

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра общей и теоретической физики

Г. П. Мартынова

ОПТИКА

Учебное пособие

Издательство "Самарский университет"
2005

Данное пособие является конспектом лекций по оптике, читаемых на физическом факультете Самарского государственного университета на основе государственной программы курса общей физики. Основное внимание уделено представлениям и законам современной волновой оптики. Рассматриваются электромагнитная теория света, энергетика отражения и преломления света, интерференция, дифракция, поляризация света. Основные положения современной теории взаимодействия света с веществом представлены в разделах, посвященных дисперсии света, кристаллооптике и оптике нелинейных явлений.

Пособие предназначено для студентов 2-го курса физического факультета университета (дневного и очно-заочного отделений), а также может быть использовано преподавателями курса оптики на любом факультете.

Содержание

Введение	7
1. Электромагнитная природа света	13
<i>Лекция 1. Световые волны</i>	13
Волны. Плоские и сферические волны (13). Плоские гармонические (монохроматические) волны (15). Электромагнитные световые волны (17). Комплексная форма записи гармонической волны (19).	
<i>Лекция 2. Структура и свойства световых волн</i>	20
Поперечность световых волн и ортогональность векторов поля (20). Энергия и интенсивность световых волн (22).	
<i>Лекция 3. Суперпозиция световых волн</i>	23
Суперпозиция волн, имеющих одинаковые частоты и бегущих в одном направлении (24). Суперпозиция волн, бегущих в одном направлении, но имеющих разные частоты (дисперсия света) (24). Суперпозиция волн одинаковой частоты, бегущих навстречу друг другу (стоячие волны) (27). Опыт Винера (29).	
<i>Лекция 4. Поляризация света</i>	30
Поляризация плоской гармонической волны. Виды поляризации: эллиптическая, линейная, круговая (30). Степень поляризации (31).	
Вопросы	32
2. Оптические явления на границе раздела сред	33
<i>Лекция 5. Энергетика отражения и преломления</i>	33
Граничные условия для электромагнитного поля (33). Законы отражения и преломления света (34). Формулы Френеля (35). Явление Брюстера (38). Соотношение между фазами волн при отражении и преломлении (39).	

Вопросы	40
3. Интерференция света	40
<i>Лекция 6. Интерференция монохроматических волн</i>	40
Интерференция и когерентность (40). Двухлучевая интерференция (41). Общая принципиальная схема двухлучевой интерференции (42). Ширина интерференционной полосы (44).	
<i>Лекция 7. Интерференция немонохроматического света</i>	45
Волновые цуги (45). Метод Фурье-анализа (46). Временная и пространственная когерентность (47). Квазимонохроматический свет (47).	
<i>Лекция 8. Получение когерентных волн методом деления волн – нового фронта</i>	50
Опыт Юнга (50). Зеркала Френеля; бипризма Френеля; билинза Бийе; зеркало Ллойда (51). Понятие видности (52). Источник конечного размера (53)	
<i>Лекция 9. Метод деления амплитуды</i>	56
Интерференция на плоскопараллельной пластинке (57). Интерференционный клин (58). Кольца Ньютона (59)	
<i>Лекция 10. Интерферометрические измерения</i>	59
Двухлучевые интерферометры (60). Интерферометр Жамена (60). Интерферометр Майкельсона (62). Применение интерферометра Майкельсона в современной оптике (62).	
<i>Лекция 11. Многолучевая интерференция</i>	63
Распределение интенсивности при многолучевой интерференции в прошедшем свете (63). Применение многолучевой интерференции: интерференционные светофильтры, интерферометр Фабри – Перо (64).	
Вопросы	68
4. Дифракция света	69
<i>Лекция 12. Дифракция как проявление волновой природы света</i> ..	69
Принцип Гюйгенса - Френеля (70). Зоны Френеля (71). Задача о свободном распространении света (73).	

<i>Лекция 13. Решение дифракционных задач графическим способом</i>	74
Построение векторных диаграмм (74). Дифракция плоской волны на круглом отверстии и круглом диске(76)	
<i>Лекция 14. Исследование распределения интенсивности света вдоль оси отверстия.</i>	78
Дифракционная длина светового пучка. Ближняя и дальняя зоны дифракции (78). Фокусировка света как дифракционное явление (80)	
<i>Лекция 15. Дифракция слаборасходящихся пучков.</i>	82
Дифракционный интеграл Френеля (82). Приближение Френеля в теории дифракции (85)	
<i>Лекция 16. Дифракция в дальней зоне (приближение Фраунгофера)</i>	87
Формирование дифракционной картины в дальней зоне (87). Дифракция Фраунгофера как пространственное преобразование Фурье (89). Дифракция Фраунгофера на щели (90).	
<i>Лекция 17. Дифракция на периодических структурах</i>	92
Дифракционные решетки (92). Классификация дифракционных решеток (96). Спектральные приборы (98).	
Вопросы.	100
5. Основы кристаллооптики	101
<i>Лекция 18 .Оптика анизотропных сред.</i>	101
Основные эффекты кристаллооптики (101. Структура световой волны в анизотропной среде. Тензор диэлектрической проницаемости (103). Классификация кристаллов (105).	

<i>Лекция 19. Двойное лучепреломление</i>	106
Собственные состояния поляризации (106). Уравнение нормалей Френеля (109). Эллипсоид волновых нормалей (110).	
<i>Лекция 20. Получение и анализ поляризованного света</i>	113
Призма Николя (113). Призма Глана (114). Компенсатор (114). Управление поляризацией света (115). Искусственная анизотропия (116).	
Вопросы	119
6. Дисперсия света	119
<i>Лекция 21. Физика взаимодействия света с веществом</i>	
Модель сплошной среды (119). Волновое уравнение для света в среде (122).	
<i>Лекция 22. Теория дисперсии Лоренца</i>	123
Классическая осцилляторная модель среды (123). Дисперсия и поглощение света. Закон Бугера (126).	
<i>Лекция 23. Дисперсия в различных средах</i>	125
Дисперсия в разреженных средах (127). Дисперсия в плотных средах (129).	
<i>Лекция 24. Методы изучения дисперсии и поглощения света</i>	130
Экспериментальные данные, подтверждающие теорию дисперсии Лоренца (130). Оптическая спектроскопия (133).	
Вопросы	134
7. Нелинейная оптика	134
<i>Лекция 25. Основные эффекты нелинейной оптики</i>	134
Особенности взаимодействия мощного лазерного излучения с веществом (134). Механизмы оптической нелинейности (137).	
Вопросы	141
Библиографический список	142

ВВЕДЕНИЕ

Оптика (гр. *optike*) – раздел физики, изучающий оптическое излучение (свет), его распространение в различных средах и взаимодействие с веществом. Свет – весьма сложная и загадочная субстанция, волновавшая умы в течение многих столетий. Провести систематическое изложение основных научных позиций оптики в хронологическом порядке довольно трудно, – так сложна и порой противоречива история развития учения о свете. Проследим основные этапы в эволюции становления оптики как науки.

Первые систематические описания оптических явлений, дошедшие до нас, принадлежат ученым древности, размышлявшим о природе света и знавшим о зажигательных свойствах стекол, о прямолинейности распространения света, о преломлении и отражении. Это работы греческих философов и математиков Емпедокла (490 – 430 гг. до н. э.) и Эвклида (300 г. до н. э.).

Новая философия прошлого тысячелетия формулировала свои взгляды на природу света. Рене Декарт (начало 17 в.) на основе чисто метафизических представлений считал, что свет – это сжатие, распространяющееся в идеально упругой среде, которую Декарт назвал эфиром. Однако только после выдающихся работ по механике Галилео Галилея, продемонстрировавших мощь эксперимента, оптика становится на прочную научную основу, и открытия следуют одно за другим (16 – 17 вв.). Именно экспериментальным путем Веллебродом Снелиусом был установлен закон *преломления* света. Почти в это же время Пьер Ферма выдвинул свой знаменитый «принцип наименьшего времени», в соответствии с которым свет распространяется по кратчайшему пути. Предполагая различия в «сопротивлениях» разных сред, из этого принципа можно получить закон преломления света. Это была первая победа истинной науки: эксперимент был подтвержден теорией.

Франциск Гримальди обнаруживает наличие света в области геометрической тени (*дифракция*), а Роберт Бойль и Роберт Гук независимо друг от друга открывают явление *интерференции*, наблюдая возникновение разноцветной окраски тонких пленок; при этом Гук первым предложил считать свет, «состоящим» из быстрых колебаний, распространяющихся мгновенно или с очень большой скоростью. Христиан Гюйгенс публикует работу о *поляризации* света и постулирует принцип, позднее названный его именем. Согласно этому принципу каждую точку среды, до которой дошло световое возмущение, можно рассматривать как центр нового возмущения, распространяющегося в виде сферической волны; эти вторичные волны

комбинируются таким образом, что их огибающая определяет волновой фронт в любой последующий момент времени. Так зарождается волновая теория света.

К оптике обращается Исаак Ньютон – гигантский авторитет в науке. Он обнаруживает, что белый цвет с помощью призмы можно разложить на отдельные цветовые компоненты, и что для каждого чистого цвета характерна своя степень преломления (*дисперсия* света). Знакомый с работами Гюйгенса, Ньютон пытается объяснить поляризацию и предполагает наличие у лучей «сторон». Признание подобной «поперечности» света кажется ему непреодолимым возражением против волновой теории, поскольку ученым в то время были известны лишь продольные акустические волны. Это вынуждает Ньютона отвергнуть волновую теорию и развить корпускулярную, согласно которой свет распространяется от излучающего тела в виде мельчайших частиц. Отрицание волновой теории Ньютоном привело к полному ее забвению почти на столетие.

Только в начале XIX века были сделаны важнейшие открытия, приведшие к полному признанию волновой теории. Первым шагом послужило объяснение интерференции, выдвинутое 1801 г. Томасом Юнгом, но из-за недостаточности математического обоснования теория Юнга не получила признания. Тем временем Парижская Академия наук учредила премию за работу, которая бы объяснила одно из самых ярких явлений оптики – дифракцию света. Предполагалось, что такая работа укрепит позиции корпускулярной теории, сторонниками которой были выдающиеся ученые Пьер Симон де Лаплас и Жан-Батист Био. Неожиданно для всего ученого мира премия была присуждена дорожному инженеру Огюстену Жаку Френелю, позиции которого основывались на волновой теории. Сущность его исследования состояла в синтезе принципа Гюйгенса и принципа интерференции Юнга. Изящная работа Френеля в рамках одной и той же модели объяснила два казалось бы взаимно исключающих свойства света: прямолинейности распространения и отклонения от прямолинейности, т. е. дифракцию. Френель решил задачу о дифракции на крае, небольших отверстиях и экране. Наиболее убедительным оказалось экспериментальное подтверждение Домеником Араго предсказания, выведенного Пуассоном из теории Френеля и состоявшего в том, что в центре тени от круглого диска должно находиться светлое пятно.

Ценность научных работ Френеля чрезвычайно велика. Одновременно с изучением дифракции он занялся важной проблемой влияния движения Земли на распространение света. В союзе с Араго экспериментально было обнаружено, что кроме aberrации нет никакого различия между светом от звезд и светом от земных источников. На основе этих опытов Френель создал теорию о частичном увлечении светового эфира движущимися телами. И эта теория уже после смерти Френеля была подтверждена прямыми измерениями Армандом Физо. Вместе с Араго Френель исследовал интерфе-

ренцию поляризованного света. Результаты этой работы позволили Юнгу разгадать противоречие о несовместимости поляризации с продольным направлением колебаний: Юнг предлагает считать световые волны поперечными.

Френель, сразу же оценив важность такого предположения, стремится подтвердить его. Поскольку в жидкостях могут распространяться только продольные волны, поиски прозрачной среды для исследования прохождения в ней упругих волн привели его к кристаллам. Динамические модели механизма колебаний в кристаллах позволили Френелю установить законы (носящие теперь его имя), которые дают возможность определять интенсивность и поляризацию световых волн после преломления и отражения. Френель также первым выдвинул предположение, развитое позднее Коши, что для выяснения причины дисперсии необходимо учитывать молекулярную структуру вещества.

Работы Френеля столь надежно обосновали волновую теорию, что победа над сторонниками корпускулярных воззрений казалась окончательной. Кроме того, труды Френеля в области теории упругости положили начало бурному развитию в последующие десятилетия таких далеких сейчас от оптики наук, как теория упругости твердых тел, механика сплошной среды, механика деформируемого твердого тела. За это время были решены многие оптические проблемы, но были и некоторые весьма существенные противоречия, которые казались неразрешимыми. Например, поведение световых волн на границе сред никак не подчинялось законам механики. Это только современному физическому кажется совершенно очевидным, что именно стремление объяснить законы оптики в рамках механических представлений создавало непреодолимые трудности.

Практически независимо от оптических исследований велось изучение электричества и магнетизма, увенчавшееся открытиями Майкла Фарадея. В 1873 г. Джеймс Кларк Максвелл, подытожив и систематизировав все имеющиеся знания в этой области, сформулировал систему уравнений, описывающую поведение некоей особой субстанции, которая получила название *электромагнитного поля*. Наиболее важным следствием оказалось существование *электромагнитных волн*, распространяющихся в вакууме со скоростью, величина которой легко определялась из чисто электрических измерений. С большой точностью найденное значение совпало со скоростью света. Гениальной догадкой Максвелла было предположение о тождественности света и электромагнитных волн.

Электромагнитная теория Максвелла оказалась способной в общих чертах объяснить все явления, связанные с распространением света, при этом совершенно исчезли трудности в описании прохождения светом границ между средами. Но и эта теория достигла со временем пределов, за которыми она становилась неприменимой. Она, например, не могла описать

процессы излучения и поглощения, которые определяются более тонкими особенностями взаимодействия вещества с оптическим полем.

Законы, управляющие этими процессами, являются предметом исследования современной физики. Их история начинается с открытия некоторых закономерностей в спектрах. Первым было открытие (в 1815 г.) темных линий в солнечном спектре Джозефом Фраунгофером и их интерпретация как линий поглощения, данная Робертом Бузеном и Густавом Кирхгофом. Это открытие положило начало развитию *спектрального анализа*. Изучение линейчатых спектров газообразных химических элементов было и остается одной из главных задач физических исследований. Вопрос об излучении и поглощении света атомами выходит за рамки оптики; спектральные закономерности раскрывают не только природу света, но и структуру излучающих частиц.

Правильное описание процессов, происходящих внутри атомов, стало возможным, когда на смену классическим представлениям пришла *квантовая теория*, история которой началась с работы Макса Планка (1900 г.). Применяв эту теорию к атому, Нильс Бор объяснил простые закономерности в линейчатых спектрах газов. Последующие теоретические и экспериментальные работы существенно развили атомную и молекулярную физику. Огромное влияние квантовая теория оказала на наши представления о природе света. Даже в своей первоначальной форме (в теории Планка) квантовая теория содержала предположение, полностью противоречащее классической физике, а именно предположение, что колебательная электрическая система передает свою энергию электромагнитному полю не непрерывно, а лишь конечными порциями, или «квантами» $\varepsilon = h\nu$, величина которых пропорциональна частоте света ν , а $h = 6,625 \cdot 10^{-27}$ эрг/сек – постоянная Планка.

Прошло довольно много времени, прежде чем физики полностью осознали парадоксальный, почти иррациональный смысл уравнения Планка $\varepsilon = h\nu$. Заслуга в этом принадлежит в основном Эйнштейну и Бору. В 1905 г. Альберт Эйнштейн на основании теории Планка возродил в новой форме корпускулярную теорию света, предположив, что планковские кванты энергии существуют в виде реальных частиц света, названных им *световыми квантами*, или *фотонами*. Таким образом ему удалось объяснить некоторые явления, открытые ранее в связи с превращением энергии света в энергию частиц и необъяснимые в волновой теории. Главными среди них являются фотоэлектрический и фотохимический эффекты. Постепенно росло число опытных данных, подтверждающих квантование световой энергии, в результате чего сложилась ситуация, когда пришлось признать справедливость как волновой, так и корпускулярной теории света.

Двойственность природы света – наличие у него одновременно характерных черт, присущим одновременно и волнам, и частицам, – является частным случаем *корпускулярно-волнового дуализма*. Эта концепция, впер-

вые сформулированная именно для оптического излучения, впоследствии утвердилась как универсальная для всего микромира после обнаружения волновых свойств у материальных частиц (*дифракция частиц*) и лишь сравнительно недавно была экспериментально подтверждена для радиоизлучения (*квантовая электроника*).

Открытие квантовых явлений в радиодиапазоне во многом стерло резкую границу между радиофизикой и оптикой. Сформировалось новое направление, связанное с генерированием вынужденного излучения и созданием квантовых усилителей и квантовых генераторов излучения (*лазеров*). Появление лазеров стимулировало пересмотр и развитие традиционных и возникновение новых направлений физической оптики. Оказалось возможным практически реализовать идеи *голографии* об однозначной связи формы тела с пространственным распределением амплитуд и фаз распространяющихся от тела (или рассеянных им) световых волн. С помощью голографии получают оптические образы без применения фокусирующих систем. Развитие голографии привело к возможности на высоком технологическом уровне распознавать образы, изучать плазму, исследовать деформации, обрабатывать информацию и т. д.

В сильных световых полях, достигаемых в сфокусированных лазерных пучках, становится существенной нелинейность (ангармонизм) вынужденных колебаний элементарных осцилляторов среды. В настоящее время *нелинейная оптика* сформировалась как самостоятельный раздел, изучающий новые оптические явления. Это – генерация оптических гармоник, самофокусировка светового пучка и самомодуляция световых импульсов, вынужденное рассеяние света, двух- или многофотонное поглощение света, оптический пробой среды и т. д. Изучение явлений, связанных с воздействием интенсивных световых потоков на вещество, стимулировало разработку новых оптических материалов, пропускающих без их повреждений сильные световые потоки (*силовая оптика*).

В последние годы получили развитие методы создания узконаправленных когерентных пучков света и управления ими (*когерентная оптика*), в том числе методы и средства автоматического управления оптическими системами, позволяющие компенсировать искажения световых пучков, проходящих через неоднородные среды (*адаптивная оптика*). Принципы когерентной оптики и голографии лежат в основе *оптоэлектроники*. В ее задачу входит разработка миниатюрных оптических устройств, заменяющих элементы и блоки в компьютерах, создание новых систем записи и хранения информации. Технической основой оптоэлектроники является *интегральная оптика*, предлагающая использование волноводных систем и многофункциональных миниатюрных модулей с линейным и нелинейным преобразованием оптического излучения. Одно из развивающихся современных направлений – исследования статистики излучения (*статистическая оптика*).

Особое значение имеют методы *спектрального анализа* и *люминесценции*, основанные на связи спектров испускания, поглощения и рассеяния со структурой атомов и молекул, с взаимодействиями внутри и между молекулами. По виду спектров можно установить атомный и молекулярный состав, внутреннюю структуру и агрегатное состояние вещества, проследить за кинетикой физических и химических процессов. В современной спектроскопии используются лазеры, которые увеличивают возможности решения классических задач, и даже сформировалось совершенно новое направление – линейная и нелинейная *лазерная спектроскопия*. Достижения в области генерирования сверхкоротких световых импульсов (*спектроскопия пико- и фемтосекундных импульсов*) позволяют исследовать кинетику быстропротекающих межмолекулярных процессов, например, в биологических объектах.

Настоящий курс лекций посвящен, главным образом, классической волновой оптике. Без знаний ее фундаментальных законов и понятий невозможно в наше время достигнуть успехов практически ни в одной области физики. Перечисленные выше примеры практического применения научных достижений – лишь часть огромного круга задач, решаемых современной оптикой в сочетании с другими научными методами и технологиями. Кроме того, по-прежнему актуальны традиционные оптические задачи: рациональное освещение улиц, помещений, рабочих мест на производстве; получение изображений, адекватных оригиналу по геометрической форме и яркости; изготовление зеркал, светофильтров, экранов; уникальные по точности (интерферометрические) измерения абсолютных и относительных длин, угловых размеров звезд и других космических объектов; исследование структуры и тепловых флуктуаций вещества с помощью поляризационных приспособлений; применение дифракционных решеток в спектральных приборах и т. п. Основные традиционные области применения обязательно будут рассмотрены в данном курсе при изучении фундаментальных оптических явлений, имеющих волновую природу, – интерференции, дифракции, поляризации.

1. ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ПРИРОДА СВЕТА

Лекция 1. Световые волны

Волны. Плоские и сферические волны

В современной физике понятие волны настолько широко и многозначно, что невозможно указать ни одного признака, общего для всех видов движений или процессов, которые бы наша интуиция или традиция относила бы к волнам. В широком смысле волны – это изменения некоторой совокупности физических величин (или полей), способные перемещаться, удаляясь от места их возникновения, или колебаться внутри ограниченной области пространства. Важное свойство волнового движения – наличие локальной (близкодействующей) связи между возмущениями в соседних точках пространства. Эта связь, например, в случае механических волн, осуществляется через вещество среды. Но в общем случае волны не обязательно связаны с наличием вещества. Например, электромагнитные волны в вакууме – это взаимосвязанные изменения электрических и магнитных полей; гравитационные волны – изменения геометрических свойств пространства – времени.

Из всего сложного семейства волновых движений можно выделить более или менее элементарные, но универсальные типы волн. Общим в этих волнах будет то, что движения объектов (например, полей) описываются одностипными уравнениями. Простейший пример – плоские одномерные волны, поля которых зависят от времени и одной из пространственных координат.

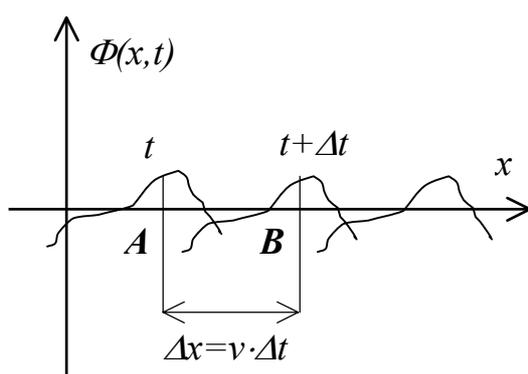


Рис.1. Плоская волна произвольной формы

Рассмотрим волну $\Phi(x, t)$ произвольной формы, распространяющуюся вдоль x со скоростью v (рис.1). От A до B волна дойдет за время Δt . Если движение обладает периодичностью по t и по x , то можно записать:

$$\Phi(x, t) = f\left(t - \frac{x}{v}\right),$$

где f – некоторая скалярная функция “запаздывающего” аргумента.

Продифференцируем f по двум переменным:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = -\frac{1}{v} f', \quad \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} f'', \quad \frac{\partial f}{\partial t} = f', \quad \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = f'',$$

откуда получаем одно из самых типичных уравнений в теории волновых процессов:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = 0. \quad (1.1)$$

Очевидно, что аргумент $(t + \frac{x}{v})$ тоже будет характеризовать волну, но движущуюся в отрицательном направлении x , значит, полным решением уравнения (1.1) будет суперпозиция двух волн, бегущих в противоположных направлениях:

$$f(x, t) = f_1(t - \frac{x}{v}) + f_2(t + \frac{x}{v}). \quad (1.2)$$

Поскольку f зависит только от одной координаты x , ее значения остаются постоянными в плоскости, перпендикулярной x . Т. е. в процессе движения значения f в каждой точке волны и форма волны не изменяются. Такие волны называются *плоскими*, а поверхность фиксированных значений x и t называется *волновым фронтом*. Таким образом плоская волна – это волна с плоским волновым фронтом.

Волновое уравнение (1.1) можно обобщить на случай зависимости поля от трех координат:

$$\Delta f - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = 0, \quad (1.3)$$

где использован оператор Лапласа в декартовых координатах

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}. \quad (1.4)$$

Если волна возбуждается в изотропной среде точечным источником, возмущение расходитя во все стороны. Волновой фронт такой волны имеет сферическую форму и описывается *сферической волной* $\Phi(r, t)$. Для записи волнового уравнения используем оператор Лапласа (1.4) в сферических координатах. Учтем, что $\Phi(r, t)$ не зависит от угловых переменных, тогда

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial f}{\partial r} \right) - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = 0,$$

Это выражение можно привести к виду (1.3), преобразовав первое слагаемое:

$$\frac{\partial^2 (rf)}{\partial r^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 (rf)}{\partial t^2} = 0.$$

Действительно, полученное уравнение имеет тот же вид, что и (1.3), поэтому и общее решение выглядит как

$$rf(r, t) = f_1\left(t - \frac{r}{v}\right) + f_2\left(t + \frac{r}{v}\right),$$

или

$$f(r, t) = \frac{1}{r} f_1\left(t - \frac{r}{v}\right) + \frac{1}{r} f_2\left(t + \frac{r}{v}\right), \quad (1.5)$$

Каждое слагаемое в (1.5) представляет собой волну, движущуюся в направлении увеличения r , т. е. от центра (*расходящаяся волна*) или против направления увеличения r , т. е. к центру (*сходящаяся волна*).

Плоские гармонические (монохроматические) волны

Уравнения (1.3) или (1.5) справедливы для любой формы волны. Но наиболее часто используется модель гармонической волны для описания распространяющихся синусоидальных колебаний. Особая значимость этого движения связана с особыми свойствами осцилляторов и ротаторов. Применение такой модели возможно из-за существования определенных видов симметрии однородного и изотропного пространства.

Пусть волна, бегущая в положительном направлении, меняется по гармоническому закону

$$f_1(x, t) = A \cdot \cos \omega\left(t - \frac{x}{v}\right);$$

с таким же успехом можно ее записать в виде

$$f_2(x, t) = B \cdot \sin \omega(t - \frac{x}{v}),$$

где A и B - амплитуды волн, а аргументы функций косинуса и синуса называются *фазами* волн. Тогда для волны, бегущей в положительном направлении, следует использовать суперпозицию этих волн

$$f(x, t) = A \cdot \cos \omega(t - \frac{x}{v}) + B \cdot \sin \omega(t - \frac{x}{v}).$$

Для простоты часто используют только одно из этих слагаемых. На рис.2 изображен график гармонической функции – бегущая вдоль x волна – для двух моментов времени: t и $t + \Delta t$. Если взять $\Delta t = T$ (T – период гармонической функции), то получим $\Delta x = v \cdot T = \lambda$ - расстояние, пройденное волной за период, которое называется *длиной волны*.

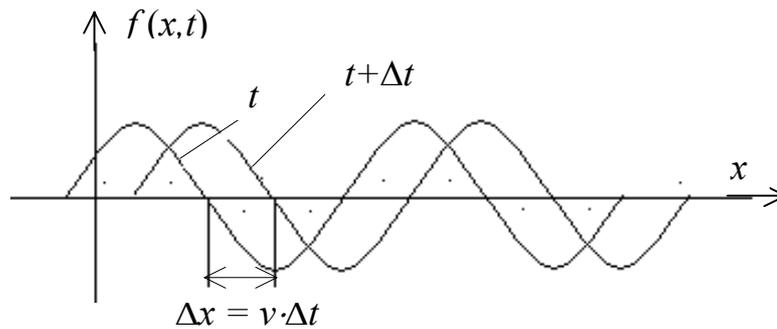


Рис.2. Бегущая гармоническая волна

Наиболее часто применяют следующую форму записи плоской гармонической волны:

$$f(x, t) = f_0 \cdot \cos(\omega t - \frac{\omega x}{v}) = f_0 \cdot \cos(\omega t - kx),$$

где введено *волновое число* $k = \omega / v = 2\pi / T v = 2\pi / \lambda$.

Для описания векторной волновой функции $\vec{F}(\vec{r}, t)$, распространяющейся вдоль оси x , воспользуемся следующим. Построим *волновой вектор* \vec{k} , равный по величине волновому числу k и направленный вдоль оси x (рис.3).

Пусть \vec{r} – радиус-вектор произвольной точки пространства, до которой дошла волна. При данном выборе осей получаем

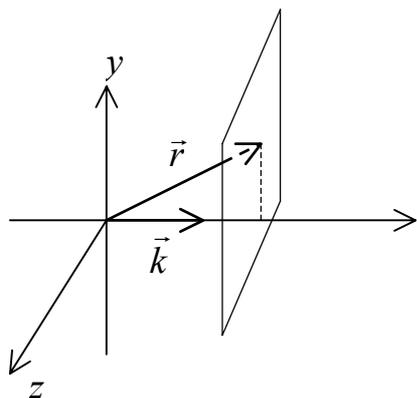


Рис.3. К понятию волнового вектора

$$(\vec{k}, \vec{r}) = k_x x = kx.$$

Тогда для векторной волновой функции удобно использовать следующую форму записи:

$$\vec{F}(\vec{r}, t) = \vec{F}_0 \cos(\omega t - \vec{k}, \vec{r}).$$

Поскольку волновой фронт есть поверхность фиксированной фазы, то

$$\frac{d}{dt}(\omega t - kx) = 0,$$

откуда скорость перемещения волнового фронта $v = \frac{\omega}{k}$ получила название *фазовой скорости*.

Электромагнитные световые волны

Рассмотрим систему уравнений Максвелла, описывающую возбужденное состояние, устанавливающееся в пространстве при наличии электрических зарядов, т. е. электромагнитное поле. При этом ограничимся случаем таких областей поля, где нет объемных зарядов и нет токов проводимости, т. е. $\rho = 0$ и $\vec{j} = 0$. В удобной для оптики гауссовой системе единиц уравнения Максвелла имеют вид

$$\text{rot} \vec{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, \quad (1.6)$$

$$\begin{aligned} \text{rot} \vec{E} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \\ \text{div} \vec{D} &= 0, \text{div} \vec{B} = 0. \end{aligned} \quad (1.7)$$

Подеиствуем векторным оператором rot на обе части первых двух равенств и используем материальные уравнения

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} \text{ и } \vec{B} = \mu \vec{H}, \quad (1.8)$$

описывающие поведение среды под влиянием поля. В результате получим, что все компоненты электромагнитного поля подчиняются одному и тому же уравнению. Например, для вектора напряженности электрического поля имеем:

$$\Delta \vec{E} - \frac{\varepsilon \mu}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0. \quad (1.9)$$

Нетрудно убедиться, что и векторы \vec{H} , \vec{D} и \vec{B} удовлетворяют аналогичному уравнению. Выражение (1.9) линейно по полю, поэтому оно эквивалентно скалярному *волновому* уравнению (1.3). Отсюда следует возможность существования *электромагнитных волн*. При этом должно выполняться соотношение $c^2 = \varepsilon \mu v^2$, где c – электродинамическая постоянная. Эта постоянная была определена из электрических измерений Кольраушем и Вебером в 1857 г. и с большой точностью совпала с величиной скорости света в вакууме. Это позволило Максвеллу предположить, что *свет представляет собой электромагнитную волну*, распространяющуюся в среде со скоростью

$$v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon \mu}}.$$

Величина, стоящая в знаменателе, получила название *показателя преломления*, т. е.

$$n = \sqrt{\varepsilon \mu}.$$

Гениальная догадка Максвелла вскоре была подтверждена Генрихом Герцем, сумевшим осуществить генерацию и прием электромагнитных волн и исследовать их свойства. Чтобы доказать единую сущность световых и электромагнитных волн, Герц продемонстрировал отражение и преломление электромагнитных волн. Используя параболические зеркала из цинковой жести, Герц сумел сформировать пучок электромагнитных волн, подобный оптическому. При помощи изготовленной из твердой смолы призмы высотой 1,5 и весом 1,2 т он добился отклонения пучка электромагнитных волн подобно преломлению световых лучей в стеклянной призме. Наконец, он также продемонстрировал поляризацию электромагнитных волн с помощью проволочной сетки. Таким образом была подтверждена гипотеза об идентичности световых и электромагнитных волн. С тех пор оптика могла быть включена в электродинамику так же, как акустика давно уже вошла в механику.

На рис.4 показано место оптического диапазона на шкале электромагнитных волн. Этот диапазон простирается от 0,4 до 0,7 мкм по длине волн и от 4×10^{14} до $7,5 \times 10^{14}$ Гц по частоте.

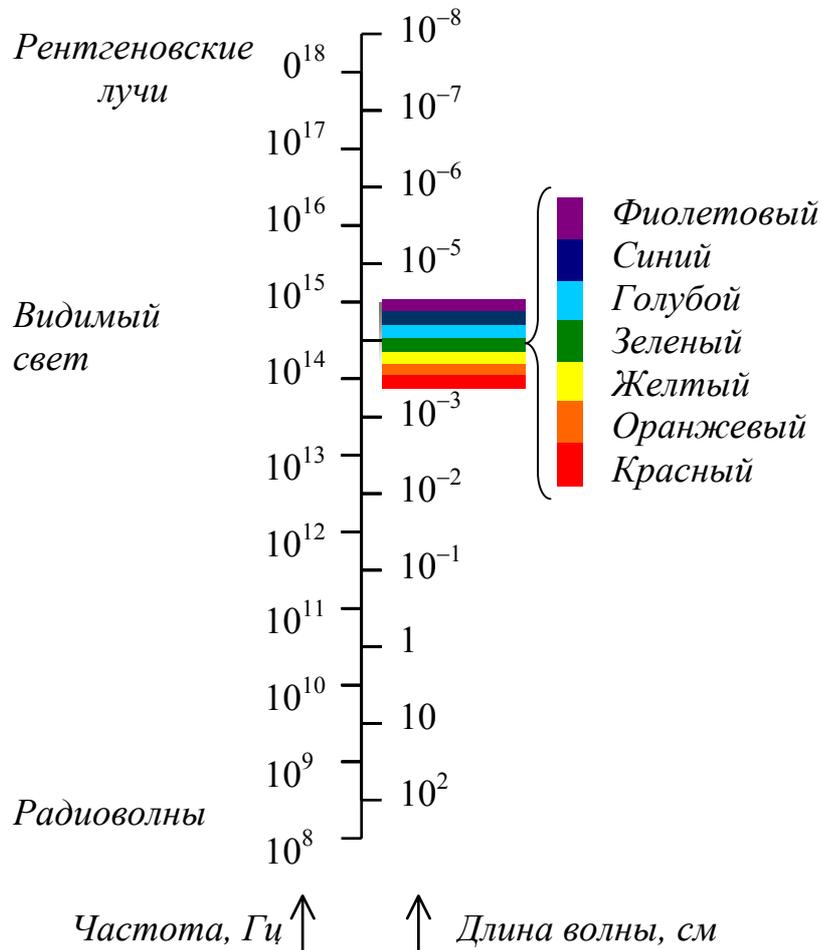


Рис.4. Оптический диапазон на шкале электромагнитных волн

Комплексная форма записи гармонической волны

Итак, плоские гармонические волны удовлетворяют уравнениям вида (1.9). Например, общее решение для вектора напряженности электрического поля должно выглядеть следующим образом:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r}) + \vec{E}_0 \sin(\omega t - \vec{k}\vec{r}). \quad (1.10)$$

Такая запись довольно громоздка и не всегда удобна. Расчеты, связанные с гармоническими волнами, упрощаются, если использовать экспоненциаль-

ные функции вместо тригонометрических. Для этого применяют формулу Эйлера

$$e^{i\alpha} = \cos \alpha + i \sin \alpha.$$

Формально полагая в (1.10) второе слагаемое мнимым, запишем электрическое поле плоской гармонической волны в комплексной форме:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cdot e^{i(\omega t - \vec{k}\vec{r})}. \quad (1.11)$$

Амплитуда такой волны тоже комплексна, т. е. $\vec{E}_0 = |\vec{E}_0| e^{i\delta}$, поэтому, строго говоря, это следует учитывать, записывая

$$\vec{E} = |\vec{E}_0| e^{i(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \delta)}. \quad (1.12)$$

Здесь модуль комплексной амплитуды равен действительной амплитуде, а аргумент - фазе световой волны; постоянная величина δ является *начальной фазой*. Тем не менее, для простоты чаще используют все же более короткую запись в виде (1.11).

Если операции, производимые над волновыми функциями, линейны, то удобнее оперировать с комплексными числами. Если же надо произвести нелинейные преобразования, то следует оперировать лишь с действительными частями, либо перейти к тригонометрической форме записи. При этом важно помнить, что только вещественные части выражений будут представлять изучаемую физическую величину.

Лекция 2. Структура и свойства световых волн

Поперечность световых волн и ортогональность векторов поля

Из уравнений Максвелла можно определить взаимную пространственную ориентацию векторов поля и соотношения между величинами этих векторов. Воспользуемся, например, уравнением

$$\text{rot } \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (1.13)$$

Подставим в (1.13) значения \vec{E} и \vec{B} в виде

$$\begin{aligned} \vec{E} &= \vec{E}_0 e^{i(\omega t - \vec{k}\vec{r})}, \\ \vec{B} &= \vec{B}_0 e^{i(\omega t - \vec{k}\vec{r})}. \end{aligned} \quad (1.14)$$

Используя правило действия векторного оператора *rot* и вычисляя производную по времени, получим

$$i[\vec{k}, \vec{E}] = \frac{1}{c} i\omega \vec{B}. \quad (1.15)$$

Аналогичным образом из второго уравнения Максвелла следует

$$i[\vec{H}, \vec{k}] = \frac{1}{c} i\omega \vec{D}. \quad (1.16)$$

Соотношения (1.15), (1.16) в сочетании с (1.8) выражают свойство *поперечности* световой волны. Согласно этим формулам векторы напряженности электрического (\vec{E}) и магнитного (\vec{H}) полей плоской гармонической волны, распространяющейся в однородной среде или вакууме

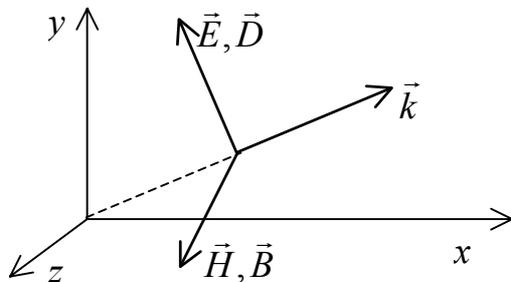


Рис.5. Структура поля плоской световой волны

в произвольном направлении (\vec{k}), взаимно перпендикулярны и образуют правовинтовую тройку (рис.5). При этом в однородной изотропной среде вектор \vec{D} коллинеарен \vec{E} , а вектор \vec{B} коллинеарен \vec{H} .

Установим теперь связь между величинами векторов \vec{E} и \vec{H} в световой волне. Для этого найдем модуль вектора \vec{D} из (1.16):

$$|\vec{D}| = \frac{c}{\omega} |\vec{H}| \cdot |\vec{k}| \cdot \sin(\vec{H}, \vec{k}) = \frac{c}{\omega} |\vec{H}| \cdot |\vec{k}|,$$

где, в свою очередь $|\vec{k}| = \frac{\omega}{v}$, $|\vec{D}| = \varepsilon \cdot |\vec{E}|$.

Учитывая эти соотношения, получаем

$$\sqrt{\varepsilon} E = \sqrt{\mu} H. \quad (1.17)$$

На рис.6 представлено изменение компонент поля E_y и H_z . Таким образом, в плоской бегущей гармонической световой волне обе компоненты поля – электрическая и магнитная – меняются синфазно по гармоническому закону.

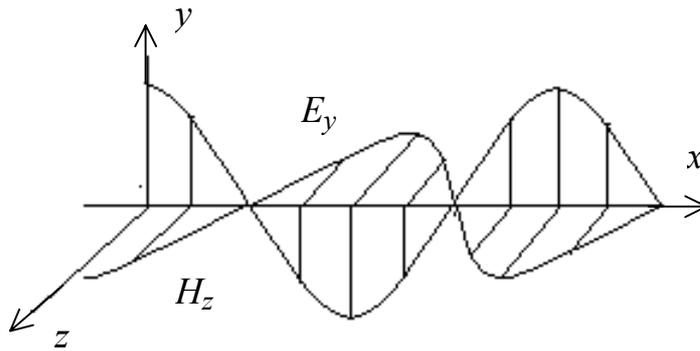


Рис.6. Плоская гармоническая волна типа E_y, H_z

Энергия и интенсивность световой волны

Плотность потока энергии всякого электромагнитного поля, в том числе светового, определяется вектором Пойнтинга

$$\vec{S} = \frac{c}{4\pi} [\vec{E}, \vec{H}] \quad (1.18)$$

модуль которого в случае плоской волны с учетом (1.17) можно представить в виде

$$|\vec{S}| = \frac{c}{4\pi} \frac{\sqrt{\varepsilon}}{\sqrt{\mu}} E^2.$$

В это выражение входят мгновенные значения величин. В оптике частоты электромагнитных колебаний составляют около 10^{15} Гц. С помощью измерительных приборов невозможно отслеживать столь быстрые изменения во времени. На практике наблюдают и измеряют лишь средние значения величин по очень большому числу периодов колебаний. Учитывая, что $E = E_0 \cos(\omega t - kx)$, находим среднюю по времени плотность потока энергии:

$$\langle S \rangle = \frac{1}{2} \frac{c\sqrt{\varepsilon}}{4\pi\sqrt{\mu}} E_0^2. \quad (1.19)$$

Таким образом, энергия светового потока пропорциональна квадрату амплитуды световой волны. Заметим, что предпочтение, которое отдается вектору напряженности электрического поля, есть прежде всего вопрос определения. Световую волну в равной степени характеризуют векторы \vec{E}

и \vec{H} . Однако, если рассматривать взаимодействие света с веществом, то определенный приоритет должен быть отдан вектору \vec{E} . Это связано с тем, что сила, действующая со стороны светового поля на электрический заряд, равна

$$\vec{F} = e\vec{E} + \frac{e}{c}[\vec{v}, \vec{H}]$$

и при $v/c \ll 1$ действие магнитного поля много слабее, чем электрического. Часто вектор напряженности электрического поля условно называют *световым вектором*.

В дальнейшем для удобства будем применять для характеристики световой энергии вместо (1.19) величину

$$I = \frac{1}{2} E_0^2, \quad (1.20)$$

называемую *интенсивностью света*. При использовании комплексной формы для записи векторов поля полезно знать, что

$$\vec{S} = [\text{Re } \vec{E}, \text{Re } \vec{H}]$$

тогда интенсивность

$$I = \langle \text{Re } E \cdot \text{Re } E \rangle = \frac{1}{2} \text{Re}(E^* E) = \frac{1}{2} E_0^2. \quad (1.21)$$

Лекция 3. Суперпозиция световых волн

Согласно принципу суперпозиции напряженность электрического поля и магнитная индукция равны соответственно сумме напряженностей и магнитных индукций всех полей в данной точке пространства независимо от их происхождения. Однако полученная в результате сложения совокупность электрического и магнитного полей, вообще говоря, не составляют бегущую электромагнитную волну, даже если слагаемые поля принадлежат к бегущим плоским волнам. Проследим за переходом от принципа суперпозиции для компонент поля к принципу суперпозиции световых полей волн в наиболее важных частных случаях.

