

Государственный комитет РСФСР  
по делам науки и высшей школы

Самарский ордена Трудового Красного Знамени  
авиационный институт имени академика С.П.Королева

А.Е.Луковский    А.Ф.Малеев

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ  
В ДВИГАТЕЛЬНЫХ УСТАНОВКАХ С ЖРД

Учебное пособие

Самара 1992

УДК 621.454.2.001.57

Моделирование динамических процессов в двигательных установках с ЖРД: Учеб. пособие /А.Е.Жуковский, А.Ф.Малеев; Самар. авиац. ин-т. Самара, 1992. 66 с.

*ISBN* 5-230-16912-5

Рассмотрены методы формирования моделей динамических процессов, а также методы расчета статических и динамических характеристик двигательных установок с ЖРД. Описаны особенности использования при расчете динамических характеристик цифровых и аналоговых вычислительных машин, метода электро-динамических аналогий.

Учебное пособие предназначено для студентов специальности 1304, изучающих курс "Автоматика, агрегаты и системы двигателей", а также слушателей ФПК ИТР, специализирующихся по гидропневмоавтоматике. Выполнено на кафедре "Автоматические системы энергетических установок".

Ил. 10. Библиогр.: 12 назв.

Печатается по решению редакционно-издательского совета Самарского ордена Трудового Красного Знамени авиационного института имени академика С.П.Королева

Рецензенты: В.Н.Михнович, В.И.Мордасов

*ISBN* 5-230-16912-5

© Самарский авиационный институт, 1992

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Методы моделирования ЖРД .....	4
1.1. Методы аналитического моделирования .....	5
1.2. Методы физического моделирования .....	6
1.3. Комбинированные методы моделирования .....	6
1.4. Принцип составления экспериментально- аналитических моделей .....	7
2. Модели статических свойств ЖРД .....	11
2.1. Модели статических характеристик основных узлов ЖРД .....	14
2.2. Расчет статических характеристик .....	18
3. Динамические модели ЖРД .....	20
3.1. Модель ЖРД с дожиганием генераторного газа .....	25
3.2. Модель ЖРД с вытеснительной системой топливоподачи .....	29
3.3. Решение динамических моделей на вычислительных устройствах .....	31
4. Решение задач технической диагностики на динамических моделях ЖРД .....	48
5. Решение задач коррекции на динамических моделях ЖРД .....	56
Библиографический список .....	63

## I. МЕТОДЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ ЖРД

Моделирование как метод решения многих сложных задач создания надежных и эффективных систем нашло широкое применение в различных отраслях техники. Многие аспекты создания моделей явлений или моделей функционирования технических систем достаточно полно освещены в специальной литературе [5, 9, 12]. Остановимся на применении методов моделирования для прогнозирования и анализа параметров динамических процессов в пневмогидравлических схемах двигательных установок с ЖРД. Рассмотрим вначале общие аспекты моделирования свойств ЖРД, которые применимы как для оценки статических характеристик двигателей в области отклонений, так и их динамических свойств в области времени или частоты.

Как известно, испытание современного ЖРД связано со значительными материальными затратами, а требования по надежности как самого двигателя, так и ракетной системы или космического аппарата, на которых он устанавливается и будет функционировать, предполагают получение разнообразной и многочисленной информации о характеристиках двигателя, оценивавших точность достижения основных параметров, напряженность состояния элементов конструкции, качество динамических процессов и т.д. Для того, чтобы свести к минимуму объем натуральных огневых испытаний, в технике опытной отработки при создании ЖРД широкое распространение получили различные методы моделирования.

## I. I. Методы аналитического моделирования

Методы аналитического моделирования предполагают нахождение математической структуры (в виде, например, оператора), которая связывает функционально варьируемые факторы с тем или иным множеством интересующих выходных параметров. Таким образом формируется система алгебраических или дифференциальных уравнений относительно входных и выходных величин. В этом случае необходимо проведение операций по рационализации структур этих математических совокупностей. Так, следует определять минимально необходимое количество учитываемых факторов, чтобы избежать чрезмерного усложнения модели, правильно выявить характер связей между параметрами, провести операции по возможной линеаризации зависимостей и т.д. Важно также при этом правильно назначить границы, в которых модель обеспечивает заданную точность получаемых решений. Следует широко использовать экспериментальные данные по испытаниям отдельных агрегатов, изучению процессов на двигателях-прототипах. Это позволяет избежать грубых промахов или чрезмерного усложнения при моделировании.

Однако даже эти приемы не всегда эффективны при составлении аналитической модели, особенно для КРД, в котором заложены новые технические решения. Учесть расчетным путем все факторы, оказывающие существенное влияние на выходные параметры двигателя, практически невозможно. Да и погрешность их априорного определения весьма значительна. Так, например, трудно заранее прогнозировать величины КПД насосов и турбины, потери давления в трактах двигателя, кавитационные свойства насосов, времена запаздывания в газогенераторе и камере. Некоторые факторы вообще могут и не иметь количественных оценок (например, объемы кавитационных каверн во входных устройствах насосов). Все это в значительной мере снижает информативность аналитических моделей на первой стадии их формирования, однако не снимает вопрос о необходимости их дальнейшего совершенствования и достижения необходимой степени адекватности. Таким образом, эти модели на начальном этапе формирования могут использоваться для качественных оценок. А методы теории чувствительности позволяют путем проведения серий вариантных расчетов определить, на какие факторы исследователь должен обратить особое внимание при эксперименте. Их уточнение уменьшает погрешность расчетов.

И, наконец, отметим, что аналитическое моделирование может подразумевать создание как детерминированных, так и стохастических (вероятностных) моделей. Стохастические модели находят широкое применение в задачах исследования динамических процессов в ЖРД, а также при разработке средств технической диагностики.

## 1.2. Методы физического моделирования

Методы физического моделирования предполагают проведение испытаний на моделях отдельных узлов или систем двигателя, построенных на основе удовлетворения соответствующим критериям подобия процессов и параметров модели и объекта, или с моделированием лишь граничных условий в местах стыковки исследуемой системы с другими узлами двигателя. Работа на физической модели — это эксперимент в условиях, максимально приближенных к условиям испытания объекта, с той только разницей, что модель более проста, менее энергоемка и т.п. Здесь могут быть использованы модельные компоненты, применена более совершенная система измерения и обработки результатов испытания. Методы физического моделирования получили широкое распространение при автономной отработке отдельных агрегатов ЖРД: ТНА, регуляторов, элементов системы управления.

## 1.3. Комбинированные методы моделирования

Комбинированные методы моделирования, обусловленные высокими требованиями по точности получаемой информации при модельных исследованиях и нашедшие наиболее широкое применение в технике отработки ЖРД, подразумевают создание экспериментально-аналитических моделей, основанных на использовании имеющихся опытных данных или на проведении целевого испытания по их уточнению. На основании экспериментальной информации уточняются или вводятся ранее неизвестные связи в структуре исходной аналитической модели двигателя.

Другой аспект комбинированного метода моделирования предполагает использование в структуре модели как математического аналога какой-то части системы, так и реальных ее составляющих. Например, для отработки контура регулирования двигателя можно составить та-

кую комбинированную структуру: математическая модель ЖРД, реализованная на аналоговой вычислительной машине, реальная система контроля давления в камере сгорания, реальный контур системы регулирования кажущейся скорости (ФКС) или автомата стабилизации, реальный привод регулятора тяги.

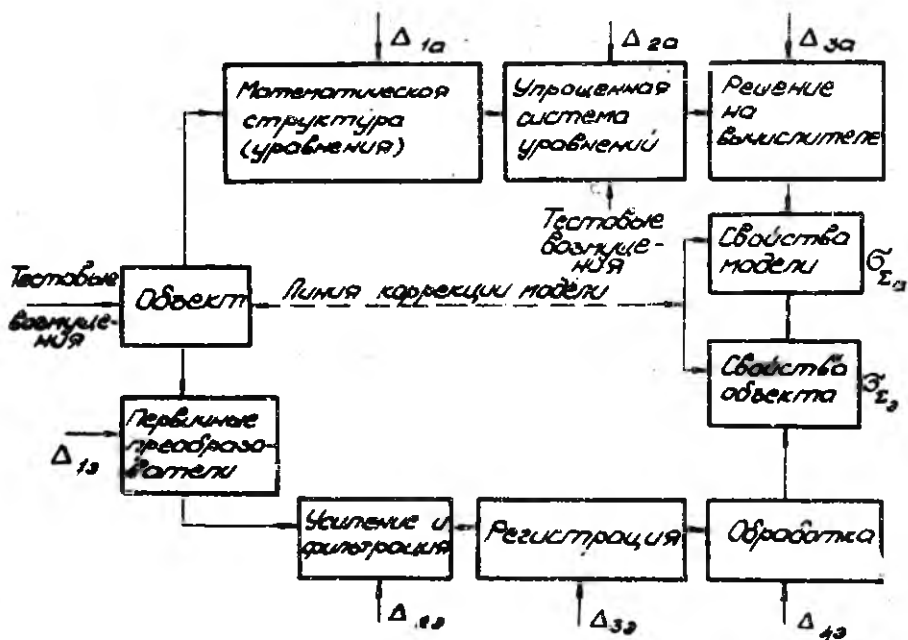
Учитывая назначение методов моделирования, надо иметь в виду, что все-таки конечной целью всех операций должно быть создание достаточно адекватной аналитической модели двигателя. Кроме решения чисто двигательных задач, это необходимо и для проведения расчетных исследований для оценки свойств ракетной системы или космического аппарата, где двигатель является одним из важнейших элементов.

Так, расчеты по продольной устойчивости, управляемости летательного аппарата невозможны без учета свойств двигателя.

#### 1.4. Принцип составления экспериментально-аналитических моделей

Последовательность операций по созданию комбинированной модели, достаточно точно отражающей свойства объекта, т.е. удовлетворяющей требованию адекватности моделирования, ясна из структурной схемы, приведенной на рис. 1. Верхний контур структуры реализует путь аналитического моделирования, нижний — обеспечивает получение необходимой экспериментальной информации для уточнения аналитической модели. Такое уточнение обычно касается характеристик и параметров, зависящих от конструктивных и режимных факторов конкретной схемы ЖРД, таких как КПД насосов и турбины, времени преобразования компонентов в энергоузлах, приведенных скоростей распространения звука в топливных магистралях, коэффициентов в уравнениях движения регулирующих органов, ротора ТНА и т.д. Подобное уточнение исходной аналитической модели принято называть операцией коррекции. Естественно, что она может выполняться до тех пор, пока не будет достигнута заданная степень адекватности.

Структура комбинированного моделирования (рис. 1) может быть использована для составления моделей как статических, так и динамических свойств двигателя. Анализ пневмогидравлической схемы ЖРД и результаты термодинамического, газодинамического и энергетичес-



Р и с. 1. Структура комбинированного моделирования

ного расчетов позволяют составить математическую структуру, описывающую взаимосвязь между параметрами двигателя. В зависимости от решаемой задачи они могут быть выражены в виде алгебраических уравнений (для анализа статических свойств) или системы дифференциальных уравнений в относительных или абсолютных приращениях параметров (для анализа динамических характеристик двигателя). Здесь исследователь имеет ограниченный объем информации, т.е. некоторые зависимости или неизвестны вообще, или определены качественно. В связи с этим уже на первом этапе моделирования вносится погрешность  $\Delta_{1a}$ , которая связана еще и со схематизацией реальных явлений, с введением определенных допущений, а иногда и учетом некоторых факторов и связей. Эта составляющая погрешности моделирования в большинстве случаев является преобладающей и последующие операции по коррекции исходной аналитической модели касаются уточнений именно в этой части.



Следующий этап создания аналитической модели связан с проведением операций по упрощению исходной математической структуры, так как в большинстве случаев полученная нелинейная система уравнений довольно высокого порядка трудно поддается решению. В связи с этим упрощение исходной структуры обычно подразумевает проведение операций линеаризации. Это также вносит погрешность  $\Delta_{2a}$ , существенно уменьшить которую можно путем совершенствования методов вычислений.

В результате выполнения описанных операций фактически получается аналитическая модель объекта, исследование которой может быть проведено в области отклонений параметров, времени или частоты с целью определения интересующих характеристик двигателя. Для этого достаточно один из параметров модели, представляющих в данном случае действующее входное возмущение, задать в виде соответствующего тестового отклонения. Решение полученной совокупности математических зависимостей, описывающих процессы в двигателе, возможно на различных типах вычислительных устройств. Для расчета статических характеристик чаще используются ЭЦВМ, а для определения динамических свойств (переходных процессов, частотных характеристик) — ЭЦВМ и АВМ.

Для динамических расчетов возможно также построение электрических моделей, основанных на использовании принципов электродинамических аналогий. Получаемая информация в зависимости от применяемого вычислительного устройства, а также алгоритма решения, способа его представления характеризуется еще одной составляющей погрешности —  $\Delta_{3a}$ .

Так как факторы, обуславливающие состав погрешностей  $\Delta_{1a}$ ,  $\Delta_{2a}$ ,  $\Delta_{3a}$ , практически некоррелированы и содержат множество входящих компонент, то

$$\sigma_{\Sigma a} = \sqrt{\Delta_{1a}^2 + \Delta_{2a}^2 + \Delta_{3a}^2},$$

где  $\sigma_{\Sigma a}$  — суммарная средняя квадратическая погрешность исходной аналитической модели.

Получение необходимой экспериментальной информации для уточнения исходной аналитической модели и уменьшения  $\sigma_{\Sigma a}$  связано с

проведением испытаний двигателя и отдельных его агрегатов. Очевидно, что в этом случае получаемые экспериментальные оценки также обладают конечной точностью. Составляющие погрешности связаны с искажениями информации: первичным преобразователем  $\Delta_{1g}$ , в тракте преобразования сигнала усилительным устройством и фильтром  $\Delta_{2g}$ , при регистрации  $\Delta_{3g}$ , при обработке на вычислительном устройстве  $\Delta_{4g}$ . Таким образом, суммарная погрешность экспериментальных характеристик определяется как

$$\sigma_{\Sigma g} = \sqrt{\Delta_{1g}^2 + \Delta_{2g}^2 + \Delta_{3g}^2 + \Delta_{4g}^2}.$$

Следует отметить, что для каждого конкретного случая экспериментальной оценки надо дифференцировано воспринимать рассчитанную величину погрешности  $\sigma_{\Sigma g}$ . Иногда она должна быть очень незначительной и составлять лишь десятые доли процента, например, при измерениях установившихся значений давления в камере, расходов компонентов. При экспериментальном же определении частотных характеристик двигателя  $\sigma_{\Sigma g}$  может достигать десятков процентов и быть вполне приемлемой. Вообще в каждом конкретном случае решения задач о необходимой точности экспериментальной информации надо проводить тщательный анализ с учетом удовлетворения требованиям основных характеристик ЖРД и тех трудностей, которые связаны с минимизацией погрешности измерения параметров в условиях испытаний ЖРД. При этом учитываются зависимости, по которым рассчитываются некоторые характеристики двигателя (метод косвенных измерений), а также широко используются методы теории чувствительности, которые определяют "вес" погрешности того или иного параметра в оценке выходной характеристики двигателя.

Конечно, при каждом испытании необходимо тщательно анализировать метрологические свойства тракта получения экспериментальной информации и стремиться свести величину  $\sigma_{\Sigma g}$  к рациональному минимуму.

В снижении  $\sigma_{\Sigma g}$ , кроме увеличения точности канала измерения, большое значение имеет оптимизация алгоритмов обработки информации. Современные ЭЦВМ имеют достаточное математическое обеспечение, позволяющее выбрать рациональный алгоритм обработки полученной первич-

ной экспериментальной информации практически для любой задачи идентификации свойств двигателя. Из наиболее распространенных в практике испытаний ЖРД или его элементов можно отметить алгоритмы осреднения параметров, приведения выходных параметров двигателя к номинальным внешним факторам, оценки точности настройки двигателя на заданный режим, гармонического и спектрального анализа. Полученная экспериментальная информация дает возможность провести операции по коррекции исходной аналитической модели двигателя и реально добиться точности получения статических характеристик с  $\sigma_{\text{ст}} = 0,1-0,5\%$  и динамических с  $\sigma_{\text{дн}} = 5-30\%$ . Это позволяет считать аналитические модели практически адекватными объекту и использовать их для получения необходимой информации о свойствах ЖРД. Описанный экспериментально-аналитический метод моделирования широко распространен в практике создания ракетных двигателей. При этом достаточно эффективно решаются задачи статистического разброса статических характеристик в зависимости от воздействия внешних и внутренних возмущающих факторов, задачи построения рациональных систем автоматической аварийной защиты, идентификации аварий и т.д.

