

Министерство высшего и среднего специального
образования РСФСР

Куйбышевский ордена Трудового Красного Знамени
авиационный институт имени С.П. Королева

Н.Е. Коников, М.А. Куликов

О С Н О В Ы Т Е О Р И И
И Р А С Ч Е Т А Т О Ч Н О С Т И
И З М Е Р И Т Е Л Ь Н Ы Х С И С Т Е М
Л Е Т А Т Е Л Ь Н Ы Х А П П А Р А Т О В

Учебное пособие

Куйбышев 1980

В пособии рассматриваются общие термины, определения и метрологические показатели, рекомендуемые ГОСТ 16263-70, 8.009-72, 8.011-72 для аттестации измерительных средств различного назначения.

На примерах радиотехнических систем для измерения координат движения летательных аппаратов, передачи и обработки телеметрической информации поясняются причины возникновения погрешностей, рассматриваются основные характеристики, влияющие на точность измерений и достоверность получения результатов.

Для элементов указанных систем приводятся иллюстрирующие примеры оценки точности и других метрологических характеристик.

данное пособие является первой частью материалов, рекомендуемых для комплексной оценки систем на этапе их проектирования.

Темплан 1980 г. поз. 1071.

Рецензенты: К.Л.Куликовский, Е.М.Карпов

Утверждено на редакционно-издательском совете института 17.11.78 г.

І. ОСНОВНЫЕ АСПЕКТЫ ТЕОРИИ ТОЧНОСТИ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ

Для разработки оптимальной структуры любой измерительной системы, а также для обеспечения режимов ее функционирования с заданными метрологическими показателями необходимы инженерные методы оценки показателей точности как отдельных элементов, так и всей системы в целом.

На примерах радиотехнических систем для измерения координат движения летательных аппаратов, передачи и обработки телеметрической информации выясняются причины возникновения погрешностей, рассматриваются основные характеристики, влияющие на точность измерений и достоверность получения результатов.

Для элементов указанных систем приводятся иллюстрирующие примеры оценки точности и других метрологических характеристик.

Авторы рекомендуют пособие при изучении спец. дисциплин радиотехнического факультета специальности 0701 "Электрорадиоизмерения" и "Радиотехнические системы и устройства управления летательными аппаратами", а также для курсового и дипломного проектирования специальностей 0701 и 0705.

Предполагается, что студенты соответствующих курсов знакомы с элементами теории вероятностей и основами математического анализа, в связи с чем при описании метрологических характеристик на базе указанного аппарата авторы не останавливались на детальном его пояснении.

Данное пособие является первой частью материалов, рекомендуемых для комплексной оценки систем на этапе их проектирования.

I.I. Основные понятия и определения для измерительных систем

В соответствии с основными определениями и терминологией [4], [6] метрологии, науки об измерениях, методах и средствах их обеспечения, введем понятия о процессах и показателях функционирования измерительных систем.

Измерение — нахождение значения физической величины опытным путем с помощью специальных технических средств.

Метод измерений — совокупность приемов использования принципов и средств измерения.

Принцип измерений — совокупность физических явлений, на которых основаны измерения.

Средство измерений — техническое средство, используемое при измерениях и имеющее нормированные метрологические характеристики.

Точность измерений — качество измерений, отражающее близость их результатов к истинному значению измеряемой величины.

Истинное значение физической величины — значение физической величины, которое, идеальным образом отражает в качественном и количественном отношениях соответствующее свойство объекта.

Из приведенных выше понятий и определений следует, что в процессе измерения истинного значения физической величины по принятому методу должна использоваться мера сравнения, единица измерения.

Мера сравнения, единица измерения — l отражается в нормированных метрологических характеристиках измерительных средств, например, представляется в шкале прибора. Шкала прибора проградуирована в единицах измеряемой величины и представлена N_l .

Например, при определении высоты полета в качестве меры служит единица длины: метр, километр, физически реализуемый λ виде длины волны электромагнитных, высокостабильных колебаний.

В соответствии с принятыми понятиями процесс измерения математически описывается следующим образом:

$$n_e = \frac{x_{\text{ист.н}}}{e}, \quad x_{\text{ист.н}} = n_e e, \quad (\text{I.1})$$

где n_e — числовое значение измеряемой величины x , показывающее во сколько раз оно больше или меньше единицы измерения.

Если искомое значение измеряемой величины x определяется путем его непосредственного сравнения с мерами или по показаниям прибора, проградуированного в принятых единицах измерения, то процесс измерения по выражениям (I.1) реализуется с помощью прямых методов измерения.

Если x , искомое значение величины, находится по результатам промежуточных измерений одной x_i или нескольких величин $\{x_i\}$, связанных с искомой величиной определенной функциональной зависимостью, то процесс измерения по выражению (I.1) реализуется с помощью косвенных методов. При этом численное значение измеряемой величины определяется по заданной формуле, уравнению измерения, вытекающего из выбранного метода измерения:

$$x = f(x_1, x_2, \dots, x_n). \quad (\text{I.2})$$

Например, измерение объема тела Q может осуществляться с помощью предварительных измерений его параметров по единицам длины x_i .

Примером косвенного измерения служит также определение V_C истинной воздушной скорости самолета по результатам прямого измерения параметров встречного потока воздуха. Скорость V_C вычисляется по формуле [3]

$$V_C = \sqrt{2q} R_A \sqrt{\left(\frac{R_B}{R_A - 1}\right) \left[\left(\frac{p_1}{p_{\text{ст.в}}}\right)^{\frac{R_A - 1}{R_A}} - 1\right]}, \quad (\text{I.3})$$

$x_1 = p_1$, $x_2 = q$ — полное и статическое давление встречного потока воздуха;

$x_3 = T$ — температура невозмущенной атмосферы на данной высоте;

R_B ; R_A ; γ — постоянные коэффициенты состава газа, адиабаты и силы тяжести соответственно.

По ГОСТ 16263-70 измерения по выражению (I.1) осуществляются следующими методами:

методом непосредственной оценки

при котором значение измеряемой величины определяется по отсчетному устройству измерительного прибора прямого действия;

методом сравнения с мерой, например, измерения массы на рычажных весах с уравновешиванием гирями;

методом противопоставления, при котором устанавливаются соотношения между измеряемой величиной и мерой путем их сравнения;

дифференциальным методом, при котором на измерительный прибор воздействует разность между измеряемой величиной и мерой при их сравнении;

нулевым методом, при котором разность результата сравнения измеряемой величины и меры доводят до нуля;

методом замещения, при котором измеряемая величина заменяется мерой;

методом совпадения, при котором разность между измеряемой величиной и мерой определяют по совпадению меток или периодических сигналов.

С помощью радиотехнических систем (РТС) летательных аппаратов осуществляются одновременные измерения множества параметров. Например, производятся измерения параметров дальности и высоты полета, направления и скорости полета, энергетических параметров с целью нахождения зависимости между ними, а также могут определяться параметры аэродинамической среды путем решения системы уравнений.

В этом случае процесс измерения (уравнения измерения) может быть задан системой уравнений в виде

$$F(x; A) + C = 0, \quad (I.4)$$

где x, C - векторы-столбцы искоемых переменных и свободных членов;

A - прямоугольная матрица коэффициентов уравнений измерений.

Согласно ГОСТ 16263-70 эти измерения классифицируются на следующие методы:

совместные измерения, производимые одновременно с измерениями двух или нескольких неодновременных величин для нахождения зависимости между ними;

совокупные измерения, производимые одновременно с измерениями нескольких одноименных величин, при которых искомые значения величин находят решением системы уравнений, получаемых при прямых измерениях различных сочетаний этих величин.

Уравнения (I.1; I.2; I.3) в большинстве своем реализуются с помощью так называемых одномерных измерительных средств, а уравнение (I.6) — с помощью многомерных измерительных средств. Согласно работе [3] в рамках линейной теории точности методы, используемые для одномерных систем, будут приемлемы и для многомерных. Поэтому в силу простоты расчетов большинство примеров будет решено для одномерных систем.

I.2. Типовые структурные элементы измерительных систем и их метрологические показатели

Описанные выше уравнения измерения (I.1; I.2; I.3; I.6) реализуются с помощью совокупности измерительных средств, преобразователей, регистрирующих и показывающих приборов.

По ГОСТ I6263-70 совокупность средств измерений и вспомогательных устройств, соединенных между собой каналами связи, предназначенная для выработки сигналов измерительной информации в форме, удобной для автоматической обработки, передачи и (или) использованная в автоматических системах управления, представляет измерительную систему.

Элементы (звенья) измерительных систем по ГОСТ I6263-70 подразделяются на:

первичный измерительный преобразователь — преобразователь, к которому подведена измеряемая величина, т.е. первый в измерительной цепи;

промежуточный измерительный преобразователь — преобразователь, занимающий в измерительной цепи место после первого;

передающий измерительный преобразователь — преобразователь, предназначенный для дистанционной передачи сигнала измерительной информации;

масштабный измерительный преобразователь - преобразователь, предназначенный для изменения величины в заданное число раз;

показывающий измерительный прибор - средство измерений, предназначенное для выработки сигнала измерительной информации в форме, доступной для отсчитывания показаний;

регистрирующий измерительный прибор - средство измерений, предназначенное для выработки сигнала измерительной информации в форме, удобной для регистрации и хранения показаний.

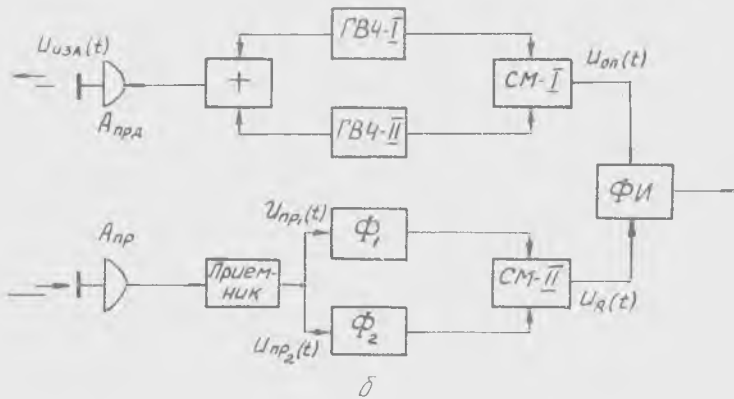
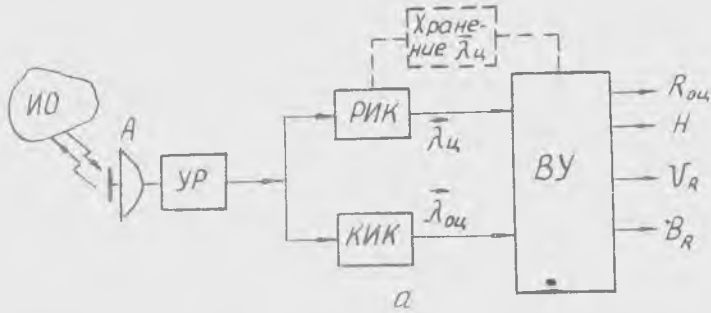
В большинстве случаев при реализации алгоритмов уравнений измерения (I.1-I.3) процесс преобразования сигналов является многоступенчатым. Измерительная величина прежде, чем преобразуется в выходной сигнал, претерпевает промежуточные преобразования, осуществляемые с помощью многозвенной измерительной цепи.

Измерительная цепь средств измерения - совокупность элементов, обеспечивающих преобразование сигнала измерительной информации.

Если по выражениям (I.1; I.2; I.3) определяется одна выходная величина по одному или нескольким параметрам (сигналам), то такие измерения осуществляются с помощью одномерных измерительных цепей.

Одномерные измерительные цепи характеризуются одним или несколькими входами, одним выходом и образуются последовательно-параллельными соединениями ИП.

Могут встречаться и параллельно-встречные соединения измерительных цепей. На рис. I.1,а представлены блок-схема и функциональная структура измерительной радиосистемы для определения параметров летательных аппаратов. С помощью приемно-передающей антенны *A* переданные радиосигналы воспринимаются, преобразуются устройствами разделения сигналов в информативные измеряемые параметры, которые передаются и обрабатываются в измерительных и калибровочных каналах системы. В вычислительном устройстве (ВУ) радиосистемы реализуются уравнения измерения как для одномерных (по I.2), так и для многомерных (по I.4) систем, определяющие координаты летательных аппаратов [5]:



Р и с. 1.1. Структурные схемы измерительной РТС для определения параметров движения летательными аппаратами: а - обобщенная структура: УР - устройство разделения сигналов; РИК - радиоизмерительный канал; КИК - калибровочный измерительный канал; ВУ - вычислительное устройство; б - схема двухчастотного фазового радиодальномера: ГВЧ - I, II - генераторы высокой частоты; СМ - I, II - смесители; Φ_1, Φ_2 - узкополосные фильтры; ФИ - фазовый измеритель

$$\vec{R}_{ЛД} = R_{\lambda} \{ \theta_{\lambda}, \theta_{\lambda} \},$$

$$\vec{V}_R = V_{\lambda} \{ \theta_{VR}, \theta_{\lambda}, \theta_{VR} \},$$

$$\vec{\Lambda}_R = \Lambda_{\lambda} \{ \theta_{\lambda}, \theta_{\lambda}, \theta_{\lambda} \},$$

(1.5)

где $\vec{R}_{ЛД}$; \vec{V}_R ; $\vec{\Lambda}_R$

- векторы дальности, скорости и ускорения движения летательных аппаратов, соответственно;

θ_R ; H_R , θ_{VR} , θ_{λ} , H_V , H_{λ}

- координаты направления движения по соответствующим параметрам;

$R_{\text{ЛД}} = R_{\text{ЛД}1} + R_{\text{ЛД}2}$

- операторы преобразования указанных координат или уравнения расчета показателей ЛА.

Например, с помощью двухчастотного радиодальномера рис. I.1, б определяется расстояние дальности нахождения ЛА по следующему выражению:

$$R = \frac{\Delta \varphi_{\text{ЛД}}}{4\pi \cdot \nu_p} = \Delta \varphi_{\text{ЛД}} \cdot \kappa_{\text{ЛД}} \quad (I.6)$$

При заданной частоте модуляции $\nu_p = \nu_{\text{ЛД}} / D$ измеряется разность фазы модулированного сигнала, пропорциональная задержке высокочастотных колебаний $\tau_R = \kappa R$, в итоге чего показания измерений прямопропорциональны дальности $R_{\text{ЛД}}$.

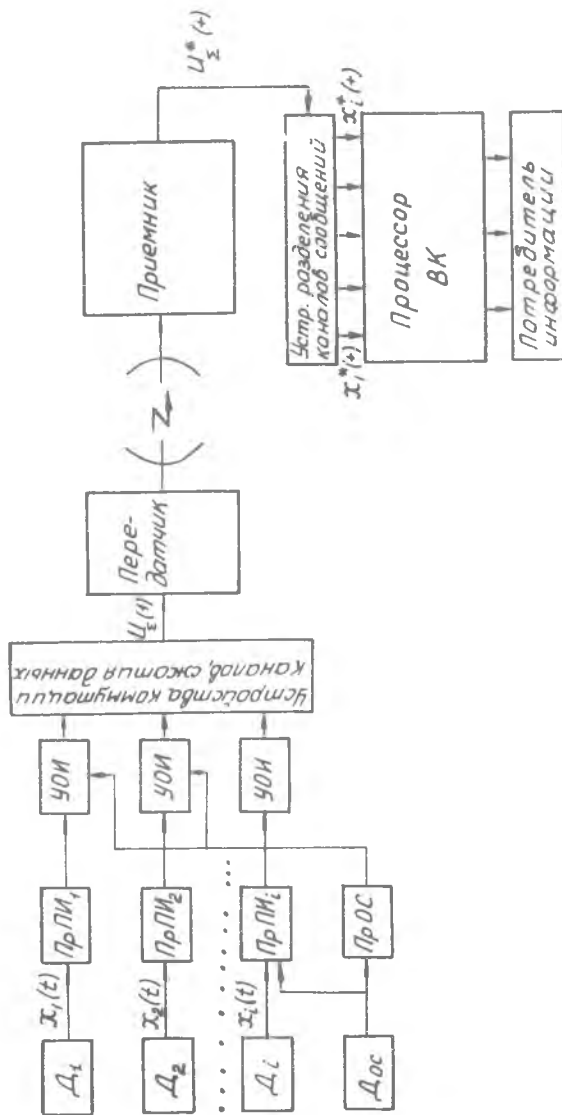
Многоблочная, разветвленная структура этого прибора представляет одномерную систему с последовательными и параллельно-встречными соединениями измерительных цепей.

Если по выражениям (I.4; I.5) определяются несколько выходных величин путем измерения множества параметров, то такие измерения осуществляются с помощью многомерных измерительных цепей.

Многомерные измерительные цепи характеризуются несколькими входами и несколькими выходами, а образуются параллельно-последовательными и смешанными соединениями измерительных звеньев.

Например, измерительная информационная система рис. I.2, включающая вычислительный комплекс, используемая для научных исследований, технических испытаний и для дистанционного управления детекторными аппаратами, представляет многомерную систему. В этой системе структуры соединений звеньев системы, осуществляющих преобразования информации для ввода в ЦВМ, а также алгоритмы функционирования вычислительных средств при реализации уравнений (I.5) представляют параллельно-последовательные и параллельно-встречные разомкнутые и замкнутые соединения многомерной измерительно-информационной системы.

Оценка точности различных структур соединений и измерительных цепей производится по метрологическим характеристикам их звеньев в зависимости от типов и видов соединений. Для этого рассмотрим основные метрологические характеристики измерительных устройств (звеньев), используемые при оценке погрешностей измерительных



Р и с. 1.2. Блок-схема информационно-измерительной радиосистемы: ПрПИ - промежуточные преобразователи информации в унифицированный сигнал; Дос - датчики опорных образцовых сигналов; ПрОС - промежуточный преобразователь опорных сигналов

систем и утвержденные ГОСТ для аттестации приборов и системы в целом.

В качестве алфавита исходных данных для метрологического анализа измерительных систем следует использовать характеристики, рекомендуемые ГОСТ 8.009-72 и 8.011-72.

По ГОСТ 16263-70 регламентируется метрологическая характеристика ИУ — чувствительность.

Чувствительностью называют предел отношения приращения выходного сигнала к приращению измеряемой величины, когда последнее стремится к нулю, т.е. производную выходного сигнала по измеряемой величине;

$$S = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta y}{\Delta x} \right) = \frac{dy}{dx}.$$

Различают абсолютную чувствительность:

$$S = \frac{dy}{dx} \quad (1.7)$$

и относительную чувствительность:

$$S_0 = \frac{dy}{dx} \frac{1}{x}. \quad (1.8)$$

Абсолютная и относительная чувствительность типовых соединений измерительных цепей определяются следующими зависимостями: последовательное соединение (рис. 1, 2, 3)

$$S_{noc} = \frac{dx_2}{dx_1} \frac{dx_3}{dx_2} \dots \frac{dy}{dx_n} = \prod_{i=1}^n S_i, \quad (1.9)$$

параллельное соединение (рис. 3)

$$S_{nap} = \frac{dy_1}{dx_1} + \frac{dy_2}{dx_2} + \dots + \frac{dy_m}{dx_m} = \sum_{i=1}^m S_i. \quad (1.10)$$

параллельно-встречное соединение (3)

$$S_{n-встр} = \frac{S_{noc}}{1 \pm S_{noc} S_{встр}} = \frac{S_{noc}}{1 \pm S}. \quad (1.11)$$

С точки зрения системотехнического анализа, структуры соединений измерительных цепей можно представить с помощью графовых схем. Тогда зависимость чувствительности для типовых соединений измерительных цепей (последовательного, параллельного и параллельно-встречного) можно записать с помощью графовых схем рис. 3.

