1{,}2$.

C3. В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ расположен конус. Вершина конуса находится в точке C_1, а центр его основания, точка O, лежит на диагонали AC_1 так, что $AO : OC_1 = 2 : 5$. Окружность основания конуса имеет с каждой гранью, содержащей точку A, ровно по одной общей точке. Определите ребро куба, если площадь боковой поверхности конуса равна $108\pi\sqrt{6}$.

C4. Найдите все положительные значения параметра a, при каждом из которых для любого числа отрезка $[1;4]$ верно неравенство $\big|ax+3|x|-13\big| < 10$, а для любого числа отрезка $[-4;-1]$ это неравенство **неверно.**

Вариант № 13

A1. Упростите выражение $\sqrt[5]{x^3 \cdot x^2}$.

1) $\sqrt[5]{x}$ 2) x 3) $x\sqrt[5]{x}$ 4) x^5

A2. Упростите выражение $8p^{\frac{3}{4}} - 2\left(p^{\frac{1}{4}}\right)^3$.

1) 0 2) $6p^{\frac{3}{4}}$ 3) $p^{\frac{3}{4}}$ 4) 6

A3. Найдите значение выражения $\log_4 320 - \log_4 5$.

1) 64 2) 16 3) 3 4) $\log_4 315$

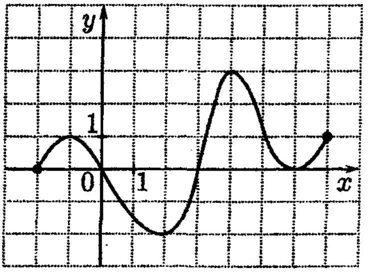
A4. Найдите значение выражения $3\cos^2 x + 2$, если $\sin^2 x = 0{,}8$.

1) 3,08 2) 7,4 3) 1,6 4) 2,6

A5. Решите неравенство $\dfrac{3+x}{(x-9)(x-1)} \leqslant 0$.

1) $(-\infty; -3] \cup (1; 9)$
3) $(-\infty; -9)$
2) $(-\infty; -3]$
4) $[-3; 1) \cup (9; +\infty)$

A6. Функция задана графиком. Укажите промежуток, на котором она принимает только отрицательные значения.



1) $(-2; 0)$
2) $(-2; 3)$
3) $(0; 6)$
4) $(0; 3)$

A7. Найдите наибольшее значение функции $y = 2\cos x - 11$.

1) -9 2) 2 3) -11 4) -13

A8. Найдите производную функции $y = 5 + 8x^7 + \frac{5}{4}x^4$.

1) $y' = 5x + x^8 + \frac{1}{4}x^5$
3) $y' = 5x + 15x^6 + 5x^3$
2) $y' = 56x^6 + 5x^3$
4) $y' = x^8 + 5x^3$

A9. Укажите функцию, возрастающую на всей области определения.

1) $y = \left(\frac{4}{5}\right)^x$ 2) $y = 2^{-x}$ 3) $y = \left(\frac{2}{3}\right)^{-x}$ 4) $y = (0{,}9)^x$

A10. Решите неравенство $\log_{0,5}(x+4) > 1$.

1) $(-4; -3)$ 2) $(-4; -3{,}5)$ 3) $(-\infty; -3{,}5)$ 4) $(-3{,}5; -3)$

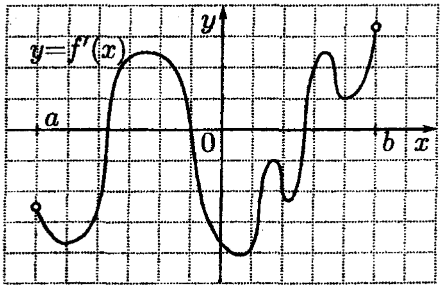
B1. Решите уравнение $11 \cdot 3^{x+1} - 4 \cdot 3^x = 87$.

B2. Решите уравнение $\sqrt{2 + x - x^2} = -3x$.

B3. Точка движется по координатной прямой согласно закону $x(t)=0{,}5\,t^2+t+4$, где $x(t)$ — координата точки в момент времени t. В какой момент времени скорость точки будет равна 4?

B4. Найдите значение выражения $\sqrt{2}\operatorname{ctg}\alpha\cdot\cos(\frac{3\pi}{2}-\alpha)$, если $\cos\alpha=\frac{\sqrt{2}}{5}$.

B5. Функция $y=f(x)$ определена на промежутке $(a;b)$. На рисунке изображен график ее производной. Найдите число точек максимума функции $y=f(x)$ на промежутке $(a;b)$.



B6. *Сколько корней имеет уравнение* $\left(1-\frac{1}{\sin^2 x}\right)\sqrt{4-x^2}=0$?

B7. Вычислите $0{,}6\left(\frac{\log_6 30}{\log_{30} 6}-\frac{\log_6 180}{\log_5 6}\right)$.

B8. Нечетная функция $f(x)$ определена на всей числовой прямой. Для всякого неотрицательного значения переменной x значение этой функции совпадает со значением функции $g(x)=x(2x+1)(5x+2)(x-3)$. Сколько корней имеет уравнение $f(x)=0$?

B9. При покупке ребенку новых лыж с ботинками родителям пришлось заплатить на 25% больше, чем два года назад, причем лыжи подорожали с тех пор на 15%, а ботинки — на 40%. Во сколько раз два года назад лыжи были дороже ботинок?

B10. Основание прямой призмы $BCDB_1C_1D_1$ — треугольник BCD, в котором $BD = 18$, $\angle B = \angle D$. На ребре CC_1 отмечена точка H так, что $CH : HC_1 = 1 : 3$. Найдите синус угла между плоскостями BCD и BDH, если $DH = 15$, а расстояние между прямыми BD и B_1C_1 равно 12.

B11. Найдите площадь правильного двенадцатиугольника $A_1A_2...A_{12}$, если его диагональ A_1A_6 равна $10\sqrt{2+\sqrt{3}}$.

C1. Найдите все значения x, для которых точки графика функции $y = \dfrac{\log_{0,5}(42-5x)}{100+4x}$ лежат ниже соответствующих точек графика функции $y = -\dfrac{5}{100+4x}$.

C2. Решите уравнение $\sqrt{x^2-18x+81} + \sqrt{2x^2-23x+30} = 9 - x$.

C3. Найдите все значения a, при каждом из которых наибольшее из двух чисел $b = 25^{-a} + 5^{1-a} - 7$ и $c = 5^{1+a} - 25^a + 3$ меньше 7.

C4. Отрезок PN — диаметр сферы. Точки M и L лежат на сфере так, что объем пирамиды $PNML$ наибольший. Известно, что площадь сечения этой пирамиды плоскостью, проходящей через ребро PN перпендикулярно ребру ML, равна $32\sqrt{2}$. Найдите радиус сферы.

C5. Даны два уравнения:
$\log_5\big(x(3p^2+1)\big) = (p-3)^4 - 12x$ и $2x + \dfrac{5}{x-1} = \dfrac{3x^2-(7p+3)x+2(p+6)}{(x-1)(p+2)}$.
Значение параметра p выбирается так, что $p \neq -2$ и число различных корней первого уравнения в сумме с числом различных корней второго уравнения дает число $4-p$. Решите первое уравнение при каждом значении параметра, выбранном таким образом.

Вариант № 14

A1. Упростите выражение $\sqrt[6]{x} \cdot \sqrt[6]{x^5}$.

1) x^6 2) $\sqrt[6]{x^5}$ 3) x 4) $\sqrt[3]{x^2}$

A2. Упростите выражение $-43c^{\frac{5}{8}} + 3\left(c^{\frac{1}{8}}\right)^5$.

1) $-40c^{\frac{5}{4}}$ 2) $200c^{\frac{5}{8}}$ 3) $-40c^{\frac{5}{8}}$ 4) $200c^{\frac{5}{4}}$

A3. Найдите значение выражения $\log_2 176 - \log_2 11$.

1) $\log_2 165$ 2) 16 3) 8 4) 4

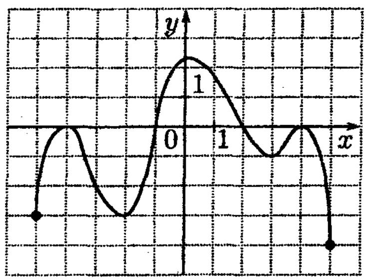
A4. Найдите значение выражения $2\cos^2 x + 3$, если $\sin^2 x = 0{,}8$.

1) 3,08 2) 3,4 3) 1,6 4) 2,6

A5. Решите неравенство $\dfrac{(x-10)(x+9)}{5+x} \geqslant 0$.

1) $[-9; +\infty)$ 3) $[-9; -5) \cup [10; +\infty)$
2) $[10; +\infty)$ 4) $[-\infty; -9] \cup (-5; 10]$

A6. Функция задана графиком. Укажите промежуток, на котором она принимает только положительные значения.



1) $(-1; 2)$
2) $(-4; 0)$
3) $(0; 4)$
4) $(-1; 4)$

A7. Найдите наибольшее значение функции $y = 4\cos x - 6$.

1) -2 2) -10 3) -6 4) 4

A8. Найдите производную функции $y = 9 + 7x^6 + \frac{6}{5}x^5$.

1) $y' = 9x + x^7 + \frac{1}{5}x^6$ 3) $y' = 9x + 42x^5 + 6x^4$
2) $y' = 42x^5 + 6x^4$ 4) $y' = x^7 + \frac{1}{5}x^6$

А9. Укажите функцию, возрастающую на всей области определения.

1) $y=\left(\frac{3}{2}\right)^x$ 2) $y=4^{-x}$ 3) $y=(0{,}6)^x$ 4) $y=\left(\frac{3}{4}\right)^x$

А10. Решите неравенство $\log_{\frac{1}{5}}(x+4) > -1$.

1) $(-\infty;5)$ 2) $(-5;-4)$ 3) $(-4;+\infty)$ 4) $(-4;1)$

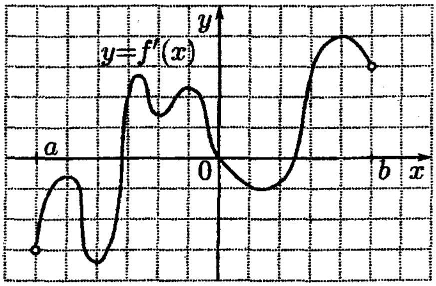
В1. Решите уравнение $2\cdot 3^x + 3^{x-1} = 63$.

В2. Решите уравнение $\sqrt{3x^2-4x+5}-2x=0$.

В3. Точка движется по координатной прямой согласно закону $x(t)=t^2+t+6$, где $x(t)$ — координата точки в момент времени t. В какой момент времени скорость точки будет равна 12?

В4. Найдите значение выражения $\sqrt{3}\,\mathrm{tg}\,\alpha\cdot\sin\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)$, если $\sin\alpha=\frac{\sqrt{3}}{5}$.

В5. Функция $y=f(x)$ определена на промежутке $(a;b)$. На рисунке изображен график ее производной. Найдите число точек минимума функции $y=f(x)$ на промежутке $(a;b)$.



В6. Сколько корней имеет уравнение $\left(1-\frac{1}{\cos^2 x}\right)\sqrt{4-x^2}=0$?

В7. Вычислите $0{,}2\left(\frac{\log_2 14}{\log_{14} 2}-\frac{\log_2 28}{\log_7 2}\right)$.

В8. Четная функция $f(x)$ определена на всей числовой прямой. Для всякого неотрицательного значения переменной x значение этой функции совпадает со значением функции $g(x)=(x-1)(7x+2)(x+3)(2x+5)$. Сколько корней имеет уравнение $f(x)=0$?

B9. На рынке костюм, состоящий из пиджака и брюк, стоит на 20% дешевле, чем такой же костюм в магазине, причем брюки стоят на 35% дешевле, чем в магазине, а пиджак — на 10%. Сколько процентов стоимости этого костюма в магазине составляет стоимость пиджака?

B10. Основание прямой призмы $ABCA_1B_1C_1$ — треугольник ABC, в котором $AC = BC$, $AB = 12$. На ребре CC_1 отмечена точка K так, что $CK : KC_1 = 1 : 2$. Найдите синус угла между плоскостями ABC и ABK, если $AK = 10$, а расстояние между прямыми AC и B_1C_1 равно 12.

B11. Правильный двенадцатиугольник $A_1A_2...A_{12}$ вписан в окружность радиуса 7. Найдите площадь треугольника $A_1A_2A_7$.