## 2. МОДЕЛИ СТАТИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ЖРД

Математические модели статических свойств ЖРД необходимы для оценки влияния внешних и внутренних факторов на основные параметры двигателя — давление в камере, соотношение компонентов, тягу, удельный импульс. В некоторых случаях представляет интерес оценка их влияния на промежуточные внутренние характеристики ЖРД (КЦД насосов и турбины ТНА, температуру генераторного газа и тт т.д.). Кроме того, статические характеристики ЖРД являются источниками информации, по которой определяются коэффициенты в уравнениях движения при формировании моделей динамических процессов.

Из большого числа внешних факторов, воздействующих на параметры ЖРД, обычно учитываются наиболее существенные, такие как изменение давления окружающей среды, изменение давлений и температур компонентов на входах в двигатель, изменение положения органов регулирования. В последнем случае оценка производится в виде нахождения соответствующих регулировочных характеристик, т.е. решается детерминированная задача.

Наиболее употребимыми аппроксимациями связей параметров двигателя с возмущающими факторами являются:

линейная зависимость вида

$$y = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + \dots + b_n x_n + \varepsilon_k, \quad (3)$$

полином вида

$$y = \sum_{i=1}^n b_i x_i + \sum_{j=1}^n b_{i,j} x_i x_j + \varepsilon_q, \quad (4)$$

где  $y$  — искомый параметр;

$b_i, b_{i,j}$  — коэффициент влияния (регрессии);

$b_0$  — математическое ожидание параметра;

$x_{i,j}$  — варьируемые факторы;

$\varepsilon$  — погрешность аппроксимации.

Основная задача моделирования сводится к определению коэффициентов  $b_i, b_{i,j}$ , которые находятся расчетным путем и уточняются путем статистической обработки результатов испытаний. Их стабильность определяется, в основном, технологическим совершенством процесса изготовления узлов и агрегатов двигателя. Как правило, именно значительный технологический разброс, а также неучет ряда взаимодействий между факторами и приводит к увеличению составляющих погрешностей  $\varepsilon$  в выражениях (3) и (4).

На практике для моделирования статических свойств ЖРД обычно используются системы алгебраических уравнений, составленные при допущении о независимости составляющих  $b_n x_n$ , т.е. в предположении о выполнении для системы принципа суперпозиции.

Если характеристики двигателя нелинейные, то проводится операция по их линеаризации в ограниченном диапазоне изменения фактора  $x_n$ , при этом для каждого из поддиапазонов рассматриваемого изменения фактора  $x_n$  определяется свое значение коэффициента  $b_n$ . В результате операций по линеаризации получаем

$$\Delta y = \frac{\partial y_1}{\partial x_1} (x_1 - \bar{x}_1) + \dots + \frac{\partial y_n}{\partial x_n} (x_n - \bar{x}_n), \quad (5)$$

где  $\bar{x}_i$  - номинальное значение параметра  $x_i$  в точке линеаризации.

Тогда

$$\Delta y = \sum_{i=1}^n \frac{\partial y}{\partial x_i} \Delta x_i, \quad (6)$$

где  $\Delta x_i = x_i - \bar{x}_i$ ,

а ошибка определяется как

$$\epsilon_y \leq \sum_{i=1}^n \left| \frac{\partial y}{\partial x_i} \right| |\Delta x_i|. \quad (7)$$

Коэффициенты при отклонении аргумента

$$\bar{a}_i = \frac{\partial y}{\partial x_i},$$

в безразмерном виде

$$a_i = \frac{\bar{x}_i}{\bar{y}} \bar{a}_i.$$

В результате

$$\delta y = \sum a_i \delta x,$$

в этом случае модель двигателя описывается системой алгебраических уравнений, которая в матричной форме имеет вид

$$AY = BX,$$

где  $A$  - матрица коэффициентов при параметрах рабочего процесса;

$Y$  - матрица характеристик двигателя;

$B$  - матрица коэффициентов при возмущающих факторах;

$X$  - матрица возмущающих факторов.

Методика анализа статических свойств подробно изложена в [3].

В основу построения модели статических свойств ЖРД положены уравнения его основных узлов.

## 2.1. Модели статических характеристик основных узлов ЖРД

### Камера сгорания и газогенератор

Уравнение связи между параметрами имеет вид

$$p_k = \frac{\beta}{F} (\dot{m}_0 + \dot{m}_r), \quad (8)$$

где  $\beta$  - расходный комплекс.

Зависимость  $\beta(k)$ , где  $k$  - соотношение компонентов, определяется расчетным путем.

Уравнение (8) в виде функционала можно записать:

$$p_k = p_k(\beta, F, \dot{m}_0, \dot{m}_r),$$

а в вариациях переменных:

$$\delta p_k = a_{p_k, \dot{m}_0} \delta \dot{m}_0 + a_{p_k, \dot{m}_r} \delta \dot{m}_r + a_{p_k, k} \delta k + b_{p_k, F} \delta F. \quad (9)$$

Здесь коэффициенты влияния определяются следующим образом:

$$a_{p_k, \bar{m}_j} = \frac{\bar{m}_j}{p_k} \frac{\partial p_k}{\partial \bar{m}_j}; \quad \frac{\partial p_k}{\partial \bar{m}_j} = \frac{p_k}{\bar{m}_j},$$

где  $\bar{m} = \bar{m}_0 + \bar{m}_r$ .

Учитывая, что

$$\frac{\bar{m}_0}{\bar{m}} = \frac{k}{k+1}; \quad \frac{\bar{m}_r}{\bar{m}} = \frac{1}{k+1},$$

получим

$$a_{p_k, \dot{m}_0} = \frac{k}{k+1}; \quad a_{p_k, \dot{m}_r} = \frac{1}{k+1}; \quad b_{p_k, F} = -1.$$

По известной зависимости  $\beta(k)$  определяется

$$\frac{\partial \beta}{\partial k} = \operatorname{tg} \alpha,$$

где  $\alpha$  - угол наклона касательной к кривой в точке  $k, \beta$ .

Тогда

$$a_{p_k, k} = \frac{\bar{k}}{\bar{\beta}} \operatorname{tg} \alpha,$$

так как

$$\frac{\partial p_k}{\partial \beta} = \frac{\bar{p}_k}{\bar{\beta}}.$$

Уравнение газогенератора аналогично выражению (9), за исключением индексации.

### Турбонасосный агрегат (ТНА)

Работа насосов может характеризоваться функциональными зависимостями относительно выходного давления и мощности:

$$p_H = p_H(\dot{m}, n, \rho, p_0, D); \quad (\text{II})$$

$$N_H = N_H(\dot{m}, n, \rho, p_0, D, \eta),$$

где  $n$  — скорость вращения ротора;

$\rho$  — плотность рабочего тела;

$p_0$  — входное давление;

$D$  — геометрическая характеристика;

$\eta$  — КПД насоса.

В вариациях уравнения (II) имеют вид

$$\delta p_H = \sum a_{p_H, y_j} \delta y_j + \sum b_{p_H, x_i} \delta x_i; \quad (\text{I2})$$

$$\delta N_H = \sum a_{N_H, y} \delta y_j + \sum b_{N_H, x_i} \delta x_i, \quad (\text{I3})$$

где  $y_j \rightarrow \dot{m}, n$ ;  $x_i \rightarrow \bar{\rho}, \bar{D}, \bar{\eta}$ .

Коэффициенты влияния определяются из уравнения аппроксимации напорной характеристики центробежного насоса:

$$P_H - P_0 = A \rho n^2 - B n \dot{m} - C \frac{\dot{m}^2}{\rho}, \quad (I4)$$

а из уравнения мощности

$$N_H = \frac{(P_H - P_0) \dot{m}}{\eta \rho}, \quad (I5)$$

где коэффициенты  $A, B, C$  - функции геометрических характеристик насоса и оценки гидравлического сопротивления его проточной части.

Дифференцируя уравнения (I4) и (I5), получим выражения для коэффициентов влияния:

$$a_{P_H, n} = \frac{2A \bar{\rho} n^2 - B n \bar{m}}{\bar{P}_H}; \quad a_{P_H, \dot{m}} = \frac{B n \bar{m} + \frac{2C \bar{m}^2}{\bar{\rho}}}{\bar{P}_H};$$

$$b_{P_H, \rho} = \frac{A \bar{\rho} n^2 + \frac{C \bar{m}^2}{\bar{\rho}}}{\bar{P}_H}; \quad b_{P_H, P_0} = \frac{\bar{P}_0}{\bar{P}_H}; \quad b_{P_H, D} = \frac{\bar{D}}{\bar{P}_H} \frac{\partial P_H}{\partial D};$$

$$a_{N, n} = a_{P_H, n}; \quad a_{N, \dot{m}} = 1 + a_{P_H, \dot{m}};$$

$$b_{N, \rho} = b_{P_H, \rho} - 1; \quad b_{N, P_0} = 0;$$

$$b_{N, D} = b_{P_H, D}; \quad b_{N, \eta} = -1.$$

Уравнение мощности турбины определяется как

$$N_T = m_T \Delta a \partial \eta_T, \quad (I6)$$

после линеаризации которого получим

$$\delta N_T = \delta m_T + \delta \Delta a \partial + \delta \eta_T. \quad (I7)$$

Для активных турбин

$$m_T = \frac{B(\kappa) \rho_{гг} F_c}{\sqrt{(RT)_{гг}}},$$

где

$$B(\kappa) = \sqrt{\kappa \left( \frac{2}{\kappa + 1} \right)^{\frac{\kappa + 1}{\kappa - 1}}}.$$



Тогда вариация расхода определяется как

$$\delta \dot{m}_T = \delta p_{rr} - 0.5 \delta (RT)_T + \delta F_c,$$

где 
$$\delta (RT)_T = \frac{\kappa}{(\overline{RT})_T} \frac{\delta (RT)_T}{\delta \kappa}$$

и 
$$\delta \dot{m}_T = \delta p_{rr} - a_{\dot{m}_T, \kappa} \delta \kappa + \delta F_c, \quad (18)$$

где 
$$a_{\dot{m}_T, \kappa} = 0.5 \frac{\kappa}{(\overline{RT})_T} \frac{\delta (RT)_T}{\delta \kappa}.$$

Адиабатическая работа газа на турбине

$$\Delta_{ad} = c_1^2 / 2,$$

где  $c_1$  - скорость газа на выходе из соплового аппарата.

В приращениях

$$\delta \Delta_{ad} = 2 \delta c_1 = a_{\Delta, \kappa} \delta \kappa - \beta_T (\delta p_{2T} - \delta p_{rr}), \quad (19)$$

для активной турбины  $\beta_T = 0$ , а  $a_{\Delta, \kappa} = 2 a_{\dot{m}_T, \kappa}$ ,  
КПД турбины

$$\eta_T = f(\omega / c_1).$$

Здесь  $\omega$  - окружная скорость.

Вариацию КПД можно представить в виде

$$\delta \eta_T = \psi_2 (\delta \eta - \delta c_1), \quad (20)$$

где 
$$\psi_2 = \frac{(\overline{\eta} / c_1)}{\overline{\eta}_T} \frac{\delta \eta_T}{\delta (\eta / c_1)}.$$

В результате

$$\delta N_T = \delta F_c + a_{N_T, p_{rr}} \delta p_{rr} + a_{N_T, \eta} \delta \eta + a_{N_T, \kappa} \delta \kappa, \quad (21)$$

где  $a_{N_T, p_{rr}} = 1$ ;  $a_{N_T, \eta} = \psi_2$ ;  $a_{N_T, \kappa} = a_{\dot{m}_T, \kappa}$ .

## Гидравлические магистрали

Они характеризуются зависимостью  $\Delta P = \Delta P(\dot{m}, \rho)$  при фиксированной геометрии. Причем потери складываются из двух составляющих: потерь на трение  $\Delta P_T = R \frac{\dot{m}^2}{\rho}$  и на местные сопротивления  $\Delta P_M = \xi \frac{\dot{m}^2}{\rho}$ , где  $R$  и  $\xi$  - суммарные коэффициенты, оценивающие эти потери. Таким образом,

$$\Delta P = P_1 - P_2 = (R + \xi) \frac{\dot{m}^2}{\rho}. \quad (22)$$

Линеаризуя уравнение (22), получим

$$\delta \Delta P = 2 \delta \dot{m} - \delta \rho + \delta_{\Delta P, R} \delta R + \delta_{\Delta P, \xi} \delta \xi;$$

$$\text{где } \delta_{\Delta P, R} = 1 - \frac{\Delta \bar{P}_T}{\Delta \bar{P}}; \quad \delta_{\Delta P, \xi} = 1 - \frac{\delta \bar{P}_M}{\Delta \bar{P}}.$$

### 2.2. Расчет статических характеристик

Исходными данными для получения статических характеристик являются: схема КРД и номинальные значения параметров, состав и характеристики возмущающих факторов, полученные выше уравнения агрегатов.

В результате решается система уравнений вида

$$\sum_{i=1}^N a_{ji} \delta y_i = \sum_{k=1}^M b_{jk} \delta x_k, \quad (23)$$

где  $\delta y_i$  - вариации параметров рабочего процесса;

$\delta x_k$  - вариации возмущающих факторов;

$j$  - номер уравнения;  $i = 1, N$ ;  $j = 1, L$ ;  $k = 1, M$ .

В матричной форме

$$A \cdot \delta Y = B \cdot \delta X,$$

(24)

$$\text{где } A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1N} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{L1} & a_{L2} & \dots & a_{LN} \end{bmatrix}$$
$$B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1M} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2M} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{L1} & b_{L2} & \dots & b_{LM} \end{bmatrix}.$$

$$\delta Y = \begin{bmatrix} \delta y_1 \\ \delta y_2 \\ \vdots \\ \delta y_N \end{bmatrix}, \quad \delta X = \begin{bmatrix} \delta x_1 \\ \delta x_2 \\ \vdots \\ \delta x_M \end{bmatrix}.$$

Уравнение (24) решается относительно любой характеристики

$$\delta Y = A^{-1} B \delta X.$$

Матрица  $A$  формируется как квадратичная, т.е.  $L = N$ . В этом случае

$$\delta y_i = \sum_{k=1}^M c_{ik} \delta x_k,$$

где  $c_{ik}$  — коэффициент влияния возмущения  $x_k$  на параметр двигателя  $y_i$  и

$$c_{ik} = \frac{\Delta_{ik}}{\Delta}.$$

Здесь  $\Delta$  — определитель матрицы  $A$ ;  $\Delta_{ik}$  — дополнительный определитель, полученный подстановкой в матрицу  $A$  вместо столбца, соответствующего параметру  $y_i$ , столбца из матрицы  $B$ , соответствующего возмущению  $x_k$ .

Основная задача испытаний двигателя, направленных на определение статических свойств, — уточнение величины коэффициентов влияния и условий функционирующего ДРД. Этому способствует реализация специально спланированных факторных экспериментов. Коэффициенты влияния в процессе доводки двигателя и его непрерывного совершенствования могут изменяться, поэтому необходим контроль их стабильности, который осуществляется путем статистической обработки серий испытаний двигателя.

### 3. ДИНАМИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ЖРД

Моделирование динамических процессов занимает особое важное место в создании ракетных двигателей. Прежде всего, это связано с малым временем работы ЖРД, что обуславливает значительные скорости развития процессов в узлах двигателя, с наличием большого числа связей между внутренними контурами, а также с необходимостью тщательного исследования параметров динамических характеристик ЖРД для обеспечения как внутривдвигательной устойчивости, так и устойчивости системы "ракета-двигатель". Большое значение методы динамического моделирования имеют и для решения задач технической диагностики двигателей, идентификации аномалий в их работе.

