

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО
СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ РСФСР

КУЙБЫШЕВСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ имени академика С. П. КОРОЛЕВА

П. А. БОРДАКОВ

ПЛАНИРОВАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА
В ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ
ИССЛЕДОВАНИЯХ ПРОИЗВОДСТВА
ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

*Утверждено
редакционно-издательским
советом института
в качестве учебного пособия*

Бордаков П. А. Планирование эксперимента в технологических исследованиях производства летательных аппаратов: Учебное пособие. — Куйбышев: КуАИ, 1986.

Учебное пособие написано в соответствии с учебным планом и программой курса «Учебная научно-исследовательская работа студентов», содержит основные сведения о методике математического планирования эксперимента (полный факторный эксперимент, дробный факторный эксперимент) применительно к исследованию технологических процессов изготовления деталей летательных аппаратов и их сборки.

Пособие предназначено для студентов специальности 0535, дневной и вечерней форм обучения.

Оно может быть использовано при выполнении студентами работ по УИРС, а также в курсовом и дипломном проектировании по дисциплине «Технология производства летательных аппаратов».

Рецензенты: Н. К. Крючков, П. В. Рассказов

ПРЕДИСЛОВИЕ

Интенсивное развитие авиационной и космической техники существенно повышает требования к технологии как науке о различных сторонах производственных процессов изготовления деталей летательных аппаратов, их сборки и сварки.

Специальные исследования /1/ показывают, что технологию целесообразно рассматривать как стохастическую систему, в которой действуют детерминированные, т. е. точно определенные закономерности. Подход к исследованиям технологии как стохастической системы приводит к необходимости изучать статистические закономерности взаимосвязи технологических и эксплуатационных характеристик изделий.

В результате технического прогресса технологические рекомендации, основанные только на качественной оценке или описывающие зависимость свойств от единичного технологического фактора, в настоящее время не дают оптимальных практических результатов. Решение проблемы анализа и оптимизации технологии в таких условиях целесообразно вести, опираясь на строгие математические методы, которые не заменяя собой традиционных в технологии физических, химических и других методов познания, дополняют и развивают их, обеспечивая качественно новый уровень технологических исследований.

Цель данного пособия — в достаточно доступной форме познакомить студентов с основными идеями и методами математического моделирования и дать методичку проведения экспериментальных исследований применительно к новым технологическим процессам изготовления деталей летательных аппаратов, их сборки и сварки: диффузионная сварка и пайка, плазменное и ионно-плазменное напыление, магнитно-импульсная сварка и штамповка, пробивка отверстий и дорнование, штамповка полиуретаном и другие технологические процессы, получившие развитие в Куйбышевском авиационном институте.

1. МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ПОДХОД К АНАЛИЗУ И ОПТИМИЗАЦИИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ ПРОИЗВОДСТВА ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

1.1. ОБЩИЕ ПОНЯТИЯ В МАТЕМАТИЧЕСКОМ ПЛАНИРОВАНИИ ЭКСПЕРИМЕНТА

Из множества задач, решаемых технологами при исследовании существующих процессов и создании новых, можно выделить три весьма распространенных вида:

выявление количественных зависимостей между параметрами процесса;

отыскание оптимальных условий протекания процесса;

выбор оптимального состава многокомпонентных смесей.

Так как в большинстве случаев информация о закономерностях взаимосвязи технологических параметров чрезвычайно мала, для решения поставленных задач целесообразно использование кибернетического подхода, в основе которого лежит идея «черного ящика». Он представляет собой систему связей, недоступную для наблюдения, так как о механизме процесса нам ничего не известно или известно лишь частично (рис. 1).



Рис. 1. Схема «черного» ящика

Входные параметры называются факторами процесса и могут быть управляемыми x и неуправляемыми z . Выходные параметры y называются откликами и являются результатом экспериментов.

Зависимость между выходным параметром—откликом и вход-

ными параметрами — факторами называется функцией отклика и имеет общий вид

$$y = f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_k). \quad (1)$$

Уравнению (1) соответствует некоторая гиперповерхность в многомерном пространстве, называемая поверхностью отклика, а пространство, в котором существует указанная поверхность, называется факторным пространством. Если фактор один, то поверхность вырождается в кривую, если факторов два, это будет «обычная» поверхность, наконец, если факторов три и больше, мы имеем дело с гиперповерхностью, которую нельзя изобразить, но с которой тем не менее можно работать, как с «обычной» поверхностью.

На рис. 2 пунктирными линиями показана некоторая поверхность отклика в двухфакторном пространстве кодированных факторов. Пунктирной линией подчеркивается то, что эта по-

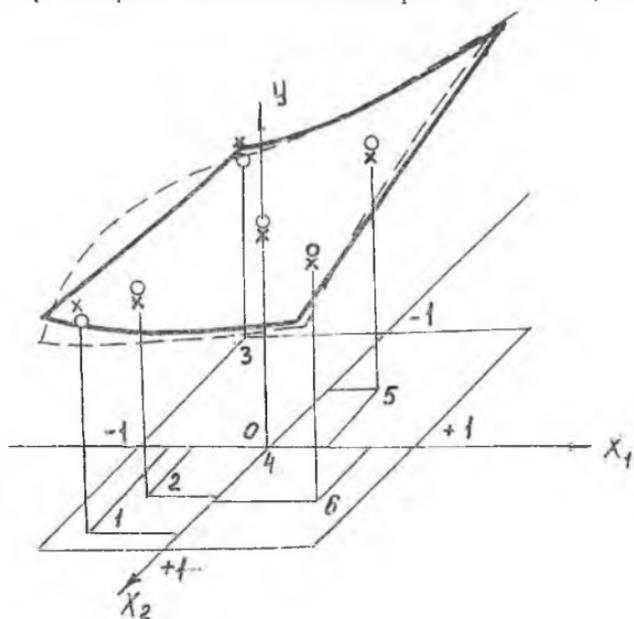


Рис. 2. Поверхность отклика (пунктир) и аппроксимирующая поверхность (сплошные линии)

верхность существует, но неизвестна нам. Информацию об этой поверхности можно получить в виде любого числа принадлежащих ей точек путем проведения эксперимента при различных сочетаниях факторов x_1 и x_2 . Полученная информация используется для построения аппроксимирующей поверхности (сплошная линия на рис. 2), которая должна проходить как можно

ближе к поверхности отклика. При обработке эмпирической информации, в которой содержатся случайные ошибки, с целью получения аппроксимирующей зависимости, описывающей функцию отклика, широко применяется метод наименьших квадратов. В методе наименьших квадратов в качестве критерия точности аппроксимации используется следующий показатель: сумма квадратов отклонений между известными значениями исследуемой функции отклика и соответствующими значениями аппроксимирующей функции должна быть минимальной:

$$\sum_{u=1}^N (y_u - \hat{y}_u)^2 = \min, \quad (2)$$

где N — число экспериментальных точек, по которым проводится аппроксимация, u — номер точки; знак $\hat{}$ — обозначения, предсказанные аппроксимирующим выражением.

В математическом планировании эксперимента наиболее широкое распространение в качестве аппроксимирующей функции получили полиномы некоторой степени:

$$y = b_0 + \sum_{i=1}^k b_i x_i + \sum_{i < j} b_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^k b_{ii} x_i^2 + \dots, \quad (3)$$

где $b_0, b_i, b_{ij}, b_{ii}, \dots$ — выборочные коэффициенты регрессии, которые можно получить, пользуясь результатами эксперимента.

Полученное эмпирическим путем уравнение регрессии (3) часто называют математической моделью процесса.

Так как степень полинома заранее предсказать нельзя, то пользуются идеей шагового поиска, т. е. сначала процесс описывается линейной моделью, и если качество модели неудовлетворительное, то увеличивают число членов полинома, повышая его степень.

Для получения выборочных оценок, коэффициентов уравнения регрессии можно организовать проведение эксперимента двумя принципиально различными путями.

Информация, собранная при так называемом «активном» эксперименте по математически обоснованному плану, учитывающему цели эксперимента и методы обработки его результатов, имеет много большую ценность, чем информация от эксперимента, поставленного по традиционной методике, когда изменяется каждый фактор в отдельности (так называемый «пассивный» эксперимент). При этом практически всегда уменьшаются затраты ресурсов (материальных и временных) на активный эксперимент и существенно облегчается интерпретация моделей. В работах В. В. Налимова на основе большого опыта сформулированы преимущества активных экспериментов:

минимизируется число опытов;

оптимально используется факторное пространство;
вводится четкая логика для всех процедур, последовательно совершаемых экспериментатором;
рандомизируются условия опыта;
благодаря направленной организации эксперимента выполняются исходные предпосылки статистического анализа;
оценивается элемент неопределенности, дающий возможность сопоставлять результаты, полученные разными исследованиями;
повышается контроль за точностью эксперимента.