Для ИУ с линейной номинальной статической характеристикой (линейных звеньев ИС) чувствительность представляет номинальный коэффициент преобразования.

Чувствительность измерительных звеньев является той важной метрологической характеристикой, с помощью которой оценивается погрешность результатов измерения по их размерности и по диапазону измеряемых параметров.

В соответствии с ГОСТ 16263-70 по размерности измеряемой величины различают:

- абсолютные погрешности;
- относительные погрешности;
- приведенные относительные погрешности.

Абсолютная погрешность измерения - погрешность, выраженная в единицах измеряемой величины x или выходного сигнала y .

По ГОСТ 16263-70 погрешности измерительных средств нормируют по входу и по выходу [6].

Абсолютная погрешность измерительного преобразователя по входу - разность между значением величины на входе преобразователя, определяемой с помощью градуировочной характеристики, приписанной ему, и истинным значением величины на входе преобразователя. Погрешность по входу может быть выражена через номинальную функцию преобразования в следующем виде:

$$\Delta x_{i \text{ вх}} = f_n^{-1}[y(x)] - x_{ист}. \quad (I.12)$$

Абсолютная погрешность измерительного преобразователя по выходу - разность между истинным значением величины на выходе преобразователя и значением величины на выходе, определяемым по градуировочной характеристике (функции преобразования). Математически погрешность по выходу запишется следующим образом:

$$\Delta x_{\text{вых}i} = \Delta x_{i+1 \text{ вых}} = f(x) - f_n(x). \quad (I.13)$$

Используя свойство дифференциала статической характеристики преобразования ИУ связь между Δy и Δx можно записать так:

$$\Delta y = \Delta x_{\text{вх}i} = \Delta x_{\text{вх}i} \frac{d[f'_n(x)]}{dx_i} \Big/ x + \frac{\Delta x_{\text{вх}}}{2} \quad (\text{I.14})$$

Относительная погрешность измерения - отношение абсолютной погрешности к истинному значению измеряемой величины:

$$\beta_{\Delta x} = \frac{\Delta x_i}{x_{\text{ист}}} ; \beta_{\Delta y} = \frac{\Delta y}{y_{\text{ист}}} .$$

Для погрешностей в относительной размерности соотношение (I.17) записывается в виде:

$$\beta_i(x)_{\text{вх}i} = \beta_i(x)_{\text{вх}} \frac{f'_n(x) \cdot x}{f(x)} . \quad (\text{I.15})$$

Выражения (I.15; I.16) описывают процесс накопления погрешностей в звеньях радиотехнических цепей. Соотношение (I.16) представляет оценку трансформированной погрешности к выходу i -го звена от накопленных погрешностей на предыдущих звеньях:

$$\beta_{i\text{вх}}(x) = \beta_i(x)_{\text{вх}} \varphi_i(x) = \beta_{i-1}(x)_{\text{вх}} \varphi_i(x) , \quad (\text{I.16})$$

где $\varphi_i(x) = \frac{f'_n(x) \cdot x}{f(x)}$ - функция трансформации погрешностей i -х звеньев системы к их выходам.

Функция трансформации погрешностей звеньев является безразмерной величиной.

Для последовательного соединения измерительных цепей (рис.1) суммарная накопленная погрешность и трансформированная к выходу этих цепей определяется следующими рекуррентными выражениями в абсолютной размерности:

$$\Delta_{\text{нос } \Sigma} = \sum_{i=1}^n \Delta_i \prod_{\ell=i+1}^n \frac{df_{\ell}(x_{\ell+1})}{dx_{\ell}} = \sum_{i=1}^n \Delta_i \prod_{\ell=i+1}^n S_{\ell}(x_i) . \quad (\text{I.17, а})$$

и в относительной размерности, соответственно,

$$\beta_{\text{нос } \Sigma} = \sum_{i=1}^n \beta_i(x_i) \prod_{\ell=i+1}^n \varphi_{\ell}(x) = \sum_{i=1}^n \beta_i(x_i) A_{\text{нос } i} . \quad (\text{I.17, б})$$

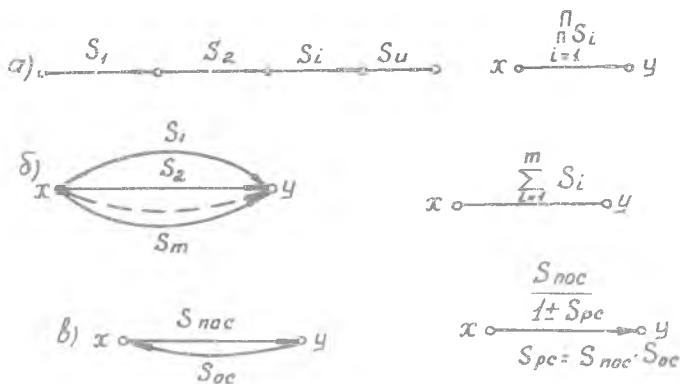
Аналогично выражению (I.17), накопленная погрешность для параллельной цепи (рис. I.3) определяется выражением в абсолютной размерности:

$$\Delta_{пар\Sigma} = \sum_{i=1}^m \Delta_i S_i(x_i) \quad (I.18)$$

и в относительной, соответственно:

$$\beta_{пар\Sigma} = \sum_{i=1}^m \beta_i(x_i) \times \varphi_i(x_1, x_2, \dots, x_m) = \sum_{i=1}^m \beta_i(x_i) A_{пар};$$

где $A_{noc} = \prod_{i=1}^n \gamma_i(x_i)$ — коэффициенты влияния погрешностей звеньев на их суммарную для последовательной и параллельной цепи, соответственно.
 $A_{пар} = \sum_{i=1}^m \gamma_i(x_i)$



Р и с. I.3. Графовые схемы чувствительностей типовых соединений измерительных цепей

Приведенная относительная погрешность равна отношению абсолютной погрешности или Δy к соответствующей абсолютной величине диапазона измерения

$$\gamma_y = \frac{\Delta y}{y} \quad \text{или} \quad \gamma_y = \frac{\Delta y}{y_n} : \quad \text{или} \quad \gamma_y = \frac{\Delta y}{y_g} :$$

По размерности приведенной погрешности γ_Δ определяют класс точности измерительных средств. Согласно работе [3] класс точности ИУ равен наибольшему значению γ , выраженному в процентах:

$$\gamma_{ИУ} = \gamma_{max} \cdot 100 \% \quad (I.19)$$

По ГОСТ 16263-70 класс точности средства измерения - обобщенная характеристика, определяемая пределами основных и дополнительных погрешностей, а также другими свойствами средств измерений, влияющими на точность, значения которых устанавливаются в стандартах на отдельные виды средств измерений, например ГОСТ 8.011-72, 8.009-72.

Следует помнить, что класс точности средств измерения не всегда соответствует погрешности результата измерения, даже приведенной к масштабу и размерности γ . Необходимо всегда учитывать условия и режимы измерений, в которых используется данный прибор.

Для оценки условий эксплуатации измерительных средств используются следующие метрологические характеристики.

Метрологические характеристики средств измерения - это характеристики, регламентирующие условия эксплуатации, при соблюдении которых погрешность не превосходит заданных норм.

Кроме нормируемых показателей погрешностей, к метрологическим характеристикам относят [4], [9] следующие:

1. Назначение средств измерения, по которому оговаривается цель измерительного прибора и полное наименование измеряемых параметров;

2. Область применения измерения представляет совокупность метрологических характеристик, записываемых в виде неравенств:

а) диапазон возможного изменения измеряемых или преобразуемых параметров записывается в виде неравенства $X_{a, \min} \leq X_a \leq X_{a, \max}$;

б) диапазоны допустимого изменения неинформативных параметров, измеряемых или преобразуемых сигналов, записываются аналогично:

$Y_{i, \min} \leq Y_i \leq Y_{i, \max}$;

в) диапазоны допустимого изменения параметров внешних условий (температуры, влажности, электромагнитных полей);

г) требования к условиям соглашения средств измерения с внешними цепями определяются входными и выходными импедансами звеньев системы. Требования к

условиям согласования также оговариваются в виде неравенств $R > R^*$, $0 \geq C^*$.

3. Из метрологических характеристик наиболее тесно взаимосвязана с погрешностью измерения метрологическая надежность. Метрологическая надежность средства измерения представляет период времени, в течение которого гарантируется соблюдение погрешности в заданных для нее допусках. Эта очень важная характеристика для оценки СИ на стадии испытаний и эксплуатации оценивается по допустимой вероятности, рассчитанной теоретически на основе статистических данных.

1.3. Классификация и характеристики погрешностей

Для обеспечения условий нормирования и оценки степени влияния причин и факторов возникновения погрешностей на результирующую рассмотрим их характеристики и классификацию по указанным ниже признакам.

1. По признаку взаимосвязи между величиной погрешности и уровнем сигнала различают ее составляющие: аддитивные, мультипликативные и нелинейные.

Аддитивная погрешность имеет постоянную величину по диапазону измерения, не зависящую от измеряемой величины в абсолютной размерности. В относительной размерности аддитивная погрешность определяется обратно пропорциональной зависимостью по диапазону преобразования.

Нормирование аддитивной погрешности представляется одночленной формулой

$$\Delta y(x) = \Delta_n; \beta_n = \frac{\Delta_n}{x}. \quad (1.20)$$

Мультипликативная погрешность прямо пропорциональна измеряемой (преобразуемой) величине x . Мультипликативная погрешность нормируется по диапазону преобразования также одночленной формулой

$$\Delta y(x) = \Delta_M = \beta_M x; \beta_M = \text{const} = \gamma_M. \quad (1.21)$$

Нелинейная погрешность может выражаться степенной, экспоненциальной или периодической зависимостями. В общем

случае при степенной зависимости погрешности она нормируется двучленной, трехчленной формулами, коэффициенты которой определяются расчетным путем или по результатам обработки экспериментальных данных:

$$\Delta y = \Delta_A + \gamma_M x + Cx^2; \quad (I.22, a)$$

$$\Delta y = \Delta_A + \gamma_M x; \quad (I.22, б)$$

$$\beta y = \frac{\Delta_A}{x} + \gamma_M + Cx; \quad \beta y = \frac{\Delta_A}{x} + \gamma_M. \quad (I.22, в, г)$$

В реальных условиях нормирование погрешности определяется по комбинированному сочетанию составляющих (I.22).

2. По причинам возникновения погрешности классифицируются на две группы: методические и инструментальные.

Методические погрешности - по ГОСТ I6263-70 погрешности, происходящие от несовершенства метода измерения, в частности из-за приближений, допускаемых в уравнении измерения или в алгоритме работы измерительных средств. Например, при измерении числовых статистических характеристик переходят от непрерывного интегрирования к дискретному усреднению на конечном интервале наблюдения. Поэтому методическая погрешность вычисления математического ожидания определяется по формуле

$$\Delta_{мет} (m_x) = m_x - \bar{x} = \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} x_i(t) dt - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i. \quad (I.23)$$

Методические погрешности также характерны для косвенных методов измерения. Например, уравнение измерения давления от высоты определяется зависимостью [3].

$$\rho_{cm}(h) = \rho_0 \left(1 - \frac{T^* h}{T_0^*} \right)^{\frac{1}{\tau c}}. \quad (I.24)$$

Входящие в эту формулу некоторые константы ($\rho_0 = 760$ мм рт. ст.; $T_0^* = 288$ К, $\tau = 0,0065$ град/м; $c = 29,27$ м/град) изменяются при реальных условиях, что приводит к появлению методических погрешностей.

Инструментальные погрешности обусловлены несовершенством схемы или параметров конструкции измерительных средств, а также возникают вследствие изменения их параметров из-за влияния внешних и внутренних факторов. Инстру-

ментальные погрешности обуславливаются реальной средой эксплуатации, режимами измерения и являются функциями времени.

3. По режимам измерения классифицируют погрешности в статическом и динамическом режимах.

Погрешность измерения в статическом режиме - погрешность измерительного средства при установившихся условиях, когда спектр входного сигнала не превышает значения, принятого для данного прибора за номинальное.

ПРИМЕР I. Вольтметр измеряет действующее значение напряжения переменного тока с амплитудой $U_{\min} \div U_{\max} = 0 \div 100$ В в диапазоне частот $\Omega/2\pi = 50 \div 50000$ Гц с погрешностью $\gamma_{\max} = 1\%$.

Измеряемый сигнал - x_i ; переменное синусоидальное напряжение - U_{x_i} ; амплитуда $U_m = 50$ В с частотой измерения $\Omega/2\pi = 10$ кГц. Определить погрешность результата измерения.

Статическая погрешность результата измерения в данном случае полностью определяется погрешностью прибора: $\beta_{x_i} = \gamma_{\max} = 1\%$; $\Delta x_i = \beta_{x_i} U_{m_i} = 0,5$ В.

Динамическая погрешность результата измерения или погрешность в динамическом режиме характеризует влияние инерционных свойств измерительных средств. Эта погрешность проявляется в тех случаях, когда частотный спектр входного сигнала отличается от (превышает) значений, принятых для данных измерительных средств системы за номинальные.

Погрешность в динамическом режиме в общем случае представляет полную погрешность результата измерения, включающую суммарную погрешность средств в статическом режиме $\Delta_{\Sigma} [x_i(t) = const]$ и прирост погрешности в динамическом режиме для данного $x_i(t) = var$, характеризующий динамическую погрешность измерительного прибора $\Delta_{\text{дин}} [x_i(t)]$:

$$\bar{\Delta}_{\text{дин}} [x_i(t)] = \bar{\Delta}_{\Sigma} [x_i(t) = const] + \bar{\Delta}_{\text{дин}} [x_i(t) = var]. \quad (I.25)$$

По ГОСТ I6263-70 динамическая погрешность средства измерения - разность между погрешностью результата измерений в динамическом режиме и его статической погрешностью, соответствующей значению величины в данный момент времени. Следует помнить, что динамическая погрешность измерительного прибора, звена системы - часть динами-

Классификация по погрешностям	По режимам измерения и эксплуатации		В статическом режиме по условиям нормирования и привязки к стандартной форме		В динамическом режиме	
	Методические	Инструментальные	по условиям нормирования и привязки к стандартной форме	по характеру проявления	погрешность в статическом режиме	составляющие погрешности по условиям нормирования и стандартной форме
Приближенные измерения	Конечные формы наблюдений измеряемых параметров Попытки вводить поправки забываем отсчетов	Мультиметр Классическая составная Мультиметр Классическая составная	по различным методам измерения	погрешности в зависимости от характера проявления	погрешности в статическом режиме	составляющие погрешности по условиям нормирования и стандартной формы
Температурные погрешности	Погрешности от влияния температуры на чувствительность факторов	Мультиметр Классическая составная Мультиметр Классическая составная	по различным методам измерения	погрешности в зависимости от характера проявления	погрешности в статическом режиме	составляющие погрешности по условиям нормирования и стандартной формы
Погрешности от влияния температуры на чувствительность факторов	Погрешности от влияния температуры на чувствительность факторов	Мультиметр Классическая составная Мультиметр Классическая составная	по различным методам измерения	погрешности в зависимости от характера проявления	погрешности в статическом режиме	составляющие погрешности по условиям нормирования и стандартной формы
Погрешности от влияния температуры на чувствительность факторов	Погрешности от влияния температуры на чувствительность факторов	Мультиметр Классическая составная Мультиметр Классическая составная	по различным методам измерения	погрешности в зависимости от характера проявления	погрешности в статическом режиме	составляющие погрешности по условиям нормирования и стандартной формы
Погрешности от влияния температуры на чувствительность факторов	Погрешности от влияния температуры на чувствительность факторов	Мультиметр Классическая составная Мультиметр Классическая составная	по различным методам измерения	погрешности в зависимости от характера проявления	погрешности в статическом режиме	составляющие погрешности по условиям нормирования и стандартной формы

Р и с . 1 . 4 . Классификация погрешностей радиоизмерительных систем

ческой погрешности результата измерения, ее прирост из-за отклонения характеристик входного сигнала от номинальных для данного средства.

ПРИМЕР 2. К данным I-го примера вольтметр нормируется еще динамической погрешностью $\beta'_{дин}(t)$, определяемой $\beta'_{дин}(t) = 1\%$ на каждые $\Delta\Omega/2\pi = 10$ кГц, превышающие $\frac{\Omega_{макс}}{2\pi} = 50000$ Гц. Измеряемый сигнал U_{x_2} той же амплитуды, но частота его изменения $\Omega/2\pi = 100$ кГц. Определить погрешность результата измерения.

Динамическая погрешность вольтметра для данного сигнала определяется следующим образом:

$$\beta'_{дин u}(\Omega_{x_2}) = \beta'_{дин \Omega} \frac{\Omega_{x_2} - \Omega_{x_1, макс}}{\Delta\Omega} = 0,1\% \cdot \frac{100 - 50}{10} = 0,5\% ;$$

$$\Delta'_{дин u} = \beta'_{дин u}(\Omega_{x_2}) U_{x_2} = 0,25 \text{ В} .$$

Динамическая погрешность результата измерения для случая положительно взаимосвязанных погрешностей статического режима и динамической погрешности прибора определяется их арифметической суммой:

$$\Delta_{дин}(x_2(t)) = \Delta_{статич}[x_2(t) - x_1] + \Delta'_{дин u}(\Omega_{x_2}) \quad 3,3 + 0,25 = 3,55 ;$$

$$T_{\Sigma}[x_2(t)] = \frac{3,55 \cdot 100}{50} = 7,1\% .$$

Кратко перечислим основные источники погрешностей в статическом и динамическом режимах.

На методическую погрешность в статическом режиме влияют, как указывалось, выбранная, упрощенная функция преобразования, которая реализуется схемой прибора.

На инструментальные погрешности в статическом режиме влияют источники:

а) несовершенство технологических процессов и неточность обособования, применяемых при изготовлении элементов ИС;

б) несовершенство сборочных, регулировочных установок в процессе сборки ИС;

в) внутренние дестабилизирующие факторы (колебание источников питания, паразитные индуктивные и емкостные связи, термоэлектродвижущие силы, шумы радиоэлектронных элементов);

г) внешние дестабилизирующие фактора (климатические, механические : вибрации ; ускорения, электромагнитные, электрические на-

годки, параметры радиационных излучений), при их отклонении от номинальных значений, принятых при НУ.