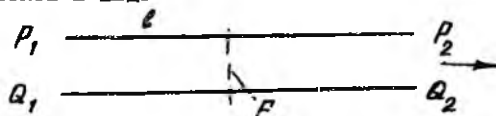
Наличие большого числа факторов, влияющих на динамические характеристики отдельных агрегатов и двигателя в целом, обусловливает необходимость проведения многочисленных экспериментальных и расчетных работ с целью определения разброса параметров динамических характеристик, выбора путей их эффективной коррекции для увеличения запаса устойчивости или получения заданного качества переходных процессов. В связи с этим создание адекватной динамической модели ЖРД является весьма актуальной задачей при отработке двигателей.

Стремление разработчиков создать двигатель, обладающий высокой надежностью, расширяет традиционные задачи, решаемые с помощью моделей. Так, в последнее время широко развиваются методы идентификации аварийных исходов испытаний с помощью моделирования, методы локализации источников нестационарности процессов, методы выбора с помощью модельных расчетов параметров двигателя, обладающих наибольшей чувствительностью к типовым или возможным неисправностям систем летательного аппарата и самого ЖРД. Получаемая при этом информация позволяет разработать эффективную автоматическую аварийную защиту.

Для решения поставленных задач используются как локальные, так и обобщенные динамические модели. Локальные модели применяются для анализа и синтеза динамических свойств отдельных агрегатов двигателя с целью определения факторов, влияющих на устойчивость процессов в них, или поиска конструктивных и параметрических путей

обеспечения динамического качества. Локальные модели широко применяются для динамических исследований ТНА, регуляторов, магистралей подачи компонентов. Обобщенные модели служат для исследования динамики всей структуры двигателя и используются при анализе переходных процессов и определении частотных характеристик ЖРД по различным каналам внесения возмущений. В зависимости от принятых при составлении динамической модели допущений определяются диапазоны времени и частоты, в которых она обладает достаточной адекватностью. В практике создания ЖРД наибольшее распространение получили низкочастотные модели с разрешенным временем процессов до 0,02 с и с частотным диапазоном до 50 Гц.

Используя описанные принципы составления комбинированных экспериментально-аналитических моделей, структуру двигателя, включающую агрегаты и связи между ними, можно представить в виде совокупности дифференциальных уравнений движения (записанных обычно в операторной форме), которые могут быть разрешены во временной или частотной областях. За основу составления и решения уравнений могут быть приняты методы теории автоматического регулирования [8]. Большое значение здесь имеет правильный, рациональный выбор исходной модели. Даже для такого простого элемента, как трубопровод, могут быть различные варианты. Рассмотрим их, исходя из схематизации объекта в виде



В качестве первого приближения, приняв, что трубопровод не обладает ни инерционностью, ни емкостными свойствами, его можно представить в виде гидравлического сопротивления

$$Q = \mu F \sqrt{\frac{2(P_1 - P_2)}{\rho}} \quad (25)$$

или после линеаризации

$$\delta Q = \frac{Q}{2 \Delta P} \delta \Delta P,$$

где  $Q$  - секундный объемный расход рабочего тела.

Таким образом, в этом случае трубопровод аппроксимируется статическим усилительным звеном.

Для учета инерционных свойств необходимо записать уравнение движения жидкости на выделенном участке трубопровода. При этом принимается, что движение жидкости одномерное, жидкость несжимаема, стенки трубопровода абсолютно жесткие, и учитываются силы давления с торцевых поверхностей, сила инерции столба жидкости и сила трения по боковой поверхности

$$m \frac{dW}{dt} = p_1 F - p_2 F - F_T. \quad (26)$$

Здесь  $m = \rho \ell F$  — масса жидкости на участке  $\ell$ ;  $W$  — скорость, связанная с объемным расходом жидкости соотношением  $W = \frac{Q}{F}$ ;

$F_T = K_T Q$  — сила трения, где  $K_T$  — коэффициент трения.

После подстановки получаем

$$\mathcal{L} \frac{dQ}{dt} + RQ = p_1 - p_2, \quad (27)$$

где  $\mathcal{L} = \frac{\ell}{F}$  — величина, характеризующая инерционность;

$R = \frac{K_T}{F}$  — коэффициент гидравлического сопротивления, характеризующий вязкостные свойства жидкости.

В операторной форме последнее уравнение запишется в виде

$$(Ts + 1) \delta \tilde{Q} = K \delta \tilde{P},$$

где  $T = \frac{\mathcal{L}}{R}$  и  $K = \frac{1}{R}$ .

Как видно, в этом случае трубопровод представляет собой апериодическое звено.

В ряде случаев необходимо учитывать емкостные свойства рассматриваемого объекта, обусловленные сжимаемостью жидкости и податливостью стенок трубопровода. Тогда к уравнению движения жидкости добавится уравнение участка трубопровода как емкости:

$$Q_1 - Q_2 = \ell \frac{d(\rho F)}{dt}.$$

Так как  $\rho = \rho_0 \left(1 - \frac{\rho - \rho_0}{E_{ж0}}\right)$ ,

где  $\rho = \frac{\rho_1 + \rho_2}{2}$  - среднее давление на участке;  
 $\rho_0$  - плотность жидкости при номинальном давлении  
 $\rho_0$ ;  
 $E_{ж0}$  - модуль объемного сжатия жидкости, и

$$F = F_0 \left(1 + \alpha \frac{\rho - \rho_0}{E_M}\right),$$

где  $E_M$  - модуль упругости материала трубопровода;  
 $\alpha$  - коэффициент, учитывающий форму и размеры трубопровода, то, используя приближенное равенство

$$\rho F \approx \frac{\rho_0 F_0}{K_{лр}} (\rho - \rho_0),$$

где  $K_{лр} = \frac{E_{ж0}}{1 + \alpha (E_{ж0}/E_M)}$  - приведенный модуль упругости, можно получить выражение

$$Q_1 - Q_2 = \frac{c \rho_0 F_0}{K_{лр}} \frac{d\rho}{dz}$$

$$\text{или } Q_1 - Q_2 = c \frac{d\rho}{dz}, \quad (28)$$

где  $c = \frac{V}{\alpha^2}$  - коэффициент, характеризующий податливость;

$V = c F_0$  - объем участка трубопровода;

$\alpha = \sqrt{\frac{K_{лр}}{\rho}}$  - скорость распространения звука в системе.

Таким образом, движение жидкости на каждом из конечных участков, на которые разбит весь трубопровод, описывается системой двух линейных дифференциальных уравнений:

$$L \frac{d\delta Q}{d\tau} + R\delta Q = \delta p_1 - \delta p_2, \quad (29)$$

$$C \frac{d\delta p_2}{d\tau} = \delta Q_1 - \delta Q_2. \quad (30)$$

Подставляя (30) в (29) при условии, например  $\delta Q_2 = 0$ , получаем

$$LC \frac{d^2 \delta p_2}{d\tau^2} + RC \frac{d\delta p_2}{d\tau} + \delta p_2 = \delta p_1 \quad (31)$$

или в операторной форме

$$(\tau_2^2 s^2 + \tau_1 s + 1) \delta \tilde{p}_2 = \delta p_1.$$

В этом случае трубопровод описывается свойствами колебательного звена.

В пределе, при стремлении числа конечных участков к бесконечности, трубопровод представляет собой систему, все свойства которой — инерционность, сжимаемость, трение — равномерно распределены по элементарным объемам. Нестационарное движение жидкости в системе с распределенными параметрами описывается системой уравнений в частных производных:

$$\begin{cases} -\frac{\partial p}{\partial x} = L \frac{\partial Q}{\partial \tau} + RQ, \\ -\frac{\partial Q}{\partial x} = C \frac{\partial p}{\partial \tau}. \end{cases} \quad (32)$$

Эта модель дает в принципе бесконечное число резонансов, величина и кратность которых зависят не только от длины трубопровода и скорости распространения звука, но и от граничных условий на концах трубопровода.

Выбор той или иной модели элементов двигателя (степени приближения к реальным свойствам объекта) зависит от характера решаемой задачи.

Конечно, при рассмотрении высокочастотных колебаний в системе или при решении задачи динамики в протяженной и разветвленной системе подачи модели наиболее усложнены. А в некоторых случаях, на-



пример при анализе на возможность возникновения автоколебаний, они и нелинейные.

Приведем в качестве примера динамические модели двух типов ЖРД. Для двигателя с дожиганием генераторного газа рассмотрим модель, составленную в малых отклонениях относительно параметров установившегося режима. Такие модели используются для расчета частотных характеристик по различным каналам внесения возмущений, для решения задач динамической коррекции, идентификации аварий, построения САУ.

А для ЖРД с вытеснительной системой топливopодачи рассмотрим модель для расчета переходных процессов на участках времени запуска и выключения. Такие модели используются для прогноза качества динамических процессов и решения задач коррекции.

В основу построения моделей положена информация о структуре двигателя, его статических характеристиках, и сама модель представляет собой совокупность дифференциальных уравнений движения (изменения параметров), фиксированных в области времени или оператора. Подробно вопросы составления уравнений движения рассматриваются в курсе автоматического регулирования и достаточно широко освещены в соответствующей литературе [5, 8, 9]. Здесь приведем лишь результаты таких операций с необходимым пояснением. Отметим, что при составлении аналитической модели стремятся оперировать теми переменными, которые могут быть получены путем измерения при испытаниях двигателя. В этом случае упрощаются методы проверки модели на адекватность.

### 3.1. Модель ЖРД с дожиганием генераторного газа

Уравнение камеры сгорания

$$(T_1 s + 1) \delta \tilde{p}_k = (K_1 \delta \tilde{m}_{ог} + K_2 \delta \tilde{m}_{гк}) e^{-T_1 s}, \quad (33)$$

где  $\delta \tilde{p}_k$ ,  $\delta \tilde{m}_{ог}$ ,  $\delta \tilde{m}_{гк}$  - изображения по Лапласу отклонений переменных - давления в камере, расхода окислительного газа через турбину и расхода горючего в камеру;

$K_1, K_2$  - соответствующие статические коэффициенты усиления, определяемые из дроссельной характеристики камеры;

$T_1$  - постоянная времени камеры - динамический коэффициент, учитывающий ее емкостные свойства;

$T_1$  - время преобразования компонентов;

$S$  - оператор Лапласа.

Уравнение магистрали подвода окислительного газа из турбины в камеру

$$(T_2 S + 1) \delta \tilde{m}_{OT} = K_3 (\delta \tilde{p}_T - \delta \tilde{p}_K), \quad (34)$$

где  $T_2$  - постоянная времени - динамический коэффициент, учитывающий инерционные свойства тракта;

$K_3$  - статический коэффициент усиления, определяемый из дроссельной характеристики магистрали;

$\delta \tilde{p}_T$  - изображение отклонения давления газа за турбиной.

Уравнение турбины

$$\delta \tilde{p}_T = K_4 \delta \tilde{p}_{ГГ}, \quad (35)$$

где  $K_4$  - статический коэффициент усиления;

$\delta \tilde{p}_{ГГ}$  - изображение отклонения давления в газогенераторе.

Уравнение тракта подвода горючего в камеру

$$(T_3 S + 1) \delta \tilde{m}_{ГК} = K_5 (\delta \tilde{H}_{НГ} + \delta \tilde{p}_{0,НГ} - \delta \tilde{p}_K), \quad (36)$$

где  $T_3$  - динамический коэффициент, учитывающий инерционные свойства тракта;

$K_5$  - статический коэффициент усиления;

$\delta \tilde{H}_{НГ}$  и  $\delta \tilde{p}_{0,НГ}$  - изображения отклонений напора насоса горючего и давления на входе в насос.

Как видим, в уравнениях трактов подачи компонентов (трубопро-

водов, рубашки камеры) не учитываются емкостные свойства. Такое допущение для низкочастотных моделей оправдано тем, что инерционные потери в коротких трубопроводах являются преобладающими.

Уравнение газогенератора

$$(T_4 s + 1) \delta \tilde{p}_{гг} = (K_6 \delta \tilde{m}_{HO} + K_7 \delta \tilde{m}_p) e^{-\tau_2 s}, \quad (37)$$

где  $T_4$  - динамический коэффициент, учитывающий емкостные свойства объема газогенератора;

$K_6, K_7$  - статические коэффициенты усиления, определяемые дроссельной характеристикой;

$\delta \tilde{m}_{HO}, \delta \tilde{m}_p$  - изображения отклонений расходов окислителя и горючего (через регулятор тяги) в газогенератор;

$\tau_2$  - время преобразования компонентов топлива в газогенераторе.

Уравнение насоса горючего

$$(T_5 s + 1) \delta \tilde{H}_{гг} = K_8 (T_6 s + 1) \delta \tilde{n} - K_9 (T_7 s + 1) \delta \tilde{m}_{гг}, \quad (38)$$

где  $T_5, T_6, T_7$  - динамические коэффициенты, учитывающие инерционные потери в тракте крыльчатки и диффузора;

$\delta \tilde{n}$  - изображение отклонения скорости вращения ротора ТНА;

$K_8, K_9$  - статические коэффициенты усиления, определяемые из аппроксимации скоростной и напорной характеристик насоса.

Уравнение насоса окислителя (записывается аналогично в соответствующих переменных)

$$(T_8 s + 1) \delta \tilde{H}_{HO} = K_{10} (T_9 s + 1) \delta \tilde{n} - K_{11} (T_{10} + 1) \delta \tilde{m}_{HO}. \quad (39)$$

Уравнение магистрали подвода окислителя от насоса к газогенератору

$$(T_{11} s + 1) \delta \tilde{m}_{HO} = K_{12} (\delta \tilde{H}_{HO} - \delta \tilde{p}_{0,HO} - \delta \tilde{p}_{гг}), \quad (40)$$

где  $\delta \tilde{p}_{0,HO}$  - изображение отклонения давления на входе в насос окислителя.

Уравнение регулятора тяги

$$\delta \tilde{m}_p = K_y \frac{1}{T_{2p}^2 s^2 + T_{1p} s + 1} \delta \tilde{\gamma} + K_\Delta \frac{T_{2p}^2 s^2 + T_{1p} s}{T_{2p}^2 s^2 + T_{1p} s + 1} \delta \Delta \tilde{p}_p, \quad (41)$$

где  $K_y, K_\Delta$  - статические коэффициенты усиления по каналам управления и стабилизации;

$\delta \tilde{\gamma}$  и  $\delta \Delta \tilde{p}_p$  - изображения отклонений угла поворота привода дроссельного крана регулятора (сигнал по каналу управления тягой) и перепада давления на регуляторе;

$T_{2p}^2, T_{1p}$  - динамические коэффициенты в уравнении движения дифференциального клапана регулятора.

Уравнение перепада давления на регуляторе

$$\delta \Delta \tilde{p}_p = K_{13} \delta \tilde{m}_{HG} - \delta p_{гг}, \quad (42)$$

где  $K_{13}$  учитывает повышение давления на выходе из основного насоса горючего в тракте дополнительного насоса. Если он в схеме двигателя отсутствует, то  $K_{13} = 1$ .

Уравнение ротора ТНА

$$(T_{12} s + 1) \delta \tilde{n} = K_{14} \delta \tilde{m}_{OT} - K_{15} \delta \tilde{m}_{HO} - K_{16} \delta \tilde{m}_{HG}, \quad (43)$$

где  $T_{12}$  - постоянная времени ротора;

$K_{14}, K_{15}, K_{16}$  - соответствующие статические коэффициенты усиления.

Уравнение баланса расходов

$$\delta \tilde{m}_{HG} = \delta \tilde{m}_{гк} + \delta \tilde{m}_p, \quad (44)$$

Представленная модель является, конечно, упрощенной схемой и может быть уточнена при проведении операций коррекции по результатам динамических, например, частотных испытаний двигателя.