Спланировать эксперимент — это, в частности, значит:

- а) выбрать из N_x действующих в технологическом процессе факторов те наиболее существенные факторы $x_1, x_2, x_3, \dots, x_i, \dots, x_k$, уровни которых технолог собираются изменить;
- б) наметить пределы их варьирования $(x_i)_{\min}$ и $(x_i)_{\max}$;
- в) наметить комбинацию уровней k факторов x_i , при которых будет исследоваться процесс;
- г) определить число повторений опытов и измерений в каждой из выбранных комбинаций k факторов.

Началом экспериментального исследования является изучение и анализ всех имеющихся данных о технологическом процессе. В соответствии с идеей шагового поиска эксперимент проводится в несколько этапов, число которых и действия на каждом из них зависят от конечной цели исследования. Из всего многообразия конечных целей исследования можно выделить две: 1 — найти адекватное описание функции отклика в заданной части факторного пространства; 2 — найти оптимальные условия протекания процесса. В зависимости от сочетания результата предыдущего этапа и вида конечной цели принимается решение о действиях на следующих этапах исследования (рис. 3).

При отыскании оптимальных режимов технологических процессов, в случае отсутствия данных об области этих режимов, целесообразно применять шаговые или последовательные методы планирования, такие, как методы крутого восхождения или последовательного симплекса планирования. В этих методах поверхность отклика аппроксимируется в локальной области, достаточно далекой от экстремума, линейным приближением с помощью минимально необходимого числа экспериментальных точек. Затем продвижение в область экстремума идет в направлении градиента линейного приближения или путем отбрасывания вершин симплекса с минимальным значением отклика. Эти методы факторного планирования эксперимента позволяют достигнуть «почти стационарной области» — области оптимальных режимов технологического процесса. Если эта область достигнута вышеуказанными методами или получена на основании

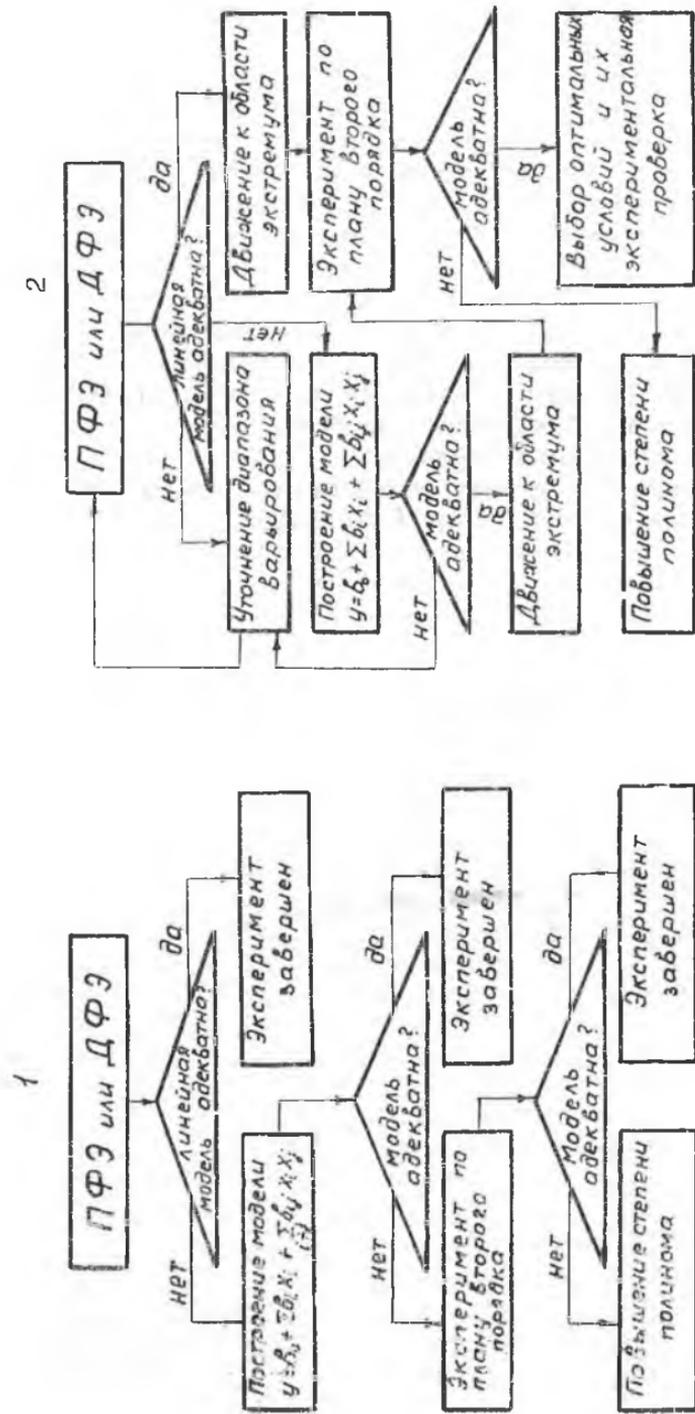


Рис. 3. Структурная схема решения задач по математическому описанию (1) и определению оптимальных условий протекания (2) технологических процессов

анализа опытных данных, необходимо для выяснения взаимосвязи отклика и варьируемых параметров построить математическую модель исследуемого процесса, уравнение связи. Обычно в области экстремума поверхность отклика аппроксимируется полиномами второго и более высших порядков.

1.2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ И ВЫБОР ПАРАМЕТРОВ ОПТИМИЗАЦИИ И ФАКТОРОВ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

При проведении «активного» эксперимента, т. е. по методике математического планирования эксперимента, к отклику и факторам исследуемого технологического процесса предъявляется ряд принципиальных требований.

Отклик — это результат опыта в соответствующих условиях. Его часто называют также функцией цели, критерием эффективности, критерием оптимальности, параметром оптимизации и др. Все приведенные термины можно считать синонимами.

Отклики должны отвечать следующим требованиям:

а) характеризовать наиболее общие свойства технологического процесса;

б) оцениваться количественно и быть однозначными, причем важно, чтобы они имели физический смысл и легко вычислялись;

в) обладать статистической эффективностью, т. е. быть нечувствительными к малым случайным воздействиям, и иметь минимальную ошибку воспроизводимости для параллельных опытов одной серии.

В случае, если интересующий нас признак качественный, а критерий, по которому мы оцениваем качество — сложный, необходимо использовать ранговый подход [2]. Ранг — это количественная оценка параметра оптимизации, но она носит условный (субъективный) характер. Мы ставим в соответствие качественному признаку некоторое число — ранг.

Желательно, чтобы параметров в оптимизации было как можно меньше. Однако не следует добиваться уменьшения числа параметров оптимизации за счет полноты характеристики процесса. При планировании эксперимента целесообразно измерять все параметры, затем оценивать корреляцию между ними и строить модели для их минимально возможного числа или же воспользоваться обобщенным параметром. Построение обобщенного параметра оптимизации связано с созданием единого признака, количественно определяющего закономерности технологического процесса с многими входными параметрами. Несколько различных способов построения обобщенного показателя рассмотрено в работе [2].

Важным вопросом при планировании эксперимента является определение и выбор входящих параметров — факторов технологического процесса.

Факторы могут быть качественными и количественными. В инженерной практике, как правило, встречаются количественные факторы: температура, давление, концентрация и т. п. К качественным факторам относятся: вид катализатора, тип аппарата, исполнители и др. Хотя качественным факторам не соответствует числовая шкала в том смысле, как это понимается для количественных факторов, однако можно построить условную порядковую шкалу, в которой уровням качественного фактора соответствуют числа натурального ряда, т. е. производится кодирование.

Каждый фактор, участвующий в процессе, имеет определенный предел изменения своей величины. Совокупность всех значений, которые принимает фактор, называется областью определения фактора. Но в области определения необходимо найти локальную подобласть для планирования эксперимента, т. е. для каждого фактора необходимо указать интервал варьирования параметров, в пределах которого проводится исследование. Конкретные значения, которые имеет фактор во время эксперимента, называются уровнями.

Факторы в области определения исследуемых процессов должны отвечать следующим принципиальным требованиям. Они должны быть:

- а) управляемыми, т. е. в течение всего опыта экспериментатор может управлять каждым фактором в отдельности;
- б) совместными, т. е. все комбинации уровней осуществимы и безопасны;
- в) независимыми, т. е. необходимо обеспечить возможность их поддержания на любом уровне в течение всего эксперимента вне зависимости от уровней других факторов.

В практических задачах области определения факторов, как правило, ограничены. Ограничения могут носить принципиальный либо технический характер.

В результате сбора предварительной априорной информации об изучаемом процессе исследователь должен составить полный список факторов, исходя из того, что лучше назвать несколько малозначущих факторов, чем пропустить один существенно значимый, а также задать ориентировочные пределы изменения факторов с учетом требований к ним. Если количество факторов окажется большим (семь и более), необходимо обратиться к методам отсеивания незначущих факторов.