1. Суперпозиция волн, имеющих одинаковые частоты и бегущих в одном направлении

Пусть имеются две бегущие плоские волны с одинаковым волновым вектором \vec{k} и одинаковой частотой ω , поля которых описываются векторами \vec{E}_1, \vec{H}_1 и \vec{E}_2, \vec{H}_2 . Из уравнений Максвелла (1.6) и (1.7) для каждой волны следует

$$\begin{aligned} -[\vec{k}, \vec{H}_1] &= \frac{1}{c} \omega \vec{D}_1, & [\vec{k}, \vec{E}_1] &= \frac{\omega}{c} \vec{B}_1, \\ -[\vec{k}, \vec{H}_2] &= \frac{1}{c} \omega \vec{D}_2, & [\vec{k}, \vec{E}_2] &= \frac{\omega}{c} \vec{B}_2. \end{aligned}$$

Сложим почленно левые и правые части полученных равенств:

$$\begin{aligned} -[\vec{k}, (\vec{H}_1 + \vec{H}_2)] &= \frac{1}{c} \omega (\vec{D}_1 + \vec{D}_2), \\ [\vec{k}, (\vec{E}_1 + \vec{E}_2)] &= \frac{1}{c} \omega (\vec{B}_1 + \vec{B}_2) \end{aligned}$$

и учтем, что

$$\begin{aligned} \vec{E}_1 + \vec{E}_2 &= \vec{E}, & \vec{H}_1 + \vec{H}_2 &= \vec{H}, \\ \vec{B}_1 + \vec{B}_2 &= \vec{B}, & \vec{D}_1 + \vec{D}_2 &= \vec{D}. \end{aligned}$$

Получили, что векторы результирующей волны $\vec{E}, \vec{H}, \vec{B}$ и \vec{D} также характеризуют бегущую плоскую волну с тем же волновым вектором и той же частотой. Данный результат можно обобщить на любое количество плоских волн.

2. Суперпозиция волн, бегущих в одном направлении, но имеющих разные частоты (дисперсия света)

Рассмотрим сначала две гармонические волны, бегущие в одном направлении, но имеющие различные частоты: ω и $\omega + \Delta\omega$. Разумеется, величины волновых векторов также различны: k и $k + \Delta k$. Пусть векторы \vec{E} в этих волнах коллинеарны. Для определенности ось x совместим с направлением распространения волн, а ось y - с направлением векторов \vec{E} волн. Для простоты допустим, что амплитуды напряженностей электрического поля слагаемых волн одинаковы, тогда

$$E_1 = E_0 e^{i(\omega t - kx)},$$

$$E_2 = E_0 e^{i((\omega + \Delta\omega)t - (k + \Delta k)x)},$$

а результирующая напряженность волны:

$$E = E_1 + E_2 = E_0 e^{i(\omega t - kx)} \left[1 - e^{i(\Delta\omega \cdot t - \Delta k \cdot x)} \right] =$$

$$= E_0 e^{\frac{i(\Delta\omega \cdot t - \Delta k \cdot x)}{2}} \left[e^{-\frac{i(\Delta\omega \cdot t - \Delta k \cdot x)}{2}} + e^{\frac{i(\Delta\omega \cdot t - \Delta k \cdot x)}{2}} \right] \cdot e^{i(\omega t - kx)} =$$

$$= 2E_0 \cos \frac{\Delta\omega \cdot t - \Delta k \cdot x}{2} e^{i \left[\left(\omega + \frac{\Delta\omega}{2} \right) t - \left(k + \frac{\Delta k}{2} \right) x \right]}.$$

Введем средние величины

$$\bar{\omega} = \frac{\omega + \omega + \Delta\omega}{2} = \omega + \frac{\Delta\omega}{2},$$

$$\bar{k} = \frac{k + k + \Delta k}{2} = k + \frac{\Delta k}{2}.$$

Тогда

$$E = 2E_0 \cos \frac{\Delta\omega \cdot t - \Delta k \cdot x}{2} e^{i(\bar{\omega}t - \bar{k}x)}. \quad (1.22)$$

Можно считать, что полученное выражение описывает плоскую волну с некоторой средней частотой и средней длиной волны, бегущую вдоль x . Однако ее амплитуда не постоянна, а медленно изменяется во времени и пространстве. Таким образом, волна (1.22) в некоторый фиксированный момент времени имеет вид, изображенный на рис.7. Синусоида несущей средней частоты как бы “протягивается” через медленнее бегущую огибающую импульса. Такие колебания называются *биениями*.

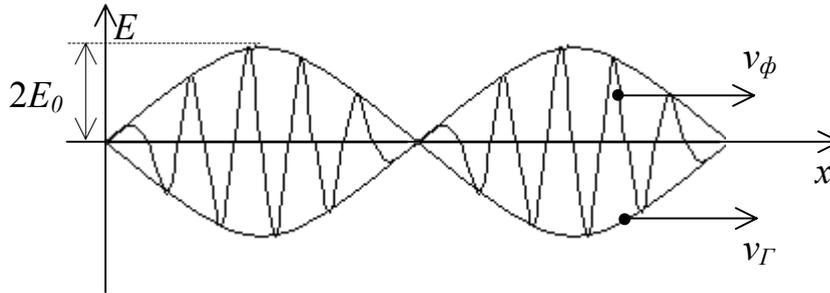


Рис.7. Распространение бигармонической световой волны

Согласно (1.22) условием максимума амплитуды будет

$$\Delta\omega t - \Delta k x_{max} = 2\pi m,$$

где m – любое целое число. Тогда скорость перемещения плоскостей максимальной амплитуды, получившая название *групповой* скорости, будет равна

$$v_G = \frac{\Delta\omega}{\Delta k}.$$

Рассмотренную бигармоническую волну можно обобщить на случай суперпозиции бесконечно большого числа гармонических волн, частоты которых лежат внутри интервала, гораздо меньшей величины средней частоты. В этом случае говорят о *волновой группе* (*волновом пакете*, или *волновом импульсе*). Если считать, что частоты меняются непрерывно, то групповой скоростью в этом случае будет

$$v = \lim_{\Delta k \rightarrow 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta k} = \frac{d\omega}{dk}.$$

Теперь обратимся к *фазовой* скорости, которая для волновой группы определяется как

$$v_\Phi = \frac{\omega}{k}, \quad (1.23)$$

где ω и k – некоторые средние значения. Установим связь между фазовой и групповой скоростями. Для этого найдем из (1.23) дифференциал

$$d\omega = v_\Phi \cdot dk + k \cdot v_\Phi',$$

где $v = c/n$, $dv = -c dn/n^2$. Окончательно соотношение между групповой и фазовой скоростями выражается формулой

$$v_g = v_\phi + \frac{c\lambda}{n^2} \frac{dn}{d\lambda}, \quad (1.24)$$

где вместо волнового числа введена длина волны ($k = 2\pi/\lambda$). В (1.24) очевидна зависимость показателя преломления от длины волны $n(\lambda)$ или от частоты $n(\omega)$. Данная зависимость выражает *дисперсию* света, а формула (1.24) носит название *дисперсионной формулы Рэлея*.

Можно теперь сделать вывод о том, что явление дисперсии света формально вытекает из немонохроматичности световой волны. При этом в среде с дисперсией скорость перемещения волновой группы, вообще говоря, отличается от фазовой скорости света (рис.7). Именно групповая скорость определяет скорость перемещения световой энергии. Отметим, однако, что понятие групповой скорости вовсе не универсально. Оно имеет смысл лишь для узкополосных световых сигналов, распространяющихся в прозрачных средах, где нет поглощения. В этих случаях проявляется так называемая *нормальная дисперсия* с $dn/d\lambda < 0$. Из дисперсионной формулы (1.24) следует, что групповая скорость света меньше, чем фазовая.

В условиях, когда световой импульс поглощается средой или сильно искажается, понятие групповой скорости неприменимо. Поглощение света мы рассмотрим позже в электронной теории дисперсии.

3. Суперпозиция волн одинаковой частоты, бегущих навстречу друг другу (стоячие волны)

Две монохроматические волны одинаковой частоты распространяются навстречу друг другу. Пусть векторы напряженности электрического поля в этих волнах коллинеарны и колеблются с одинаковой амплитудой. По прежнему ось x располагаем вдоль направления перемещения волны, а ось y - вдоль направлений колебаний векторов напряженности электрического поля. Тогда

$$\begin{aligned} E_1 &= E_0 \cos(\omega t - kx), \\ E_2 &= E_0 \cos(\omega t + kx), \end{aligned}$$

Результирующая волна

$$E = E_1 + E_2 = 2E_0 \cos kx \cos \omega t$$

не является бегущей, т. к. отсутствует характерный для нее множитель $t \pm x/v$. Фактор $2E_0 \cos kx$ можно рассматривать как амплитуду колебаний напряженности поля, меняющуюся по гармоническому закону от точки к точке. При этом фаза волны везде одинакова. Такая волна называется *стоячей*.

Напряженность магнитного поля результирующей волны также определяется в соответствии с принципом суперпозиции. Так как векторы \vec{E} , \vec{H} и \vec{k} плоской волны образуют правовинтовую тройку, то

$$H = H_1 - H_2 = H_0 \cos(\omega t - kx) - H_0 \cos(\omega t + kx) = 2H_0 \sin kx \sin \omega t.$$

Напряженность магнитного поля тоже образует стоячую волну, но колебания электрического и магнитного полей происходят в противофазе. Если, например, напряженность электрического поля достигает максимума, то магнитное поле в этот момент времени обращается в нуль и наоборот.

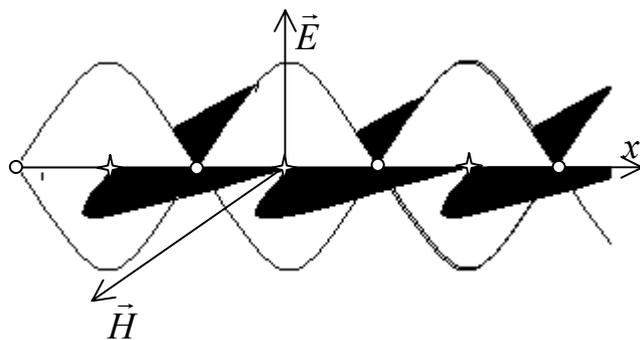


Рис.8. Стоячая волна

На рис.8 показан фрагмент стоячей волны для такого момента времени, когда векторы напряженностей электрического и магнитного полей не достигают максимума. Черным цветом показаны плоскости колебаний вектора напряженности магнитного поля. Поскольку фазы всех точек пространства, где установилась стоячая волна, меняются

одинаково, то вдоль оси x равномерно чередуются точки, где напряженность электрического поля тождественно равна нулю (так называемые *узлы*) и где напряженность максимальна (*пучности*). При этом пучности электрического поля совпадают с узлами магнитного. На рис.8 нанесены узлы (светлые кружочки) и пучности (звездочки) для напряженности электрического поля.

Плотность потока световой энергии описывается вектором Пойнтинга (1.18), следовательно поток энергии отсутствует в точках, где либо \vec{E} , либо \vec{H} равны нулю. Это означает, что нет потока энергии через узлы и пучности, а есть движение энергии между узлами и пучностями – непрерывное превращение энергии электрического поля в энергию магнитного и наоборот.

Опыт Винера

Замечательный опыт по доказательству правомерности приведенных рассуждений, в сущности доказывающий электромагнитную природу света, был проведен в 1890 г. Робертом Винером (рис.9).

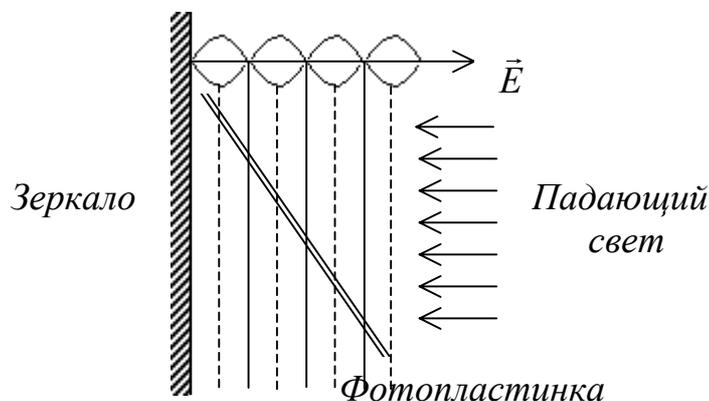


Рис.9. Схема опыта Винера: максимальное почернение происходит на пучностях вектора \vec{E}

Идею Винера легко понять, представив слой фотографической эмульсии, налитой на зеркальную металлическую поверхность. Падающий нормально к поверхности зеркала свет отражается и дает систему стоячих волн. Узел электрического вектора расположится на проводящей поверхности зеркала. Первый узел магнитного вектора будет отстоять на четверть волны от поверхности. В толще фотоэмульсии поле стоячей волны будет представлено чередованием узлов и пучностей напряженностей электрического и магнитного полей.

Поскольку расстояние между пучностями очень мало (примерно 0,3 мкм), то Винер использовал стеклянную пластинку с тонким светочувствительным слоем (порядка $1/20 \lambda$), наклоненную под углом к плоскости зеркала. При очень малых углах наклона на фотопластинке действительно отчетливо наблюдались эквидистантные темные полосы, первая из которых отстояла от поверхности зеркала на четверть волны. Таким образом, кроме доказательства электромагнитной природы света, Винер экспериментально подтвердил, что фотографическое действие (воздействие света на бромистое серебро) обусловлено именно электрической составляющей поля, а не магнитной.

Лекция 4. Поляризация света

Поляризация плоской гармонической волны. Виды поляризации

Для продольных волн, например, акустических, все направления, перпендикулярные линии распространения волн, эквивалентны. Для поперечных волн такой эквивалентности нет, т. к. свойства волн зависят от ориентации векторов \vec{E} и \vec{H} , с которой связано понятие *поляризации* волны.

Рассмотрим сначала плоскую гармоническую волну. Если волна распространяется вдоль оси x , то в общем случае у нее отличны от нуля две компоненты: E_y и E_z , каждая из которых изменяется по гармоническому закону

$$E_y = E_{0y} \cos(\omega t - kx + \delta_1),$$

$$E_z = E_{0z} \cos(\omega t - kx + \delta_2).$$

Найдем уравнение траектории, по которой движется конец вектора \vec{E} в плоскости $x = const$. Для этого введем вспомогательное обозначение $\varphi = \omega t - kx$ и преобразуем последние выражения следующим образом:

$$E_y = E_{0y}(\cos \varphi \cos \delta_1 - \sin \varphi \sin \delta_1),$$

$$E_z = E_{0z}(\cos \varphi \cos \delta_2 - \sin \varphi \sin \delta_2).$$

Отсюда

$$\frac{E_y}{E_{0y}} \sin \delta_2 - \frac{E_z}{E_{0z}} \sin \delta_1 = \cos \varphi \sin(\delta_2 - \delta_1),$$

$$\frac{E_y}{E_{0y}} \cos \delta_2 - \frac{E_z}{E_{0z}} \cos \delta_1 = \sin \varphi \sin(\delta_2 - \delta_1).$$

Возводя в квадрат правые и левые части этих уравнений и складывая почленно, найдем

$$\left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)^2 + \left(\frac{E_z}{E_{0z}}\right)^2 - 2\frac{E_y E_z}{E_{0y} E_{0z}} \cos(\delta_2 - \delta_1) = \sin^2(\delta_2 - \delta_1). \quad (1.25)$$

Уравнение (1.25) является уравнением эллипса. Эллипс вписан в прямоугольник, стороны которого параллельны осям y , z и имеют длины $2E_{0y}$ и $2E_{0z}$ (рис.10, а).

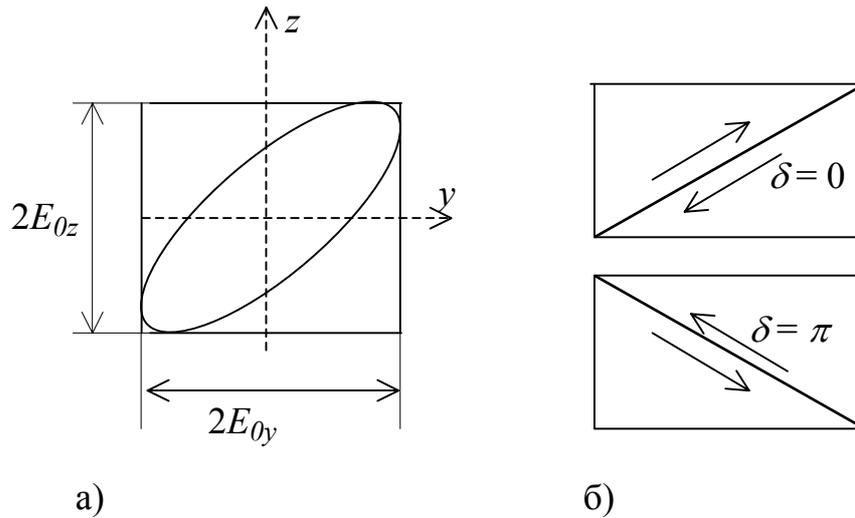


Рис.10. Состояния поляризации плоской гармонической волны

Итак, в общем случае при распространении плоской гармонической волны конец вектора \vec{E} в плоскости $x = \text{const}$ описывает эллипс. Аналогично ведет себя и вектор напряженности магнитного поля. Такая волна называется *эллиптически поляризованной*.

В частном случае разность фаз может оказаться равной $\delta = m\pi$, где $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, тогда эллипс вырождается в прямую, описываемую уравнением

$$\frac{E_y}{E_z} = (-1)^m \frac{E_{0y}}{E_{0z}}.$$

В этом случае волна является *линейно поляризованной (плоско поляризованной)*. На рис.10,б показаны два возможных направления поляризации, соответствующие $\delta = 0$ и $\delta = \pi$.

Если $E_{0y} = E_{0z}$ и $\delta = (2m + 1)\pi/2$, где $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, то эллипс вырождается в окружность, а поляризация называется *круговой (циркулярной)*.

Степень поляризации

Плоская гармоническая волна – это идеализированная модель, в которой напряженности полей являются регулярными функциями координат и времени, поэтому такая волна всегда поляризована. Ближе всего по своей структуре к поляризованной волне свет лазера. Немонохроматичность света от других источников приводит к отличиям от идеальной картины. Поле немонохроматической волны можно рассматривать как *случайный* процесс. Для такой волны направление вектора \vec{E} в плоскости волнового фронта случайным образом меняется с течением времени. Если при этом все направления колебаний \vec{E} оказываются

ся равновероятными, то свет называется *неполяризованным* или *естественно поляризованным*. (Часто такой свет называют просто *естественным*.) Таков, например, солнечный свет или свет лампы накаливания.

Если же существует преимущественное направление колебаний вектора \vec{E} , то говорят о *частичной поляризации* света. Поскольку частично поляризованный свет можно представить как суперпозицию неполяризованной и полностью поляризованной компонент, то состояние поляризации характеризуют *степенью поляризации*:

$$P = \frac{I_{\text{поляриз.}}}{I_{\text{полн.}}},$$

где в числителе и знаменателе - интенсивности поляризованной компоненты и полная интенсивность света соответственно. Так степень поляризации гармонической волны равна единице, естественного света - нулю. Реальные световые источники имеют степень поляризации $0 < P < 1$.

Экспериментальные методы измерения поляризации света основаны на применении анизотропных кристаллов и будут рассматриваться при изучении оптики анизотропных сред.

Вопросы

1. Какие явления свидетельствуют о том, что свет переносит энергию?
2. Почему для описания света правомерно использование таких разных терминов как «лучи» и «волны»?
3. Укажите границы видимого диапазона света по частотам (или круговым частотам).
4. Укажите границы оптического диапазона длин волн.
5. Существует ли универсальное соотношение между частотой и волновым числом?
6. Почему для введения интенсивности света величину потока энергии усредняют по времени? По какому промежутку времени производится усреднение?
7. В каких областях пространства движется энергия в стоячей световой волне?
8. Как происходит перемещение энергии при наличии биений?
9. Можно ли получить циркулярно поляризованную волну при разных амплитудах слагаемых волн?
10. Можно ли получить эллиптически поляризованную волну при сложении линейно поляризованных волн с одинаковыми амплитудами?
11. Чем различаются фазовая и групповая скорости?
12. Известно, например, что фазовая скорость радиоволн в ионосфере может быть больше скорости света в вакууме. Как это согласуется с принципом относительности?

2. ОПТИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ НА ГРАНИЦЕ РАЗДЕЛА СРЕД

Лекция 5. Энергетика отражения и преломления

Из опыта хорошо известно, что луч света, падающий на границу раздела двух оптически разных сред, разделяется на два луча: отраженный и преломленный. Направление распространения, интенсивность и поляризация этих лучей зависят как от состава сред, так и от параметров исходного светового пучка – его направления, интенсивности и поляризации. Необходимо исследовать эту зависимость, чтобы управлять светом для формирования изображений (при использовании линз, призм, зеркал), осуществлять спектральное разложение света, получать свет заданной поляризации. Отражение света используется в лазерных резонаторах, в высокоточных измерительных интерферометрах, в оптоволоконной технике.

Граничные условия для электромагнитного поля

Теория отражения и преломления света строится на основе уравнений Максвелла и граничных условий для электромагнитного поля. Из электродинамики известно, что на границе раздела диэлектриков нормальные компоненты напряженности электрического и магнитного полей терпят разрыв, а тангенциальные (параллельные поверхности раздела) должны быть непрерывны. Условие непрерывности имеет вид:

$$E_{1\tau} = E_{2\tau}, H_{1\tau} = H_{2\tau}, \quad (2.1)$$

где цифры «1» и «2» относятся к разным средам по обе стороны границы, а индекс « τ » обозначает тангенциальную компоненту.

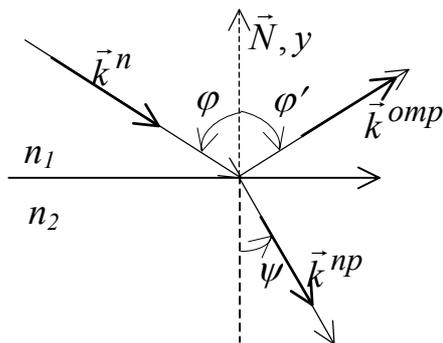


Рис.11. Отражение и преломление плоской волны

Пусть на плоскую границу двух прозрачных непроводящих сред с показателями преломления n_1 и n_2 падает плоская гармоническая волна, волновой вектор которой лежит в плоскости $y = const$ (рис.11). Углы между нормалью \vec{N} к границе и волновыми векторами падающей, отраженной и преломленной волн обозначаются соответственно φ , φ' и ψ .

Запишем граничное условие (2.1), учитывая, что в среде «1» две волны: падающая и отраженная:

$$E_{1\tau}^n + E_{1\tau}^{omp} = E_{2\tau}^{np}.$$

Вводя соответствующие амплитуды и фазы, получим граничное условие в виде

$$\begin{aligned} E_{0\tau}^n \exp[i(\omega^n t - \vec{k}^n \vec{r})] + E_{0\tau}^{omp} \exp[i(\omega^{omp} t - \vec{k}^{omp} \vec{r})] = \\ = E_{0\tau}^{np} \exp[i(\omega^{np} t - \vec{k}^{np} \vec{r})] \end{aligned} \quad (2.2)$$

Поскольку амплитуды постоянны, а условие (2.2) должно выполняться для любого момента времени и для всех точек, лежащих в плоскости раздела, следовательно частоты всех трех волн одинаковы

$$\omega^n = \omega^{omp} = \omega^{np} = \omega$$

и

$$\vec{k}^n \vec{r} = \vec{k}^{omp} \vec{r} = \vec{k}^{np} \vec{r}. \quad (2.3)$$

Законы отражения и преломления света

Условие (2.3) в декартовых координатах

$$k_x^n x + k_z^n z = k_x^{omp} x + k_z^{omp} z = k_x^{np} x + k_z^{np} z$$

должно выполняться для любых x и z . В частности, полагая $x = 0$, получим

$$k_z^n = k_z^{omp} = k_z^{np}.$$

Аналогично, полагая $z = 0$, найдем

$$k_x^n = k_x^{omp} = k_x^{np}. \quad (2.4)$$

Из этого следует, что три вектора \vec{k}^n , \vec{k}^{omp} , \vec{k}^{np} и нормаль к границе раздела \vec{N} лежат в одной плоскости, которая получила название *плоскости падения* (плоскость xu на рис.11).

Используя условие (2.4), можно найти

$$k^n \sin \varphi = k^{omp} \sin \varphi'.$$

Учитывая, что падающая и отраженная волны находятся в одной среде, для которой

$$k^n = k^{omp} = \frac{\omega}{v_1} = \frac{\omega}{c} n_1,$$

получаем закон отражения света: $|\varphi| = |\varphi'|$.

Используя еще раз равенство (2.4), запишем

$$k^n \sin \varphi = k^{np} \sin \psi.$$

Вводя показатели преломления для первой и второй сред, получим хорошо известный закон преломления света (закон Снеллиуса):

$$\frac{\sin \varphi}{\sin \psi} = \frac{n_2}{n_1}. \quad (2.5)$$

Формулы Френеля

Вопрос о количественном соотношении интенсивностей волн при отражении и преломлении световых пучков чрезвычайно важен в оптике. Зависит ли распределение интенсивностей от угла падения и от поляризации падающего света? Для ответа на вопросы, связанные с энергией света, всегда сначала находят амплитудные соотношения, а затем уже переходят к интенсивностям.

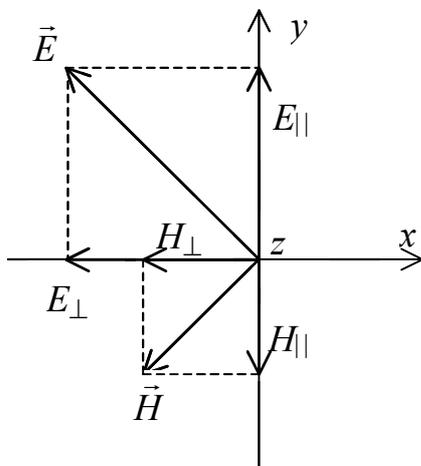


Рис.12. Разложение плоской волны

Покажем сначала, что плоскую волну любой поляризации всегда можно представить в виде суммы двух линейно поляризованных волн со взаимно перпендикулярными векторами напряженности. На рис.12 изображены в произвольный момент времени векторы амплитуд \vec{E} и \vec{H} плоской волны, бегущей вдоль оси z (yz -плоскость падения). Каждую из этих амплитуд можно разложить на два вектора: два из них лежат в плоскости падения ($\vec{E}_{||}$ и $\vec{H}_{||}$), а два других

перпендикулярны к ней (\vec{E}_\perp и \vec{H}_\perp). В этом случае образуются две правовинтовые тройки векторов, формирующие две плоские волны:

$$\vec{E}_\parallel, \vec{H}_\perp, \vec{k} \quad \text{и} \quad \vec{E}_\perp, \vec{H}_\parallel, \vec{k} . \quad (2.6)$$

Очевидно, что $E^2 = E_\parallel^2 + E_\perp^2$, т. е. сумма интенсивностей образовавшихся волн равна интенсивности исходной волны.

Рассмотрим теперь отражение и преломление света на плоской границе двух однородных, изотропных, прозрачных диэлектриков. Будем считать, что магнитные проницаемости диэлектриков равны единице (как у вакуума), поскольку большинство прозрачных для света сред являются немагнитными. Тогда показатель преломления каждой среды $n^2 = \varepsilon$.

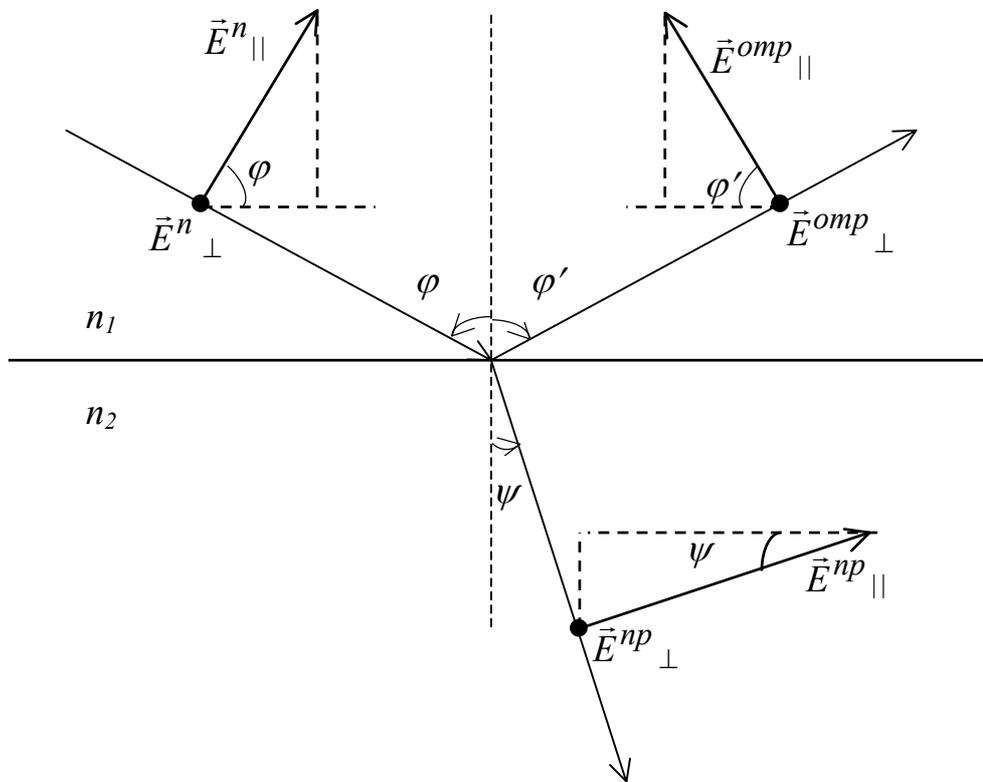


Рис.13. К выводу формул Френеля

Независимо от поляризации падающей, отраженной и прошедшей волн, разложим каждую из них на две линейно поляризованные. На рис.13 для удобства изображены только векторы амплитуд напряженности электрического поля, поскольку разложение магнитной компоненты совершенно аналогично. Плоскость рисунка является плоскостью падения. Большие точки показывают направления векторов амплитуд, перпендикулярных плоскости падения: они направлены к наблюдателю.

Запишем граничные условия для всех компонент напряженностей электрического и магнитного полей. Проще всего это сделать для амплитуд волн с поляризацией перпендикулярно плоскости падения:

$$E_{\perp}^n + E_{\perp}^{omp} = E_{\perp}^{np}, \quad (2.7)$$

$$H_{\perp}^n + H_{\perp}^{omp} = H_{\perp}^{np}. \quad (2.8)$$

Поскольку в общем случае амплитуды волн с поляризацией параллельно плоскости падения направлены под углом к плоской границе, то сохранять свою величину будут проекции этих векторов на направления, параллельные поверхности раздела, т. е.

$$E_{11}^n \cos \varphi - E_{11}^{omp} \cos \varphi' = E_{11}^{np} \cos \psi, \quad (2.9)$$

$$H_{11}^n \cos \varphi - H_{11}^{omp} \cos \varphi' = H_{11}^{np} \cos \psi. \quad (2.10)$$

Получили систему из четырех линейных уравнений. Для уменьшения числа неизвестных воспользуемся формулой (1.17), связывающей величины напряженностей электрического и магнитного полей и учтем (2.6) при замене магнитной компоненты на электрическую. Тогда вместо (2.8) и (2.10) получим

$$\frac{\sqrt{\varepsilon_1}}{\sqrt{\mu_1}} E_{11}^n + \frac{\sqrt{\varepsilon_1}}{\sqrt{\mu_1}} E_{11}^{omp} = \frac{\sqrt{\varepsilon_2}}{\sqrt{\mu_2}} E_{11}^{np}, \quad (2.11)$$

$$\frac{\sqrt{\varepsilon_1}}{\sqrt{\mu_1}} E_{\perp}^n \cos \varphi - \frac{\sqrt{\varepsilon_1}}{\sqrt{\mu_1}} E_{\perp}^{omp} \cos \varphi' = \frac{\sqrt{\varepsilon_2}}{\sqrt{\mu_2}} E_{\perp}^{np} \cos \psi. \quad (2.12)$$

Теперь введем специальные коэффициенты, выражающие отношения амплитуд:

$$r_{11} = \frac{E_{11}^{omp}}{E_{11}^n}; \quad r_{\perp} = \frac{E_{\perp}^{omp}}{E_{\perp}^n}; \quad \tau_{11} = \frac{E_{11}^{np}}{E_{11}^n}; \quad \tau_{\perp} = \frac{E_{\perp}^{np}}{E_{\perp}^n} \quad (2.13)$$

Первые два (r_{11} и r_{\perp}) называются *амплитудными коэффициентами отражения света*, два других (τ_{11} и τ_{\perp}) – *амплитудными коэффициентами пропускания света*. Вводя эти коэффициенты в (2.7), (2.9), (2.11) и (2.12), имеем

$$\left\{ \begin{array}{l} 1 + r_{\perp} = \tau_{\perp}, \\ 1 + r_{11} = \frac{\sqrt{\varepsilon_2 \mu_1}}{\sqrt{\varepsilon_1 \mu_2}} \tau_{11}, \\ \cos \varphi - r_{11} \cos \varphi = \tau_{11} \cos \psi, \\ \cos \varphi - r_{\perp} \cos \varphi = \frac{\sqrt{\varepsilon_2 \mu_1}}{\sqrt{\varepsilon_1 \mu_2}} \tau_{\perp}. \end{array} \right.$$

Как и прежде, система содержит четыре линейных уравнения, но в ней теперь всего четыре неизвестных величины. Решение легко находим обычной подстановкой, используя закон преломления и формулы тригонометрии:

$$\begin{aligned} r_{11} &= \frac{\operatorname{tg}(\varphi - \psi)}{\operatorname{tg}(\varphi + \psi)}, & r_{\perp} &= -\frac{\sin(\varphi - \psi)}{\sin(\varphi + \psi)}, \\ \tau_{11} &= \frac{2 \cos \varphi \sin \psi}{\sin(\varphi + \psi) \cos(\varphi - \psi)}, & \tau_{\perp} &= \frac{2 \cos \varphi \sin \psi}{\sin(\varphi + \psi)}. \end{aligned} \quad (2.14)$$

Формулы (2.14) называются *формулами Френеля*. Они позволяют вычислять энергию отраженного и преломленного пучков света, а также определять соотношения фаз световых волн при отражении и преломлении. Интересно отметить, что эти формулы были получены Френелем еще до установления электромагнитной природы света.

Явление Брюстера

Если подобрать угол падения таким, чтобы сумма углов падения и преломления составила $\pi/2$, то в одной из формул (2.14) знаменатель обратится в бесконечность, а амплитудный коэффициент отражения станет равным нулю, т. е. $r_{11} = 0$. Это означает, что изложенная теория предсказывает полное исчезновение отраженной волны в случае поляризации падающего света в плоскости падения. Действительно, такой эффект был экспериментально обнаружен в 1815 г. Д. Брюстером и получил название *явления Брюстера*.

Используя закон преломления для любой пары граничащих сред, легко вычислить величину особого угла падения φ_B (*угла Брюстера*), при котором наблюдается явление Брюстера: $\varphi_B = \operatorname{arc} \operatorname{tg}(n_2 / n_1)$. Например, для границы раздела «воздух-стекло» получаем $\varphi_B \cong 57^\circ$.

Брюстеровский угол еще называют *углом полной поляризации*. Действительно, если падающий под этим углом свет неполяризован, т. е. содержит компоненты с обеими поляризациями (параллельно и перпендикулярно плоскости падения), то отраженный свет должен полностью поляризоваться перпендикулярно плоскости падения. Это позволило использовать явление Брюстера для получения линейно поляризованного света.

Соотношения между фазами волн при отражении и преломлении

Формулы Френеля позволяют провести анализ возможного соотношения фаз волн при отражении и преломлении. Из формул (2.13), определяющих амплитудные коэффициенты, следует, что все четыре коэффициента – положительные вещественные числа. Поскольку амплитуда волн в общем случае комплексна, то для каждого коэффициента, например, для r_{\perp} , можно записать

$$r_{\perp} = \frac{|E_{\perp}^{omp}|}{|E_{\perp}^n|} \cdot e^{i(\delta^{omp} - \delta^n)},$$

где $\delta^{omp} - \delta^n$ - разность фаз двух волн.

Коэффициент отражения r_{\perp} показывает, во сколько раз одна амплитуда больше другой, и поэтому должен быть вещественным. Такое требование приводит к двум возможным вариантам фазовых соотношений:

- 1) $\delta^{omp} - \delta^n = 0$, когда r_{\perp} положителен;
- 2) $\delta^{omp} - \delta^n = \pi$, когда r_{\perp} отрицателен.

Эти два варианта говорят о том, что фазы падающей и отраженной волн могут либо совпадать, либо быть противоположными в зависимости от знака коэффициента. Совершенно аналогичный вывод можно получить, рассматривая остальные амплитудные коэффициенты.

Согласно формулам Френеля (2.14) знаки амплитудных коэффициентов определяются соотношением углов падения и преломления. При этом следует рассмотреть все возможные варианты. Например, если свет падает из менее плотной среды в более плотную, то $\varphi > \psi$; если свет падает из более плотной среды в менее плотную, то $\varphi < \psi$. При этом углы могут быть небольшими ($\varphi + \psi < \pi / 2$) или большими ($\varphi + \psi > \pi / 2$). Оказывается, что во всех случаях при $\varphi < \psi$ амплитудные коэффициенты пропускания света положительны, т. е. фаза прошедшей через границу волны не меняется.

Когда свет отражается от оптически более плотной среды и сумма углов $\varphi + \psi < \pi / 2$, амплитудный коэффициент $r_{\perp} < 0$. Значит, фаза отраженной волны должна измениться на противоположную. Такой скачок фазы означает, что волна на своем пути не проходит отрезка в половину сво-

ей длины, или, как принято говорить, отраженная волна *теряет* на своем пути половину своей длины. Данная ситуация является единственной, которая приводит к смене фазы. Например, если $\varphi + \psi > \pi / 2$, то фаза отраженной волны останется без изменения.

Вопросы

1. Сформулируйте граничные условия для векторов поля волны, которые полностью определяют законы отражения и преломления света.

2. Можно ли определить длину световой волны, исследуя отражение или преломление света?

3. Известно, что частота света не меняется при переходе из одной среды в другую. Что можно сказать в этом случае о длине световой волны? Ответ обоснуйте.

4. Почему экспериментальная проверка формул Френеля может быть выполнена наиболее эффективно при углах Брюстера?

5. Можно ли увидеть отражение своего лица, глядя в воду, например, в озеро?

6. Чем объясняется яркое зеркальное отражение берегов, деревьев от поверхности спокойной реки или озера?

3. ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ СВЕТА

Лекция 6. Интерференция монохроматических волн

Интерференция и когерентность

Интерференция света – весьма тонкое физическое явление, которое редко наблюдается в обыденной жизни. Например, хорошо известно, что если экран осветить двумя лампочками, то освещенность в любой точке экрана равна сумме освещенностей, создаваемых каждой лампочкой в отдельности. Этот экспериментальный факт, который можно назвать *законом независимости световых пучков*, имеет место для независимых источников света. Оказывается, что возможны ситуации, когда этот закон нарушается, и результирующая интенсивность не равна сумме интенсивностей, а закономерно меняется от точки к точке. В зависимости от условий эксперимента могут формироваться чередующиеся темные и светлые полосы, кольца или более причудливые картины. В таких случаях говорят, что имеет место *интерференция света*, а способность света давать интерференционную картину была названа *когерентностью*.

До сих пор, например, рассматривая прохождение света через границу прозрачных сред, мы успешно использовали модель плоской гар-

монической волны. Для описания тонких интерференционных эффектов такая идеализированная модель оказывается слишком грубой. Реальный свет от обычных источников образуется в результате наложения огромного числа элементарных сферических волн, испускаемых независимыми осцилляторами (атомами). Эти волны, конечно, не являются гармоническими, они больше похожи на «обрывки» синусоид. Структура такого поля является *случайной*, а не высоко упорядоченной, как в идеальной гармонической волне. Под когерентностью понимают именно упорядоченность структуры поля, степень его близости к идеальной гармонической волне.

Прежде всего ознакомимся с терминологией и кругом понятий, принятых в теории интерференции. Сначала будем использовать в формальной схеме электромагнитной теории идеализированную модель гармонических волн, а затем дополним эту схему анализом условий обрыва колебаний.

Двухлучевая интерференция

Пусть в произвольную точку пространства одновременно приходят две гармонические световые волны. Согласно принципу суперпозиции напряженности складываются:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2.$$

Чтобы перейти к энергетическому описанию, т. е. к величинам вторых порядков, надо возвести это равенство в квадрат и усреднить по времени:

$$\langle E^2 \rangle = \langle E_1^2 \rangle + \langle E_2^2 \rangle + 2\langle \vec{E}_1 \vec{E}_2 \rangle \quad (3.1)$$

Если теперь перейти к интенсивности, то очевидны два варианта. При равенстве нулю третьего слагаемого в правой части (сразу исключаем случай взаимно перпендикулярной поляризации волн) результирующая интенсивность будет равна сумме интенсивностей приходящих волн. В этом случае интерференции нет. Если же это слагаемое будет отлично от нуля, то в результате можно получить интенсивность либо больше, либо меньше суммарной величины в зависимости от знака скалярного произведения в (3.1). Это и есть проявление интерференции. Третье слагаемое в полученном выражении называют поэтому *интерференционным членом*.

Лекция 4. Поляризация света

Поляризация плоской гармонической волны. Виды поляризации

Для продольных волн, например, акустических, все направления, перпендикулярные линии распространения волн, эквивалентны. Для поперечных волн такой эквивалентности нет, т. к. свойства волн зависят от ориентации векторов \vec{E} и \vec{H} , с которой связано понятие *поляризации* волны.

Рассмотрим сначала плоскую гармоническую волну. Если волна распространяется вдоль оси x , то в общем случае у нее отличны от нуля две компоненты: E_y и E_z , каждая из которых изменяется по гармоническому закону

$$E_y = E_{0y} \cos(\omega t - kx + \delta_1),$$

$$E_z = E_{0z} \cos(\omega t - kx + \delta_2).$$

Найдем уравнение траектории, по которой движется конец вектора \vec{E} в плоскости $x = const$. Для этого введем вспомогательное обозначение $\varphi = \omega t - kx$ и преобразуем последние выражения следующим образом:

$$E_y = E_{0y}(\cos \varphi \cos \delta_1 - \sin \varphi \sin \delta_1),$$

$$E_z = E_{0z}(\cos \varphi \cos \delta_2 - \sin \varphi \sin \delta_2).$$

Отсюда

$$\frac{E_y}{E_{0y}} \sin \delta_2 - \frac{E_z}{E_{0z}} \sin \delta_1 = \cos \varphi \sin(\delta_2 - \delta_1),$$

$$\frac{E_y}{E_{0y}} \cos \delta_2 - \frac{E_z}{E_{0z}} \cos \delta_1 = \sin \varphi \sin(\delta_2 - \delta_1).$$

Возводя в квадрат правые и левые части этих уравнений и складывая почленно, найдем

$$\left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)^2 + \left(\frac{E_z}{E_{0z}}\right)^2 - 2\frac{E_y E_z}{E_{0y} E_{0z}} \cos(\delta_2 - \delta_1) = \sin^2(\delta_2 - \delta_1). \quad (1.25)$$

Уравнение (1.25) является уравнением эллипса. Эллипс вписан в прямоугольник, стороны которого параллельны осям y , z и имеют длины $2E_{0y}$ и $2E_{0z}$ (рис.10, а).