Приведенной системе уравнений соответствует структура, представленная совокупностью операторов (передаточных функций) и связей между ними (рис. 2). Она является исходной для решения различных прикладных задач на вычислительных средствах (ЭЦВМ или АВМ).

### 3.2. Модель КРД с вращательной системой топливоподачи

Типовая структура такой двигательной установки, состоящей из расходных емкостей, трубопроводов подачи компонентов, клапанного устройства и камеры, может быть представлена системой уравнений.

Уравнение камеры сгорания

$$T \frac{dp_K}{d\tau} + p_K = \frac{p_K}{\dot{m}_S} (K_1 \dot{m}_O + K_2 \dot{m}_F) (T - T_{пр}). \quad (45)$$

Постоянная времени камеры  $T$  здесь определяется в результате аппроксимации реального импульса  $p_K(\tau)$ .

Уравнение форсуночной головки и клапанного устройства

$$\dot{m}_{кл}(\tau) = B \bar{\tau}_{кл} \sqrt{p(\tau) - p_K(\tau)}, \quad (46)$$

где  $B$  - проводимость клапана и форсуночной головки,

$$\bar{\tau}_{кл} = \frac{\tau}{\tau_{кл}} \begin{cases} 0...1 - \text{открытие} \\ 1...0 - \text{закрытие} \end{cases},$$

$\tau_{кл}$  - время движения якоря клапана.

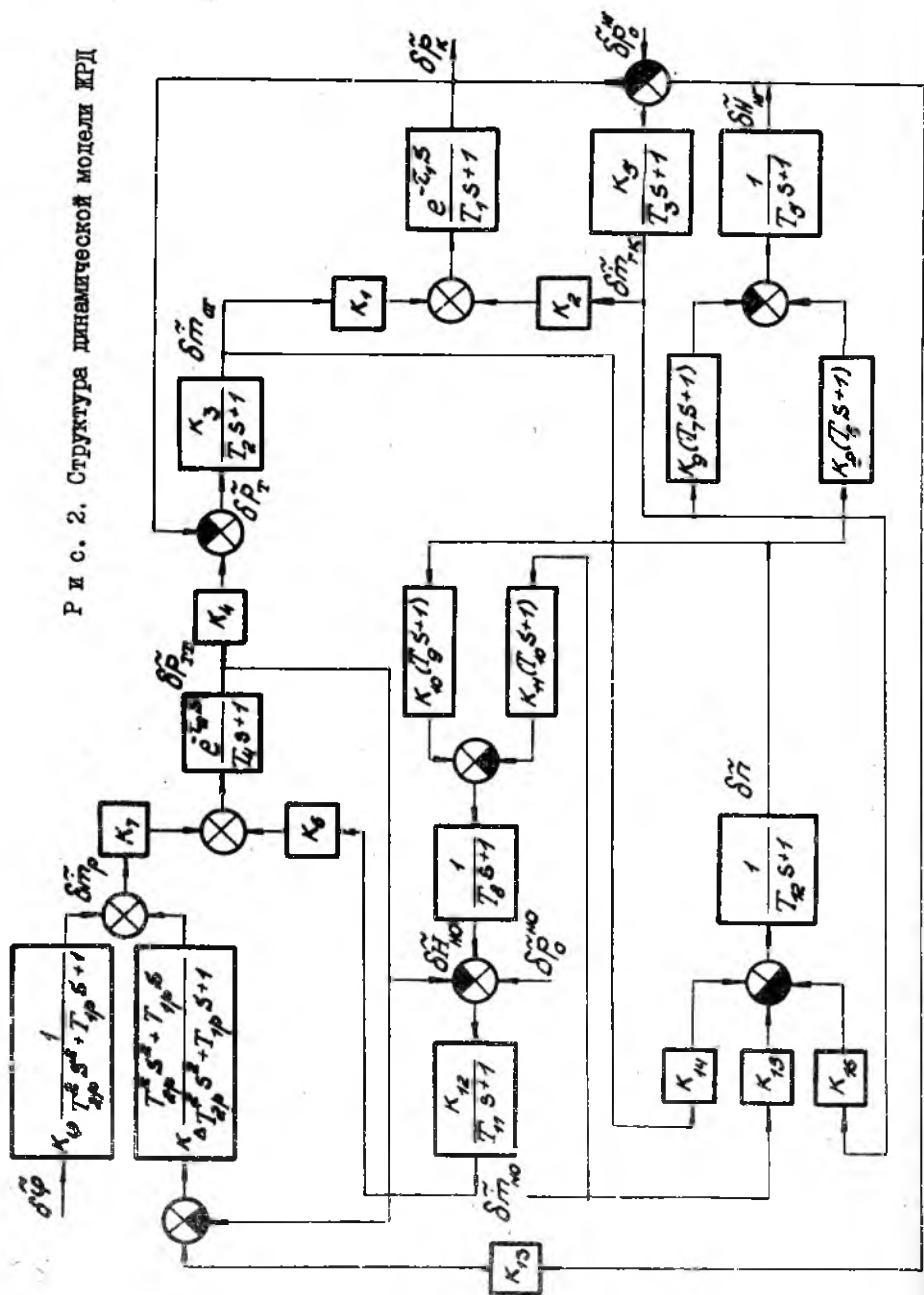
Уравнения трубопроводных линий

$$\begin{cases} -\frac{\partial p}{\partial x} = L \frac{\partial Q}{\partial \tau} + R Q^2, \\ -\frac{\partial Q}{\partial x} = C \frac{\partial p}{\partial \tau}, \end{cases} \quad (47)$$

где  $L = \frac{l}{F}$ ;  $R = \frac{r}{2dF^2\rho}$ ;  $C = \frac{F}{a^2}$  - погонные индуктивность, сопротивление и емкость трубопроводной линии.

Такое представление динамических свойств системы подачи объясняется необходимостью получения в решении осциллирующего движения

Р и с. 2. Структура динамической модели ИРД





по существу, он состоит из различных перестановок коэффициентов усиления -  $K_{pt}^0$ ,  $p, t = 1, 2, \dots, N$ . В этой связи в соответствии с системой уравнений (44) формируется матрица размером  $N \times N$ :

$$K^0(i\omega) \begin{bmatrix} K_{11}^0 & K_{12}^0 & \dots & K_{1t}^0 & \dots & K_{1N}^0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ K_{p1}^0 & K_{p2}^0 & \dots & K_{pt}^0 & \dots & K_{pN}^0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ K_{N1}^0 & K_{N2}^0 & \dots & K_{Nt}^0 & \dots & K_{NN}^0 \end{bmatrix}$$

В ней на главной диагонали размещаются комплексные коэффициенты усиления при выходных параметрах. Каждый  $t$ -й столбец - из коэффициентов при  $t$ -м параметре системы уравнений (48), а  $p$ -я строка - из коэффициентов усиления при параметрах, входящих в уравнение  $p$ -го узла. Из этой матрицы последовательно для каждого возмущения выделяются матрицы  $K(i\omega)$  и  $L(i\omega)$ . Последовательность операций при этом следующая. По координате  $t$  параметра локализации  $Y_t$  на пересечении  $t$ -го столбца с главной диагональю определяется  $p$ -я строка, подлежащая удалению. Затем из  $t$ -го столбца (с учетом удаленной  $p$ -й строки) после изменения знаков на противоположные формируется матрица комплексных коэффициентов усиления  $L(i\omega)$  по возмущению  $Y_t$  размером  $(N-1) \times 1$ . Из оставшихся после удаления  $p$ -й строки и  $t$ -го столбца элементов матрицы  $K^0(i\omega)$  формируется характеристическая матрица  $K(i\omega)$  размером  $(N-1) \times (N-1)$ .

По выделенным для  $t$ -го возмущающего воздействия матрицам  $L(i\omega)$  и  $K(i\omega)$  рассчитывается матрица частотных характеристик  $\Phi(i\omega)$  размером  $(N-1) \times 1$ . В ней первая строка содержит частотную характеристику первого параметра по  $t$ -му возмущающему воздействию, вторая - для второго параметра по  $t$ -му возмущающему воздействию и т.д.

Частотная характеристика каждого канала  $\Phi_{tK}(i\omega)$  представляет собой сумму вещественной  $Re[\Phi_{tK}(i\omega)]$  и мнимой  $Im[\Phi_{tK}(i\omega)]$  составляющих:

$$\Phi_{tK}(i\omega) = Re[\Phi_{tK}(i\omega)] + i Im[\Phi_{tK}(i\omega)],$$



$K = 1, 2, \dots, (N-1)$ , по которым определяются амплитудная частотная характеристика

$$M_{\pm K}(\omega) = \sqrt{\operatorname{Re}^2[\Phi_{\pm K}(j\omega)] + \operatorname{Im}^2[\Phi_{\pm K}(j\omega)]} \quad (49)$$

и фазовая частотная характеристика

$$\varphi_{\pm K}(\omega) = \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{Im}[\Phi_{\pm K}(j\omega)]}{\operatorname{Re}[\Phi_{\pm K}(j\omega)]} \quad (50)$$

Таким образом формируется множество частотных характеристик двигателя по различным каналам возмущающих воздействий.

При решении на ЭЦМ системы дифференциальных уравнений, описывающих динамику ЭРД с вытеснительной системой подачи, основане трудности возникают в связи с наличием уравнений типа (47). Наиболее распространенным из приближенных методов решения этих уравнений является метод характеристик.

Метод заключается в том, что для уравнений в частных производных гиперболического типа, к которым относятся (47), в плоскости  $x-\tau$  существуют два взаимнопересекающихся семейства характеристик, вдоль которых переменные  $\rho$  и  $Q$  зависят уже не от двух координат  $x$  и  $\tau$ , а только от одной — времени  $\tau$ . Математически эти зависимости представляют собой обыкновенные дифференциальные уравнения

$$\frac{d\rho}{d\tau} + \frac{a}{F} \frac{dQ}{d\tau} + \frac{a\lambda}{2d\rho F^2} Q^2 = 0; \quad (51)$$

$$-\frac{d\rho}{d\tau} + \frac{a}{F} \frac{dQ}{d\tau} + \frac{a\lambda}{2d\rho F^2} Q^2 = 0, \quad (52)$$

первое из которых выполняется вдоль характеристики  $\frac{dx}{d\tau} = a$ , а второе — вдоль характеристики  $\frac{dx}{d\tau} = -a$ .

Полученные дифференциальные уравнения представляют в виде алгебраических конечно-разностных:

$$p_{i, \tau_0 + \Delta \tau} - p_{i-1, \tau_0} + \frac{a}{F} (Q_{i, \tau_0 + \Delta \tau} - Q_{i-1, \tau_0}) + \frac{a^2}{2d\rho F^2} \Delta \tau Q_{i, \tau_0 + \Delta \tau} |Q_{i, \tau_0 + \Delta \tau}| = 0; \quad (53)$$

$$-(p_{i, \tau_0 + \Delta \tau} - p_{i+1, \tau_0}) + \frac{a}{F} (Q_{i, \tau_0 + \Delta \tau} - Q_{i+1, \tau_0}) + \frac{a^2}{2d\rho F^2} \Delta \tau Q_{i, \tau_0 + \Delta \tau} |Q_{i, \tau_0 + \Delta \tau}| = 0. \quad (54)$$

Если известны параметры неустановившегося движения в двух сечениях магистрали с координатами  $x = i-1$  и  $x = i+1$  в момент времени  $\tau_0$ , т.е. величины  $p_{i-1, \tau_0}$ ;  $p_{i+1, \tau_0}$ ;  $Q_{i-1, \tau_0}$ ;  $Q_{i+1, \tau_0}$ , то, разрешив уравнения (53) и (54) относительно  $p_{i, \tau_0 + \Delta \tau}$  и  $Q_{i, \tau_0 + \Delta \tau}$ , находят величины давления и расхода в следующий момент времени  $\tau_0 + \Delta \tau$  и для координаты  $x = i$ , определяемой точкой пересечения характеристик, выходящих из точек  $i-1$  и  $i+1$  в момент времени  $\tau$ . Величина  $\Delta \tau$  представляет собой время, за которое волна возмущения проходит расстояние между двумя соседними точками.

Для конечных сечений магистралей имеется по одному характеристическому соотношению (53) и (54), которые дополняются граничными условиями. Для начального сечения ( $x = 0$ ), в котором находится топливный бак, граничное условие имеет вид

$$p(\tau) = p_{ном}.$$

В конечном сечении ( $x = l$ ) установлен электромагнитный клапан двигателя, описываемый соотношением

$$\dot{m}(\tau) = R \bar{c}_{кл} \sqrt{p(\tau) - p_k(\tau)}, \quad (55)$$

где  $p_k$  - давление в камере двигателя;

$\bar{c}_{кл}$  - относительное время срабатывания клапана.

При расчете переходных процессов в ЯРД на ЭЦВМ решается система, включающая уравнения (53), (54), а также уравнения (55) и (45), записанные в форме конечных разностей.

Преимущества аналоговых вычислительных машин (АВМ), такие как простота производимых операций, оперативность и наглядность решений, дешевизна в эксплуатации делают их незаменимыми для решения некоторых задач динамики ЯРД. Здесь можно привести примеры эффективного

использования АЭМ для автономной обработки агрегатов автоматики, решения задач коррекции и т. д.

Соответствие машинным переменным (напряжениям) АЭМ физических переменных моделируемого объекта определяется в виде соотношений

$$U_x = m_x x(\tau),$$

где  $U_x$  - соответствующая машинная переменная;

$m_x$  - масштаб моделирования по этой переменной;

$x(\tau)$  - физическая переменная.

В определенном масштабе представляется и реальное время

$$t = m_t \tau,$$

где  $t$  - машинное время.

Это позволяет при  $m_t \gg 1$  получить на АЭМ реальные процессы в замедленном темпе, что имеет свои преимущества при анализе динамических процессов, например, в быстродействующих системах, какими являются ЖРД и их агрегаты.

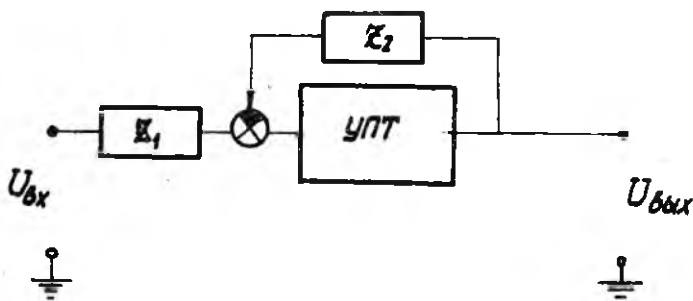
В основу структуры АЭМ положена совокупность решающих блоков в виде операционных усилителей, выполняющих действия умножения на постоянный коэффициент, интегрирования и дифференцирования. Типовая структура операционного усилителя приведена на рис. 3. В линии прямой связи усилителя постоянного тока (УПТ) находится операторное сопротивление  $Z_1$ , сам УПТ охвачен отрицательной обратной связью, в которой установлено операторное сопротивление  $Z_2$ . По правилам соединения звеньев суммарная передаточная функция такой системы определяется как

$$W_x(s) = \frac{\tilde{U}_{\text{вых}}}{\tilde{U}_{\text{вх}}} = \frac{1}{Z_1} \frac{K}{1 + K \frac{1}{Z_2}} \approx \frac{Z_2}{Z_1},$$

в условиях пренебрежения числом  $\frac{1}{K}$ , что оправдано, в связи со значительной величиной  $K$  - коэффициента усиления УПТ.

В схемах АЭМ усилитель обладает свойством инверсии, т.е. перемены знака входного сигнала  $U_{\text{вх}}$  на противоположный, т.е.

$$W_x(s) = - \frac{Z_2}{Z_1}.$$



Р и с. 3. Схема операционного усилителя АВМ

В случае, когда в цепях прямой и обратной связи устанавливаются резисторы  $Z_1 = R_1$ ;  $Z_2 = R_2$ , операционный усилитель выполняет действие умножения на постоянный коэффициент „а“:

$$W_{\Sigma}(s) = -R_2 / R_1 = -a.$$

При  $Z_1 = R_1$ ,  $Z_2 = \frac{1}{sC}$ , т.е. в цепи обратной связи устанавливается емкость „С“, он выполняет действия интегрирования:

$$W_{\Sigma}(s) = -\frac{1}{R_1 C s}.$$

Наличие таких элементов – интеграторов в схеме АВМ определяет порядок машины, т.е. способность ее последовательно проинтегрировать систему дифференциальных уравнений этого порядка.