В качестве примера рассмотрим порядок выбора основных факторов и области их определения при изучении процесса диффузионной сварки в вакууме (ДСВ) жаропрочного никелевого

сплава ВЖЛ12У с высокопрочной сталью ЭИ961. Технологический процесс диффузионной сварки изучался применительно к получению сварного соединения рабочего колеса с валом роторов турбин малоразмерных ГТД.

Обычно для количественной оценки качества сварных изделий используют показатели механических свойств полученных соединений. Испытание на растяжение является основным и наиболее распространенным методом исследования механических свойств материалов. Использование этого метода для контрольных испытаний регламентируется Государственным стандартом. Важнейшей характеристикой свойств материалов, а также соединений, полученных сваркой, является предел прочности σ_b (временное сопротивление), определяемый при испытаниях на растяжение.

Следует отметить, что этот вид испытаний не требует больших затрат времени и средств, чем, например, усталостные испытания. Учитывая, что технология ДСВ стали ЭИ961 и сплава ВЖЛ12У предусматривает внесение в стык мягкой прослойки из чистого никеля, то для ряда испытаний, например, определения ударной вязкости этого соединения требуется уточнение и доработка стандартных методик. Предел прочности при растяжении отвечает всем требованиям, предъявляемым к критериям оптимизации. В дальнейшем для уточнения механических свойств сварных узлов была проведена серия испытаний — высокотемпературных, усталостных, комплексных на специальных стендах и натуральных изделиях.

При диффузионной сварке соединяемые детали пластически деформируются под воздействием давления сжатия и температуры сварки. Величина остаточной деформации в значительной мере определяет доработку узла после сварки, а также необходимые припуски на детали до сварки.

Выбор величины остаточной деформации в качестве критерия оптимизации позволил выбрать режим ДСВ роторов, при котором пластическая деформация ограничивается минимально необходимой.

Следовательно, в качестве откликов или параметров оптимизации целесообразно выбрать прочность на растяжение y и остаточную макропластическую деформацию сварного соединения z . При этом целью исследований является определение оптимальных значений технологических факторов, при которых сварное соединение будет иметь максимальную прочность $y_{\text{макс}}$ при минимально возможной остаточной пластической деформации $z_{\text{мин}}$.

Процесс диффузионной сварки в вакууме характеризуется целым рядом факторов. К числу наиболее ответственных техно-

логических параметров следует отнести: температуру сварки; удельное давление сжатия; время сварки; глубину вакуума; класс шероховатости свариваемых поверхностей; материал и геометрию прослой; род растворителей для удаления загрязнений с поверхности перед сваркой; характер термической и механической обработки сплавов перед сваркой.

Анализ технологических параметров показывает, что их количество достигает десяти и среди них имеются такие, которые поддаются количественной оценке или отражают качественные характеристики технологии ДСВ.

Исходя из требований, предъявляемых к факторам, и учитывая, что с увеличением числа факторов при оптимальном планировании экспериментов значительно увеличивается объем математической обработки результатов, целесообразно при исследовании процесса ДСВ жаропрочных сплавов, на основании опыта проведенных работ, выбрать минимально возможное число варьируемых переменных.

Для отсеивания факторов и выбора наиболее ответственных из них в данной работе были проанализированы результаты исследований по ДСВ различных сочтаний материалов, а также проведены предварительные эксперименты.

Анализ литературных данных показал, что такие качественные факторы, как род растворителей для удаления загрязнений и характер термической обработки сплавов перед сваркой, незначительно зависят от сочетания металлических сплавов и могут быть выбраны предварительно. Так, в качестве растворителей для удаления загрязнений можно выбрать бензин и ацетон. Исследуемые сплавы должны проходить термическую обработку согласно техническим условиям на поставку.

Понижение класса поверхности, т. е. увеличение высоты микронеровностей, как правило, приводит к уменьшению площади фактического контакта, на которой развиваются диффузионные процессы, а, следовательно, и снижению конструкционной прочности соединения. Особенно это свойственно для материалов, поверхностный слой которых характеризуется высокой твердостью (ВЖЛ12У $H_p = 5500$ МПа, ЭИ961, $H_p = 3200$ МПа), а также подвергающихся ДСВ на режимах с пониженными значениями температуры сварки. Применяемый в данной технологии сварки прослой из чистого никеля значительно снижает влияние микрогеометрии поверхности на величину площади фактического контакта, так как при температурах сварки он достаточно пластичен ($\sigma_T \leq 30$ МПа).

Следует отметить, что с повышением класса чистоты обработки поверхности условия формирования площади фактического контакта улучшаются. В связи с тем, что получение класса шероховатости поверхности выше восьмого связано с усложне-

нием технологии, а высота микронеровностей при 4—5-м классе сравнима с толщиной прослой (50 мкм), целесообразно использовать детали роторов ТК и ТС со шлифованными до седьмого класса поверхностями под сварку.

На основании опыта работ и анализа свариваемых материалов (сплав ВЖЛ12У и сталь ЭИ961), а также предварительных экспериментов были выбраны материал и толщина прослой. Как показала расчетная оценка, мягкая прослойка из чистого никеля толщиной 0,05 мм на прочность натуральных узлов не оказывает существенного влияния.

Одним из параметров технологического процесса ДСВ жаропрочных сплавов является глубина вакуума. В настоящей технологии для разрушения слоя окислов на свариваемых поверхностях, а также для сохранения чистых поверхностей в течение всего времени сварки нагрев деталей осуществляется в вакууме 10^{-4} — 10^{-5} мм рт. ст., обычно применяемом для ДСВ на серийных сварных установках. Как показывают эксперименты, при нагреве выше 873 К в вакууме 10^{-4} — 10^{-5} происходит разрушение окисных пленок на свариваемых материалах, причем более интенсивно на стали ЭИ961.

Таким образом, шероховатость поверхности, материал, геометрия прослой и глубина вакуума могут быть приняты за постоянные параметры, являющиеся оптимальными. Такие факторы, как температура сварки, удельное давление сжатия и время сварки, являются основными параметрами процесса ДСВ, определяющими процессы формирования физического контакта, диффузионного массообмена в зоне сварки, структурные превращения основных материалов, а, следовательно, и качество соединения в целом. Эти параметры полностью отвечают требованиям, предъявляемым к факторам процессов, исследуемых с помощью методики оптимального планирования эксперимента.

Температурный режим диффузионной сварки в вакууме влияет на все стадии процесса и при выборе интервала варьирования температуры сварки $T_{св}$ необходимо это учитывать.

Удаление окисных пленок с поверхности высоколегированных сталей и сплавов, как правило, наиболее интенсивно происходит при температурах, превышающих 1223—1273 К в вакууме 10^{-4} — 10^{-5} мм рт. ст., что и подтверждают эксперименты на изучаемых материалах. Следовательно, в целях сокращения времени, необходимого на разрушение окисных пленок в условиях сварки, целесообразно, чтобы нижняя граница интервала варьирования $T_{св}$ была не ниже 1273 К.

Развитие физического контакта в значительной степени определяется механическими свойствами поверхностных слоев соединяемых деталей. При температурах выше 1273 К пластичность изучаемых сплавов резко увеличивается. Это позволяет при срав-

нительно небольших усилиях сжатия обеспечить физический контакт через прослой чистого шкеля по всей поверхности соединения.

Температурный режим ДСВ стимулирует диффузионные процессы как в самих сплавах, так и взаимную диффузию в переходной зоне между ними. Исследуемые материалы являются жаропрочными высоколегированными сплавами. Наличие в структуре упрочняющих фаз, например, в сплаве ВЖЛ12У — γ' — фазы, ограничивает температуру нагрева ввиду возможных необратимых структурных изменений.

Более чувствительным к перегреву является сплав ВЖЛ12У. Так, нагрев выше температуры закалки 1473 К приводит к необратимым структурным изменениям, вследствие чего прочность и жаростойкость этого материала значительно снижаются.

Наличие в сплавах большого количества легирующих элементов, особенно в ВЖЛ12У, затрудняет протекание диффузионных процессов, а также процессов релаксации внутренних напряжений. Так, для снятия внутренних напряжений в сплаве ВЖЛ12У проводится отжиг при 1223 К в течение двух часов. Следовательно, для стимулирования взаимной диффузии свариваемых сплавов целесообразен нагрев до температур не ниже 1273 К. Следует отметить, что уменьшение температуры сварки ниже 1273 К, как показал опыт, приводит к резкому падению прочности соединения.

Таким образом, диапазон варьирования сварочных температур целесообразно принять равным от 1273 до 1473 К, чтобы полностью отключить возможность перегрева сплава ВЖЛ12У.