Не динамическую погрешность результатов измерений влияют следующие источники:

а) источники собственной динамической погрешности определяются инерционными и демпфирующими элементами звеньев, характеризующиеся определенными параметрами (массой, моментом инерции, индуктивностью, емкостью и т.д. ...);

б) источники вынужденной динамической погрешности, определяемые внутренними факторами (шумы, наводки), под влиянием которых генерируются переменные паразитные составляющие сигнала;

в) источники, определяемые изменением внешних факторов (климатические, механические, электромагнитные и электрические наводки), под влиянием которых изменяются инерционные и демпфирующие свойства звеньев.

Из приведенного видно, что перечисленные источники в статическом (г) и динамическом (в) режимах измерения характеризуют составляющие погрешности в условиях эксплуатации из-за изменения параметров внешней среды.

Учитывая вышеизложенное, по ГОСТ 8.009-72 предусматривается нормирование основной статической погрешности и функции влияния на основную статическую погрешность.

Основная статическая погрешность характеризует внутренние свойства измерительных средств системы в целом при некоторых условиях, принятых за нормальные (НУ).

Функция влияния на основную статическую погрешность (дополнительная погрешность) характеризует влияние на погрешность измерительных средств, систем внешних величин и неинформативных параметров входного сигнала (внешних факторов) [7], т.е. изменение статической погрешности из-за переноса внешних факторов.

Если рассмотреть перечисленные источники возникновения погрешностей по характеру их проявления, то можно отметить, что все они, в общем случае, изменяются по величине и во времени случайным образом.

Например, источники из-за несовершенства технологических процессов и установок сборки вызывают рассеивание параметров звеньев измерительных средств, изменяющихся случайным образом по своим отклонениям от номинальных значений. Параметры внешней среды (температура, влажность, механические колебания), внутренние факторы (шумы, термо-ЭДС) также изменяются случайным образом как по величине, так и во времени. Следовательно, все погрешности по классификации на виды, по условиям и режимам измерения можно разделить в зависимости от характера их проявления на систематические и случайные.

Систематические погрешности имеют определенные значения в каждой точке характеристики ИС (изменяются закономерно от преобразуемой величины) и сохраняют свои значения при многократных испытаниях в одних и тех же условиях.

Случайные погрешности - погрешности, имеющие рассеяние по величине и знаку при многократных испытаниях в одних и тех же условиях, причем появление тех или иных значений во времени закономерно (заранее неизвестно).

ГОСТ 8.011-72 предусматривает нормирование следующих случайных и систематических характеристик погрешности для оценки показателей точности [8].

Доверительный интервал Δ_{DP} , в котором погрешность измерения (Δ_N , Δ_B) нижняя и верхняя границы погрешности) находится с заданной вероятностью.

С л о в е характеристика случайной составляющей погрешности $m_{\Delta_{сл}}$, $\sigma_{\Delta_{сл}}$.

Ф у н к ц и я распределения случайной погрешности, представленной аналитической или аппроксимированной зависимостью экспериментальных данных.

В е р о я т н о с т ь, с которой наблюдается погрешность в допустимом интервале $P_{доп} [m_{\Delta} - \Delta_N \leq \Delta_{DP} \leq m_{\Delta} + \Delta_B]$.

На основе анализа всех нормируемых характеристик погрешностей еще раз рассмотрим понятие класса точности ИС. По существующим ГОСТам класс точности характеризуют средства измерения в статическом режиме и определяется доверительными интервалами функции влияния погрешностей звеньев и основной статической погрешности при заданной вероятности.

После того, как определены допустимые интервалы $\Delta_{доп}$ стати-

ческой погрешности и ее функции влияния $\Delta \psi_{ост}$, класс точности определяется также по выражению (I.15) из рекомендуемого ряда $1 \cdot 10^n$; $1,5 \cdot 10^n$; $2 \cdot 10^n$; $2,5 \cdot 10^n$; $4 \cdot 10^n$; $5 \cdot 10^n$.

$$K_{\gamma} = \frac{\Delta_{доп} + \Delta \psi_{ост}}{y_{доп}} 100\%, \quad (I.26)$$

$$\gamma = I; 0; -I; -2; \dots -3 \dots$$

Описанная выше классификация погрешностей представлена на рис. I.4.

Как показано в таблице рис. I.4, в полную погрешность измерительных средств входят методические и инструментальные составляющие, причем и те и другие носят случайный характер.

В таком случае погрешность ИС не есть некоторое число, а характеристика, имеющая свой закон распределения и диапазон рассеивания. Поэтому важно и главное принимать оценку погрешностей ИС по ГОСТ 8.011-72, что будет давать достоверные и обстоятельные результаты аттестации прибора (I.26), доверительный интервал определяют в зависимости от вида закона по соотношению

$$T_{доп} = K_{\gamma} (\sigma_{доп}) \sigma_{\gamma}.$$

Например, погрешность прибора распределена по нормальному закону, а среднеквадратичное отклонение его относительной погрешности равно $\sigma_{\gamma} = 1,5\%$. Значение доверительного интервала погрешности для нормального закона равно при

$$P_{доп} = 0,9 \quad T_{доп} = K_{нз} (P_{доп} = 0,9) \sigma_{\gamma} = 1,5 \cdot 1,5 = 2,25 (\%) < 2,5$$

$$P_{доп} = 0,95 \quad K_{нз} (P_{доп} = 0,95) = 1,5$$

$$P_{доп} = 0,995 \quad K_{нз} (P_{доп} = 0,995) = 2,0 \quad T_{доп} = 2,0 \sigma_{\gamma} = 3 (\%) < 4$$

$$K_{нз} (P_{доп} = 0,995) = 2,96 \quad T_{доп} = 2,96 \sigma_{\gamma} = 4,5 (\%) < 5.$$

Для каждого значения $P_{доп} = 0,9 \div 0,95 \div 0,995$ класс точности прибора согласно (I.26) будет соответствовать 2,5; 4; 5.

Таким образом, можно говорить, что с заданной допустимой вероятностью получения результатов измерения измерительный прибор соответствует такому - то классу точности.

1.4. Задачи расчета и обеспечения точности измерительных систем летательных аппаратов

Как показано выше, основной целью измерений в практических задачах является получение сведений (результатов измерений или информации) с наилучшей точностью о свойствах количественных характеристик и параметрах контролируемого объекта.

Проблемы теории точности в измерительных системах обусловлены наличием влияющих дестабилизирующих факторов (физических величин или помех), не охватываемых уравнениями измерения для принятой модели исследуемого объекта.

С этой точки зрения рассмотрим характеристики параметров радиосигналов и условия измерения в РТС ЛА и определим основные направления по оценке точности этих систем.

Из всех видов сообщений, передаваемых в информационно-измерительной РТС (траекторные, телеметрические, командные, речевые и телевизионные), рассмотрим два первых вида.

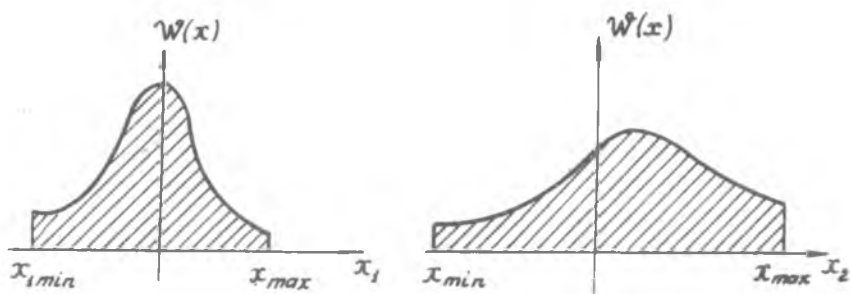
Эти сообщения получаются в процессе измерений и обработки радиосигналов о параметрах ЛА, его координатах, и их свойства являются входными характеристиками измерительных цепей. Поэтому важно определить условия их согласования с учетом воздействующих помех по требуемой точности на результаты измерений.

В общем случае сообщение и помеха — два случайных процесса, отображающие результаты радиоизмерений, и в смысле характера проявлений между ними нет принципиальной разницы.

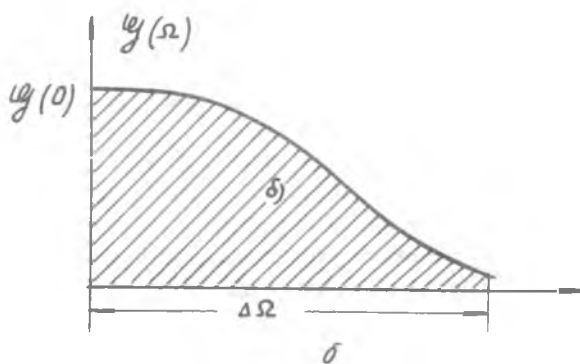
Распределение вероятности появления значения сообщения (измеряемого параметра) по диапазону характеризует дифференциальная функция распределения (закон функции) распределения. Дифференциальная функция распределения $w(x)$ (рис. 1.5) описывает разброс по ансамблю реализаций величин измеряемых параметров $x_1(t) \dots x_i(t)$ в фиксированный момент времени $t_i = const$.

Соотношение между законом распределения и его дифференциальной функцией определяется по формуле

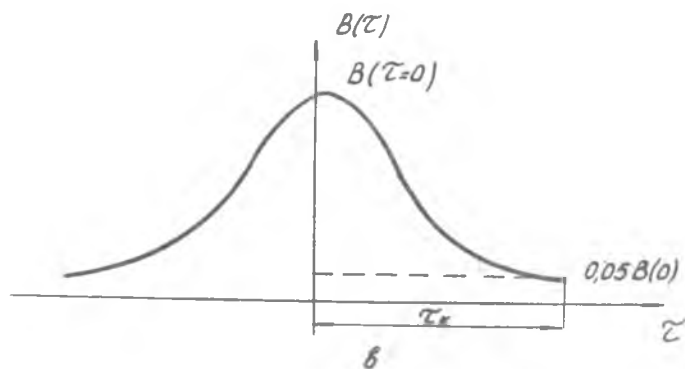
$$\begin{aligned} P(x_i < x < x_i + \Delta x) &= w(x) \Delta x; \\ P(x_i) &= W(x_{\min} < x < x_{\max}) = \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} w(x) dx. \end{aligned} \quad (1.27)$$



a



b



b

Р и с. 1.5. Характеристики параметров сообщений

Величина $2x_{\text{дин}} = x_{\text{макс}} - x_{\text{мин}}$ с вероятностью $P(x_{\text{мин}} \leq x \leq x_{\text{макс}})$ характеризует диапазон возможных значений (изменений) сообщения и называется его динамическим диапазоном.

Энергетический спектр характеризует скорость изменения сообщения (параметра) во времени. Энергетический спектр сообщения имеет простой физический смысл и представляет распределение мощности сообщения по частотам $\psi(\Omega)$ (рис. 1.5, б) в полосе частот передаваемого сообщения ΔQ_0 .

Как известно, автокорреляционная функция сообщений характеризует степень статистической связи значений, разнесенных во времени на $t_2 - t_1 = \tau$. Для стационарных случайных сообщений — автокорреляционная функция $B(t_2, t_1) = B(t_2 - t_1) = B(\tau)$ (рис. 1.5, в) не зависит от времени и является функцией аргумента τ . Для сообщений со стационарным и эргодическим характером процесса изменения [6], [22] автокорреляционная функция и энергетический спектр связаны друг с другом преобразованием Винера-Хинчина:

$$\begin{aligned} \psi(\Omega) &= 2 \int_0^{\infty} B(\tau) \cos \Omega \tau d\tau; \\ B(\tau) &= \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \psi(\Omega) \cos \Omega \tau d\Omega. \end{aligned} \quad (1.28)$$

В соответствии с причинами воздействия помехи, так же как и погрешности звеньев систем, подразделяются на следующие виды:

шумовые аддитивные помехи, возникающие из-за радиоизлучения атмосферы и поверхности Земли, теплового радиоизлучения антенны и антенно-фидерного тракта и собственных шумов приемника;

мультипликативные помехи, связанные с распространением радиосигнала по трактам преобразования;

мультипликативные помехи, связанные с неопределенностью взаимного положения передатчика и приемника;

огранизованные помехи, создаваемые в диапазоне частот как заградительные или по параметрам радиосистемы как прицельные.

Для полной оценки качества радиотехнических систем по точностным показателям, очевидно, при ее разработке, т.е. при выборе адекватной модели объекта измерения и составлении соответствующих уравнений измерений следует учитывать априорные характеристики распределений сигналов сообщений (измерений) и помех (погрешностей) по перечисленным признакам.

Учет этих характеристик случайных процессов (измерительных сигналов, погрешностей звеньев, внешних помех) в описании модели функционирования информационной радиосистемы представляет оптимизационную задачу статистической теории. Поэтому с целью правильного выбора модели измерения, прогнозирования метрологических характеристик блоков системы и расчета ее оптимальных показателей следует использовать наиболее перспективные методы статистической идентификации.

С точки зрения статистической идентификации погрешностей, при проектировании радиоизмерительных систем предполагается решение двух основных задач теории точности, задач анализа и синтеза.

Задача анализа погрешностей многоблочных измерительных РТС, в свою очередь, включает следующие вопросы:

1) анализ причин возникновения погрешностей и представление суммарной погрешности звеньев наиболее достоверными и адекватными характеристиками;

2) суммирование погрешностей звеньев и расчет результирующей погрешности системы по принятым нормируемым показателям ее аттестации.

Задача синтеза структуры РТС по показателям точности ее измерительных цепей осуществляется по этапам, исходящим из предыдущего анализа:

1) предсказание полной погрешности системы в реальных условиях и определение требуемых допусков на граничные интервалы составляющих погрешностей звеньев;

2) обеспечение и повышение точности измерения путем использования характеристик статистической взаимосвязи параметров и погрешностей звеньев системы.

В первой части данного пособия авторы рассматривают первые две задачи и только для статического режима эксплуатации систем.

П. МЕТОДИКА АНАЛИЗА ПОГРЕШНОСТЕЙ
РАДИОИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ
И РАСЧЕТА ИХ СУММАРНЫХ НОРМИРУЕМЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ТОЧНОСТИ

2.1. Способы представления характеристик
вероятностной модели погрешностей звеньев системы

Знание законов распределения погрешностей звеньев измерительных цепей необходимо как для определения суммарного закона результирующей погрешности системы, так и для решения обратной задачи — обоснования границ допусков при заданной вероятности.

Наиболее полной и универсальной характеристикой случайных погрешностей в статическом режиме являются интегральная и дифференциальная функции распределения. Для определения границ доверительной вероятности суммарной погрешности представляют дифференциальную и интегральную функции распределения условными и безусловными законами вероятностей.

Условный (а posteriorи) закон распределения вероятностей погрешностей характеризует точность в каждой точке диапазона преобразования в зависимости от измеряемой величины.

Интегральная и дифференциальная формы условного закона распределений выражаются, соответственно [3], следующим образом:

$$W(\beta_{\Delta}/x) = \int_{\beta_{\text{н}}}^{\beta_{\text{в}}} w(\beta/x) d\beta; \quad (2.1, \text{а})$$

$$w(\beta_{\Delta}/x) = \frac{dW(\beta_{\Delta}/x)}{d\beta_{\Delta}}. \quad (2.1, \text{б})$$

Априорные (безусловные) вероятностные характеристики погрешностей определяются по формуле полной вероятности для интегральной и дифференциальной (плотности) функций распределения погрешностей, соответственно:

$$W_{\beta_{\Delta}}(\beta) = \int_{x_{\text{мин}}}^{x_{\text{макс}}} w(x) W_{\text{усл}}(\beta/x) dx; \quad (2.2, \text{а})$$

$$w(\beta) = \int_{x_{\text{мин}}}^{x_{\text{макс}}} w(x) w_{\text{усл}}(\beta/x) dx. \quad (2.2, \text{б})$$

Априорный закон распределения вероятностей погрешностей яв-

ляется обобщенной характеристикой на всем диапазоне преобразования $x_{\max} - x_{\min} = 2x_{\text{ном}}$ и для расчетов по выражению (2.2) должны быть известны:

$w(x)$ - априорная плотность распределения входного случайного сигнала;

$w(\beta_\Delta/x)$ - условная плотность распределения вероятности погрешности.

Априорные и условные (апостериорные) законы распределения погрешностей характеризуются общими свойствами:

$$W(x = -\infty) = 0 \quad W(x = \infty) = 1; \quad (2.3)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} w_{\beta}(\beta/x) dx = 1.$$

Статистический ряд погрешностей представляет конечную последовательность случайных значений погрешностей в возрастающем порядке с соответствующими им вероятностями:

$$\Delta x_j = x_j - x_{\text{ном}}; \quad j = 1 \dots N, \quad (2.4)$$

где N - число событий (общее число наблюдаемых значений погрешностей) данного ряда.

Статистический ряд погрешностей устройства - основной исходный материал для получения других показателей точности. Статистический ряд погрешностей может быть задан в табличной форме согласно правилам [15], причем условия нормирования для дискретных значений погрешностей определяется также выражением

$$\sum_{i=1}^N \tilde{w}_i(\Delta x_i) = 1, \quad (2.5)$$

где $\tilde{w}_i(\Delta x_i)$ - относительная частота i -го дискретного значения погрешности Δx_i .

При решении задач точности радиосистем прежде всего при метрологической аттестации их элементов и блоков не всегда возможно задание такой полной, универсальной характеристики, как плотность распределения погрешностей. Поэтому целесообразнее использовать обобщенные числовые характеристики функций распределения в соответствии с ГОСТ 8.011-72.

Характеристика центра группирования погрешностей - математическое ожидание, определяется по формулам:

для непрерывных величин погрешностей -

$$M[\Delta x] = m_{\Delta x} = \int_{-\infty}^{\infty} \Delta x \cdot w_{\Delta x}(\Delta x) d(\Delta x), \quad (2.6, a)$$

для дискретных величин погрешностей -

$$M[\Delta x] = m_{\Delta x} = \sum_{i=1}^N \Delta x_i \cdot \tilde{w}_i(\Delta x_i). \quad (2.6, b)$$

Из определения центра группирования погрешностей вытекает строгое понятие систематической и случайной составляющей погрешностей.

Систематическая погрешность устройства представляет математическое ожидание погрешности и обусловлена влиянием на него строго определенных факторов, воздействующих вполне определенным образом.

Случайная погрешность устройства - разность между значением погрешности и ее математическим ожиданием:

$$\Delta x = \Delta x - m_{\Delta x} = \Delta_{сл}. \quad (2.7)$$

Случайные погрешности устройства в таком аспекте - всегда центрированные величины.

С точки зрения нормирования по ГОСТ 8.009-72, 8.011-72 важными характеристиками погрешностей являются характеристики рассеивания и асимметрии.

Характеристики рассеивания и асимметрии определяются центральными моментами k -го порядка случайных погрешностей, соответственно:

для непрерывных значений погрешностей -

$$\mu_k[\Delta x] = \int_{-\infty}^{\infty} [\Delta x - m_{\Delta x}]^k w_{\Delta x}(\Delta x) d(\Delta x), \quad (2.8, a)$$

для дискретных значений погрешностей -

$$\tilde{\mu}_k[\Delta x] = \sum [\Delta x_i - m_{\Delta x}]^k \tilde{w}_i(\Delta x_i). \quad (2.8, b)$$

Рассеивание случайных погрешностей характеризуется центральным моментом второго порядка $k = 2$, называемым дисперсией.