C1. Найдите все значения x, для которых точки графика функции $y = \dfrac{\lg(35-8x)}{10+2x}$ лежат выше соответствующих точек графика функции $y = \dfrac{1}{10+2x}$.

C2. Решите уравнение $\sqrt{x^2-16x+64} + \sqrt{4x^2-32x-17} = 8-x$.

C3. Найдите все значения a, при каждом из которых наибольшее из двух чисел $b = 25^a + 5^{1+a} - 7$ и $c = 5^{1-a} - 25^{-a} + 3$ <u>**не превосходит**</u> 7.

C4. Отрезок ML — диаметр сферы. Точки K, N лежат на сфере так, что объем пирамиды $KMNL$ наибольший. Найдите тангенс угла между плоскостями KMN и KML.

C5. Даны два уравнения:

$\log_5(x\sqrt{10p}) = (p-8)^2+8-4x$ и $2x-\dfrac{3}{x} = \dfrac{-7x^2-(5p+14)x-9}{x(p-2)}$.

Значение параметра p выбирается так, что $p>0$, $p\neq 2$ и число различных корней второго уравнения равно произведению числа различных корней первого уравнения и числа $p-8$. Решите первое уравнение при каждом значении параметра, выбранном таким образом.

Вариант № 15

A1. Упростите выражение $2{,}7n^{\frac{4}{11}} : \left(9n^{\frac{7}{11}}\right)$.

1) $1{,}8n^{-\frac{3}{11}}$ 2) $3n^{\frac{3}{11}}$ 3) $0{,}3n^{\frac{4}{7}}$ 4) $0{,}3n^{-\frac{3}{11}}$

A2. Упростите выражение $\sqrt[3]{2^6 n^{15}}$.

1) $2^2 n^5$ 2) $2^3 n^{12}$ 3) $2^9 n^{18}$ 4) $2^{18} n^{45}$

A3. Вычислите $\log_4 20 + \log_4 3{,}2$.

1) -2 2) -1 3) 3 4) 4

A4. Упростите выражение $\sin 4\alpha \sin 5\alpha + \cos 4\alpha \cos 5\alpha - \sin\alpha$.

1) $\sin 9\alpha - \sin\alpha$ 3) 0

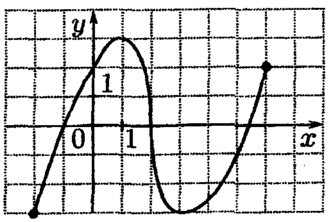
2) $\cos\alpha - \sin\alpha$ 4) $\cos 9\alpha - \sin\alpha$

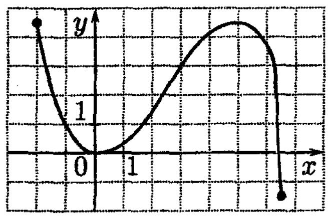
A5. Найдите производную функции $y = 5 + 9x^8 + \frac{4}{3}x^3$.

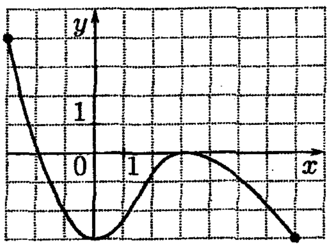
1) $y' = 5x + x^9 + \frac{1}{3}x^4$ 3) $y' = 5x + 72x^7 + 4x^2$

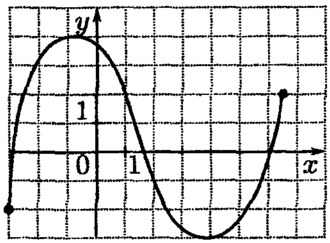
2) $y' = 72x^7 + 4x^2$ 4) $y' = x^9 + \frac{1}{3}x^4$

A6. На каком из следующих рисунков функция, заданная графиком, убывает на промежутке $[0;3]$?

1)


2)


3)


4)


A7. Найдите множество значений функции $y = \sin x - 10$.

1) $(-\infty; +\infty)$ 2) $[-11; -9]$ 3) $[-10; -9]$ 4) $[-1; 1]$

A8. Решите уравнение $2\cos x = \sqrt{2}$.

1) $\frac{\pi}{4} + 2\pi n,\ n \in Z$
2) $\pm\frac{\pi}{4} + \pi n,\ n \in Z$
3) $(-1)^n\frac{\pi}{4} + \pi n,\ n \in Z$
4) $\pm\frac{\pi}{4} + 2\pi n,\ n \in Z$

A9. Решите неравенство $\dfrac{(x-9)(2x+1)}{x+10} \geqslant 0$.

1) $(-\infty; -10) \cup \left[-\frac{1}{2}; 9\right]$
2) $\left(-10; -\frac{1}{2}\right] \cup [9; +\infty)$
3) $\left(-10; -\frac{1}{2}\right) \cup (9; +\infty)$
4) $\left[-10; -\frac{1}{2}\right] \cup [9; +\infty)$

A10. Найдите область определения функции $f(x) = \dfrac{21}{1 + \log_6 x}$.

1) $(0; +\infty)$
2) $\left(-\infty; \frac{1}{6}\right) \cup \left(\frac{1}{6}; +\infty\right)$
3) $\left(0; \frac{1}{6}\right) \cup \left(\frac{1}{6}; +\infty\right)$
4) $(0; 6) \cup (6; +\infty)$

B1. Решите уравнение $\sqrt{2x^2 + 9x - 1} + 3 = -x$.

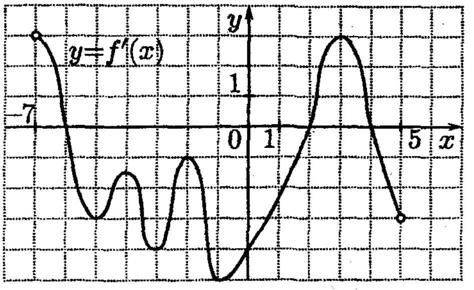
B2. Решите уравнение $625^{0,7x+1} = \frac{1}{125}$.

B3. Точка движется по координатной прямой согласно закону $x(t) = 14 + 17t - e^{9-t}$, где $x(t)$ — координата точки в момент времени t. Найдите скорость точки при $t = 9$.

B4. Вычислите $\left(0{,}7 \cdot \sqrt[3]{4\sqrt{8}} + 1{,}3\sqrt{2 \cdot \sqrt[3]{16}}\right)^{-\frac{6}{13}}$.

B5. Найдите значение выражения $25\sqrt{6}\sin 2x$, если $\sin x = \frac{1}{5}$, $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$.

B6. Функция $y=f(x)$ определена на промежутке $(-7;5)$. График ее производной изображен на рисунке. Найдите промежутки убывания функции $y=f(x)$. В ответе укажите наибольшую из длин этих промежутков.



B7. Найдите наибольший корень уравнения
$(9-3^{x^2-14})\log_2(5-2x)=0.$

B8. Найдите значение функции $y=\dfrac{g(x)+f(-x)-g(-x)}{2g(-x)}$ в точке x_0, если известно, что функция $y=f(x)$ — нечетная, функция $y=g(x)$ — четная, $f(x_0)=5$, $g(x_0)=-1$.

B9. Двум сотрудникам издательства поручили отредактировать рукопись объемом 540 страниц. Один сотрудник, отдав второму 380 страниц рукописи, взял остальные страницы себе. Первый выполнил свою работу за 10 дней, а второй свою — за 19. Во сколько раз нужно было увеличить часть работы первого сотрудника (уменьшив часть работы второго), чтобы они, работая с прежней производительностью, выполнили свою работу за одинаковое число дней?

B10. Концы отрезка MK лежат на окружностях двух оснований цилиндра. Угол между прямой MK и плоскостью основания цилиндра равен $30°$, $MK=8$, площадь боковой поверхности цилиндра равна 40π. Найдите периметр осевого сечения цилиндра.

B11. В ромбе $ABCD$ высота BH, проведенная к стороне AD, пересекает диагональ AC в точке M. Найдите площадь треугольника ABM, если $BM=5$, $MH=3$.

C1. Найдите все значения x, для которых точки графика функции $y = \dfrac{7 \cdot 49^x - 50 \cdot 7^x}{15 - 2x}$ лежат выше соответствующих точек графика функции $y = \dfrac{7}{2x - 15}$.

C2. Решите уравнение

$$\sqrt{(2\cos 2{,}5x - 5)^2} + \sqrt{\cos^2 2{,}5x - 4\cos 2{,}5x + 4} = 4.$$

C3. Найдите все значения a, бо́льшие 1, при каждом из которых наименьшее из двух чисел $b = \log_3^2 a - \log_3(81a^5) + 3$ и $c = \log_a(243a) - \log_a^2 3 + 8$ больше -5.

C4. Дана сфера радиуса 18. Сечением этой сферы плоскостью является окружность с диаметром PT. Плоскость сечения удалена от центра сферы на расстояние 2. Точка K выбрана на сфере, а точка Q — на окружности сечения так, что объем пирамиды $KPQT$ наибольший. Найдите тангенс угла между прямой QM и плоскостью KPT, где M — середина ребра KP.

C5. Даны два уравнения:

$$\sqrt{4(2-3p)x + 5(5+12p)} = 2x + 2p + 1 \quad \text{и} \quad \left(1 + 6^{\frac{1}{p+2}}\right)^x = 51 - x.$$

Значение параметра $p \neq -2$ выбирается так, что число различных корней первого уравнения равно сумме числа $p+1$ и числа различных корней второго уравнения. Решите второе уравнение при каждом значении параметра, выбранном таким образом.

Вариант № 16

A1. Найдите значение выражения $\dfrac{n^{0,3}}{n^{-2,7}}$ при $n = 4$.

1) 12 2) $4^{-\frac{1}{9}}$ 3) $4^{-2,4}$ 4) 64

A2. Упростите выражение $\sqrt[5]{3^{10} a^5}$.

1) $3^{50} a^{25}$ 2) $3^{15} a^{10}$ 3) $3^5 a^{25}$ 4) $3^2 a$

А3. Вычислите $\log_4 20 + \log_4 12{,}8$.

1) -2 2) -1 3) 3 4) 4

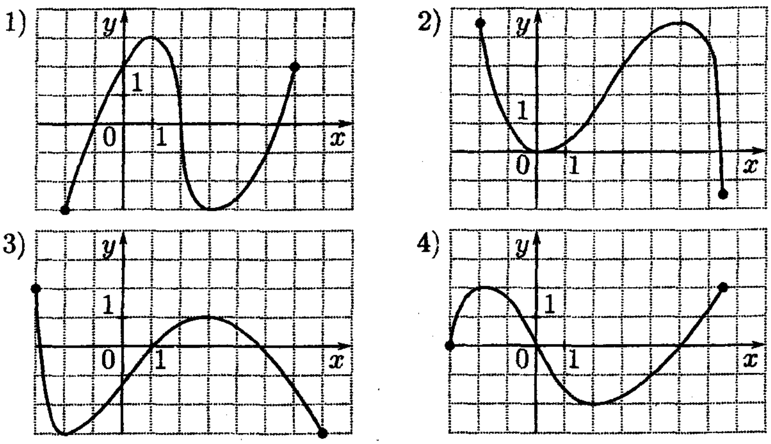
А4. Упростите выражение $\sin 3\alpha \cos 2\alpha - \cos\alpha + \sin 2\alpha \cos 3\alpha$.

1) 0
2) $\sin\alpha - \cos\alpha$
3) $\sin 5\alpha - \cos\alpha$
4) $\cos 5\alpha - \cos\alpha$

А5. Найдите производную функции $y = 6 + 15x^5 - \frac{10}{9}x^9$.

1) $y' = 75x^4 - 10x^8$
2) $y' = 20x^6 - 90x^8$
3) $y' = 6x + 2{,}5x^6 - \frac{1}{9}x^{10}$
4) $y' = 6x + 20x^4 - 90x^{10}$

А6. На каком из следующих рисунков функция, заданная графиком, возрастает на промежутке $[-1; 2]$?



А7. Найдите множество значений функции $y = 12 + \cos x$.

1) $[11; 13]$ 2) $(-\infty; +\infty)$ 3) $[-1; 1]$ 4) $[12; 13]$

А8. Решите уравнение $2\sin x = \sqrt{3}$.