Удельное давление сжатия для жаропрочных сплавов обычно выбирается экспериментально. Величина удельного давления влияет, в первую очередь, на относительную деформацию сварного соединения, которую целесообразно ограничить. Минимальные макропластические деформации сварного соединения могут быть получены лишь при сварке с применением относительно низких удельных давлений. В то же время давление сжатия должно быть достаточным для образования физического контакта по всей поверхности соединяемых деталей, что определяется пластическими свойствами используемых материалов. В связи с тем, что для свариваемых сплавов точные характеристики пластичности при высоких температурах отсутствуют, интервал варьирования удельного давления сжатия выбран достаточно широким от 5 до 20 МПа.

В настоящее время длительность изотермической выдержки при сварке, особенно для разнородных сложных сочетаний, выбирается экспериментально. Длительные выдержки при сварке значительно снижают производительность процесса ДСВ, а также приводят к увеличению остаточных деформаций сварного

Таблица 1

Основные факторы и критерии оптимизации (отклонки) для некоторых технологических процессов в производстве отдельных аппаратов

	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆	X ₇	У ₁	У ₂	У ₃
Технол. процесс										
Диффузионная сварка и пайка	Температура	Давление сжатия	Время	Глубина вакуума	Хим. состав провол (примес.)	Толщина провол (примес.)	Шероховатость поверхности	Прочность	Плавкость	Деформация
Магнитно-импульсная обработка материалов	Энергия радиус индуктора	Энергия радиус индуктора	Длина индуктора	Число витков	Радиус детали	Толщина детали	Напряженность магнитного поля	Период колебаний	Скорость перемещения	—
Шоково-плазменное напыление	Ток разряда	Индукция магнитного поля	Плотность тока	Давление газа	Энергия ионной бомбардировки	Плотность потока энергии	Температура	Адгезия	Износостойкость	Вязкость
Плазменная (резотермическая) напыление	Сила тока дуговой	Расход плазмы образ. газа	Расход энергии	Давление газа	Скорость плазмы	Шаг и частота перемещ.	Расход порош. материала	Адгезия	Износостойкость	Пористость
Штамповка эластичной средой	Высота пуансона, матрицы	Высота пуансона, матрицы	Толщина заготовки	Смазка	Механические свойства материала	Толщина заготовки	Форма инструмента	Угол трения	Усталостная прочность	Усталостная прочность
Дормованце и запрессовка болтов	Диаметр отверстия	Угол заборозки	Натяг	Скорость	Материал	Толщина заготовки	Вид смазки	Усиление борозки	Точность отборозки	Предел выносливости
Клейка	Диаметр отверстия	Толщина пакета	Схема клеевой	Тип заклеек	Усиление расклевывания	Скорость сверления	—	Натяг	Герметичность	Асурс

соединения. Ограничение времени может привести к незавершенности формирования физического контакта и снижению величины зоны объемного взаимодействия между свариваемыми материалами. Предварительные эксперименты показали, что выдержка в течение 15–20 мин в диапазоне вышеуказанных интервалов температур и удельных давлений обеспечивает удовлетворительное качество соединения; дальнейшее повышение длительности сварки до 1 ч не приводит к заметному росту механических свойств сварных образцов.

Область факторного пространства, в которой целесообразно исследовать процесс ДСВ сплава ВЖЛ12У со сталью ЭИ961, следующая:

$$\begin{aligned} 1273 \text{ К} &\leq T_{\text{с1}} \leq 1473 \text{ К}; \\ 5 \text{ МПа} &\leq P_{\text{св}} \leq 20 \text{ МПа}; \\ 5 \text{ мин} &\leq \tau_{\text{св}} \leq 20 \text{ мин}. \end{aligned} \quad (4)$$

Таким образом, анализ информации о процессе диффузионной сварки и свойствах исследуемых сплавов, а также небольшое количество предварительных экспериментов позволили существенно снизить число варьируемых факторов и достаточно объективно определить границы изучаемого факторного пространства.

В табл. 1 представлены наиболее важные факторы и параметры оптимизации для ряда новых технологических процессов изготовления деталей летательных аппаратов и их сборки. При определении факторов и параметров оптимизации пользовались описанной выше схемой их выбора на основании теоретического и экспериментального опыта по исследованию рассматриваемых процессов.

2. ПОЛНЫЙ ФАКТОРНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ И ДРОБНЫЕ РЕПЛИКИ

2.1. ПОЛНЫЙ ФАКТОРНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

Как при нахождении математической модели технологического процесса в заданной части факторного пространства, так и при нахождении оптимальных условий протекания процесса на первом этапе исследований требуется построение линейных моделей (см. рис. 3), а уже затем принимается решение о действиях на следующих этапах.

Для построения линейных моделей процессов широко применяются математические планы, соответствующие полному факторному эксперименту (ПФЭ) или дробному факторному эксперименту (ДФЭ).

Полным факторным экспериментом называется такой эксперимент, при реализации которого определяется значение параметра оптимизации при всех возможных сочетаниях уровней варьирования факторов. Если мы имеем дело с k факторами, каждый из которых может устанавливаться на q уровнях, то для того, чтобы осуществить ПФЭ, необходимо поставить $n = q^k$ опытов.

Планирование, проведение и обработка результатов ПФЭ состоят из следующих обязательных этапов: кодирование факторов и определение интервалов их варьирования; составление плана-матрицы эксперимента; проверка воспроизводимости опытов; оценка значимости коэффициентов регрессии; проверка адекватности линейной модели.

Наибольшее распространение получили эксперименты, в которых факторы варьируются на двух уровнях (планы 2^k). Реже встречаются 3^k , так как с ростом числа уровней факторов резко возрастает количество опытов.

Кодирование факторов. Поскольку факторы изучаемого процесса неоднородны и имеют различные единицы измерения, их следует привести к единой системе исчисления путем перехода от действительных значений факторов к кодированным. Связь

между кодовым и натуральным значениями фактора задается формулой

$$x_i = \frac{\tilde{x}_i - \tilde{x}_{i0}}{\delta \tilde{x}_i}, \quad (5)$$

где \tilde{x}_i — натуральное значение фактора; \tilde{x}_{i0} — натуральное значение фактора на нулевом (основном) уровне, $\tilde{x}_{i0} = \frac{\tilde{x}_{i \max} + \tilde{x}_{i \min}}{2}$
 $\delta \tilde{x}_i = \frac{\tilde{x}_{i \max} - \tilde{x}_{i \min}}{2}$; x_i — кодированное значение фактора.

Вопрос о выборе интервала варьирования требует тщательного рассмотрения. В некоторых случаях границы области исследования факторного пространства могут совпадать с границами интервала варьирования. Однако, особенно при оптимизации процесса, вначале целесообразно описать его линейным уравнением, и поэтому интервал варьирования должен быть достаточно мал для получения линейного уравнения, но вместе с тем достаточно велик, чтобы не получить ошибочного вывода о незначимости какого-либо фактора. В табл. 2 приведены результаты кодирования факторов для примера (рассматриваемого в разд. 1) диффузионной сварки сплава ВЖЛ12У со сталью ЭИ961.

Таблица 2

Кодированные и натуральные значения факторов процесса диффузионной сварки сплава ВЖЛ12У со сталью ЭИ961

Параметры режима	Код	Нулевой уровень, 0	Интервал варьирования, $\delta \tilde{x}_i$	Нижний уровень, -1	Верхний уровень, +1
$T_{св}, K$	X_1	1348	55	1293	1403
$P_{св}, MPa$	X_2	12,5	4,5	8,0	17,0
$T_{св}, мин$	X_3	12,5	4,5	8,0	17,0

Составление плана-матрицы эксперимента. Составление плана-матрицы полного факторного эксперимента происходит следующим образом: для x_1 уровни чередуются в каждом опыте; для x_2 — через два опыта; для x_3 — через четыре и т. д. В результате план-матрица содержит все возможные сочетания факторов исследуемого процесса. План-матрица для ПФЭ типа 2^3 приведена в табл. 3 и на рис. 4.

Планирование согласно полному факторному эксперименту

Таблица 3

Матрица планирования для ПФЭ 2^3

Номер опыта	X_1	X_2	X_3	$X_1 X_2$	$X_1 X_3$	$X_2 X_3$	$X_1 X_2 X_3$
1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	+1
2	+1	-1	-1	-1	-1	+1	+1
3	-1	+1	-1	-1	+1	-1	+1
4	+1	+1	-1	+1	-1	-1	-1
5	-1	-1	+1	+1	-1	-1	+1
6	+1	-1	+1	-1	+1	-1	-1
7	-1	+1	+1	-1	-1	+1	-1
8	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1

называется ортогональным планированием, при котором определение коэффициентов уравнения регрессии осуществляется независимо друг от друга.

Для составления плана эксперимента, который характеризуется четырьмя факторами, т. е. ПФЭ типа 2^4 , матрицу, приведенную в табл. 3, необходимо повторить дважды: при x_4 на нижнем и верхнем уровнях.