В случае, когда  $Z_1 = \frac{1}{sC}$ ,  $Z_2 = R_2$ , т.е. емкость установлена в цепи прямой связи,

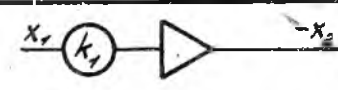
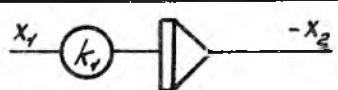
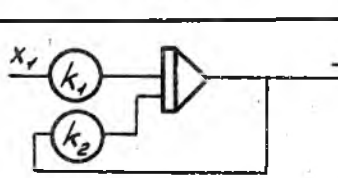
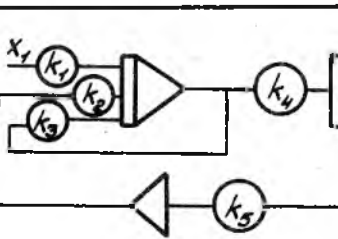
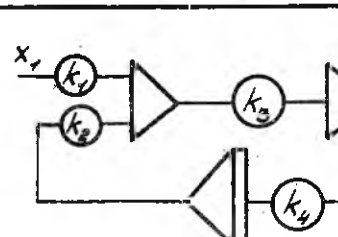
$$W_{\Sigma}(s) = -R_2 C s$$

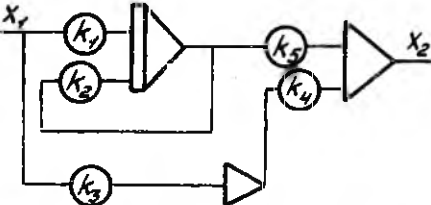
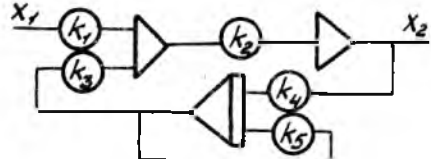
и операционный усилитель выполняет действие дифференцирования.

В практике решения задач динамики ЭРД на АВМ наиболее широко применяются методы структурного моделирования, когда каждому оператору моделируемой системы ставится в соответствие на АВМ блок его машинной реализации. Это в значительной мере упрощает операции отладки модели, ее коррекцию по результатам экспериментов на натуральных объектах.

Схемы набора наиболее распространенных операторов представлены в табл. I.

Таблица I

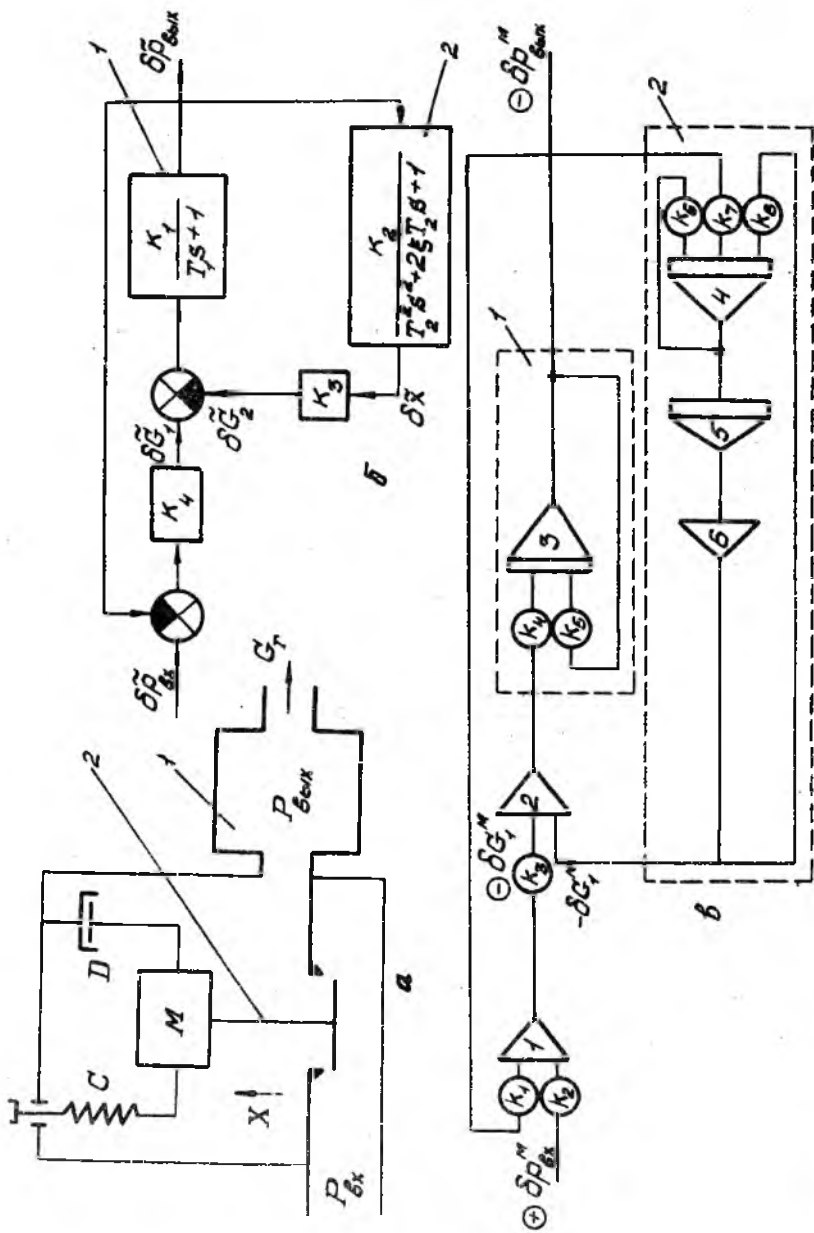
Передаточная функция	Схема набора	Расчет коэффициентов схемы
$W = \frac{\tilde{x}_2}{\tilde{x}_1} = -\kappa$		$k_1 = -\kappa \frac{m_{x2}}{m_{x1}}$
$W = \frac{\tilde{x}_2}{\tilde{x}_1} = \frac{\kappa}{s}$		$k_1 = -\kappa \frac{m_{x2}}{m_{x1} m_c}$
$W = \frac{\tilde{x}_2}{\tilde{x}_1} = \frac{\kappa}{Ts+1}$		$k_1 = \kappa \frac{m_{x2}}{m_{x1} T m_c}$ $k_2 = \frac{1}{m_c T}$
$W = \frac{\tilde{x}_2}{\tilde{x}_1} = \frac{\kappa}{T^2 s^2 + 2\xi Ts + 1}$		$k_1 = k_2 = \frac{\kappa m_{x2}}{m_{x1} T^2 m_c^2}$ $k_3 = \frac{2\xi m_{x2}}{m_c T m_{x1}}$ $k_4 = k_5 = 1$
$W = \frac{\tilde{x}_2}{\tilde{x}_1} = \frac{\kappa T_1 s}{T_2 s + 1}$		$k_1 = \kappa \frac{T_1 m_{x2}}{T_2 m_{x1}}$ $k_2 k_4 = \frac{1}{T_2 m_c}$ $k_3 = 1$

Передаточная функция	Схема набора	Расчет коэффициентов схемы
$W = \frac{\tilde{x}_2}{\tilde{x}_1} = \frac{\kappa(T_1 s + 1)}{T_2 s + 1}$ $T_1 < T_2$		$k_1 k_5 = \kappa \frac{T_1}{T_2} \frac{m_{x2}}{m_{x1} m_c}$ $k_2 = 1 / T_2 m_c$ $k_3 k_4 = \kappa \frac{T_1 m_{x2}}{T_2 m_{x1}}$
$W = \frac{\tilde{x}_2}{\tilde{x}_1} = \frac{\kappa(T_1 s + 1)}{T_2 s + 1}$ $T_1 > T_2$		$k_1 = \kappa \frac{T_1}{T_2} \frac{m_{x2}}{m_{x1}}$ $k_2 = 1$ $k_3 k_4 = \frac{1}{m_c T_2} \frac{1}{m_c T_1}$ $k_5 = 1 / m_c T_1$

Рассмотрим пример построения автономной модели регулятора давления газа (редуктора) и реализации ее решения на АВМ.

На рис. 4,а представлена принципиальная схема статического регулятора прямого действия, выполняющего функцию поддержания давления в объекте регулирования (газовой емкости). Такой регулятор используется, например, в системе наддува топливных баков ЖРДУ.

Поддержание давления  $p_{объект}$  в объекте регулирования с точностью до статизма регулятора осуществляется путем изменения проходного сечения регулирующего органа (дроссельного клапана), настройка которого производится соответствующей затяжкой пружины. Типовая система линеаризованных уравнений, описывающая движение в системе "объект-регулятор", может быть представлена в следующем виде. Объект регулирования - емкость, в которой на расходном режиме регулятор с точностью до статизма поддерживает закон  $p_{объект} = const$ :



Р и с. 4. Моделирование на АВР регулятора напряжения; а - принципиальная схема регулятора; б - структурная схема модели системы "объект-регулятор"; в - набор параметров модели на АВР

$$\frac{p_{вх} V}{G_r (RT)_r} \frac{d\delta p_{вх}}{d\tau} + \delta p_{вх} = K_1 \delta G_r,$$

где  $V$  - объем емкости;  $K_1 = \frac{p_{вх}}{G_r}$ .

$$\delta G_r = K_3 \delta x + K_4 (\delta p_{вх} - \delta p_{вых});$$

$$K_3 = G_r / x \quad \text{при } p_{вх} - p_{вых} = \text{const};$$

$$K_4 = G_r / 2 (p_{вх} - p_{вых}) \quad \text{при } x = \text{const}.$$

Сам регулятор - совокупность чувствительного элемента (штока, опирающегося на мембрану) и исполнительного элемента (дросселя переменного сечения):

$$\frac{M}{C} \frac{d^2 \delta x}{d\tau^2} + \frac{D}{C} \frac{d\delta x}{d\tau} + \delta x = K_2 \delta p_{вых},$$

$$K_2 = F_M / C,$$

где  $M$  - масса подвижных частей регулятора;

$C$  - жесткость пружины;

$D$  - линеаризованный коэффициент трения;

$F_M$  - площадь мембраны.

Таким образом, объект регулирования 1 представляется передаточной функцией апериодического звена, а регулирующий орган 2 - передаточной функцией колебательного звена, этому соответствует структурная схема модели систем "объект-регулятор" (рис. 4,б). В соответствии с ней составляется схема набора задачи на АЭМ (рис. 4,в). Значения коэффициентов передаточных операционных усилителей с учетом масштабных соотношений определяются по табл. I.

На данной модели можно оценивать устойчивость системы, определять параметры качества переходных процессов.



Решение задач динамики на АВМ актуально в связи с современным развитием отечественных аналоговых машин (АВК-31, АВК-32, АВК-33, ЭМУ-200). Многие процедуры, характерные для аналоговой техники (коммутация решающих цепей, задание постоянных коэффициентов, настройка нелинейных блоков), в этих машинах автоматизированы. Устройства ввода-вывода информации аналогичны тем, которые применяются для ЭЦМ.

Перспективным направлением использования устройств аналоговой техники является сопряжение их с цифровыми машинами, т.е. создание аналого-цифровых вычислительных систем (АЦВС). И в заключение остановимся еще на одном методе реализации решений динамических моделей ЖРД, основанном на использовании электродинамических аналогий (ЭДА). В свое время эти приемы широко использовались в различных областях техники [2, 10], но с внедрением ЭЦМ и АВМ они отошли на второй план и, надо отметить, не совсем заслуженно.

Простота, оперативность этого метода моделирования, наглядность получаемой информации, минимальные затраты на реализацию дают ему определенные преимущества по сравнению с традиционными.

В основу метода электродинамических аналогий положено формальное сходство дифференциальных уравнений, описывающих движение в элементах пневмогидравлических систем и в соответствующих электрических цепях. Известно, что любому из типовых динамических звеньев, рассматриваемых в курсе теории автоматического регулирования, таких как статическое усилительное, аperiodическое, колебательное интегрирующее и дифференцирующее можно сформировать соответствующий электрический аналог [8, 10].

Особенно эффективен метод ЭДА при решении задач динамики для протяженных и разветвленных пневмогидравлических линий. Подобные задачи часто возникают при исследовании свойств систем топливопитания ЖРДУ. Исследователь встречается с необходимостью решения совокупности блоков уравнений вида

$$\left\{ \begin{array}{l} -\frac{\partial p}{\partial x_a} = L_a \frac{\partial Q}{\partial \tau_a} + R_a Q; \\ -\frac{\partial Q}{\partial x_a} = C_a \frac{\partial p}{\partial \tau_a} \end{array} \right. \quad (56)$$

Здесь индекс „а“ означает принадлежность к акустической линии. Причем для сложных, многоэлементных систем количество таких блоков может быть значительным. Это вызывает известные трудности (например, ограничения по порядку решаемой системы уравнений) при использовании таких вычислительных устройств, как АЭМ.

Метод же ЭДА практически не имеет таких ограничений, так как число соответствующих ячеек, моделирующих систему (50), может быть произвольным. Важно лишь рационально выбрать их достаточное (минимальное) количество для адекватного описания свойств моделируемой системы.

Формально блоку уравнений (50) можно поставить в соответствие систему телеграфных уравнений, описывающих движение в электрической цепи

$$\begin{cases} -\frac{\partial U}{\partial x_3} = L_3 \frac{di}{\partial t_3} + R_3 i; \\ -\frac{\partial i}{\partial x_3} = C_3 \frac{\partial U}{\partial t_3}. \end{cases} \quad (57)$$

Здесь индекс „э“ означает принадлежность к электрической цепи.

Из сравнения систем уравнений (56) и (57) видно, что они совершенно одинаковы по структуре. При этом между физическими параметрами, входящими в них, можно установить следующее соответствие:

$$x_a \rightarrow x_э; \tau_a \rightarrow \tau_э; L_a \rightarrow L_э; C_a \rightarrow C_э; R_a \rightarrow R_э; p \rightarrow U; q \rightarrow i.$$

Если ввести масштабные связи между этими параметрами, то получим

$$\begin{aligned} U &= m_p p; \quad i = m_q q; \quad \tau_э = m_\tau \tau_a; \\ x_э &= m_x x_a; \quad L_э = m_L L_a; \quad C_э = m_C C_a; \\ R_э &= m_R R_a. \end{aligned} \quad (58)$$

Используя соотношения (58), перепишем систему уравнений (57):

$$\begin{cases} -\frac{\partial p}{\partial \omega_a} = \frac{m_b m_a m_x}{m_r m_p} L_a \frac{\partial Q}{\partial \tau_a} + \frac{m_R m_a m_x}{m_p} R_a Q; \\ -\frac{\partial Q}{\partial \omega_a} = \frac{m_b m_r m_x}{m_a m_r} C_a \frac{\partial p}{\partial \tau_a}. \end{cases} \quad (59)$$

При соотношения между масштабными коэффициентами

$$\frac{m_b m_a m_x}{m_r m_p} = \frac{m_R m_a m_x}{m_p} = \frac{m_b m_r m_x}{m_a m_r} = 1 \quad (60)$$

системы уравнений (56) и (59) тождественны.