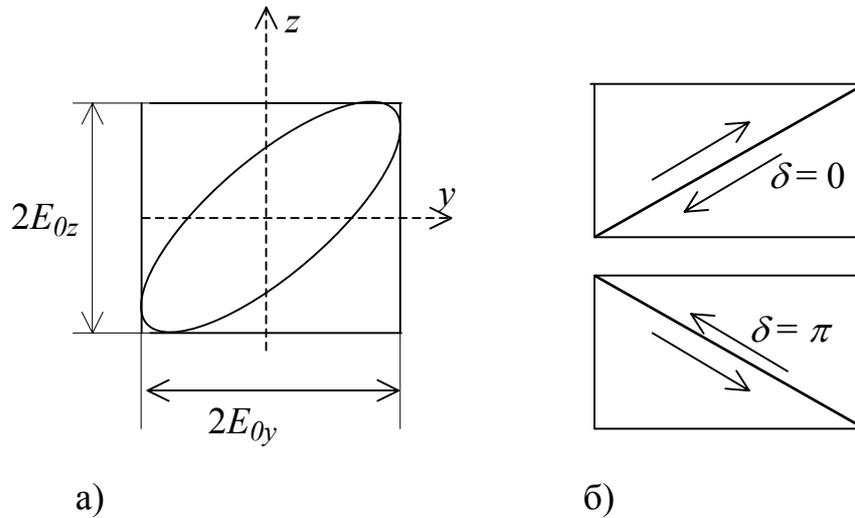


Рис.10. Состояния поляризации плоской гармонической волны

Итак, в общем случае при распространении плоской гармонической волны конец вектора \vec{E} в плоскости $x = \text{const}$ описывает эллипс. Аналогично ведет себя и вектор напряженности магнитного поля. Такая волна называется *эллиптически поляризованной*.

В частном случае разность фаз может оказаться равной $\delta = m\pi$, где $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, тогда эллипс вырождается в прямую, описываемую уравнением

$$\frac{E_y}{E_z} = (-1)^m \frac{E_{0y}}{E_{0z}}.$$

В этом случае волна является *линейно поляризованной (плоско поляризованной)*. На рис.10,б показаны два возможных направления поляризации, соответствующие $\delta = 0$ и $\delta = \pi$.

Если $E_{0y} = E_{0z}$ и $\delta = (2m + 1)\pi/2$, где $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, то эллипс вырождается в окружность, а поляризация называется *круговой (циркулярной)*.

Степень поляризации

Плоская гармоническая волна – это идеализированная модель, в которой напряженности полей являются регулярными функциями координат и времени, поэтому такая волна всегда поляризована. Ближе всего по своей структуре к поляризованной волне свет лазера. Немонохроматичность света от других источников приводит к отличиям от идеальной картины. Поле немонохроматической волны можно рассматривать как *случайный* процесс. Для такой волны направление вектора \vec{E} в плоскости волнового фронта случайным образом меняется с течением времени. Если при этом все направления колебаний \vec{E} оказываются

ся равновероятными, то свет называется *неполяризованным* или *естественно поляризованным*. (Часто такой свет называют просто *естественным*.) Таков, например, солнечный свет или свет лампы накаливания.

Если же существует преимущественное направление колебаний вектора \vec{E} , то говорят о *частичной поляризации* света. Поскольку частично поляризованный свет можно представить как суперпозицию неполяризованной и полностью поляризованной компонент, то состояние поляризации характеризуют *степенью поляризации*:

$$P = \frac{I_{\text{поляриз.}}}{I_{\text{полн.}}},$$

где в числителе и знаменателе - интенсивности поляризованной компоненты и полная интенсивность света соответственно. Так степень поляризации гармонической волны равна единице, естественного света - нулю. Реальные световые источники имеют степень поляризации $0 < P < 1$.

Экспериментальные методы измерения поляризации света основаны на применении анизотропных кристаллов и будут рассматриваться при изучении оптики анизотропных сред.

Вопросы

1. Какие явления свидетельствуют о том, что свет переносит энергию?
2. Почему для описания света правомерно использование таких разных терминов как «лучи» и «волны»?
3. Укажите границы видимого диапазона света по частотам (или круговым частотам).
4. Укажите границы оптического диапазона длин волн.
5. Существует ли универсальное соотношение между частотой и волновым числом?
6. Почему для введения интенсивности света величину потока энергии усредняют по времени? По какому промежутку времени производится усреднение?
7. В каких областях пространства движется энергия в стоячей световой волне?
8. Как происходит перемещение энергии при наличии биений?
9. Можно ли получить циркулярно поляризованную волну при разных амплитудах слагаемых волн?
10. Можно ли получить эллиптически поляризованную волну при сложении линейно поляризованных волн с одинаковыми амплитудами?
11. Чем различаются фазовая и групповая скорости?
12. Известно, например, что фазовая скорость радиоволн в ионосфере может быть больше скорости света в вакууме. Как это согласуется с принципом относительности?

2. ОПТИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ НА ГРАНИЦЕ РАЗДЕЛА СРЕД

Лекция 5. Энергетика отражения и преломления

Из опыта хорошо известно, что луч света, падающий на границу раздела двух оптически разных сред, разделяется на два луча: отраженный и преломленный. Направление распространения, интенсивность и поляризация этих лучей зависят как от состава сред, так и от параметров исходного светового пучка – его направления, интенсивности и поляризации. Необходимо исследовать эту зависимость, чтобы управлять светом для формирования изображений (при использовании линз, призм, зеркал), осуществлять спектральное разложение света, получать свет заданной поляризации. Отражение света используется в лазерных резонаторах, в высокоточных измерительных интерферометрах, в оптоволоконной технике.

Граничные условия для электромагнитного поля

Теория отражения и преломления света строится на основе уравнений Максвелла и граничных условий для электромагнитного поля. Из электродинамики известно, что на границе раздела диэлектриков нормальные компоненты напряженности электрического и магнитного полей терпят разрыв, а тангенциальные (параллельные поверхности раздела) должны быть непрерывны. Условие непрерывности имеет вид:

$$E_{1\tau} = E_{2\tau}, H_{1\tau} = H_{2\tau}, \quad (2.1)$$

где цифры «1» и «2» относятся к разным средам по обе стороны границы, а индекс « τ » обозначает тангенциальную компоненту.

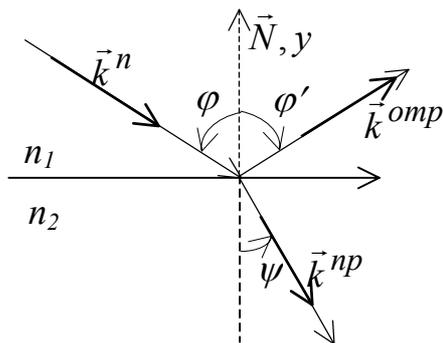


Рис.11. Отражение и преломление плоской волны

Пусть на плоскую границу двух прозрачных непроводящих сред с показателями преломления n_1 и n_2 падает плоская гармоническая волна, волновой вектор которой лежит в плоскости $y = const$ (рис.11). Углы между нормалью \vec{N} к границе и волновыми векторами падающей, отраженной и преломленной волн обозначаются соответственно φ , φ' и ψ .

Запишем граничное условие (2.1), учитывая, что в среде «1» две волны: падающая и отраженная:

$$E_{1\tau}^n + E_{1\tau}^{omp} = E_{2\tau}^{np}.$$

Вводя соответствующие амплитуды и фазы, получим граничное условие в виде

$$\begin{aligned} E_{0\tau}^n \exp[i(\omega^n t - \vec{k}^n \vec{r})] + E_{0\tau}^{omp} \exp[i(\omega^{omp} t - \vec{k}^{omp} \vec{r})] = \\ = E_{0\tau}^{np} \exp[i(\omega^{np} t - \vec{k}^{np} \vec{r})] \end{aligned} \quad (2.2)$$

Поскольку амплитуды постоянны, а условие (2.2) должно выполняться для любого момента времени и для всех точек, лежащих в плоскости раздела, следовательно частоты всех трех волн одинаковы

$$\omega^n = \omega^{omp} = \omega^{np} = \omega$$

и

$$\vec{k}^n \vec{r} = \vec{k}^{omp} \vec{r} = \vec{k}^{np} \vec{r}. \quad (2.3)$$

Законы отражения и преломления света

Условие (2.3) в декартовых координатах

$$k_x^n x + k_z^n z = k_x^{omp} x + k_z^{omp} z = k_x^{np} x + k_z^{np} z$$

должно выполняться для любых x и z . В частности, полагая $x = 0$, получим

$$k_z^n = k_z^{omp} = k_z^{np}.$$

Аналогично, полагая $z = 0$, найдем

$$k_x^n = k_x^{omp} = k_x^{np}. \quad (2.4)$$

Из этого следует, что три вектора \vec{k}^n , \vec{k}^{omp} , \vec{k}^{np} и нормаль к границе раздела \vec{N} лежат в одной плоскости, которая получила название *плоскости падения* (плоскость xu на рис.11).

Используя условие (2.4), можно найти

$$k^n \sin \varphi = k^{omp} \sin \varphi'.$$

Учитывая, что падающая и отраженная волны находятся в одной среде, для которой

$$k^n = k^{omp} = \frac{\omega}{v_1} = \frac{\omega}{c} n_1,$$

получаем закон отражения света: $|\varphi| = |\varphi'|$.

Используя еще раз равенство (2.4), запишем

$$k^n \sin \varphi = k^{np} \sin \psi.$$

Вводя показатели преломления для первой и второй сред, получим хорошо известный закон преломления света (закон Снеллиуса):

$$\frac{\sin \varphi}{\sin \psi} = \frac{n_2}{n_1}. \quad (2.5)$$

Формулы Френеля

Вопрос о количественном соотношении интенсивностей волн при отражении и преломлении световых пучков чрезвычайно важен в оптике. Зависит ли распределение интенсивностей от угла падения и от поляризации падающего света? Для ответа на вопросы, связанные с энергией света, всегда сначала находят амплитудные соотношения, а затем уже переходят к интенсивностям.

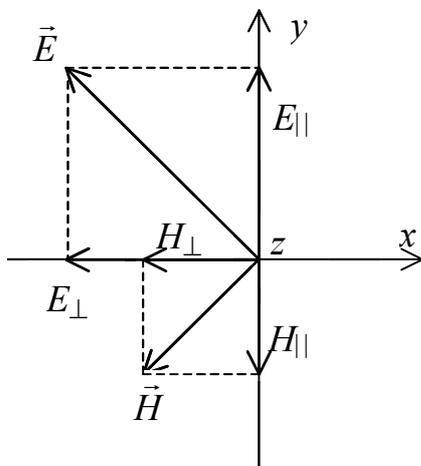


Рис.12. Разложение плоской волны

Покажем сначала, что плоскую волну любой поляризации всегда можно представить в виде суммы двух линейно поляризованных волн со взаимно перпендикулярными векторами напряженности. На рис.12 изображены в произвольный момент времени векторы амплитуд \vec{E} и \vec{H} плоской волны, бегущей вдоль оси z (yz -плоскость падения). Каждую из этих амплитуд можно разложить на два вектора: два из них лежат в плоскости падения ($\vec{E}_{||}$ и $\vec{H}_{||}$), а два других

перпендикулярны к ней (\vec{E}_\perp и \vec{H}_\perp). В этом случае образуются две правовинтовые тройки векторов, формирующие две плоские волны:

$$\vec{E}_\parallel, \vec{H}_\perp, \vec{k} \quad \text{и} \quad \vec{E}_\perp, \vec{H}_\parallel, \vec{k}. \quad (2.6)$$

Очевидно, что $E^2 = E_\parallel^2 + E_\perp^2$, т. е. сумма интенсивностей образовавшихся волн равна интенсивности исходной волны.

Рассмотрим теперь отражение и преломление света на плоской границе двух однородных, изотропных, прозрачных диэлектриков. Будем считать, что магнитные проницаемости диэлектриков равны единице (как у вакуума), поскольку большинство прозрачных для света сред являются немагнитными. Тогда показатель преломления каждой среды $n^2 = \varepsilon$.

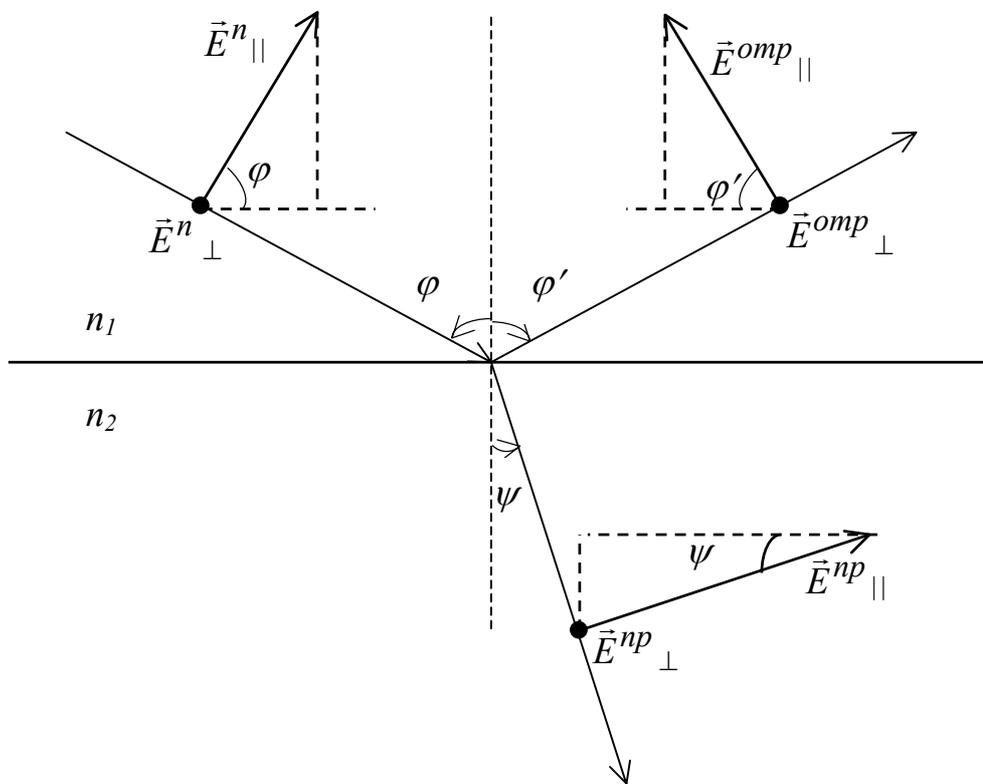


Рис.13. К выводу формул Френеля

Независимо от поляризации падающей, отраженной и прошедшей волн, разложим каждую из них на две линейно поляризованные. На рис.13 для удобства изображены только векторы амплитуд напряженности электрического поля, поскольку разложение магнитной компоненты совершенно аналогично. Плоскость рисунка является плоскостью падения. Большие точки показывают направления векторов амплитуд, перпендикулярных плоскости падения: они направлены к наблюдателю.

Запишем граничные условия для всех компонент напряженностей электрического и магнитного полей. Проще всего это сделать для амплитуд волн с поляризацией перпендикулярно плоскости падения:

$$E_{\perp}^n + E_{\perp}^{omp} = E_{\perp}^{np}, \quad (2.7)$$

$$H_{\perp}^n + H_{\perp}^{omp} = H_{\perp}^{np}. \quad (2.8)$$

Поскольку в общем случае амплитуды волн с поляризацией параллельно плоскости падения направлены под углом к плоской границе, то сохранять свою величину будут проекции этих векторов на направления, параллельные поверхности раздела, т. е.

$$E_{11}^n \cos \varphi - E_{11}^{omp} \cos \varphi' = E_{11}^{np} \cos \psi, \quad (2.9)$$

$$H_{11}^n \cos \varphi - H_{11}^{omp} \cos \varphi' = H_{11}^{np} \cos \psi. \quad (2.10)$$

Получили систему из четырех линейных уравнений. Для уменьшения числа неизвестных воспользуемся формулой (1.17), связывающей величины напряженностей электрического и магнитного полей и учтем (2.6) при замене магнитной компоненты на электрическую. Тогда вместо (2.8) и (2.10) получим

$$\frac{\sqrt{\varepsilon_1}}{\sqrt{\mu_1}} E_{11}^n + \frac{\sqrt{\varepsilon_1}}{\sqrt{\mu_1}} E_{11}^{omp} = \frac{\sqrt{\varepsilon_2}}{\sqrt{\mu_2}} E_{11}^{np}, \quad (2.11)$$

$$\frac{\sqrt{\varepsilon_1}}{\sqrt{\mu_1}} E_{\perp}^n \cos \varphi - \frac{\sqrt{\varepsilon_1}}{\sqrt{\mu_1}} E_{\perp}^{omp} \cos \varphi' = \frac{\sqrt{\varepsilon_2}}{\sqrt{\mu_2}} E_{\perp}^{np} \cos \psi. \quad (2.12)$$

Теперь введем специальные коэффициенты, выражающие отношения амплитуд:

$$r_{11} = \frac{E_{11}^{omp}}{E_{11}^n}; \quad r_{\perp} = \frac{E_{\perp}^{omp}}{E_{\perp}^n}; \quad \tau_{11} = \frac{E_{11}^{np}}{E_{11}^n}; \quad \tau_{\perp} = \frac{E_{\perp}^{np}}{E_{\perp}^n} \quad (2.13)$$

Первые два (r_{11} и r_{\perp}) называются *амплитудными коэффициентами отражения света*, два других (τ_{11} и τ_{\perp}) – *амплитудными коэффициентами пропускания света*. Вводя эти коэффициенты в (2.7), (2.9), (2.11) и (2.12), имеем

$$\left\{ \begin{array}{l} 1 + r_{\perp} = \tau_{\perp}, \\ 1 + r_{11} = \frac{\sqrt{\varepsilon_2 \mu_1}}{\sqrt{\varepsilon_1 \mu_2}} \tau_{11}, \\ \cos \varphi - r_{11} \cos \varphi = \tau_{11} \cos \psi, \\ \cos \varphi - r_{\perp} \cos \varphi = \frac{\sqrt{\varepsilon_2 \mu_1}}{\sqrt{\varepsilon_1 \mu_2}} \tau_{\perp}. \end{array} \right.$$

Как и прежде, система содержит четыре линейных уравнения, но в ней теперь всего четыре неизвестных величины. Решение легко находим обычной подстановкой, используя закон преломления и формулы тригонометрии:

$$\begin{aligned} r_{11} &= \frac{\operatorname{tg}(\varphi - \psi)}{\operatorname{tg}(\varphi + \psi)}, & r_{\perp} &= -\frac{\sin(\varphi - \psi)}{\sin(\varphi + \psi)}, \\ \tau_{11} &= \frac{2 \cos \varphi \sin \psi}{\sin(\varphi + \psi) \cos(\varphi - \psi)}, & \tau_{\perp} &= \frac{2 \cos \varphi \sin \psi}{\sin(\varphi + \psi)}. \end{aligned} \quad (2.14)$$

Формулы (2.14) называются *формулами Френеля*. Они позволяют вычислять энергию отраженного и преломленного пучков света, а также определять соотношения фаз световых волн при отражении и преломлении. Интересно отметить, что эти формулы были получены Френелем еще до установления электромагнитной природы света.

Явление Брюстера

Если подобрать угол падения таким, чтобы сумма углов падения и преломления составила $\pi/2$, то в одной из формул (2.14) знаменатель обратится в бесконечность, а амплитудный коэффициент отражения станет равным нулю, т. е. $r_{11} = 0$. Это означает, что изложенная теория предсказывает полное исчезновение отраженной волны в случае поляризации падающего света в плоскости падения. Действительно, такой эффект был экспериментально обнаружен в 1815 г. Д. Брюстером и получил название *явления Брюстера*.

Используя закон преломления для любой пары граничащих сред, легко вычислить величину особого угла падения φ_B (*угла Брюстера*), при котором наблюдается явление Брюстера: $\varphi_B = \operatorname{arc} \operatorname{tg}(n_2 / n_1)$. Например, для границы раздела «воздух-стекло» получаем $\varphi_B \cong 57^\circ$.

Брюстеровский угол еще называют *углом полной поляризации*. Действительно, если падающий под этим углом свет неполяризован, т. е. содержит компоненты с обеими поляризациями (параллельно и перпендикулярно плоскости падения), то отраженный свет должен полностью поляризоваться перпендикулярно плоскости падения. Это позволило использовать явление Брюстера для получения линейно поляризованного света.

Соотношения между фазами волн при отражении и преломлении

Формулы Френеля позволяют провести анализ возможного соотношения фаз волн при отражении и преломлении. Из формул (2.13), определяющих амплитудные коэффициенты, следует, что все четыре коэффициента – положительные вещественные числа. Поскольку амплитуда волн в общем случае комплексна, то для каждого коэффициента, например, для r_{\perp} , можно записать

$$r_{\perp} = \frac{|E_{\perp}^{omp}|}{|E_{\perp}^n|} \cdot e^{i(\delta^{omp} - \delta^n)},$$

где $\delta^{omp} - \delta^n$ - разность фаз двух волн.

Коэффициент отражения r_{\perp} показывает, во сколько раз одна амплитуда больше другой, и поэтому должен быть вещественным. Такое требование приводит к двум возможным вариантам фазовых соотношений:

- 1) $\delta^{omp} - \delta^n = 0$, когда r_{\perp} положителен;
- 2) $\delta^{omp} - \delta^n = \pi$, когда r_{\perp} отрицателен.

Эти два варианта говорят о том, что фазы падающей и отраженной волн могут либо совпадать, либо быть противоположными в зависимости от знака коэффициента. Совершенно аналогичный вывод можно получить, рассматривая остальные амплитудные коэффициенты.

Согласно формулам Френеля (2.14) знаки амплитудных коэффициентов определяются соотношением углов падения и преломления. При этом следует рассмотреть все возможные варианты. Например, если свет падает из менее плотной среды в более плотную, то $\varphi > \psi$; если свет падает из более плотной среды в менее плотную, то $\varphi < \psi$. При этом углы могут быть небольшими ($\varphi + \psi < \pi / 2$) или большими ($\varphi + \psi > \pi / 2$). Оказывается, что во всех случаях при $\varphi < \psi$ амплитудные коэффициенты пропускания света положительны, т. е. фаза прошедшей через границу волны не меняется.

Когда свет отражается от оптически более плотной среды и сумма углов $\varphi + \psi < \pi / 2$, амплитудный коэффициент $r_{\perp} < 0$. Значит, фаза отраженной волны должна измениться на противоположную. Такой скачок фазы означает, что волна на своем пути не проходит отрезка в половину сво-

ей длины, или, как принято говорить, отраженная волна *теряет* на своем пути половину своей длины. Данная ситуация является единственной, которая приводит к смене фазы. Например, если $\varphi + \psi > \pi / 2$, то фаза отраженной волны останется без изменения.

Вопросы

1. Сформулируйте граничные условия для векторов поля волны, которые полностью определяют законы отражения и преломления света.

2. Можно ли определить длину световой волны, исследуя отражение или преломление света?

3. Известно, что частота света не меняется при переходе из одной среды в другую. Что можно сказать в этом случае о длине световой волны? Ответ обоснуйте.

4. Почему экспериментальная проверка формул Френеля может быть выполнена наиболее эффективно при углах Брюстера?

5. Можно ли увидеть отражение своего лица, глядя в воду, например, в озеро?

6. Чем объясняется яркое зеркальное отражение берегов, деревьев от поверхности спокойной реки или озера?

3. ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ СВЕТА

Лекция 6. Интерференция монохроматических волн

Интерференция и когерентность

Интерференция света – весьма тонкое физическое явление, которое редко наблюдается в обыденной жизни. Например, хорошо известно, что если экран осветить двумя лампочками, то освещенность в любой точке экрана равна сумме освещенностей, создаваемых каждой лампочкой в отдельности. Этот экспериментальный факт, который можно назвать *законом независимости световых пучков*, имеет место для независимых источников света. Оказывается, что возможны ситуации, когда этот закон нарушается, и результирующая интенсивность не равна сумме интенсивностей, а закономерно меняется от точки к точке. В зависимости от условий эксперимента могут формироваться чередующиеся темные и светлые полосы, кольца или более причудливые картины. В таких случаях говорят, что имеет место *интерференция света*, а способность света давать интерференционную картину была названа *когерентностью*.

До сих пор, например, рассматривая прохождение света через границу прозрачных сред, мы успешно использовали модель плоской гар-

монической волны. Для описания тонких интерференционных эффектов такая идеализированная модель оказывается слишком грубой. Реальный свет от обычных источников образуется в результате наложения огромного числа элементарных сферических волн, испускаемых независимыми осцилляторами (атомами). Эти волны, конечно, не являются гармоническими, они больше похожи на «обрывки» синусоид. Структура такого поля является *случайной*, а не высоко упорядоченной, как в идеальной гармонической волне. Под когерентностью понимают именно упорядоченность структуры поля, степень его близости к идеальной гармонической волне.

Прежде всего ознакомимся с терминологией и кругом понятий, принятых в теории интерференции. Сначала будем использовать в формальной схеме электромагнитной теории идеализированную модель гармонических волн, а затем дополним эту схему анализом условий обрыва колебаний.

Двухлучевая интерференция

Пусть в произвольную точку пространства одновременно приходят две гармонические световые волны. Согласно принципу суперпозиции напряженности складываются:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2.$$

Чтобы перейти к энергетическому описанию, т. е. к величинам вторых порядков, надо возвести это равенство в квадрат и усреднить по времени:

$$\langle E^2 \rangle = \langle E_1^2 \rangle + \langle E_2^2 \rangle + 2\langle \vec{E}_1 \vec{E}_2 \rangle \quad (3.1)$$

Если теперь перейти к интенсивности, то очевидны два варианта. При равенстве нулю третьего слагаемого в правой части (сразу исключаем случай взаимно перпендикулярной поляризации волн) результирующая интенсивность будет равна сумме интенсивностей приходящих волн. В этом случае интерференции нет. Если же это слагаемое будет отлично от нуля, то в результате можно получить интенсивность либо больше, либо меньше суммарной величины в зависимости от знака скалярного произведения в (3.1). Это и есть проявление интерференции. Третье слагаемое в полученном выражении называют поэтому *интерференционным членом*.

Посмотрим теперь, чем определяется интерференционный член. Изобразим графически сложение двух волн одинаковой частоты (рис.14). Векторы амплитуд двух волн повернуты на соответствующие фазовые углы φ_1 и φ_2 . Квадрат амплитуды результирующей волны

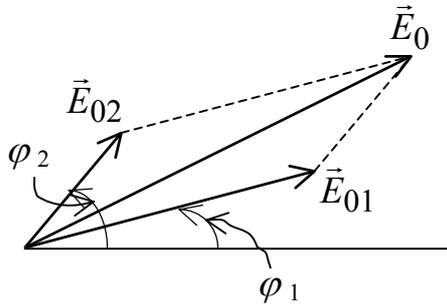


Рис.14. Графическое сложение волн

$$\begin{aligned} E_0^2 &= E_{01}^2 + E_{02}^2 - 2E_{01}E_{02} \cos(\pi - \delta) = \\ &= E_{01}^2 + E_{02}^2 + 2E_{01}E_{02} \cos \delta, \end{aligned}$$

где $\delta = \varphi_2 - \varphi_1$ - разность фаз двух волн. Если теперь перейти к интенсивности, то получим

$$I = I_1 + I_2 + E_{01}E_{02} \cos \delta,$$

т. е. результирующая интенсивность целиком определяется разностью фаз интерферирующих волн. В частном случае интерференции волн одинаковой амплитуды ($E_{01} = E_{02} = E_0$) имеем

$$I = 2I_0 + E_0^2 \cos \delta = 2I_0(1 + \cos \delta). \quad (3.2)$$

Таким образом, гармонические волны, у которых разность фаз постоянна, *всегда* интерферируют, т. е. они полностью когерентны. Согласно (3.2) в точках пространства, куда волны приходят с разностью фаз $\delta = 0, \pm 2\pi, \pm 4\pi, \dots$ будут наблюдаться *максимумы* интенсивности: $I_{max} = 4I_0$. Там, где разность фаз взаимодействующих волн $\delta = \pm \pi, \pm 3\pi, \pm 5\pi, \dots$, будут *минимумы* интенсивности: $I_{min} = 0$.

Как уже говорилось, в случае реальных независимых источников волны не являются гармоническими. При этом разность фаз в (3.1) будет меняться случайным образом и интерференционный член обратится в ноль. Поэтому для получения устойчивой интерференционной картины необходимо выполнение целого ряда условий, которые будут рассмотрены позже.

Общая принципиальная схема двухлучевой интерференции

Рассмотрим сначала некую гипотетическую схему получения интерференционной картины от двух источников, излучающих гармонические волны. Пусть S_1 и S_2 (рис.15) – точечные источники монохроматических волн одной частоты, линейно поляризованных одинаковым образом. Интерференция возникает во всех точках окружающего пространства. Соеди-

ним источники отрезком $2l$, и проведем перпендикуляр к середине этого отрезка. На расстоянии $D \gg 2l$ расположим экран, плоскость которого будет параллельна $2l$.

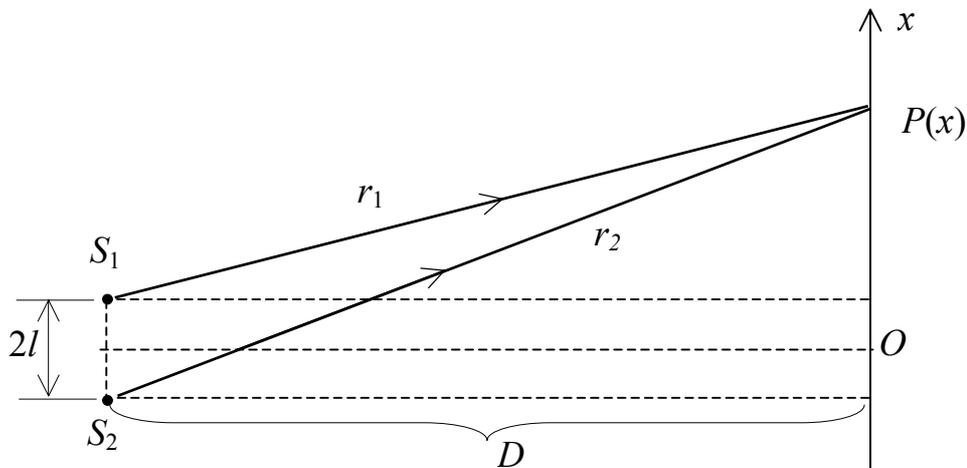


Рис.15. Общая схема интерференции

В каждой точке на экране результирующая интенсивность будет определяться формулой (3.2). Выберем на экране произвольную точку P и найдем разность фаз волн, приходящих в эту точку:

$$\delta = (\omega t - kr_1) - (\omega t - kr_2) = k(r_2 - r_1).$$

Величина $\Delta = r_2 - r_1$, равная разности пройденных волнами геометрических путей, называется *геометрической разностью хода волн*. Если показатель преломления среды равен n , то величина $n \cdot \Delta = n(r_2 - r_1)$ называется *оптической разностью хода волн*. Очевидно, что разность фаз и разность хода пропорциональны друг другу:

$$\delta = k \cdot \Delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta.$$

Теперь условия максимумов и минимумов интерференции можно выразить следующим образом. При $k \cdot \Delta = 2\pi \cdot m$, или, что то же самое, при $\Delta = m\lambda$, где $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, должны быть максимумы интерференции. Если же $k \cdot \Delta = \pi(2m + 1)$, или $\Delta = (2m + 1)\frac{\lambda}{2}$, то образуются минимумы интерференции.

Ширина интерференционной полосы

Рассмотрим теперь график распределения интенсивности $I(\delta)$, который согласно (3.2) является гармонической функцией. На рис.16 представлена часть графика для $\delta > 0$. Значение $\delta = 0$ соответствует центру интерференционной картины. Поместим в эту точку начало координатной оси x , а саму ось направим параллельно S_1S_2 . Тогда график на рис.16 будет отражать распределение интенсивности $I(x)$. Здесь x_m и x_{m+1} – два соседних максимума; m – номер максимума (или минимума), который называется *порядком* интерференции.

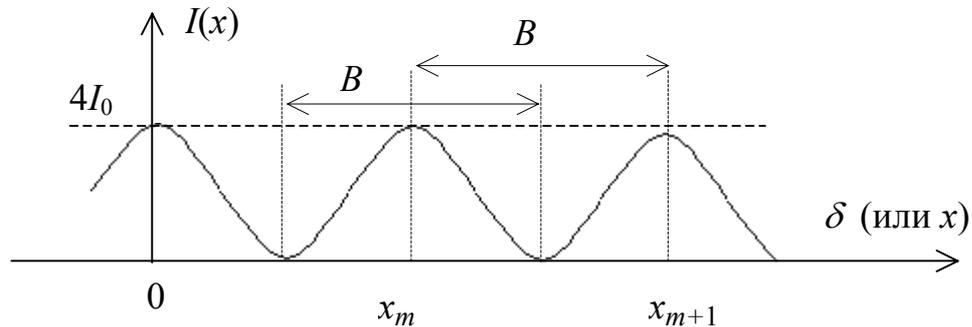


Рис.16. График распределения интенсивности при интерференции гармонических волн

Интерференционные картины, соответствующие графику на рис.16, могут по-разному восприниматься визуально в зависимости от условий эксперимента. Геометрические места точек в пространстве, куда приходят волны с одинаковыми разностями хода, образуют гиперboloиды вращения с осью S_1S_2 . Если бы плоскость экрана была расположена перпендикулярно S_1S_2 (над источниками или под ними), то сечение этих поверхностей с плоскостью экрана создавало бы интерференционную картину в виде концентрических чередующихся светлых и темных колец. В схеме на рис.15, где экран параллелен S_1S_2 , а D достаточно велико, сечения гиперболических поверхностей с плоскостью экрана образуют чередующиеся светлые и темные полосы. Расстояние B между парой соседних максимумов (или минимумов) получило название *ширины интерференционной полосы*. Величину B можно найти из простых геометрических соотношений, используя схему рис.15. По теореме Пифагора:

$$r_1^2 = D^2 + (x - l)^2,$$

$$r_2^2 = D^2 + (x + l)^2.$$

Вычтем почленно, разложив разность квадратов в левой части:

Здесь $r_2 - r_1 = \Delta$, и, поскольку $D \gg 2l$, то можно считать $r_1 + r_2 \cong 2D$.
 $(r_2 - r_1)(r_2 + r_1) = 4lx$.

Тогда координата произвольной точки на экране

$$x = \frac{D \cdot \Delta}{2l}, \quad (3.3)$$

а для двух соседних максимумов $x_m = \frac{D}{2l} \cdot m\lambda$ и $x_{m+1} = \frac{D}{2l} \cdot (m+1)\lambda$.

Отсюда получаем формулу для вычисления ширины полосы:

$$B = x_{m+1} - x_m = \frac{\lambda D}{2l}. \quad (3.4)$$

Мы рассмотрели интерференцию волн, используя идеализированную модель гармонической волны, а излучателями служили бесструктурные точечные источники. Теперь последовательно перейдем к реальным интерференционным схемам. В первую очередь рассмотрим некогерентное излучение.

Лекция 7. Интерференция некогерентного света

Волновые цуги

Свет от обычных источников не является монохроматическим. Время излучения, хотя и очень мало ($\approx 10^{-8}$ с), является конечным, и амплитуда колебаний, испускаемых возбужденным атомом, неизбежно затухает. Поэтому более адекватной является модель излучения в виде «обрывка» волны (волнового цуга), существующего в течение промежутка времени τ (рис.17а).

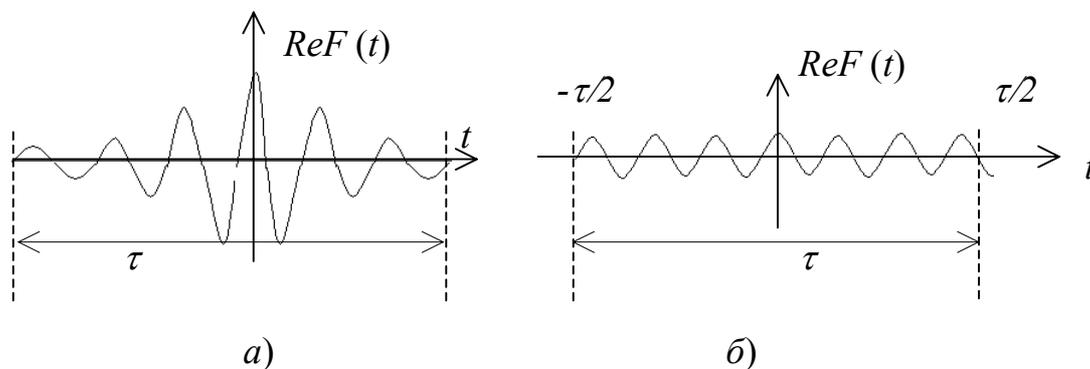


Рис.17. Модели отдельных волновых цугов

Огромное количество разных цугов быстро и беспорядочно сменяя друг друга, приходят в некоторую точку пространства, создавая там случайное поле. Очевидно, что вклад таких цугов в интерференционный член в среднем равен нулю. Тем не менее, при определенных условиях интерференционные картины существуют и вполне наблюдаемы. Рассмотрим, как можно описать и объяснить реально возникающую устойчивую картину интерференции.

Метод Фурье-анализа

Допустим, что отдельный волновой цуг представляет собой часть синусоиды длительностью τ (рис.17б). За это время амплитуда и фаза такой волны остаются постоянными. Кроме того, будем считать все цуги идентичными. Тогда очевидно, что в течение времени τ световое возмущение $F(t)$, вызванное одиночным цугом, есть простая периодическая функция с частотой ν_0 , т.е.

$$\begin{cases} F(t) = F_0 \exp(i2\pi\nu_0 t) & \text{при } |t| \leq \tau/2; \\ F(t) = 0, & \text{при } |t| > \tau/2. \end{cases} \quad (3.5)$$

Известно, что любую негармоническую непрерывную интегрируемую функцию можно представить в виде интеграла Фурье, т. е.

$$F(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\nu) \exp(i2\pi\nu t) d\nu. \quad (3.6)$$

Здесь $f(\nu)$ носит название *фурье-образа*, или *спектра* функции $F(t)$. Согласно обратному преобразованию Фурье

$$f(\nu) = \int_{-\infty}^{\infty} F(t) \exp(-i2\pi\nu t) dt.$$

Подставим в это соотношение (3.5) и найдем спектр:

$$f(\nu) = F_0 \int_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} \exp[i2\pi(\nu_0 - \nu)t] dt = F_0 \frac{\sin\{\pi(\nu - \nu_0)\tau\}}{\pi(\nu - \nu_0)\tau} \tau.$$

Поскольку $f(\nu)$ в (3.6) играет роль амплитуды фурье-компоненты, то квадрат этой функции соответствует интенсивности волны с определенной

частотой. График функции вида $[\sin\{\pi(\nu - \nu_0)\tau\} / \pi(\nu - \nu_0)\tau]^2$, показывающий распределение интенсивности фурье-компонент в (3.5), представлен на рис.18. Из графика хорошо видно, что основная доля энергии приходится на довольно узкий частотный интервал $\Delta\nu$. Величина этого эффективного диапазона в известной степени произвольна, но поскольку первые нули (когда в числителе функции аргумент синуса равен π) соответствуют

$$\nu - \nu_0 = \pm \frac{1}{\tau},$$

то ясно, что

$$\Delta\nu \approx \frac{1}{\tau}. \quad (3.7)$$

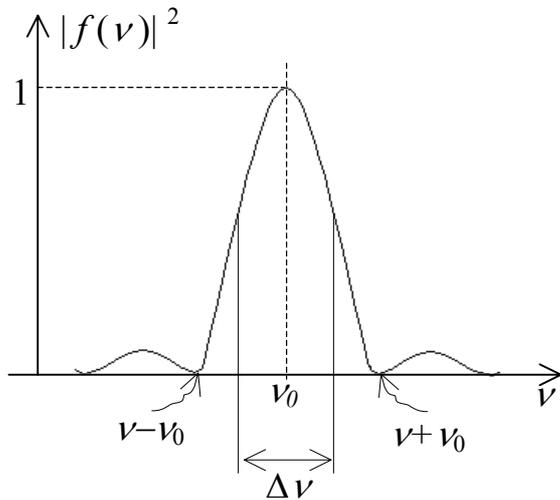


Рис.18. График распределения интенсивности фурье-компонент

Полученное соотношение имеет глубокое физическое содержание: *эффективный частотный интервал фурье-спектра (ширина спектральной линии) равен по порядку обратной величине длительности одного волнового цуга.* Следует помнить, однако, что мы считали все цуги идентичными и имеющими простую форму. На самом деле из-за потери энергии атомами при излучении волновые цуги затухают. Далее, атомы находятся в беспорядочном тепловом движении относительно наблюдателя, поэтому спектры будут искажаться эффектом Доплера. Кроме того, соседние излучающие атомы возмущают друг друга, и волновые цуги беспорядочно меняются. По этим причинам нельзя ожидать простого физического смысла понятий «длительность одного цуга» или «частотный интервал», - речь идет о неких средних параметрах. Тем не менее, и в более строгой теории интерференции показывается, что условие (3.7) всегда выполняется.

Временная и пространственная когерентность

Чем больше длительность цуга, тем ближе эта модель к гармонической волне, тем более когерентен свет. Поскольку результат интерференции определяется разностью хода интерферирующих волн, то можно ввести промежуток времени, характеризующий относительную задержку лучей, приходящих в некоторую точку пространства. Значение минимального временного интервала τ_0 , при котором свет способен давать интерференционную картину, получил название *времени когерентности* света, а соответствующая разность хода световых волн $L = c\tau_0$ называется *длиной*

когерентности. Обе величины характеризуют временную или «продольную» когерентность света. Согласно (3.7)

$$L = c\tau_0 \approx \frac{c}{\Delta\nu}. \quad (3.8)$$

В этом выражении от частотного интервала $\Delta\nu$ можно перейти к интервалу длин волн $\Delta\lambda$, используя правило дифференцирования и учитывая, что $\nu = 1/T$:

$$|\Delta\nu| = \Delta\left(\frac{1}{T}\right) = \Delta\left(\frac{c}{cT}\right) = \Delta\left(\frac{c}{\lambda}\right) = \frac{c \cdot \Delta\lambda}{\lambda^2}.$$

Тогда длина когерентности

$$L \approx \frac{c}{\Delta\nu} = \frac{(\bar{\lambda})^2}{\Delta\lambda}. \quad (3.9)$$

Оптические эксперименты позволяют измерить параметры $\Delta\nu$ или τ_0 . Полученные результаты хорошо подтверждают изложенные теоретические соображения. Например, для белого света, занимающего весь видимый диапазон от $\lambda_1 = 0,4$ мкм до $\lambda_2 = 0,8$ мкм, получаем $\Delta\lambda = 0,4$ мкм, а $\bar{\lambda} = 0,6$ мкм и $L \cong 1$ мкм. Таким образом, длина когерентности белого света оказывается порядка длины световой волны. Свет, излучаемый лазерами, гораздо более когерентен. Так для гелий-неонового лазера разброс по частотам составляет $\Delta\nu = 0,04 \text{ см}^{-1}$, следовательно, $L = 25$ см.