1) $\pm\frac{\pi}{3} + 2\pi n,\ n \in Z$
2) $\pm\frac{\pi}{6} + 2\pi n,\ n \in Z$
3) $(-1)^n\frac{\pi}{6} + \pi n,\ n \in Z$
4) $(-1)^n\frac{\pi}{3} + \pi n,\ n \in Z$

A9. Решите неравенство $\dfrac{(x-9)(2x+1)}{x+10} \leqslant 0.$

1) $(-\infty; -10) \cup \left[-\frac{1}{2}; 9\right]$
3) $\left(-10; -\frac{1}{2}\right) \cup (9; +\infty)$
2) $\left(-10; -\frac{1}{2}\right] \cup [9; +\infty)$
4) $\left[-10; -\frac{1}{2}\right] \cup [9; +\infty)$

A10. Найдите область определения функции $f(x) = \dfrac{17}{3 - \log_4 x}$.

1) $(0; +\infty)$
3) $(-\infty; 64) \cup (64; +\infty)$
2) $(0; 64) \cup (64; +\infty)$
4) $(0; 81) \cup (81; +\infty)$

B1. Решите уравнение $\sqrt{2x^2 - 12x - 5} + x = 2.$

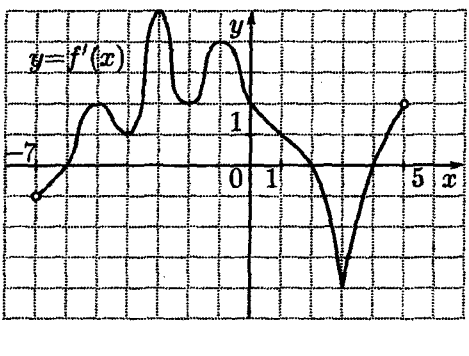
B2. Решите уравнение $16^{1,5x-3} = \frac{1}{64}.$

B3. Точка движется по координатной прямой согласно закону $x(t) = 9 + 7t - e^{14-t}$, где $x(t)$ — координата точки в момент времени t. Найдите скорость точки при $t = 14$.

B4. Вычислите $\left(1{,}7 \cdot \sqrt[3]{25\sqrt{5}} + 3{,}3\sqrt{5 \cdot \sqrt[3]{25}}\right)^{\frac{12}{11}}.$

B5. Найдите значение выражения $9\sqrt{2}\sin 2x$, если $\sin x = \frac{1}{3}$, $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$.

B6. Функция $y = f(x)$ определена на промежутке $(-7; 5)$. График ее производной изображен на рисунке. Найдите промежутки возрастания функции $y = f(x)$. В ответе укажите наибольшую из длин этих промежутков.



B7. Найдите наибольший корень уравнения
$(2^{12-0,1x^2}-4)\ln(-11-3x)=0$.

B8. Найдите значение функции $y=\dfrac{g(x)-f(-x)+2f(x)}{g(-x)}$ в точке x_0, если известно, что функция $y=f(x)$ — четная, функция $y=g(x)$ — нечетная, $f(x_0)=-3$, $g(x_0)=2$.

B9. Сотруднику телефонной компании поручили обзвонить абонентов согласно списку. Сотрудник, взяв себе часть списка, содержащую 70% абонентов, отдал оставшуюся часть своему помощнику. Сотрудник обзванивал абонентов по своей части списка в 21 раз дольше, чем помощник — по своей. Сколько процентов списка абонентов сотрудник должен был сразу отдать помощнику (взяв себе остальные), чтобы они, работая с прежней производительностью, выполнили свою работу за одинаковое время?

B10. Точки B и D лежат на окружностях двух оснований цилиндра. Синус угла между прямой BD и плоскостью основания цилиндра равен 0,3, $BD=15$, объем цилиндра равен 450π. Найдите площадь осевого сечения цилиндра.

B11. Сторона ромба $ABCD$ равна $3\sqrt{5}$, а косинус угла A равен $\frac{2}{3}$. Высота BH пересекает диагональ AC в точке M. Найдите длину отрезка BM.

C1. Найдите все значения x, для которых точки графика функции $y=\dfrac{9^x-8\cdot 3^x}{21-4x}$ лежат ниже соответствующих точек графика функции $y=\dfrac{9}{21-4x}$.

C2. Решите уравнение $\sqrt{(4\sin 2x-5)^2}+\sqrt{\sin^2 2x-2\sin 2x+1}=1$.

C3. Найдите все значения a, бо́льшие 1, при каждом из которых наименьшее из двух чисел $b=\log_2(16a^6)-\log_2^2 a-3$ и $c=\log_a^2 2-2\log_a(8a)+4$ больше -6.

C4. Дана сфера радиуса 5. Сечением этой сферы плоскостью является окружность с диаметром PT и центром O_1. Плоскость сечения удалена от центра сферы на расстояние 3. Точка K выбрана на сфере, а точка Q — на окружности сечения так, что объем пирамиды $KPQT$ наибольший. Найдите синус угла между прямой O_1M и плоскостью KPT, где M — середина ребра KQ.

C5. Даны два уравнения:

$\sqrt{54p+73-3(24+19p)x}=3x-3-2p$ и $\left(1+9^{\frac{p+2}{p+3}}\right)^x=37-x$.

Значение параметра $p \neq -3$ выбирается так, что число различных корней первого уравнения равно сумме числа $p+2$ и числа различных корней второго уравнения. Решите второе уравнение при каждом значении параметра, выбранном таким образом.

Вариант № 17

A1. Упростите выражение $m^{5,4} \cdot 6m^{-0,2}$.

1) $6m^{5,2}$ 2) $6m^{5,6}$ 3) $6^{-0,2}m^{5,6}$ 4) $6^{-0,2}m^{5,2}$

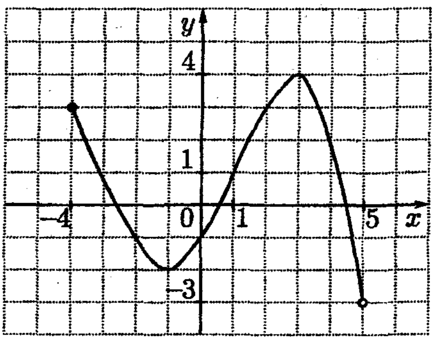
A2. Вычислите $\dfrac{\sqrt[3]{192}}{2\sqrt[3]{3}}$.

1) 0,5 2) 2 3) 6 4) 4

A3. Вычислите $\log_5 10 + \log_5 \frac{1}{1250}$.

1) 1 2) −2 3) 6 4) −3

A4. На рисунке изображен график функции, заданной на промежутке $[-4; 5)$. Укажите множество значений этой функции.



1) $[-2; 4]$
2) $[-4; 5)$
3) $(-3; 3]$
4) $(-3; 4]$

A5. Найдите производную функции $y = e^x - 0{,}6x^2$.

1) $y' = e^x - 1{,}2x$
2) $y' = e^x - 0{,}2x^3$
3) $y' = x\,e^{x-1} - 1{,}2x$
4) $y' = e^x - 0{,}36x$

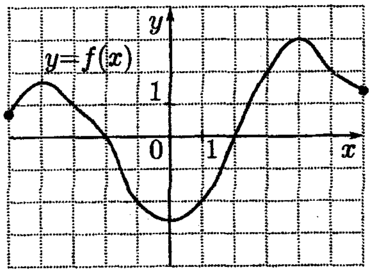
A6. Решите неравенство $3^{6x} > \frac{1}{27}$.

1) $(-0{,}5; +\infty)$ 2) $(18; +\infty)$ 3) $(-\infty; -0{,}5)$ 4) $(-\infty; 0{,}5)$

A7. Найдите наибольшее целое значение функции $y = 6{,}7\cos x$.

1) 1 2) 6 3) 7 4) 0

A8. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, заданной на отрезке $[-5; 6]$. Укажите те значения x, для которых выполняется неравенство $f(x) \geqslant 2$.



1) $[3; 5]$
2) $[-5; -2] \cup [2; 6]$
3) $[2; 3]$
4) $[2; 6]$

A9. Найдите область определения функции $f(x) = \lg(3x - x^2)$.

1) $(-\infty; 0) \cup \left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$
2) $(-3; 0)$
3) $(-\infty; 0) \cup (3; +\infty)$
4) $(0; 3)$

A10. Решите уравнение $\cos\frac{x}{4} = \frac{1}{2}$.

1) $(-1)^n\frac{4\pi}{3} + 4\pi n,\ n \in Z$
2) $\pm\frac{4\pi}{3} + 2\pi n,\ n \in Z$
3) $\pm\frac{4\pi}{3} + 8\pi n,\ n \in Z$
4) $(-1)^n\frac{4\pi}{3} + \pi n,\ n \in Z$

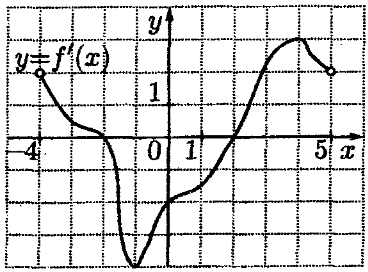
B1. Решите уравнение $\log_5(4x+10) - \log_5 2 = \log_5 14$.

B2. Найдите значение выражения $\sqrt{15}\cos\alpha$, если $\sin\alpha = \sqrt{\frac{11}{15}}$, $\frac{\pi}{2} \leqslant \alpha \leqslant \pi$.

B3. Решите уравнение $\sqrt{192-2x^2} = -x$.

B4. Найдите значение выражения $\dfrac{49-a^{-1}}{a^{-0,5}-7} + 9a^{0,5}$ при $a = 4$.

B5. Функция $y = f(x)$ определена на промежутке $(-4; 5)$. На рисунке изображен график ее производной. Укажите точку минимума функции $y = f(x)$ на промежутке $(-4; 5)$.



B6. Найдите разность между наибольшим и наименьшим значениями функции $y = 2{,}5\log_{\frac{1}{5}}(5-x^2)$ на отрезке $[-1; 2]$.

B7. Решите уравнение $\sqrt{(4x+3)^2+9} = 3 - \cos^2\frac{14\pi x}{3}$.

B8. Четная функция $f(x)$ определена на всей числовой прямой. Для функции $g(x) = x + (x-11)\cdot f(x-11) + 11$ вычислите сумму $g(9) + g(11) + g(13)$.

B9. Два каменщика, работая вместе, могут выполнить задание за 16 ч. Производительности труда первого и второго каменщиков относятся как 1:2. Каменщики договорились работать поочередно. Сколько времени должен проработать второй каменщик, чтобы это задание было выполнено за 30 ч?

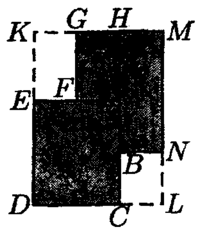
B10. Основание прямой призмы $ABCA_1B_1C_1$ — треугольник ABC, в котором $BC=9$, $\sin C=0{,}25$. Боковое ребро призмы равно 27. Найдите тангенс угла между плоскостями AB_1C и ABC.

B11. В параллелограмме $ABCD$ биссектриса угла C пересекает сторону AD в точке M и прямую AB в точке K. Найдите периметр треугольника CDM, если $CK=42$, $AK=20$, $BC=35$.

C1. Решите уравнение $\log_2^2 x+\log_2 x-1=\left(\sqrt{5-x^2}\right)^2+x^2.$

C2. Найдите все значения x, при каждом из которых расстояние между соответствующими точками графиков функций $f(x)=0{,}2\cdot 2^{3x+5}$ и $g(x)=4{,}8$ меньше, чем 1,6.

C3. Требуется разметить на земле участок площадью $1050\,м^2$, который состоит из трех прямоугольных частей и имеет форму многоугольника $BCDEFGMN$, изображенного на рисунке, где $EF=FG=20$ м, $BN=10$ м и $BC\geqslant 15$ м. Найдите наименьшее значение периметра такого участка и какие-либо значения длин KD, KM и BC, при которых периметр является наименьшим.



C4. Около правильной пирамиды $FABC$ описана сфера, центр которой лежит в плоскости основания ABC пирамиды, площадь сферы равна 48π. Точка M лежит на ребре AB так, что $AM:MB=3:5$. Точка T лежит на прямой AF и равноудалена от точек M и B. Найдите объем пирамиды $TACM$.

C5. Найдите все значения a, при каждом из которых оба числа $4\sin a - 3$ и $8\cos 2a + 16\sin a + 1$ являются решениями неравенства $\dfrac{(21x - 2x^2 + 65)\sqrt{x+2}}{\log_3 |x-9| - 2} \geqslant 0$.