Масштаб частот следует непосредственно из анализа размерностей и определяется равенством

$$m_\omega = \frac{1}{m_r}.$$

Таким образом, семь независимых параметров  $m_r, m_a, m_\omega, m_b, m_c, m_R, m_x$  связывают только три уравнения (60). Задав три величины четырех параметров (чаще всего это  $m_r, m_\omega, m_a, m_x$ ), оставшиеся три масштаба можно определять как

$$m_R = \frac{m_p}{m_a m_x}; \quad m_c = \frac{m_a}{m_r m_x m_\omega}; \quad m_b = \frac{m_p}{m_a m_x m_\omega}.$$

При использовании метода конечных элементов для системы уравнений (56), когда погонные параметры линии  $L_a, C_a, R_a$  заменяются значениями для элемента  $\Delta l$  конечной протяженности  $L_{\Delta a}; C_{\Delta a}; R_{\Delta a}$ , масштаб  $m_x$  теряет смысл и можно принять  $m_x = 1$ . Тогда появляется возможность независимого назначения еще одного масштаба, например  $m_b$ . С целью уменьшения габаритов модели и ее энергопотребления стараются минимизировать масштабы  $m_b$  и  $m_c$ , что вызывает необходимость увеличения масштаба  $m_\omega$ . То есть диапазон рабочих частот на модели значительно превышает соответствующий диапазон характерных частот процессов, используемых для визуального контроля решений и их регистрации, наблюдаемых в объекте (в 100, 1000 раз). При современных устройствах это, как правило, не вызывает неудобств.

На рис. 5 приведена схема аналитической модели ЖРДУ с вытеснительной системой топливоподачи. Расходные емкости моделируются источниками постоянного тока, линии подвода компонентов – совокупностью  $L-R-C$  цепочек, клапанное устройство – электронными ключами, камера  $R-C$  – цепочкой с блоком задержки. Сами модели могут быть выполнены как универсальными, так и специализированными, т.е. для исследования ДУ определенной схемы.

Методами структурного моделирования можно реализовать модель практически любого приближения с учетом многих факторов, свойственных ДУ с ЖРД. Среди них – распределенность параметров гидравлических линий топливопитания, нелинейность элементов сосредоточенных сопротивлений, запаздывание воспламенения компонентов в камере и т.д. Схемная реализация всех этих факторов усложняет модель, делает ее менее оперативной, усложняет управление ее работой. В связи с этим возникает задача оптимизации этих моделей, под которой понимается совокупность операций над схемой модели, которые при сохранении требуемой точности моделирования позволяли бы уменьшить количество элементов и упростить схему модели.

С целью упрощения моделей обычно используются приемы аппроксимации характеристик отдельных элементов моделируемой системы зависимостями, обеспечивающими наиболее простые структуры блоков. В частности, трубопроводные линии, являющиеся элементами с распределенными параметрами, представляются электрическими схемами в виде совокупности конечного числа ячеек с сосредоточенными емкостью, индуктивностью и активным сопротивлением. При этом возникает задача оптимизации числа ячеек и закона их распределения по участкам моделируемой линии. Эта же задача очень актуальна в случае решения на АВМ, где максимальный порядок системы уравнений весьма ограничен.

Вследствие аппроксимации, а также ряда методических и инструментальных погрешностей, характеристики блоков модели отличаются от свойств соответствующих элементов физической системы. При моделировании таких разветвленных систем, к которым относятся ДУ КА, обычно задается допустимая погрешность отображения на модели характеристики моделируемой системы в целом, а допустимые при этом погрешности отображения характеристик составляющих элементов неизвестны и подлежат определению. Одна и та же точность моделирования может быть



достигнута при различных соотношениях погрешностей характеристик отдельных блоков. Такая постановка задачи целесообразна особенно при разработке эффективных средств динамической коррекции с помощью моделей, так как позволяет определить, на сколько и в каком блоке системы необходимо ввести управление с целью деформации динамических свойств в требуемом направлении.

Очевидно, что требование оптимальности будет выполнено, когда на модели реализовано такое соотношение между погрешностями характеристик блоков, при котором заданная точность моделирования обеспечивается при максимальной сумме величин погрешностей характеристик составляющих блоков, взятых со своими весовыми коэффициентами.

Приведем в качестве примера постановку задачи оптимизации модели по числу ячеек при условии обеспечения заданной точности моделирования матрицы частотных характеристик разветвленной гидравлической цепи. Оценка точности решения в частотной области в этом случае является предпочтительной, так как по сравнению с другими (например, по параметрам переходных процессов) она обладает большей информативностью.

При решении задачи полагается, что реализована некоторая исходная модель, которая подлежит оптимизации и на которой возможно определение приближенных значений функций чувствительности по отношению к вариациям коэффициентов передачи блоков.

Под блоком понимается модель отдельного трубопровода цепи. Погрешность моделирования разветвленной цепи с  $m$  входами и  $n$  выходами определяется матрицей модулей отклонения частотных характеристик  $\Delta M = |\Phi - \Phi_M|$  с нормой

$$\|\Delta M\| = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m N_{ij} \frac{1}{\Delta \omega} \int_{\omega_1}^{\omega_2} \Delta M_{ij} d\omega \leq \varepsilon, \quad (61)$$

где  $\Phi$  - матрица частотных характеристик цепи;

$\Phi_M$  - матрица частотных характеристик модели;

$N_{ij}$  и  $\Delta M_{ij} = |\Phi_{ij} - \Phi_{Mij}|$  - соответственно вес, характеризующий значимость характеристики  $\Phi_{ij}$ , и модуль отклонения ее вследствие погрешностей, связанных с моделированием;

$\delta$  - допустимая норма матрицы отклонений;

$\omega_1$  и  $\omega_2$  - нижняя и верхняя границы модулируемой полосы частот.

На основе соотношения (61) могут быть установлены допустимые погрешности моделирования частотных характеристик отдельных элементов трубопроводной линии

$$\|\Delta Z\|_{\nu} = \sqrt{\sum_{r=1}^4 \frac{1}{\Delta \omega} \int_{\omega_1}^{\omega_2} |\Delta Z_{r\nu}|^2 d\omega}, \quad (62)$$

где  $\Delta Z_{r\nu} = Z_{r\nu} - Z_{r\nu M}$ ;

$Z_{r\nu}$  и  $Z_{r\nu M}$  - соответственно  $r$ -частотная характеристика трубопровода  $\nu$  и ее отображение на модели.

Таким образом, величина  $\Delta M_{ij}$  может быть определена как

$$\Delta M_{ij} = \left| \sum_{\nu=1}^4 \sum_{r=1}^4 \frac{\partial \Phi_{ij}}{\partial Z_{r\nu}} \Delta Z_{r\nu} \right|, \quad (63)$$

где  $\frac{\partial \Phi_{ij}}{\partial Z_{r\nu}}$  - функция чувствительности частотной характеристики цепи по отношению к вариациям  $r$ -й характеристики  $\nu$ -го блока.

Каждая из функций чувствительности может быть определена на исходной модели, при этом производится и оценка весов  $N_{ij}$ .

В конечном итоге результаты можно представить как допустимые погрешности элементов цепи  $L, R, C$  при заданном числе ячеек или как получение закона распределения ячеек по модели линии при известных погрешностях элементов  $L, R, C$  [1, 2]. Результаты по влиянию погрешностей (отклонений от номинальных значений) элементов  $L, R, C$  могут быть использованы и в решении задач динамической коррекции, актуальных в технике ЖРД именно для трубопроводных линий.

#### 4. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ТЕХНИЧЕСКОЙ ДИАГНОСТИКИ НА ДИНАМИЧЕСКИХ МОДЕЛЯХ ЖРД

Для такой сложной и энергетически напряженной системы, как ЖРД, решение задач диагностики технического состояния, раннего обнаружения неисправности и, в конечном итоге, определения причин аномалии и локализации места ее начального проявления (с точностью до узла двигателя) имеет огромное значение.

Как правило, анализ материальной части после аварийного испытания не позволяет получить точный диагноз, так как разрушения могут быть очень значительными. В таких случаях анализируется имеющаяся измерительная информация. Процесс анализа должен быть рациональным, особенно нужно иметь в виду требуемую быстроту проведения этих операций. Здесь существенную роль могут играть методы анализа, основанные на использовании динамических моделей.

Традиционно развиты приемы построения картотеки развития переходных процессов при задании различных возмущений в узлах (ТНА, газогенераторе и т.д.). Рассчитываются параметры переходных процессов относительно измеряемых при испытании параметров двигателя. И по совпадению характерных участков, зарегистрированных при испытании процессов, предшествующих аварийной ситуации или сопровождающих ее, и расчетных данных из имеющейся картотеки судят о причине и месте неисправности.

Процесс анализа, конечно, должен подразумевать применение вычислительной техники как для получения расчетных переходных процессов, так и для вариантных переборов при решении задачи идентификации. Эти методы нашли достаточно широкое освещение в литературе [4, 7].

Рассмотрим более подробно методы анализа состояния и локализации источника нестационарности или неисправности, которые применяются в технике испытаний ЖРД сравнительно недавно. За основу анализа приняты имеющаяся детерминированная динамическая модель двигателя, составленная в отклонениях, а зарегистрированная при испытании информация о низкочастотных пульсациях параметров. К сожалению, эта информация редко подвергалась тщательному анализу. Традиционно определялись статические характеристики двигателя и показатели быстропеременных процессов (вибрации, пульсации).



Развитие же как самой измерительной техники для испытаний ДРД, так и методов автоматизации обработки результатов, а также использование аналитических приемов динамического моделирования позволили изменить отношение к этой важной информации о процессах, происходящих в двигателе, и использовать низкочастотные пульсации для диагностики.

Результаты исследования низкочастотного (НЧ) пульсационного состояния позволяют представить типичный механизм его формирования следующим образом. При функционировании двигателя в его пневмогидравлической схеме имеют место рабочие процессы, которые являются внутривыкатными источниками низкочастотных случайных возмущений и генерирует колебательную энергию, составляющую энергетическую основу пульсационного состояния. Низкочастотные случайные возмущения по пневмогидравлическим трактам и механическим связям (ропор ТНА) распространяются по всему двигателю.

Такой механизм формирования низкочастотного пульсационного состояния может быть условно представлен в виде динамической системы с  $n$  выходами, находящейся под воздействием  $q$  случайных возмущений (входных процессов)  $\delta x_i(\tau)$ ,  $i = 1, 2, \dots, q$ . Каждый выходной процесс  $\delta y_p(\tau)$ ,  $p = 1, 2, \dots, q$  представляет собой сумму линейных преобразований  $\xi_j(\tau)$ ,  $j = 1, 2, \dots, n$ , а все отклонения от этой идеализированной модели входят в аддитивную помеху  $\xi_p(\tau)$ ,  $p = 1, 2, \dots, n$ .

Для аналитического описания динамической зависимости выходных процессов  $\delta y_p(\tau)$  от возмущающих воздействий  $\delta x_i(\tau)$  применим математический аппарат теории линейных преобразований случайных функций при следующих допущениях:

источники низкочастотных случайных возмущений являются точечными;

входные и выходные процессы представляют собой стационарные и стационарно связанные случайные процессы;

динамическая система является линейной, устойчивой и стационарной;

аддитивная помеха представляет собой стационарный случайный процесс, не коррелированный с входными возмущающими воздействиями.

В общем виде система уравнений, описывающая низкочастотные случайные процессы в динамической системе, имеет вид

$$\begin{cases}
 A_{11} \delta \dot{y}_1(\tau) + B_{11} \delta y_1(\tau) + C_{11} \delta y_1(\tau - \tau_{11}) + \dots \\
 \dots + A_{1n} \delta \dot{y}_n(\tau) + B_{1n} \delta y_n(\tau) + C_{1n} \delta y_n(\tau - \tau_{1n}) = \\
 = F_{11} \delta \dot{x}_1(\tau) + Q_{11} \delta x_1(\tau) + P_{11} \delta x_1(\tau - \tau_{11}) + \dots \\
 \dots + F_{1q} \delta \dot{x}_q(\tau) + Q_{1q} \delta x_q(\tau) + P_{1q} \delta x_q(\tau - \tau_{1q}); \\
 \dots \\
 \dots \\
 A_{n1} \delta \dot{y}_1(\tau) + B_{n1} \delta y_1(\tau) + C_{n1} \delta y_1(\tau - \tau_{n1}) + \dots \\
 \dots + A_{nn} \delta \dot{y}_n(\tau) + B_{nn} \delta y_n(\tau) + C_{nn} \delta y_n(\tau - \tau_{nn}) = \\
 = F_{n1} \delta \dot{x}_1(\tau) + Q_{n1} \delta x_1(\tau) + P_{n1} \delta x_1(\tau - \tau_{n1}) + \dots \\
 \dots + F_{nq} \delta \dot{x}_q(\tau) + Q_{nq} \delta x_q(\tau) + P_{nq} \delta x_q(\tau - \tau_{nq}).
 \end{cases} \quad (64)$$

Принятые допущения позволяют найти решения для этой системы в частотной области.

Применим способ, содержащий переходы к спектральным характеристикам следующего вида

$$\begin{aligned}
 \delta y_i \delta y_p(i\omega) &= M[y_i^*(i\omega) y_p(i\omega)] / T; \\
 \delta x_k \delta x_h(i\omega) &= M[x_k^*(i\omega) x_h(i\omega)] / T,
 \end{aligned} \quad (65)$$

где  $M$  — математическое ожидание выражения, стоящего в квадратных скобках;

$T$  — длина реализации;

$y_i^*$ ,  $x_k^*$  — параметры, взятые из эксперимента.

Для реализации этого способа систему уравнений (64) представим в преобразованиях Фурье

$$\begin{cases}
 K_{11}(i\omega) y_1(i\omega) + \dots + K_{1n}(i\omega) y_n(i\omega) = L_{11}(i\omega) x_1(i\omega) + \dots + L_{1q}(i\omega) x_q(i\omega); \\
 \dots \\
 \dots \\
 K_{n1}(i\omega) y_1(i\omega) + \dots + K_{nn}(i\omega) y_n(i\omega) = L_{n1}(i\omega) x_1(i\omega) + \dots + L_{nq}(i\omega) x_q(i\omega)
 \end{cases}$$

или в матричном виде

$$K(i\omega)Y(i\omega) = L(i\omega)X(i\omega), \quad (66)$$

где  $K(i\omega)$  — частотная матрица объекта;

$L(i\omega)$  — матрица комплексных коэффициентов усиления динамических звеньев по возмущающим воздействиям;

$Y(i\omega)$  — столбец выходных параметров в преобразованиях Фурье;

$X(i\omega)$  — столбец возмущающих воздействий в преобразованиях Фурье.

Матрицы, входящие в уравнение (66), соответственно равны

$$K(i\omega) = \begin{bmatrix} K_{11}(i\omega) & K_{12}(i\omega) & \dots & K_{1n}(i\omega) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ K_{n1}(i\omega) & K_{n2}(i\omega) & \dots & K_{nn}(i\omega) \end{bmatrix}$$

$$L(i\omega) = \begin{bmatrix} L_{11}(i\omega) & L_{12}(i\omega) & \dots & L_{1q}(i\omega) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ L_{n1}(i\omega) & L_{n2}(i\omega) & \dots & L_{nq}(i\omega) \end{bmatrix}$$

$$Y(i\omega) = \begin{bmatrix} y_1(i\omega) \\ y_2(i\omega) \\ \dots \\ y_n(i\omega) \end{bmatrix} \quad X(i\omega) = \begin{bmatrix} x_1(i\omega) \\ x_2(i\omega) \\ \dots \\ x_n(i\omega) \end{bmatrix}$$

Решая матричное уравнение (66) относительно столбца выходных параметров, найдем

$$Y(i\omega) = \Phi(i\omega) \cdot X(i\omega) = \begin{vmatrix} \Phi_{x_1 y_1} \cdot X_1 + \Phi_{x_2 y_1} \cdot X_2 + \dots + \Phi_{x_q y_1} \cdot X_q \\ \dots \\ \Phi_{x_1 y_n} \cdot X_1 + \Phi_{x_2 y_n} \cdot X_2 + \dots + \Phi_{x_q y_n} \cdot X_q \end{vmatrix}$$

Здесь  $\Phi(i\omega) = K(i\omega)^{-1} L(i\omega)$  (67)

— матрица частотных характеристик двигателя.

Это решение матричного уравнения (66) отражает идеализированный случай, когда пульсации параметров  $\delta y_p(\tau)$  полностью формируются известными входными возмущениями  $\delta x_i(\tau)$ .