Кроме времени когерентности, способность света к интерференции характеризуют его *пространственной когерентностью*. Опыт показывает, что качество наблюдаемой интерференционной картины сильно зависит от расстояния между источниками. Характер зависимости позволяет выделить некоторую критическую величину (максимальную) промежутка между источниками r_0 , при которой еще возникает интерференционная картина. Это расстояние называют радиусом когерентности света. Радиус когерентности также может быть измерен экспериментально.

Квазимонохроматический свет

Рассмотрим теперь, какую роль играют временная и пространственная когерентность в интерференции. Представим, что точечные источники в схеме на рис.15 испускают немонохроматический свет, который, как только что было показано, является совокупностью некогерентных монохроматических компонент, занимающих некоторый частотный диапазон $\Delta\nu$.

Этому диапазону соответствует интервал длин волн $\Delta\lambda$ с некоторой средней длиной волны $\bar{\lambda}$. Тогда каждая компонента создает свою интерференционную картину. На рис.19 изображены графики $I(x)$ для двух длин волн: λ и $\lambda + \Delta\lambda$.

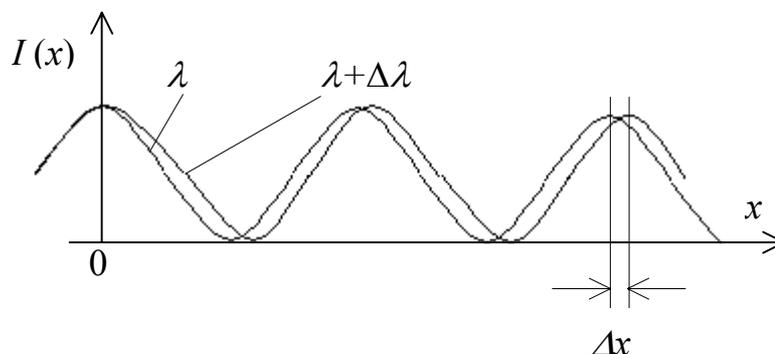


Рис.19. Смещение интерференционной картины

Максимумы интерференционных картин, естественно, совпадут в центре картины (точка 0), но в любом другом месте они будут смещены друг относительно друга, поскольку масштаб картины пропорционален длине волны. Максимумы m -го порядка займут участок Δx . Это смещение можно найти, дифференцируя (3.3):

$$\Delta x = \frac{|m|D}{2l} \cdot \Delta\lambda. \quad (3.10)$$

Поскольку интенсивность в любой точке на экране равна сумме интенсивностей отдельных картин, то общая интерференционная картина будет размываться, причем размывание больше в высоких порядках и увеличивается с увеличением разброса $\Delta\lambda$. Можно сформулировать очевидное требование: для сохранения достаточно четкой картины необходимо, чтобы $\Delta x \ll B$. Тогда из (3.10) и (3.4) получаем

$$m \cdot \Delta\lambda \ll \bar{\lambda}. \quad (3.11)$$

Свет, удовлетворяющий этому условию, называется *квазимонохроматическим*. Вводя в это неравенство длину когерентности из (3.9), можно сформулировать условие возникновения отчетливой интерференционной картины в квазимонохроматическом свете:

$$\Delta \ll L, \quad (3.12)$$

где Δ - разность хода волн.

Если условия (3.11) и (3.12) выполнены, то на экране будут появляться почти такие же четкие полосы, как в случае строго монохроматического света со средней длиной волны $\bar{\lambda}$, и в этом случае применимы все рассуждения и формулы, приведенные ранее для общей схемы интерференции монохроматического света. Если свет квазимонохроматический, но условие (3.12) не выполняется, то полосы размываются и при большой разности хода могут вообще исчезнуть.

Лекция 8. Получение когерентных волн методом деления волнового фронта

Для получения интерференционных картин было изобретено много различных схем. Поскольку, строго говоря, независимые источники не дают устойчивой интерференционной картины, то во всех схемах тем или иным образом реализуется общая идея: одна и та же волна делится на две части, которые затем интерферируют. Деление исходной волны осуществляется в оптике двумя способами: 1) делением волнового фронта; 2) делением амплитуды волны. Рассмотрим сначала несколько схем, в которых происходит деление волнового фронта. При этом будем считать, что источники испускают квазимонохроматические волны.

Опыт Юнга

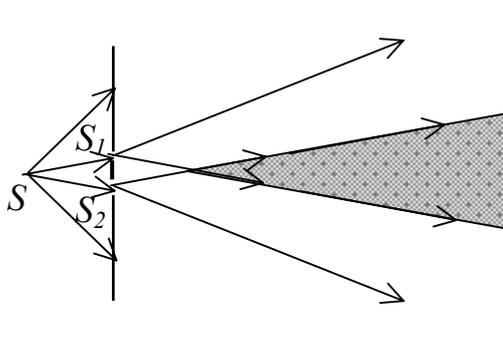


Рис.20. Схема Юнга

Первая экспериментальная установка для демонстрации интерференции света была осуществлена Юнгом (рис.20). Свет от точечного (пока допускаем такую идеализацию) источника S падает на два небольших, близко расположенных друг от друга отверстия S_1 и S_2 в непрозрачном экране. Эти отверстия действуют как вторичные точечные и синфазные источники, а световые пучки от них перекрываются и интерферируют. Результат интерференции можно наблюдать на специальном экране.

Опыты Юнга сыграли важную роль в становлении волновой теории света. Они также дали метод измерения длины волны на исключительно простой аппаратуре. Но одно обстоятельство смущало современников Юнга: свет от первичного источника достигал области взаимодействия волн не теми путями, которые предписывают законы геометрической оптики. (Позже мы рассмотрим явление дифракции света,

связанное с возникновением вторичных волн). Поэтому впоследствии было придумано много других способов получения когерентных источников.

Зеркала Френеля. В этом устройстве (рис.21) свет от точечного источника S падает на два плоских зеркала, расположенных под очень малым углом α друг к другу. Волновой фронт падающего пучка делится при отражении от зеркал на две части. Два мнимых изображения S_1 и S_2 являются источниками интерферирующих волн.

Бипризма Френеля. Две одинаковые призмы с малым преломляющим углом сложены основаниями и имеют параллельные преломляющие ребра (рис.22). Пучок лучей от точечного источника S делится в результате преломления на два перекрывающихся пучка, как бы исходящих из двух точек S_1 и S_2 , являющихся мнимыми изображениями источника.

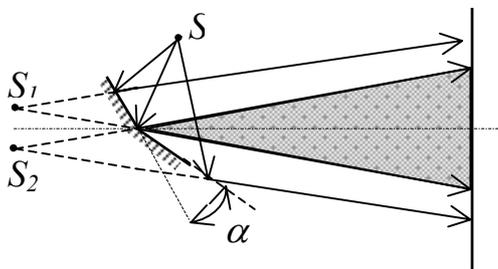


Рис.21. Зеркала Френеля

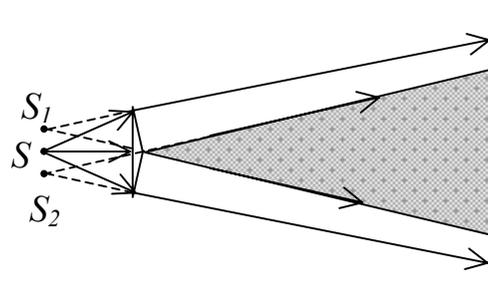


Рис.22. Бипризма Френеля

Можно упомянуть еще два других устройства подобного рода. **Билинза Бийе** состоит из тонкой собирающей линзы, разрезанной по короткому диаметру на две половинки, которые немного раздвигаются в направлении, перпендикулярном к оптической оси: они образуют два действительных изображения точечного источника. Еще проще устроено **зеркало Ллойда**. Точечный источник помещается очень близко к поверхности плоского зеркала, так что свет отражается под углом, близким к скользющему. Когерентными источниками служат первичный источник и его мнимое изображение в зеркале. Во всех этих устройствах интерференционные полосы наблюдаются в квазимонохроматическом свете в области перекрывания расходящихся пучков. Экран для наблюдения картины можно устанавливать практически в любом месте, поэтому рассмотренные схемы дают *нелокализованные* полосы интерференции.

Понятие видности

Количественной характеристикой наблюдаемой интерференции является параметр *видности*, определяемый формулой

$$V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}, \quad (3.13)$$

где I_{\max} и I_{\min} – значения интенсивности света в соседних максимумах и минимумах интерференционной картины.

На рис.23 показаны графики распределения результирующей интенсивности при суперпозиции одинаковых пучков света от двух точечных источников в наиболее типичных случаях. Для строго гармонических волн (полностью когерентных) имеем гармоническое распределение (рис.23,а). Максимумы и минимумы резко выражены: визуально отчетливо наблюдаются чередующиеся резкие светлые и темные полосы. Количественной характеристикой интерференционной картины является параметр *видности*, определяемый формулой

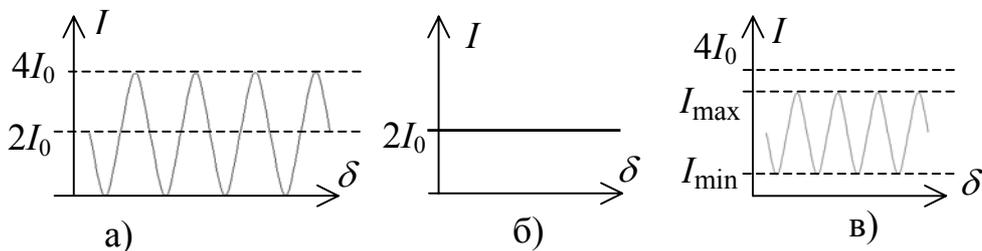


Рис.23. Интерференционные картины различной видности
а) $V = 1$; б) $V = 0$; в) $0 < V < 1$

Очевидно, что для гармонических волн $V = 1$. В случае некогерентной суперпозиции интерференционной картины нет, т. е. ее видность $V = 0$ (рис.23,б). Графику на рис.23,в соответствует интерференция квазимонохроматического света: картина видна, но ее видность хуже, чем в случае гармонических волн.

Источник конечного размера

До сих пор мы рассматривали монохроматический или квазимонохроматический свет, который излучали точечные источники. Реальные физические источники имеют конечные размеры и состоят из огромного числа элементарных излучателей. В волновом поле, создаваемом такими источниками, амплитуда и фаза колебаний претерпевают нерегулярные флуктуации. Если даже эффективная ширина спектра $\Delta\nu$ удовлетворяет требованию квазимонохроматичности (формула (3.11)), то неизбежная протяженность источника может привести к смазыванию или даже исчезновению интерференционной картины.

Выясним теперь, как влияет на видность интерференционной картины размер источника света. Описание реальных источников требует привлечения теории атомного строения, выходящей за круг вопросов настоящего курса. Можно, однако, пользоваться приближением, считая, что источники состоят из большого числа точечных взаимно некогерентных элементов. Тогда интенсивность в любой точке волнового поля будет равна сумме интенсивностей от каждого элементарного источника. В устройствах, рассмотренных выше (бипризма, бизеркало и др.), полосы интерференции перпендикулярны линии, соединяющей вторичные источники (отрезку S_1S_2 на общей схеме рис.15). Следовательно, смещение первичного источника S перпендикулярно к этому отрезку просто приведет к смещению полос вдоль самих себя. Таким образом, использование линейного источника (на практике – достаточно узкой щели), вытянутого в этом направлении, только улучшит видность картины, увеличив интенсивность полос. Поэтому во всех приведенных схемах точечные источники заменяют узкими щелями, параллельными, например, линии пересечения зеркал, ребру бипризмы и т.п.

Совсем другой результат будет наблюдаться, если увеличивать ширину щели источника: полосы начнут размываться. Для выяснения критерия видности полос в этом случае, рассмотрим в качестве примера зеркала Френеля. На рис.24 показана схема бизеркала, в которой первичный точечный источник S дает два мнимых изображения: два когерентных источника S_1 и S_2 (на рисунке изображены черными точками). Возьмем другой точечный источник S' , некогерентный первому, и расположим его на оси x , направленной параллельно отрезку S_1S_2 . В зеркалах образуются два вторичных когерентных мнимых источника: S_1' и S_2' (на рисунке изображены белыми кружочками).

Если расстояние между S_1 и S_2 равно $2l$ (см. схему на рис.15), то и расстояние между S_1' и S_2' с точностью до членов второго порядка также будет равно $2l$. При этом центр интерференционной картины сместится из точки O в точку O' , так как она расположена на пересечении перпендикуляра к середине отрезка $S_1'S_2$ с экраном. Две интерференционные картины (от двух пар источников) будут накладываться друг на друга.

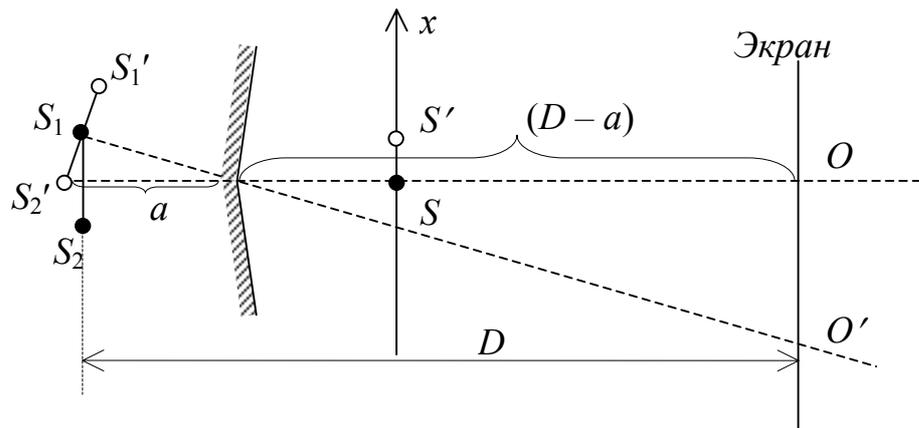


Рис.24. Зеркала Френеля, освещаемые источником в виде щели

Вспомним формулу (3.3) для разности хода лучей, приходящих в некоторую точку P на экране. Изменение разности хода будет пропорционально смещению интерференционной картины. Если смещение первичного источника $SS' = x$, то смещение картины

$$OO' = \frac{D-a}{a} x.$$

Разность хода волн, приходящих в точку P от пары новых источников S_1' и S_2' , теперь будет другой:

$$\Delta'_p = \Delta_p + \frac{2l}{D} \cdot \frac{D-a}{a} x,$$

а соответствующая разность фаз

$$\delta'_p = \frac{2\pi}{\lambda} (\Delta_p + \frac{2l}{D} \cdot \frac{D-a}{a} x) = \frac{2\pi}{\lambda} (\Delta_p + Qx),$$

где Δ_p – разность хода волн, приходящих в точку P от S_1 и S_2 ; а

$$Q = \frac{2l}{D} \cdot \frac{D-a}{a}. \quad (3.14)$$

Пусть число точечных источников, образующих щель, так велико, что ее можно считать непрерывным излучателем шириной b с центром в S . Если интенсивность каждой излучающей точки I_0 , то бесконечно малый элемент щели dx испускает свет интенсивностью $I_0 \cdot dx$. Согласно основной формуле двухлучевой интерференции (3.2), результирующая интенсивность волн, приходящих в точку P от участка щели dx , равна

$$dI_P = 2I_0 (1 + \cos \delta'_P) dx = 2I_0 \left(1 + \cos \frac{2\pi}{\lambda} (\Delta_P + Qx)\right) dx,$$

а полная интенсивность света, приходящего в произвольную точку на экране от щели шириной b ,

$$\begin{aligned} I &= 2I_0 \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \left\{1 + \cos \left[\frac{2\pi}{\lambda} (\Delta_P + Qx) \right]\right\} dx = 2I_0 b + 2I_0 \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda} \Delta_P \right) \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda} Qx \right) dx = \\ &= 2I_0 b + 2I_0 \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda} \Delta_P \right) \frac{\sin \left(\frac{2\pi}{\lambda} Qx \right)}{\frac{2\pi}{\lambda}} \Bigg|_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} = 2I_0 b \left[1 + \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda} \Delta_P \right) \frac{\sin \frac{\pi Qb}{\lambda}}{\frac{\pi Qb}{\lambda}} \right]. \end{aligned} \quad (3.15)$$

Оказалось, что интенсивность света довольно сложным образом зависит от ширины щели. Используя определение (3.12), оценим видность образующейся интерференционной картины. Сначала из (3.15) находим максимальное и минимальное значение интенсивности:

$$I_{\max} = 2I_0 b \left(1 + \frac{\sin \frac{\pi Qb}{\lambda}}{\frac{\pi Qb}{\lambda}} \right), \quad I_{\min} = 2I_0 b \left(1 - \frac{\sin \frac{\pi Qb}{\lambda}}{\frac{\pi Qb}{\lambda}} \right).$$

Теперь окончательная формула видности интерференционной картины от протяженного источника имеет вид:

$$V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = \frac{\sin \frac{\pi Q b}{\lambda}}{\frac{\pi Q b}{\lambda}},$$

где b - линейный поперечный размер источника, т. е. ширина щели.

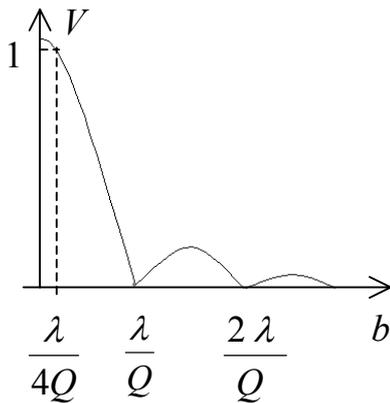


Рис.24. Изменение видности полос при увеличении ширины щели

На рис.24 представлен график полученной зависимости. Можно теперь сформулировать критерий видности полос. Поскольку на практике удовлетворительной считается видность не менее 0,9, то, согласно графику, это соответствует ширине щели меньше $\lambda / 4Q$. Если с помощью этого не слишком строгого условия определить допустимую ширину щели, при которой полосы хорошо видны, то, подставляя Q из (3.12), получим

$$b \leq \frac{\lambda D a}{4l(D - a)}.$$

Например, в типичном случае, когда $l = 0,01$ мм; $\lambda = 5,5 \cdot 10^{-5}$ см; $D = 120$ см; $a = 10$ см, имеем $b \leq 0,7$ мм. Ширина интерференционной полосы при этом $B = 0,57$ мм.

Лекция 9. Метод деления амплитуды

Мы рассмотрели схемы двухлучевой интерференции, которые давали нелокализованные картины. Основные проблемы, возникающие при реализации таких схем, были связаны с монохроматизацией излучения и жестким ограничением размера источника. Существует принципиально иной путь получения интерференционных картин, когда свет, отражаясь и преломляясь на каких-либо поверхностях, делится на отдельные потоки, способные к интерференции. Это – метод деления амплитуды волны. Такая интерференция может наблюдаться и в обыденной жизни. Например, радужные переливы тонких пленок нефти на воде, разноцветные мыльные пузыри. Для получения таких картин практически нет ограничений размеров источников.

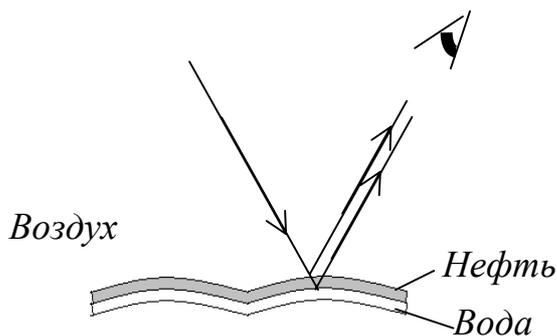


Рис.25. Интерференция на пленке
интерферировать. Результат, как всегда, зависит от разности хода.

Чтобы понять, как возникает интерференция, рассмотрим тонкую пленку нефти на воде (рис.25). Часть падающего света (от солнца или рассеянного света неба) отражается от верхней поверхности, а часть света проходит внутрь пленки и отражается от ее нижней поверхности. Две образовавшиеся волны, которые когерентны, поскольку возникли в одной точке источника, будут

Интерференция на плоскопараллельной пластинке

Пусть монохроматическая плоская волна падает на прозрачную пленку, у которой верхняя и нижняя грани строго параллельны; при этом обе грани частично отражают свет (рис.26). Толщина пленки h , а показатель преломления n ; пленка находится в воздухе. Разность хода волн 1 и 2 найдем как разность пройденных оптических путей от точки A до волнового фронта DC :

$$\Delta = 2AB \cdot n - \left(AD - \frac{\lambda}{2}\right).$$

Здесь учтено, что волна, отраженная от верхней грани (от более плотной среды) теряет на своем пути половину своей длины. Используя закон преломления, легко получить

$$\Delta = 2h \cdot n \cdot \cos \psi + \frac{\lambda}{2}. \quad (3.16)$$

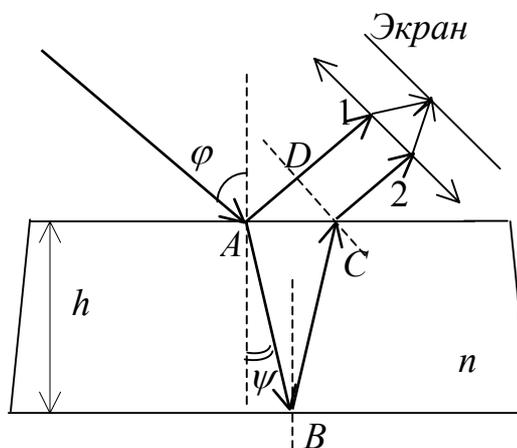


Рис. 26. Деление амплитуды на плоскопараллельной пластине

Оказалось, что при постоянной толщине h разность хода целиком определяется углом преломления, который, в свою очередь, зависит от угла падения. Поэтому интерференционная картина, возникающая при освещении пластинки световым потоком, получила название *колец равного наклона*. Поскольку отраженные волны параллельны друг другу, кольца локализованы в бесконечности, а их центры лежат на перпендикуляре к поверхности пластинки. Обычно для наблюдения картины используют собираю-

щие линзы; интерференция будет возникать на экране, помещенном в фокальной плоскости линзы. Сечения колец с плоскостью экрана образуют полосы интерференции.

В реальных случаях, когда свет не является монохроматическим, возникают определенные ограничения параметров рассмотренной схемы. Как уже было показано, для квазимонохроматического света должно выполняться условие $|\Delta| \ll L$. Зная порядок величины длины когерентности обычных источников, можно по формуле (3.16) оценить порядок допустимой толщины пленок: около 1 мкм.

Интерференционный клин

Еще одной распространенной схемой является интерференция на пластинке, грани которой образуют малый угол (интерференционный клин). Две волны, испускаемые одной точкой S источника, взаимодействуют на поверхности клина (рис.27). Можно показать, что и в этом случае справедлива та же самая формула (3.16) для разности хода, если угол клина очень мал. Но разность хода зависит уже от двух переменных: h и ψ . Поэтому на клиновидных пластинках или пленках обычно наблюдают отраженный свет в направлении, близком нормальному. Тогда $\cos \psi \approx 1$, и разность хода целиком определяется только оптической толщиной клина $h \cdot n$, входящей в (3.16). Геометрическим местом точек, куда волны приходят с одинаковой разностью хода, будет линия, соответствующая постоянной толщине, т. е. параллельная ребру клина. Поэтому полосы интерференции получили название *полос равной толщины*. Они локализованы на поверхности клина.

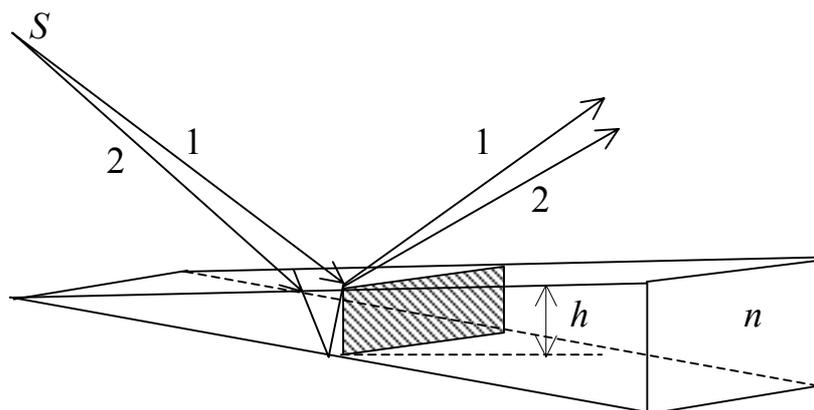


Рис.27. Интерференционный клин

Кольца Ньютона

Примером полос равной толщины служат *кольца Ньютона*. Интерференция наблюдается на клиновидном воздушном зазоре между соприкасающимися поверхностями тонкой линзы и стеклянной пластинки (рис.28) при освещении светом, падающим практически по нормали. Система интерференционных линий возникает на нижней поверхности линзы в виде

концентрических темных и светлых колец радиусов r . Разность хода интерферирующих лучей в данном случае:

$$\Delta = 2h + \frac{\lambda}{2}.$$

Если R – радиус кривизны линзы, то

$$h = R - \sqrt{R^2 - r^2} \approx \frac{r^2}{2R},$$

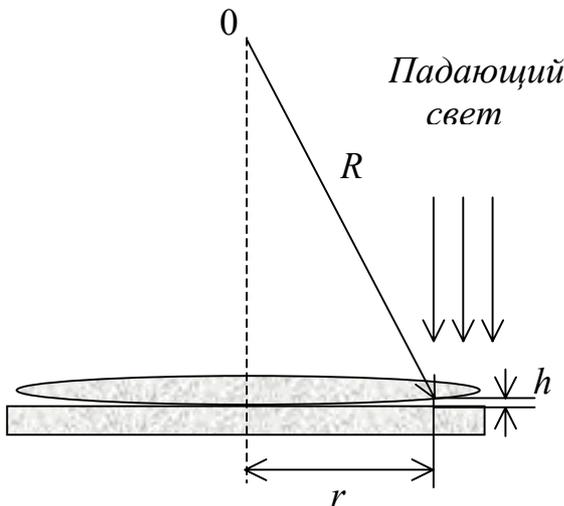


Рис.28. К возникновению колец Ньютона

где учтено, что $r \ll R$. Из полученных соотношений легко вывести формулы для радиусов колец

Ньютона. Например, для радиусов темных колец $r = \sqrt{mR\lambda}$, $m = 0, 1, 2, 3, \dots$. Этот результат можно проверить экспериментально. Интересно отметить, что это устройство, так же как и опыт Юнга, позволяет очень простыми средствами приближенно определить длину волны света.

Лекция 10. Интерферометрические измерения

Метод деления амплитуды лежит в основе действия большого числа специальных приборов – оптических интерферометров. Эти устройства получили наибольшее распространение как приборы для измерения длин волн спектральных линий и их структуры; для измерения показателей преломления прозрачных сред; в метрологии для измерения длин и перемещений, определения угловых размеров звезд; для контроля формы, микрорельефа и деформации поверхностей оптических деталей и чистоты поверхностей и пр. Основное достоинство интерферометров – чрезвычайно высокая точность измерений, достигающая 10^{-8} .

Двухлучевые интерферометры

Общий принцип действия двухлучевого интерферометра состоит в следующем. Каким-либо способом пространственно разделяют пучок света на два когерентных, а затем сводят их вместе. Любые изменения величин, определяющих разность хода интерферирующих волн, приведут к изменению интерференционной картины: как правило, к смещению полос интерференции. Измеряя число полос, прошедших через перекрестие в поле зрения (визуально или фотоэлектрическими методами), находят изменение разности хода, а затем и ту величину (длину волны, длину отрезка, показатель преломления), для нахождения которой приспособлена конструкция прибора.

Рассмотрим примеры устройств наиболее характерных интерферометров, в которых когерентные пучки получаются в результате отражения от двух поверхностей плоскопараллельной или клиновидной пластинки с образованием соответственно полос равного наклона или равной толщины. **Интерферометр Жамена** (рис.29) служит для измерения показателей преломления газов и жидкостей (рефрактометр), а также для определения концентрации примесей в воздухе.

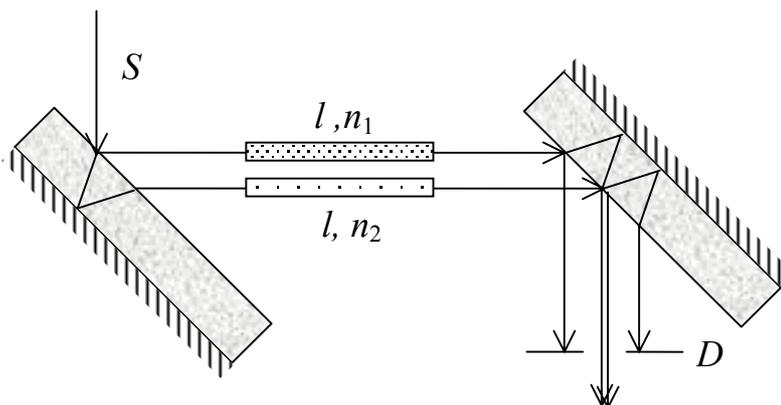


Рис.29. Схема интерферометра Жамена

Две толстые плоскопараллельные пластинки из стекла, у которых одна поверхность зеркально отражает свет, установлены параллельно друг другу. Пучок света падает на первую пластинку под углом, близким к 45° . Каждый луч пучка после отражения на поверхностях пластинки делится на два пространственно разделенных когерентных луча. Далее на второй пластинке каждый из них аналогичным образом разделяется на два луча. В результате от второй пластинки идут четыре параллельных когерентных луча. Из них два боковых перекрываются диафрагмой D , а два центральных – интерферируют. На пути этих лучей установлены две одинаковые кюветы длины l с исследуемыми веществами; показатель преломления одного

из них n_1 , а показатель преломления другого n_2 - неизвестен. Возникающая разность хода обусловлена различием оптических путей:

$$\Delta = (n_1 - n_2) l .$$

Оценим точность определения показателя преломления, т. е. величину разности $(n_1 - n_2)$. Пусть длина кювет $l = 10$ см, а длина волны света $\lambda = 5 \cdot 10^{-5}$ см. Разность хода всегда можно измерить в единицах длин волн, т. е. $\Delta = m\lambda$, где m – любое число, например, $m = 1/5$ тогда величина $(n_1 - n_2) = 10^{-6}$. Другими словами, определить показатель преломления можно до шестого знака после запятой.

В конце XIX в. американский физик Альберт Майкельсон выполнил серию важных оптических экспериментов на интерферометре, получившем позднее его имя. Наиболее известен его опыт, показавший, что скорость света относительно поверхности Земли одинакова в направлении движения Земли по орбите и в перпендикулярном направлении. Убедительность и высокая точность эксперимента Майкельсона позволили установить важный физический принцип – принцип постоянства скорости света. На основании этого принципа Альберт Эйнштейн создал теорию относительности. И в современных оптических исследованиях интерферометр Майкельсона является уникальным многофункциональным прибором.

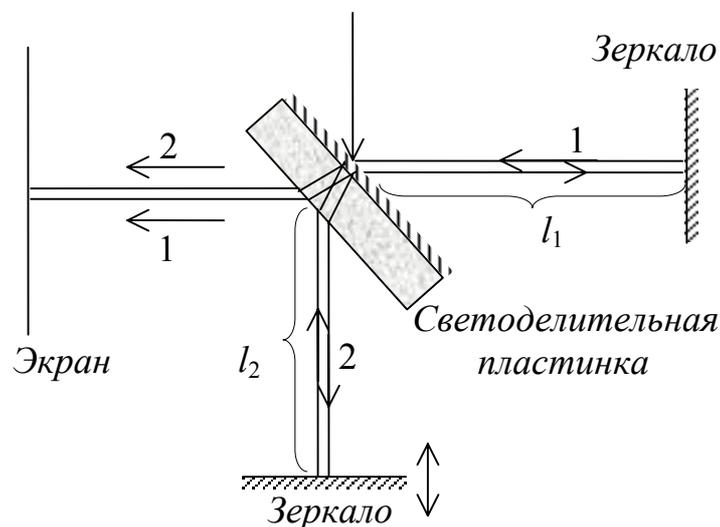


Рис.30. Схема интерферометра Майкельсона

Схема *интерферометра Майкельсона* показана на рис.30. Пучок света от монохроматического источника S направляется на плоскопараллельную стеклянную пластинку, покрытую с одной стороны тонкой пленкой отражающего вещества. Пленка настолько тонка, что частично отражает и частично пропускает свет (полупрозрачное зеркало). Таким образом, пучок делится на две примерно равные части (на рисунке лучи 1 и 2). Пройдя некоторые расстояния, эти пучки попадают на зеркала, отражаются и вновь падают на делительную пластинку. Пластинка снова частично отражает и пропускает свет, в результате чего образуется смесь пучков, интерференцию которых можно наблюдать на экране. Разность хода интерферирующих пучков зависит от расстояний l_1 и l_2 , называемых *плечами* интерферометра. Одно из зеркал, например, нижнее на рис.30, установлено на салазках, и его можно перемещать с помощью микрометрического винта в направлении падающего луча. Разность хода волн при этом будет меняться, изменяя интерференционную картину.

Применение интерферометра Майкельсона в современной оптике

Представим, что источник света направляет на интерферометр плоскую монохроматическую световую волну интенсивности I_0 . Пусть R и T - коэффициенты отражения и пропускания света (по интенсивности) делительной пластинкой. Пренебрегая поглощением, можно считать, что в сумме $R + T = 1$. Поскольку интенсивности волн 1 и 2 примерно равны, то $R = T = 1/2$. Учитывая, что каждая волна дважды отражается от делительной пластинки, получаем на выходе интерферометра две волны с интенсивностью $I_0/4$ каждая. Тогда формула двухлучевой интерференции будет иметь вид

$$I = \frac{I_0}{2}(1 + \cos \delta).$$

График этой зависимости представлен на рис.31. Здесь относительная величина I/I_0 выражает функцию *пропускания интерферометра*. Из рисунка видно, что в максимуме при

$$\delta = 2m\pi, \text{ где } m = 0, 1, 2, \dots, \quad (3.17)$$

интенсивность прошедшего света I становится равной интенсивности падающего света I_0 . Иначе говоря, при условии (3.17) интерферометр Майкельсона полностью пропускает падающую на него волну. Напротив, в минимуме при $\delta = (2m + 1)\pi$ интенсивность прошедшего света оказывается равной нулю. Это означает, что падающая плоская волна полностью отражается назад в источник. То есть, интерферометр Майкельсона может

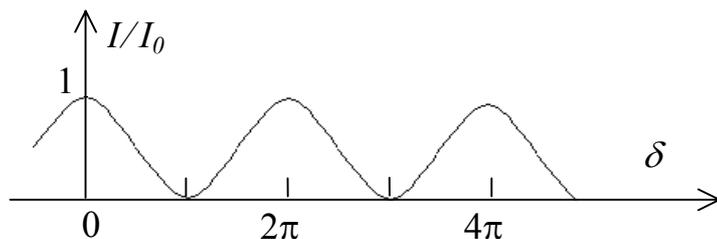


Рис.31. Пропускание интерферометра Майкельсона в зависимости от разности фаз

служить *фильтром*, пропускание которого зависит от длины волны, или селективным по длинам волн *отражателем света*. В этом качестве он часто используется для селекции мод в лазерах.

Интерферометр Майкельсона можно

использовать для измерения длин световых волн. Для этого нужно подсчитать число максимумов N , проходящих на экране через поле наблюдения при смещении подвижного зеркала на известное расстояние Δh . Тогда длина волны $\lambda = 2\Delta h / N$. Эта техника используется для очень точных измерений длин волн излучения лазеров.

Еще одно замечательное применение интерферометра связано с исследованием некогерентного излучения, поскольку характер интерференции существенно зависит от спектрального состава света. Например, в случае двухчастотного излучения, каждая из монохроматических волн проходит через интерферометр независимо и дает свою интерференционную картину. В результате видность результирующей картины периодична: период определяется средней длиной волны. При этом характерная разность хода лучей, при которой происходит «смазывание» интерференционной картины, обратно пропорциональна спектральной ширине излучения. Экспериментально измеряя видность, можно определять такие важные характеристики, как длина или время когерентности. Исследование интерференции случайного светового поля позволяет вычислить степень когерентности излучения, поступающего на вход интерферометра.

Лекция 11. Многолучевая интерференция

Распределение интенсивности при многолучевой интерференции

Для диагностики оптического излучения – анализа структуры светового поля – используют принцип *многолучевой интерференции*, когда в образовании интерференционного поля участвуют сразу несколько световых лучей. Рассмотрим основные особенности такой интерференции.

Предположим, что плоская монохроматическая волна падает на плоскопараллельную стеклянную пластинку, обе грани которой хорошо отражают свет (рис.32). Частично проникая в пластинку, свет многократно отражается от ее граней. При каждом отражении часть излучения выходит наружу, образуя наборы плоских волн, которые интерферируют между со-

бой. Вычислим основные характеристики возникающей при этом интерференционной картины.

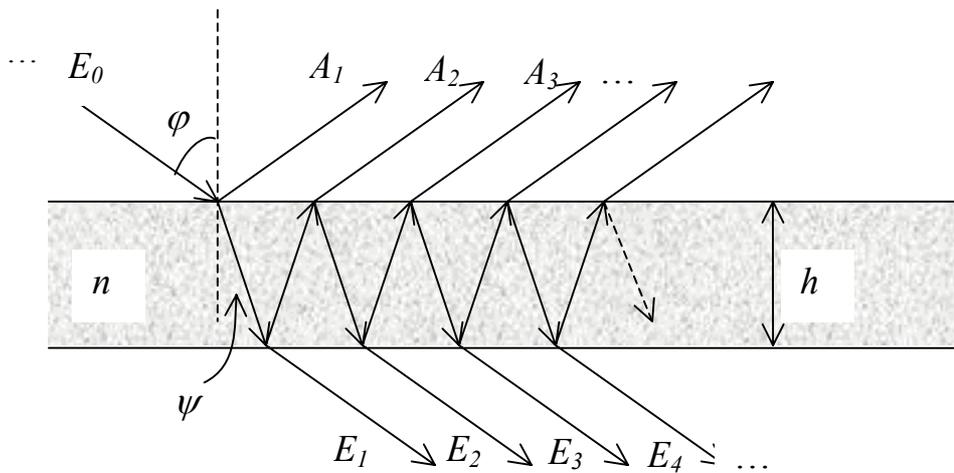


Рис.32. Схема многолучевой интерференции

Пусть E_0 – амплитуда электрического вектора падающей волны, которую будем считать линейно поляризованной, например, перпендикулярно плоскости падения. Введем в рассмотрение амплитудные коэффициенты отражения и пропускания света. Если коэффициент отражения от границы «воздух-стекло» есть r_{\perp} , то для границы «стекло-воздух» аналогичный коэффициент обозначим r'_{\perp} , причем, согласно формулам Френеля (2.14) они одинаковы по величине. То же самое относится к амплитудным коэффициентам пропускания τ_{\perp} и τ'_{\perp} . Введем теперь коэффициенты отражения и пропускания света по интенсивности для каждой из граней пластинки:

$$r = \frac{I^{omp}}{I^n} = \left(\frac{E_{\perp}^{omp}}{E_{\perp}^n} \right)^2 = r_{\perp}^2;$$

$$\tau = \frac{I^{np}}{I^n} = \left(\frac{E_{\perp}^{np}}{E_{\perp}^n} \right)^2 = \tau_{\perp}^2.$$

При этом, если пренебречь поглощением, то $r + \tau = 1$.

Подсчитаем теперь результирующую амплитуду волны, прошедшей через пластинку, учитывая, что каждая пара прошедших волн (E_1 и E_2 , E_2 и E_3 ...) приобретает одинаковую разность фаз $\delta = \kappa \Delta$:

$$\begin{aligned}
E &= E_1 + E_2 + E_3 + \dots = E_0 \tau_{\perp} \tau'_{\perp} + E_0 \tau_{\perp} \tau'_{\perp} (r'_{\perp})^2 e^{i\delta} + \\
&+ E_0 \tau_{\perp} \tau'_{\perp} (r'_{\perp})^4 e^{2i\delta} + E_0 \tau_{\perp} \tau'_{\perp} (r'_{\perp})^6 e^{3i\delta} + \dots = \\
&= E_0 \tau_{\perp} \tau'_{\perp} (1 + r_{\perp}^2 e^{i\delta} + r_{\perp}^4 e^{2i\delta} + r_{\perp}^6 e^{3i\delta} + \dots) = \\
&= E_0 \tau (1 + r e^{i\delta} + r^2 e^{2i\delta} + r^3 e^{3i\delta} + \dots).
\end{aligned}$$

В круглых скобках стоит сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии со знаменателем

$$q = r e^{i\delta},$$

модуль которого меньше единицы. Поэтому, пользуясь формулой

$$\sum_{N=0}^{\infty} q^N = \frac{1}{1-q},$$

находим

$$E = E_0 \frac{\tau}{r \cdot e^{i\delta} - 1}.$$

Переходя к интенсивности и используя (3.18), получаем

$$I = I_0 \frac{1}{1 + \frac{4r}{(1-r)^2} \cdot \sin^2 \frac{\delta}{2}}. \quad (3.19)$$

Данное соотношение, известное как *формула Эйри*, выражает характер распределения интенсивности в интерференционной картине в прошедшем свете. Обычно ее представляют в виде

$$\tau(\delta) = \frac{I}{I_0} = \frac{1}{1 + F \cdot \sin^2 \frac{\delta}{2}}, \quad (3.20)$$

где $\tau(\delta)$ является *функцией пропускания* пластинки, а параметр $F = \frac{4r}{(1-r)^2}$, называемый *фактором резкости*, целиком определяется отражающей способностью поверхностей r .

Исследуем формулу Эйри (3.20). Максимумы интенсивности соответствуют $\delta/2 = m\pi$, где $m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$. Глубина минимумов целиком определяется величиной A .

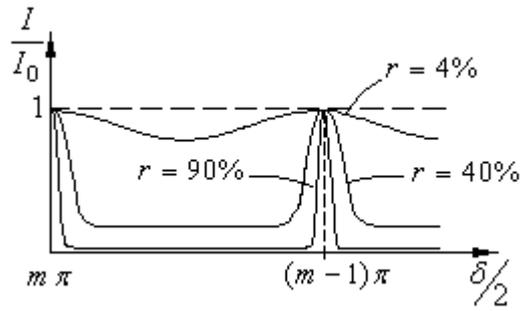


Рис.33. График функции Эйри

На рис.33 представлен график распределения интенсивности, построенный по формуле (3.20) для разных значений коэффициента отражения r . Система максимумов сильно отличается от двухлучевой интерференции (рис.16). В случае высоких значений r (90%) картина имеет вид узких светлых полос на почти совершенно темном фоне, откуда становится понятным смысл термина F : он непосредственно характеризует резкость интерференционной картины.

Применение многолучевой интерференции

Современные методы напыления тонких диэлектрических пленок позволяют получать коэффициенты отражения до 99%. В этом случае фактор резкости $F = 4 \cdot 10^4$, и график функции Эйри представляет собой набор дискретных линий (рис.34). Из рис.34 видно, что плоскопараллельная пластинка с зеркальными гранями прозрачна для излучения некоторого дискретного набора частот и совершенно не пропускает остальное излучение. Таким образом, плоскопараллельная пластинка представляет собой высокочастотный **частотный светофильтр**. В этом качестве она используется, например, для селекции мод в лазерах.