Вариант № 18

A1. Упростите выражение $t^{5,1} \cdot 4t^{-0,7}$.

1) $4^{-0,7}t^{5,8}$ 2) $4^{-0,7}t^{4,4}$ 3) $4t^{4,4}$ 4) $4t^{5,8}$

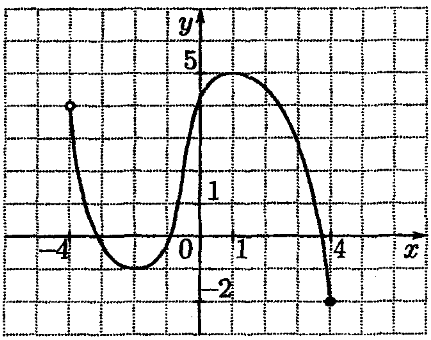
A2. Вычислите $\dfrac{10\sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{375}}$.

1) 1,5 2) 2 3) 3 4) 5

A3. Вычислите $\log_5 10 + \log_5 \frac{1}{250}$.

1) 1 2) −2 3) 6 4) −3

A4. На рисунке изображен график функции, заданной на промежутке $(-4; 4]$. Укажите множество значений этой функции.



1) $[-2; 5]$
2) $[-1; 5]$
3) $[-2; 4) \cup (4; 5]$
4) $(-4; 4]$

A5. Найдите производную функции $y = 14x^6 + e^x$.

1) $y' = 20x^5 + e^x$
2) $y' = 2x^7 + \dfrac{e^{x+1}}{x+1}$
3) $y' = 84x^4 + x\,e^{x-1}$
4) $y' = 84x^5 + e^x$

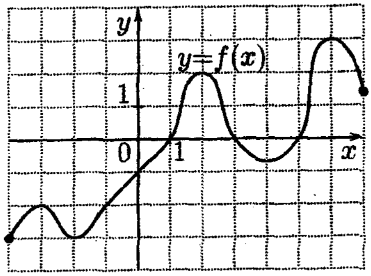
A6. Решите неравенство $\left(\frac{1}{3}\right)^{6x} > \frac{1}{27}$.

1) $(-0{,}5; +\infty)$ 2) $(18; +\infty)$ 3) $(-\infty; -0{,}5)$ 4) $(-\infty; 0{,}5)$

A7. Найдите наибольшее целое значение функции $y = 6{,}3 \sin x$.

1) 1 2) 6 3) 0 4) 7

A8. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, заданной на отрезке $[-4; 7]$. Укажите те значения x, для которых выполняется неравенство $f(x) \leqslant -1$.



1) $[-4; 1] \cup [3; 5]$

2) $[-3; 3]$

3) $[-1; 3]$

4) $[-4; 0]$

A9. Найдите область определения функции $f(x) = \log_4(x^2 + 8x)$.

1) $(-\infty; -8) \cup (0; +\infty)$ 3) $(-8; 0)$

2) $(0; +\infty)$ 4) $(-\infty; 0) \cup (8; +\infty)$

A10. Решите уравнение $\cos\frac{x}{5} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

1) $\pm\frac{25\pi}{6} + 10\pi n,\ n \in Z$ 3) $\pm\frac{25\pi}{6} + 2\pi n,\ n \in Z$

2) $(-1)^n\frac{5\pi}{6} + \pi n,\ n \in Z$ 4) $(-1)^n\frac{5\pi}{6} + 5\pi n,\ n \in Z$

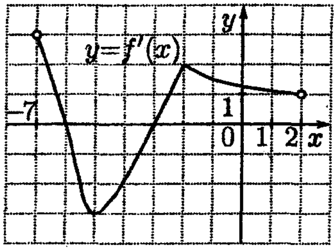
B1. Решите уравнение $\log_4(9x + 6) - \log_4 3 = \log_4 17$.

B2. Найдите значение выражения $\sqrt{13}\sin\alpha$,
если $\cos\alpha = -\frac{2}{\sqrt{13}}$, $\frac{\pi}{2} \leqslant \alpha \leqslant \pi$.

B3. Решите уравнение $\sqrt{3x^2-72}=-x$.

B4. Найдите значение выражения $\dfrac{36-c^{-1}}{6+c^{-0,5}}-3c^{0,5}$ при $c=100$.

B5. Функция $y=f(x)$ определена на промежутке $(-7;2)$. На рисунке изображен график ее производной. Укажите точку максимума функции $y=f(x)$ на промежутке $(-7;2)$.



B6. Найдите разность между наибольшим и наименьшим значениями функции $y=2{,}5\log_{\frac{1}{3}}(3-x^2)$ на отрезке $[-1;\sqrt{2}]$.

B7. Решите уравнение $\sqrt{4-(5x-2)^2}=2+\cos^2\frac{5\pi x}{4}$.

B8. Четная функция $f(x)$ определена на всей числовой прямой. Для функции $g(x)=x+(x-5)\cdot f(x-5)+5$ вычислите сумму $g(3)+g(5)+g(7)$.

B9. Два автопогрузчика, работая вместе, загружают один вагон за 4 часа. При этом производительности труда первого и второго автопогрузчиков относятся как 5:7. Оба автопогрузчика начали загружать вагон вместе, но через некоторое время первый автопогрузчик вышел из строя и второй заканчивал работу один. Сколько часов проработал первый автопогрузчик, если вся погрузка длилась 6 часов?

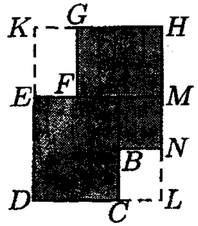
B10. Боковое ребро прямой призмы $ABCA_1B_1C_1$ равно 8. Основание призмы — треугольник ABC, в котором $BC=10$, $\sin C=0{,}25$. Найдите тангенс угла между плоскостями AB_1C и ABC.

B11. В параллелограмме $ABCD$ биссектриса угла C пересекает сторону AD в точке M и прямую AB в точке K. Найдите периметр треугольника BCK, если $DM = 12$, $CM = 15$, $AM = 16$.

C1. Решите уравнение $\log_2^2 x - 2\log_2 x - 2 = \left(\sqrt{1-x^2}\right)^2 + x^2$.

C2. Найдите все значения x, при каждом из которых расстояние между соответствующими точками графиков функций $f(x) = 0{,}5 \cdot 7^{4x+9}$ и $g(x) = 2$ меньше, чем 1,5.

C3. Требуется разметить на земле участок площадью $2600\,\text{м}^2$, который состоит из трех прямоугольных частей и имеет форму многоугольника $BCDEFGHN$, изображенного на рисунке, где $EF = BC = 20\,\text{м}$, $BN = 15\,\text{м}$ и $FG \geqslant 35\,\text{м}$. Найдите наименьшее значение периметра такого участка и какие-либо значения длин KD, KH и FG, при которых периметр является наименьшим.



C4. Около правильной пирамиды $FABC$ описана сфера, центр которой лежит в плоскости основания ABC пирамиды. Точка M лежит на ребре AB так, что $AM : MB = 1 : 3$. Точка T лежит на прямой AF и равноудалена от точек M и B. Объем пирамиды $TBCM$ равен $120\sqrt{3}$. Найдите радиус сферы, описанной около пирамиды $FABC$.

C5. Найдите все значения a, при каждом из которых оба числа $4\sin a - 1$ и $8\cos 2a + 32\sin a - 9$ являются решениями неравенства $\dfrac{(31x - 2x^2 - 15)\sqrt{x-2}}{\log_3|x-13| - 2} \geqslant 0$.

Вариант № 19

A1. Упростите выражение $\sqrt[5]{11^{15}d^{10}}$.

1) $11^3 d^2$ 2) $11^{10} d^5$ 3) $11^{75} d^{50}$ 4) $11^{20} d^{15}$

A2. Найдите значение выражения $2^{7a} \cdot 2^{-3a}$ при $a = \frac{1}{2}$.

1) 256 2) 32 3) 8 4) 4

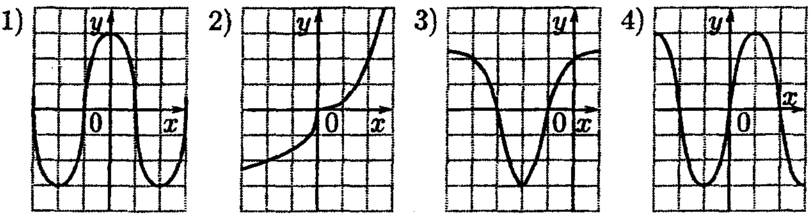
A3. Найдите значение выражения $\log_5(125d)$ если $\log_5 d = -3{,}1$.

1) $-6{,}1$ 2) $-9{,}3$ 3) $-0{,}1$ 4) $-128{,}1$

A4. Найдите производную функции $y = e^x - 0{,}9x^2$.

1) $y' = x\,e^{x-1} - 1{,}8x$ 3) $y' = e^x - 0{,}3x^3$
2) $y' = e^x - 1{,}8x$ 4) $y' = e^x - 0{,}81x$

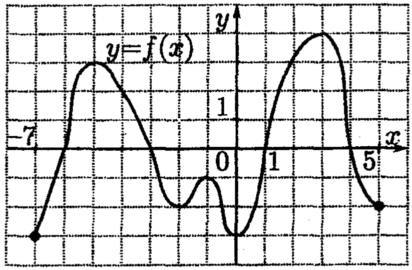
A5. На одном из следующих рисунков изображен график четной функции. Укажите этот рисунок.



A6. Найдите множество значений функции $y = 3^x + 10$.

1) $(-\infty; +\infty)$ 2) $(0; 10)$ 3) $(10; +\infty)$ 4) $[13; +\infty)$

A7. Решите неравенство $f(x) \geqslant 0$, если на рисунке изображен график функции $y = f(x)$, заданной на промежутке $[-7; 5]$.



1) $[-5; -2] \cup [-1; 0] \cup [3; 5]$
2) $[-6; -3] \cup [1; 4]$
3) $[0; 4]$
4) $[-7; -5] \cup [-2; -1] \cup [0; 3]$

A8. Решите неравенство $\dfrac{x+8}{(x-4)(7x+5)} \leqslant 0$.

1) $\left[-8; -\frac{5}{7}\right) \cup (4; +\infty)$
2) $(-\infty; -8]$
3) $(-\infty; 4)$
4) $(-\infty; -8] \cup \left(-\frac{5}{7}; 4\right)$

A9. Укажите область определения функции $y = \sqrt[6]{2 - \log_5 5x}$.

1) $(0; 125)$ 2) $(0, 5]$ 3) $[5; +\infty)$ 4) $(0; 25]$

A10. Решите уравнение $\sin 3x = -\frac{1}{2}$.

1) $(-1)^n \frac{\pi}{18} + \frac{\pi n}{3},\ n \in Z$
2) $(-1)^{n+1} \frac{\pi}{18} + \frac{\pi n}{3},\ n \in Z$
3) $(-1)^n \frac{\pi}{9} + \frac{\pi n}{3},\ n \in Z$
4) $(-1)^{n+1} \frac{\pi}{9} + \frac{\pi n}{3},\ n \in Z$

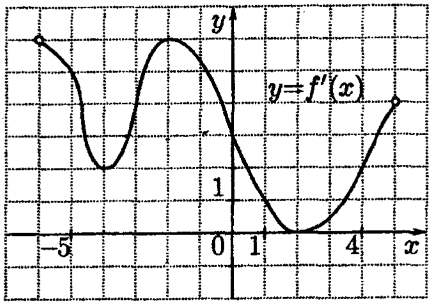
B1. Решите уравнение $36 \cdot 6^{4x} + x \cdot 6^{4x} = 0$.

B2. Найдите значение выражения $5\sin^2\alpha + 2\cos^2\alpha$, если $\cos\alpha = -0{,}1$.

B3. Вычислите $\sqrt[3]{68} \cdot \sqrt[3]{\frac{2}{17}}$.

B4. Найдите значение выражения $2\operatorname{ctg}\alpha \cdot \sin(\pi + \alpha)$, если $\cos\alpha = \frac{3}{4}$.

B5. Функция $y=f(x)$ определена на промежутке $(-6;5)$. На рисунке изображен график ее производной. Укажите точку x_0, в которой функция $y=f(x)$ принимает наибольшее значение на отрезке $[-5;4]$.