Для приближения модели к свойствам реального двигателя к каждому решению  $\delta y_p(\tau)$ ,  $p = 1, 2, \dots, n$  добавляется аддитивная погрешность  $\xi_p(\tau)$ ,  $p = 1, 2, \dots, n$ , преобразование Фурье для которой обозначим  $\theta_p(i\omega)$ ,  $p = 1, 2, \dots, n$ .

Тогда общее решение принимает вид

$$Y(i\omega) = \Phi(i\omega)X(i\omega) + \theta(i\omega),$$

где

$$\theta(i\omega) = \begin{bmatrix} \theta_1(i\omega) \\ \theta_2(i\omega) \\ \dots \\ \theta_n(i\omega) \end{bmatrix}$$

— столбец неизвестной аддитивной погрешности в преобразовании Фурье.

Для определения спектральной плотности произвольно взятых пар выходных параметров  $\delta y_i(\tau), \delta y_p(\tau), i, p = 1, 2, \dots, n$  определим следующее матричное произведение:

$$Y^*(i\omega)Y(i\omega) = \begin{bmatrix} y_1^* y_1 & y_1^* y_2 & \dots & y_1^* y_n \\ y_2^* y_1 & y_2^* y_2 & \dots & y_2^* y_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ y_n^* y_1 & y_n^* y_2 & \dots & y_n^* y_n \end{bmatrix}$$

в котором произвольный элемент результирующей матрицы определяется как

$$\begin{aligned}
 y_{\ell}^* y_p &= (\Phi_{x_1 y_{\ell}}^* x_1^* + \Phi_{x_2 y_{\ell}}^* x_2^* + \dots + \Phi_{x_q y_{\ell}}^* x_q^* + \theta_{\ell}^*) \times \\
 &\times (\Phi_{x_1 y_p} x_1 + \Phi_{x_2 y_p} x_2 + \dots + \Phi_{x_q y_p} x_q + \theta_p) = \\
 &= (\Phi_{x_1 y_{\ell}}^* \Phi_{x_1 y_p} x_1^* x_1 + \Phi_{x_1 y_{\ell}}^* \Phi_{x_2 y_p} x_1^* x_2 + \dots + \Phi_{x_q y_{\ell}}^* \Phi_{x_q y_p} x_q^* x_q^* \\
 &+ \Phi_{x_q y_{\ell}}^* x_q^* \theta_p + \dots + \Phi_{x_q y_{\ell}}^* \theta_{\ell}^* x_q + \theta_{\ell}^* \theta_p).
 \end{aligned}$$

Выполнив над элементами матрицы преобразования вида (65) и учитывая допущение о том, что

$$S_{\xi_r x_2} = S_{x_r \xi_p} = 0; \quad \ell, p = 1, 2, \dots, n; \quad r = 1, 2, \dots, q,$$

получаем

$$S_y^{np}(i\omega) = M\{Y^*(i\omega)Y^T(i\omega)\}/T =$$

$$= \begin{bmatrix} S_{y_1 y_1}^{np} & \dots & S_{y_1 y_n}^{np} \\ \dots & \dots & \dots \\ S_{y_n y_1}^{np} & \dots & S_{y_n y_n}^{np} \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} (\Phi_{x_1 y_1}^* \Phi_{x_1 y_1} S_{x_1 x_1} + \dots + \Phi_{x_q y_1}^* \Phi_{x_q y_1} S_{x_q x_q} + S_{\xi_1 \xi_1}) \dots \\ \dots (\dots + \Phi_{x_q y_1}^* \Phi_{x_q y_n} S_{x_q x_q} + S_{\xi_1 \xi_n}) \\ \dots \\ \dots \\ (\Phi_{x_1 y_n}^* \Phi_{x_1 y_n} S_{x_1 x_1} + \dots + \Phi_{x_q y_n}^* \Phi_{x_q y_n} S_{x_q x_q} + S_{\xi_n \xi_1}) \dots \\ \dots (\dots + \Phi_{x_q y_n}^* \Phi_{x_q y_n} S_{x_q x_q} + S_{\xi_n \xi_n}). \end{bmatrix}$$

Из итогового выражения следует, что прогноз спектральной плотности низкочастотных пульсаций произвольной пары параметров  $\delta y_r$ ,  $\delta y_p$ ,  $\ell, p = 1, 2, \dots, n$  имеет вид

$$S_{y_\ell y_p}^{np} = \sum_{k=1}^q \sum_{h=1}^q \Phi_{x_k y_\ell}^* \Phi_{x_h y_p} S_{x_k x_h} + S_{\xi_p \xi_p} \quad (68)$$

Выражение (68) позволяет свести многомерную систему с  $q$  входами и  $n$  выходами к набору более простых частотных систем с  $q$  входами, но с одним выходом. Для учета перекрестных связей, которые характерны для схемы КРД, используется прием размыкания обратных связей, из них создаются дополнительные, искусственные каналы. Тогда в выражении (68) появляются дополнительные слагаемые в количестве, равном числу значимых обратных связей  $r$ , и новое число входов становится

$$q^* = q + r.$$

Выражение (68) имеет следующую физическую интерпретацию. Прогноз спектральной плотности низкочастотных пульсаций произвольной пары выходных параметров  $\delta y_\ell$ ,  $\delta y_p$  состоит из двух частей.

Первую составляющую

$$S_{y_\ell y_p}^{np} = \sum_{k=1}^q \sum_{h=1}^q \Phi_{x_k y_\ell}^* \Phi_{x_h y_p} S_{x_k x_h} \quad (69)$$

полностью определяют известные внутривыкательные источники возмущений. В соответствии с (69) эта составляющая определяется по оценкам спектральной плотности возмущающих воздействий  $\hat{S}_{x_k x_h}$ ,  $k, h = 1, 2, \dots, q^*$ , полученных из эксперимента, и расчетным частотным характеристикам  $\Phi_{x_k y_\ell}$ ,  $\Phi_{x_h y_p}$ ,  $\ell, p = 1, 2, \dots, n$ , вычисленным на детерминированной линейной динамической модели двигателя. Такое выражение (69) является экспериментально-аналитической стохастической моделью низкочастотных пульсаций.

Вторая составляющая — неизвестный остаточный шум  $S_{\xi_p \xi_p}$ ,  $\ell, p = 1, 2, \dots, n$  — представляет собой влияние неучтенных возмущающих воздействий, связей, приведенных к выходу системы, погрешностей измерений и т.д. Среди них определяющая роль принадлежит неучтенным ис-

точникам возмущений. Поэтому остаточный шум, по существу, является объективным показателем степени адекватности экспериментально-аналитической стохастической модели.

Источниками низкочастотных пульсаций могут быть самые различные процессы, происходящие в двигателе: кавитационные явления в насосах, вихреобразование в зонах горения и магистралях транспорта компонентов, работа агрегатов автоматики и т.д.

Задача выявления мест локализации источников возмущений может быть формализована следующим образом. Количество вероятных источников низкочастотных случайных возмущений обозначим как  $N_{\text{ист}}$  и каждому источнику присвоим порядковый номер  $i$ , который может принимать значения  $i = 1, 2, \dots, N_{\text{ист}}$ . В общем случае  $i$ -й источник может быть локализован одним из  $M_i$  измеряемых параметров. Тогда  $x_{im}$ ,  $m = 1, 2, \dots, M_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, N_{\text{ист}}$  образуют множество априорных параметров локализации  $\Omega_x$  вероятных источников возмущений.

По результатам огневых испытаний рассчитываются оценки спектральной плотности пульсаций параметров локализации и выходных параметров двигателя. Из множества  $\Omega_x$  можно выделить  $\lambda$  групп, для каждой из которых формируется матрица оценок спектральной плотности вероятных возмущающих воздействий  $[\hat{S}_x(i\omega)]_{\lambda}$ ,  $\lambda = 1, 2, \dots, \lambda$ . Подставляя такую матрицу в выражение (69), можно рассчитать прогнозы спектральной плотности  $[S_y(i\omega)]_{\lambda}$ ,  $\lambda = 1, 2, \dots, \lambda$  пульсаций выходных параметров. Решение задачи локализации на ЭЦМ может быть сведено к последовательной постановке матриц  $[\hat{S}_x(i\omega)]_{\lambda}$  в (69) и определению последовательности  $\eta_{\kappa}$ ,  $\kappa = 1, 2, \dots, \lambda$ , из которой отбирается экстремальное значение  $\eta_{\kappa\kappa}$ . Соответствующие ему параметры локализации принимаются за оптимальные, а характеризующие ими источники низкочастотных случайных возмущений считаются наиболее значимыми.

Решение прикладных задач диагностики двигателей по параметрам низкочастотных пульсаций требует, конечно, кроме разработки методического обеспечения этих приемов, накопления статистического материала по результатам огневых испытаний. Особую ценность представляют целевые направленные эксперименты с имитацией неисправностей, таких, например, как кавитационный срыв, разгерметизация магистрали, имитация отказа регулятора и т.д. Эти эксперименты позволяют опре-

делить пороговые значения статистических характеристик низкочастотных пульсаций для построения систем аварийной защиты. Многие возможные неисправности можно имитировать и на аналитических моделях.

## 5. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ КОРРЕКЦИИ НА ДИНАМИЧЕСКИХ МОДЕЛЯХ ЖРД

К такой сложной технической системе как ЖРД предъявляются многочисленные требования по количественным и качественным показателям динамических процессов. Безусловными являются требования обеспечения внутриводвигательной устойчивости рабочих процессов. В зависимости от назначения двигателя и его схемы формулируются дополнительные требования, накладывающие ограничения на параметры динамических процессов в области времени или частоты. Так, для двигателей ракет-носителей, как правило, мощных ЖРД, выполненных по схеме с дожиганием генераторного газа, формулируются, например, такие требования:

обеспечение заданного качества переходных процессов по параметрам  $p_k(\tau)$ ,  $P_{o.n}(\tau)$  на участках запуска и выключения, при этом ограничиваются значения заброса давления  $p_k$  при выходе на промежуточную ступень, характер и время перехода на основной режим, величины импульса последодействия, величины гидроударов и провалов давления на входах в насосы ТНА;

обеспечение заданных количественных показателей частотных характеристик двигателя по каналу управления  $\Phi_y(\omega) = \frac{\delta p_k}{\delta y}(\omega)$  и каналу продольных колебаний  $\Phi_{pk}(\omega) = \frac{\delta p_k}{\delta P_{o.n}}(\omega)$ ;

ограничение энергетических показателей спектральных характеристик свободных колебаний давления  $p_k$  на основном режиме.

Эти требования связаны с обеспечением надежной работы самого двигателя и выполнением таких условий, как устойчивое управление ракетой в плоскостях стабилизации (при использовании метода рассогласования тяг), обеспечение заданного запаса устойчивости в контуре продольных колебаний ракеты, предотвращение выраженных резонансных явлений в системе "ракета-двигатель" [6] и т.д.



Для двигательных установок систем ориентации и стабилизации КА, в состав которых входят ЖРД с вытеснительной системой топливоподачи, эти требования сводятся, в основном, к обеспечению минимальной степени нестационарности процессов в трубопроводных линиях топливопитания. Особенности этих систем, связанные с наличием протяженных и разветвленных трубопроводов, с минимизацией путевых потерь на трение в них и импульсным характером работы двигателей, создают предпосылки для развития в системе подачи значительных по амплитуде колебаний давлений и расходов компонентов. Это, в свою очередь, отрицательно сказывается на параметрах динамических и энергетических характеристик двигателей, снижает их параметрическую и конструкционную надежность.

Для обеих рассмотренных схем ДУ актуальны также вопросы обеспечения устойчивого функционирования агрегатов автоматики — регуляторов расхода и давления, дренажно-предохранительных клапанов. Конечно, эти вопросы могут решаться в процессе экспериментальной отработки двигателей путем проведения испытаний на натуральных объектах. Однако такой путь не всегда рационален, если учитывать сложность и дороговизну натурального эксперимента для ЖРД. Поэтому здесь весьма эффективно могут быть использованы приемы исследования динамических процессов на моделях.

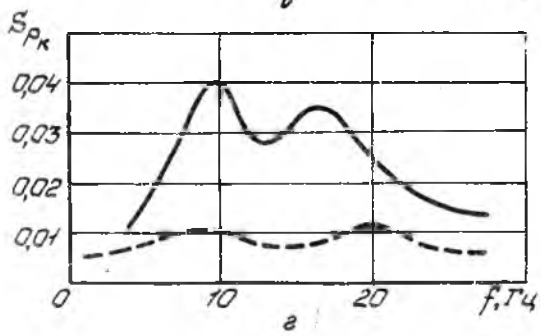
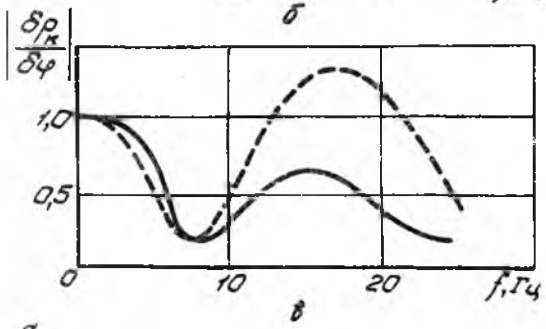
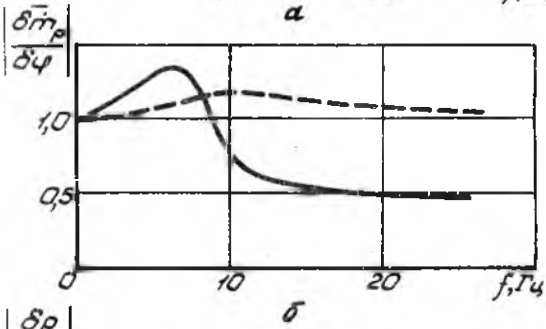
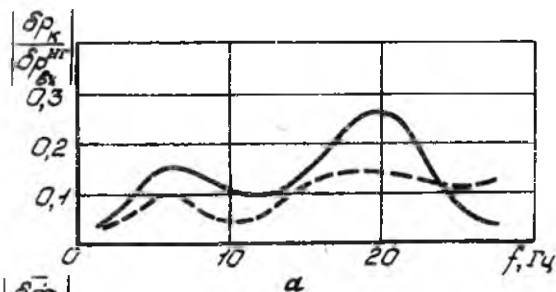
Если данные, полученные в результате эксперимента или путем модельных решений, свидетельствуют о необходимости введения корректирующих управлений в систему ДУ с целью удовлетворения требованиям, предъявляемым по динамическому качеству, то встает задача о рациональном выборе средств реализации требуемой коррекции.

На практике задачи о необходимости коррекции динамического качества возникают, как правило, на стадии испытания уже созданной конструкции ДУ. И это в значительной мере ограничивает типаж реально осуществимых управлений, сводит его до возможности вмешательства лишь в агрегаты автоматики (регуляторы) или в трубопроводные линии систем топливопитания. Однако и в этих случаях приемы коррекции могут быть весьма эффективны.