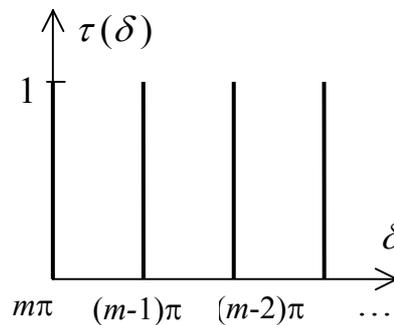


Рис.34. Функция пропускания пластинки

Для исследования тонкой структуры спектра оптического излучения широко применяется **интерферометр Фабри – Перо**, основанный на принципе многолучевой интерференции. Схема прибора показана на рис.35. Его основным элементом является пара зеркальных пластинок, установленных параллельно друг другу на некотором расстоянии h . Во избежание нежелательной интерференции лучей, отраженных задними поверхностями пластинок, последним придают клиновидную форму.

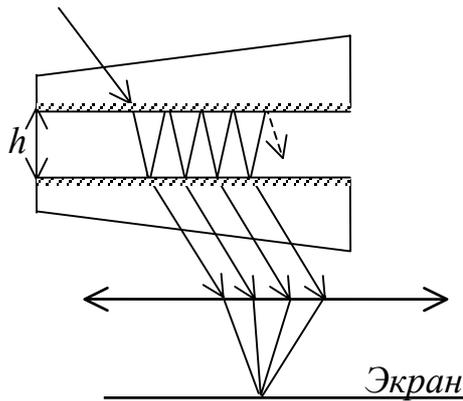


Рис.35. Схема интерферометра Фабри-Перо

видимого света с $\lambda = 5 \cdot 10^{-5}$ порядок в центре $m = 20\,000$, а при $h = 5$ см получаем $m = 200\,000$. Такие «толстые» интерферометры используются в качестве спектральных приборов.

При освещении интерферометра Фабри – Перо квазимонохроматическим светом распределение интенсивности содержит определенную информацию о спектральном составе излучения. Если, например, свет состоит из двух близких монохроматических компонент, отличающихся на $\Delta\lambda$, то в интерференционной картине появятся две смещенные друг относительно друга системы максимумов. Если при этом $\Delta\lambda$ окажется слишком большим, то может произойти перекрывание порядков: m -й и $(m + 1)$ -й максимумы для разных длин волн совпадут, и картину невозможно будет расшифровать. Из условия перекрывания порядков

$$(m + 1) \lambda = m (\lambda + \Delta\lambda)$$

и формулы (3.21) получаем условие

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda}{m} = \frac{\lambda^2}{2h},$$

связывающее расстояние между пластинами h и допустимый интервал длин волн $\Delta\lambda$. Поскольку порядки m очень велики, можно оценить, насколько мало различие в длинах волн, которые можно идентифицировать с помощью многолучевого интерферометра.

Разность хода пары лучей, проходящих через «воздушную пластинку», $\Delta = 2h \cos \psi = m\lambda$. Поэтому наибольший порядок интерференции будет в центре картины, т. е. там, где угол ψ близок к нулю:

$$m_{\max} \cong \frac{2h}{\lambda}. \quad (3.21)$$

Следовательно, чем больше расстояние между отражающими поверхностями, тем выше порядок интерференции. Например, при $h = 0,5$ см для

видимого света с $\lambda = 5 \cdot 10^{-5}$ порядок в центре $m = 20\,000$, а при $h = 5$ см получаем $m = 200\,000$. Такие «толстые» интерферометры используются в качестве спектральных приборов.

При освещении интерферометра Фабри – Перо квазимонохроматическим светом распределение интенсивности содержит определенную информацию о спектральном составе излучения. Если, например, свет состоит из двух близких монохроматических компонент, отличающихся на $\Delta\lambda$, то в интерференционной картине появятся две смещенные друг относительно друга системы максимумов. Если при этом $\Delta\lambda$ окажется слишком большим, то может произойти перекрывание порядков: m -й и $(m + 1)$ -й максимумы для разных длин волн совпадут, и картину невозможно будет расшифровать. Из условия перекрывания порядков

$$(m + 1) \lambda = m (\lambda + \Delta\lambda)$$

и формулы (3.21) получаем условие

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda}{m} = \frac{\lambda^2}{2h},$$

связывающее расстояние между пластинами h и допустимый интервал длин волн $\Delta\lambda$. Поскольку порядки m очень велики, можно оценить, насколько мало различие в длинах волн, которые можно идентифицировать с помощью многолучевого интерферометра.

Вопросы

1. Как изменилась бы интерференционная картина в опыте с бизеркалом Френеля, если всю установку погрузить в воду?
2. В первоначальном опыте Юнга источником света служил солнечный свет. Представьте, что первичным источником является современный лазер. Опишите принципиальное различие в наблюдающихся интерференционных картинах.
3. Почему интерференционные картины наблюдаются только в *тонких* пленках, например, на мыльных пузырях, и не наблюдаются, например, на толстом куске стекла? Оцените максимальную толщину пленок, пригодных для интерференции.
4. Почему по мере удаления от центра кольца Ньютона располагаются все более тесно?
5. Почему капля нефти на поверхности воды кажется наиболее яркой у краев пятна?
6. В чем состоит принцип Фурье-метода?
7. Что такое видность интерференционной картины?
8. В чем причина ухудшения видности интерференционной картины при увеличении размеров источника?
9. При каких условиях излучение от некогерентного протяженного источника может рассматриваться как когерентное?
10. Некоторые просветленные линзы в отраженном свете кажутся зеленоватыми. Отражение каких длин волн должно полностью гаситься таким покрытием?
11. Опишите, каким образом интерферометр Майкельсона можно было бы использовать для измерения показателя преломления воздуха.
12. В чем состоит физическая причина почти полного отражения или почти полного пропускания света в интерферометре Фабри – Перо?
13. Какие факторы ограничивают разрешающую способность интерферометра Фабри – Перо?
14. Опишите принцип действия интерференционных фильтров.
15. Как согласуется распределение интенсивности в любой интерференционной картине с законом сохранения энергии?

4. Дифракция света

Лекция 12. Дифракция как проявление волновой природы света

Многие явления, наблюдаемые в обыденной жизни, говорят о том, что свет распространяется прямолинейно. Солнечный свет, луч прожектора, луч лазера ассоциируются в нашем сознании с прямыми или почти прямыми линиями. Прямолинейность распространения – одно из главных и наиболее очевидных свойств света.

Между тем, некоторые весьма тонкие оптические явления и эксперименты свидетельствуют о нарушениях закона прямолинейности распространения света. Так, солнечный луч или луч лазера всегда обладают пусть малой, но конечной *расходимостью*. Граница светового пучка, граница между светом и тенью никогда не бывает резкой. А в некоторых случаях свет распространяется и вовсе не прямолинейно. Например, в опыте Юнга (рис.20, ч.1), пучок света, проходя через маленькое отверстие, приобретает большую угловую расходимость и глубоко проникает в область геометрической тени; более того, именно в этой области возникает интерференция. В центре геометрической тени от круглого непрозрачного экрана всегда существует маленькое светлое пятно («пятно Пуассона»). Если осветить дифракционную решетку лазерным лучом, то за решеткой образуется широкий расходящийся «веер» лучей. Все перечисленные факты объясняются волновой природой света. Поскольку длина световой волны очень мала, – менее 10^{-4} см, – то сильных волновых эффектов можно ожидать, если поперечный размер светового пучка становится соизмерим с длиной волны.

Любое нарушение прямолинейности распространения света, не связанное с отражением или преломлением, в оптике связывают с понятием *дифракции*. Дифракция характерна для любого типа волн и хорошо наблюдается, например, для звуковых волн или волн на поверхности воды. В оптике для наблюдения дифракции нужны специальные условия. В широком смысле под дифракцией понимают всю совокупность явлений в волновом поле, возникающую при наличии препятствий на пути световой волны. Дифракция имеет огромное практическое значение, поскольку влияет на формирование оптического изображения, ограничивает разрешающую способность приборов, устанавливает предел концентрации света в пространстве и т. д.

Первое сообщение о наблюдении дифракции света было сделано Франциском Гримальди в 1665 г. Источник света освещал отверстие в непрозрачном экране, а в плоскости, расположенной позади экрана, измерялась освещенность. Гримальди установил, что переход от света к тени происходит постепенно, а не резко. Схема современного варианта опыта

Гримальди с использованием когерентного освещения лазером, показана на рис.36.

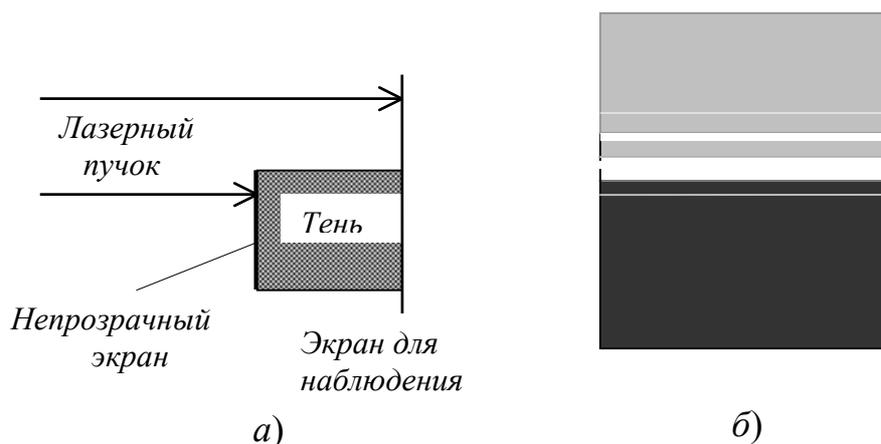


Рис.36. Схема наблюдения дифракции лазерного пучка на краю экрана (а); освещенность в плоскости экрана наблюдения вблизи границы области тени (б)

В данном случае, как и в опыте Гримальди, нет резкой границы между светом и тенью. Более того, вблизи границы геометрической тени наблюдается чередование темных и светлых линий, параллельных краю экрана, что указывает на интерференционную природу явления дифракции.

Принцип Гюйгенса – Френеля

Объяснение дифракции стало возможным лишь в волновой теории света. Первый шаг на пути к пониманию того, что свет – это волна, сделал в конце 17-го в. Христиан Гюйгенс. Он выдвинул идею, раскрывающую механизм распространения света. Гюйгенс полагал, что свет распространяется подобно волне на поверхности воды. На фронте светового возмущения каждая точка становится источником вторичной световой волны. Положение волнового фронта в

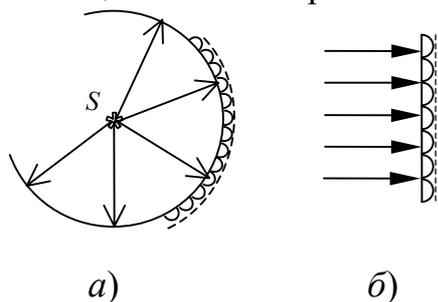


Рис.37. Построение огибающих сферической (а) и плоской (б) световых волн.

следующий момент времени определяется огибающей вторичных волн (рис.37).

В начале XIX в. идеи Гюйгенса получили развитие в работах французского ученого Огюстена Жака Френеля. Френель дополнил принцип Гюйгенса представлениями о том, что вторичные световые источники когерентны между собой, а испускаемые ими волны могут интерферировать. Световое поле есть результат интерференции элементарных вторичных волн, идущих от каждого элемента некоторой волновой поверхности, – это утверждение составляет содержание принципа Гюйгенса-Френеля. Основываясь на этом принципе, Френель смог с большой точностью объяснить распределение света в дифракционных картинах. При этом он принимал во внимание и амплитуду, и фазу вторичных волн. Позже, в конце XIX в. немецкий ученый Густав Кирхгоф показал, что особенности амплитуд и фаз, приписываемые Френелем вторичным источникам, логически вытекают из волновой природы света.

Зоны Френеля

Для объяснения дифракции Френель предложил модель так называемых *полуволновых зон*. Зоны Френеля строятся следующим образом. Выберем волновую поверхность в виде сферы радиуса $SO = a$ с центром в точке S (рис.38). Согласно принципу Гюйгенса-Френеля, данную поверхность можно рассматривать как источник вторичных световых волн.

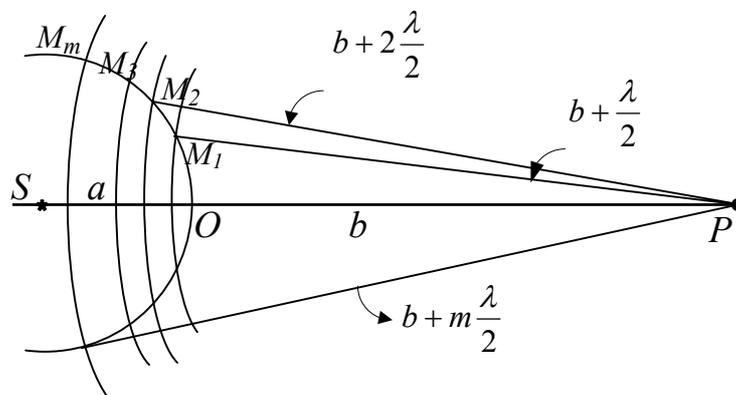


Рис. 38. Построение зон Френеля

Выберем в пространстве произвольную точку наблюдения P , отстоящую от волновой поверхности на расстоянии b . Из точки P , как из центра, проведем ряд секущих концентрических сферических поверхностей, первая из которых будет иметь радиус $b + \lambda/2$. Радиусы последующих сфер увеличиваются на $\lambda/2$. Таким образом, расстояния от границ образовавшихся на волновой поверхности кольцевых зон (зон Френеля) до

Тогда площадь кольцевой зоны Френеля с номером m будет равна разности площадей двух соседних сферических сегментов:

$$S_{m(\text{зоны})} = S_{m+1(\text{сегм})} - S_{m(\text{сегм})} = 2\pi \frac{ab\lambda}{2(a+b)}.$$

Получилось, что все зоны Френеля равновелики и должны посылать в точку наблюдения волны с одинаковыми по величине амплитудами. Однако Френель полагал, что амплитуды этих волн убывают с номером зоны. В теории Френеля не было объяснения этому факту, и только в теории Кирхгофа был достаточно строго обоснован специальный «коэффициент наклона», учитывающий то обстоятельство, что вклад любой излучающей поверхности в результирующее поле зависит от ориентации данного элемента по отношению к направлению на точку наблюдения. Мы же пока ограничимся тем, что будем считать амплитуды волн, приходящих в точку P , монотонно убывающими с номером зоны.

Задача о свободном распространении света

В качестве первой дифракционной задачи, решаемой методом зон Френеля, рассмотрим случай, когда свет от источника к наблюдателю идет свободно, т. е. на пути световых волн нет никаких препятствий. В этом случае работают все зоны Френеля, и амплитуда результирующей волны будет равна

$$E_0 = E_{01} - E_{02} + E_{03} - E_{04} + E_{05} - E_{06} + \dots \quad (4.4)$$

Здесь E_{01}, E_{02}, \dots - амплитуды волн от 1-й, 2-й, и т. д. зон Френеля; чередующиеся знаки перед слагаемыми указывают на то, что волны от соседних зон приходят с разностью фаз в π . Получившийся знакопеременный ряд является убывающей арифметической прогрессией. Перепишем его по другому, разделив каждое слагаемое с нечетным номером пополам и группируя члены ряда определенным образом:

$$E_0 = \frac{E_{01}}{2} + \left(\frac{E_{01}}{2} - E_{02} + \frac{E_{03}}{2} \right) + \left(\frac{E_{03}}{2} - E_{04} + \frac{E_{05}}{2} \right) + \dots$$

Согласно свойству членов арифметической прогрессии, каждая сумма внутри скобок равна нулю. В результате имеем

$$E_0 = \frac{E_{01}}{2}, \quad (4.5)$$

т. е. в случае свободного распространения света результирующая амплитуда такая же, как если бы действовала только половина центральной зоны Френеля. Получается, что если на пути световой волны поместить непрозрачный экран, закрывающий все зоны Френеля, кроме половины центральной, освещенность точки P будет такой же, как и в случае отсутствия экрана. Это необычный дифракционный эффект, который позволяет сделать весьма ценный вывод.

Найдем общую формулу для вычисления радиуса любой зоны Френеля. Сначала подставим в (4.1) и (4.2) величину x из (4.3) и получим радиус первой зоны:

$$r_1 = \sqrt{\frac{ab\lambda}{a+b}}.$$

Аналогичным образом для радиуса m -й зоны Френеля имеем

$$r_m = \sqrt{\frac{abm\lambda}{a+b}}. \quad (4.6)$$

Теперь можно оценить размер радиуса первой зоны. Например, для $a = b = 1$ м и $\lambda = 5,5 \cdot 10^{-7}$ м, получим $r_1 \cong 0,5$ мм. Таким образом, в случае свободного распространения света практически вся интенсивность сосредоточена в узком канале диаметром менее 1 мм. Иначе говоря, при отсутствии каких-либо экранов свет идет практически *прямолинейно*.

Если на пути между источником и точкой наблюдения поместить непрозрачный экран с круглым отверстием, то интенсивность в точке наблюдения будет зависеть от числа зон Френеля, укладывающихся в отверстие. Если число зон окажется нечетным, то, согласно (4.4), результирующая амплитуда, а, значит, и интенсивность будет максимальной. Если же число зон – четное, то в точке наблюдения света не будет, она окажется темной. Таким образом можно сказать, что дифракция – это проявление интерференции в ограниченных световых пучках.

Лекция 13. Решение дифракционных задач графическим способом

Построение векторных диаграмм

Итак, вычисление результирующего светового поля производится суммированием световых колебаний, возбуждаемых вторичными источниками. С математической точки зрения задача сводится к сложению гармонических волн, имеющих одну и ту же частоту, но разные амплитуды и фа-

зы. Один из наглядных и изящных способов решения такой задачи – построение *векторной диаграммы*.

Известно, что гармоническую волну можно характеризовать комплексной амплитудой $E_0 = |E_0| \cdot \exp(i\varphi)$, либо вектором на плоскости переменных $\operatorname{Re}E_0$, $\operatorname{Im}E_0$, причем длина вектора равна E_0 , а угол наклона к оси $\operatorname{Re}E_0$ равен φ (рис. 40, а). Сумма нескольких гармонических колебаний частоты ω есть также гармоническое колебание той же частоты. Действительные амплитуду (E_0) и фазу (φ) результирующего колебания можно найти, используя правила сложения векторных величин (рис. 40, б).

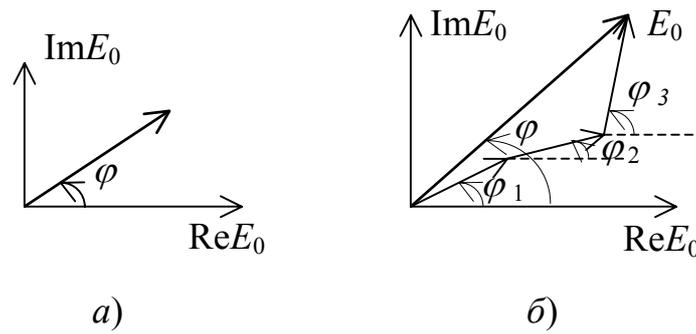


Рис. 40. Изображение гармонической волны на комплексной плоскости (а) и построение векторной диаграммы (б)

Применим метод векторной диаграммы для расчета комплексной амплитуды дифракционного светового поля. Сначала вычислим амплитуду волны, посылаемой одной центральной зоной Френеля. Для этого мысленно разобьем зону на несколько (например, на шесть) concentric кольцевых подзон. Если площади подзон считать примерно одинаковыми, то их вклады в освещенность некоторой точки будут изображаться векторами одинаковой длины, но с разными углами наклона к оси абсцисс.

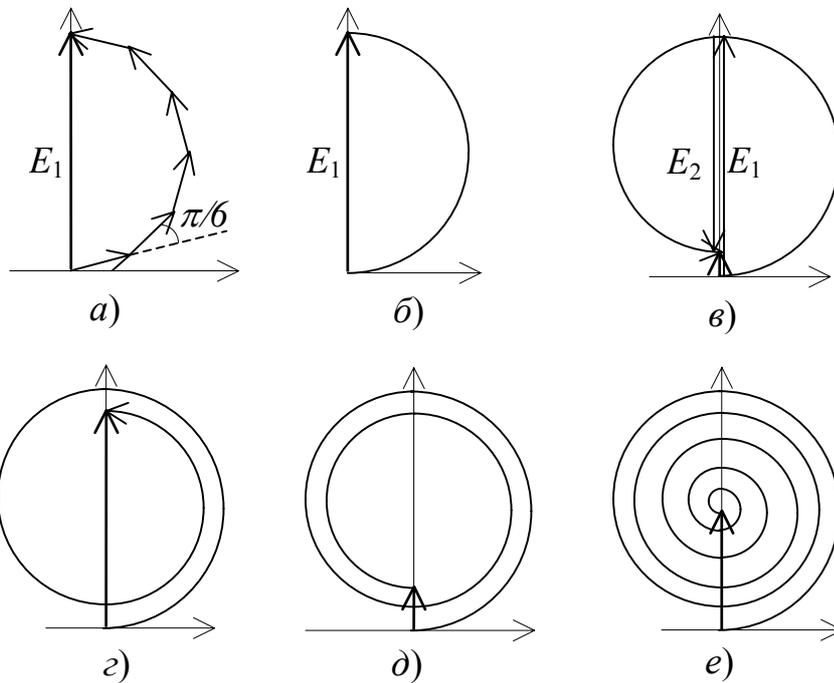


Рис. 41. Примеры построения векторных диаграмм. Открыта только центральная зона Френеля (а, б); открыты две первых зоны Френеля (в); открыты три (г) и четыре (д) зоны Френеля; открыты все зоны (е).

Поскольку центр зоны и ее край посылают волны с разностью фаз π , то все векторы амплитуд волн, испускаемых подзонами, повернуты друг относительно друга на угол $\pi/6$. Суммарный вектор \vec{E}_1 представляет результирующую амплитуды волны, идущей от первой зоны Френеля (рис. 41, а). Очевидно, разбиение зоны можно произвести на сколь угодно большое число подзон. В случае бесконечно большого числа подзон ломаная линия векторной диаграммы будет приближаться к гладкой кривой (рис. 41, б).

Аналогичным образом строится вектор, изображающий совместный вклад первых двух зон (рис. 41, в). Здесь учтено, что с номером зоны уменьшается ее вклад в суммарное дифракционное поле, и результирующая амплитуда отлична от нуля, хотя и очень мала. Продолжая процедуру построения векторной диаграммы для все большего числа зон (например, трех и четырех на рис. 41, з, д), получаем скручивающуюся спираль. Нетрудно видеть, что в предельном случае, когда открыты все зоны Френеля, т. е. свет идет свободно, векторная диаграмма имеет вид гладкой скручивающейся спирали – *спирали Френеля* (рис. 41, е). Этот результат совпадает с выводом (4.5).

Дифракция плоской волны на круглом отверстии и круглом диске

Физическое содержание дифракционной задачи почти не изменится, а формулы станут проще, если вместо дифракции сферической волны от точечного источника рассмотреть дифракцию плоской световой волны.

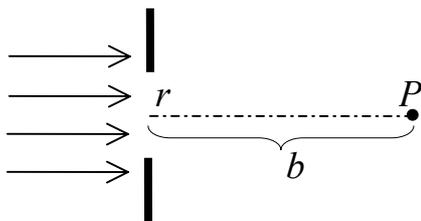


Рис.42. Схема дифракции плоской волны на круглом отверстии

Пусть, например, плоская монохроматическая волна дифрагирует на круглом отверстии (рис. 42). Выберем некоторую точку P на оси пучка и попытаемся выяснить, как будет меняться интенсивность света в данной точке при изменении радиуса отверстия r .

Поверхностью вторичных источников будет плоский круг радиуса r .

Разобьем поверхность на зоны Френеля: это будут кольца на плоскости. Радиусы можно подсчитать по формуле (4.6), полагая $a \rightarrow \infty$. Получим

$$r_m = \sqrt{mb\lambda}. \quad (4.7)$$

По этой формуле можно вычислить число зон Френеля m , попадающих в отверстие, или число открытых френелевских зон (*число Френеля*), которое играет важную роль в теории дифракции.

Если радиус отверстия изменять, увеличивая или уменьшая, то число Френеля будет тоже меняться. Очевидно, что если m – нечетно, в точке наблюдения будет максимум интенсивности. Это соответствует графическим построениям на рис. 6, б, г. Если в отверстие укладывается четное число зон Френеля, то в точке P будет минимум света (рис. 41, в, д).

Полученный результат легко проверить экспериментально, используя когерентный лазерный пучок и ирисовую диафрагму. Например, если $\lambda = 0,5$ мкм, а $b = 100$ см, то по формуле (4.7) получаем $r_1 = 0,7$ мм, $r_2 = 1$ мм и т. д. Особенно эффектен опыт, демонстрирующий, что в точке P достигается максимальная интенсивность не тогда, когда свет идет свободно, а когда между источником и точкой наблюдения помещен непрозрачный экран с крошечным круглым отверстием. При радиусе отверстия порядка радиуса центральной зоны Френеля (т. е. меньше 1 мм) освещенность в точке P в четыре раза выше, чем в отсутствие экрана!

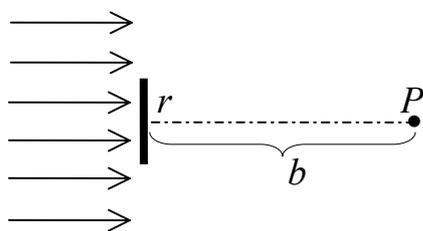


Рис. 43. Схема дифракции света на диске

Еще более парадоксальные результаты можно получить, исследуя дифракцию света на диске. Схема дифракции показана на рис. 43. Плоская монохроматическая световая волна падает на круглый непрозрачный диск радиуса r , а наблюдение поля ведется в некоторой точке P , расположенной в области геометрической тени на оси диска.

Построение векторов результирующей амплитуды поля с помощью спирали Френеля показано на рис. 44. Из рисунка видно, что даже в случае достаточно большого экрана, закрывающего сразу несколько зон Френеля, интенсивность света в центре геометрической тени отлична от нуля.

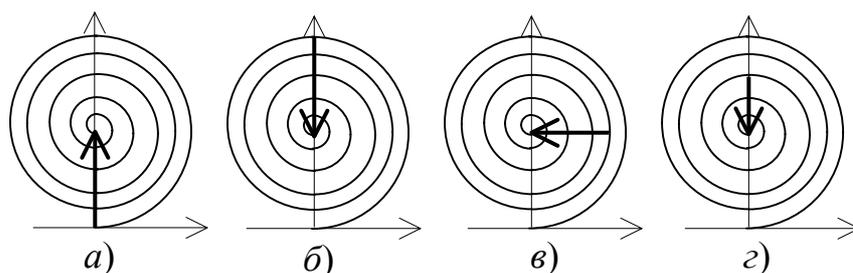


Рис. 44. К расчету дифракции света на диске. Амплитуда поля в точке наблюдения при разных радиусах диска: $r = 0$ (а); диск закрывает первую зону (б); диск закрывает 2,5 зоны (в); диск закрывает пять зон Френеля (г)

В свое время этот результат рассматривался как аргумент против теории Френеля. Однако эксперименты, выполненные Домеником Араго, показали, что в центре геометрической тени от непрозрачного диска действи-

тельно существует маленькое светлое пятно! (рис. 45). Оно получило название «пятна Пуассона» - по имени автора идеи опыта.

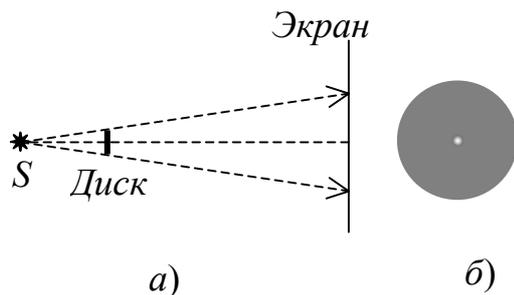


Рис.45. Наблюдение «пятна Пуассона» в опыте Араго. Схема эксперимента (а); вид дифракционной картины (б)

Лекция 14. Исследование распределения интенсивности света вдоль оси отверстия

Дифракционная длина светового пучка. Ближняя и дальняя зоны дифракции

Обратимся еще раз к задаче о дифракции плоской световой волны на круглом отверстии и выясним, как меняется интенсивность света на оси отверстия по мере увеличения расстояния от экрана. Введем переменную координату точки наблюдения x (рис. 46). Формулу (4.7), где радиус отверстия r теперь будет фиксирован, запишем так:

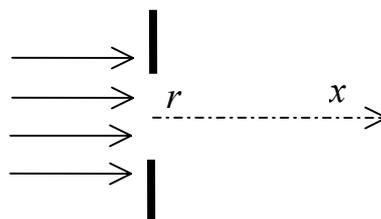


Рис.46. К вычислению интенсивности на оси отверстия

$$r^2 = m\lambda x.$$

Тогда по мере увеличения x периферийные зоны Френеля будут одна за другой выходить за пределы отверстия, пока, наконец, в отверстии не останется одна центральная зона Френеля. Согласно построению на спирали Френеля (рис. 6, б), в этом случае интенсивность в точке наблюдения достигает максимума (рис. 47), после чего монотонно убывает с ростом расстояния x . Расстояние x_D , для которого отверстие совпадает с центральной зоной Френеля, называется *дифракционной длиной* светового пучка. Дифракционная длина определяет границу между двумя различными областями дифракции. Область, для которой $x \ll x_D$, называется *ближней зоной* дифракции. В этой зоне световой пучок сохраняет структуру, задан-

ную форму отверстия, а интенсивность света на оси пучка примерно равна интенсивности исходной световой волны. Для точек ближней зоны в

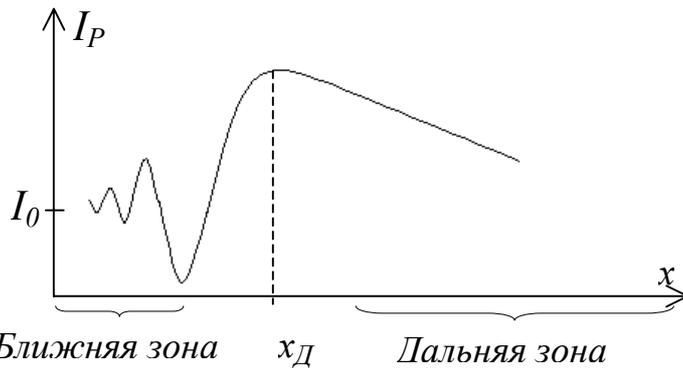


Рис.47. Характер зависимости интенсивности света на оси отверстия

пределах отверстия помещается множество зон Френеля, и поперечный профиль пучка поддерживается постоянным за счет интерференции вторичных волн, идущих от разных зон Френеля.

Область, для которой $x \gg x_D$, называется *дальней зоной* дифракции или *зоной Фраунгофера*.

Для точек дальней зоны в пределах отверстия помещается только центральная часть первой зоны Френеля. Интерференция вторичных волн выражена слабее, она уже не поддерживает исходный поперечный профиль пучка. Интенсивность света на оси пучка много меньше интенсивности исходной волны, поэтому пучок расширяется. Характер изменения поперечного размера светового пучка в процессе дифракции (на круглом отверстии диаметром d) показан на рис. 48, а.

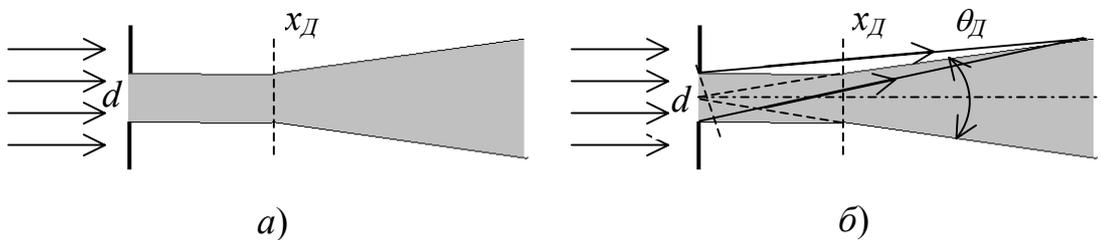


Рис.48. Дифракция светового пучка (а). Определение угла дифракционной расходимости светового пучка (б)

Оценим дифракционную расходимость пучка θ_D (рис. 48, б). Естественно допустить, что волны, приходящие к границе пучка, имеют разность хода $\Delta = \lambda/2$. Из рисунка видно, что

$$\Delta \approx d \cdot \sin \frac{\theta_D}{2},$$

где d – диаметр отверстия, θ_D – угол дифракционной расходимости. Поскольку этот угол невелик, можно приближенно записать

$$\Delta \approx d \cdot \frac{\vartheta_D}{2},$$

откуда следует, что

$$\vartheta_D = \frac{\lambda}{d}. \quad (4.8)$$

Полученное соотношение показывает, что дифракционная расходимость пучка тем больше, чем меньше его начальный размер. Этот результат хорошо проверяется экспериментально на лазерном пучке с ирисовой диафрагмой.

Интересно произвести количественную оценку дифракционной длины и угловой расходимости пучка, например, гелий-неонового лазера. Пусть $d = 2$ мм, $\lambda = 0,6$ мкм. Тогда $x_D = 1,5$ м, а $\vartheta_D = 3 \cdot 10^{-4}$ рад.

Фокусировка света как дифракционное явление

Произведенная оценка дифракционной расходимости светового пучка в виде (4.8) чрезвычайно важна для физической оптики, так как позволяет оценить минимальный поперечный размер пучка, который можно получить, например, при фокусировке света собирающей линзой. Этот параметр устанавливает, в свою очередь, предел концентрации света в пространстве. Рассмотрим, как можно описать фокусировку света в рамках представлений теории дифракции. Схема фокусировки показана на рис. 49.

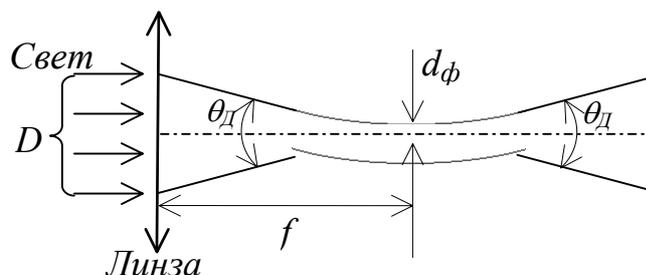


Рис.49. Схема фокусировки светового пучка

Согласно представлениям геометрической оптики, параллельный пучок, падающий на линзу, собирается в ее фокусе. Форма пучка определяется дифракцией, а расходимость пучка справа от фокальной плоскости согласно (4.8)

$$\vartheta_D = \frac{\lambda}{d_\phi},$$

где d_ϕ – диаметр пучка в фокальной плоскости. С другой стороны, тот же самый угол можно выразить через фокусное расстояние линзы f и диаметр пучка D , падающего на линзу:

$$\vartheta_D = \frac{D}{f}.$$

Из полученных соотношений находим

$$d_f = \frac{f}{D} \lambda.$$

Теперь можно оценить минимальную возможную величину поперечного сечения пучка d_ϕ . Если диаметр исходного пучка D будет равен диаметру линзы, то величина d_ϕ будет зависеть от отношения диаметра линзы к ее фокусному расстоянию. Этот параметр D/f называется *относительным отверстием линзы*. На практике удается изготавливать линзы с относительным отверстием не более единицы. В самом лучшем случае, когда $D/f = 1$, получаем

$$d_\phi^{\min} = \lambda,$$

т. е. диаметр фокального пятна оказывается порядка длины световой волны.

Все приведенные формулы выведены из простых физических соображений. Более точные выражения могут быть получены с помощью математической теории дифракции. Кроме того, отметим, что данный результат справедлив для когерентных пучков. В случае некогерентных волн величина d_ϕ увеличивается.

Для примера произведем численные оценки. Предположим, что когерентный лазерный пучок с длиной волны $\lambda = 0,5$ мкм и диаметром 2,5 мм фокусируется линзой с фокусным расстоянием $f = 16$ см. Используя приведенные соотношения, получим $d_\phi = 3 \cdot 10^{-3}$ см.

Лекция 15. Дифракция слаборасходящихся пучков

Дифракционный интеграл Френеля

При расчетах дифракционных картин применяются два основных приближения теории дифракции: *приближение Френеля* и *приближение Фраунгофера*. Первое из них описывает дифракцию слаборасходящихся пучков света – дифракцию в ближней зоне. Второе – дифракцию в дальней зоне. Сначала рассмотрим общее решение задачи дифракции, использующее принцип Гюйгенса – Френеля.

Пусть S – точечный источник света (рис.50). Требуется найти световое поле в произвольной точке пространства P , если между точками S и P имеются препятствия, например, экран с отверстием (рис.50, а) или непрозрачный диск (рис. 50, б)).

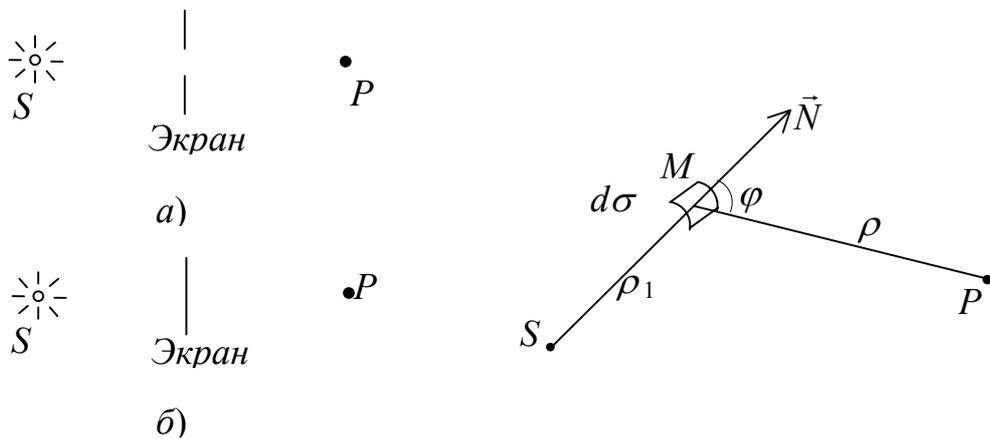


Рис.50. Дифракция на отверстии (а) и на диске (б)

Рис.51. К выводу интеграла Гюйгенса – Френеля

На волновой поверхности, охватывающей точечный источник света S , выделим элемент поверхности $d\sigma$ (рис. 51), который будет излучать вторичную сферическую световую волну. Обозначим расстояние от S до некоторой точки M на участке $d\sigma$ через ρ_1 , а расстояние от M до точки наблюдения через ρ . Введем также угол φ между нормалью к волновой поверхности в точке M и направлением на точку наблюдения. Предположим для простоты, что световые волны – монохроматические. Согласно принципу Гюйгенса – Френеля, поле в точке P образуется в результате наложения световых волн, испускаемых элементами волновой поверхности. Тогда для амплитуды результирующей волны, приходящей в точку P , можно записать

$$E_p = \int_{(\sigma)} E_M \frac{\exp(-ik\rho)}{\rho} K(\varphi) d\sigma. \quad (4.9)$$

Здесь E_M - амплитуда поля в точке M , $K(\varphi)$ – множитель, учитывающий то обстоятельство, что вклад элемента $d\sigma$ в результирующее поле зависит от ориентации данного элемента поверхности по отношению к направлению на точку наблюдения. Интеграл (4.9) носит название *интеграла Гюйгенса – Френеля*. Множитель $K(\varphi)$ остается пока неопределенным. Френель полагал, что $K(\varphi)$ монотонно убывает от некоторого начального значения $K(0)$ до нуля при изменении угла φ от нуля до $\pi/2$. В качестве простой тестовой задачи рассмотрим применение интеграла Гюйгенса – Френеля для расчета дифракционной картины при свободном распространении плоской световой

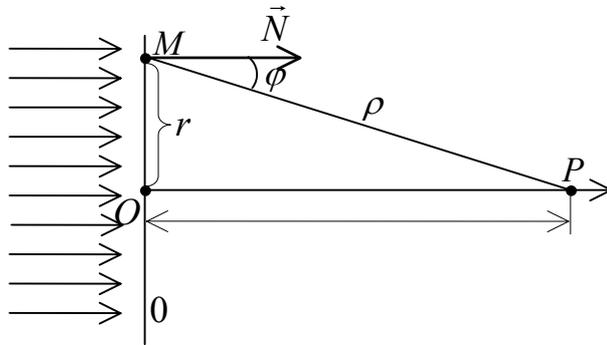


Рис.52. К расчету распространения плоской волны

волны.

Пусть плоская волна распространяется вдоль оси x (рис. 52). Поверхностью вторичных источников служит плоскость σ , совпадающая с волновым фронтом, P – точка наблюдения, O – начало координат, M – точка, лежащая на поверхности σ на

расстоянии r от точки O . Введем также расстояние x от точки O до точки P и расстояние ρ от точки M до точки P . Очевидно, что

$$\rho^2 = r^2 + x^2.$$

Отсюда при $x \gg r$ получаем приближенное выражение

$$\rho = x + r^2 / 2x.$$

Подставив это значение в (4.9), получим

$$E_p = E_0 \frac{\exp(-ikx)}{x} \int_{(\sigma)} \exp\left(-\frac{ikr^2}{2x}\right) K(\varphi) d\sigma, \quad (4.10)$$

где E_0 – амплитуда световой волны в плоскости $x = 0$. В знаменателе мы пренебрегли отличием ρ от x . В плоскости σ введем полярные координаты с центром в точке O . Тогда $d\sigma = 2\pi r \cdot dr$, а коэффициент накло-

на $K(\varphi)$ можно считать функцией аргумента r . При этом формула (4.10) приобретает вид

$$E_p = E_0 \exp(-ikx) \frac{2\pi}{x} \int_0^{\infty} r \cdot \exp\left(-\frac{ikr^2}{2x}\right) K(r) dr. \quad (4.11)$$

Положим $K(r) = K(0) \cdot f(r)$, где $f(r)$ – некоторая убывающая функция аргумента r , изменяющаяся от 1 до 0 при изменении r от 0 до ∞ . Выберем эту функцию так, чтобы интеграл (4.11) имел как можно более простой вид. Например, полагая

$$f(r) = \exp(-\alpha r^2),$$

получим

$$E_p = E_0 \exp(-ikx) K(0) \frac{\pi}{x(\alpha + ik/2x)}.$$

Перейдем к пределу $\alpha \rightarrow 0$. Тогда

$$E_p = E_0 \exp(-ikx) K(0) \frac{2\pi}{ik}.$$

С другой стороны, при свободном распространении плоской волны должно выполняться соотношение

$$E_p = E_0 \exp(-ikx).$$

Сравнивая две последние формулы, находим $K(0) = ik/2\pi$ или

$$K(0) = i/\lambda. \quad (4.12)$$

Полагая $K(\varphi) = K(0)$ для свободно падающей волны, запишем (4.9) в виде

$$E_p = \frac{i}{\lambda} \int_{(\sigma)} E_M \frac{\exp(-ik\rho)}{\rho} d\sigma. \quad (4.13)$$

Теория Френеля была разработана еще до открытия уравнений электродинамики. После создания Д. К. Максвеллом электромагнитной теории была сформулирована математическая задача дифракции как задача отыскания решений волнового уравнения при заданных граничных условиях. Общий метод решения вскоре был предложен Г. Кирхгофом. Этот метод позволял ответить на главный для практической оптики вопрос: какова

структура светового поля за препятствием на пути световой волны? Препятствиями могут быть экраны с различными отверстиями или просто непрозрачные экраны разных форм. Кирхгоф предложил следующие граничные условия для электромагнитного поля:

$$\begin{cases} E = E_0 & \text{в пределах отверстия;} \\ E = 0 & \text{на теневой стороне экрана.} \end{cases}$$

Здесь E_0 - поле падающей на препятствие световой волны. Тем самым предполагается, что поле в пределах отверстия такое же, как если бы экрана не было вовсе. Эти условия, разумеется, носят приближенный характер, поскольку допускается разрыв электромагнитного поля. Тем не менее, для оптики, где длина световой волны мала, эти условия дают достаточную точность вычислений.