Планы факторного эксперимента могут быть записаны в компактной форме: вместо каждой строки в матрице выписать только те факторы, которые находятся на верхнем уровне, а строчку, в которой все факторы находятся на нижнем уровне, обозначить через 1 (табл. 4).

Рандомизация опытов. Рандомизацией называется процедура установления случайного порядка проведения опытов по времени, так как кроме варьируемых факторов при исследовании технологического процесса имеется целый ряд дополнительных факторов, оказывающих влияние на функцию отклика. Чтобы внести элемент случайности влияния дополнительных факторов на результат в целях обоснованного применения аппарата математической статистики, осуществляется рандомизация опытов. Для ее осуществления пользуются таблицами случайных чисел, извлечением номеров опытов из урны и т. п.

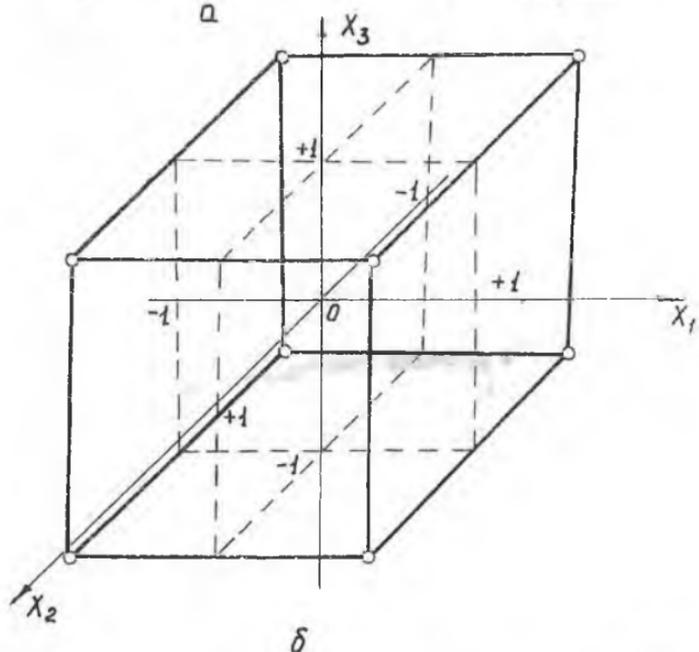
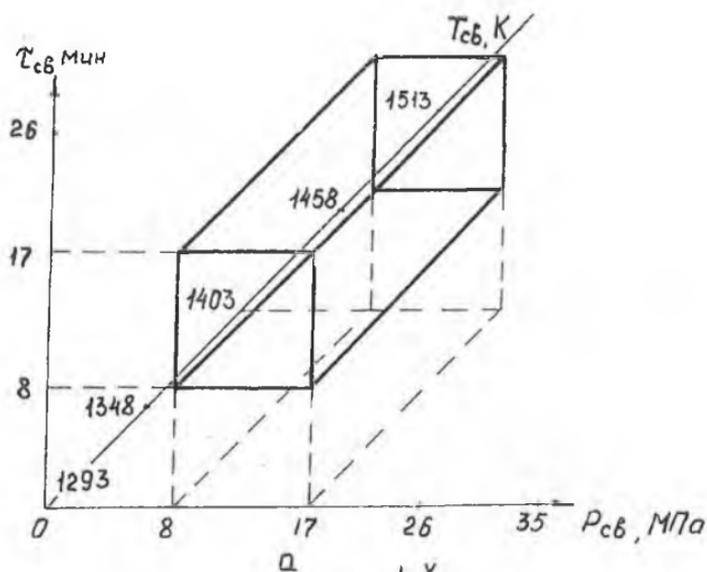


Рис. 4. Геометрическая интерпретация для плана ПФЭ 2^4 в натуральных (а) и кодовых (б) единицах измерений

Таблица 4

Матрицы для ПФЭ типов 2², 2³, 2⁴, 2⁵

Опыт	Тип эксперимента			
	2 ²	2 ³	2 ⁴	2 ⁵
1	1	1	1	1
2	X ₁	X ₁	X ₁	X ₁
3	X ₂	X ₂	X ₂	X ₂
4	X ₁ , X ₂	X ₁ , X ₂	X ₁ , X ₂	X ₁ , X ₂
5		X ₃	X ₃	X ₃
6		X ₁ , X ₃	X ₁ , X ₃	X ₁ , X ₃
7		X ₂ , X ₃	X ₂ , X ₃	X ₂ , X ₃
8		X ₁ , X ₂ , X ₃	X ₁ , X ₂ , X ₃	X ₁ , X ₂ , X ₃
9			X ₄	X ₄
10			X ₁ , X ₄	X ₁ , X ₄
11			X ₂ , X ₄	X ₂ , X ₄
12			X ₁ , X ₂ , X ₄	X ₁ , X ₂ , X ₄
13			X ₁ , X ₃ , X ₄	X ₁ , X ₃ , X ₄
14			X ₁ , X ₃ , X ₄ , X ₄	X ₁ , X ₃ , X ₄
15			X ₂ , X ₃ , X ₄	X ₂ , X ₃ , X ₄
16			X ₁ , X ₂ , X ₃ , X ₄	X ₁ , X ₂ , X ₃ , X ₄
17				X ₅
18				X ₁ , X ₅
19				X ₂ , X ₅
20				X ₁ , X ₂ , X ₅
21				X ₃ , X ₅
22				X ₁ , X ₃ , X ₅
23				X ₂ , X ₃ , X ₅
24				X ₁ , X ₂ , X ₃ , X ₅
25				X ₄ , X ₅
26				X ₁ , X ₄ , X ₅
27				X ₂ , X ₄ , X ₅
28				X ₁ , X ₃ , X ₄ , X ₅
29				X ₃ , X ₄ , X ₅
30				X ₁ , X ₃ , X ₄ , X ₅
31				X ₂ , X ₃ , X ₄ , X ₅
32				X ₁ , X ₂ , X ₃ , X ₄ , X ₅

Реализация плана эксперимента. В результате реализации плана эксперимента определяются значения откликов или параметров оптимизации в каждом опыте и фиксируются в таблице результатов. В рассматриваемом примере в качестве параметров оптимизации были выбраны прочность сварного соединения

на растяжение y и остаточная макропластическая деформация z . Для оценки воспроизводимости опытных данных план эксперимента был реализован трижды (табл. 5).

Таблица 5

Результаты экспериментов и оценка их воспроизводимости

Опыт	X_1	X_2	X_3	X_1, X_2	X_1, X_3	X_2, X_3	Y_{u1} , МПа	Y_{u2} , МПа	\bar{Y}_u , МПа	$S_{y_u}^2$, %	\hat{Z}_u , %	Z_{u2} , %	\bar{Z}_u , %	$S_{Z_u}^2$
1	-1	-1	-1	+1	-1	-1	690	720	705	450	0,65	0,95	0,8	0,045
2	+1	-1	-1	-1	-1	+1	1015	1025	1020	50	2,9	3,7	3,3	0,32
3	-1	+1	-1	-1	+1	-1	895	915	905	200	1,3	2,5	1,9	0,72
4	+1	+1	-1	+1	-1	-1	998	1022	1010	288	6,8	7,4	7,1	0,18
5	-1	-1	+1	+1	-1	-1	849	863	856	78	0,7	1,3	1,0	0,18
6	+1	-1	+1	-1	+1	-1	1029	1061	1045	512	4,4	4,6	4,5	0,02
7	-1	+1	+1	-1	-1	+1	929	937	933	32	2,4	3,4	2,9	0,50
8	+1	+1	+1	+1	+1	+1	1002	1018	1010	128	8,8	9,6	9,1	0,50

$$G_y = \frac{S_{y_u}^2 \max}{\sum_{u=1}^8 S_{y_u}^2} = \frac{512}{1738} \approx 0,3 < G_{(0,05; 8; 1)} = 0,6798;$$

$$G_z = \frac{0,72}{2,465} \approx 0,3 < G_{(0,05; 8; 1)} = 0,6798;$$

$$S_y^2 = \frac{\sum_{u=1}^8 S_{y_u}^2}{n} = \frac{1738}{8} = 217,25;$$

$$S_z^2 = \frac{2,465}{8} = 0,308$$

Планируя эксперимент, мы стремимся получить линейную модель. Однако у нас нет уверенности в том, что в выбранных интервалах варьирования процесса описывается линейная модель. Один из часто встречающихся видов нелинейности связан с тем, что влияние одного фактора на отклик зависит от уровня, на котором находится другой фактор. Это означает, что имеется эффект взаимодействия факторов. Полный факторный эксперимент позволяет количественно оценивать эффект взаимодейст-

вия. Для этого необходимо воспользоваться расширенной планом-матрицей (табл. 5), в которой учитывается произведение факторов.