Вычисление дисперсий погрешностей производится по формулам:

для непрерывных случайных погрешностей -

$$D[\Delta x] = \int_{-\infty}^{\infty} (\Delta x - m_{\Delta x})^2 w_{\Delta x}(\Delta x) d(\Delta x), \quad (2.9, a)$$

для экспериментальных дискретных величин погрешностей -

$$\tilde{D}^*[\Delta x] = \sum_{i=1}^n (\Delta x_i - \tilde{m}_{\Delta x})^2 \tilde{w}_i(\Delta x_i) \quad (2.9, \text{б})$$

При нормировании и оценке погрешностей удобнее пользоваться среднеквадратичным отклонением, имеющим размерность самой погрешности:

$$\sigma_{\Delta x} = \sqrt{D[\Delta x]} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta x_i - \tilde{m}_{\Delta x})^2}{n}} \quad (2.10)$$

Асимметрию и форму функции распределения характеризует коэффициент асимметрии:

$$K_A = \frac{\mu_3[\Delta x]}{\sigma_{\Delta x}^3} \quad (2.11)$$

Форму плосковершинности кривой плотности распределения погрешностей определяет характеристика случайной величины, называемая эксцессом:

$$\epsilon_{\Delta x} = \frac{\mu_4(\Delta x)}{\sigma_{\Delta x}^4} - 3 \quad (2.12)$$

Для нормального закона $\epsilon_{\Delta x} = 0$, и поэтому кривые более островершинные по сравнению с нормальным законом, обладают положительным эксцессом, а более плосковершинные - отрицательным.

Важными характеристиками погрешностей, нормируемыми по ГОСТ 8.011-72, являются характеристики их случайных величин: вероятность попадания в заданный интервал погрешностей и поле рассеивания погрешностей.

Вероятность попадания значений погрешности в заданный интервал определяется выражением

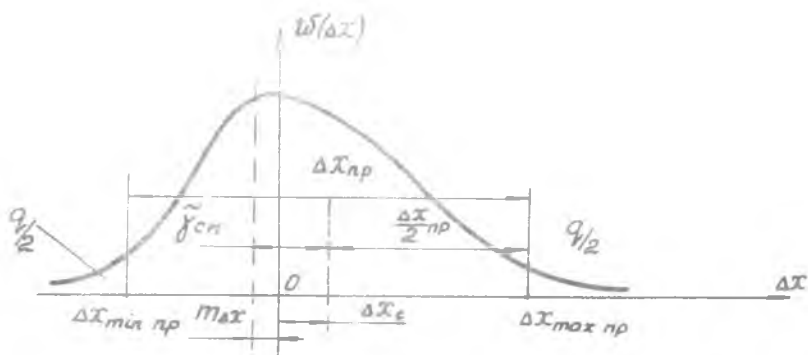
$$P\{\Delta x_a \leq \Delta x \leq \Delta x_b\} = \int_{\Delta x_a}^{\Delta x_b} w_{\Delta x}(\Delta x) d(\Delta x) \quad (2.13)$$

Предельное поле рассеивания погрешности $2\lambda_0$ определяется из условия того, что значения случайной погрешности с вероятностью q находятся вне некоторого интервала (рис. 2.1):

$$P\{\Delta x \leq \Delta x_a; \Delta x \geq \Delta x_b\} = q \quad (2.14, \text{а})$$

и дополнительного условия

$$P\{\Delta x \leq \Delta x_a\} = P\{\Delta x \geq \Delta x_b\} = \frac{q}{2} \quad (2.14, \text{б})$$

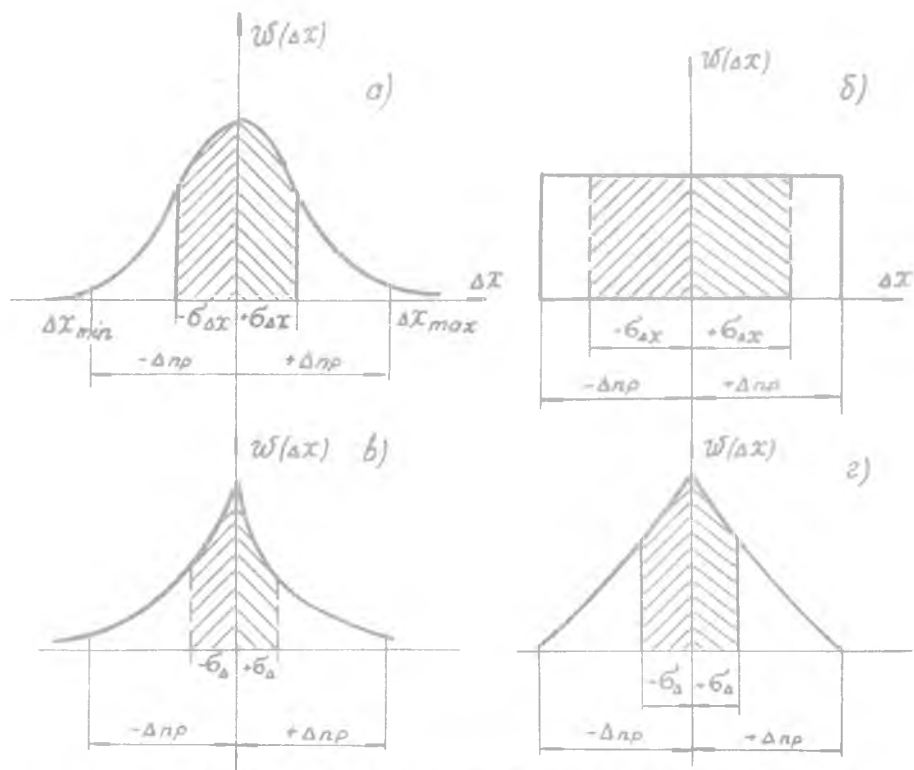


Р и с. 2.1. Характеристики полей допусков и распределения значений погрешностей

Предельное поле рассеивания также важно при суммировании погрешностей в качестве обобщенной характеристики функции распределения.

Среднеквадратичное отклонение (СКО) не для всех законов адекватно характеризует вероятность значений погрешностей вне интервала $m_{\Delta x} \pm 3\sigma_{\Delta x}$, что показано на рис. 2.2 и значениями доверительных вероятностей хвостов в табл. 2.1.

Из табл. 2.1 и рис. 2.2 видно, что характеристика рассеивания $\sigma_{\Delta x}^2$ не может однозначно определять допустимые интервалы погрешностей при заданной вероятности. Однако согласно методике [2] при оценке допусков на погрешности радиоустройств можно использовать характеристики, приведенные в табл. 2.1, совместно с параметрами предельного поля рассеивания.



Р и с. 2.2. Области $m_{\Delta} \pm \sigma_{\Delta}$ поля рассеивания для различных законов распределения: а) нормального; б) равномерного; в) экспоненциального симметричного; г) Симпсона

Т а б л и ц а 2.1

Закон распределения	Аналитическое выражение плотности распределения	Числовые характеристики	Доверительные интервалы	Теоретические значения доверительной вероятности хвостов
Нормальный	$w(\Delta x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_{\Delta x}} \times$ $\times e^{-\frac{(\Delta x - m_{\Delta x})^2}{2\sigma_{\Delta x}^2}}$		$\pm \sigma_{\Delta}$ $\pm 2\sigma_{\Delta}$ $\pm 3\sigma_{\Delta}$	0,32 0,045 0,003

Закон распределения	Аналитическое выражение плотности распределения	Числовые характеристики	Доверительные интервалы	Теоретические значения доверительной вероятности хвостов
Равномерный	$w(\Delta x) = \begin{cases} 0; & \Delta x < m_{\Delta} - \ell \\ & \Delta x > m_{\Delta} + \ell \\ \frac{1}{2\ell}; & m_{\Delta} - \ell \leq \Delta x \leq m_{\Delta} + \ell \end{cases}$	$D_{\Delta} = \sigma_{\Delta}^2 = \frac{\ell^2}{3}$ $m_{\Delta x}$	$\pm \sigma_{\Delta}$ $\pm 2\sigma_{\Delta}$ $\pm 3\sigma_{\Delta}$	0,4 0 0
Симпсона (треугольный)	$w(\Delta x) = \begin{cases} 0; & \Delta x > \ell \\ \frac{e - \Delta x }{\ell^2}; & \Delta x \leq \ell \end{cases}$	$m_{\Delta x} = 0$ $D_{\Delta} = \sigma_{\Delta}^2 = \frac{2}{3}\ell^2$	$\pm \sigma_{\Delta}$ $\pm 2\sigma_{\Delta}$ $\pm 3\sigma_{\Delta}$	0,36 0,04 0
Релея	$w(\Delta x) = \begin{cases} \frac{\Delta x}{c^2} e^{-\frac{\Delta x^2}{2c^2}} & \text{при } \Delta x > 0 \\ 0, & \text{при } \Delta x < 0 \end{cases}$	$m_{\Delta x} = 1,25c$ $D_{\Delta} = (2 - \frac{\pi}{2})c^2$	$\pm \sigma_{\Delta}$ $\pm 2\sigma_{\Delta}$ $\pm 3\sigma_{\Delta}$	0,33 0,04 0,006
Максвелла	$w(\Delta x) = \begin{cases} \frac{\Delta x^2}{c^3} \sqrt{\frac{2}{\pi}} e^{-\frac{\Delta x^2}{2c^2}} & \text{при } \Delta x > 0 \\ 0, & \text{при } \Delta x < 0 \end{cases}$	$m_{\Delta} = 1,6c$ $D_{\Delta} = (3 - \frac{8}{\pi})c^2$	$\pm \sigma_{\Delta}$ $\pm 2\sigma_{\Delta}$ $\pm 3\sigma_{\Delta}$	0,32 0,05 0,005
Экспоненциальный симметричный	$w(\Delta x) = \frac{1}{2} e^{- \Delta x /c}$	$m_{\Delta} = 0$ $D = 2c^2$	$\pm \sigma_{\Delta}$ $\pm 2\sigma_{\Delta}$ $\pm 3\sigma_{\Delta}$	0,24 0,06 0,01

$\Delta x_{\min}, \Delta x_{\max}$ - наименьшее и наибольшее значения погрешностей, соответствующие границам практически предельного поля рассеивания;

середина поля рассеивания -

$$\Delta x_l = \frac{\Delta x_{\min} + \Delta x_{\max}}{2}, \quad (2.15)$$

поле рассеивания -

$$\lambda = \Delta x_{\text{пред}} = (\Delta x_{\text{макс}} - \Delta x_{\text{мин}}) / 2 \quad (2.16, a)$$

половина поля рассеивания -

$$\lambda = \frac{\Delta x_{\text{пред}}}{2} = \frac{(\Delta x_{\text{макс}} - \Delta x_{\text{мин}})}{2}, \quad (2.16, b)$$

координата середины поля рассеивания относительно математического ожидания -

$$\lambda_{\text{ср}} = \Delta x_{\text{ср}} - m_{\Delta x} \quad (2.17)$$

В соответствии с требованиями ГОСТ 8.011-72, I6273-70 для аттестации измерительных радиоустройств все описанные характеристики законов распределения и поля рассеивания представляются в относительной размерности.

С учетом принятых обозначений и терминов определяются следующие характеристики законов распределения погрешностей.

Коэффициент относительной асимметрии -

$$\alpha_{\Delta x} = \frac{m_{\Delta x} - \Delta x_{\text{ср}}}{\Delta x_{\text{пред}}} \quad (2.18)$$

Относительное среднеквадратическое отклонение -

$$\sigma_{\Delta x} = \frac{\sigma_{\Delta x}}{\Delta x_{\text{пред}}/2} = \frac{\sigma_{\Delta x}}{\lambda/2}, \quad (2.19)$$

коэффициент относительного рассеивания -

$$R_i = \frac{\sigma_{\Delta x}}{\sigma_n}, \quad (2.20)$$

где σ_n - относительное среднее квадратическое отклонение для нормального закона, принимаемого в качестве эталонного.

С учетом выражений (2.15 - 2.20) систематическая составляющая погрешностей устройства, представляемая по ГОСТ 8.011-77, определяется по формуле

$$\nu_{\beta} = \beta_{\text{с}} - m_{\beta} + \alpha_{\Delta x} \cdot \lambda / 2. \quad (2.21)$$

В соответствии с ГОСТ 8.011-72 допустимый интервал погрешности, в котором суммарная погрешность результата измерения

$\nu_{\beta} - k_i \sigma_{\Delta} \leq \beta_{\text{дон}} = \beta_{\Sigma} \leq \nu_{\beta} + k_i \sigma_{\Delta}$ находится с устанавливаемой доверительной вероятностью, определяется по характеристикам поля рассеивания следующим образом:

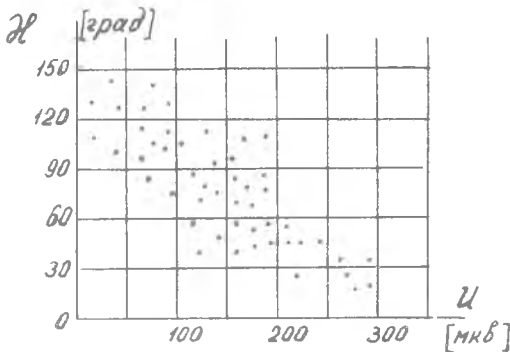
$$P_{доб} \{ \beta_{\Sigma} - k_{\Sigma} \sigma_{\Delta} < \beta_{пол} < \beta_{\Sigma} + k_{\Sigma} \sigma_{\Delta} \} = 1 - q; \quad (2.22)$$

$$P_{зад} \{ |\beta_{\Sigma}| > \beta_{пред} = \lambda \} = q.$$

ПРИМЕР 2.1. В тракте усиления радиодальномера из-за колебаний сигнала ΔU в точке приема и регулировки оператором ручки x приемного устройства возникает погрешность. Эта погрешность определения дальности $\Delta \tau_R$, измеряемая по длительности приема сообщения τ_R , согласно выражению (1.9) является функцией зависимых переменных ΔU и x :

$$\sigma_{\Delta \tau_R} = f_1(\Delta U, x).$$

Распределение возможных значений ΔU , погрешностей $\Delta \tau_R(x)$ и точечная диаграмма зависимостей $x = f_2(\Delta U)$ по данным [II] представлены в табл. 2.2 и рис. 2.3.



Р и с. 2.3. Точечная диаграмма величин x и ΔU

Необходимо найти точностные характеристики усилителя радиодальномера:

и вероятность нахождения погрешности в пределах допуска $-0,05 \text{ мкс} < \sigma_{\Delta \tau_R}$.

РЕШЕНИЕ. По данным, представленным в табл. 2.2, определим вероятность нахождения погрешности в заданном допуске как отношение числа значений, для которых $|\Delta \tau_R| < 0,05$, к общему числу опытов:

$$P \{ -0,05 < \Delta \tau_R < 0,05 \} = \frac{n[\Delta \tau_R < 0,05]}{N} = \frac{43}{50} = 0,86.$$

по представленным данным интервалов уровней $\Delta \tau_R = 50$ всех $i = 1 \dots 5$ и зависимости точечной диаграммы $x = f_2(\Delta U_i)$ для каждого из четырех интервалов погрешностей в диапазоне $-0,1 < \Delta \tau_R < 0,1$ находим распределение погрешностей $\bar{w}_i(\Delta \tau_{R_i})$:

$$\bar{w}_1[\Delta \tau_{R_1}] = \frac{n[\Delta \tau_{R_1}]}{N} = \frac{5}{50} = 0,1;$$

$$\bar{w}_2[\Delta \tau_{R_2}] = \frac{n[\Delta \tau_{R_2}]}{N} = \frac{14}{50} = 0,28;$$

$$\bar{w}_3[\Delta \tau_{R_3}] = \frac{n[\Delta \tau_{R_3}]}{N} = \frac{26}{50} = 0,52;$$

Т а б л и ц а 2.2

Номер интервала	Границы интервала нап-ряжения	Количество опытов в ин-тервале	Погрешность усилителя радиодальномера в каждом опыте, мкс				
			Положение ручки регулировки усиления				
			0° -30°	30° -60°	60° -90°	90° -120°	120° -150°
1	0-50	5				-0,05 -0,04	-05 -0,07 -0,09
2	50-100	10			0 0,01	-0,01 -0,04 -0,03 -0,02 -0,05	-0,07 -0,06 -0,08
3	100-150	10		0,03 0,04 0,02	0,01 0,01 0,04 0,02	-0,01 -0,02 -0,03	
4	150-200	15		0,03 0,03 0,02 0,02 0,04 0,04	0 0 0,01 0,01 0,01 0,02	-0,01 -0,05 -0,03	
5	200-250	5	0,06	0,03 0,03 0,05 0,01			
6	250-300	5	0,05 0,06 0,07	0,02 0,04			

$$\tilde{w}_4[\Delta \tau_{R_4}] = \frac{n[\Delta \tau_{R_4}]}{N} = \frac{5}{50} = 0,1.$$

Приняв в качестве $\Delta \tau_{R_i}$ значения погрешностей, соответствующие серединам этих интервалов, по формулам (2.16; 2.17) находим числовые характеристики погрешностей усилителя радиодальномера:

$$\tilde{m}_{\Delta \tau_R} = -0,075 \cdot 0,1 - 0,025 \cdot 0,28 + 0,025 \cdot 0,52 + 0,075 \cdot 0,1 = 0,006 \text{ мкс};$$

$$\begin{aligned} D_{\Delta \tau_R} &= (-0,075 - 0,006)^2 \cdot 0,1 + (-0,025 - 0,006)^2 \cdot 0,28 + (0,025 - 0,006)^2 \cdot 0,52 + \\ &+ (0,075 - 0,006)^2 \cdot 0,1 = 15,7 \cdot 10^{-4} = 16 \cdot 10^{-4}; \end{aligned}$$

$$\tilde{\sigma}_{\Delta \tau_R} = 0,04 \text{ мкс}.$$

На практике обычно пользуются характеристиками для нормального закона распределения погрешностей при следующих сочетаниях исходных данных:

для авиационной и ракетной техники

$$q = 0,001, P_{\text{доф}} = 1 - q = 0,999;$$

$$\lambda_B \geq 6\sigma_\Delta, \lambda/2 \geq 3\sigma_B;$$

для измерительных средств в машиностроении

$$q = 0,0027; P_{\text{доф}} = 1 - q = 0,9973, \text{ при } \lambda_B = 6\sigma_\Delta,$$

$$\text{или } q = 0,05; P_{\text{доф}} = 1 - q = 0,95, \text{ при } \lambda_{B,2} = 2\sigma_\Delta.$$

Однако значения q и соответствующие им $P_{\text{доф}}$ должны быть более обоснованными, например, определяться на основе статистических характеристик объекта измерений и условий эксплуатации и с учетом показателей надежности средств измерений.