Оказалось, что решение задачи о дифракции сферической волны на круглом отверстии в теории Кирхгофа совпадает с формулой (4.13), полученной Френелем для свободно идущей волны. Только «коэффициент наклона» $K(\varphi)$ у Кирхгофа получился другим:

$$K(\varphi) = \frac{i}{\lambda} \left(\frac{1 + \cos \varphi}{2} \right).$$

Если теперь учесть, что при значительном ограничении отверстием светового пучка вклад в дифракционный интеграл вносят только центральные зоны Френеля ($\cos \varphi \approx 1$), то можно считать $K(\varphi) = K(0) = \frac{i}{\lambda}$. В этом случае решение Кирхгофа полностью совпадает с дифракционным интегралом Френеля. Далее мы применим полученное выражение интеграла Гюйгенса – Френеля в виде (4.13) для расчета дифракционных картин.

Приближение Френеля в теории дифракции

Пусть плоская гармоническая волна падает нормально на непрозрачный экран с отверстием произвольной формы. Рассмотрим дифракцию в ближней зоне. Введем координаты y, z в плоскости экрана с отверстием (рис.53) и координаты y_0, z_0 в плоскости наблюдения, находящейся на расстоянии x от экрана и параллельной ему.

В этом случае дифракционный интеграл можно записать в виде

$$E(z_0, y_0, x) = \frac{i}{\lambda} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} E(z, y) \frac{\exp(-ik\rho)}{\rho} dz \cdot dy, \quad (4.14)$$

где

$$\rho = \sqrt{x^2 + (z - z_0)^2 + (y - y_0)^2}. \quad (4.15)$$

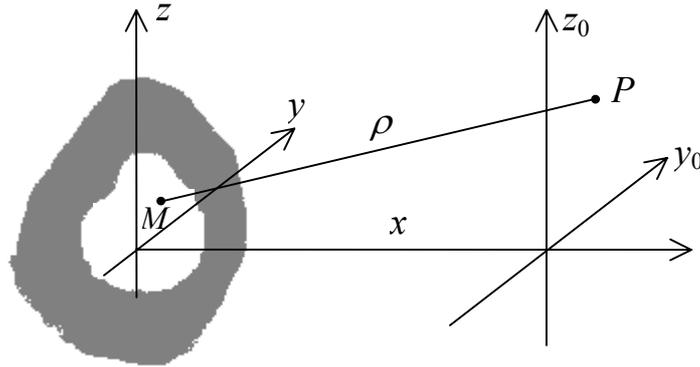


Рис.53. Постановка задачи дифракции

В приближении Френеля задача решается для слаборасходящихся узких пучков света. В этом случае хорошо выполняются неравенства $x \gg z, y, z_0, y_0$, что позволяет написать приближенное выражение для ρ в виде

$$\rho = x + \frac{(z - z_0)^2 + (y - y_0)^2}{2x}. \quad (4.16)$$

Подставляя это выражение в (4.14) и пренебрегая отличием ρ от x в знаменателе подинтегрального выражения, получим

$$E(z_0, y_0, x) = \frac{i}{\lambda x} \exp(-ikx) \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} E(z, y) \exp\left\{-\frac{ik}{2x} \left[(z - z_0)^2 + (y - y_0)^2 \right]\right\} dy \cdot dz. \quad (4.17)$$

По формуле (4.17) можно найти решение задачи дифракции в приближении Френеля для отверстий конкретных форм. Наиболее известны в оптике расчеты для круглого, квадратного и прямоугольного, щелевидного отверстий, а также для дифракции на краю непрозрачного экрана.

Лекция 16. Дифракция в дальней зоне (приближение Фраунгофера)

Формирование дифракционной картины в дальней зоне

Как уже говорилось, в дальней зоне дифракции угловое распределение интенсивности излучения перестает зависеть от расстояния, отсчитываемого вдоль оси пучка. Картина дифракции приобретает устойчивую структуру и зависит только от распределения поля в сечении отверстия. Для оптики дифракция в дальней зоне представляет первостепенный интерес, так как ее проще наблюдать экспериментально и легко описать математически. Именно это явление широко используется для измерений длины световой волны, а также для анализа спектрального состава оптического излучения. Рассмотрим особенности дифракции в дальней зоне в приближении Фраунгофера.

Пусть плоская монохроматическая волна падает нормально на экран с отверстием, расположенный в плоскости $x = 0$ (рис. 54). Найдем распределение интенсивности излучения в некоторой плоскости z_0, y_0 , параллельной экрану с отверстием и расположенной на достаточно большом расстоянии x от него.

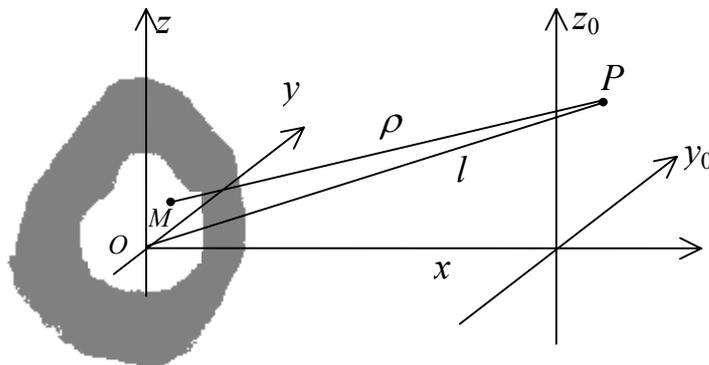


Рис.54. Постановка задачи дифракции в дальней зоне

Используя формулы (4.14) и (4.15), запишем дифракционное поле

$$E(y_0, z_0, x) = \frac{i}{\lambda} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} E(y, z) \frac{\exp(-ik\rho)}{\rho} dy \cdot dz, \quad (4.18)$$

где $E(y, z)$ – амплитуда поля в сечении $x = 0$; λ – длина световой волны; k – волновое число; $\rho = \sqrt{x^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2}$; y, z – координаты некоторой точки M в плоскости экрана с отверстием; y_0, z_0, x – координаты точки наблюдения.

Пусть точка O - начало отсчета в плоскости отверстия, l – расстояние от этой точки до точки наблюдения P . Из рисунка видно, что $l = \sqrt{x^2 + z_0^2 + y_0^2}$. Следовательно, в параксиальном приближении для

$$x \gg y, z, y_0, z_0$$

можно записать

$$\rho = l + \frac{y^2 + z^2}{2l} - \frac{zz_0 + yy_0}{l}. \quad (4.19)$$

Формула (4.19) отличается от формулы (4.16) френелевского приближения только тем, что ρ заменено на l , а не на x . Это уточнение существенно из-за того, что в дальней зоне размеры картины дифракции весьма велики, и разница между величинами l и x становится весьма значительной.

Подставив (4.19) в (4.18) и заменив ρ на l в знаменателе подинтегрального выражения, получим

$$\begin{aligned} E(y_0, z_0, x) &= \\ &= \frac{i}{\lambda l} \exp(-ikl) \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} E_0(y, z) \exp\left[-\frac{ik}{2l}(y^2 + z^2)\right] \exp\left[\frac{ik}{l}(yy_0 + zz_0)\right] dydz. \end{aligned} \quad (4.20)$$

Очень часто в оптике исследуют дифракцию на *одномерной* структуре. Тогда вместо последнего выражения следует использовать формулу

$$E(y_0, x) = \frac{i}{\lambda l} \exp(-ikl) \int_{-\infty}^{\infty} E(y) \exp\left(-\frac{ik}{2l}y^2\right) \exp\left(\frac{ik}{l}yy_0\right) dy \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(\frac{-ikz^2}{2l}\right) dz.$$

Для вычисления используем табличный интеграл Пуассона

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{ik}{2l}y^2\right) dy = \sqrt{\frac{2\pi l}{ik}} = (1-i)\sqrt{\frac{\pi l}{k}}.$$

Тогда интеграл для расчета дифракции на одномерной структуре приобретает вид

$$E(y_0, x) = \frac{i+1}{\sqrt{2\lambda l}} \exp(-ikl) \int_{-\infty}^{\infty} E(y) \exp\left(-\frac{ik}{2l} y^2\right) \exp\left(\frac{ik}{l} y y_0\right) dy, \quad (4.21)$$

Введем теперь *угол дифракции* φ , определяемый формулой

$$\sin \varphi = \frac{y_0}{l}, \quad (4.22)$$

и имеющей смысл угловой координаты точки наблюдения. Тогда распределение (4.21) можно записать как

$$E(\varphi, x) = \frac{i+1}{\sqrt{2\lambda l}} \exp(-ikl) \int_{-\infty}^{\infty} E(y) \exp\left(-\frac{ik}{2l} y^2\right) \exp(iky \sin \varphi) dy. \quad (4.23)$$

Если теперь учесть, что приближение Фраунгофера справедливо в дальней зоне дифракции, где $2l \gg x_D$ (дифракционной длины пучка), то последняя формула еще более упрощается:

$$E(\varphi) = \frac{i+1}{\sqrt{2\lambda l}} \exp(-ikl) \int_{-\infty}^{\infty} E(y) \exp(iky \sin \varphi) dy. \quad (4.24)$$

Полученное соотношения еще раз подтверждает, что угловое распределение поля в дифракционной картине в области больших расстояний перестает зависеть от x и становится устойчивым.

Дифракция Фраунгофера как пространственное преобразование Фурье

С математической точки зрения полученное выражение (4.24) представляет собой *пространственный интеграл Фурье*. По аналогии с интегралом Фурье по времени (см. формулу (3.6)) величину $k \sin \varphi$ называют *пространственной частотой*. Физический смысл этого понятия можно раскрыть с помощью рис.55, из которого

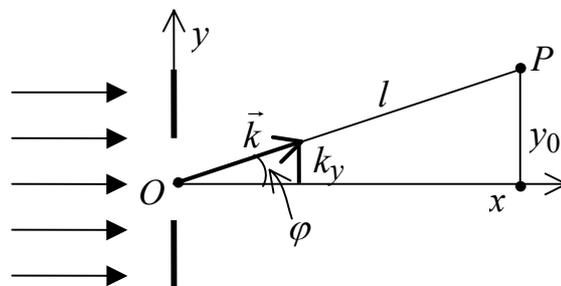


Рис. 55. К пояснению физического смысла пространственной частоты

видно, что величина $k_y = k \sin \varphi$ есть *поперечная компонента волнового вектора*, направленного из точки O отверстия в точку наблюдения P .

Можно также ввести *пространственную спектральную амплитуду*

$$E_0(k_y) = \int_{-\infty}^{\infty} E(y) \exp(ik_y y) dy, \quad (4.25)$$

соответствующую распределению поля $E(y)$. В этом случае дифракционный интеграл (4.24) в приближении Фраунгофера будет иметь вид

$$E(P) = \frac{i+1}{\sqrt{2\lambda l}} \exp(-ikl) E_0(k_y). \quad (4.26)$$

Тогда распределение интенсивности излучения в дальней зоне

$$I(P) = \text{const} |E_0(k_y)|^2$$

повторяет форму углового спектра светового пучка. Этот вывод раскрывает физический смысл фраунгоферовой дифракции как пространственного разложения ограниченного светового пучка на плоские волны. Таким образом, поперечная компонента волнового вектора возникает вследствие ограничения поперечных размеров пучка отверстием. Представление ограниченного пучка в виде набора плоских волн, распространяющихся в разных направлениях, вполне аналогично представлению импульса конечной длительности в виде суммы гармонических колебаний различных частот.

Дифракция Фраунгофера на щели

Рассмотрим дифракцию на конкретной одномерной структуре – длинной узкой щели шириной b (рис. 56). Полагая

$$E(y) = \begin{cases} 1, & |y| \leq b/2, \\ 0, & |y| > b/2, \end{cases}$$

по формуле (4.25) получим

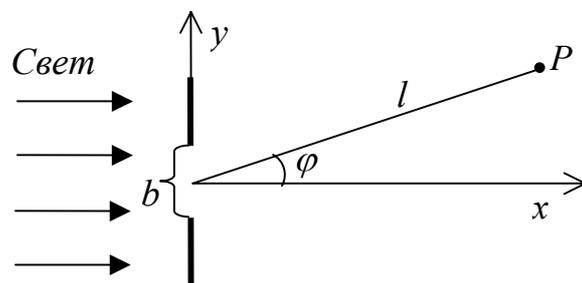


Рис.56. К расчету дифракции Фраунгофера на щели

$$E_0(k_y) = E_0 \int_{-b/2}^{b/2} \exp(ik_y y) dy = E_0 b \frac{\sin(k_y b/2)}{k_y b/2}.$$

Используя $k_y = k \sin \varphi$, находим по формуле (4.26) амплитуду поля в точке наблюдения в зависимости от угла дифракции:

$$E(P) = E_0 b \frac{i+1}{\sqrt{2\lambda l}} \exp(-ikl) \frac{\sin(k \sin \varphi \cdot b/2)}{k \sin \varphi \cdot b/2}. \quad (4.27)$$

Переходя к интенсивности и используя $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, получаем

$$I(P) = \frac{I_0 b^2}{\lambda l} \left(\frac{\sin \frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda}}{\frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda}} \right)^2,$$

где I_0 — интенсивность падающей волны. Обозначим $I_{\max} = \frac{I_0 b^2}{\lambda l}$. Тогда окончательно угловое распределение интенсивности излучения в дальней зоне будет иметь вид:

$$I(\varphi) = I_{\max} \left(\frac{\sin \frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda}}{\frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda}} \right)^2. \quad (4.28)$$

График распределения интенсивности (4.28) показан на рис. 57. Заметим, что дифракционная расходимость пучка в дальней зоне оказывается порядка $\Delta \varphi = \lambda / b$, что соответствует общему результату, полученному ранее (см. формулу (4.7)).

Согласно (4.28) интенсивность минимальна, если

$$b \cdot \sin \varphi = m \lambda, \quad (4.29)$$

где $m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$. Из (4.29) следует, что значительные углы дифракции будут наблюдаться, если ширина щели b будет сравнима по величине с длиной световой волны λ .

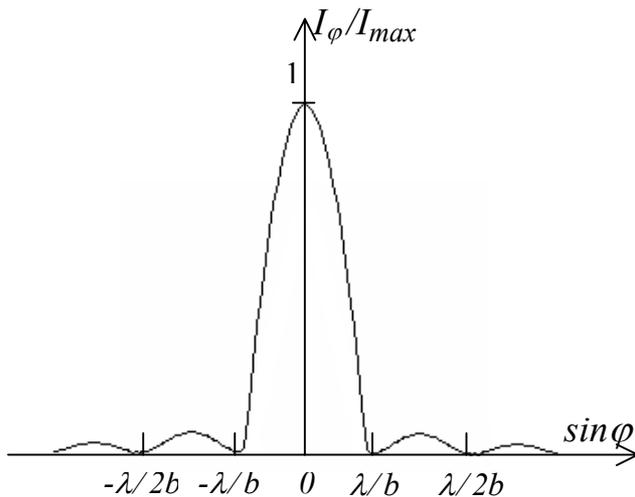


Рис.57. Угловое распределение интенсивности при дифракции на щели; b – ширина щели

Рассчитанное теоретически угловое распределение интенсивности излучения, показанное на рис. 57, хорошо подтверждается экспериментально. Наблюдаемая дифракционная картина от узкой щели имеет вид центральной светлой полосы и боковых чередующихся темных и светлых полос убывающей яркости. Если плавно изменять ширину щели, то изменение дифракционной картины полностью соответствует

предсказаниям теории: чем уже щель, тем шире светлые полосы на экране и, следовательно, тем больше угловая расходимость излучения в дальней зоне.

Лекция 17. Дифракция на периодических структурах.

Дифракционные решетки

Дифракция света на периодических структурах очень широко используется в современной оптике. *Дифракционная решетка* представляет собой пространственную периодическую структуру, период которой соизмерим с длиной световой волны. Существует множество разнообразных дифракционных решеток: пропускательных и отражательных, амплитудных и фазовых. Пропускательные решетки работают на пропускание света, отражательные – на отражение. Амплитудные решетки пространственно модулируют амплитуду, а фазовые – фазу световой волны. Общий принцип действия дифракционной решетки можно рассмотреть на примере простейшей – амплитудной пропускательной решетки, представляющей собой систему щелей в непрозрачном плоском экране.

Достаточно просто теорию дифракции можно рассмотреть на основе представлений Гюйгенса – Френеля об интерференции вторичных волн. Пусть на амплитудную решетку, состоящую из N прозрачных, параллельных, строго периодических щелей, падает нормально плоская монохроматическая волна (рис. 58). Процесс дифракции состоит в следующем. Падающая на решетку световая волна создает в щелях когерентные (сфазирован-

ные) источники вторичных световых волн. Результирующее световое поле образуется при взаимной интерференции этих волн.

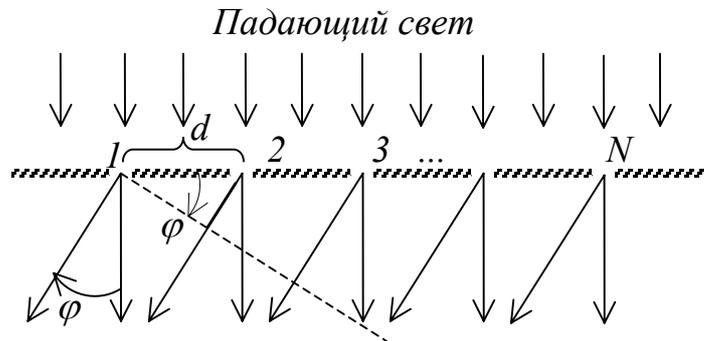


Рис.58. К расчету распределения интенсивности на плоской амплитудной решетке

Обозначим период решетки буквой d . Каждая щель работает независимо и посылает в направлении угла дифракции φ волну, амплитуда которой $E_1(\varphi)$ определяется формулой (4.27). Если фазу волны, идущей от первой щели под углом φ , принять за начальную, то волны, идущие от соседних щелей, отстают по фазе на величину $\delta = k \cdot \Delta = k \cdot d \sin \varphi$, где Δ – разность хода волн, идущих от соседних щелей. Тогда амплитуда результирующей волны, идущей за решеткой в направлении φ , равна

$$\begin{aligned}
 E(\varphi) &= E_1(\varphi) + E_1(\varphi) \cdot e^{i\delta} + E_1(\varphi) \cdot e^{2i\delta} + E_1(\varphi) \cdot e^{3i\delta} + \dots + E_1(\varphi) \cdot e^{(N-1)i\delta} = \\
 &= E_1(\varphi) \left(e^{i\delta} + e^{2i\delta} + e^{3i\delta} + \dots + e^{(N-1)i\delta} \right) = E_1(\varphi) \frac{e^{Ni\delta} - 1}{e^{i\delta} - 1} = \\
 &= E_1(\varphi) \frac{2i \sin \frac{N\delta}{2}}{2i \sin \frac{\delta}{2}} \cdot e^{i \frac{\delta}{2} (N-1)} = E_1(\varphi) \frac{\sin \frac{N\delta}{2}}{\sin \frac{\delta}{2}} \cdot e^{i \frac{\delta}{2} (N-1)}.
 \end{aligned}$$

Переходя к интенсивности, получим окончательно

$$I_\varphi = I_1 \left(\frac{\sin \frac{N\pi d \sin \varphi}{\lambda}}{\sin \frac{\pi d \sin \varphi}{\lambda}} \right)^2 = I_{\max} \left(\frac{\sin \frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda}}{\frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda}} \cdot \frac{\sin \frac{N\pi d \sin \varphi}{\lambda}}{\sin \frac{\pi d \sin \varphi}{\lambda}} \right)^2. \quad (4.30)$$

Проанализируем полученный результат. В угловом распределении (4.30) максимумы интенсивности будут наблюдаться при условии

$$d \sin \varphi = m \lambda, \quad (4.31)$$

где $m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$. Все эти максимумы называются *главными*. Интенсивность в главных максимумах равна $N^2 I_1$. Уравнение (4.31) называют *уравнением дифракционной решетки*. Волны, идущие в разных направлениях, соответствуют различным значениям числа m , или, как говорят, различным *порядкам дифракции*.

Поскольку каждая щель дает свою дифракционную картину, то и для всей решетки условие минимума для щели (4.29) остается справедливым. Кроме того, вследствие интерференции волн от соседних щелей, возникают *добавочные минимумы*. Проще всего определить условие добавочных минимумов графическим сложением амплитуд. Если N щелей в результате интерференции дают минимум, то графически это представляет собой замкнутую ломаную линию (рис. 59). Здесь отдельный вектор представляет амплитуду волны, посылаемой одной щелью. При этом каждый вектор повернут на одинаковый фазовый угол

$$\delta = k \cdot d \sin \varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \sin \varphi,$$

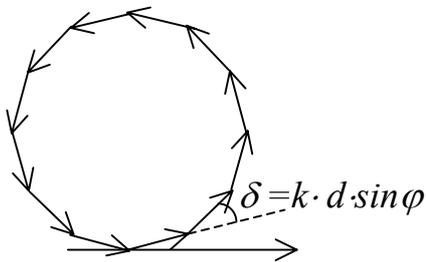


Рис. 59. К определению добавочных минимумов

а ломаную кривую можно свернуть один или несколько (p) раз. Тогда

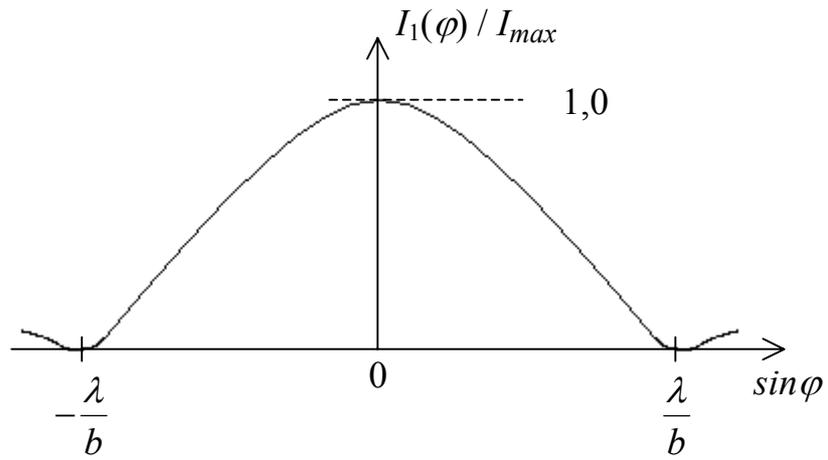
$$N\delta = 2\pi p,$$

где $p = 1, 2, 3 \dots \neq N, \neq 2N, \dots$. Отсюда условие получения добавочных минимумов:

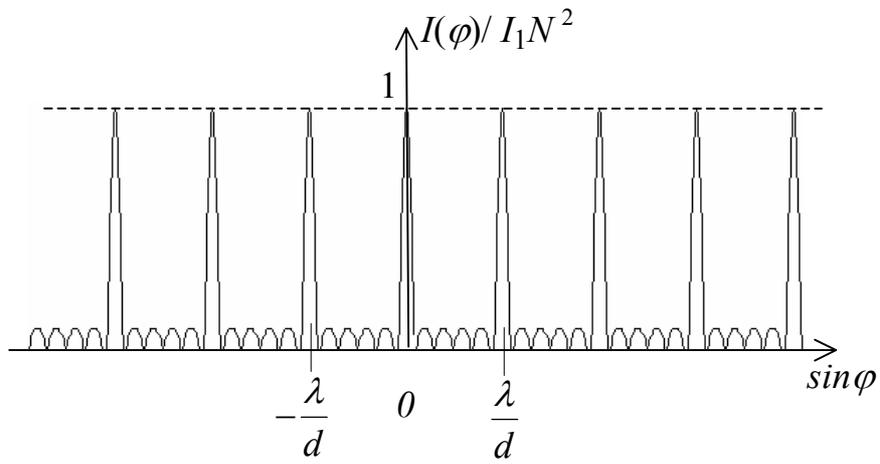
$$d \sin \varphi = p \frac{\lambda}{N}. \quad (4.16)$$

Таким образом, при переходе от главного максимума к соседнему минимуму разность хода меняется на λ / N , т. е.

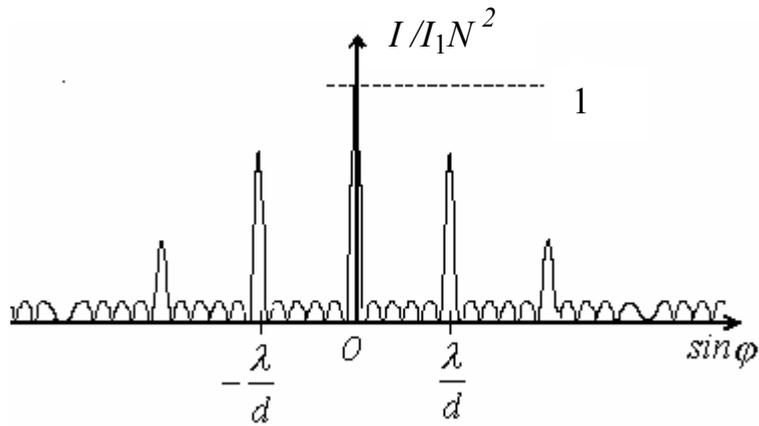
$$\Delta(d \sin \varphi) = \frac{\lambda}{N}.$$



a)



б)



в)

Рис.60. Картина дифракции плоской волны на амплитудной решетке

Тогда

$$d \cos \varphi \cdot \Delta \varphi = \frac{\lambda}{N},$$

а угловая ширина главных максимумов

$$\Delta \varphi = \frac{\lambda}{Nd \cos \varphi}.$$

При небольших углах дифракции ($\cos \varphi \approx 1$) угловая ширина $\Delta \varphi = \frac{\lambda}{Nd}$.

Очевидна сильная зависимость ширины максимума от числа щелей решетки N и периода d .

Процедура построения графика, характеризующего распределение интенсивности при дифракции на плоской амплитудной решетке, отражена на рис. 60. Поскольку формула (4.30) включает решение (4.28), то целесообразно сначала изобразить распределение интенсивности при дифракции на одной щели (рис. 60, *а*), затем – только главные максимумы при дифракции на решетке (рис. 60, *б*), после чего графики перемножить (рис. 60, *в*).

Классификация дифракционных решеток

Дифракционная решетка была изобретена в 1821 г. Фраунгофером. Первые решетки представляли собой два параллельных винта, на которые была намотана проволока. Таким образом удалось создать решетки, имевшие до 136 штрихов на сантиметр. Даже с этими решетками Фраунгофер определил достаточно точно длину волны D-линии натрия. Для изготовления более совершенных решеток Фраунгофер перешел к нанесению штрихов алмазом на тонком золотом слое, покрывавшем стекло, а затем непосредственно на стекле. Лучшая решетка Фраунгофера имела период около 3 мкм. Фраунгофер первым указал на принципиальную возможность изготовления отражательных решеток.

Переход от примитивных решеток к современным явился сложной технической задачей, в решении которой принимали участие многие исследователи и изобретатели. Роуланд первым построил специальную делительную машину для изготовления тончайших решеток большого размера и первым стал делать вогнутые отражательные решетки, выполняющие одновременно роль собирающей линзы. Решетки Роуланда имели до 320 штрихов на сантиметр. Дальнейшие усовершенствования в машинах Роуланда ввели Андерсон, Вуд и др.

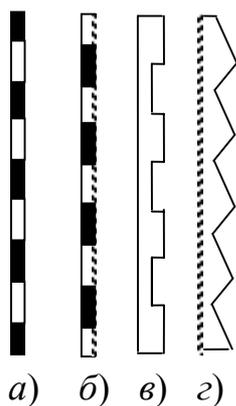


Рис.61. Основные типы дифракционных решеток: амплитудные (а – пропускательная, б – отражательная); фазовые (в – пропускательная, г – отражательная)

В современной оптике обычно вместо плоских амплитудных решеток (рис. 61, а, б) используют фазовые, или профилированные решетки (рис. 61, в, г), позволяющие концентрировать до 70 - 80% падающего на них света в дифракционный максимум какого-либо ненулевого порядка. Отражательные фазовые решетки называются *эшелеттами*.

Решетки изготавливаются для различных областей спектра: от ультрафиолетовой ($\lambda \approx 100$ нм) до инфракрасной ($\lambda \approx 1$ мкм), а также для ближней рентгеновской ($\lambda \approx 1$ нм). В зависимости от области спектра число штрихов составляет от 4 до 3600 на миллиметр. Широко распространены копии с гравированных решеток (*реплики*), которые получают путем изготовления отпечатков решеток на специальных пластмассах с последующим нанесением на них металлического отражающего слоя. По качеству реплики почти не отличаются от оригиналов.

В 1970-х гг. появилась принципиально новая технология изготовления решеток, основанная на интерференции лазерного излучения. В результате взаимодействия двух когерентных лазерных пучков создается периодическое распределение интенсивности света в пространстве, которое записывается на специальном фоточувствительном материале. Так получают *голографические* решетки высокого качества, предназначенные для видимой и ультрафиолетовой областей спектра с числом штрихов от 600 до 6000 на миллиметр. Принцип изготовления голографической решетки показан на рис. 62.

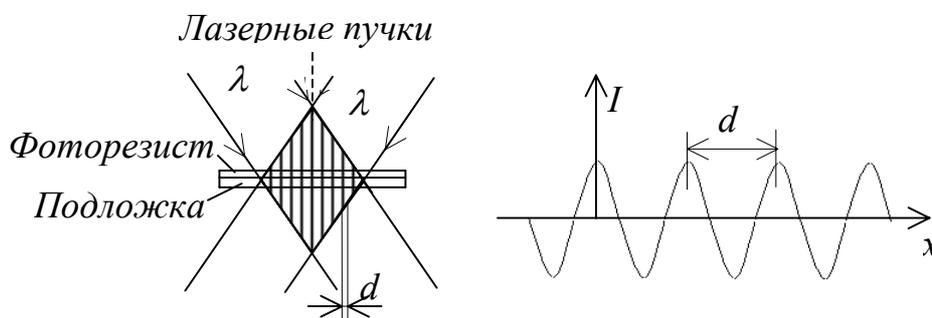


Рис. 62. Схема изготовления голографической решетки

Спектральные приборы

Для исследования спектрального состава электромагнитного излучения по длинам волн, для определения спектральных характеристик излучателей и объектов, взаимодействовавших с излучением, а также для спектрального анализа используются *спектральные приборы*. Исторически первыми и наиболее распространенными являются методы пространственного разделения излучения по длинам волн. Все методы этой группы называются в современной оптической спектроскопии *классическими*. На рис.63 приведена схема классического спектрального прибора, пространственно разделяющего длины волн. Такой прибор может выполнять различные функции. Если в фокальной плоскости второго объектива установлена одна выходная щель, то спектральный прибор служит *монохроматором*; если выходных щелей несколько - *полихроматором*; если на выходе предусмотрен фоторегистрирующий элемент (или глаз), то прибор является *спектрографом* (или *спектроскопом*). Основой такой оптической схемы является *диспергирующий элемент* (дифракционная решетка, эшелетт, интерферометр Фабри – Перо, спектральная призма), обладающий *угловой дисперсией* $\Delta\varphi / \Delta\lambda$. В качестве диспергирующего элемента наиболее часто используются дифракционные решетки.

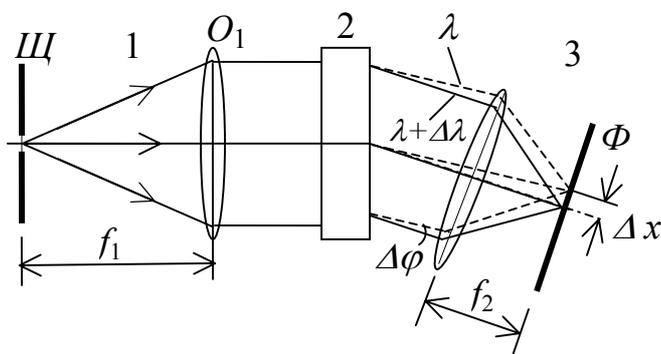


Рис.63. Схема классического спектрального прибора: 1 – коллиматор с входной щелью \mathcal{W} и объективом O_1 ; 2 - диспергирующий элемент; 3 - фокусирующая система с объективом O_2 ; Φ – фокальная плоскость с изображением входной щели

На рис. 64, а схематично показана картина дифракции плоской монохроматической световой волны. Свет, пропущенный решеткой, представляет собой дискретный набор лучей, направления которых определяются уравнением $d \sin \varphi = m\lambda$. Если падающий свет - немонохроматический (рис. 64, б), то спектральные компоненты излучения с длинами волн λ_1 и λ_2 будут отклоняться решеткой на разные углы: $\sin \varphi_1 = m\lambda_1 / d$, $\sin \varphi_2 = m\lambda_2 / d$. Так осуществляется пространственное разложение в спектр. Этот эффект и лежит в основе действия дифракционных спектрометров.

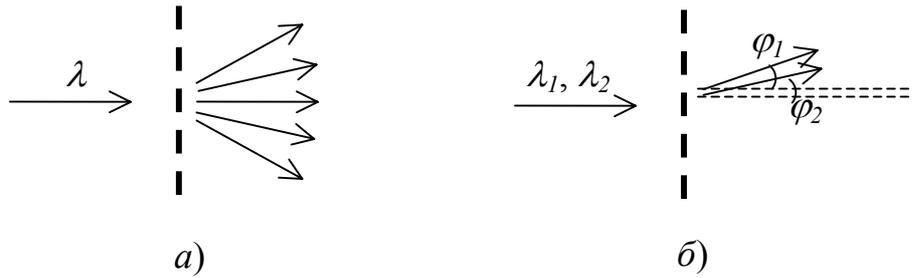


Рис. 64. Дифракция плоской монохроматической (а) и немонхроматической волны (б) на дифракционной решетке. При разложении в спектр (б) показан один из порядков дифракции

Важнейшими характеристиками спектральных приборов являются *разрешающая способность* и *область дисперсии*. Разрешающая способность дифракционной решетки

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$$

определяется как отношение длины световой волны λ к разности длин волн $\Delta\lambda = \lambda_1 - \lambda_2$, которая может быть разрешена прибором. Физическим фактором, ограничивающим разрешающую способность дифракционной решетки, является конечная ширина дифракционного максимума. Опытным путем был выработан критерий разрешимости спектральных линий (*критерий Рэлея*): две близкие спектральные линии считаются разрешимыми, если максимум одной из них приходится на первый добавочный минимум другой (рис. 65). Используем условия максимума и первого минимума интенсивности при дифракции на решетке:

$$\begin{aligned} d \sin \varphi_1 &= m\lambda_1, \\ d \sin \varphi_1 &= \lambda_2/N, \end{aligned}$$

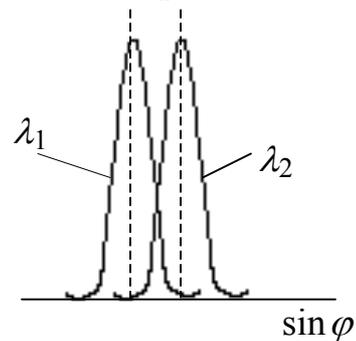


Рис. 65. Иллюстрация критерия Рэлея

которые приводят к формуле $R = mN$, где N - число щелей или штрихов решетки. Таким образом, разрешающая способность решетки пропорциональна произведению порядка дифракции на число штрихов.

Область дисперсии $D = (\Delta\lambda)_{пер.}$ определяется интервалом длин волн $(\Delta\lambda)_{пер.}$, при котором происходит перекрывание дифракционных максимумов соседних порядков:

$$m(\lambda + \Delta\lambda) = (m + 1)\lambda.$$

Отсюда $D = \lambda / m$. Пусть, например, $m = 2$, $N = 10^4$, $\lambda = 0,5$ мкм. Тогда получим $R = 2 \cdot 10^4$, $D = 0,25$ мкм, а минимальное различие в длинах волн, разрешаемое во 2-м порядке, $\Delta\lambda = 2,5 \cdot 10^{-5}$ мкм.

Разумеется, в современной оптике используются более сложные спектральные приборы, часто представляющие собой комбинации различных устройств. Так, например, для исследований структуры атомных или молекулярных спектров применяются *спектрометры высокого разрешения*. Они представляют собой стационарные лабораторные установки. В зависимости от области спектра используются разнообразные монохроматоры (с фокусными расстояниями до 10 м) в вакуумируемых корпусах, в виброзащищенных и термостабилизированных помещениях. В этих приборах применяются 2- и 4-кратная дифракция на эшелеттах со специальными источниками и охлаждаемыми приемниками. Все это позволяет достигать разрешения порядка $2 \cdot 10^5$ в области длин волн 2,5 мкм. Для выявления еще более тонкой структуры в схему измерений вводят сканирующие интерферометры Фабри – Перо ($R \approx 10^6$).

Мы рассмотрели основные особенности классических спектральных приборов. С середины 1960-х гг. развивается технология изготовления новой группы спектральных установок, принцип действия которых основан на *спектрально-селективной модуляции*, при которой задача разделения длин волн света переносится из оптической части прибора в электрическую. Изучение этой группы выходит за рамки нашего курса.

Вопросы

1. В чем заключается физическое содержание принципа Гюйгенса?
2. Перечислите основные трудности метода зон Френеля.
3. Как качественно зависит интенсивность пятна Пуассона от расстояния до непрозрачного экрана?
4. Каковы условия применимости приближения Френеля и приближения Фраунгофера?
5. Можно ли наблюдать дифракцию Фраунгофера на малых расстояниях?
6. Чем объясняется большая дисперсионная область дифракционной решетки?
7. При каком условии m -й главный максимум для дифракционной решетки с периодом d и шириной щели b обращается в нуль?
8. Для чего нужны большие фокусные расстояния в современных монохроматорах ?

5. Основы кристаллооптики

Лекция 18. Оптика анизотропных сред

Основные эффекты кристаллооптики

Прозрачные кристаллы представляют собой среды с упорядоченной атомной структурой. При этом асимметрия расположения атомов в пространстве приводит к *анизотропии* свойств кристаллических сред, в частности к *оптической анизотропии*. Еще со времен Гюйгенса известны необычные эффекты, проявляющиеся в результате прохождения света через прозрачные кристаллы. Рассмотрим наиболее важные опыты, ставшие классическими.

На тонкую пластину турмалина (кристалл 1 на рис.66, а) падает пучок естественного света. Одно из направлений в кристалле является особенным (позже выясним физическое содержание этого направления) и называется *оптической осью* – стрелка OO' на рис. 66, а. Затем свет попадает на совершенно идентичную пластинку турмалина 2, которая может поворачиваться вокруг оси светового пучка. При параллельном положении пластинок изображение в прошедшем свете имеет вид слегка затемненной полосы зеленоватого цвета (рис. 66, б). При повороте второй пластинки центральная часть изображения становится более темной. Если же пластинки скрещены крест накрест, то в области их пересечения образуется совершенно темный квадрат (рис. 66, в). Таким образом описанный эксперимент демонстрирует анизотропное поглощение света в кристалле турмалина.

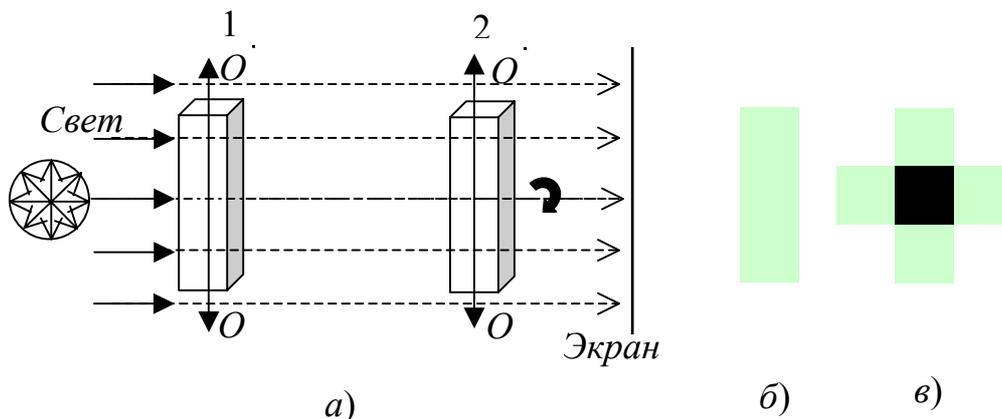


Рис. 66. Прохождение света через кристалл турмалина. Схема опыта (а). Изображения пластинок на экране: две пластины параллельны (б) и перпендикулярны (в) друг другу

Механизм анизотропного поглощения можно пояснить следующим образом. Электроны в кристалле, будучи связаны кристаллической решеткой, могут двигаться преимущественно в одном направлении относительно кристалла. Если поляризация света совпадает этим направлением, то световое поле вызовет сильную раскачку электронов, передавая им свою энергию. Электроны, в свою очередь, отдадут энергию кристаллической решетке. В итоге свет будет интенсивно поглощаться. Если поляризация падающей волны перпендикулярна возможному направлению движения электронов, то электроны практически не возбуждаются, и свет почти полностью проходит через кристалл. По этой же причине при облучении кристалла естественным светом возникает плоскополяризованная волна за кристаллом: турмалин пропускает свет лишь той поляризации, которая перпендикулярна направлению возможного колебания электронов в кристалле. Таким образом пластинка турмалина может служить *поляризатором* света. Вторая пластинка в описанном опыте служит для анализа состояния поляризации света и называется *анализатором*. Обычно используются пластинки турмалина толщиной около 1 мм.