При этом математическая модель процесса ДСВ сплава ВЖЛ12У со сталью ЭИ961 будет иметь вид системы двух уравнений регрессии:

$$\begin{aligned} y &= b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_{12}x_1x_2 + b_{13}x_1x_3 + b_{23}x_2x_3 + b_{123}x_1x_2x_3; \\ z &= b'_0 + b'_1x_1 + b'_2x_2 + b'_3x_3 + b'_{12}x_1x_2 + b'_{13}x_1x_3 + b'_{23}x_2x_3 + b'_{123}x_1x_2x_3. \end{aligned} \quad (6)$$

Проверка воспроизводимости опытов. При одинаковом числе параллельных опытов на каждом сочетании уровней факторов воспроизводимость процесса проверяется по критерию Кохрена (см. прил. 1):

$$G = \frac{S_{u^2 \max}}{\sum_{u=1}^m S_{u^2}} \leq G(0,05; f_u; f_n), \quad (7)$$

где $S_{u^2 \max}$ — наибольшая из дисперсий в строках плана;

$S_{u^2} = \frac{\sum_{p=1}^m (y_{pu} - \bar{y}_u)^2}{m-1}$ — дисперсии, характеризующая рассеяние результатов опытов на u -м сочетании уровней факторов; $p=1, 2, \dots, m$ — число параллельных опытов; $G(0,05; f_u; f_n)$ — табличное значение критерия Кохрена при 5%-ном уровне значимости $/3/$; $f_u = m-1$ — число степеней свободы каждой оценки; $f_n = n$ — число независимых оценок дисперсии; y_{pu} — результат отдельного опыта; \bar{y}_u — среднее значение опытов на u -м сочетании уровней факторов.

Число степеней свободы f — понятие, учитывающее в статистических ситуациях связи, ограничивающие свободу изменения случайных величин. Значение f подсчитывается как разность между числами выполненных опытов и числом констант (коэффициентов, средних и т. д.), подсчитанных по результатам тех же опытов.

Уровень значимости α — мера точности ответа. Для инженерных расчетов обычно выбирается $\alpha = 0,05$, что соответствует вероятности правильного ответа 0,95 или 95%.

Процесс считается воспроизводимым, т. е. ряд дисперсии однороден, если выполняется неравенство (7). Дисперсия воспроизводимости определяется по формуле

$$S_y^2 = \frac{\sum_{u=1}^n S_{u^2}}{n}, \quad (8)$$

где n — число строк матрицы планирования, т. е. число опытов в плане.

Наряду с дисперсией часто используется еще одна величина — среднее квадратичное отклонение (средняя квадратичная ошибка или стандарт), определяемое как корень квадратный из дисперсии, взятый со знаком плюс:

$$S_y = \sqrt{S_y^2} = \sqrt{\frac{\sum_{n=1}^n S_u^2}{n}}. \quad (9)$$

Если неравенство (7) не выполняется, то необходимо уточнить результаты опытов, имеющих максимальное значение дисперсии.

Необходимо отметить, что по возможности следует избегать случаев, когда число повторений каждого опыта неодинаково. Если почему-либо числа повторений опытов неодинаковы, т. е. дисперсии $S_1^2, S_2^2, S_3^2, \dots$, найдены с различными степенями свободы, однородность дисперсий можно оценить по критерию Вартлента [4].

В рассматриваемом примере (см. табл. 5) выполняли по три определения величины y_u и z_u . Проведенный анализ показал, что процесс воспроизводим с вероятностью 0,95, так как неравенство (7) выполняется. При этом дисперсия воспроизводимости по отклику y равна $S_y^2 = 217,25$, а по отклику z — $S_z^2 = 0,308$.

Определение коэффициентов уравнения регрессии. По результатам эксперимента определяются коэффициенты математической модели — уравнений регрессии. Все коэффициенты в случае полного факторного эксперимента определяются независимо друг от друга по следующим формулам:

$$b_0 = \frac{\sum_{u=1}^n \bar{y}_u}{n}; \quad b_{ij} = \frac{\sum_{u=1}^n x_{iu} \bar{u}_u}{n}; \quad b_i = \frac{\sum_{u=1}^n x_{iu} \bar{y}_u}{n} \quad (10)$$

где \bar{y}_u — среднее значение отклика в u -той строке плана — матрицы; x_{iu} — значение i -го фактора в u -той строке планаматрицы.

Для рассматриваемого примера:

$$b_0 = \frac{705 + 1020 + 905 + 1010 + 856 + 1045 + 933 + 1010}{8} = 935,5;$$

$$b_1 = \frac{-705 + 1020 - 905 + 1010 - 856 + 1045 - 933 + 1010}{8} = 85,75.$$

Аналогично определяются другие коэффициенты: $b_2 = 29,0$; $b_3 = 25,5$; $b_{12} = -40,25$; $b_{13} = -19,25$; $b_{23} = -18,5$; $b_{123} = 11,25$; $b'_0 = 3,825$; $b'_1 = 2,175$; $b'_2 = 1,425$; $b'_3 = 0,55$; $b'_{12} = 0,675$; $b'_{13} = 0,25$; $b'_{23} = 0,2$; $b'_{123} = 0$.

Оценка значимости коэффициентов уравнений регрессии. Коэффициент считается значимый, если выполняется неравенство

$$|b_i| \geq \Delta b_i = t_{t(0,05; f_y)} \sqrt{\frac{S_y^2}{n}}, \quad (11)$$

где $t_{t(0,05; f_y)}$ — значение критерия Стьюдента при 5%-ном уровне значимости; f_y — число степеней свободы при определении S_y^2 ; n — число опытов в плане (см. прил. 2).

Смысл этого неравенства заключается в том, что абсолютная величина коэффициента должна быть в t раз больше, чем ошибка его определения. Средняя квадратичная ошибка определения коэффициентов в условиях полного факторного эксперимента постоянна:

$$S_{b_i} = \sqrt{\frac{S_y^2}{n}}. \quad (12)$$

Члены уравнения регрессии с незначимыми коэффициентами отбрасываются, так как данный фактор не влияет или влияет незначимо на параметр оптимизации. Однако на величину коэффициента регрессии влияет не только роль данного фактора, но также выбранный интервал варьирования. Если интервал варьирования данного фактора увеличить, то его роль может возрасти, что отразится на величине коэффициента уравнения регрессии.

Для рассматриваемого примера значение Δb_i , определяющее доверительный интервал определения коэффициентов в уравнении для прочности сварного соединения, $\Delta b_{y_i} = 12,04$, а в уравнении для остаточной макропластической деформации сварного соединения $\Delta b_{z_i} = 0,453$.

Коэффициенты регрессии $b_{123} = 11,25$; $b'_{13} = 0,25$; $b'_{23} = 0,2$; $b'_{123} = 0$ незначимы и их можно не учитывать в математической модели процесса. Таким образом, математическая модель процесса ДСВ сплава ВЖЛ12У со сталью ЭИ961 имеет следующий вид:

$$y = 935,5 + 85,75 x_1 + 29 x_2 + 25,5 x_3 - 40,25 x_1 x_2 - 19,25 x_1 x_3 - 18,5 x_2 x_3; \quad (13)$$

$$z = 3,825 + 2,175 x_1 + 1,425 x_2 + 0,55 x_3 + 0,675 x_1 x_2. \quad (14)$$

Проверка адекватности математической модели. Адекватность модели проверяется с помощью критерия Фишера (см. прил. 3):

$$F = \frac{S_{\text{аа}}^2}{S_y^2} \leq F(0,05; f_{\text{аа}}; f_y), \quad (15)$$

где $S_{\text{аа}}^2 = \frac{\sum_{n=1}^n (\hat{y}_n - y_n)^2}{n-l}$; y — среднее значение отклика в n -м

опыте; S_y^2 — дисперсия воспроизводимости опытов; $F(0,05; f_{ал}; f_y)$ — табличное значение критерия Фишера при 5%-ном уровне значимости; $f_{ал} = n - l$ — число степеней свободы при определении $S_{ал}^2$; \hat{y} — расчетное (согласно уравнению регрессии) значение отклика в i -м опыте; l — число значимых коэффициентов в уравнении регрессии.

Если неравенство (15) выполняется, то с вероятностью 0,95 можно считать, что уравнение регрессии адекватно описывает, т. е. достаточно точно аппроксимирует, функцию отклика.

Результаты проверки на адекватность математической модели в рассматриваемом примере приведены в табл. 6. Как показали расчеты, математическая модель (13) неадекватна, т. е. погрешность аппроксимации функции отклика очень велика.