В прил. I представлены описанные выше характеристики (2.20; 2.27; 2.16; 2.17) для стандартных аппроксимаций (основных видов) функций распределений погрешностей, вычисленных в работе [2]. Используя стандартные аппроксимации функций распределения частных погрешностей звеньев радиоизмерительных систем, важно определить суммарную композицию, числовые характеристики распределения и допустимый интервал суммарной погрешности. Этим вопросам посвящаются следующие разделы данного пособия.

2.2. Определение числовых характеристик статистических составляющих погрешностей систем и законов их распределения

Вероятностная оценка погрешностей блоков измерительных радиосистем, представленных на рис. 1.2, по описанным выше показателям производится путем решения задач в следующей последовательности:

определение числовых вероятностных характеристик и законов распределения частных погрешностей;

выявление дестабилизирующих факторов, воздействующих на параметры системы, и статистической связи между погрешностями от этих факторов;

определение числовых показателей и доверительных интервалов результирующих погрешностей блоков.

Для определения числовых характеристик случайных составляющих погрешностей (2.27 - 2.10) измерительных звеньев радиосистем можно воспользоваться формулами статистической обработки результатов наблюдений [15].

Для вычисления приближенного значения математического ожидания целесообразно принять среднее арифметическое значение (выборочное среднее) результатов измерений:

$$m_{\Delta x} = \tilde{m}_{\Delta x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta x_i, \quad (2.23)$$

а в качестве среднеквадратического отклонения использовать выборочный стандарт:

$$\tilde{\sigma}_{\Delta x} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta x_i - \tilde{m}_{\Delta x})^2}{n-1}}, \quad (2.24)$$

где n - объем выборки наблюдений, число экспериментальных данных.

Надежность оценки приближенных числовых характеристик погрешностей (2.23; 2.24) при принятой ошибке $\delta = \frac{\tilde{\sigma}_{\Delta x}}{\tilde{m}_{\Delta x}}$ зависит от объема выборки n и проверяется по распределению Стьюдента или по χ^2 - распределению:

$$P\left\{ \tilde{m}_{\Delta x} - \frac{\tilde{\sigma}_{\Delta x}}{t_B} \leq \tilde{m}_{\Delta x} \leq \tilde{m}_{\Delta x} + \frac{\tilde{\sigma}_{\Delta x}}{t_B} \right\} = \Phi(t), \quad (2.25)$$

где $t_B = \frac{t_{\alpha} \sqrt{n}}{s}$, а $\Phi(t)$ - есть интеграл, вычисляемый по таблицам.

Например, по результатам $n = 20$ измерений вычислено, что

выборочный стандарт с надежностью $\rho = 0,99$ заключен между числами $0,0041 \leq \sigma_{\Delta} \leq 0,0145$ при $\rho = 0,99$.

Если надежность оценки повысить до $\rho = 0,999$ и увеличить точность вычисления ξ_{β} до 10%, то надо произвести $n = 600$ измерений, т.е. для $n = 600$ $0,00931 \pm 0,1 \sigma_{\Delta} \leq 0,00931 \pm 0,1 \sigma$ при $\rho = 0,999$.

ПРИМЕР 2.2. Определить числовые характеристики погрешностей в тракте усиления радиодальномера, для которого задержка в сообщении выражается линейной функцией от напряжения питания:

$$\Delta R = A_j (E - 115).$$

Числовые характеристики напряжения питания

$$m_E = 115B, \quad \sigma_E = 5B,$$

а значения ΔR для шести радиодальномеров представлены в табл.2.3

Т а б л и ц а 2.3

	j	1	2	3	4	5	6
M/B	A_j	2,1	2,32	2,65	2,79	2,87	3.24
M	$\sigma_{\Delta R}$	10,5	11,6	13,5	13,9	14,5	16,4

РЕШЕНИЕ. По известным свойствам определения математического ожидания и дисперсии для линейных функций находим числовые характеристики погрешностей в тракте усиления каждого радиодальномера.

Если $y = kx$ и $k = const$, то $m_y = k m_x$ и $D_y = k^2 D_x$. Тогда $M_{\Delta R} = A_i [m_E - 115] = 0$, а значения средних квадратов отклонений погрешностей в тракте усиления $\sigma_{\Delta R} = A_i \sigma_E$ и представлены в таблице.

ПРИМЕР 2.3. Известно, что дисперсия погрешности устройства изменяется в диапазоне $D_{\Delta x} = 0,064 \pm 0,032$.

О п р е д е л и т ь, при каком числе n - измерений, объеме выборки можно оценить данную числовую характеристику с заданным доверительным отклонением $\xi_{\beta} = t_{\beta} \sigma_{\Delta x} = 0,0725$ и надежностью оценки $\rho_{\beta} = 0,9$.

Из известного соотношения (2,25)

$$\xi_{\beta}^2 = \frac{t_{\beta}^2 \sigma_{\Delta x}^2}{n} = \frac{t_{\beta}^2 D_{\Delta x}}{n}$$

выражаем зависимость „ n “ для данных условий оценки

$$n = \frac{t_{\beta}^2 D_{\Delta x}}{\xi_{\beta}^2}$$

По таблице значений коэффициентов t_{β} при заданной доверительной вероятности $P_{\beta} = 0,9$ для $n \rightarrow \infty$ находим значение $t_{\beta} = 1,6$. Подставляя все известные данные, находим n :

$$n = \frac{1,6^2 \cdot 0,064}{0,0725^2} = 312 = 310.$$

Для построения функции распределения погрешностей можно использовать эмпирические данные и известные зависимости между преобразуемыми сигналами и воздействующими помехами.

Рассмотрим определение условного распределения погрешностей радиодальномера от скорости летательного аппарата. Для нахождения распределения условной вероятности $P(\Delta R/v_i)$ необходимо знать число возможных значений параметра v_i внутри i -го интервала, которое определяется

$$n_i = N P^*(v_i), \quad (2.26)$$

где N — общее число известных значений v_i на всем диапазоне наблюдения;

$P^*(v_i)$ — вероятность наблюдения значений на i -м интервале.

Для всех значений параметра v определяются соответствующие значения ΔR по функциональной зависимости или эмпирическим данным. Установив соотношения между значениями v_i i -го интервала и соответствующими им ΔR_j j -го интервала, значение искомой вероятности определяется так:

$$P(\Delta R_j/v_i) = \frac{n_{ji}(\Delta R_j)}{n_i(v_i)}, \quad (2.27)$$

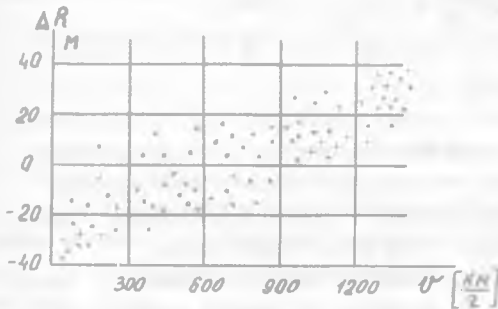
где $n_{ji}(\Delta R_j)$ — число точек экспериментальных данных, находящихся на пересечении интервалов ΔR_j и v_i .

Проиллюстрируем пример, описанный в работе [10].

ПРИМЕР 2.4. Найти распределение погрешностей ΔR счетно-решающего прибора дальномера, эмпирическая зависимость которых от скорости летательного аппарата v изображена на рис. 2.4. Известно также распределение вероятности скорости летательного аппарата $P(v_i)$ (табл. 2.4).

Т а б л и ц а 2.4

i	1	2	3	4	5
v_i км/ч	0 - 300	300 - 600	600 - 900	900 - 1200	1200 - 1500
$P_i^*(v_i)$	0,05	0,25	0,36	0,24	0,1



Р и с. 2.4. Точечная диаграмма зависимости погрешностей вычислительного устройства от скорости ЛА

скорости $v_i = 0 - 300$ км/ч равна отношению

$$P(\Delta R_i / v_i) = \frac{n_j(\Delta R_i = -40 \div -20)}{n_i(v_i = 0 \div 300)} = \frac{10}{16}$$

Аналогично найденные значения по всем остальным интервалам представлены в табл. 2.5.

РЕШЕНИЕ. Разобьем диапазон представленных значений погрешностей ΔR на четыре интервала по $\Delta R_i = 20$ м.

Для каждого из этих интервалов погрешности ΔR_i , используя исходные данные рис. 2.4 и табл. 2.4, согласно (2.26; 2.27) вычисляем условные вероятности $P(\Delta R_i / v_i)$. Например, вероятность ошибки от $-40 - -20$ м при

Т а б л и ц а 2.5

j	1	2	3	4
$\Delta R_j, \text{ м}$	-40 - -20	-20 - 0	0 - 20	20 - 40
$P(\Delta R_j / v_1)$	10/16	5/16	1/16	0
$P(\Delta R_j / v_2)$	1/16	10/16	5/16	0
$P(\Delta R_j / v_3)$	0	7/16	9/16	0
$P(\Delta R_j / v_4)$	0	0	12/16	4/16
$P(\Delta R_j / v_5)$	0	0	3/16	13/16

Используя вычисленные условные вероятности погрешностей ΔR_i для расчетов их безусловных характеристик по выражению (2.10) и представив найденные значения вероятностей в виде статистического ряда (2.13), определяем закон распределения погрешностей радиодальномера по следующему соотношению:

$$P(\Delta R_j) = \sum_{i=1}^n P^*(v_i) P(\Delta R_j / v_i) \quad j = 1 \dots m;$$

$$\tilde{w}_1(\Delta R) = P(\Delta R_1) = 0,05 \frac{10}{16} + 0,25 \frac{1}{16} = 0,046;$$

$$\tilde{w}_2(\Delta R) = P(\Delta R_2) = 0,05 \frac{5}{16} + 0,25 \frac{10}{16} + 0,36 \frac{7}{16} = 0,329;$$

$$\tilde{w}_3(\Delta R) = P(\Delta R_3) = 0,05 \frac{1}{16} + 0,25 \frac{5}{16} + 0,36 \frac{9}{16} + 0,24 \frac{12}{16} + 0,1 \frac{3}{16} = 0,485;$$

$$\tilde{w}_4(\Delta R) = P(\Delta R_4) = 0,24 \frac{4}{16} + 0,1 \frac{13}{16} = 0,141;$$

$$\sum_{j=1}^m \tilde{w}_j(\Delta R_j) = 1,001 = 1.$$

В случае большого числа эмпирических данных и контролируемых параметров использование данных методов практически невозможно.

В таком случае должны использоваться более совершенные эффективные статистические методы, о чем речь пойдет ниже.

Рассмотрим распределение погрешностей для функционально зависимых переменных, преобразуемых сигналов по тракту радиосистем.

Если известна плотность ошибки $w_{\Delta x}(x)$, мультипликативно воздействующей на звено с функцией преобразования $y = f(x) = x^2$, то распределение погрешности на выходе этого звена определяется зависимостью

$$w_{\Delta y} = w_{\Delta x}(x) \frac{1}{f'(x)} = w_{\Delta x}(x) [f'(y)]^{-1}. \quad (2.28)$$

ПРИМЕР 2.5. Линейно зависимая погрешность после тракта усиления $\Delta x = kx$ поступает на вход квадратирующего устройства радиодальномера с функцией преобразования

$$y = f(x) = x^2.$$

Известно, что погрешность $w_{\Delta x}(x)$ распределена равномерно в диапазоне изменения погрешностей:

$$\Delta x_{\max} = k(x_{\max} - x_{\min}) = 1 \text{ мВ};$$

$$w_{\Delta x}(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } \Delta x < 0 \quad \Delta x > 1 \\ 1 & \text{при } 0 \leq \Delta x \leq 1. \end{cases}$$

Найти плотность распределения зависимой трансформированной погрешности.

По формуле (2.28) в интервале $0 \ll \Delta x \ll 1$ или $0 \ll \Delta y \ll 1$

$$w_{\Delta y} = w_{\Delta x} \frac{1}{2\Delta x} = \frac{1}{2\sqrt{\Delta y}} = \frac{1}{2\Delta x},$$

где $\frac{1}{\Delta x} = [f^{-1}(\Delta y)]' = \frac{1}{\sqrt{\Delta y}}$.

Построим график плотности распределения вероятностей $w(\Delta y)$ зависимой погрешности Δy , для чего разобьем интервал независимой переменной $0 \ll \Delta x \ll 1$ на $n = 10$.

Тогда

$$\Delta x_0 = \frac{\Delta x_{\max}}{n} = 0,1, \quad \Delta x_i = i\Delta x_0 + \frac{\Delta x_0}{2}, \quad i = 0 \dots n = 10,$$

а дискретные значения плотности распределения

$$\tilde{w}_i(\Delta y_i) = \frac{1}{2\Delta x_i} = \frac{1}{2\sqrt{\Delta y_i}}$$

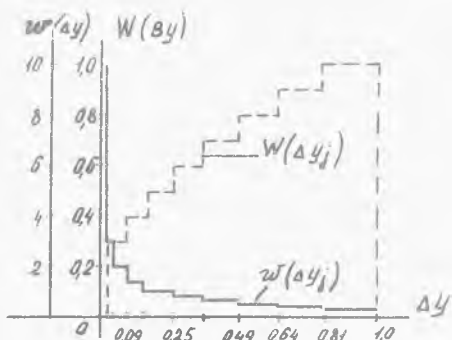
и интегральной функции определяются соответственно:

$$\tilde{W}(\Delta y_i) = \sum_{k=1}^i \tilde{w}_k(\Delta y_k) \Delta y_k = \sqrt{\Delta y_i}.$$

По принятым исходным данным вычислены значения плотности и интегральной функции распределения трансформированной погрешности Δy_i , расчеты представлены в табл. 2.6, а гистограммы изображены на рис. 2.5.

Т а б л и ц а 2.6

№ интервала	$\Delta x_{i+1} - \Delta x_i = \Delta x_0$	$\Delta x_i = i\Delta x_0 + \Delta x_0/2$	$\tilde{w}_i(\Delta x_i)$	Δy_{i1}	Δy_{i2}	$(\Delta y_{i2} - \Delta y_{i1})$	$\tilde{w}_i(\Delta y_i)$	$W(\Delta y_i)$
	MB		MB					
$i = 0, 1 \dots 9$								
1	0,1	0,05	1	0	0,01	0,1	10,00	0,1
2	0,1	0,15	1	0,01	0,04	0,03	3,33	0,2
3	0,1	0,25	1	0,04	0,09	0,05	2,00	0,3
4	0,1	0,35	1	0,09	0,16	0,07	1,43	0,3
5	0,1	0,45	1	0,16	0,25	0,09	1,11	0,4
6	0,1	0,55	1	0,25	0,36	0,11	0,91	0,5
7	0,1	0,65	1	0,36	0,49	0,13	0,77	0,6
8	0,1	0,75	1	0,49	0,64	0,15	0,67	0,7
9	0,1	0,89	1	0,64	0,81	0,17	0,59	0,8
10	0,1	0,95	1	0,81	1,0	0,19	0,53	1,0



Р и с. 2.5. Гистограммы распределения функции погрешностей $\Delta U = (\Delta x)^2$ при равномерном распределении Δx

С точки зрения оценки характеристики поля рассеивания погрешностей, рассмотрим задачу оценки ее доверительных интервалов. Эта задача является обратной рассмотренной в примере 2.1 и формулируется следующим образом.

Известен закон распределения $w(\Delta x)$ значений погрешностей Δx . Задана допустимая вероятность $P_{зад} \{ |\Delta x| > \Delta_{пред} \} = q$ согласно (2.22) тому, что значение погрешности может быть вне границ поля допуска. Требуется найти такие характеристики поля допуска, чтобы вероятность не превышала их допустимого значения:

$$P_{доп} \{ \lambda_{мин} \leq \sigma_{доп} \leq \lambda_{макс} \} = 1 - q = \int_{\lambda_{мин}}^{\lambda_{макс}} w(\Delta) d(\Delta x).$$

Решение задачи рассмотрим на следующем примере [3].

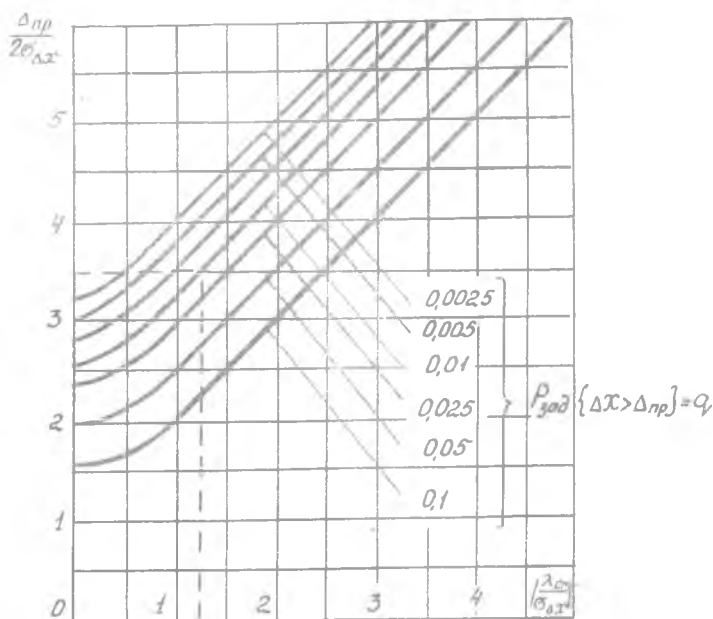
ПРИМЕР 2.6. Значения погрешностей в приемном устройстве дальномера ΔU распределены по нормальному закону с параметрами $m_{\Delta U} = -2,5\sigma$, $\sigma_{\Delta U} = 2\sigma$. Определить, при какой величине половины симметричного поля допуска $\frac{\Delta U_{пред}}{2}$ вероятность выхода значений параметра за его границы (рис. 2.1) будет не более $q = 0,01$.

РЕШЕНИЕ. Находим нормированное отношение в соответствии с (2.15-2.17):

$$k_c = \frac{|\lambda_{cm}|}{\sigma_{\Delta U}} = \frac{|\Delta U_c - m_{\Delta U}|}{\sigma_{\Delta U}} = \frac{2,5}{2} = 1,25,$$

так как $\Delta \tilde{U}_c = 0$ для симметричного поля.

По номограмме рис. 2.6, представленной согласно работе [3], находим точку пересечения $P_{зад} = q = 0,01$ для нормального закона и



Р и с. 2.6. Номограмма зависимостей $\frac{\Delta np}{2\sigma_{\Delta x}} = F(\sigma/\sigma_{\Delta x}; P_3)$ для нормального закона распределения погрешностей

координаты $\frac{|\lambda_{cm}|}{\sigma_{\Delta x}} = 1,25$. Этой точке соответствует значение координаты $\frac{\Delta U_{np}}{2\sigma_{\Delta}} = 3,5$, откуда вычисляем $\Delta U_{np}/\rho = 3,5 \times 2 \text{ В} = 7 \text{ В}$.

Из приведенных соотношений (2.9; 2.10; 2.14 - 2.22), характеризующих вероятностные показатели оценки погрешностей звеньев и блоков измерительных трактов радиосистем, видно, что важной характеристикой является дифференциальная функция распределения их погрешностей. Проиллюстрированные примеры 2.1; 2.5; 2.6 наглядно показывают, что в качестве характеристик функций распределения погрешностей звеньев эффективно использовать их стандартные аппроксимации по основным видам, представленным в табл. II.