Другой замечательный опыт демонстрирует явление *двойного лучепреломления* в кристаллах. Это особенно хорошо проявляется в кристаллах исландского шпата (кальците). Если пучок белого света от дуговой лампы

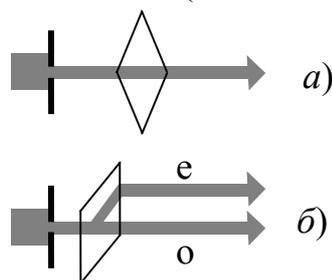


Рис. 67. Прохождение света вдоль оптической оси кальцита (а) и под углом к оптической оси (б)

направить вдоль оптической оси кристалла, то при нормальном падении на поверхность свет проходит прямолинейно через кристалл (рис. 67, а), что соответствует обычному закону преломления. Если свет падает под углом к оптической оси (рис. 67, б), то внутри кристалла образуются два луча, выходящие параллельно. При повороте кристалла относительно оси падающего пучка

света один из лучей остается неподвижным, а другой поворачивается вместе с кристаллом: закон преломления для него не выполняется. Анализ поляризации лучей показывает, что оба луча, вышедших из кристалла, линейно поляризованы во взаимно перпендикулярных направлениях. Нижний луч на рисунке, который подчиняется закону преломления, получил название *обыкновенного* луча, а верхний – *необыкновенного* (от лат. “ordinar” и “enordinar” соответственно).

Структура световой волны в анизотропной среде. Тензор диэлектрической проницаемости

Структура световой волны в анизотропном кристалле определяется уравнениями Максвелла и материальными уравнениями, которые для *изотропной* среды имеют вид

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} \quad \text{и} \quad \vec{B} = \mu \vec{H}. \quad (5.1)$$

Для изучения поведения света в анизотропной среде, необходимо обобщить эти уравнения, учитывая то, что подвижность оптических электронов неодинакова по отношению к различным направлениям в кристалле. При этом сразу оговариваемся, что будем рассматривать однородные, непроводящие и магнито изотропные среды, однако *электрически анизотропные*. Тогда вектор \vec{D} , вообще говоря, не будет параллелен вектору \vec{E} , поскольку в общем случае $E_x \neq E_y \neq E_z$. Тогда соотношение (5.1) для проекций следует заменить простейшим соотношением, учитывающем анизотропию, в котором каждая компонента вектора \vec{D} связана линейно с компонентами вектора \vec{E} :

$$\begin{cases} D_x = \epsilon_{xx} E_x + \epsilon_{xy} E_y + \epsilon_{xz} E_z \\ D_y = \epsilon_{yx} E_x + \epsilon_{yy} E_y + \epsilon_{yz} E_z \\ D_z = \epsilon_{zx} E_x + \epsilon_{zy} E_y + \epsilon_{zz} E_z \end{cases} \quad (5.2)$$

Такая связь векторов называется *тензорной*. Тензор выражает операцию перехода от одного вектора к другому, если эти векторы не параллельны друг другу. Тензором диэлектрической проницаемости называется симметричная матрица из девяти компонент, у которой только шесть компонент являются независимыми. Кроме того, можно показать, что для любого анизотропного кристалла существует такая система координат x, y, z , в которой тензор диэлектрической проницаемости является диагональным:

$$\epsilon_{ij} = \begin{vmatrix} \epsilon_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{zz} \end{vmatrix}.$$

Такие оси x, y, z называются *главными осями* кристалла. В дальнейшем мы будем пользоваться исключительно этой системой координат. Тогда в главных осях материальные уравнения принимают простую форму:

$$\begin{aligned}
D_x &= \varepsilon_x E_x, \\
D_y &= \varepsilon_y E_y, \\
D_z &= \varepsilon_z E_z.
\end{aligned}
\tag{5.3}$$

Величины ε_x , ε_y и ε_z называются *главными диэлектрическими проницаемостями* кристалла. Из приведенных соотношений следует, что векторы \vec{D} и \vec{E} всегда неколлинеарны, если только направление вектора \vec{E} не совпадает с одной из главных осей кристалла или все главные диэлектрические проницаемости не равны друг другу.

Запишем уравнения Максвелла для однородной непроводящей среды:

$$\begin{aligned}
\text{rot}\vec{H} &= \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, & \text{div}\vec{D} &= 0, \\
\text{rot}\vec{E} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, & \text{div}\vec{B} &= 0.
\end{aligned}$$

Для гармонической плоской волны с волновым вектором \vec{k} введем единичный вектор \vec{N} так, что $\vec{k} = k\vec{N} = \frac{2\pi}{\lambda} \vec{N} = \frac{\omega n}{c} \vec{N}$. Тогда из уравнений Максвелла можно получить:

$$\vec{H} = n[\vec{N}, \vec{E}] \tag{5.4}$$

$$\vec{D} = n[\vec{H}, \vec{N}] \tag{5.5}$$

Из (5.4) и (5.5) видно, что вектор \vec{H} (а, следовательно, и \vec{B}) перпендикулярен векторам \vec{D} , \vec{E} и \vec{N} . Кроме того, вектор \vec{H} должен быть ортогонален вектору Пойнтинга \vec{S} (см. формулу (1.18)). Таким образом, в анизотропной среде, вектор \vec{H} перпендикулярен четырем векторам поля, которые поэтому должны быть *компланарны*.

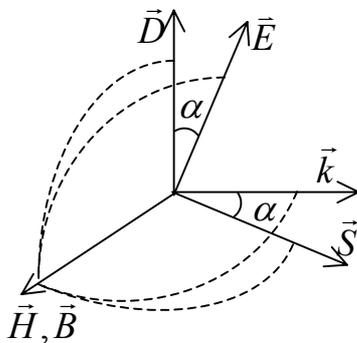


Рис. 68. Структура световой волны в анизотропном кристалле.

На рис. 68. показано относительное расположение всех векторов световой волны. Угол α между векторами \vec{D} и \vec{E} равен углу между векторами \vec{N} и \vec{S} и называется *углом анизотропии*. Существование такого угла означает, что в анизотропном кристалле, вообще говоря, направление светового луча (\vec{S}) может не совпадать с на-

правлением нормали (\vec{N}) к волновому фронту. Далее мы покажем, что именно это обстоятельство обуславливает своеобразные оптические свойства анизотропных кристаллов.

В связи с полученным результатом необходимо установить различие между скоростью перемещения волнового фронта и скоростью переноса световой энергии. Волновой фронт распространяется с *фазовой скоростью*, которую будем обозначать v_N , а скорость перемещения энергии назовем *лучевой* и обозначим v_S .

Классификация кристаллов

В зависимости от соотношения между главными диэлектрическими проницаемостями ϵ_x , ϵ_y и ϵ_z все кристаллы делятся на три группы: изотропные, одноосные и двуосные. Изотропными называются кристаллы, у которых все три главные диэлектрические проницаемости одинаковы: $\epsilon_x = \epsilon_y = \epsilon_z$. Такими кристаллами являются, например, поваренная соль, алмаз, плавиковый шпат. Если одинаковы две из трех главных диэлектрических проницаемостей, т. е. $\epsilon_x = \epsilon_y \neq \epsilon_z$, то кристалл называется одноосным (лед, кварц, кальцит, турмалин, берилл). У двуосного кристалла все три главные диэлектрические проницаемости различны: $\epsilon_x \neq \epsilon_y \neq \epsilon_z$ (гипс, полевой шпат, слюда, топаз).

В области прозрачности кристаллы характеризуют также *главными показателями преломления*. Изотропный кристалл имеет один показатель преломления $n = \sqrt{\epsilon}$. Одноосный кристалл имеет два главных показателя преломления:

$$n_o = \sqrt{\epsilon_x} = \sqrt{\epsilon_y},$$
$$n_e = \sqrt{\epsilon_z}.$$

Двуосный кристалл имеет три главных показателя преломления:

$$n_x = \sqrt{\epsilon_x},$$
$$n_y = \sqrt{\epsilon_y},$$
$$n_z = \sqrt{\epsilon_z}.$$

В зависимости от соотношения между величинами главных показателей преломления двуосные кристаллы разделяют на *положительные* и *отрицательные*. У положительных кристаллов $n_o < n_e$ (лед, кварц), у отрицательных - $n_o > n_e$ (берилл, кальцит, турмалин).

Лекция 19. Двойное лучепреломление

Собственные состояния поляризации

Основная особенность распространения света в анизотропном кристалле состоит в том, что световая волна с произвольным состоянием поляризации распадается на две линейно поляризованные волны с ортогональными направлениями поляризации, бегущие с разными фазовыми скоростями. Чтобы убедиться в этом, рассмотрим сначала простые частные случаи: плоская гармоническая волна падает на кристалл вдоль одной из главных его осей, например, z . Обозначим единичные орты главных осей кристалла $\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0$, тогда волновой вектор $\vec{k} \parallel \vec{z}_0$. В силу поперечности световой волны, выражаемой условием $(\vec{k}, \vec{D}) = 0$, вектор \vec{D} лежит в плоскости x, y . Далее рассмотрим следующие варианты.

а) Пусть $\vec{D} \parallel \vec{x}_0$, т. е. падающая волна поляризована вдоль главной оси кристалла. (рис. 69, а) Тогда $D_y = D_z = 0$, и по формулам (5.3) получаем $E_y = E_z = 0$, откуда следует, что вектор \vec{D} параллелен вектору \vec{E} . Это означает, что по отношению к данной волне кристалл подобен изотропной среде. Поляризация устойчива, скорость волны равна

$$v_1 = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_x}}. \quad (5.6)$$

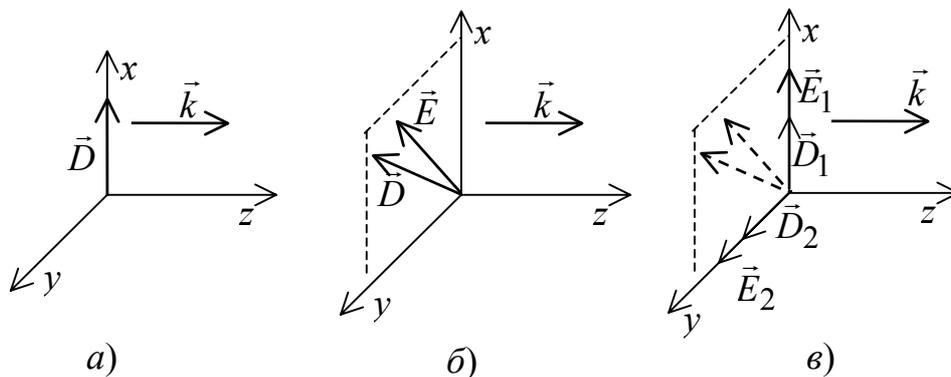


Рис. 69. Механизм возникновения собственных состояний поляризации в кристалле

б) Пусть теперь падающая волна поляризована вдоль главной оси y кристалла. Нетрудно убедиться, что и в этом случае волна распространяется через кристалл, как через изотропную среду. Поляризация устойчива, но скорость волны другая:

$$v_2 = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_y}} . \quad (5.7)$$

в) Пусть по прежнему волна падает вдоль z , но вектор \vec{D} не параллелен ни одной из главных осей кристалла. Используя формулы (5.3) и учитывая анизотропию, выражаемую неравенством $\varepsilon_x \neq \varepsilon_y$, приходим к выводу, что векторы \vec{D} и \vec{E} лежат в плоскости x, y , но не параллельны друг другу (рис. 69, б). Однако в этом случае векторы \vec{D} , \vec{E} и \vec{k} не будут компланарны и, следовательно, волна с такой структурой не может распространяться в кристалле в силу уравнений Максвелла.

Что же произойдет в этом случае? Очевидно, что в кристалле волна распадется на две волны \vec{D}_1 и \vec{D}_2 с устойчивыми поляризациями, бегущими с разными скоростями (рис. 69, в):

$$\vec{D} = \vec{x}_0 D_x + \vec{y}_0 D_y$$

Итак, на частном примере мы показали, что в анизотропном кристалле произвольная световая волна неустойчива: она распадается на две линейно поляризованные волны с ортогональными направлениями поляризации, которые бегут в одном направлении, но с разными фазовыми скоростями. В рассмотренном примере есть только два устойчивых состояния поляризации волны: вдоль оси x и вдоль оси y . Эти состояния называются *собственными состояниями поляризации* световой волны в анизотропном кристалле. Оказывается, что и в общем случае, когда волна распространяется в произвольном направлении относительно кристалла, имеет место аналогичный эффект.

Для нахождения собственных состояний поляризации произвольно падающего на кристалл света проще всего рассмотреть одноосный кристалл. В соответствии с классификацией, в таком кристалле физически выделена главная ось z , которая называется *оптической осью*. Используя рассуждения, приведенные выше, нетрудно показать, что любая световая волна, бегущая вдоль оптической оси, сохраняет свою поляризацию, при этом скорость волны не зависит от поляризации. В одноосном кристалле такое направление только одно. Это обстоятельство используют для экспериментального нахождения направления оптической оси в кристалле.

Пусть плоская гармоническая световая волна падает на кристалл в произвольном направлении, определяемым волновым вектором \vec{k} . Из-за анизотропии кристалла векторы \vec{D} и \vec{E} , вообще говоря, не параллельны друг другу. С другой стороны, векторы \vec{D} , \vec{E} и \vec{k} должны лежать в од-

ной плоскости. Первое из этих условий для одноосного кристалла математически можно выразить в виде

$$D_x = n_o^2 E_x, \quad D_y = n_o^2 E_y, \quad D_z = n_e^2 E_z. \quad (5.8)$$

Второе условие (компланарность векторов \vec{D} , \vec{E} и \vec{k}) можно записать в виде равенства нулю смешанного произведения векторов, например

$$(\vec{k}, [\vec{E}, \vec{D}]) = 0. \quad (5.9)$$

Составим векторное произведение \vec{E} и \vec{D} :

$$[\vec{E}, \vec{D}] = \begin{vmatrix} \vec{x}_0 & \vec{y}_0 & \vec{z}_0 \\ E_x & E_y & E_z \\ n_o^2 E_x & n_o^2 E_y & n_e^2 E_z \end{vmatrix}.$$

Из этого соотношения видно, что результат такого перемножения есть вектор, лежащий в плоскости x, y , т. е. перпендикулярный оси z . Это можно записать в виде равенства

$$(\vec{z}_0, [\vec{E}, \vec{D}]) = 0 \quad (5.10)$$

Но отсюда следует, что векторы \vec{z}_0 , \vec{E} и \vec{D} должны быть компланарны. Условия (5.9) и (5.10) и определяют возможные состояния поляризации волны в кристалле.

Оба указанных условия вместе выполняются в двух случаях. Во первых, если \vec{E} и \vec{D} параллельны, т.е.

$$[\vec{E}, \vec{D}] = 0. \quad (5.11)$$

Во вторых, если вектор \vec{D} лежит в плоскости векторов \vec{z}_0 и \vec{k} , что математически можно записать в виде равенства

$$(\vec{z}_0, [\vec{k}, \vec{D}]) = 0. \quad (5.12)$$

Полученный результат легче интерпретировать, если ввести понятие *главной плоскости*, определив ее как плоскость, в которой лежат волновой вектор световой волны и оптическая ось одноосного кристалла (плоскость векторов \vec{z}_0 и \vec{k}). Очевидно, что условие (5.11) выполняется для вол-

ны, поляризованной *перпендикулярно главной плоскости*. Такая волна называется *обыкновенной* и обозначается индексом «*o*». Вектор \vec{D}_o этой волны перпендикулярен оптической оси кристалла, скорость обыкновенной волны не зависит от направления распространения света.

Условие (5.12) выполняется для волны, поляризованной *в главной плоскости*. Такая волна называется *необыкновенной* и обозначается индексом «*e*». Вектор \vec{D}_e этой волны не перпендикулярен оптической оси кристалла, векторы \vec{D}_e и \vec{E}_e не параллельны друг другу, скорость необыкновенной волны зависит от направления в кристалле. Векторы \vec{D}_o и \vec{D}_e взаимно перпендикулярны:

$$\vec{D}_o \perp \vec{D}_e \quad (5.13)$$

Уравнение нормалей Френеля

Рассмотрим вопрос о том, как можно вычислить величину скорости распространения волны в кристалле. Воспользуемся уравнениями (5.4) и (5.5), полученными ранее из уравнений Максвелла. Подставим одно из них в другое, например, (5.4) в (5.5):

$$\vec{D} = n^2 \left[[\vec{N}, \vec{E}], \vec{N} \right]$$

и раскроем полученное двойное векторное произведение:

$$\vec{D} = n^2 \{ \vec{E}(\vec{N}, \vec{N}) - \vec{N}(\vec{N}, \vec{E}) \} = n^2 \{ \vec{E} - (\vec{N}, \vec{E}) \vec{N} \}$$

Найдем теперь проекции полученного выражения на главные оси:

$$\begin{aligned} D_x &= n^2 \{ E_x - N_x(\vec{N}, \vec{E}) \}, \\ D_y &= n^2 \{ E_y - N_y(\vec{N}, \vec{E}) \}, \\ D_z &= n^2 \{ E_z - N_z(\vec{N}, \vec{E}) \}. \end{aligned}$$

Используем материальные уравнения в виде (5.3). Тогда для проекций вектора \vec{D} на главные оси кристалла имеем

$$D_x = \frac{N_x(\vec{N}, \vec{E})}{\frac{1}{\epsilon_x} - \frac{1}{n^2}}, \quad D_y = \frac{N_y(\vec{N}, \vec{E})}{\frac{1}{\epsilon_y} - \frac{1}{n^2}}, \quad D_z = \frac{N_z(\vec{N}, \vec{E})}{\frac{1}{\epsilon_z} - \frac{1}{n^2}},$$

где ε_x , ε_y , ε_z - главные диэлектрические проницаемости кристалла. Умножим обе части полученных уравнений соответственно на N_x , N_y , N_z и почленно сложим:

$$\frac{N_x^2}{\frac{1}{\varepsilon_x} - \frac{1}{n^2}} + \frac{N_y^2}{\frac{1}{\varepsilon_y} - \frac{1}{n^2}} + \frac{N_z^2}{\frac{1}{\varepsilon_z} - \frac{1}{n^2}} = 0.$$

Введем в это уравнение скорости, учитывая, что фазовая скорость $v_N = \frac{c}{n}$,

$$\sqrt{\varepsilon_x} = n_x, \sqrt{\varepsilon_y} = n_y, \sqrt{\varepsilon_z} = n_z \quad \text{а, следовательно,} \quad \sqrt{\varepsilon_x} = \frac{c}{v_x}, \quad \sqrt{\varepsilon_y} = \frac{c}{v_y} \quad \text{и}$$

$\sqrt{\varepsilon_z} = \frac{c}{v_z}$. Здесь v_x , v_y и v_z - так называемые *главные скорости* в кристалле. Окончательно последнее уравнение принимает вид:

$$\frac{N_x^2}{v_x^2 - v_N^2} + \frac{N_y^2}{v_y^2 - v_N^2} + \frac{N_z^2}{v_z^2 - v_N^2} = 0. \quad (5.14)$$

Уравнение (5.14) позволяет рассчитать фазовую скорость волны v_N для любого направления света в кристалле. Это уравнение называется *уравнением нормалей Френеля*. Отметим, что оно квадратично относительно v_N^2 , что легко показать, умножив (5.14) на произведение знаменателей. Таким образом, каждому направлению \vec{N} соответствуют две фазовые скорости v'_N и v''_N .

Эллипсоид волновых нормалей

Многие результаты, относящиеся к теоретическому объяснению прохождения света через кристаллы, можно проиллюстрировать с помощью некоторых геометрических построений. Запишем выражение для плотности электрической энергии w :

$$(\vec{E}, \vec{D}) = 8\pi w.$$

Введем константу $A = 8\pi w$ и перепишем данное выражение в координатном представлении:

$$E_x D_x + E_y D_y + E_z D_z = A .$$

Учитывая материальные уравнения (5.3), получаем

$$\frac{D_x^2}{\varepsilon_x} + \frac{D_y^2}{\varepsilon_y} + \frac{D_z^2}{\varepsilon_z} = A .$$

Заменяем $\frac{D_x}{\sqrt{A}}$, $\frac{D_y}{\sqrt{A}}$ и $\frac{D_z}{\sqrt{A}}$ на x , y и z и будем рассматривать последние как декартовы координаты в пространстве. Тогда

$$\frac{x^2}{\varepsilon_x} + \frac{y^2}{\varepsilon_y} + \frac{z^2}{\varepsilon_z} = 1$$

Это уравнение описывает трехосный эллипсоид (рис. 70), полуоси которого равны квадратному корню из главных диэлектрических проницаемостей и совпадают по направлению с главными осями кристалла. Такой эллипсоид называется *эллипсоидом волновых нормалей*. Если воспользоваться данным эллипсоидом, то можно найти для заданного направления распространения света обе фазовые скорости и направления колебаний обеих поляризованных волн: обыкновенной и необыкновенной.

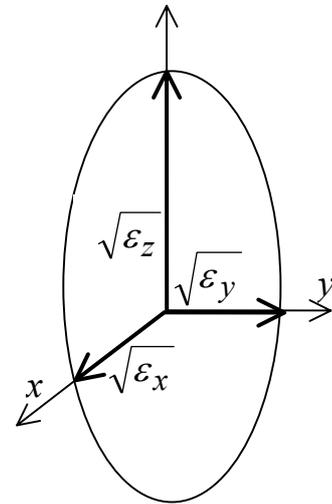


Рис.70. Эллипсоид волновых нормалей

Рассмотрим наиболее важный и распространенный случай прохождения света через одноосный кристалл. Начнем с уравнения нормалей Френеля (5.14) и запишем его в виде

$$N_x^2 (v_y^2 - v_N^2) (v_z^2 - v_N^2) + N_y^2 (v_x^2 - v_N^2) (v_z^2 - v_N^2) + N_z^2 (v_x^2 - v_N^2) (v_y^2 - v_N^2) = 0$$

Поскольку у одноосного кристалла $v_x = v_y = v_o$, а $v_z = v_e$, то это уравнение можно переписать по другому:

$$(v_o^2 - v_N^2) \left\{ (N_x^2 + N_y^2) (v_e^2 - v_N^2) + N_z^2 (v_o^2 - v_N^2) \right\} = 0. \quad (5.15)$$

Первое очевидное решение есть $v'_N = v_o$ - скорость обыкновенной волны, не зависящая от направления падающего света.

Для вычисления скорости необыкновенной волны введем угол φ между вектором \vec{N} и оптической осью z (рис. 71). Тогда $N_z = \cos \varphi$, а $N_x^2 + N_y^2 = \sin^2 \varphi$. Вводя эти замены в (5.15), получаем

$$v_e^2 \sin^2 \varphi + v_o^2 \cos^2 \varphi = v_N^2,$$

откуда второе решение для скорости необыкновенной волны

$$v''_N = \sqrt{v_e^2 \sin^2 \varphi + v_o^2 \cos^2 \varphi}.$$

Таким образом, скорость необыкновенной волны зависит от угла между направлением волновой нормали и оптической осью. Обе скорости равны лишь в одном случае, когда $\varphi = 0$, т. е. когда свет падает вдоль оптической оси одноосного кристалла.

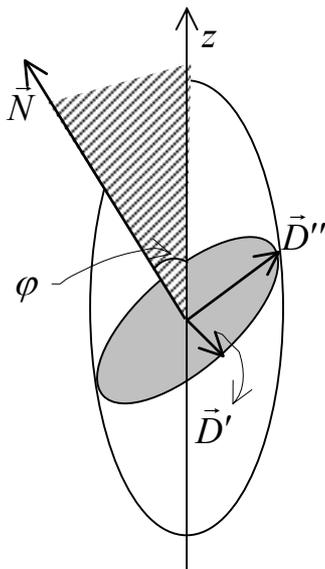


Рис. 71. Эллипсоид в одноосном кристалле

Если же $\varphi = \pi/2$, то различие скоростей максимально, но обе волны – обыкновенная и необыкновенная идут одна за другой и разделения лучей не наблюдается.

Направления поляризации нетрудно найти с помощью эллипсоида волновых нормалей. На рис. 71 заштрихована главная плоскость кристалла; очевидно, что эллипсоид симметричен относительно этой плоскости. Отсюда вытекает, что эллиптическое сечение плоскостью, проходящей через центр и перпендикулярной к \vec{N} , симметрично относительно главной плоскости. Следовательно, одна из главных осей эллипса перпендикулярна главной плоскости, другая – параллельна ей.

Это, в свою очередь, означает, что вектор \vec{D}' обыкновенной волны перпендикулярен главной плоскости, а вектор \vec{D}'' необыкновенной волны лежит в главной плоскости.

Лекция 20. Получение и анализ поляризованного света

Для получения и анализа поляризованного света можно использовать любое физическое явление, чувствительное к поляризации света. Мы уже рассматривали *анизотропное отражение* (явление Брюстера). Например, если падающий свет линейно поляризован, то при определенных условиях отражение может быть полностью подавлено. Если же падающий свет неполяризованный (естественный), отраженный свет можно практически полностью поляризовать, подобрав соответствующий угол падения (угол Брюстера).

Существуют кристаллы, обладающие различным поглощением по отношению к обыкновенной и необыкновенной волнам, т. е. проявляющие *анизотропное поглощение*. Так, в кристалле турмалина сильно поглощается обыкновенная волна. Если на кристалл турмалина направить естественный свет, то на выходе можно получить линейно поляризованную волну, кристалл будет работать как поляризатор. Вращая кристалл относительно оси, можно установить сам факт линейной поляризации, а также ее направление. В этом случае кристалл служит анализатором света.

Наибольшее применение находит *анизотропное преломление*. Очень широкое распространение получили *призменные поляроиды*, в которых используется явление двойного лучепреломления.

Призма Николя. Одним из наиболее широко используемых приспособлений для получения линейно поляризованного света является *призма Николя* (рис. 72). Она состоит из природного кристалла исландского шпата в виде ромбоэдра, разрезанного на две равные части вдоль диагональной плоскости. Эти части склеены канадским бальзамом. Луч света, попадая на призму, разделяется на два луча, обыкновенный и необыкновенный. Для первого луча канадский бальзам является оптически менее плотной средой, для второго – более плотной. На границе с канадским бальзамом для обыкновенного луча выполняются условия полного внутреннего отражения. Этот луч полностью отражается в направлении зачерненной грани, где он поглощается. Необыкновенный луч проходит через призму, практически не испытывая бокового смещения, и выходит из нее линейно поляризованным, причем его вектор \vec{D} расположен в плоскости главного сечения (на рис. 72 показан стрелками).

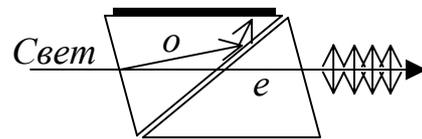


Рис. 72. Призма Николя

Призма Глана. Призма состоит из двух кристаллов кальцита, разделенных воздушным промежутком (рис. 73). Оптическая ось кристалла перпендикулярна плоскости рисунка. Исходный пучок света падает нормально на входную грань призмы. Так как этот пучок перпендикулярен оптической оси кристалла, двойного лучепреломления не происходит. Но световая волна распадается на обыкновенную и необыкновенную, бегущие одна за другой, причем разность показателей преломления для этих волн достигает максимальной величины. На границе кристалл - воздух обыкновенная волна испытывает полное внутреннее отражение. Необыкновенная волна проходит через воздушный промежуток второй кристалл и образует на выходе линейно поляризованный пучок света.

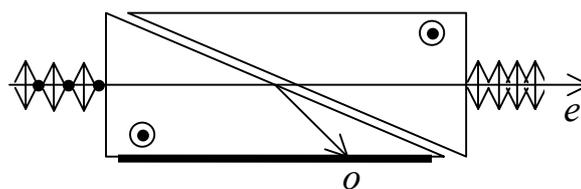


Рис. 73. Призма Глана

Компенсатор. Компенсаторами называются устройства, позволяющие плавно изменять разность фаз ортогональных колебаний светового поля. Например, с помощью компенсатора можно преобразовать эллиптически поляризованный свет в линейно поляризованный или наоборот. На рис. 74 показана схема *компенсатора Бабиня*. Компенсатор представляет собой пару кварцевых клиньев, образующих вместе плоскопараллельную пластину.

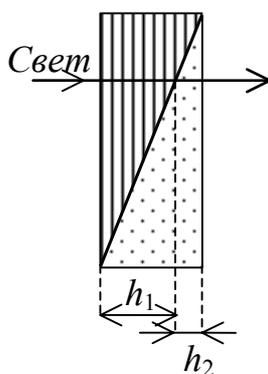


Рис. 74. Компенсатор Бабиня

Поскольку кварц – положительный кристалл, то $n_o < n_e$. Оптические оси клиньев перпендикулярны друг другу и перпендикулярны световому пучку. В такой конфигурации не происходит двойного лучепреломления, однако пучок распадается на две волны, бегущие с разными скоростями. Разность фаз ортогональных колебаний, вносимая компенсатором, определяется выражением

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda}(n_e - n_o)(h_1 - h_2),$$

где h_1 и h_2 – расстояния, пройденные световым лучом в первом и во втором клиньях. Разность фаз плавно меняется при перемещении компенсатора поперек светового пучка. Если же пучок достаточно широкий, то изменение разности фаз происходит при неподвижном компенсаторе по сечению пучка.

Компенсатор Бабиня можно применять для измерения *степени поляризации* света. Широкий световой пучок проходит последовательно через

компенсатор и анализатор и дает на экране картину чередования темных и светлых полос (рис. 75). Степень контрастности этой картины

$$V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$$

и характеризует степень поляризации света. Предельные случаи $V = 1$ и $V = 0$ соответствуют полностью поляризованному и неполяризованному свету.

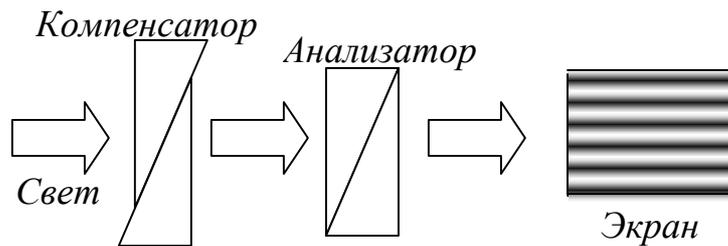


Рис. 75. Схема измерения степени поляризации света

Управление поляризацией света.

Часто на практике для управления поляризацией вместо компенсаторов используют специальные пластинки из анизотропных кристаллов, так называемые *четвертьволновые* и *полуволновые* пластинки. Рассмотрим плоскую гармоническую волну, падающую на пластинку, вырезанную из одноосного кристалла параллельно его оптической оси, так что оптическая ось перпендикулярна направлению падающего света (рис. 76). В кристалле волна распадается на две линейно поляризованные волны – обыкновенную и необыкновенную. Из-за различия в показателях преломления между

этим волнами возникает фазовый набег

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda}(n_e - n_o)h,$$

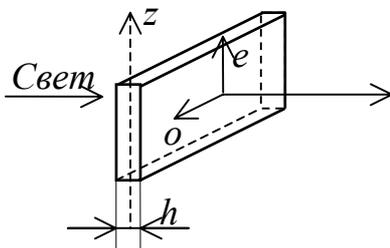


Рис. 76. Кристаллическая пластинка для управления поляризацией света

где h – толщина пластинки. Изменение разности фаз ортогональных компонент светового поля изменяет состояние поляризации волны. Этот эффект и лежит в основе действия пластинок, управляющих поляризацией света.

Если толщина пластинки подобрана так, что $\delta = \pi / 2$, то разность хода необыкновенного и обыкновенного лучей равна четверти длины волны:

$$(n_e - n_o)h = \frac{\lambda}{4}.$$

Такая пластинка получила название *четвертьволновой*. Посмотрим, как, например, с помощью данной пластинки можно преобразовать линейную поляризацию света в круговую.

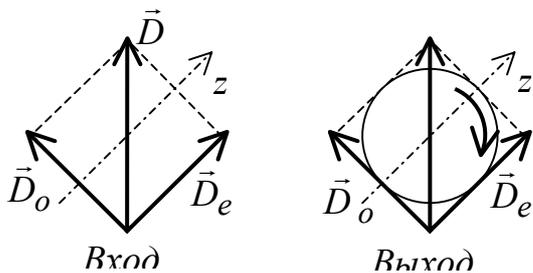


Рис. 77. Действие четвертьволновой пластинки

Пластику устанавливают так, что оптическая ось кристалла составляет угол в 45° с направлением поляризации падающего света (рис. 77). При этом на входе пластинки ортогональные колебания светового поля в обыкновенной и необыкновенной волнах синфазны и одинаковы по амплитуде. На выходе эти колебания оказываются сдвинутыми по фазе на 90° . Согласно полученному ранее уравнению (см. формулу (1.25))

$$\left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)^2 + \left(\frac{E_z}{E_{0z}}\right)^2 - 2\frac{E_y E_z}{E_{0y} E_{0z}} \cos \delta = \sin^2 \delta,$$

где δ - разность фаз, - такой свет будет иметь круговую поляризацию. Аналогичным образом можно осуществить и обратную операцию - преобразования круговой поляризации света в линейную. Для *полуволновой* пластинки $\delta = \pi$ и $(n_e - n_o)h = \frac{\lambda}{2}$.

Искусственная анизотропия

Хорошо известно, что многие жидкости, пластмассы, стекла являются изотропными средами. Но если их подвергнуть «анизотропному» внешнему воздействию, то среды начинают проявлять свойства анизотропии.

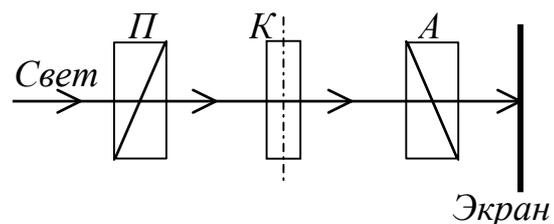


Рис. 78. Схема наблюдения интерференции поляризованных лучей

На рис. 78 изображена схема наблюдения интерференции поляризованного света. Основными элементами являются источник света, поляризатор и анализатор. Обычно поляризатор и анализатор устанавливают в «скрещенном положении» (настройка «на темноту»), т. е. свет на экран не попадает. Если теперь между анализатором и поляризатором поместить кристаллическую пластинку, то система начнет пропускать свет. При этом интенсивность света на экране будет зависеть от взаимной ориентации поляризатора и кристалла, а также от толщины кристаллической пластинки, влияющей на разность хода обыкновенной и необыкновенной волн, или на разность фаз между ними.

Если теперь вместо кристалла поместить зажатый в тиски кубик аморфного плексигласа, то на экране возникнет интерференционная картина. Это говорит о том, что изотропный в обычных условиях плексиглас под действием механического напряжения становится анизотропным. Сжимая тиски, можно наблюдать изменение интерференционной картины: смещение и искажение полос интерференции. Этот эффект наведенной анизотропии широко используется для моделирования и исследования внутренних напряжений и деформаций в различных материалах, конструкциях и механизмах.

Искусственную анизотропию можно наблюдать и под воздействием электрического поля. Впервые такое явление было обнаружено Джоном Керром в 1875 г. *Эффект Керра* заключается в возникновении двойного лучепреломления в оптически изотропных веществах (газах, жидкостях, стеклах, высокосимметричных кристаллах) под действием внешнего однородного электрического поля.

Между скрещенными поляризатором и анализатором располагается плоский конденсатор, заполненный прозрачным изотропным веществом - *ячейка Керра* (рис. 79). Плоскость колебаний па-

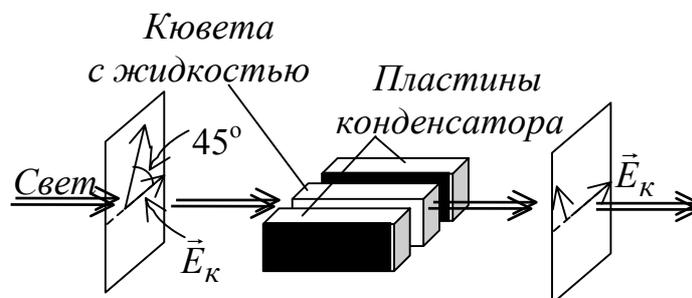


Рис. 79. Ячейка Керра

дающего на ячейку поляризованного света составляет угол 45° с направлением поля \vec{E}_K в конденсаторе. В отсутствие поля свет не проходит через анализатор. Но при подаче напряжения на пластины конденсатора на экране появляется свет. Это говорит о том, что среда становится анизотропной, в ней возникают два луча (обыкновенный и необыкновенный). Различие показателей преломления n_o и n_e приводит к различным скоростям двух волн в пучке, поляризованных вдоль и поперек поля. На выходе из среды волны имеют разность фаз, складываются и образуют эллиптически поляризованный свет, который частично проходит через анализатор. Вводя

компенсатор перед анализатором, можно измерить разность фаз. Оказывается, что разность фаз пропорциональна квадрату напряженности электрического поля:

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} l (n_e - n_o) = 2\pi B l \tilde{E}^2,$$

где l – длина образца, \tilde{E} – напряженность электрического поля, B – постоянная Керра. Постоянная Керра может быть положительной и отрицательной в зависимости от агрегатного состояния среды, температуры и структуры молекул.

Количественная теория эффекта Керра была дана П. Ланжевром для неполярных молекул и позже обобщена М. Борном для полярных (дипольных) молекул. В общих чертах механизм возникновения анизотропии объясняется следующим образом. Хаотическое расположение молекул обуславливает макроскопическую изотропию среды в отсутствие поля. Внешнее поле индуцирует в молекуле дипольный момент, пропорциональный полю. Возникающий момент сил стремится развернуть молекулу так, чтобы максимальное направление поляризуемости совпало с направлением поля. Такой *ориентационный механизм* образования анизотропии применим к газам и в меньшей степени к жидкостям, где большую роль начинают играть межмолекулярные взаимодействия. Еще сложнее процесс протекает в твердых телах, где ориентационные степени свободы молекул как бы «заморожены». Фактически это уже нелинейные эффекты взаимодействия поля с веществом. Строгое теоретическое рассмотрение эффекта Керра может быть проведено лишь в рамках квантовой механики.

Очень важной особенностью является чрезвычайно малая инерционность эффекта Керра. Время релаксации составляет от 10^{-11} до 10^{-12} с. Это нашло широкое применение при создании быстродействующих оптических затворов и модуляторов света, необходимых для лазерной техники и скоростной фотографии. Оптические затворы – это устройства для управления световым потоком: временного перекрытия и последующего пропускания в течение определенного промежутка времени. Например, в механических оптических затворах перекрывание светового пучка осуществляется механическим перемещением шторок, зеркал, призм и т. п.. Скорость переключения таких затворов определяется инерцией подвижных элементов и составляет обычно не менее 10^{-4} с. В оптическом затворе, работающем на основе эффекта Керра, для управления затвором можно, например, вместо электрического импульса использовать мощные поляризованные световые импульсы, оптически наводящие двулучепреломление. Скорость переключения таких затворов очень высока (до 10^{-13} с).

Если действовать на ячейку Керра вместо постоянного напряжения переменным полем определенной частоты, то световой поток на выходе прибора будет промодулирован по интенсивности с той же частотой. На

этом основано применение ячейки Керра в качестве *электрооптического модулятора*. Оптические модуляторы – это устройства для управления параметрами световых потоков: амплитудой, частотой, фазой, поляризацией. Ячейка Керра применяется также в лазерах в качестве «затвора» для получения мощных световых импульсов.

Вопросы

1. Какие существуют источники анизотропии электрических свойств среды?
2. Какая связь существует между вектором электрического смещения и напряженностью электрического поля в декартовой системе координат, оси которой совпадают с главными осями кристалла?
3. Каким физическим фактором определяется симметричность тензора диэлектрической проницаемости?
4. В каких случаях векторы электрического смещения и напряженности электрического поля в анизотропной среде совпадают?
5. Что такое оптическая ось? Опишите экспериментальный метод определения направления оптической оси в кристалле.
6. Как можно определить опытным путем степень поляризации света?

6. Дисперсия света

Лекция 21. Физика взаимодействия света с веществом

Модель сплошной среды

Взаимодействие света и среды в общих чертах можно представить следующим образом. Электромагнитное поле световой волны воздействует на заряженные частицы среды, заставляя их совершать вынужденные колебания на частоте поля. При этом часть энергии светового поля передается частицам – световая волна поглощается. Колеблющиеся электроны, в свою очередь, становятся источниками вторичных световых волн. Интерференция этих волн приводит к тому, что скорость распространения света в среде становится меньше, чем скорость света в вакууме и, кроме того, зависит от частоты световой волны. Это явление называется *дисперсией света*. Одно из ярких проявлений дисперсии – разложение белого света в спектр с помощью стеклянной призмы – было продемонстрировано впервые Исааком Ньютоном.

Существование дисперсии явилось одним из фундаментальных затруднений первоначальной электромагнитной теории света Максвелла. Вспомним, что одним из важных выводов этой теории было установление равенства $n = \sqrt{\varepsilon\mu}$. Таким образом, скорость распространения света ($v = \frac{c}{n}$) оказалась связанной с константами вещества, в котором распространялся свет. Эти константы первоначально вводились в уравнения Максвелла формально и имели чисто феноменологический характер. Однако для многих веществ, например, для стекла, воды, различных спиртов, ε оказалось гораздо больше n^2 ; кроме того, показатель преломления зависел от частоты падающего света. Возникла необходимость дополнения уравнений Максвелла такой моделью среды, которая адекватно описывала бы явление дисперсии. В настоящее время трудности объяснения дисперсии света полностью устранены *электронной теорией*, которая в рамках представлений электромагнитной теории позволила дать молекулярное истолкование феноменологических параметров ε и μ .

В обычных условиях число атомов столь велико и расположены они настолько близко друг к другу, что дискретная структура среды не проявляется. Вещество ведет себя как *сплошная среда*. Это и позволяет ввести такие характеристики вещества как поляризация (дипольный момент единицы объема среды), электрическая и магнитная индукция. Как ведет себя, например, поляризация в среде, возбуждаемой световой волной? Это — один из центральных вопросов физики взаимодействия света с веществом. Следует отметить, что много принципиальных результатов в этой области было получено в последние 40 лет, т. е. в «лазерную эпоху». Именно этот раздел физической оптики остается и по сей день наиболее динамичным.

До сих пор мы довольно успешно использовали материальные уравнения для электромагнитного поля в виде

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E}, \quad \vec{H} = \frac{1}{\mu} \vec{B},$$

т. е. фактически в той же форме, что и для постоянных полей. Эти уравнения являются следствием того, что векторы поляризации и намагниченности представлялись в виде

$$\vec{P} = \chi_e \vec{E}, \quad \vec{M} = \chi_m \vec{H}, \quad (6.1)$$

а диэлектрическая проницаемость и магнитная проницаемость связаны с диэлектрической восприимчивостью χ_e и магнитной восприимчивостью χ_m соотношениями

$$\varepsilon = 1 + 4\pi\chi_e, \quad \mu = 1 + 4\pi\chi_m. \quad (6.2)$$

В силу (6.1) связь между значениями напряженностей электрического и магнитного полей (\vec{E} и \vec{H}) и электрическим и магнитным *откликом* среды (\vec{P} и \vec{M}) сводится к простой пропорциональности. С физической точки зрения такая связь означает *безинерционность, локальность, линейность* и *изотропию* откликов среды. Другими словами, значения поляризации и намагниченности среды в некоторый момент времени и в некоторой точке пространства определяются значениями поля в тот же момент и в той же точке (безинерционность и локальность). Линейность и изотропия означают то, что уравнения (6.1) линейны, а восприимчивости – скалярные величины.

Среды, в которых зависимость $\vec{P}(\vec{E})$ является локальной и безинерционной, называются *недиспергирующими*. Нелокальность отклика приводит к *пространственной дисперсии* среды, а его инерционность, т. е. запаздывание \vec{P} относительно \vec{E} , - к *временной* или *частотной* дисперсии.