Таблица 6

Оценка адекватности математической модели

Опыт	x_1	x_2	x_3	\bar{y}	\hat{y}	$(\bar{y}-\hat{y})^2$	\bar{z}	\hat{z}	$(\bar{z}-\hat{z})^2$
1	-1	-1	-1	705	717,25	150,06	0,8	0,35	0,2025
2	+1	-1	-1	1020	1007,75	150,06	3,3	3,35	0,0025
3	-1	+1	-1	905	892,75	150,06	1,9	1,85	0,0025
4	+1	+1	-1	1010	1022,25	150,06	7,1	7,55	0,2025
5	-1	-1	+1	856	843,75	150,06	1,0	1,45	0,2025
6	+1	-1	+1	1045	1057,25	150,06	4,5	4,45	0,0025
7	-1	+1	+1	933	945,25	150,06	2,9	2,95	0,0025
8	+1	+1	+1	1010	997,75	150,06	9,1	8,65	0,2025

$$S_{y(ог)}^2 = \frac{1200,48}{8-7} = 1200,48 \text{ при } f_{ог} = 1; S_y^2 = 217,25;$$

$$F_y = \frac{1200,48}{217,25} = 5,53 > F_{(0,05; 1; 8)} = 5,31;$$

$$S_{z(ог)}^2 = \frac{0,82}{8-5} = 0,273 \text{ при } f_{ог} = 3; S_z^2 = 0,308;$$

$$F_z = \frac{0,273}{0,308} = 0,87 < F_{(0,05; 3; 8)} = 4,066.$$

В связи с этим необходимо увеличить степень полиномов, описывающих зависимости прочности и остаточной макропластической деформации сварного соединения от температуры, давления сжатия и времени сварки. Для решения этой задачи используются специальные планы второго порядка.

Уравнение регрессии (14) адекватно описывает зависимость остаточной пластической деформации сварного соединения от температуры, давления сжатия и времени сварки. Следовательно, полученное уравнение регрессии, т. е. математическую модель, можно использовать для анализа и прогнозирования значений остаточной пластической деформации при любых значениях факторов, находящихся между верхним и нижним уровнями.

2.2. ДРОБНЫЙ ФАКТОРНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

Число опытов в полном факторном эксперименте быстро растет с увеличением размерности факторного пространства. Применение планирования по типу дробного факторного эксперимента (ДФЭ) позволяет существенно снизить число опытов при достаточно большом числе факторов.

Идея ДФЭ заключается в том, что в случае, когда некоторые взаимодействия факторов не оказывают влияния на отклик, т. е. коэффициенты при них незначимы, столбцы плана-матрицы, соответствующие этим взаимодействиям, можно использовать еще для ряда новых факторов.

Например, полный факторный эксперимент типа 2^2 имеет расширенную матрицу планирования (табл. 7), в которой незна-

Таблица 7

Матрица планирования дробного факторного эксперимента 2^{3-1}

Номер опыта	X_1	X_2	$X_3 = X_1 X_2$
1	—	—	+
2	+	—	—
3	—	+	—
4	+	+	+

чимый эффект взаимодействия $x_1 x_2$ можно заменить новым фактором x_3 . При этом мы будем иметь план дробного факторного эксперимента типа 2^{3-1} . В отличие от ПФЭ 2^3 число опытов для нахождения линейной математической модели сокращено вдвое.

Если расширить матрицу планирования, приведенную в табл. 7, до такой, какая показана в табл. 8, то при сравнении столбцов можно сделать следующие выводы. Столбец $x_2 x_3$ полностью повторяет столбец x_1 ; столбец $x_1 x_3$ точно такой же, как столбец x_2 ; столбец $x_1 x_2$ имеет те же знаки, что столбец x_3 , столбец $x_1 x_2 x_3$ соответствует так называемой фиктивной переменной, которая используется для определения свободного члена b_0 . Таким образом, коэффициенты уравнения регрессии, найденные по результатам опытов, являются оценками для совместных эффектов:

$$b_1 \rightarrow \beta_1 + \beta_{12}; \quad b_2 \rightarrow \beta_2 + \beta_{13}; \quad b_3 \rightarrow \beta_3 \beta_{23};$$

$b_0 = \beta_0 + \beta_{123}$, где $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ — истинные значения коэффициентов, $\beta_{12}, \beta_{13}, \beta_{23}, \beta_{123}$ — истинные значения взаимодействий.

Таблица 8

Расширенная матрица планирования
дробного факторного эксперимента 2^{3-1}

Номер опыта	x_1	x_2	x_3	$x_1 x_2$	$x_1 x_3$	$x_2 x_3$	$x_1 x_2 x_3$
1	-	-	+	+	-	-	+
2	+	-	-	-	-	+	+
3	-	+	-	-	+	-	+
4	+	+	+	+	+	+	+

В дробном факторном эксперименте линейные эффекты смешаны с эффектами парных взаимодействий, что свидетельствует о некоторой потере информации. Однако, если при этом резко уменьшается количество экспериментов, а принятая модель линейна и взаимодействия пренебрежимо малы, то точность расчета будет достаточной.

Полный факторный эксперимент может быть разбит на реплики различной дробности с максимальной разрешающей спо-

способностью относительно линейных эффектов. Чем больше эффектов позволяет оценить дробный факторный эксперимент, тем большей разрешающей способностью он обладает.

Выбор степени дробности эксперимента должен производиться всякий раз в зависимости от поставленной задачи и имеющихся сведений о процессе. Часто встречаются задачи, в которых важно иметь отдельные независимые оценки не линейных эффектов, а эффектов парных взаимодействий. Этого можно добиться подбором плана дробного факторного эксперимента.

2.3. ИНТЕРПРЕТАЦИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ФАКТОРНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

В результате проведения экспериментов по плану полного факторного эксперимента или дробной реплики получаем математическую модель процесса в виде полинома. Если полученная модель адекватно описывает экспериментальные данные, то ее можно использовать для определения значений отклика при любых значениях факторов, находящихся между нижним и верхним уровнями.

В рассматриваемом примере уравнение

$$z = 3,825 + 2,175 x_1 + 1,425 x_2 + 0,55 x_3 + 0,675 x_1 x_2 \quad (16)$$

адекватно описывает зависимость остаточной пластической деформации сварного соединения сплава ВЖЛ12У со сталью ЭИ961 от температуры сварки в диапазоне 1293...1403 К, давления сжатия 8...17 МПа и времени сварки 8...17 мин.

Коэффициенты уравнения регрессии показывают, насколько изменяется значение отклика, если фактор изменить на величину одного интервала варьирования. Следовательно, из уравнения (16) получается, что при времени сварки 17 мин и давлении сжатия 17 МПа изменение температуры сварки с 1293 до 1403 К приводит к росту остаточной пластической деформации сварного соединения с 2,9% до 9,1%, т. е. на 6,2%, а при постоянных значениях температуры сварки 1403 К и давлении сжатия 17 МПа увеличение времени сварки с 8 до 17 мин приводит к росту деформации с 7,1 до 9,1%, т. е. на 2%. Необходимо отметить, что больший по абсолютной величине коэффициент перед фактором x_1 еще не дает оснований утверждать, что его влияние на отклик существеннее факторов x_2 и x_3 , коэффициенты перед которыми меньше. Дело в том, что сами по себе единицы варьирования факторов несоизмеримы между собой.

При исследовании математических моделей технологических процессов используется множество вариантов графической интерпретации. Так, на рис. 5,а показана поверхность отклика z

при постоянном значении $x_2 = 0$ (12,5 МПа), представляющая собой в координатах x_1 и x_3 гиперплоскость, которая проходит через точку $z = b_0$ (3,825%). Если расечь плоскость $ABCD$ любой плоскостью, перпендикулярной оси z , то в пересечении