B6. Найдите разность между наибольшим и наименьшим значениями функции $y=\sqrt{64-x^2}$ на отрезке $[-\sqrt{15};4\sqrt{3}]$.

B7. Решите уравнение $2^{(\sqrt{3}-\sin 10\pi x)(\sqrt{3}+\sin 10\pi x)}=8+(5x-1)^2$.

B8. Четная функция $f(x)$ определена на всей числовой прямой. Для функции $g(x)=1{,}9+\dfrac{f(x-8{,}5)}{x-8{,}5}$ вычислите сумму $g(8)+g(9)$.

B9. Бак заполняют керосином за 1 час 20 минут с помощью трех насосов, работающих вместе. Производительности насосов относятся как 3 : 5 : 8. Сколько процентов объема бака будет заполнено за 40 минут совместной работы первого и второго насосов?

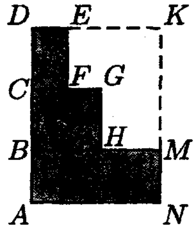
B10. Основание прямого параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ — ромб $ABCD$ с углом $30°$ и стороной, равной 4. Тангенс угла между плоскостью основания и плоскостью ADC_1 равен 1,5. Найдите боковое ребро параллелепипеда.

B11. Найдите радиус окружности, вписанной в равнобедренную трапецию, если средняя линия трапеции равна $\sqrt{10}$, а косинус угла при основании трапеции равен $\dfrac{1}{\sqrt{10}}$.

C1. Решите уравнение $16^x - 20 \cdot 4^x + 67 = \left(\sqrt{3-x^2}\right)^2 + x^2.$

C2. Найдите все значения x, при каждом из которых расстояние между соответствующими точками графиков функций $f(x) = \frac{5x-3}{2x-2}$ и $g(x) = 3$ меньше, чем 0,6.

C3. Требуется разметить на земле участок площадью $3600\,\text{м}^2$, который состоит из трех прямоугольных частей и имеет форму многоугольника $ADEFGHMN$, изображенного на рисунке, где $EF = 30$ м, $FG = 20$ м, $HM = 60$ м и $GH \geqslant 35$ м. Найдите наименьшее значение периметра такого участка и какие-либо значения длин KD, KN и GH, при которых периметр является наименьшим.



C4. Основанием пирамиды $FABCD$ является прямоугольник $ABCD$. Плоскость AFC перпендикулярна плоскости ABC, тангенс угла FAC равен $\frac{7}{4}$, тангенс угла между прямой BC и плоскостью AFC равен 3. Точка M лежит на ребре BC, $BM = \frac{4\sqrt{10}}{5}$. Точка L лежит на прямой AF и равноудалена от точек M и C. Центр сферы, описанной около пирамиды $FABCD$, лежит в плоскости основания пирамиды, радиус этой сферы равен 10. Найдите объем пирамиды $LAMC$.

C5. Найдите все значения a, при каждом из которых оба числа $a\sqrt{3a-2} - 1$ и $2a^2 + 8a\sqrt{3a-2} - 3a^3 - 10$ являются решениями неравенства $\log_{0,5x-1}\left(\log_5 \frac{20}{\sqrt{3x-2}}\right) \leqslant 0.$

Вариант № 20

A1. Упростите выражение $\sqrt[5]{2^{20}\,b^{15}}.$

1) $2^{15}\,b^{10}$ 2) $2^{100}\,b^{75}$ 3) $2^4\,b^3$ 4) $2^{25}\,b^{20}$

А2. Найдите значение выражения $3^{4a} \cdot 3^{-2a}$ при $a = \frac{1}{2}$.

1) 27 2) 4,5 3) 3 4) 81

А3. Найдите значение выражения $\log_2(16n)$ если $\log_2 n = -4{,}7$.

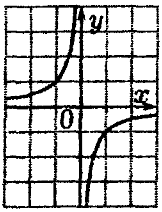
1) $-0{,}7$ 2) $-8{,}7$ 3) $-18{,}8$ 4) $-20{,}7$

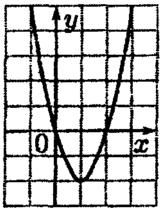
А4. Найдите производную функции $y = e^x - 0{,}6x^3 + 2$.

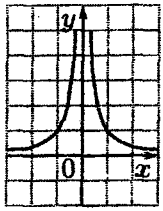
1) $y' = x\,e^{x-1} - 1{,}8x^2$ 3) $y' = e^x - 0{,}3x^2$

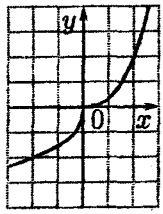
2) $y' = e^x - 1{,}8x^2$ 4) $y' = e^x - 0{,}81x^2$

А5. На одном из следующих рисунков изображен график четной функции. Укажите этот рисунок.

1) 

2) 

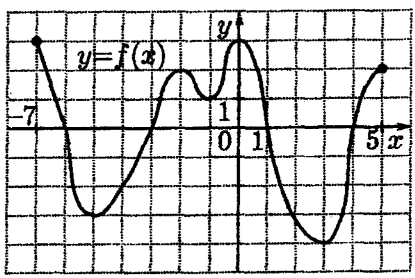
3) 

4) 

А6. Найдите множество значений функции $y = \left(\frac{1}{8}\right)^x + 1$.

1) $(-\infty; +\infty)$ 2) $(0; 1)$ 3) $[1; +\infty)$ 4) $(1; +\infty)$

А7. Решите неравенство $f(x) \leqslant 0$, если на рисунке изображен график функции $y = f(x)$, заданной на промежутке $[-7; 5]$.



1) $[-5; -2] \cup [-1; 0] \cup [3; 5]$

2) $[-6; -3] \cup [1; 4]$

3) $[0; 4]$

4) $[-7; -5] \cup [-2; -1] \cup [0; 3]$

A8. Решите неравенство $\dfrac{x+10}{(x-2)(3x+2)} \leqslant 0.$

1) $(-\infty; -10]$
2) $(-\infty; -10] \cup \left(-\frac{2}{3}; 2\right)$
3) $\left[-10; -\frac{2}{3}\right) \cup (2; +\infty)$
4) $\left(-\frac{2}{3}; +\infty\right)$

A9. Укажите область определения функции $y = \sqrt{2 - \log_3 3x}.$

1) $(-\infty; 3]$ 2) $(0; 3]$ 3) $[3; +\infty)$ 4) $(0; 9]$

A10. Решите уравнение $\cos 2x = -1.$

1) $\pi n,\ n \in Z$
2) $-\frac{\pi}{4} + \pi n,\ n \in Z$
3) $\frac{\pi}{4} + \pi n,\ n \in Z$
4) $\frac{\pi}{2} + \pi n,\ n \in Z$

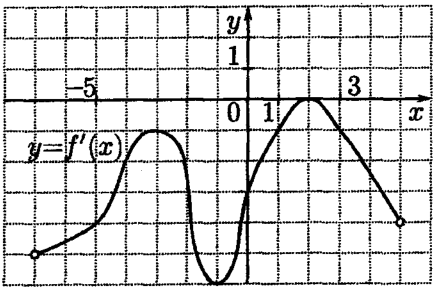
B1. Решите уравнение $81 \cdot 9^{3x} + x \cdot 9^{3x} = 0.$

B2. Найдите значение выражения $2\sin^2\alpha + 6\cos^2\alpha,$ если $\sin\alpha = -0{,}2.$

B3. Вычислите $\sqrt[3]{10} \cdot \sqrt[3]{\frac{25}{16}}.$

B4. Найдите значение выражения $\sqrt{6}\,\mathrm{tg}\,\alpha\cos(\pi+\alpha),$ если $\sin\alpha = \frac{\sqrt{6}}{4}.$

B5. Функция $y = f(x)$ определена на промежутке $(-7; 5)$. На рисунке изображен график ее производной. Укажите точку x_0, в которой функция $y = f(x)$ принимает наибольшее значение на отрезке $[-5; 3]$.



B6. Найдите разность между наибольшим и наименьшим значениями функции $y = \sqrt{49 - x^2}$ на отрезке $[-2\sqrt{10}; 2\sqrt{6}]$.

B7. Решите уравнение $3^{(\sqrt{2}-\sin 15\pi x)(\sqrt{2}+\sin 15\pi x)} = 9 + (5x+3)^2.$

B8. Четная функция $f(x)$ определена на всей числовой прямой. Для функции $g(x) = 1{,}7 + \dfrac{f(x-6{,}5)}{x-6{,}5}$ вычислите сумму $g(6)+g(7)$.

B9. Бак заполняют керосином за 2 часа 30 минут с помощью трех насосов, работающих вместе. Производительности насосов относятся как $3:5:8$. Сколько процентов объема бака будет заполнено за 1 час 18 минут совместной работы второго и третьего насосов?

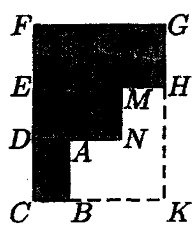
B10. Основание прямой призмы $ABCDA_1B_1C_1D_1$ — ромб $ABCD$ с углом 150° и стороной, равной 2. Тангенс угла между плоскостью основания призмы и плоскостью ABC_1 равен 4,2. Найдите высоту призмы.

B11. Найдите радиус окружности, вписанной в равнобедренную трапецию, если средняя линия трапеции равна 12, а косинус угла при основании трапеции равен $\frac{\sqrt{7}}{4}$.

C1. Решите уравнение $\left(\frac{1}{25}\right)^x - 30\cdot\left(\frac{1}{5}\right)^x + 128 = \left(\sqrt{3-x^2}\right)^2 + x^2.$

C2. Найдите все значения x, при каждом из которых расстояние между соответствующими точками графиков функций $f(x) = \frac{15x+4}{10x-4}$ и $g(x) = 1$ меньше, чем 0,5.

C3. Требуется разметить на земле участок площадью $1400\,\text{м}^2$, который состоит из трех прямоугольных частей и имеет форму многоугольника $ABCFGHMN$, изображенного на рисунке, где $MH = 15\,\text{м}$, $MN = 20\,\text{м}$, $AN = 25\,\text{м}$ и $AB \geqslant 20\,\text{м}$. Найдите наименьшее значение периметра такого участка и какие-либо значения длин KC, KG и AB, при которых периметр является наименьшим.



C4. Основанием пирамиды $FABCD$ является прямоугольник $ABCD$. Плоскость AFC перпендикулярна плоскости ABC, тангенс угла FAC равен $\frac{25}{16}$, тангенс угла между прямой BC и плоскостью AFC равен 2. Точка M лежит на ребре BC, $BM = \frac{1}{3}BC$. Точка L лежит на прямой AF и равноудалена от точек M и C. Объем пирамиды $LAMC$ равен 10. Центр сферы, описанной около пирамиды $FABCD$, лежит в плоскости основания пирамиды. Найдите радиус этой сферы.

C5. Найдите все значения a, при каждом из которых оба числа $a\sqrt{2a-11}-2$ и $11a^2+12a\sqrt{2a-11}-2a^3-25$ являются решениями неравенства $\log_{0,8x-3}\left(\log_4 \frac{16}{\sqrt{2x-6}}\right) \leqslant 0$.

Вариант № 21

A1. Вычислите $-17 \cdot 81^{\frac{1}{4}} + 17$.

1) -170 2) -136 3) -34 4) -68

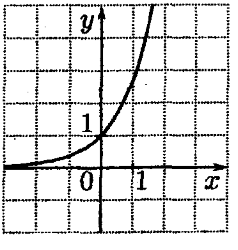
A2. Упростите выражение $\frac{\sqrt[7]{a^{30}}}{\sqrt[7]{a^2}}$.

1) a^{15} 2) $a^2 \cdot \sqrt[7]{a}$ 3) a^4 4) $\sqrt[4]{a}$

A3. Найдите значение выражения $-3\log_6\left(6^2\right)$.

1) 9 2) 2^{-3} 3) -1 4) -6

A4. На рисунке изображен график одной из перечисленных ниже функций. Укажите эту функцию.



1) $y = \left(\frac{1}{e}\right)^x$

2) $y = \log_{\frac{1}{e}} x$

3) $y = e^x$

4) $y = \ln x$

A5. Найдите производную функции $y = x^5 - 1{,}5x^2 + 5$.