Наибольший интерес для современной физической оптики представляют случаи, когда описание оптического отклика среды с помощью (6.1) оказывается неадекватным физике явления. Это проявляется вблизи оптических резонансов в атомах, молекулах и конденсированных средах. Например, чтобы в этих случаях учесть инерционность отклика, вместо (6.1) надо писать

$$\vec{P}(t) = \int_0^{\infty} \chi_e(\tau) \vec{E}(t - \tau) dt.$$

Это означает, что поляризация в некоторый момент времени определяется значениями поля не только в тот же, но и в предшествующие моменты, – проявляется «память» среды.

Нелокальность отклика реальной физической системы можно учесть, обобщая (6.1):

$$\vec{P}(t, \vec{r}) = \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \chi(\tau, \vec{r}, \vec{r}') \vec{E}(t - \tau, \vec{r}') dr d^3 r'.$$

Эта формула показывает, что отклик среды инерционен и определяется не только в некоторой точке пространства \vec{r} , но и в других (во всяком случае близлежащих) точках пространства.

Линейными называются среды, в которых зависимость поляризации от поля является линейной. В сильных лазерных полях отклик перестает быть

линейным по полю. Для мощного лазерного излучения линейное соотношение (6.1) для поляризации следует заменить, вообще говоря, бесконечным рядом по степеням напряженности электрического поля

$$\vec{P} = \chi_e \vec{E} + \chi^{(2)} \vec{E}\vec{E} + \chi^{(3)} \vec{E}\vec{E}\vec{E} + \dots \quad (6.3)$$

Коэффициенты $\chi^{(2)}$, $\chi^{(3)}$ и т. д. носят название *нелинейных восприимчивостей*. Оказывается, что во многих практически важных случаях именно нелинейные восприимчивости определяют главные черты поведения мощного светового пучка в среде.

Изотропными называются среды, в которых поляризация ориентирована параллельно полю: $\vec{P} \parallel \vec{E}$. Заметим, что свойства дисперсии, линейности и изотропии не связаны между собой. Например, линейная среда может быть как диспергирующей, так и недиспергирующей, изотропной или анизотропной. То же самое относится к нелинейным средам.

Некоторые важные свойства сред можно установить, не конкретизируя модель среды, а опираясь только на данные определения. Рассмотрим эти свойства.

Волновое уравнение для света в среде

Из всего многообразия сред выделим наиболее важные для оптики. Это – диэлектрические, нейтральные и немагнитные среды. Класс сред, определяемых данными условиями, довольно велик. К нему относятся, например, воздух, некоторые жидкости, кристаллы, стекла, пластмассы и т. п. Как уже неоднократно указывалось, для таких сред уравнения Максвелла приобретают форму

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{H} &= \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, & \operatorname{div} \vec{D} &= 0, \\ \operatorname{rot} \vec{E} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, & \operatorname{div} \vec{B} &= 0. \end{aligned} \quad (6.4)$$

Теперь материальное уравнение в общем виде запишем как

$$\vec{D} = \vec{D}(\vec{E}). \quad (6.5)$$

В силу соотношения

$$\vec{D} = \vec{E} + 4\pi \vec{P} \quad (6.6)$$

материальное уравнение, эквивалентное (6.5), может быть представлено в виде

$$\vec{P} = \vec{P}(\vec{E}). \quad (6.7)$$

В дальнейшем под материальным уравнением будем понимать, как правило, именно уравнение вида (6.7). Из (6.4) и (6.6) нетрудно вывести соотношение

$$\text{rot rot } \vec{E} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = -\frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{P}}{\partial t^2},$$

называемое *волновым уравнением для света в среде*.

Ограничимся изучением линейных изотропных сред. Тогда вектор $\vec{P} \parallel \vec{E}$ и в силу (6.6) вектор $\vec{D} \parallel \vec{E}$. Но тогда из уравнения Максвелла $\text{div } \vec{D} = 0$ вытекает равенство $\text{div } \vec{E} = 0$, откуда следует, что $\text{rot rot } \vec{E} = -\Delta \vec{E}$. В этом случае общее волновое уравнение (6.8) преобразуется к виду

$$\Delta \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{P}}{\partial t^2}. \quad (6.8)$$

Это уравнение показывает, что оптическая поляризация среды является источником светового поля. Поляризация, в свою очередь, наводится полем световой волны, падающей на среду. Поскольку поляризация имеет смысл дипольного момента единицы объема среды, отыскание явного вида зависимости $\vec{P} = \vec{P}(\vec{E})$ сводится к решению уравнения, описывающего движения зарядов. Таким уравнением является уравнение Ньютона в классическом приближении и уравнение Шредингера в квантовой теории.

Лекция 22. Теория дисперсии Лоренца

Классическая осцилляторная модель среды

Для вычисления поляризации среды рассмотрим классическую осцилляторную модель атома, предложенную Лоренцем. Поскольку главную роль в оптической активности атома играет электрон, мы для удобства будем говорить именно о движении электрона во внешнем поле. Однако все дальнейшие рассуждения остаются в силе и для иных заряженных частиц, входящих в состав атома. Например, при исследовании дисперсии в области инфракрасных волн необходимо учитывать влияние ионов, способных к колебаниям.

Молекулы или атомы диэлектрика будем рассматривать как системы, в состав которых входят электроны, находящиеся внутри молекул в положении равновесия. Под влиянием внешнего поля это равновесие нарушается: заряды e смещаются на расстояние r (рис. 80), образуя при этом дипольный момент $\vec{p} = e\vec{r}$. Если в единице объема среды находится N атомов, то возникает дипольный момент

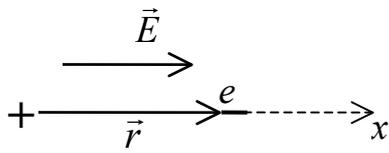


Рис. 80. Образование диполя

$$\vec{P} = Ne\vec{r} , \quad (6.9)$$

имеющий смысл оптической поляризации среды. Поскольку смещение электрона происходит под действием внешнего светового поля, то $\vec{r} = \vec{r}(\vec{E})$. Для установления явного вида этой зависимости составим и решим уравнение движения электрона во внешнем поле.

Уравнение движения Ньютона имеет вид

$$m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = \sum_i \vec{F}_i ,$$

где m – масса электрона; в правой части – сумма всех действующих на электрон сил. Сила, удерживающая электрон в положении равновесия, имеет характер упругой силы (квазиупругая сила): $F_{упр} = -\tilde{k}x$, где \tilde{k} – соответствующая константа упругой связи. Силу, вызывающую затухание колебаний, можно считать пропорциональной скорости движения электрона, подобно тому, как в механике сила трения считается пропорциональной скорости движения частицы: $F_{мп} = -\eta \frac{dx}{dt}$, где η – коэффициент сопротивления, зависящий от природы среды. Наконец, внешняя сила, вынуждающая электрон совершать колебания, $F_{вн} = eE$. Учитывая характер действующих сил, уравнение затухающего вынужденного колебания будет иметь вид:

$$\frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} + \gamma \frac{d\vec{r}}{dt} + \omega_0^2 \vec{r} = \frac{e}{m} \vec{E} . \quad (6.10)$$

Здесь $\gamma = \frac{\eta}{m}$ - параметр, описывающий затухание, $\omega_0^2 = \frac{\tilde{k}}{m}$ - квадрат собственной частоты колебаний электрона в атоме.

Поскольку вынуждающая внешняя сила имеет характер волновой функции $\vec{E} = \vec{E}_0 \exp(i\omega t)$, то решение уравнения (6.10) ищем в виде $\vec{r} = \vec{r}_0 \exp(i\omega t)$. Подставляя это значение в (6.10), находим

$$\vec{r} = \frac{e}{m} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\omega\gamma} \vec{E}.$$

Согласно (6.9), поляризация среды есть

$$\vec{P} = \frac{Ne^2}{m} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\omega\gamma} \vec{E}. \quad (6.11)$$

Полученное выражение есть не что иное, как материальное уравнение для света в среде.

Сравнивая (6.11) и (6.1), находим формулу для линейной оптической восприимчивости среды в модели Лоренца:

$$\chi(\omega) = \frac{Ne^2}{m} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\omega\gamma} \quad (6.12)$$

Принимая во внимание (6.6), можно записать

$$\varepsilon(\omega) = 1 + 4\pi\chi(\omega), \quad (6.13)$$

или с учетом (6.12)

$$\varepsilon(\omega) = 1 + \frac{4\pi Ne^2}{m} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\omega\gamma}. \quad (6.14)$$

Формула (6.14) дает выражение для комплексной диэлектрической проницаемости в модели Лоренца. Далее будет показано, что данная модель позволяет объяснить целый ряд явлений, связанных с дисперсией и поглощением света.

Дисперсия и поглощение света. Закон Бугера

Мы получили выражение для комплексной диэлектрической проницаемости, используя представление о среде, как ансамбле гармонических осцилляторов. Обсудим теперь явление дисперсии и поглощения света на языке модели сплошной среды.

Оптические свойства линейной изотропной среды можно охарактеризовать комплексным показателем преломления. Введем действительную и мнимую части показателя преломления с помощью формулы

$$n = n' - in'' . \quad (6.15)$$

Тогда и волновое число можно соответственно выразить как

$$k = k' - ik'' , \quad (6.16)$$

где $k' = \frac{\omega}{c} n'$ и $k'' = \frac{\omega}{c} n''$ имеют смысл действительной и мнимой частей волнового числа. Для того, чтобы понять физическое содержание этих величин, представим, что световая волна падает нормально на плоскую границу среды в направлении x . В этом случае плоская гармоническая волна выражается как

$$E = E_0 \exp[(i\omega t - kx)] = E_0 \exp(-k'') \exp[(i\omega t - k'x)] . \quad (6.17)$$

Из этого следует, что мнимая часть показателя преломления определяет затухание световой волны, а действительная часть – скорость распространения света в среде. Записывая скорость света как $v_\phi = \frac{\omega}{k'}$, получим $v_\phi = \frac{c}{n'}$. Поскольку $n' = n'(\omega)$, то и фазовая скорость зависит от частоты света. Это и есть проявление дисперсии.

Выделяя в (6.17) экспоненциально затухающую амплитуду, перейдем к интенсивности света:

$$I = I_0 \exp(-bx) , \quad (6.18)$$

где $b = 2k'' = 2\omega \frac{n''}{c}$ носит название *коэффициента поглощения* света.

Формула (6.18) известна как *закон поглощения света (закон Бугера)*.

Выразим теперь показатель преломления и коэффициент поглощения через комплексную диэлектрическую проницаемость среды

$$\begin{aligned} n'(\omega) &= \operatorname{Re} \sqrt{\varepsilon(\omega)}, \\ b(\omega) &= 2 \left(\frac{\omega}{c} \right) \operatorname{Im} \sqrt{\varepsilon(\omega)}. \end{aligned} \quad (6.19)$$

Для этого используем полученную в модели Лоренца формулу (6.14). Введем обозначение

$$\omega_p = \sqrt{4\pi N e^2 / m}$$

и перепишем формулу (6.14) в виде

$$\varepsilon(\omega) = 1 + \frac{\omega_p^2}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\omega\gamma}. \quad (6.20)$$

Параметр ω_p имеет размерность частоты и называется «плазменной» частотой. Выделяя действительную и мнимую части ε , преобразуем последнее выражение следующим образом:

$$\varepsilon(\omega) = 1 + \frac{\omega_p^2 (\omega_0^2 - \omega^2)}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \omega^2 \gamma^2} - \frac{i\omega_p^2 \omega \gamma}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \omega^2 \gamma^2}. \quad (6.21)$$

Анализ полученного выражения целесообразно проводить, разделяя среды в зависимости от их плотности на *разреженные* и *плотные*.

Лекция 23. Дисперсия в различных средах

Дисперсия в разреженных средах

В разреженных средах N достаточно мало. Вводя в (6.20) обозначение $\mu = \frac{\omega_p^2}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\omega\gamma}$, получаем $\varepsilon = 1 + \mu$, где $|\mu| \ll 1$. Тогда

$n = \sqrt{\varepsilon} \approx 1 + \frac{\mu}{2}$. В этом приближении

$$n'(\omega) = 1 + \frac{1}{2} \frac{\omega_p^2 (\omega_0^2 - \omega^2)}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \omega^2 \gamma^2} \quad (6.22)$$

и

$$b(\omega) = \frac{\omega_p^2 \omega^2 \gamma / c}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \omega^2 \gamma^2} \quad (6.23)$$

Рассмотрим область частот вблизи резонанса, когда $|\omega - \omega_0| \ll 0$.
 Полагая $\omega_0^2 - \omega^2 \approx 2\omega_0(\omega_0 - \omega)$, получим

$$n'(\omega) = 1 + \frac{\omega_p^2 (\omega_0 - \omega)}{4\omega_0 \left[(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \frac{\gamma^2}{4} \right]},$$

$$b(\omega) = \frac{\omega_p^2 \gamma}{4c \left[(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \frac{\gamma^2}{4} \right]}.$$

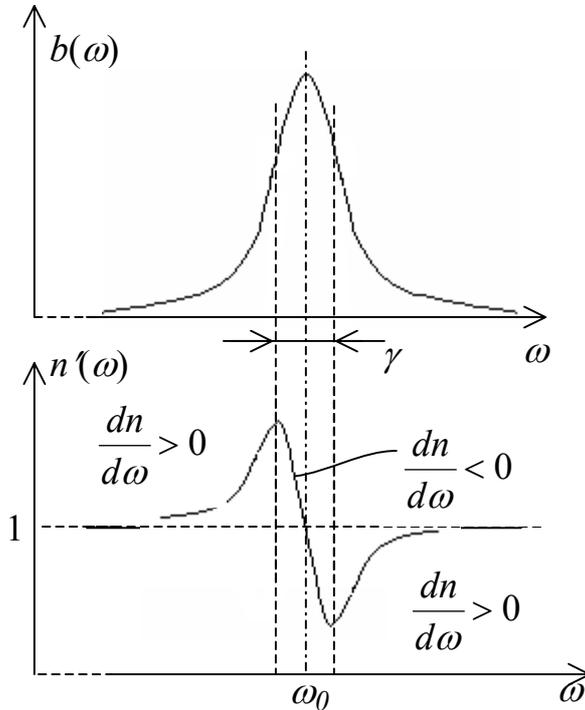


Рис. 81. Поглощение и дисперсия света

ломления заметно отличается от единицы лишь вблизи полосы поглощения.

Оба последних соотношения вместе с (6.22) и (6.23) описывают дисперсию и поглощение света в разреженной линейной изотропной среде. Типичные зависимости $b(\omega)$ и $n'(\omega)$ показаны на рис. 81. Как видно из этого рисунка, спектральная линия поглощения имеет ширину порядка γ , ее центр расположен на частоте ω_0 , форма линии лоренцева. Показатель преломления заметно отличается от единицы лишь вблизи полосы поглощения.

В зависимости от знака производной $\partial n / \partial \omega$ выделяют две области частот: область *нормальной* дисперсии, где показатель преломления возрастает с ростом частоты света ($\partial n / \partial \omega > 0$), и область *аномальной* дисперсии, где показатель преломления уменьшается с ростом частоты ($\partial n / \partial \omega < 0$). Как видно из рис. 81, область нормальной дисперсии расположена за пределами полосы поглощения, следовательно, она совпадает с областью прозрачности вещества. Значительно более узкая область аномальной дисперсии, напротив, расположена вблизи центра линии, т. е. там, где поглощение света максимально.

Дисперсия в плотных средах

Теория дисперсии в разреженных средах, изложенная выше, предполагает, что на атом воздействует только поле световой волны, а влиянием полей, создаваемых соседними атомами, можно пренебречь. Если же среда достаточно плотная, и расстояния между атомами невелики, то создаваемое ими поле может быть соизмеримым с внешним световым полем. В связи с этим следует внести в теорию соответствующую поправку.

Из электродинамики известно, что эффективное поле в среде отличается от внешнего поля \vec{E} на величину, пропорциональную поляризации среды \vec{P} , а именно

$$\vec{E}_{\text{эфф}} = \vec{E} + \frac{4\pi}{3} \vec{P}.$$

Делая замену \vec{E} на $\vec{E}_{\text{эфф}}$ в модели Лоренца (6.10), получим уравнение движения

$$\frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} + \gamma \frac{d\vec{r}}{dt} + \omega_0^2 \vec{r} = \frac{e}{m} \vec{E}_{\text{эфф}}.$$

Данное уравнение удобнее записать для вектора поляризации, используя равенство $\vec{P} = Ne\vec{r}$:

$$\frac{d^2 \vec{P}}{dt^2} + \gamma \frac{d\vec{P}}{dt} + \omega_0^2 \vec{P} = \frac{e}{m} \left(\vec{E} + \frac{4\pi}{3} \vec{P} \right).$$

Для плоской гармонической волны

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \exp(i\omega t), \quad \vec{P} = \vec{P}_0 \exp(i\omega t).$$

Подставляя эти значения в последнее уравнение, получаем

$$(\omega_0^2 - \omega^2 + i\omega\gamma)\vec{P} = \frac{Ne^2}{m} \left(\vec{E} + \frac{4\pi}{3} \vec{P} \right).$$

Вводя в эту формулу соотношение $\vec{P} = \chi(\omega)\vec{E}$, имеем

$$(\omega_0^2 - \omega^2 + i\omega\gamma)\chi(\omega) = \frac{Ne^2}{m} \left(1 + \frac{4\pi}{3} \chi(\omega) \right).$$

Используя формулы $\varepsilon = 1 + 4\pi\chi$ и $n^2 = \varepsilon$, можно после несложных преобразований вывести уравнение для показателя преломления:

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} = \frac{4\pi Ne^2}{3m} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\omega\gamma}. \quad (6.23)$$

Нетрудно убедиться, что в предельном случае, когда среда сильно разрежена и показатель преломления мало отличается от единицы, полученное уравнение (6.23) переходит в (6.22). А в области прозрачности плотного материала, где $|\omega - \omega_0| \gg \gamma$, уравнение (6.23) приобретает вид

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} = \frac{4\pi Ne^2}{3m} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2} \quad (6.24)$$

и называется *формулой Лоренца – Лорентца*.

Лекция 24. Методы изучения дисперсии и поглощения света

Экспериментальные данные, подтверждающие теорию дисперсии Лоренца

Теория Лоренца предсказывает, что в области прозрачности должна наблюдаться нормальная дисперсия, где $\partial n / \partial \omega > 0$, т. е. где показатель преломления должен расти с ростом частоты. В частности, на границе раздела сред короткие волны должны преломляться сильнее, чем длинные. Это действительно наблюдается во всех прозрачных средах (вода, стекло, пластмассы и т. д.). Широко известен опыт Ньютона (рис. 82), в котором стеклянная призма разлагает белый солнечный свет на цветные компонен-

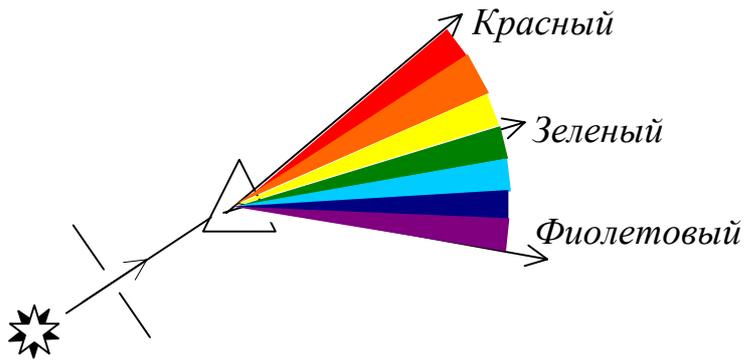


Рис. 82. Опыт Ньютона

место в узкой полосе частот вблизи центра поглощения. Одна из схем опыта по наблюдению аномальной дисперсии показана на рис.83.

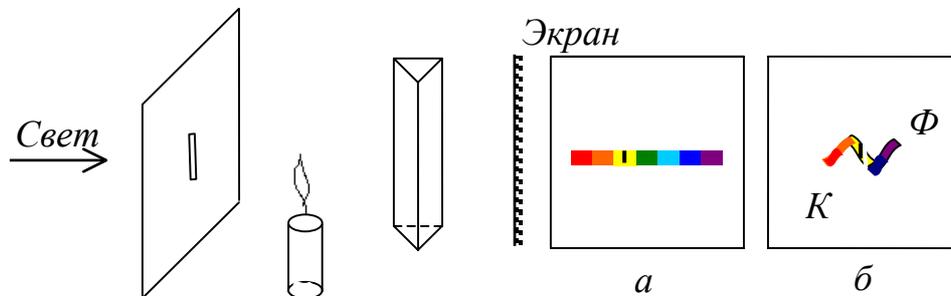


Рис. 83. Схема опыта по наблюдению аномальной дисперсии в парах натрия

Пучок белого света от дуговой лампы пропускается через пламя натриевой горелки, затем проходит сквозь призму с вертикальным преломляющим ребром и проецируется на экран. Сначала на экране видна яркая горизонтальная радужная полоска. По мере разогрева горелки и увеличения плотности паров натрия в желтой части спектра на экране все отчетливее проступает узкая темная полоса (рис. 83, а). Эта полоса соответствует спектральной линии поглощения атома натрия.

В хорошо прогретой натриевой горелке устанавливается пространственное распределение плотности паров, неоднородное по вертикали. Образуется подобие «натриевой призмы» с горизонтальным преломляющим ребром. Такая призма действует на проходящий свет, в результате края радужной полоски вблизи полосы поглощения загибаются и расходятся один вверх, другой вниз (рис. 83, б). Возникающая деформация спектра на экране интерпретируется как проявление аномальной дисперсии.

Для экспериментальной проверки удобна формула Лорентц – Лоренца. Введем вместо числа атомов в единице объема N плотность вещества ρ . Поскольку $\rho \sim N$, то из (6.24) следует, что величина

ты, причем коротковолновое излучение (фиолетовый цвет) преломляется сильнее, чем длинноволновое (красный цвет).

Экспериментальное наблюдение аномальной дисперсии представляет собой довольно трудную задачу, поскольку такая дисперсия имеет

$$r = \left(\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \right) \frac{1}{\rho}$$

не должна зависеть от плотности. Этот параметр r называется *удельной рефракцией вещества*. Опыт показывает, что для многих газообразных веществ (воздух, кислород, водяной пар и др.) удельная рефракция действительно практически не зависит от плотности (табл. 1). Даже при конденсации пара в жидкость удельная рефракция изменяется всего на несколько процентов, в то время как плотность вещества изменяется примерно в тысячу раз (табл. 2). Таким образом, зависимость показателя преломления от плотности вещества, предсказываемая теорией, хорошо согласуется с экспериментальными данными. Такое согласование является главным аргументом в пользу классической модели Лоренца.

Таблица 1

Удельная рефракция воздуха при температуре 14,5° С для различных давлений (излучение D-линии натрия)

Давление, атм	Показатель преломления	Рефракция, отн. ед.
1,00	1,0002929	4,606
42,13	1,01241	4,661
96,16	1,02842	4,713
176,27	1,95213	4,772

Таблица 2

Изменение удельной рефракции при конденсации пара в жидкость (излучение D-линии натрия)

Вещество	n , пар	n , жидкость	r , пар, отн. ед.	r , жидкость, отн. ед.
Кислород	1,000271	1,221	4,05	4,00
Соляная кислота	1,000447	1,245	6,68	5,95
Вода	1,000249	1,334	3,72	3,71
Сероуглерод	1,00147	1,628	21,99	21,33
Ацетон	1,00108	1,3589	16,16	16,14

Другой аргумент состоит в том, что эта модель находит свое подтверждение в квантовой теории. Согласно квантовой теории при не слишком сильных световых полях динамика дипольного момента атома действительно описывается уравнением классического осциллятора.

Оптическая спектроскопия

Изучая зависимость показателя преломления и коэффициента поглощения от длины волны света, можно получить ценную информацию о структуре и свойствах атомов и молекул, о механизмах взаимодействия частиц в среде. Получение и анализ этой информации составляют предмет *оптической спектроскопии*. О том, насколько важны спектральные измерения в физике, говорит тот факт, что именно спектроскопические исследования излучения нагретых тел и атома водорода сыграли решающую роль в создании квантовой механики.

Довольно простой способ измерения дисперсии *методом скрещенных призм* был предложен Ньютоном. В этом методе пучок белого света проходит сначала через призму с вертикальным преломляющим ребром, затем

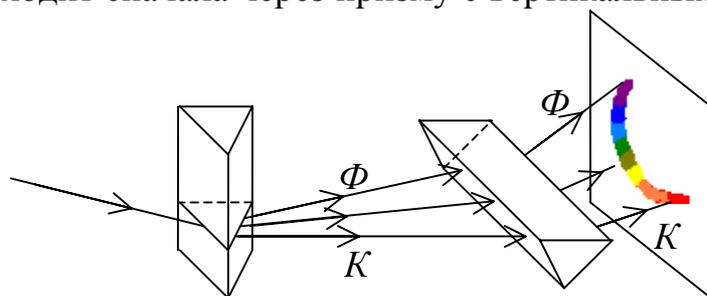


Рис. 49. Измерение дисперсии методом скрещенных призм Ньютона

через призму с горизонтальным преломляющим ребром и образует на экране цветную изогнутую полосу (рис. 84). Форма и расположение этой полосы дают информацию о дисперсии материала обеих призм.

Наиболее чувствительные современные методы измерения дисперсии основаны на сочетании спектральных приборов (призм или дифракционных решеток) с двухлучевыми интерферометрами. В таких случаях, как правило, интерференционные картины повторяют в определенном масштабе дисперсионные кривые $n(\lambda)$. Особенно удобны интерференционные методы для исследования дисперсии вблизи полос поглощения.

Идеальными источниками света для спектроскопии являются лазеры. Разрешающая способность лазерного спектрометра определяется шириной спектра излучения лазера. При исследовании узких спектральных линий разрешающая способность достигает величин порядка 10^8 . Лазерная спектроскопия очень быстро прогрессирует и находит новые интересные применения в таких областях как физика, химия, биология, медицина, контроль окружающей среды.

Вопросы

1. В чем трудности электромагнитной теории Максвелла при объяснении дисперсии света?
2. Поясните физическое содержание закона Бугера.
3. Известно, что реальные атомы обладают несколькими спектральными линиями поглощения. Как это объяснить?
4. Покажите, как можно перейти от формулы Лорентц – Лоренца к частному случаю зависимости показателя преломления от частоты в разреженных средах?
5. Почему удельная рефракция почти не зависит от плотности вещества?
6. Почему стекло, вода, многие пластмассы прозрачны для видимого света?

7. Нелинейная оптика

Лекция 25. Основные эффекты нелинейной оптики

Особенности взаимодействия мощного лазерного излучения с веществом

Нелинейная оптика изучает процессы взаимодействия света и вещества, связанные с явлениями, обусловленными нелинейным откликом вещества на световое поле. При всем многообразии таких эффектов можно выделить некоторые основные черты, общие для всех. Самая основная – это сильная зависимость характера протекания процессов от интенсивности света. Если до сих пор мы рассматривали оптические явления, зависящие от состояния поляризации, от фазовых соотношений, от направлений распространения, то в нелинейных явлениях на первое место становится зависимость именно от мощности излучения. Т.е. нелинейная оптика – это оптика сильных световых полей. Этот раздел физики появился после создания лазеров. Поэтому нелинейная оптика – это также оптика мощных лазерных пучков. При длительности импульса от 10^{-7} до 10^{-8} с интенсивности достигают от 10^{10} до 10^{11} Вт/см².

Другим очень важным моментом является характерное для нелинейной оптики нарушение принципа суперпозиции. Изучая линейные явления, мы полагали, что световые волны, например, разной частоты, разной поляризации, или с разным направлением распространения взаимодействуют со средой *независимо* друг от друга. В нелинейной оптике этот принцип нарушается. Сильное взаимодействие различных волн может привести к энергообмену между ними, вплоть до полного преобразования одной волны в другую. Ясные представления о том, что законы линейной оптики, в

частности, принцип суперпозиции, носят приближенный характер и применимы лишь в области слабых полей, существовали еще и до появления лазеров. Первые прямые эксперименты по регистрации нелинейностей при поглощении и преломлении света в кристаллах и стеклах были выполнены в 1920 – 30 гг. XX века С.И. Вавиловым с сотрудниками.

Рассмотрим некоторые основные проявления нелинейной оптики. Первым нелинейным эффектом, зарегистрированным с помощью лазера, стала *генерация второй оптической гармоники*. В 1961 г. П. Франкен с сотрудниками наблюдали удвоение частоты излучения рубинового лазера в кристалле кварца. Схема опыта Франкена показана на рис. 85.

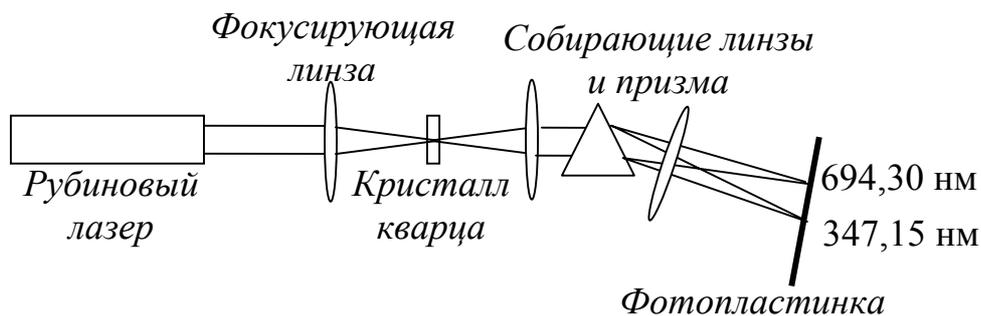


Рис. 85. Схема опыта Франкена по генерации второй оптической гармоники

Излучение рубинового лазера, имеющего длину волны $\lambda_1 = 694,3$ нм, фокусировалось в кристалл кварца, разворачивалось в спектр с помощью дисперсионной призмы при выходе из кристалла и фокусировалось на фотопластинку. Опыт показал, что помимо света на частоте лазера из кристалла выходит свет на удвоенной частоте («вторая гармоника») с длиной волны $\lambda_2 = \frac{\lambda_1}{2} = 347,1$ нм. Несмотря на то, что излучение второй гармоники в опыте Франкена было чрезвычайно слабым, этот опыт сыграл принципиальную роль, положив начало развитию нелинейной оптики. Последующие опыты показали, что при использовании других кристаллов эффективность генерации второй гармоники может быть резко повышена. К настоящему времени разработаны методы, позволяющие преобразовывать в гармонику значительную долю лазерного излучения; в некоторых случаях удается получить КПД генерации, близкий к 100%.

Другой эффект нелинейной оптики – так называемое *вынужденное комбинационное рассеяние света (ВКР)*. Этот эффект состоит в том, что в поле мощного лазерного пучка среда генерирует интенсивное излучение, сдвинутое по частоте относительно лазера на величину, равную частоте молекулярных колебаний. Механизм процесса тот же, что и при обычном рассеянии света. Однако, если обычное рассеяние является спонтанным, очень слабым и направленным во все стороны, то вынужденное рассеяние

напоминает лазерную генерацию: мощность и направленность вынужденного рассеяния соизмеримы с аналогичными параметрами лазерного пучка. Причина состоит в том, что вынужденное рассеяние происходит не на хаотических тепловых молекулярных колебаниях, а на колебаниях, возбужденных и сфазированных светом в большом объеме среды. Переход спонтанного рассеяния в вынужденное происходит при превышении интенсивностью возбуждающего света некоторой определенной величины, называемой *порогом ВКР*.

Впервые ВКР наблюдали Вудбери и Нг (1962 г.) при изучении режима модуляции добротности рубинового лазера с помощью керровской ячейки с нитробензолом. Было обнаружено появление в излучении лазера инфракрасной компоненты, частота которой оказалась на 1345 см^{-1} меньше частоты основного излучения лазера. Поскольку частотный сдвиг совпадал с одной из собственных частот колебаний молекулы нитробензола, было высказано предположение, что появление инфракрасной компоненты связано с комбинационным рассеянием света в нитробензоле, а большая интенсивность излучения обусловлена вынужденным характером процесса, при котором молекулярные колебания сильно раскачиваются светом. Позже эти предположения были подтверждены в опытах с различными жидкостями, газами и твердыми телами. В настоящее время на основе ВКР создают эффективные преобразователи частоты лазерного излучения, которые используются, например, для улучшения пространственной когерентности света или для компрессии (сокращения длительности и увеличения мощности) лазерных импульсов.

Еще один, пожалуй самый яркий эффект нелинейности взаимодействия света со средой, – *самофокусировка света*. Он состоит в том, что в поле мощного лазерного пучка среда приобретает фокусирующие (линзовые) свойства. В результате световой пучок «схлопывается», превращаясь в тонкую светящуюся нить, или распадается на несколько таких нитей. Механизм самофокусировки связан с изменением показателя преломления среды под действием мощной световой волны. Причины этого могут быть самыми разными. Например, при электрострикции (изменении диэлектрической проницаемости под действием механического напряжения) возникает давление, изменяющее плотность среды в области, занятой световым пучком, а, следовательно, и показатель преломления. В жидкостях сильное световое поле приводит к ориентации анизотропно поляризующихся молекул за счет взаимодействия света с наведенным дипольным моментом, при этом среда становится анизотропной, а средний показатель преломления для ориентирующего поля возрастает. Этот эффект принято называть высокочастотным эффектом Керра. Кроме того, изменение плотности может быть связано с нагревом среды, вызванным диссипацией энергии мощной световой волны.

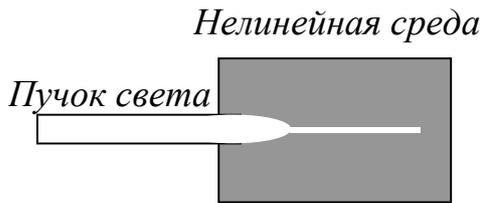


Рис. 86. Самофокусировка света

чаемых сфокусированным пучком рубинового лазера. Например, лазерный пучок, проходивший через кювету с толуолом, первоначально имевший диаметр 700 мкм, «схлопывался» до предельного значения диаметра 10 мкм (рис. 86).

Обратным явлением самофокусировке является самодефокусировка света. Схема дефокусировки показана на рис. 87. Лазерный луч проходит через кювету, заполненную спиртом, и направляется на экран. В режиме малой мощности лазера на экране наблюдается пятно, размер которого определяется обычной дифракционной расходимостью лазерного пучка. При переключении лазера на полную мощность расходимость пучка и размер пятна на экране резко возрастают, что обусловлено действием тепловой (дефокусирующей) линзы, наведенной в жидкости лазерным пучком. Самодефокусировка света вызвана тем, что поглощающая свет жидкость сильнее нагревается вблизи оси лазерного пучка, где интенсивность максимальна. Нагревание приводит к тепловому расширению жидкости, к уменьшению ее плотности и показателя преломления и, в конечном итоге, формирует тепловую дефокусирующую линзу, увеличивающую угловую расходимость пучка.

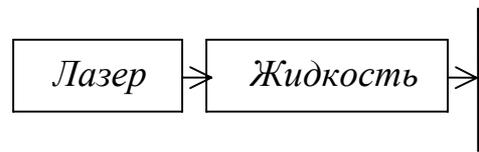


Рис. 87. Схема тепловой самодефокусировки света

Механизмы оптической нелинейности

Теория нелинейно-оптических явлений строится на основе материальных уравнений и уравнений Максвелла. Мы уже получали волновое уравнение для диэлектрической немагнитной изотропной среды

$$\Delta \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{P}}{\partial t^2},$$

согласно которому поляризация среды есть источник поля. Сама поляризация, в свою очередь, возникает под действием падающей волны. Наведение поляризации световым полем описывается материальным уравнением

$\vec{P} = \vec{P}(\vec{E})$, которое отражает структуру и свойства среды. Простейшее материальное уравнение нелинейной среды имеет вид

$$P = \chi E + \chi^{(2)} E^2 + \chi^{(3)} E^3 + \dots$$

Здесь коэффициенты $\chi, \chi^{(2)}, \chi^{(3)}, \dots$ зависят от свойств среды и называются *оптическими восприимчивостями* соответственно: линейная восприимчивость, нелинейная восприимчивость второго порядка, нелинейная восприимчивость третьего порядка и т. д. Согласно этому уравнению поляризация среды есть нелинейная функция напряженности светового поля. С математической точки зрения именно это обстоятельство является причиной нарушения принципа суперпозиции для световых волн в среде. Именно с помощью этих двух уравнений и объясняют практически все нелинейно-оптические эффекты.

Механизмы оптической нелинейности весьма разнообразны и теоретическое описание выходит за рамки данного курса. Тем не менее, полезно рассмотреть хотя бы в общих чертах наиболее универсальный механизм нелинейности, связанный с ангармонизмом элементарного осциллятора среды – атома или молекулы. Для вычисления нелинейной поляризации и нелинейной восприимчивости среды в классическом приближении следует решить динамическую задачу о смещении нелинейного осциллятора.

Используя второй закон Ньютона, уравнение движения осциллятора запишем в виде

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = F_{\text{вз}} + F_{\text{мп}} + eE,$$

где m – масса электрона, e – заряд электрона, x – смещение центра электронного облака относительно атомного ядра, E – напряженность электрического поля световой волны, $F_{\text{вз}}$ – возвращающая сила, обусловленная притяжением электрона к ядру и связанная с потенциальной энергией $U(x)$ электрона в поле ядра соотношением

$$F_{\text{вз}} = -\frac{\partial U}{\partial x}.$$

В окрестности положения равновесия электрона ($x = 0$) потенциальную энергию можно представить в виде разложения по степеням x :

$$U(x) = \frac{1}{2} \alpha x^2 + \frac{1}{3} \beta x^3 + \dots$$

Первое слагаемое соответствует параболическому приближению. Учет остальных слагаемых важен, если амплитуда колебаний электрона достаточно велика. Именно такая ситуация возникает в поле световой волны большой интенсивности. Используя данное разложение, получим для возвращающей силы

$$F_{вз} = -\alpha x - \beta x^2 + \dots$$

Таким образом, возвращающая сила оказывается нелинейной функцией смещения. Ограничиваясь учетом первой нелинейной поправки, получим уравнение движения

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \gamma \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x + \psi x^2 = \frac{e}{m} E,$$

где ω_0 – собственная частота колебаний осциллятора, γ – коэффициент, характеризующий затухание колебаний, $\psi = \beta / m$ – параметр нелинейности. Итак, ангармонизм элементарного осциллятора приводит к появлению нелинейной поляризации среды. Здесь мы сталкиваемся с типичной для нелинейной оптики ситуацией, когда уравнение, описывающее нелинейный эффект, не имеет точного решения или решение настолько сложно, что практически им невозможно пользоваться. В этих случаях прибегают к приближенным методам, подбор которых индивидуален для каждой задачи.

Например, для объяснения самофокусировки (или самодефокусировки) решение уравнения приводит к величине показателя преломления

$$n = n_0 + n_{нл} |E|^2, \quad (7.1)$$

где E – амплитуда световой волны. Так как показатель преломления определяет скорость света в среде, формулу (7.1) можно интерпретировать как зависимость скорости света от его интенсивности. Знак нелинейного коэффициента $n_{нл}$ определяет, будет ли происходить ускорение или замедление мощной световой волны. В среде с $n_{нл} > 0$ (такой знак обычно реализуется при высокочастотном эффекте Керра или при электрострикции в поле интенсивной световой волны) области максимальной интенсивности света оказываются оптически более плотными. В центре пучка, где интенсивность больше (рис. 88, а), показатель преломления тоже больше, чем для краев пучка. Следовательно, фазовая скорость в центре будет меньше, чем по краям пучка. Это приводит к искажениям первоначально плоского волнового фронта, а лучи, распространяющиеся по нормали к фронту, искривляются к оси (рис. 88, б). Т. е. первоначально однородная среда становится своеобразной объемной собирающей линзой.

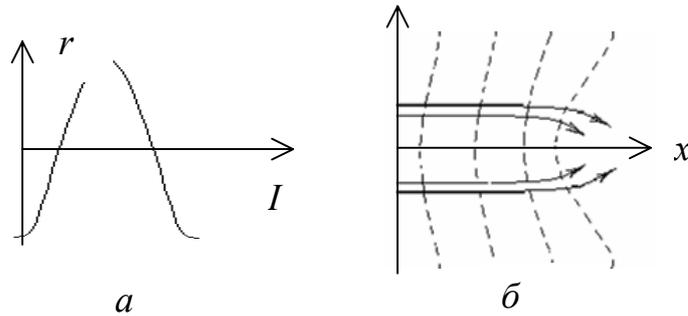


Рис. 88. Самофокусировка света. Профиль интенсивности светового пучка (а); искривление волнового фронта (б, штриховые кривые)

Если поглощающая свет жидкость сильнее нагревается вблизи оси лазерного пучка, где интенсивность максимальна, то происходит тепловое расширение жидкости. Плотность и показатель преломления жидкости уменьшаются, и в конечном итоге формируется тепловая дефокусирующая линза, приводящая к расходимости лазерного пучка.

Таблица 3

Основные эффекты нелинейной оптики и их применение

Эффект	Материал	Механизм	Применение
Генерация оптических гармоник	Кристаллы, полупроводники, инертные газы, пары металлов.	Нелинейность атомного осциллятора.	Преобразование частоты лазерного излучения. Генерация когерентного излучения в различных диапазонах. Визуализация ИК изображения.
Вынужденное комбинационное рассеяние света.	Газы, жидкости, кристаллы, пары металлов, оптическое волокно.	Нелинейность атомного или молекулярного осциллятора. Рассеяние света на электронных, молекулярных колебаниях.	Преобразование частоты лазерного излучения. Компрессия лазерных импульсов. Коррекция волнового фронта. Улучшение когерентности лазеров. Нелинейная спектроскопия.
Самофокусировка (самодефокусировка) света.	Газы, жидкости, кристаллы, оптическое волокно.	Нелинейность атомного осциллятора. Ориентация анизотропных молекул световой волной. Электрострикция. Нагрев среды.	Самомодуляция световых импульсов. Генерация фемтосекундных лазерных импульсов. Элементы оптического компьютера. Моделирование нейронных сетей.

Нелинейная оптика, будучи сравнительно молодой отраслью физики, бурно прогрессирует и область ее приложений непрерывно растет. Краткая сводка основных эффектов современной нелинейной оптики и их применений представлена в табл.3.

Вопросы

1. Какие физические факторы приводят к нелинейным эффектам?
2. Чем определяется, будет ли пучок света самофокусироваться или самодефокусироваться?
3. Когда и почему следует учитывать ангармонизм элементарного осциллятора?
4. В чем состоят основные причины возникновения нелинейности показателя преломления?

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Ахманов С.А., Никитин С.Ю. Физическая оптика. – М.: Изд. МГУ, 1998.
2. Матвеев А.Н. Оптика. М.: Высшая школа. 1985.
3. Ландсберг Г.С. Оптика. – М.: Наука, 1976.
4. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. – М.: Наука, 1973.
5. Калитеевский Н.И. Волновая оптика. – М.: Наука, 1971.
6. Крауфорд Ф. Волны, Берклевский курс физики. – М.: Наука, 1974.
7. Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс, Фейнмановские лекции по физике. Т.3-4, М.: – Мир, 1969.