В соответствии с этим по результатам работ [I], [9], [II], [I2], [I3], а также на основе анализа физических принципов функционирования и условий эксплуатации блоков радиосистем в табл. II представлены классификационные характеристики законов распреде-

ления погрешностей для основных типовых звеньев. Представленная таблица, очевидно, должна дополняться характеристиками законов распределения погрешностей существующих типов звеньев радиоизмерительных систем и их возможных модификаций.

По известным метрологическим характеристикам звеньев, например: функции преобразования, назначению области применения или условиям эксплуатации - согласно данной таблице выбирается вид закона распределения погрешностей, характерный для данного звена.

2.3. Суммирование числовых характеристик статистических погрешностей измерительных цепей

Все рассмотренные понятия и вероятностные характеристики частных погрешностей отдельных звеньев, блоков систем справедливы и для их суммарной погрешности, что регламентируется ГОСТ 8.009-72, 8.011-72 при аттестации выходных метрологических показателей измерительных трактов. В связи с этим возникает задача оценки суммарной погрешности по описанным и вычисленным показателям составляющих ее погрешностей.

На практике распространенным было оперирование со средними квадратическими погрешностями звеньев или их дисперсиями, которые получались непосредственно при статистической обработке результатов измерений. В этом случае подкупает простота расчетов, заключающаяся в том, что осуществлялось суммирование средних квадратических погрешностей звеньев (корень квадратный из суммы квадратов):

$$\sigma_{\Delta x} = \sqrt{\sigma_{\Delta x_1}^2 + \sigma_{\Delta x_2}^2 + \dots + \sigma_{\Delta x_i}^2 + \dots + \sigma_{\Delta x_n}^2}. \quad (2.29)$$

В итоге определяется среднеквадратическое отклонение суммарной совокупности погрешности без учета законов распределения.

Более точным будет определение характеристик погрешностей на основе теорем о вычислении числовых характеристик суммы случайных величин [4], [9], т.е. с учетом их статистической взаимосвязи.

1. Например, числовые характеристики погрешности суммирующих устройств РТС определяются суммой от составляющих ошибок входных параметров:

математическое ожидание -

$$m_{\Delta x} = m_{\Delta x_1} + m_{\Delta x_2} + m_{\Delta x_3}, \quad (2.30)$$

дисперсия для статистически независимых составляющих -

$$D_{\Delta_{\Sigma}} = D_{\Delta x_1} + D_{\Delta x_2} + \dots + D_{\Delta x_3}, \quad (2.31)$$

дисперсия статистически зависимых составляющих погрешностей -

$$D_{\Delta_{\Sigma}} = D_{\Delta x_1} + D_{\Delta x_2} + D_{\Delta x_3} + 2B_{\Delta x_1, \Delta x_2} + 2B_{\Delta x_2, \Delta x_3} + 2B_{\Delta x_1, \Delta x_3}, \quad (2.32)$$

где $B_{\Delta x_i, \Delta x_{i+k}} = \beta_{i, i+k} \sigma_{\Delta x_i} \sigma_{\Delta x_{i+k}}$ - корреляционные моменты случайных составляющих Δx_i и Δx_{i+k}

$\beta_{i, i+k}$ - коэффициент корреляции величин Δx_i и Δx_{i+k} , нормированный момент корреляции.

2. Суммарная погрешность на выходе измерительной цепи представляет комбинационную совокупность составляющих погрешностей

$$\Delta_{\Sigma} = \alpha \Delta x_1 + d \Delta x_2 + c \Delta x_3$$

в зависимости от детерминированных коэффициентов влияния α, d, c .

В таком случае числовые характеристики погрешностей определяются по следующим соотношениям:

математическое ожидание -

$$\bar{m}_{\Delta_{\Sigma}} = \alpha \bar{m}_{\Delta x_1} + d \bar{m}_{\Delta x_2} + c \bar{m}_{\Delta x_3}. \quad (2.33)$$

дисперсия некоррелированных погрешностей -

$$D_{\Delta_{\Sigma}} = \alpha^2 D_{\Delta x_1} + d^2 D_{\Delta x_2} + c^2 D_{\Delta x_3}, \quad (2.34)$$

дисперсия коррелированных составляющих погрешностей -

$$D_{\Delta_{\Sigma}} = \alpha^2 D_{\Delta x_1} + d^2 D_{\Delta x_2} + c^2 D_{\Delta x_3} + 2\alpha d B_{\Delta x_1, \Delta x_2} + 2\alpha c B_{\Delta x_1, \Delta x_3} + 2dc B_{\Delta x_2, \Delta x_3}. \quad (2.35)$$

При функциональном преобразовании сигналов с мультипликативными погрешностями, например, погрешности на выходе множительных устройств, смесителей и др. выражаются зависимостями:

$$\Delta_{\Sigma} = k_1 k_2 \Delta x_1 \Delta x_2; \quad (2.36, a)$$

$$\Delta_{\Sigma} = k_1 k_2 k_3 \Delta x_1 \Delta x_2 \Delta x_3. \quad (2.36, б)$$

Для функционально зависимых погрешностей суммарные числовые характеристики выражаются соотношениями:

математическое ожидание (2.36, a) и (2.26, б), соответственно -

$$m_{\Delta_{\Sigma}} = m_{\Delta x_1} m_{\Delta x_2} k_1 k_2; \quad (2.37, a)$$

$$m_{\Delta\Sigma} = k_1 k_2 k_3 m_{\Delta x_1} m_{\Delta x_2} m_{\Delta x_3}, \quad (2.37, б)$$

дисперсия некоррелированных функционально зависимых погрешностей (2.36, а) и (2.36, б), соответственно:

$$D_{\Delta\Sigma} = D_{\Delta x_1} D_{\Delta x_2} + m_{\Delta x_1}^2 D_{\Delta x_2} + m_{\Delta x_2}^2 D_{\Delta x_1}; \quad (2.38, а)$$

$$D_{\Delta\Sigma} = D_{\Delta x_1} D_{\Delta x_2} D_{\Delta x_3} + m_{\Delta x_1}^2 D_{\Delta x_2} D_{\Delta x_3} + m_{\Delta x_2}^2 D_{\Delta x_1} D_{\Delta x_3} + m_{\Delta x_3}^2 D_{\Delta x_1} D_{\Delta x_2} + \dots + m_{\Delta x_2}^2 m_{\Delta x_3}^2 D_{\Delta x_1}. \quad (2.38, б)$$

В соответствии с рекомендациями ГОСТ 8.009-72 и 8.011-72 определены числовые вероятностные характеристики основной погрешности и дополнительной (функции влияния на основную погрешность) с целью аттестации класса точности блоков и каналов радиоизмерительных систем по выражению (I.26).

Пусть погрешность на выходе измерительной цепи от воздействующих параметров представляется по основной и дополнительной составляющим соотношением:

$$\delta = \delta_0 + \sum_{i=1}^n \xi_i \delta_i + x \left(\sum_{i=1}^n \nu_i \delta_i \right) + x^2 \left(\sum_{i=1}^n z_i \delta_i \right), \quad (2.39)$$

где x - относительное значение выходного сигнала;

δ_i - относительное приведенное значение погрешности i -го звена по параметрам влияния ξ , ν_i и z_i , соответственно.

Для упрощенного отображения зависимости основной погрешности от влияющих параметров представим следующим образом:

$$\delta_{осн} = \delta_{\xi}' + \delta_{\nu}' x + \delta_{z}' x^2. \quad (2.40)$$

Аналогично выражается дополнительная погрешность по воздействующим параметрам и факторам внешних условий:

$$\delta_{доп} = \delta_{\xi}'' + \delta_{\nu}'' x + \delta_{z}'' x^2, \quad (2.41)$$

где δ_{ξ}'' , δ_{ν}'' , δ_{z}'' - составляющие дополнительной погрешности по параметрам цепи ξ , ν , z , соответственно, изменяющихся под воздействием внешних факторов отличных от нормальных условий;

$$\sigma_{\xi}'' = \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n \eta_j \xi_i \sigma_{j_i}'';$$

$$\sigma_{\nu}'' = \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n \eta_j \nu_i \sigma_{j_i}''; \quad \sigma_{z}'' = \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n \eta_j z_i \sigma_{j_i}''.$$

Числовые характеристики основной погрешности в случае возмущающих, независимых параметров цепи определяются согласно выражениям (2.33 - 2.38).

Математическое ожидание основной погрешности по выражению (2.46) -

$$M[\sigma_{осн}] = M[\sigma_0'] + \sum_{i=1}^n M(\xi_i) M(\sigma_i') + \left[\sum_{i=1}^n M(\nu_i) M(\sigma_i') \right] x + \left[\sum_{i=1}^n M(z_i) M(\sigma_i') \right] x^2. \quad (2.42)$$

Дисперсия основной погрешности (2.39) для статистически независимых параметров ξ , ν , z определяется соотношением:

$$D[\sigma_{осн}] = D(\sigma_0') + \sum_{i=1}^n \left\{ D(\sigma_i') D(\xi_i) + M^2(\xi_i) D(\sigma_i') + M^2(\sigma_i') D(\xi_i) \right\} + x^2 \sum_{i=1}^n \left\{ D(\sigma_i') D(\nu_i) + M^2(\nu_i) D(\sigma_i') + M^2(\sigma_i') D(\nu_i) \right\} + x^4 \sum_{i=1}^n \left\{ D(\sigma_i') D(z_i) + M^2(z_i) D(\sigma_i') + M^2(\sigma_i') D(z_i) \right\}. \quad (2.43)$$

Если первичные погрешности звеньев являются случайными величинами, а параметры системы детерминированными, то выражение (2.43) упрощается:

$$D[\sigma_{осн}] = \sum_{i=1}^n (\xi_i^2 + \nu_i^2 x^2 + z_i^2 x^4) D(\sigma_i'). \quad (2.44)$$

Аналогичным образом, подвергая преобразованиям (2.41) с помощью (2.33 - 2.38), получаем выражения математического ожидания и дисперсии дополнительной погрешности, соответственно:

$$M[\sigma_{дон}] = M(\sigma_{\nu}'') x + M(\sigma_{z}'') x^2 + M(\sigma_{\xi}''). \quad (2.45, a)$$

$$D[\sigma_{дон}] = \sum_{i=1}^n \left[(\xi_i'')^2 + x^2 (\nu_i'')^2 + (z_i'')^2 x^4 \right] D(\sigma_i''). \quad (2.45, б)$$

Числовые характеристики основной и дополнительной погрешностей измерительных цепей по выражениям (2.44; 2.45) можно рассматривать как случайные функции x , при $x = const$ - как случайные величины.

В общем случае числовые характеристики полной погрешности по основной и дополнительной ее составляющим следует рассчитывать по выражениям (2.30; 2.32) в виде

$$M_{\Sigma}(\sigma) = M(\sigma_{осн}) + M(\sigma_{дон});$$

$$D_z(\sigma) = D(\sigma_{осн}) + D(\sigma_{доп}) + 2B_{осн доп} \cdot \quad (2.46)$$

Для расчета конкретных числовых характеристик полной погрешности измерительной цепи с целью оценки по выражению (1.30) необходимо установить статистическую зависимость между параметрами ζ_i , ν_i , z_i и факторами η_i .

2.4. Определение суммарной композиции законов распределения составляющих погрешностей системы

Для разработки сложных измерительных систем, состоящих из большого числа блоков, звеньев и работающих в тяжелых условиях эксплуатации, важное значение имеет правильная и эффективная оценка их суммарных погрешностей на стадии проектирования.

Однако, как показано выше, оценка только числовых характеристик суммарной погрешности является необходимым условием, но еще не дает полных сведений о результате измерений: с какой надежностью или доверительной вероятностью осуществляется измерение в заданных допусках.

Для этого необходимо описание суммарного закона распределения или его представления аппроксимирующими коэффициентами.

Суммирование законов распределения частных погрешностей как случайных непрерывных величин теоретически должно осуществляться с помощью методов "свертки" или характеристических функций [16]. По методу "свертки" суммирование законов распределения составляющих осуществляется попарно с помощью интеграла:

$$w(\Delta z) = \int w_1(\Delta x_1) w_2(\Delta z - \Delta x_1) d\Delta x_1, \quad (2.47)$$

если $\Delta x_1, \Delta x_2$ - независимые случайные величины;
 $\Delta z = \Delta x_1 + \Delta x_2$ - суммарная погрешность двух составляющих;

$w_1(\Delta x_1), w_2(\Delta x_2)$ - непрерывные дифференцируемые функции плотности распределений.

При определении суммарного закона "n" составляющих необходимо (n - 1) раз применить метод "свертки", чтобы функции ... $w_1(\Delta x_1)$... $w_n(\Delta x_n)$ аналитически описывались интегрируемыми выражениями.

Для большого числа „ n “ использование этого метода затруднительно, так как приводит к трудоемким вычислениям и его практически нельзя использовать для экспериментальных данных погрешностей.

В работах [I1], [I4] предлагаются методы определения суммарных композиций погрешностей по экспериментальным данным и позволяющие осуществить это путем инженерных расчетов с помощью дерева логических исходов (ДЛИ).

При расчетах по данному методу можно представить характеристики погрешностей ИС экспериментальными гистограммами распределений или парными тройками характеристик аппроксимирующих распределений:

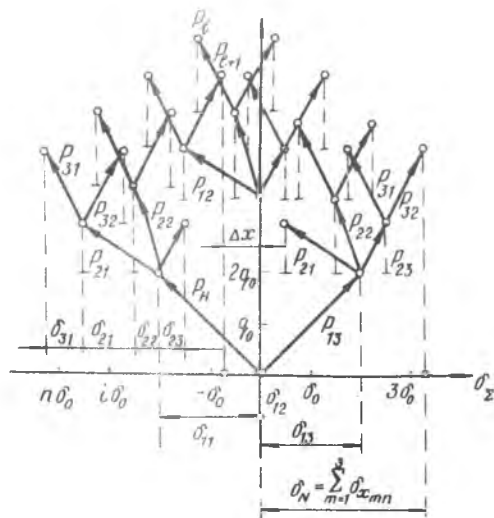
$$\langle P_{j1}; P_{j2}; P_{j3} \rangle; \quad (2.48)$$

$$\langle \sigma_{j1} = m\sigma_j - \sigma_{\sigma_j}; \sigma_{j2} = m\sigma_j; \sigma_{j3} = m\sigma_j + \sigma_{\sigma_j} \rangle,$$

где $\sigma_{j3} - \sigma_{j1} = \sigma_{\sigma_j}$ - ширина интервала погрешностей, представленных экспериментальными гистограммами;

$\sigma_{j2} = m\sigma_j$ - центр тяжести этой гистограммы;

P_{j1}, P_{j2}, P_{j3} - соответствующие этим координатам погрешности вероятности.



В качестве характеристик распределений можно также использовать параметры стандартных аппроксимирующих функций по табл. 2.1.

В соответствии с методом ДЛИ, построенного на пространстве числовых осей составляющих погрешностей (рис. 2.7), координаты распределения вычисляются путем направленного перебора по операциям:

$$\sigma_{\ell} = \sum_{j=1}^m \sigma_{j\ell} \quad \begin{matrix} \ell = 1 \dots N; \\ j = 1 \dots m; \\ i = 1 \dots n. \end{matrix} \quad (2.49a)$$

Р и с. 2.7. Дерево (граф) вероятностных исходов суммарной композиции погрешностей

где i - i -ый исход координаты суммирующих погрешностей. (2.49, б)

Каждому f -му статическому ряду суммируемых погрешностей при суммировании в ℓ -м исходе соответствует одно из возможных m ординат погрешностей или $i = 1$ или $i = 2 \dots$ или $i = m$. Результирующая вероятность ℓ -й ординаты суммарной погрешности определяется согласно выражению (2.49) произведением условных вероятностей, т.е. с условием того, что для каждого f -го суммируемого ряда осуществляется поочередно композиция ординат $i = 1 \dots n + 1$ - последующего ряда.

В зависимости от того, являются ли случайные погрешности $\delta_{j=1}^i, \dots, \delta_j^i = m$ связанными или независимыми в статистическом смысле, соотношение (2.49, б) принимает конкретные выражения. Например, для независимых суммируемых величин

$$P_{0\ell} = \prod_{j=1}^m P_{0j} \quad \forall \ell = 1 \dots n. \quad (2.50)$$

Для расчета суммарной композиции по методу ДЛЭ экспериментальные данные формируются в таблицы, например табл. 2.8, а вычисления при большом числе составляющих ($n \geq 3$ и $m > 5$) производятся с помощью ЭЦВМ.

Например, при $n = 3$ число координат и $m = 5$ результирующего распределения $N = \prod_{j=1}^3 3^j = 243$, а при $n = 3$ и $m = 7$ $N = \prod_{j=1}^3 7^j = 4803$.

Логический перебор исходов композиций, представленный в табл. 2.7, при расчетах на ЭЦВМ, осуществляется программой направленного перебора, и достаточно задать только исходные данные (2.48) в соответствии с деревом (графом) исходов.

Полученные результаты суммарной композиции оцениваются по показателям (2.11; 2.12) и (2.20; 2.21), характеризующим вид закона:

$$k_{H\Sigma} = \frac{M_3(\Delta x_\Sigma)}{\sigma^3(\Delta x_\Sigma)}; \quad \rho = \frac{M_4(\Delta x_\Sigma)}{\sigma^4(\Delta x_\Sigma)} - 3;$$

$$k_{i\Sigma} = \frac{\sigma_i^2}{\sigma_\Sigma^2}; \quad \alpha_{\Delta\sigma} = \frac{m_{\Delta\Sigma} - \Delta x_{\text{ср}}}{\Delta n p / z}.$$

На практике, как показано в работе [12], зачастую принимается нормальный закон суммарного распределения из-за большого числа составляющих и отсутствия среди них доминирующей погрешности.

На основе экспериментальных данных, представленных в работе [13], по описанному выше методу были оценены и построены результи-

рующие законы распределения погрешностей многозвенных измерительных устройств: измерительных приемников П5-4Б, П5-7Б; электронных вольтметров ВК7-9; генератора импульсов Г5-15. В результате проведенных расчетов для таких многозвенных ИУ, состоящих из 8-10 оценочных звеньев, результирующий закон распределения ни для одного из устройств не является нормальным:

$$\text{ВК7-9: } k_i = 0,87; \alpha_z = 0; w(\sigma_z) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} \frac{1}{\sigma_H} e^{-\frac{(\sigma_z - m - c)^2}{2\sigma_H^2}} + \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} \frac{1}{\sigma_H} e^{-\frac{(\sigma_z - m + c)^2}{2\sigma_H^2}}; m_{\sigma_z} = 0,5; c_{\sigma_z} = 3,5; \sigma_H = 1,5.$$

$$\text{Г5-15: } k_i = 0,96; \alpha = 0; m_{\sigma_z} = 1; c_{\sigma_z} = 5; \sigma_H = 1,7; w_{r-s}(\sigma) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} \frac{1}{\sigma_H} e^{-\frac{(\sigma - m - c)^2}{2\sigma_H^2}} + \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} \frac{1}{\sigma_H} e^{-\frac{(\sigma - m + c)^2}{2\sigma_H^2}}.$$

Точность проводимых оценок воспроизведения распределений по трехстолбцовым гистограммам проверялась авторами [11] по критерию правдоподобия Колмогорова и [13] на 14 типах многозвенных ИУ (888 экземплярах) и подтверждает достоверность метода.