1) $y' = 5x^4 - 3x$
2) $y' = 5x^4 - 3x + 5$
3) $y' = x^4 - 1{,}5x + 5$
4) $y' = x^4 - 1{,}5x$

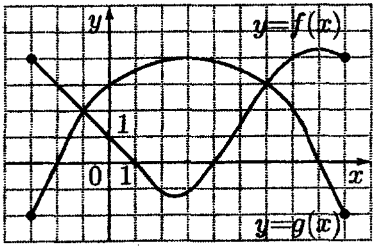
A6. Найдите множество значений функции $y = 12 + \cos x$.

1) $[-1; 1]$ 2) $(-\infty; +\infty)$ 3) $[11; 13]$ 4) $[12; 13]$

A7. Найдите область определения функции $y = \log_{0,15}(225 - x^2)$.

1) $[-15; 15]$
2) $(-15; 15)$
3) $(0; 15)$
4) $(-\infty; 0) \cup (15; +\infty)$

A8. На рисунке изображены графики функций $y = f(x)$ и $y = g(x)$, заданных на промежутке $[-3; 9]$. Укажите те значения x, для которых выполняется неравенство $f(x) \leqslant g(x)$.



1) $[-1; 6]$
2) $[-3; -1] \cup [6; 9]$
3) $[-2; 8]$
4) $[-3; -2] \cup [8; 9]$

A9. Решите неравенство $\dfrac{5x - 10}{(x + 9)(x - 7)} < 0$.

1) $(-\infty; -9) \cup (-9; 2)$
2) $(-9; 2) \cup (7; +\infty)$
3) $(2; 7) \cup (7; +\infty)$
4) $(-\infty; -9) \cup (2; 7)$

A10. Решите уравнение $\cos \frac{x}{5} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

1) $\pm\frac{5\pi}{6} + 10\pi n,\ n \in Z$
2) $(-1)^n \frac{5\pi}{6} + \pi n,\ n \in Z$
3) $\pm\frac{5\pi}{6} + 2\pi n,\ n \in Z$
4) $(-1)^n \frac{5\pi}{6} + 5\pi n,\ n \in Z$

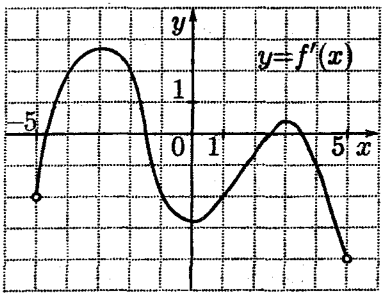
B1. Решите уравнение $27 \cdot 3^{3x} + x \cdot 3^{3x} = 0$.

B2. Решите уравнение $\log_2(25x - 10) - \log_2 5 = \log_2 11$.

B3. Найдите значение выражения $2{,}5\cos x$, если $\sin x = -\frac{7}{25}$, $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$.

B4. Найдите значение выражения $x + y$, если $(x; y)$ — решение системы $\begin{cases} 2x - \sqrt{10x - y} = 6 \\ 12x - y = 8. \end{cases}$

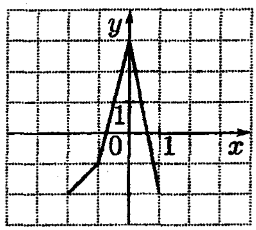
B5. Функция $y = f(x)$ определена на промежутке $(-5; 5)$. На рисунке изображен график производной этой функции. К графику функции провели касательные во всех точках, абсциссы которых — **целые числа**. Укажите количество точек графика функции, в которых проведенные касательные имеют положительный угловой коэффициент.



B6. Найдите значение выражения $\dfrac{15\operatorname{tg} 28^\circ \cdot \cos^2 152^\circ}{1 - 2\sin^2 73^\circ}$.

B7. Решите уравнение $3 - 2^{5x-2} = \sqrt{8 - 2^{5x}}$.
(Если уравнение имеет более одного корня, то найдите сумму всех его корней).

B8. Функция $y = f(x)$ определена на всей числовой прямой и является периодической с периодом 3. На рисунке изображен график этой функции при $-2 \leqslant x \leqslant 1$. Найдите значение выражения $\dfrac{f(0) \cdot f(-4)}{f(10)}$.



B9. Магазин выставил на продажу товар с наценкой 50% от закупочной цены. После продажи 0,9 всего товара магазин снизил назначенную цену на 40% и распродал оставшийся товар. Сколько процентов от закупочной цены товара составила прибыль магазина?

B10. Высота конуса равна 9, а образующая равна 13. Периметр сечения, проходящего через хорду AB основания и вершину конуса, равен 36. Найдите синус угла между плоскостью данного сечения и плоскостью основания конуса.

B11. Найдите площадь равнобедренной трапеции, если ее средняя линия равна 4, а косинус угла между диагональю и основанием равен $\frac{2}{\sqrt{5}}$.

C1. Найдите точки минимума функции
$f(x) = \frac{18 - 18\sin^2(\pi x)}{\cos^2(\pi x)} \cdot x^4 - 8x^3 - 3x^2$.

C2. Решите уравнение $6 - 5x + x^2 = 4(x-2)\sqrt{x}$.

C3. Найдите все значения a, для которых при каждом x из промежутка $(3;9]$ значение выражения $\log_3^2 x - 9$ не равно значению выражения $(a-4)\log_3 x$.

C4. В основании пирамиды $DABC$ лежит треугольник ABC, в котором $\angle C = 60°$, $AC = 20$, $BC = 16$. Боковые грани DAC и DAB перпендикулярны плоскости основания пирамиды, а ребро AD равно $6\sqrt{3}$. Сечение пирамиды плоскостью, проходящей через середину ребра DB параллельно прямым BC и AD, является основанием второй пирамиды, вершина которой в точке C. Найдите объем второй пирамиды.

C5. Докажите, что система уравнений

$$\begin{cases} 6x^3 + 11x^2 + 13x + 12 = 0 \\ 4+(3x+7)^{y-1}\left(y+2+\frac{4}{x}\right)=y+5^{3x+y}\cdot\sqrt{3x^2(3x+8)+9(x+1)^2+22x+7} \end{cases}$$

не имеет решений.

Вариант № 22

A1. Вычислите $19 \cdot 32^{\frac{1}{5}} - 7$.

1) 83 2) 69 3) 31 4) 45

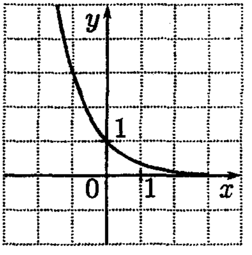
A2. Упростите выражение $\dfrac{\sqrt[5]{a^{18}}}{\sqrt[5]{a^3}}$.

1) a^3 2) $\sqrt[3]{a}$ 3) $a\sqrt{a}$ 4) $a\sqrt[5]{a}$

A3. Найдите значение выражения $-4\log_{11}\left(11^3\right)$.

1) -64 2) 3^{-4} 3) -12 4) -1

A4. На рисунке изображен график одной из перечисленных ниже функций. Укажите эту функцию.



1) $y = \log_3 x$
2) $y = 3^x$
3) $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$
4) $y = \log_{\frac{1}{3}} x$

A5. Найдите производную функции $y = x^6 - 3{,}5x^2 + 8$.

1) $y' = 6x^5 - 7x$
2) $y' = 6x^5 - 7x + 8$
3) $y' = x^5 - 3{,}5x + 8$
4) $y' = x^5 - 3{,}5x$

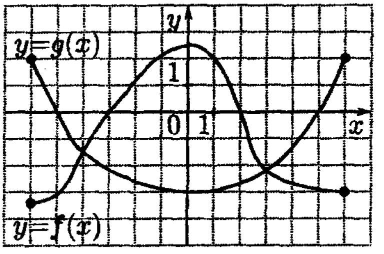
A6. Найдите множество значений функции $y = 12 - \cos x$.

1) $[-1;1]$ 2) $(-\infty;+\infty)$ 3) $[11;13]$ 4) $[12;13]$

A7. Найдите область определения функции $f(x) = \log_3(900 - x^2)$.

1) $[-30; 30]$
2) $(-\infty; 0) \cup (30; +\infty)$
3) $(0; 30)$
4) $(-30; 30)$

A8. На рисунке изображены графики функций $y = f(x)$ и $y = g(x)$, заданных на промежутке $[-6; 6]$. Укажите те значения x, для которых выполняется неравенство $f(x) \geqslant g(x)$.



1) $[-5; 5]$
2) $[-4; 3]$
3) $[-6; -4] \cup [3; 6]$
4) $[-6; -5] \cup [5; 6]$

A9. Решите неравенство $\dfrac{8x - 16}{(x + 5)(x - 7)} > 0$.

1) $(-\infty; -5) \cup (2; 7)$
2) $(-\infty; -5) \cup (-5; 2)$
3) $(-5; 2) \cup (7; +\infty)$
4) $(2; 7) \cup (7; +\infty)$

A10. Решите уравнение $\cos\frac{x}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

1) $\pm\frac{2\pi}{3} + 8\pi n,\ n \in Z$
2) $(-1)^n\frac{2\pi}{3} + \pi n,\ n \in Z$
3) $\pm\frac{2\pi}{3} + 2\pi n,\ n \in Z$
4) $(-1)^n\frac{2\pi}{3} + 4\pi n,\ n \in Z$

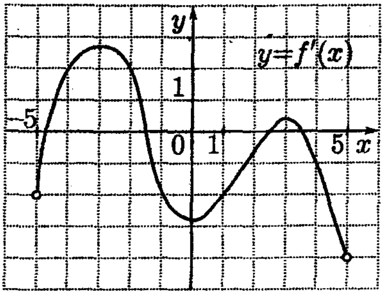
B1. Решите уравнение $x \cdot 6^{3x} - 36 \cdot 6^{3x} = 0$.

B2. Решите уравнение $\log_3(16x + 12) - \log_3 4 = \log_3 9$.

B3. Найдите значение выражения $-1{,}3\sin x$, если $\cos x = \frac{12}{13}$, $0 < x < \frac{\pi}{2}$.

B4. Найдите значение выражения $x \cdot y$, если $(x; y)$ — решение системы $\begin{cases} 6x - \sqrt{3x + y} = 2 \\ 9x + y = 4. \end{cases}$

B5. Функция $y = f(x)$ определена на промежутке $(-5; 5)$. На рисунке изображен график производной этой функции. К графику функции провели касательные во всех точках, абсциссы которых — **целые числа**. Укажите количество точек графика функции, в которых проведенные касательные имеют положительный угловой коэффициент.

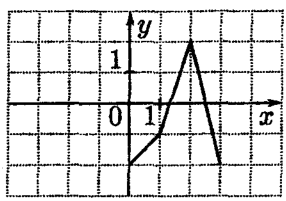


B6. Найдите значение выражения $\dfrac{1 - 2\sin^2 72°}{\operatorname{tg} 27° \cdot \cos^2 153°}$.

B7. Решите уравнение $2 - 3^{5x-2} = \left(10 - 3^{5x}\right)^{0,5}$.

(Если уравнение имеет более одного корня, то найдите сумму всех его корней).

B8. Функция $y = f(x)$ определена на всей числовой прямой и является периодической с периодом 3. На рисунке изображен график этой функции при $0 \leqslant x \leqslant 3$. Найдите значение выражения $\dfrac{f(-8) \cdot f(7)}{f(0)}$.



B9. Магазин выставил на продажу товар с некоторой наценкой, составляющей несколько процентов от закупочной цены. После продажи 0,75 всего товара магазин снизил назначенную цену на 20% и распродал оставшийся товар. В результате прибыль магазина составила 33% от закупочной цены. Сколько процентов от закупочной цены составляла первоначальная наценка магазина?

B10. Угол между образующими CA и CB конуса равен $60°$, высота конуса равна 4, а образующая равна $\frac{32}{\sqrt{21}}$. Найдите расстояние от центра основания конуса до плоскости ABC.

B11. Найдите площадь равнобедренной трапеции, если ее диагональ равна $3\sqrt{10}$, а средняя линия равна 3.

C1. Найдите значение функции $f(x)=\left(\sqrt{36-x^2}\right)^2+8x^2+4x^3-0{,}5x^4-36$ в точке максимума.

C2. Решите уравнение $(x^2-12x+34)\log_{x-4}\left(5-\frac{x}{2}\right)=\log_{x-4}\frac{2}{10-x}$.

C3. Найдите все значения a, для которых при каждом x из промежутка $\left(-\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{3}\right]$ значение выражения $a^2\operatorname{tg}^2x-2$ не равно значению выражения $(a+2)\operatorname{tg}x$.