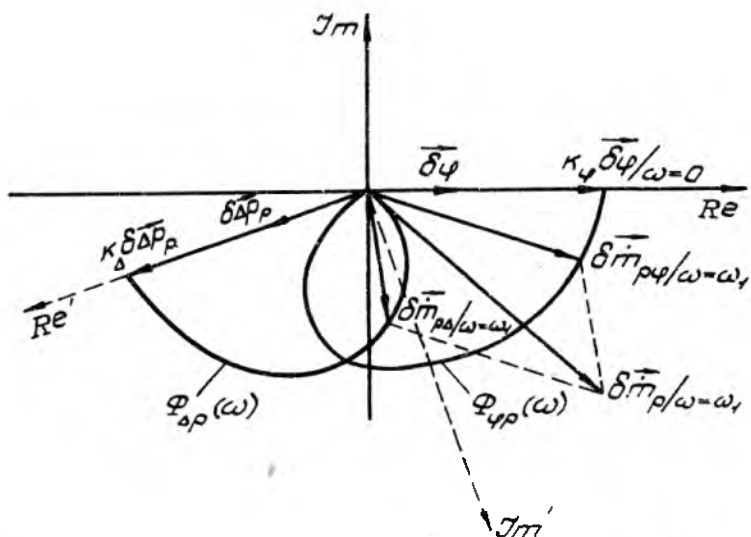
Рассмотрим приемы коррекции динамических характеристик ЖРД с дожиганием генераторного газа за счет изменения степени демпфирования дифференциального клапана регулятора тяги. Они наиболее приемле-

мы, так как связаны лишь с заменой жиклера, всегда устанавливаемого в дифференциальном клапане. Если обратиться к модели регулятора (см. рис. 2), то видно, что такое управление приведет в операторах, связывающих выходной параметр регулятора — расход  $\dot{m}_p$  с возмущениями  $\delta y$  и  $\delta A_{pp}$ , лишь к изменению постоянной времени  $T_{ip}$ , оценивающей степень демпфирования дифференциального клапана. И если в режиме стабилизации расхода  $\dot{m}_p$  при оценке динамических характеристик двигателя, например, в контуре продольных колебаний, реакция на такое управление очевидна (чем выше степень демпфирования, т.е. чем меньше площадь проходного сечения жиклера, тем степень стабилизации расхода выше) и модуль частотной характеристики  $\Phi_{pk}(\omega) = \frac{\delta \dot{m}_p(\omega)}{\delta y(\omega)}$  будет снижаться (рис. 6, а), по крайней мере, на низких частотах колебаний, то в режиме управления, когда  $\delta y \neq const$ , конечная реакция регулятора на введение такой коррекции должна быть подвергнута анализу.

Обратимся к динамической модели регулятора, представленной двумя операторами, связывающими приращение расхода с сигналами  $\delta y$  и  $\delta A_{pp}$ . Проведем анализ в частотной области при условии  $\delta y = A_y \sin \omega t$  и  $A_y = const$  в интересующем диапазоне частот  $\omega \in [0, \omega_{max}]$ . Решение на модели дает несколько неожиданный результат о форсировании свойств регулятора  $\left| \frac{\delta \dot{m}_p}{\delta y} \right|$  в случае увеличения  $T_{ip}$ , которое проявляется на низких частотах (рис. 6, б, в). Однако анализ, который можно провести с учетом того, что величина  $\delta \dot{m}_p$  формируется из двух составляющих  $\delta \dot{m}_{py}$ ,  $\delta \dot{m}_{pd}$  (см. модель регулятора), объясняет это обстоятельство. При уменьшении  $T_{ip}$  скорость движения вектора  $\delta \dot{m}_{py}$  по годографу частотной функции  $\Phi_{yp}(\omega)$  при увеличении  $\omega$  будет незначительной. Такое же изменение свойственно для вектора  $\delta \dot{m}_{pd}$ . То есть регулятор хорошо выполняет свои функции как орган управления и стабилизации. При увеличении  $T_{ip}$  эта скорость возрастает и создаются условия, когда еще не потерявший свое численное значение модуль вектора  $\delta \dot{m}_{py}$  под острым углом складывается с уже значительным по модулю вектором  $\delta \dot{m}_{pd}$ . Рассуждая аналогично и учитывая влияние  $T_{ip}$  на характер годографов частотных характеристик  $\Phi_{yp}(\omega)$  и  $\Phi_{dp}(\omega)$ , можно объяснить и дальнейший характер изменения функции  $\left| \frac{\delta \dot{m}_p}{\delta y} \right|$  от частоты вариации параметра  $\delta y$  (рис. 7).



Р и с. 6. Динамические характеристики ИРД в зависимости от быстрогодействия регулятора: а — по каналу продольных колебаний; б, в — по каналу управления тягой; г — спектральная плотность колебаний тяги; — инерционный регулятор; - - - - - быстродействующий регулятор

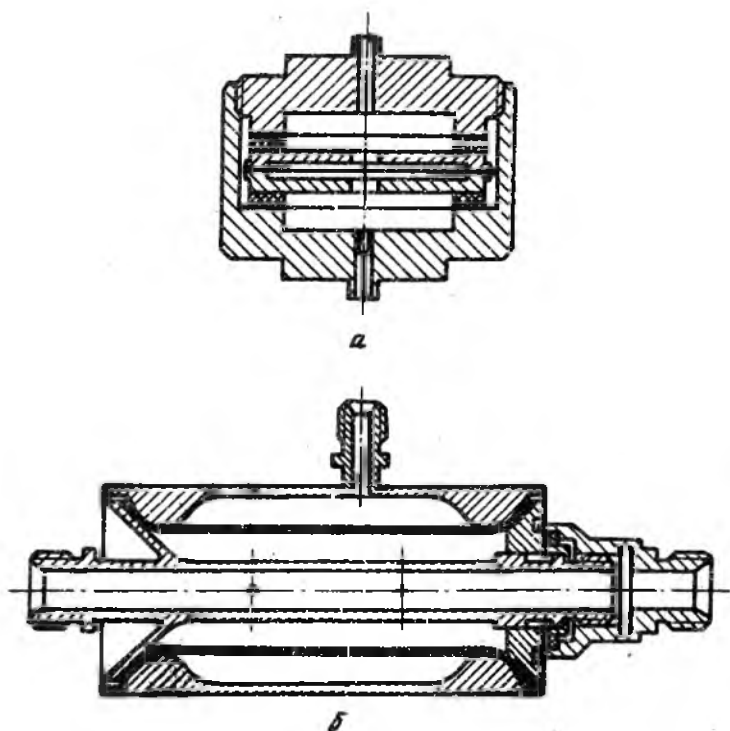


Р и с. 7. Векторная диаграмма параметра  $\delta T_p$

Приведенный анализ влияния степени демпфирования дифференциального клапана регулятора на динамические характеристики двигателя, полученные при задании детерминированных возмущений  $\delta P_{\text{ом}}(\omega)$  и  $\delta \varphi$ , позволяет интерпретировать и результаты статистической обработки свободных колебаний давления на установившемся режиме (рис. 6, г). Влияние управления, вводимого в регулятор, здесь также очевидно. Чем выше его быстродействие (меньше величина  $T_{\text{пр}}$ ), тем большей степенью стабилизации нестационарного процесса он обладает. Это, в конечном итоге, сказывается на выходных параметрах двигателя, подлежащих оценке.

Однако следует иметь в виду, что уменьшение величины  $T_{\text{пр}}$  при решении задач коррекции имеет свой рациональный предел, который определяется из условий минимального потребного демпфирования узла, обладающего значительным статическим коэффициентом усиления (дифференциального клапана регулятора) и охваченного обратной связью в контуре как самого регулятора, так и двигателя.

Кроме рассмотренного приема коррекции динамических характеристик РРД за счет регулирующего органа широко применяются методы, ос-



Р и с. 8. Схемы демпфирующих устройств: а - с металлической мембраной; б - с резиновой трубкой

ированные на введении корректирующих управлений в топливные магистрали двигательной установки. Ограниченные возможности использования корректирующих устройств с чисто активным волновым сопротивлением (дресселей), что вызвано требованиями минимизации потерь давления в топливных трактах, обусловили необходимость разработки самых разнообразных схем реактивных гасителей и демпфирующих устройств [11]. Такое корректирующее устройство может выполнять функцию частотной отстройки, например, при обеспечении запаса устойчивости системы "ракета-двигатель" в контуре продольных колебаний. Чаще всего корректирующее устройство такого типа (рис. 8) - гасители или демпферы - устанавливаются в магистрали с целью увеличения степени диссипации энергии колебаний рабочего тела. Это предотвращает воз-

можное проявление резонансных явлений в системах подачи топлива, увеличивает декремент колебаний, повышает запас устойчивости регуляторов и, в конечном итоге, улучшает показатели качества динамических процессов.

С помощью моделей решаются вопросы о месте установки корректирующего устройства, выбора его структуры и параметров.

Значения параметров демпфера - гидравлического сопротивления жиклера  $R$  и акустической емкости  $C$  выбираются из условия обеспечения необходимой степени коррекции переходных процессов в гидравлической системе. Для оценки качества переходных процессов удобна интегральная оценка вида

$$J = \int_{\Delta\tau} |p_i - p_{уст}| d\tau,$$

где  $p_i$  - текущее значение давления рабочей среды;

$p_{уст}$  - установившееся значение давления;

$\Delta\tau$  - характерный интервал времени, например, длительность переходного процесса.

Отношение интегральной оценки в магистрали с демпфирующим устройством к соответствующей оценке качества исходного переходного процесса

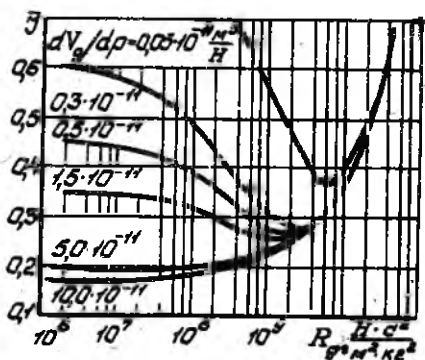
$$\bar{J} = \frac{J_d}{J}$$

дает представление об эффективности демпфирования и может служить в качестве целевой функции при оптимизации параметров демпфера.

На рис. 9 представлена расчетная зависимость интегральной относительной оценки качества переходного процесса в магистрали от параметров  $RC$  - гидравлического демпфера. Видно, что для каждого значения акустической емкости минимум оценки достигается при определенной величине сопротивления жиклера. Начиная же с некоторого значения емкости, дальнейшее ее увеличение практически не приводит к заметному улучшению качества переходного процесса.

Выбор места установки демпфирующего устройства в гидросистеме осуществляется методом последовательного анализа возможных вариантов, исходя из условия обеспечения минимума оценки  $\bar{J}$ . Как пра-

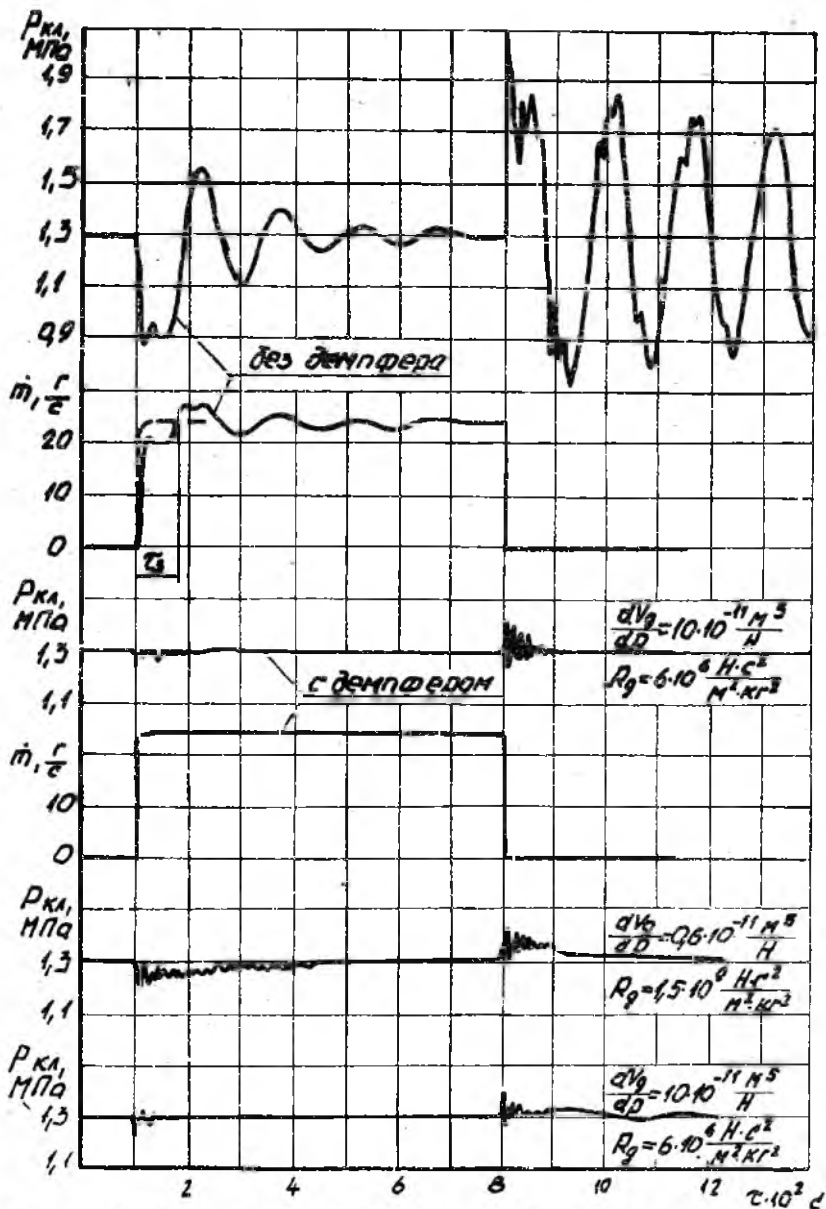
вило, модельные решения носят вариантный характер или строятся с использованием алгоритмов САПР. На рис. 10 показаны результаты модельных решений для двигательной установки с вытеснительной системой топливоподачи. Модельный эксперимент проведен на электрической модели, он предполагал выбор параметров  $R, C$  гидравлического демпфера, снижающего степень нестационарности процессов в системе топливопитания.



Р и с. 9. Зависимость  $\bar{J}$  от параметров демпфера

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Быховский М.Л. Основы динамической точности электрических и механических систем. М.: Изд-во АН СССР, 1958. 152 с.
2. Владиславлев А.П., Мессерман А.С. Электрическое моделирование динамики систем с распределенными параметрами. М.: Энергия, 1978. 221 с.
3. Волков Е.Б., Сырицын Т.А., Мазинг Г.Ю. Статика и динамика ракетных двигательных установок. М.: Машиностроение. 1978. Ч. 1. 217 с; Ч. 2. 319 с.
4. Волков Е.Б., Судаков Р.С., Сырицын Т.А. Основы теории надежности ракетных двигателей. М.: Машиностроение, 1974. 399 с.
5. Гликман Б.Ф. Автоматическое регулирование жидкостных ракетных двигателей. М.: Машиностроение, 1989. 296 с.
6. Колесников К.С. Динамика ракет. М.: Машиностроение, 1980. 376 с.
7. Лихачев В.Я., Васин А.С., Глимман И.Ф. Техническая диагностика пневмогидравлических систем ВРД. М.: Машиностроение, 1983. 202 с.



Р и с. 10. Результаты модельных решений для двигательной установки с внесистемной системой топливопитания (оценка эффективности коррекции)



8. Основы теории автоматического управления ракетными двигательными установками /А.И.Бабкин и др. М.: Машиностроение, 1986. 453 с.

9. Теория автоматического управления ракетными двигателями /Под ред. А.А.Шевякова. М.: Машиностроение, 1978. 288 с.

10. Тетельбаум И.М. Электрическое моделирование. М., Физматгиз, 1965. 162 с.

11. Шорин В.П. Устранение колебаний в авиационных трубопроводах. М.: Машиностроение, 1980. 150 с.

12. Эйхофф П. Основы идентификации систем управления. М.: Мир, 1978. 683 с.

Жуковский И Александр Евгеньевич  
Малеев Алексей Филиппович

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ  
В ДВИГАТЕЛЬНЫХ УСТАНОВКАХ С ЖРД

Редактор Т.К.Кретнина  
Техн.редактор Г.А.Усачева  
Корректор Н.С.Купрянова  
Свод. тем. пл. № 55

Подписано в печать 4.01.92.      Формат 60x84<sup>I</sup>/16  
Бумага оберточная. Печать офсетная.  
Усл.печ.л. 3,95.    Усл.кр.-отт. 4,2.    Уч.-изд.л. 3,8.  
Тираж 200 экз.    Заказ 104.      Цена 70 к.

Самарский ордена Трудового Красного Знамени  
авиационный институт имени академика С.П.Королева.  
443086 Самара, Московское шоссе, 34.

Типография им. В.П.Мяги Самарского полиграфического  
объединения. 443099 Самара, ул. Венцека, 60.