В итоге следует отметить, что в каждом конкретном случае необходимо провести оценку по всем возможным сведениям о характере распределения:

а) использование характерных видов распределения при суммировании стандартных функций, например, нормальный - биномальный дискретный; равномерный - равномерный;

б) при экспериментальных характеристиках частных погрешностей использование инженерных методов расчета по ДЛИ или методу статистических испытаний;

в) использование метода "свертки" или характеристических функций при известных аналитических описаниях функций распределения и при небольшом числе суммарных составляющих.

В любом из случаев оценки необходима проверка параметров предлагаемого закона с параметрами стандартных аппроксимирующих функций табл. П1 по критериям правдоподобия, не удовлетворяя гипотетическими предложениями, конечно, за исключением тривиальных распределений. В противном случае, при неправильной оценке суммарного закона распределения точность определения доверительных интервалов погрешности может быть завышена или занижена, что приведет к неэкономическому использованию измерительных средств РТС ЛА.

2.5. Основные этапы расчета результирующей погрешности радиотехнической системы

В итоге проведенного анализа погрешностей радиоизмерительных цепей и расчетов их числовых показателей по звеньям и блокам обобщим основные этапы методики расчета результирующей погрешности измерений и аттестации системы по метрологическим показателям.

Основные этапы связаны с анализом физических условий измерения и принципов функционирования измерительных схем; параметров цепей и дестабилизирующих факторов, воздействующих на отклонение параметров систем от номинальных значений; структурных схем системы и влиянием структур на ее выходные метрологические показатели, а также с оценкой статистических характеристик объектов измерения и возможности обеспечения системой требуемых технических показателей. Поэтому проведение этапов должно осуществляться в очередной последовательности, представляющей возможность использования предыдущих результатов оценки на последующих.

I-ый этап. Составление уравнений погрешностей измерительных цепей, нормирование погрешностей и приведение их к стандартной безразмерной форме.

Решение задач на данном этапе удобнее проводить в следующем порядке:

1. Составление уравнений погрешностей измерительных звеньев.

1.1. Для реализуемого звеном уравнения измерения по (I.2-I.6) выявляется структурная схема с соответствующей функцией преобразования.

1.2. В соответствии с классификационной таблицей (рис. I.4) выявляются причины возникновения погрешностей и выделяются составляющие погрешности по указанным признакам.

2. Нормирование погрешностей звена и приведение к стандартной безразмерной форме.

2.1. Производится оценка составляющих погрешностей по характеру их связи с уровнем преобразуемого сигнала и осуществляется нормирование по аддитивной, мультипликативной или нелинейным составляющим;

2.2. Осуществляется приведение погрешностей звена к стандартной безразмерной форме, и с целью аттестации звеньев, блоков по классу точности производится выделение основной и дополнительной погрешностей.

3. Составление уравнений погрешностей измерительных цепей. Для этого, в первую очередь, метрологическому анализу подвергается вся структура измерительной цепи, реализующая обобщенные уравнения измерения, и предполагается, что указанные выше этапы проведены для каждого из звеньев.

3.1. Для каждого из звеньев радиоизмерительных цепей выражаются их функции преобразования, в соответствии с которыми определяются коэффициенты трансформации погрешностей звеньев к выходу цепей согласно выражениям (I.16-I.18; 2.39; 2.40);

3.2. По вычисленным коэффициентам трансформации погрешностей звеньев определяются коэффициенты влияния на суммарную погрешность в зависимости от вида соединений измерительных цепей - последовательное, параллельное, встречное, смешанное;

3.3. В случае детерминированной жесткой связи между факторами внешней среды и параметрами цепей определяют коэффициенты влияния на основную погрешность, т.е. дополнительные погрешности измерительной цепи.

4. На основе полученных уравнений погрешностей звеньев, определенных коэффициентов трансформации погрешностей к выходу измерительных цепей и коэффициентов влияния на их основную погрешность определяют выражения полной погрешности цепи:

- а) по основной ее составляющей при нуле;
- б) по дополнительным составляющим погрешностей, например, 2.39; 2.40.

II-ой этап. Вероятностный анализ составляющих погрешностей звеньев и оценка числовых характеристик уравнений погрешностей измерительных цепей.

На данном этапе анализу подвергаются составляющие погрешностей звеньев по их вероятностным свойствам: производится оценка среднего стандарта квадрата отклонений, а также оценка характеристик закона распределения, коэффициентов асимметрии и расщепления с целью определения его вида.

1. Определение числовых характеристик составляющих погрешностей звеньев производится путем непосредственной статистической обработки результатов измерений по выражениям 2.23; 2.24.

Предварительно при заданной надежности точности вычислений определяют необходимый объем выборки, n - число наблюдений, после обработки которых определяются:

- а) математическое ожидание случайной погрешности, равное среднему арифметическому;
- б) среднеквадратическое отклонение значений погрешности.

2. Определение вида закона распределения погрешностей звеньев или его аппроксимации стандартными функциями:

2.1. При известных законах распределения воздействующих факторов (помех, первичных ошибок) по уравнению погрешностей измерительного звена выводится аналитическое выражение закона распределения погрешностей согласно выражениям 2.26-2.28.

2.2. Для экспериментальных данных погрешностей определяются параметры законов распределения (2.18-2.20), и по критериям правдоподобия (2.25) подбираются аппроксимирующие функции, например, из табл. П1.

2.3. Для погрешностей звеньев определяются их доверительные интервалы согласно (2.22).

III-й этап. Суммирование числовых характеристик погрешностей измерительных цепей системы.

Для решения вопросов данного этапа должны оцениваться свойства статистических взаимосвязей между погрешностями звеньев, а также статистические характеристики коэффициентов измерительных цепей.

1. По известным уравнениям погрешностей измерительных цепей в относительной безразмерной форме выявляются воздействующие факторы первичных ошибок звеньев и коэффициенты влияния, определяемые видом соединений цепи.

2. Производится оценка корреляционных взаимосвязей между воздействующими факторами первичных ошибок.

3. Производится статистическая оценка коэффициентов влияния по степени детерминированности, корреляционных взаимосвязей.

4. В зависимости от уравнений погрешностей цепи и характера

статистических связей между параметрами определяются суммарные числовые характеристики по основной и дополнительной погрешностям радиоизмерительных цепей.

IV-ый этап. Определение доверительного интервала результирующей погрешности системы по суммарной композиции составляющих погрешностей звеньев и расчет допусков на метрологические показатели ее элементов.

Этот этап является заключительным, на котором оценка предельных значений суммарной погрешности осуществляется в следующем порядке.

Определение закона распределения результирующей погрешности системы осуществляется с помощью методов, изложенных в разделе I.4.

Например, для построения суммарной композиции законов по экспериментальным данным погрешностей, представленных гистограммами, используется метод ДЛИ. По характеристикам (2.20; 2.21) выбирается аппроксимирующая функция из табл. ПІ для суммарного распределения.

2. Расчет доверительного интервала результирующей погрешности системы производится согласно выражению (2.22) по основной и дополнительной ее составляющим. Вычисление нижних и верхних границ предельного интервала погрешности осуществляется по соотношениям для основной и дополнительной составляющим соответственно:

$$[U_{ос} - k_{ос} \sigma_{ос} \leq \sigma_{пред\Sigma} \leq U_{ос} + k_{ос} \sigma_{ос}] ;$$

$$[U_{доп\Sigma} - k_{доп\Sigma} \sigma_{доп\Sigma} \leq \sigma_{пред\Sigma} \leq U_{доп\Sigma} + k_{доп\Sigma} \sigma_{доп\Sigma}] ,$$

где $U_{ос}$, $U_{доп\Sigma}$ - относительное значение отклонения математического ожидания (систематической погрешности);

$k_{ос}$; $k_{доп\Sigma}$ - коэффициент границ предельных значений погрешностей, определяемый заданной доверительной вероятностью.

В общем случае коэффициент k_{Σ} зависит от вида закона распределения, а с помощью его определяют доверительный интервал суммарной погрешности согласно соотношению

$$P_{\partial\partial\partial} \left\{ \left| \sigma_{\Sigma} \right| \leq \frac{\sigma_{\text{нр}}}{2} \right\} = \frac{k_{\Sigma}}{\Gamma(1/k_{\Sigma})} \int_{-\sigma_{\text{нр}}/2}^{\sigma_{\text{нр}}/2} w_{\Sigma}(\sigma_{\Sigma}) d\sigma_{\Sigma} = 1 - q_{\text{зад}},$$

где $\Gamma(1/k_{\Sigma})$ - гамма-функция, обусловленная моделью суммарного распределения, отличного от нормального закона.

Задание доверительной вероятности q или, соответственно, $P_{\partial\partial\partial}$ производится на базе технико-экономического обоснования, т.е. степени ответственности измерений, рационального сочетания точности и экономичности блоков радиоизмерительной аппаратуры.

В табл. 2.8 авторами представлены значения коэффициентов оценки граничных значений погрешности $K_3(P_{\partial\partial\partial})$ по заданным допустимым вероятностям и доверительных интервалов погрешностей $\Delta\partial\partial\partial$ в зависимости от характеристик основных видов законов распределения погрешностей сочетания точности и экономичности блоков радиоизмерительной аппаратуры.

Т а б л и ц а 2.8

№/п Вид закона и его характеристики	Значения допустимой вероятности	Значения от вида закона	Доверительный интервал погрешности
	$P_{\partial\partial\partial}$	$K_3(P_{\partial\partial\partial})$	$\Delta\partial\partial\partial = K_3(P_{\partial\partial\partial})\sigma_{\Delta}$
1. Равномерный $w(\Delta) = \frac{1}{2\ell}; \Delta \leq \ell$ $\sigma_{\Delta} = \frac{\ell}{\sqrt{3}}$	$P'_{\partial\partial\partial} = 0,90$	1,56	0,9 ℓ
	$P''_{\partial\partial\partial} = 0,95$	1,64	0,95 ℓ
	$P'''_{\partial\partial\partial} = 0,995$	1,723	0,995 ℓ
2. Нормальный $w(\Delta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\Delta}} e^{-\frac{\Delta^2}{2\sigma_{\Delta}^2}}$ $m_{\Delta} = 0$	$P'_{\partial\partial\partial} = 0,9$	1,5	1,5 σ_{Δ}
	$P''_{\partial\partial\partial} = 0,95$	2	2 σ_{Δ}
	$P'''_{\partial\partial\partial} = 0,995$	2,96	2,96 σ_{Δ}
3. Арксинусоидальный $w(\Delta) = \frac{1}{\pi} \frac{1}{\sqrt{a^2 - \Delta^2}};$ $\sigma_{\Delta} = \frac{a}{\sqrt{2}}$	$P'_{\partial\partial\partial} = 0,9$	0,7	0,9877 a
	$P''_{\partial\partial\partial} = 0,95$	0,707	0,9969 a
	$P'''_{\partial\partial\partial} = 0,995$	0,708	1,0 a
4. Экспоненциальный $w(\Delta) = \frac{c}{2} e^{-c \Delta };$ $\sigma_{\Delta} = c\sqrt{2}$ $c = 1, \sigma = \sqrt{2}$	$P'_{\partial\partial\partial} = 0,9$	0,454	0,642 c
	$P''_{\partial\partial\partial} = 0,95$	0,461	0,651 c
	$P'''_{\partial\partial\partial} = 0,995$	0,488	0,690 c

№№ п/п	Вид закона и его характеристики	Значения допустимой вероятности	Значения от вида закона	Доверительный интервал погрешности
5.	Треугольный бимодальный $w(\Delta) = \frac{ \Delta }{\delta^2}; \Delta \leq \delta$ $\sigma_{\Delta} = \frac{\delta}{\sqrt{2}}$	$\rho'_{доп} = 0,9$ $\rho''_{доп} = 0,95$ $\rho'''_{доп} = 0,995$	1,342 1,378 1,411	0,949 δ 0,974 δ 0,998 δ
6.	Треугольный закон Симпсона $w(\Delta) = \frac{\delta - \Delta }{\delta^2}$	$\rho'_{доп} = 0,9$ $\rho''_{доп} = 0,95$ $\rho'''_{доп} = 0,995$	1,676 1,901 2,43	1,676 δ 1,901 δ 2,43 δ

3. Определение допусков на погрешности блоков измерительных цепей является завершающим моментом расчета точности РТС ЛА. Эта задача обратна решению предыдущих двух этапов и проводится следующим образом:

3.1. Определяются уравнения взаимосвязи числовых характеристик допусков на погрешности блоков с соответствующими, теперь заданными числовыми характеристиками суммарной погрешности. В этих уравнениях каждая составляющая суммы по основной погрешности имеет смысл нахождения погрешности блока в границах допуска, а составляющие по дополнительным погрешностям – границ установки значений воздействующих параметров в допустимых интервалах.

3.2. Расчет допусков может производиться аналитическими методами с помощью множителей Лагранжа, а также численными методами путем нахождения точки условного или безусловного оптимума.

3.3. В случае определения допусков на выходные параметры блоков радиоизмерительных систем используется метод матричных испытаний согласно работе [10].

Распределение допусков на погрешности блоков измерительных цепей в соответствии с описанными этапами производится следующим образом.

Известны найденные предельные значения результирующей погрешности системы $\delta_{предх}$ при $P_{доб}(\alpha'_2)$.

Согласно работе [10] выражение допусков на погрешности блоков, выведенное через уравнение погрешностей измерительных цепей, записывается в виде

$$\sigma_{пред\sigma} \geq \frac{1}{K_{\Sigma}} \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{d\Phi}{dx_i}\right)_H K_i \sigma_{прi}^2 + 2 \sum_{i=1}^n \left(\frac{d\Phi}{dx_i}\right)_H \left(\frac{d\Phi}{dx_j}\right)_H K_i K_j b_{ij} \sigma_i \sigma_j}, \quad (2.51)$$

где b_{ij} - коэффициенты корреляций случайных факторов, воздействующие на погрешности блоков;

$A_i = \frac{d\Phi}{dx_i} = \int_{t=1}^n \frac{d\tau_i}{dx_i}$ - коэффициенты влияния трансформации погрешностей блоков на суммарную погрешность для последовательной и параллельной цепи соответственно:

$$A_{парi} = \frac{d\Phi}{dx_i} = \sum_{t=1}^i \frac{d\tau_t}{dx_i};$$

K_i, K_j - коэффициенты относительного рассеивания, характеризующие законы распределения частных погрешностей системы;

$\sigma_{прi}, \sigma_{прj}$ - оцениваемые допустимые интервалы погрешностей блоков.

Для случая слабой корреляционной зависимости или статистически независимых параметров $x_i, x_j, b_{ij} \approx 0$, и вместо (2.51) используется равенство

$$\sigma_{пред\sigma}^2 = \frac{1}{K_{\Sigma}^2} \sum_{i=1}^n A_i^2 K_i^2 \sigma_{i,пр}^2. \quad (2.52)$$

При числе блоков (звеньев) $n \geq 2$ задача распределения допусков по выражению (2.52) становится неопределенно описанной (некорректной) и может решаться методами последовательных приближений.

Однако с помощью приемов, позволяющих свести к минимуму неопределенность, выражение на допуск погрешности i -го звена, согласно работе [10], представляется в виде

$$\sigma_{прi}^* = \sigma_i + \Delta \sigma_i = \sqrt{\frac{\sigma_{пр\sigma}^2 - \sum_{j=1}^{i-1} A_j^2 K_j^2 \sigma_j^2}{\sum_{l=1}^n A_l^2 K_l^2 - \sum_{j=1}^{i-1} A_j^2 K_j^2}} \quad (2.53, a)$$

для $i = 1; \Delta \sigma_i > 0;$

$$(\sigma_i + \Delta \sigma_i)^2 = \frac{\sigma_{пр\sigma}^2}{\sum_{l=1}^n A_l^2 K_l^2}. \quad (2.53, б)$$

ПРИМЕР 2.7. Точность функционирования любого электронного устройства зависит от погрешностей его элементов. Например, известна зависимость выходного параметра, амплитуды выходного импульса U_m от элементов схемы [10]:

$$U_m = E_K - J_{K0} R_1 - \frac{(E_1 - J_{K0} R_1 - U_{H1}) R_1}{R_1 + R_2} + \frac{(E_2 - U_H) R_1}{R_3} - U_{H2}, \quad (2.54)$$

где E_1, E_2 - напряжения источников питания;
 U_{H1}, U_{H2} - остаточные напряжения между переходами элементов в режиме насыщения;
 J_{K0} - обратный ток переходов.

Требуется найти допуски на параметры элементов, входящие в выражение (2.54) при заданных исходных данных.

1. Заданы номинальные значения элементов:

$R_{1H} = 1,3 \text{ кОм}$; $R_{2H} = 9,1 \text{ кОм}$; $R_{3H} = 51 \text{ кОм}$;
 $R_{5H} = 30 \text{ кОм}$, $C_{1H} = 1800 \text{ пФ}$; $C_{2H} = 0,03 \text{ мкФ}$
и источников питания $E_{1H} = -10 \text{ В}$; $E_{2H} = 3 \text{ В}$ и остаточные параметры схемы: $U_{1H} = 0,1 \text{ В}$; $U_{2H} = 0,25 \text{ В}$; $J_{K0} = 10 \text{ мкА}$. При этих значениях номинальные напряжения амплитуды выходного импульса $U_m = 8,79 \text{ В}$.

2. На выходной параметр U_m задан допуск:

$$\delta_{предв} = \frac{\Delta U}{U_m} = g(\%).$$

РЕШЕНИЕ. Продифференцируем выражение (2.54) по каждому из параметров и разделим на их номинальные значения, в результате чего вычислим коэффициенты влияния погрешностей согласно выражениям (1.19) и (2.51).