C4. В основании прямой призмы $ABCA_1B_1C_1$ лежит треугольник ABC, $AB=AC=5$, $BC=6$. Высота призмы равна 12. Сечение призмы плоскостью, проходящей через вершину A и перпендикулярной прямой BC_1, является основанием пирамиды, вершина T которой лежит на ребре CC_1 так, что $CT:TC_1=5:1$. Найдите объем этой пирамиды.

C5. Докажите, что система уравнений
$$\begin{cases} x=\dfrac{3y^2-2(x-3)y+13-3x}{2+y^2} \\ 4x^2(2^{x-2}-1)=2^{x+2}+4x-13 \end{cases}$$
имеет ровно два различных решения.

Вариант № 23

A1. Выполните действия $5\left(c^{\frac{2}{\Pi}}\right)^3-25c^{\frac{6}{\Pi}}$.

1) $100c^0$ 2) $100c^{\frac{6}{\Pi}}$ 3) $-20c^{\frac{6}{\Pi}}$ 4) $-20c^0$

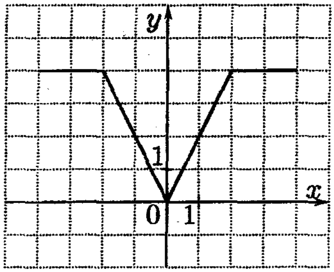
A2. Вычислите $\sqrt[3]{64\cdot 0{,}027}$.

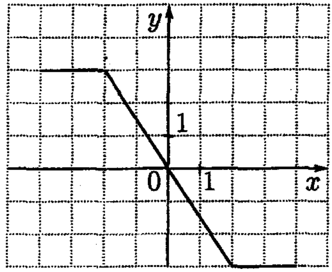
1) 0,012 2) 4,3 3) 0,24 4) 1,2

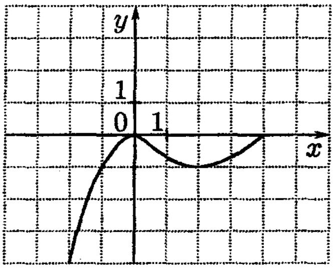
A3. Вычислите $\log_3 5 + \log_3 \frac{1}{45}$.

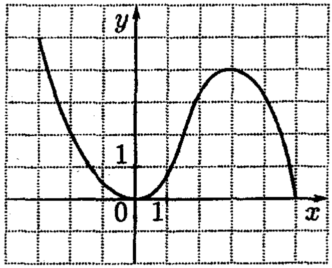
1) -2 2) 2 3) 0 4) 6

A4. На одном из рисунков изображен график нечетной функции. Укажите этот рисунок.

1)


2)


3)


4)


A5. Найдите производную функции $y = 11x^2 + \cos x$.

1) $y' = 22x + \sin x$ 3) $y' = 22x - \sin x$

2) $y' = \frac{x^3}{3} + \sin x$ 4) $y' = x - \sin x$

A6. Найдите множество значений функции $y = 12 - \sin x$.

1) $[-1; 1]$ 2) $(-\infty; +\infty)$ 3) $[11; 13]$ 4) $[12; 13]$

A7. Решите неравенство $\frac{4x(x+1)}{x-3} \leqslant 0$.

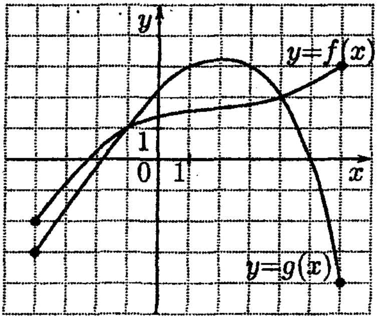
1) $(-\infty; -1] \cup [0; 3)$ 3) $(-\infty; -1) \cup (0; 3)$

2) $(-\infty; -1] \cup (3; +\infty)$ 4) $[-1; 0] \cup (3; +\infty)$

A8. Решите неравенство $4^{3x-6} \leqslant 16^x$.

1) $(-\infty; 1{,}2]$ 2) $(-\infty; 3]$ 3) $(-\infty; 6]$ 4) $(-\infty; 8]$

A9. На рисунке изображены графики функций $y = f(x)$ и $y = g(x)$, определенных на промежутке $[-4; 6]$. Укажите те значения аргумента, для которых выполняется неравенство $f(x) \leqslant g(x)$.



1) $[-4; -1] \cup [4; 6]$
2) $[-1; 4]$
3) $[-4; -1) \cup (4; 6]$
4) $(-1; 4)$

A10. Решите уравнение $\sin\frac{x}{5} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

1) $\pm\frac{5\pi}{3} + 10\pi n,\ n \in Z$ 3) $\pm\frac{5\pi}{3} + 2\pi n,\ n \in Z$

2) $(-1)^n\frac{5\pi}{3} + \pi n,\ n \in Z$ 4) $(-1)^n\frac{5\pi}{3} + 5\pi n,\ n \in Z$

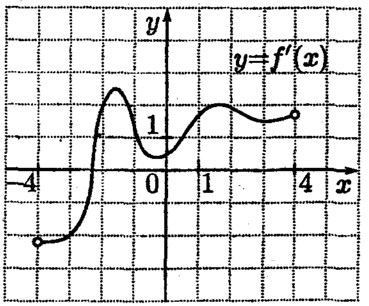
B1. Решите уравнение $4\log^2_{81} x - 3\log_{81} x - 1 = 0$.
(Если уравнение имеет более одного корня, то найдите произведение всех его корней).

B2. Решите уравнение $12\sqrt{3-4x} - x\sqrt{3-4x} = 0$.
(Если уравнение имеет более одного корня, то найдите произведение всех его корней).

B3. Найдите значение выражения 8^{b+1}, если $8^b = 0{,}4$.

B4. Найдите значение выражения $x + y$, если $(x; y)$ — решение системы
$$\begin{cases} 2\log_{\frac{1}{2}} x + 9\log_2 y = -26 \\ 5\log_2 x - 9\log_2 y = 38. \end{cases}$$

B5. Функция $y=f(x)$ определена на промежутке $(-4;4)$. На рисунке изображен график ее производной. К графику функции провели все касательные, параллельные биссектрисе второго координатного угла (или совпадающие с ней). Укажите количество точек графика функции, в которых проведены эти касательные.



B6. Найдите значение выражения $\sqrt{16-8\operatorname{tg}\alpha+\operatorname{tg}^2\alpha}-6$, если $11\cos\alpha-2\sin\alpha=0$.

B7. Решите уравнение $\log_3\left(\sin\frac{\pi x}{9}+27^x-\frac{1}{2}\right)=3x$. (Найдите наименьший положительный корень).

B8. Функция $y=f(x)$ определена на множестве всех действительных чисел и является периодической с периодом 7. Найдите значение выражения $f(-5)-f(-16)+f(16)$, если $f(-2)=-1$ и $f(2)=2{,}5$.

B9. В сплаве меди с серебром меди на 27 кг меньше, чем серебра. К этому сплаву добавили 1 кг серебра и получили новый сплав, содержащий 85% серебра. Сколько килограммов серебра в новом сплаве?

B10. Через точку B окружности основания цилиндра проведены образующая BB_1 и хорда BA, отличная от диаметра. Высота цилиндра равна 9, диаметр равен 20, $AB_1=15$. Найдите расстояние между осью цилиндра и прямой AB_1.

B11. Площадь параллелограмма $ABCD$ равна $20\sqrt{3}$, диагональ AC равна 5, $\angle DAC=60°$. Найдите сторону AB.

C1. Найдите точки максимума функции
$$f(x) = 96x^2 - 8x^3 + 3x^2 \cdot \frac{x^4 - 256}{16 - x^2}.$$

C2. Решите уравнение $\log_{\cos x}\left(\sqrt{3}\sin 2x + 2\cos^2 x + \cos x\right) = 1.$

C3. Найдите все значения a, для которых при каждом x из промежутка $[0;3)$ значение выражения $4^x + 3 \cdot 2^x - 5$ не равно значению выражения $a \cdot 2^x$.

C4. В основании пирамиды $DABC$ лежит треугольник ABC, в котором $\angle C = 90°$, $AC = 14$. Основание высоты пирамиды, опущенной из вершины D, лежит на отрезке AC. Сечение пирамиды, проходящее через середину ребра DB параллельно прямым BC и AD, является основанием второй пирамиды с вершиной T. Точка T лежит на отрезке AC, $TA = 5$. Во сколько раз объем первой пирамиды больше объема второй пирамиды?

C5. Докажите, что система уравнений
$$\begin{cases} 14x^3 + 34x^2 - 45x + 12 = 0 \\ y(y+21x-11)^{7x+1,5}+3=4y(2-\frac{1}{x})+x^{3y-5}\cdot\sqrt{24(x-1)+\frac{25x^3-(4-9x)^2}{x^2}} \end{cases}$$
не имеет решений.

Вариант № 24

A1. Упростите выражение $\left(-5\,l^{0,4}\right)^3$.

1) $15\,l^{3,4}$ 2) $-125\,l^{1,2}$ 3) $-15\,l^{3,4}$ 4) $125\,l^{1,2}$

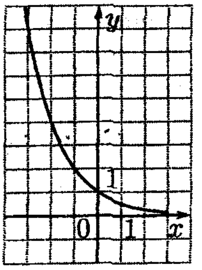
A2. Упростите выражение $\dfrac{\sqrt[5]{x^7}}{\sqrt[5]{x^2}}$.

1) $x\cdot\sqrt[5]{x^4}$ 2) x 3) $x^2\cdot\sqrt[5]{x^4}$ 4) x^5

A3. Найдите значение выражения $\lg(k^{10})$, если $\lg k = 1,81$.

1) 1,81 2) 0,181 3) 11,8 4) 18,1

A4. На рисунке изображен график одной из перечисленных ниже функций. Укажите эту функцию.



1) $y = 4^x$

2) $y = 8^x$

3) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

4) $y = \left(\frac{1}{6}\right)^x$

A5. Найдите множество значений функции $y = -2\sin 2x$.

1) $[-8; 8]$ 2) $[-2; 2]$ 3) $[-3; -1]$ 4) $[1; 3]$

A6. Найдите производную функции $y = x^{28} \cdot e^x$.

1) $y' = 28x^{27} \cdot e^x + x^{28} \cdot e^x$

2) $y' = 28x^{27} \cdot e^x$

3) $y' = 28x^{27} \cdot e^x - x^{28} \cdot e^x$

4) $y' = 28x^{27} + e^x$

A7. Найдите область определения функции $f(x) = \dfrac{11}{2 - \log_3 x}$.

1) $(0; +\infty)$

2) $(-\infty; 9) \cup (9; +\infty)$

3) $(0; 9) \cup (9; +\infty)$

4) $(0; 8) \cup (8; +\infty)$

A8. Решите неравенство $\left(\frac{1}{7}\right)^{3x} \geqslant \left(\frac{1}{7}\right)^{15-2x}$.

1) $(-\infty; 3]$

2) $[-3; +\infty)$

3) $(-\infty; 15]$

4) $[-15; +\infty)$

A9. Решите неравенство $\dfrac{5 + x}{(x-7)(x-4)} \leqslant 0$.

1) $(-\infty; -5]$

2) $[-5; 4) \cup (7; +\infty)$

3) $(-\infty; 7)$

4) $(-\infty; -5] \cup (4; 7)$

A10. Решите уравнение $\sin^2 3x - 2\sin 3x = 0$.

1) $\pm\frac{\pi}{6} + 2\pi n,\ n \in Z$

2) $\pi n,\ n \in Z$

3) $\frac{\pi}{3} n,\ n \in Z$

4) $\pm\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{3} n,\ n \in Z$

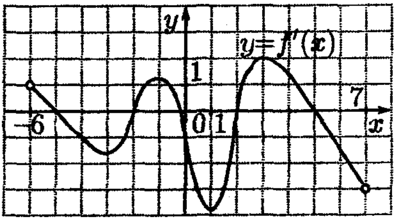
B1. Решите уравнение $x - 5 = \sqrt{7 - x}$.

B2. Решите уравнение $9 \cdot 5^{\log_5 x} = 17x - 12$.

B3. Найдите значение выражения $5 + 6\,\mathrm{tg}^2\, x \cdot \cos^2 x$, если $\sin x = 0{,}5$.