Принятые обозначения и вычисленные коэффициенты представля-

$$\begin{aligned} \frac{\Delta E_1}{E_{1H}} = \frac{\Delta x_1}{x_{1H}} = \sigma_1'; & \quad \frac{\partial \Phi}{\partial x_1} = A_1 = 1; \\ \frac{\Delta R_1}{R_{1H}} = \frac{\Delta x_2}{x_{2H}} = \sigma_2'; & \quad \frac{\partial \Phi}{\partial x_2} = A_2 = -0,117; \\ \frac{\Delta R_2}{R_{2H}} = \frac{\Delta x_3}{x_{3H}} = \sigma_3'; & \quad \frac{\partial \Phi}{\partial x_3} = A_3 = -0,121; \\ \frac{\Delta R_3}{R_{3H}} = \frac{\Delta x_4}{x_{4H}} = \sigma_4'; & \quad \frac{\partial \Phi}{\partial x_4} = A_4 = -0,01; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\Delta L_2}{L_{2н}} = \frac{\Delta x_5}{x_{5н}} = 0,5; & \quad \frac{\partial \Phi}{\partial x_5} = A_5 = -8,9 \cdot 10^{-3}; \\ \frac{\Delta U_{1н}}{U_{1н}} = \frac{\Delta x_6}{x_{6н}} = 0,6; & \quad \frac{\partial \Phi}{\partial x_6} = A_6 = -1,14 \cdot 10^{-2}; \\ \frac{\Delta U_{2н}}{U_{2н}} = \frac{\Delta x_7}{x_{7н}} = 0,7; & \quad \frac{\partial \Phi}{\partial x_7} = A_7 = -4,3 \cdot 10^{-3}; \\ \frac{\Delta J_{к0}}{J_{к0}} = \frac{\Delta x_8}{x_{8н}} = 0,8; & \quad \frac{\partial \Phi}{\partial x_8} = A_8 = -5,2 \cdot 10^{-3}. \end{aligned}$$

На основе статистического анализа были охарактеризованы законы распределения параметров $x_7 - x_8$, а в соответствии с табл. П1 приняты значения коэффициентов относительного рассеивания:

$$K_1 = K_5 = 1,75; \quad K_2 = K_3 = K_4 = 1; \quad K_6 = 1,04; \quad K_7 = 1,17; \quad K_8 = 1,0317.$$

С учетом полученных данных уравнение допусков при предположении суммарного распределения по нормальному закону запишется в виде

$$\sigma_{\text{пр}\Sigma}^2 = [9\%]^2 = 1^2 \cdot 1,75^2 \sigma_1^2 + 0,117^2 \cdot 1^2 \sigma_2^2 + 0,121^2 \sigma_3^2 + (0,01)^2 \sigma_4^2 + (8,9 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 1,75^2 \sigma_5^2 + (1,14 \cdot 10^{-2})^2 (1,04)^2 \sigma_6^2 + (4,3 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 1,17^2 \sigma_7^2 + (5,2 \cdot 10^{-3})^2 (1,0317)^2 \sigma_8^2.$$

Из этого уравнения находим промежуточные соотношения для расчета допусков $\sigma_i - \sigma_j$, например, сумму

$$\sum_{i=1}^8 A_i^2 K_i^2 = 3,021729.$$

По выражению (2.53,а) определяем величину допуска σ_1 на параметр x_1 :

$$\sigma_1 + a_1 = \frac{\sigma_2(\%) }{\sqrt{\sum_{i=1}^8 A_i^2 K_i^2}} = \frac{9,0}{\sqrt{3,0217}} = 5,175\%.$$

Выбираем $\sigma_1 = \pm 5\%$, при этом выполняется условие $\sigma_1 > 0$, так как $\sigma_1 + a_1 - \sigma_{\text{пр}1} = a_1 = 0,175 > 0$.

Допуск на параметр x_2 рассчитывается:

$$\sigma_2 + a_2 = \sqrt{\frac{\sigma_1^2 - 1,75^2 \sigma_1^2}{\sum_{i=1}^8 A_i^2 K_i^2 - A_1^2 K_1^2}} = \sqrt{\frac{9,0 - 1,75 \cdot 5^2}{3,021729 - 1,75^2}} = 14,8\%.$$

В соответствии с ближайшим классом точности на резисторы выбирается $\sigma_{2\text{п}0} = \pm 10\%$ и $a_2 = 14,8 - 10 > 0$.

Аналогичным образом по выражению (2.53,б) вычисляются допуски на оставшиеся параметры, например, $\hat{\sigma}_3$:

$$\hat{\sigma}_3 + a_3 = \sqrt{\frac{\sigma_3^2 - \sum_{i=1}^k A_i^2 K_i^2 \sigma_i^2}{\sum_{i=1}^k A_i^2 K_i^2 - \sum_{i=1}^k A_i^2 K_i^2}}$$

Выбирается также $\hat{\sigma}_{нр} = \pm 10\%$, при $a_3 = 17,8 - 10 > 0$.

Вычисленные допуски на оставшиеся параметры имеют следующие значения: $\hat{\sigma}_4 + a_4 = 81,6\%$, $\hat{\sigma}_5 + a_5 = 90,7\%$. Принимается $\hat{\sigma}_4 = \pm 20$, $\hat{\sigma}_5 = \hat{\sigma}_1 = \pm 5\%$, так как питание осуществляется от одного источника. $\hat{\sigma}_6 + a_6 = 141,4\%$, $\hat{\sigma}_7 + a_7 = 348\%$, так как разброс импульсных характеристик не превышает 100% от номинального значения, поэтому выбраны допуски соответственно параметрам в интервалах

$$\hat{\sigma}_6 = \pm 50\% (a_6 = 91,4 > 0); \hat{\sigma}_7 = \pm 100\%; \hat{\sigma}_8 = \pm 50\%.$$

Проверка показывает, что значения допусков выбраны верно, а при рассчитанных допусках значение выходного параметра с вероятностью $P = 0,9973$ будет находиться в заданных пределах.

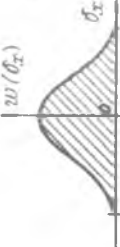

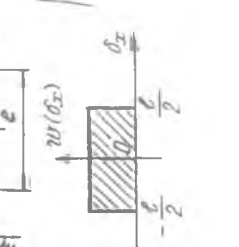
$$\hat{\sigma}_5 = \sqrt{1,73^2 \cdot 5^2 + 0,117^2 \cdot 10^2 + 0,121^2 \cdot 10^2 + 0,01^2 \cdot 20^2 + (8,9 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 1,73^2 \cdot 5^2 + (1,14 \cdot 10^{-2})^2 \cdot$$

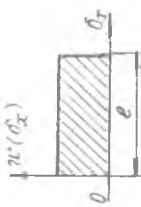
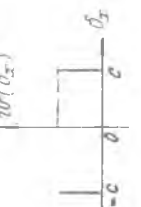
$$\times 50^2 + (4,3 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 1,17^2 \cdot 100^2 + (5,2 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 1,03^2 \cdot 50^2} = 8,8\% < 9\%.$$

Из приведенного иллюстрирующего расчета видно, что данный способ по мере возрастания порядкового номера оцениваемого допуска дает большую неопределенность. Следовательно, эти способы расчета приемлемы для небольших по числу ($n = 3 \div 5$) элементов и оцениваемых параметров схем и их устройств. При большой размерности задачи этот метод будет неприемлем и необходимо в дальнейшем рассмотреть решение такого рода задач с помощью численных методов на ЭЦВМ.


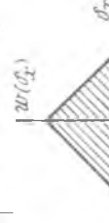

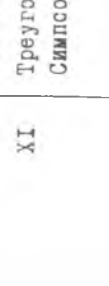
В целом оценку точности сложных систем с учетом метрологической надежности их элементов следует произвести по предложенной методике также с помощью машинных алгоритмов. Эти вопросы авторы предполагают изложить во второй части пособия.

Т а б л и ц а П

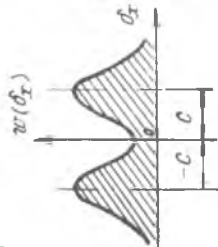
Наименование вида закона распределения	Эскиз плотности распределения вероятностей	Аналитическое выражение закона или параметры его аппроксимации	Причины, воздействующие факторы, условия, определяющие данный вид закона. Звенья с данным видом закона										
Вывод закона с помощью графиками		$w(\delta x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(\delta x - h_0)^2}{2\sigma^2}}$ $\alpha_i = 0, k_i = 1$	в) тепловой шум, дробовой эффект, электронная эмиссия										
Нормальный закон, усеченный с обеих сторон		$a/2$ <table border="0"> <tr><td>1</td><td>h_1/h_2</td></tr> <tr><td>3</td><td>0,07</td></tr> <tr><td>5</td><td>0,17</td></tr> <tr><td>10</td><td>0,26</td></tr> <tr><td></td><td>0,44</td></tr> </table> $\alpha_i = 0, k_i = 1,21 \div 1,55$	1	h_1/h_2	3	0,07	5	0,17	10	0,26		0,44	б) погрешности разброса значений сопротивлений относительно их номиналов
1	h_1/h_2												
3	0,07												
5	0,17												
10	0,26												
	0,44												
Равномерный симметричный		$w(\delta x) = \begin{cases} \frac{1}{\epsilon}, & -\frac{\epsilon}{2} \leq \delta x \leq \frac{\epsilon}{2} \\ 0, & \delta x < -\epsilon/2 \\ & \delta x > \epsilon/2 \end{cases}$	а) нестабильность питания сети; нестабильность источников питания; диффузионные ошибки б) погрешности квантования в) звенья - АЦП										

№ п/п	Наименование вида закона распределения	Эскиз плотности распределения вероятностей	Аналитическое выражение закона или параметры его аппроксимации	Причины, воздействующие факторы, условия, определяющие данный вид закона. Звенья с данным видом закона
IV	Равномерный несимметричный		$n(x) = \begin{cases} \frac{1}{e} & 0 \leq x \leq e \\ 0 & \text{иначе} \end{cases}$	а) погрешность из-за равномерного изменения напряжения питания, уход рабочего тока, разрядка на конечное сопротивление б) погрешности из-за нагрева аппаратуры, например, внос частоты генератора за время измерения.
У	Дискретный бимодальный		$n(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} & 0 \leq x \leq c \\ 0 & \text{иначе} \end{cases}$	в) погрешность из-за утечек а) наводки от помехи прямоугольных периодических колебаний б) погрешности звеньев с магнитным гистерезисом

№ типа закона	Наименование вида закона распределения	Эскиз плотности распределения вероятностей	Аналитическое выражение закона или параметры его аппроксимации	Причины, возмущающие факторы, условия, определяющие данный вид закона. Звенья с данными видами												
У1	Закон Релея		$w(\phi_x) = \begin{cases} \frac{\phi_x^2 - \phi_x^2}{C^2 \ell^2 2C^2} \\ \phi_x > 0, \\ 0 \text{ при } \phi_x < 0 \end{cases}$ $\alpha_i = -0,33, \quad \kappa_i = 1,15$	В) ошибки электронных устройств с двумя устойчивыми состояниями-ми												
У2	Закон Максвелла		$w(\phi_x) = \begin{cases} \frac{\phi_x^2 \sqrt{2}}{C^3 \sqrt{\pi} \ell} - \frac{\phi_x^2}{2C^2} \\ \phi_x > 0 \\ 0 \text{ при } \phi_x < 0 \end{cases}$ $\alpha_i = -0,28, \quad \kappa_i = 1,11$													
У3	Композиция нормального закона и закона равной вероятности		$\alpha_i = h/3\sigma^4, \quad \kappa_i$ <table border="1" data-bbox="704 517 813 740"> <tr> <td>0</td> <td>2/3</td> <td>1/10</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>1</td> <td>1,2</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>2</td> <td>1,4</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>3</td> <td>1,5</td> </tr> </table>		0	2/3	1/10	0	1	1,2	0	2	1,4	0	3	1,5
0	2/3	1/10														
0	1	1,2														
0	2	1,4														
0	3	1,5														
У4	Равномерно возрастающее распределение		$w(\phi_x) = \frac{1}{2h} \phi_x$ $0 \leq \phi_x \leq 2h$ $\alpha_i = 0,33, \quad \kappa_i = 1,41$													

Типа закона	Наименование вида закона распределения	Эскиз плотности распределения вероятностей	Аналитическое выражение закона или параметры его аппроксимации	Причины, воздействующие факторы, условия, определяющие данный вид закона. Связь с данным видом
I	Композиция нормального и равномерно возрастающего законов распределения		$\alpha_i = 0; \quad k_i = 1,41$	дом
XI	Треугольный закон Симпсона		$w(x) = \begin{cases} b - x / b & ; x \leq b \\ 0 & ; x > b \end{cases}$	а) погрешности измерения емкости, индуктивности, их ослабления б) погрешности измерения отрезков времени
XII	Экспоненциальный-I		$w(x) = \frac{1}{\sigma} e^{-x/\sigma}$	измерительные приборы электродинамической системы
XIII	Арксинусоидальный закон		$w(x) = \frac{1}{\pi} \frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}}$	а) погрешности функциональных потенциометров из-за неточности профиля

ЛЯ

<p>№ типа зако- на</p>	<p>Наименование вида закона</p>	<p>Сквоз плотности распределения ве- роятностей</p>	<p>Аналитическое выра- жение закона или параметров его ап- проксимации</p>	<p>Причины, воздействующие факторы, условия, опреде- ляющие данный вид зако- на. Связь с данным ри- ском</p>
<p>XIII</p>	<p>Арсинусоидальный закон</p>			<p>б) погрешности при из- мерении номинальных зна- чений мощности генерато- ра в) погрешности измери- тельных приборов, измеря- ющих мгновенные значения, т.е. от наводки синусои- дальной помехи</p>
<p>XIV</p>	<p>Двумодальный закон распределения</p>		$w(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_{\theta x}} \frac{1 - (\theta_2^2 - c^2)}{2\sigma_{\theta x}^2} e^{-\frac{x^2}{2\sigma_{\theta x}^2}}$ $+ \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_{\theta x}} \frac{1 - (\theta_2^2 + c^2)}{2\sigma_{\theta x}^2} e^{-\frac{(x+c)^2}{2\sigma_{\theta x}^2}}$ <p>$\theta_1 = 0, \theta_2 = 1,2 = 1,2\sigma$</p>	<p>а) результирующие погрешности мгновенных значений измерительных приборов Г5-15, электронного вольтметра ВК7-9 б) при смещении равных партий "n" = 2</p>

№ типа закона на	Наименование вида закона распределения	Эскиз плотности распределения вероятностей	Аналитическое выражение закона или параметры его аппроксимации	Причины, воздействующие факторы, условия, определяющие данный вид закона. Звенья с данным видом												
XV.1	Схематизированные симметричные распределения при большом числе		$\alpha_i = 0; k_i = 2,12$ $\alpha_i = 0; k_i = 2,28$	Антиподальный из поямых отрезков												
XV.2			$\alpha_i = 0; k_i = 2,28$	Антиподальный из ветвей нормального распределения												
XV.3			<table border="0"> <tr> <td>b/l</td> <td>α_i</td> <td>k_i</td> </tr> <tr> <td>1/2</td> <td>0</td> <td>1,26</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>0</td> <td>1,37</td> </tr> <tr> <td>3/2</td> <td>0</td> <td>1,52</td> </tr> </table>	b/l	α_i	k_i	1/2	0	1,26	1	0	1,37	3/2	0	1,52	Трапецеидальный
b/l	α_i	k_i														
1/2	0	1,26														
1	0	1,37														
3/2	0	1,52														
XV.4			<table border="0"> <tr> <td>h_1/h_2</td> <td>α_i</td> <td>k_i</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>0</td> <td>-1,87</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>0</td> <td>-1,94</td> </tr> </table>	h_1/h_2	α_i	k_i	2	0	-1,87	3	0	-1,94	Трапецеидальный антиподальный			
h_1/h_2	α_i	k_i														
2	0	-1,87														
3	0	-1,94														

Л и т е р а т у р а

1. А л е к с е е в а И.У., К о р о л ь Е.И., Н о в и ц - к и й П.В., С м а л к о Л.В. О классификации погрешностей по виду их закона распределения. ("Измерительная техника" № 5, 1975).
2. Б о р о д а ч е в Н.А. Обоснование методики расчета допусков и ошибок кинематических цепей. Ч. I. АН СССР, 1943.
3. Б р а с л а в с к и й Д.А., П е т р о в В.В. Точность измерительных устройств. М., "Машиностроение", 1976.
4. Б у р д у н Г.Д., М а р к о в Б.Н. Основы метрологии. М., изд-во стандартов, 1972.
5. В о л к о в с к и й С.А., О н о п р и е н к о Е.И., С а в и н о в В.А. Радиоустройства систем управления летательными аппаратами. М., "Машиностроение", 1972.
6. ГОСТ 16263-70. Государственная система обеспечения единства измерений. Метрология. Термины и определения. М., 1970.
7. ГОСТ 8.009-72. Государственная система обеспечения единства измерений. Нормируемые метрологические характеристики.
8. ГОСТ 8.011-72. Государственная система обеспечения единства измерений. Показатели точности измерений и формы представления результатов измерений.
9. М и р с к и й Г.Я. Радиоэлектронные измерения. М., "Энергия", 1975.
10. М и х а й л о в А.В., С а в и н С.К. Точность радиоэлектронных устройств. М., "Машиностроение", 1976.
11. Ч е р н ы ш е в В.С., Г о л и ц ы н В.И., К о н ю х о в Н.Е., К у л и к о в М.А. С применением метода дерева (графа) логических исходов для оценки результирующего закона распределения погрешностей ИИС. Управление процессами при разработке и эксплуатации нефтяных месторождений. Казань, 1974.
12. Р а б и н о в и ч Б.Е. Методика суммирования частных погрешностей в области радиотехнических измерений. Труды институтов Комитета Стандартов, вып. 57, М.-Д., 1962.
13. Р ы б а к о в И.Н. Определение погрешностей многозвенных измерительных устройств. "Измерительная техника", № 4, 1974.

14. С е р г е в В.И. Инструментальная точность кинематических и динамических систем. М., "Наука", 1971.
15. Ф е л и г е р В. Введение в теорию вероятностей и ее применение. М., "Мир", 1967.

О г л а в л е н и е

Глава I. Основные аспекты теории точности измерительных систем	3
I.1. Основные понятия и определения для измерительных систем	4
I.2. Типовые структурные элементы измерительных систем и их метрологические показатели	7
I.3. Классификация и характеристики погрешностей.	17
I.4. Задачи расчета и обеспечения точности измерительных систем летательных аппаратов ...	25
Глава II. Методика анализа погрешностей измерительных систем летательных аппаратов и расчета их суммарных нормируемых показателей точности	29
2.1. Способы представления характеристик вероятностной модели погрешностей звеньев системы	29
2.2. Определение числовых характеристик статистических составляющих погрешностей систем и законов их распределения	40
2.3. Суммирование числовых характеристик статистических погрешностей измерительных цепей ..	48
2.4. Определение суммарной композиции законов распределения составляющих погрешностей системы	52
2.5. Основные этапы оценки результирующей точности измерительной системы	57
Приложение	67
Л и т е р а т у р а	73

Николай Евгеньевич К о н ю х о в
Михаил Александрович К у л и к о в

ОСНОВЫ ТЕОРИИ И РАСЧЕТА ТОЧНОСТИ
ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ ДЕТАЛЕЙНЫХ
АППАРАТОВ

Учебное пособие

Редактор Н.В.К а с а т к и н а
Техн.редактор И.М.К а л е н ю к
Корректор Е.д.А н т о н о в а

Подписано в печать 29.02.80 г.
Ю000328. Формат 60x84I/16.
Бумага оберточная белая.Оперативная
печать. Усл.п.л. 4,42. Уч.-изд.л. 4,3.
Тираж 500 экз. Заказ № 1674 Цена 29 коп.

Куйбышевский ордена Трудового Красного Знамени
авиационный институт им. С.П.Королева, г.Куйбышев,
ул. Молодогвардейская, 151.

Областная тип. им. В.И.Мяги, г. Куйбышев,
ул. Венцека, 60.