B4. Найдите значение выражения $x + y$, если $(x; y)$ — решение системы $\begin{cases} 8\log_3 x - 7\log_3 y = 2 \\ 5\log_{\frac{1}{3}} x + 7\log_3 y = 4. \end{cases}$

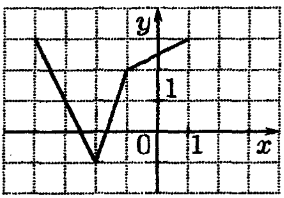
B5. Функция $y = f(x)$ определена на промежутке $(-6; 7)$. На рисунке изображен график производной этой функции. Укажите абсциссу точки, в которой касательная к графику функции $y = f(x)$ имеет наименьший угловой коэффициент.



B6. Найдите значение выражения $\sqrt{49 - 14 \cdot 5^x + 25^x} - 5^x - 2{,}5$, если $4^x = 19$.

B7. Решите уравнение $2 - 3^{5x-1} = \left(4 - 3^{5x}\right)^{0,5}$.
(Если уравнение имеет более одного корня, то найдите сумму всех его корней).

B8. Функция $y = f(x)$ определена на всей числовой прямой и является периодической с периодом 5. На рисунке изображен график этой функции при $-4 \leqslant x \leqslant 1$. Найдите значение выражения $f(-8) + f(-2) \cdot f(9)$.



B9. Катер прошел 3 км против течения реки, а затем 28 км по течению, затратив на весь путь 1 ч. Найдите собственную скорость катера, если скорость течения реки 4 км/ч.

B10. Радиус основания цилиндра равен 7, а высота равна 4. Отрезки AB и CD — диаметры одного из оснований цилиндра, а отрезок AA_1 — его образующая. Известно, что $BC = 4\sqrt{7}$. Найдите синус угла между прямыми A_1C и BD.

B11. В параллелограмме $ABCD$ биссектриса угла B пересекает сторону CD в точке T и прямую AD в точке M. Найдите периметр треугольника CBT, если $AB = 21$, $BM = 35$, $MD = 9$.

C1. Найдите точки максимума функции
$$f(x) = 72x^2 - 2x^3 + 3x^2 \cdot \frac{81 - x^4}{x^2 - 9}.$$

C2. Решите уравнение $\log_{\cos x}\left(\sin 2x + 3\cos^2 x\right) = 2.$

C3. Найдите все значения a, для которых при каждом x из промежутка $\left(\frac{1}{2}; 1\right]$ значение выражения $9^{2x} + 5 \cdot 9^x$ не равно значению выражения $a \cdot 9^x + 9$.

C4. В основании пирамиды $DABC$ лежит треугольник ABC, в котором $\angle C = 90^\circ$, $AC = 10$. Основание высоты пирамиды, опущенной из вершины D, лежит на отрезке AC. Сечение пирамиды, проходящее через середину ребра DB параллельно прямым BC и AD, является основанием второй пирамиды с вершиной T. Точка T лежит на отрезке AC, $TA = 1$. Во сколько раз объем первой пирамиды больше объема второй пирамиды?

C5. Докажите, что система уравнений
$$\begin{cases} 21x^3 + 30x^2 - 31x + 4 = 0 \\ (y+9-14x)^{5{,}5-7x} + 6y + 9 = \frac{8}{x} + x^{3-y} \cdot \sqrt{\frac{(7x-6)^2 - 3(7x-12)}{x} - \frac{16}{x^2}} \end{cases}$$
имеет единственное решение.

Ответы

Вариант № 1

A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	A11	A12	A13
2	4	3	1	1	2	4	4	1	1	2	3	3

B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9
2	32	4	3	12	2	3	6	15

C1	C2	C3
0	$(-\infty; 2]$	$(5{,}25; +\infty)$

Вариант № 2

A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	A11	A12	A13
3	3	3	3	3	1	1	4	1	3	1	4	4

B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9
5	32	2	1	1	−8	−3	240	10

C1	C2	C3
2	$[0{,}6; 1]$	$(0; 1) \cup (16; +\infty)$

Вариант № 3

A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	A11	A12	A13
2	3	4	1	1	3	4	2	2	3	2	2	1

B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9
2	4	3	9	1	1	−3	25	30

C1	C2	C3
$-\frac{8}{5}$; 0	$[-1; +\infty)$	$(-4; 4)$

Вариант № 4

A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	A11	A12	A13
1	3	2	2	4	4	2	1	2	1	3	3	3

B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9
2	32	2	5	21	4	−2	30	2

C1	C2	C3
$\frac{7}{4}$	$(-\infty; 1]$	$(-\frac{5}{3}; +\infty)$

Вариант № 5

A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	A11	A12	A13	A14	A15	A16
3	2	1	1	2	3	2	3	3	2	3	2	1	2	2	3

B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10
9	2	101	6	10	27	850	608	36	90

C1	C2	C3	C4
$-3; 6$	$a\in(0;\frac{2}{3}), a=-\frac{1}{3}, a=1$	2352	$[\frac{22}{13};\frac{17}{8})$

Вариант № 6

A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	A11	A12	A13	A14	A15	A16
4	1	3	2	1	3	3	3	2	1	2	4	3	4	1	1

B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10
3	6	5	16	7	−28	10	−169	36	48

C1	C2	C3	C4
$\frac{20}{7}$	$(-22;-2)$	$\frac{27}{16}$	$x\in(1;1+\sqrt{a-1});\ a\in(5;37]$

Вариант № 7

A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	A11	A12	A13	A14	A15	A16
4	2	4	3	1	4	4	3	1	4	2	4	1	3	2	4

B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10
−4	5	16	−2	9	3	18	34	60	30

C1	C2	C3	C4
$\frac{1}{27}$	$(0;5]$	4	$(1;10)$

Вариант № 8

A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	A11	A12	A13	A14	A15	A16
3	4	3	3	2	4	1	2	3	2	3	2	3	4	4	1

B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10
−8	3	13	−7	−12	600	40	720	8	18

C1	C2	C3	C4
2	$[-\frac{121}{28};0]$	$20\sqrt{2}$	$(1;2)\cup(4;11]$

Вариант № 9

A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	A11	A12	A13	A14
4	2	3	1	2	4	4	2	3	2	1	2	2	1

B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9
15,75	2	−3,5	4	−4	−10	58,5	9	54

C1	C2	C3	C4
(4; 5)	$18\ln 6+15$	$\frac{\pi\sqrt{19}}{64}$	$[\frac{1}{3};\frac{2}{3})$

Вариант № 10

A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	A11	A12	A13	A14
4	1	3	2	2	4	2	3	3	4	4	3	3	4

B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9
8	3	27	1	−1	10	22	3	36

C1	C2	C3	C4
$(3;-\frac{2}{3})$	3887; $c=10$	$\frac{2}{\sqrt{7}}$	$(0;\sqrt[3]{3}]\cup[18;+\infty)$

Вариант № 11

A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	A11	A12	A13	A14
4	2	3	1	3	1	2	1	3	2	2	4	1	4

B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9
7,5	2	121	6	0,5	30	21	12	7

C1	C2	C3	C4
(4; 5)	$\frac{41}{8}$	120π	$[1;4)\cup(4;7]$

Вариант № 12

A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	A11	A12	A13	A14
2	4	4	3	1	2	2	2	4	2	1	1	2	3

B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9
50,4	2	1,4	4	−5	12	31,5	2	14

C1	C2	C3	C4
(−3; 2)	$6\ln 5+4,8$	$14\sqrt{3}$	[2,25; 2,75)

Вариант № 13

A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10
2	2	3	4	1	4	1	2	3	2

B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	B11
1	−0,4	3	−0,4	1	4	0,6	3	1,5	0,25	300

C1	C2	C3	C4	C5
$(-25; 2)$	1,5	$(-\log_5 2; 0) \cup (\log_5 4; +\infty)$	8	$\frac{5}{4}; p=1$

Вариант № 14

A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10
3	3	4	2	3	1	1	2	1	4

B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	B11
3	1	5,5	−0,6	2	3	0,2	2	60	0,5	24,5

C1	C2	C3	C4	C5
$(-5; 3\frac{1}{8})$	−0,5	$(-\infty; -\log_5 4] \cup [0; \log_5 2]$	$\sqrt{2}$	2,5

Вариант № 15

A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10
4	1	3	2	2	4	2	4	2	3

B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	B11
−5	−2,5	18	0,5	12	8	2	2,5	1,5	28	15

C1	C2	C3	C4	C5
$(-\infty; -1) \cup (1; 7{,}5)$	$\frac{4\pi n}{5}$	$(\sqrt[7]{3}; 3) \cup (81; +\infty)$	$\frac{4}{3}$	2

Вариант № 16

A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10
4	4	4	3	1	3	1	4	1	2

B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	B11
−1	1	8	25	8	8	−4	0,5	90	90	3

C1	C2	C3	C4	C5
$(-\infty; 2) \cup (5\frac{1}{4}; +\infty)$	$\frac{\pi}{4} + \pi n$	$(1; \sqrt[4]{2}) \cup (\sqrt{2}; 128)$	$\frac{1}{\sqrt{5}}$	5

Вариант № 17

A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10
1	2	4	4	1	1	2	1	4	3

B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	B11
4,5	−2	−8	10,5	2	2,5	−0,75	66	18	12	48

C1	C2	C3	C4	C5
$\frac{1}{8}$	$(-\frac{1}{3};0)$	160; 40; 40; 15	$\frac{297}{32}$	$(-1)^n\frac{\pi}{6}+\pi n$ $[-2;0)\cup[13;18)$

Вариант № 18

A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10
3	2	2	1	4	3	2	4	1	1

B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	B11
5	3	−6	−24,1	−6	2,5	0,4	30	1,2	3,2	91

C1	C2	C3	C4	C5
0,5	$(-2\frac{1}{4};-2)$	240; 60; 60; 35	8	$\frac{\pi}{2}+2\pi n$ $[2;4)\cup[15;22)$

Вариант № 19

A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10
1	4	3	2	1	3	2	4	2	2

B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	B11
−36	4,97	2	−1,5	4	4	0,2	3,8	25	3	1,5

C1	C2	C3	C4	C5
1	$(-\infty;-9)\cup(1\frac{10}{11};+\infty)$	360; 90; 90; 35	294	2 $(2;4)\cup[6;134)$

Вариант № 20

A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10
3	3	1	2	3	4	2	2	2	4

B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	B11
−81	5,84	2,5	−1,5	−5	4	−0,6	3,4	42,25	4,2	4,5

C1	C2	C3	C4	C5
−1	$(-\infty;-0,6)$	200; 50; 50; 20	3	6 $(3{,}75;5)\cup[11;131)$

Вариант № 21

A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10
3	3	4	3	1	3	2	1	4	1

B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	B11
−27	2,6	−2,4	37,5	4	−7,5	0,4	1,5	44	0,75	8

C1	C2	C3	C4
$-\frac{1}{6}$	$2;\ 11+4\sqrt{7}$	$a \leqslant -4;\ a > 1{,}5$	120

Вариант № 22

A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10
3	1	3	3	1	3	4	2	3	1

B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	B11
36	1,5	−0,5	−0,25	4	−2	0,4	1	40	3	27

C1	C2	C3	C4
2,5	7; 8	$[-1;0]$	23

Вариант № 23

A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10
3	4	1	2	3	3	1	3	2	1

B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	B11
27	0,75	3,2	16,25	1	−4,5	1,5	6	34	8	7

C1	C2	C3	C4
2	$-\frac{\pi}{6}+2\pi n$	$a < -1;\ a \geqslant 10{,}375$	14

Вариант № 24

A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10
2	2	4	3	2	1	3	1	4	3

B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	B11
6	1,5	6,5	18	1	−9,5	0,2	−1	28	0,4	44

C1	C2	C3	C4
2,5	$-\frac{\pi}{4}+2\pi n$	$a \leqslant 5;\ a > 13$	5

Учебное издание

Горелов Георгий Николаевич
Ефимов Евгений Александрович
Коломиец Людмила Вадимовна

МАТЕРИАЛЫ
ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ЕГЭ
ПО МАТЕМАТИКЕ

Учебное пособие

Редактор Н.С. Куприянова

Подписано в печать 29.10.2008. Формат 64x84 1/16.
Бумага офсетная. Печать офсетная. Печ. л. 6,00.
Тираж 500 экз. Заказ 103 .

Самарский государственный
аэрокосмический университет.
443086, Самара, Московское шоссе, 34.

Изд-во Самарского государственного
аэрокосмического университета.
443086, Самара, Московское шоссе, 34.