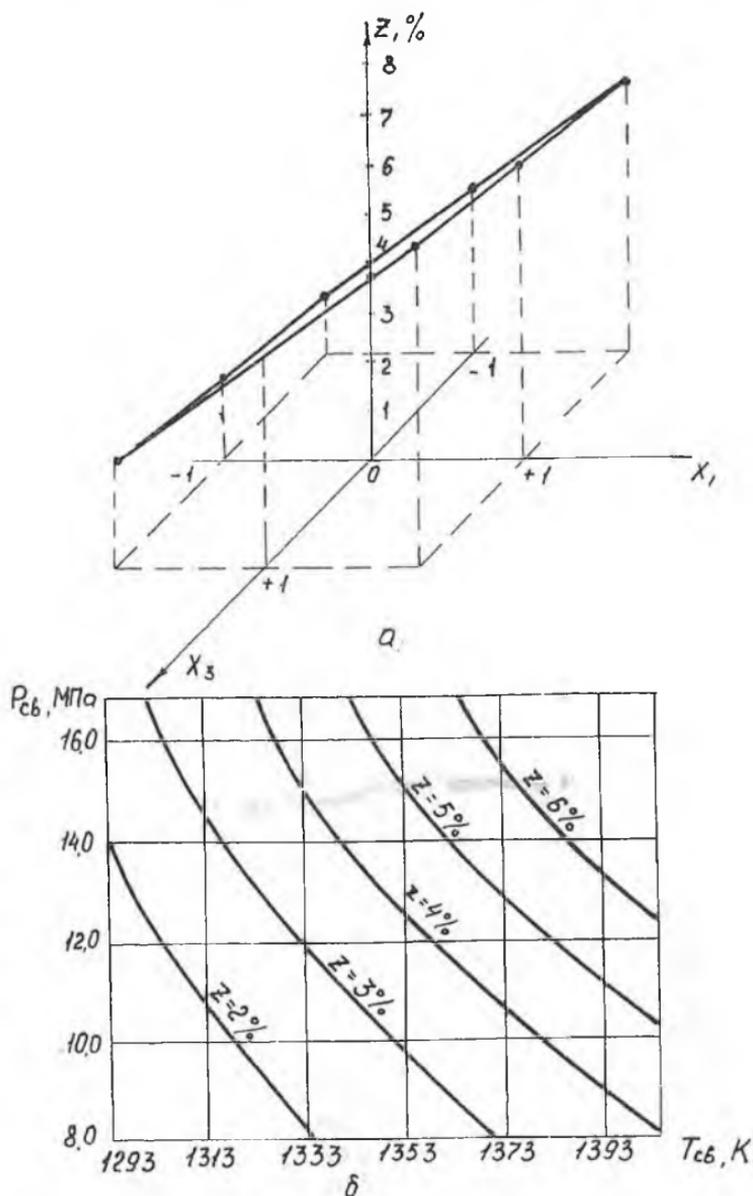


Рис. 5. Зависимость величины остаточной макропластической деформации сварного соединения от температуры и давления сжатия при сварке (а) и линии равных значений остаточной макропластической деформации сварных соединений (б)

плоскостей получим прямую, каждой точке которой соответствует одно и то же значение отклика. Таким образом, строятся линии равного выхода (отклика) в области факторного пространства.

На рис. 5,б показаны линии равной остаточной пластической деформации сварного соединения при условии, что $x_3=0$ (12,5 мин), а x_1 и x_2 изменяются в пределах их интервалов варьирования. Каждой точке кривой, например при $z=3\%$, соответствуют координаты $T_{св}$ и $P_{св}$, которые определяют возможные условия получения отклика с заданным значением. Из графика также видно, что для снижения пластической деформации сварного соединения необходимо уменьшать температуру и давление сжатия при сварке.

Способ графической интерпретации, показанный на рис. 5,б, является достаточно удобным для анализа полученных математических моделей.

Однако окончательные выводы по оптимизации технологического процесса можно делать только после анализа нескольких откликов.

Так, задачей в рассматриваемом примере является выбор режимов сварки, позволяющих получать прочные сварные соединения с минимально возможной их пластической деформацией. Поэтому целесообразно получить адекватную модель, описывающую зависимость прочности сварных соединений от варьируемых факторов ($T_{св}$, $P_{св}$, $\tau_{св}$). Затем с помощью графических методов наложить линии равной прочности сварных соединений на линии равной остаточной пластической деформации. После этого можно определить диапазон возможности режимов диффузионной сварки сплава ВЖЛ12У со сталью ЭИ961.

Для получения математической модели, адекватно описывающей экспериментальные данные по прочности сварных соединений от $T_{св}$, $P_{св}$, $\tau_{св}$, целесообразно использовать математические планы второго порядка.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Вознесенский В. А. Статистические решения в технологических задачах. — Кишинев: Каргл Молдованяскэ, 1968. — 161 с.
2. Винер Н. Кибернетика или управление и связь в животном и машине. — М.: Советское радио, 1958. — 214 с.
3. Барвинок В. А. Математическая статистика в производстве летательных аппаратов. — Куйбышев: КуАИ, 1984. — 50 с.
4. Налимов В. В. Теория эксперимента. — М.: Наука, 1971. — 163 с.

5. *Налимов В. В., Голикова Т. И.* Логические основания планирования эксперимента. — М.: МГУ, 1971. — 69 с.
6. *Винарский М. С., Лурье М. В.* Планирование эксперимента в технологических исследованиях. — Киев: Техника, 1975. — 167 с.
7. *Адлер Ю. П., Маркова Е. В., Грановский Ю. В.* Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий. — М.: Наука, 1971. — 283 с.
8. *Вигдорovich В. Н., Адлер Ю. П., Вольпян А. Е.* Об оценке эффективности процессов зонной перекристаллизации. — М.: Изв. АН СССР. Металлургия и горное дело, 1964, № 2.
9. *Налимов В. В., Чернова Н. А.* Статистические методы планирования экстремальных экспериментов. — М.: Наука, 1965. — 275 с.
10. *Пустыльник Е. И.* Статистические методы анализа и обработки наблюдений. — М.: Наука, 1968. — 288 с.

Значе-

n	f						
	1	2	3	4	5	6	7
2	0,9985	0,9750	0,9392	0,9057	0,8772	0,8534	0,8332
3	9669	8709	7977	7457	7071	6771	6530
4	9065	7679	6841	6287	5895	5598	5365
5	0,8412	0,6838	0,5981	0,5440	0,5063	0,4783	0,4564
6	7808	6161	5321	4803	4447	4184	3980
7	7271	5612	4800	4307	3974	3726	3535
8	0,6798	0,5157	0,4377	0,3910	0,3595	0,3362	0,3185
9	6385	4775	4027	3584	3286	3067	2901
10	6020	4450	3733	3311	3029	2823	2666
12	0,5410	0,3924	0,3264	0,2880	0,2624	0,2439	0,2299
15	4709	3346	2758	2419	2195	2034	1911
20	3894	2705	2205	1921	1735	1602	1501
24	0,3434	0,2354	0,1907	0,1656	0,1493	0,1374	0,1286
30	2929	1980	1593	1377	1237	1137	1061
40	2370	1576	1259	1082	0968	0887	0827
60	0,1737	0,1131	0,0895	0,0765	0,0682	0,0623	0,0583
120	0998	0632	0495	0419	0371	0337	0312

Приложение 2

Значения $t_{(0,05; f)}$

f	t	f	t	f	t	f	t
1	12,71	6	2,45	11	2,20	16	2,12
2	4,30	7	2,36	12	2,18	17	2,11
3	3,18	8	2,31	13	2,16	18	2,10
4	2,78	9	2,26	14	2,14	19	2,09
5	2,57	10	2,23	15	2,13	20	2,09

Приложение 1

ния $G_{(0,05; n; f)}$

8	9	10	16	36	144	∞
0,8159	0,8010	0,7880	0,7341	0,6602	0,5813	0,5000
6333	6167	6025	5466	4748	4031	3333
5175	5017	4884	4366	3720	3093	2500
0,4387	0,4241	0,4118	0,3645	0,3066	0,2513	0,2000
3817	3682	3568	3135	2612	2119	1667
3384	3259	3154	2756	2278	1833	1429
0,3043	0,2926	0,2829	0,2462	0,2022	0,1616	0,1250
2768	2659	2568	2226	1820	1446	1111
2541	2439	2353	2032	1655	1308	1000
0,2187	0,2098	0,2020	0,1737	0,1403	0,1100	0,0833
1815	1736	1671	1429	1141	0889	0667
1422	1357	1303	1108	0,879	0675	0500
0,1216	0,1160	0,1113	0,0942	0,0743	0,0567	0,0417
1002	0958	0921	0771	0604	0457	0333
0780	0745	0713	0595	0462	0347	0250
0,0552	0,0520	0,0497	0,0411	0,0316	0,0234	0,0167
0292	0279	0266	0218	0165	0120	0083

Продолжение прил. 2

f	t	f	t	f	t	f	t
21	2,08	26	2,06	40	2,02	200	1,97
22	2,07	27	2,05	50	2,01	500	1,97
23	2,07	28	2,05	60	2,00	∞	1,95
24	2,06	29	2,04	80	1,99		
25	2,06	30	2,04	100	1,98		

i_2	i_1								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	161,45	199,50	215,71	224,58	230,16	233,99	236,77	238,88	240,54
2	18,513	19,000	19,164	19,247	19,296	19,330	19,353	19,371	19,385
3	10,128	9,5521	9,2766	9,1172	9,0135	8,9406	8,8868	8,8452	8,8123
4	7,7086	6,9443	6,5914	6,3883	6,2560	6,1631	6,0942	6,0410	5,9988
5	6,6079	5,7861	5,4095	5,1922	5,0503	4,9503	4,8759	4,8183	4,7725
6	5,9874	5,1433	4,7571	4,5337	4,3874	4,2839	4,2066	4,1468	4,0990
7	5,5914	4,7374	4,3468	4,1203	3,9715	3,8660	3,7870	3,7257	3,6767
8	5,3177	4,4590	4,0662	3,8378	3,6875	3,5806	3,5005	3,4381	3,3881
9	5,1174	4,2565	3,8626	3,6331	3,4817	3,3738	3,2927	3,2296	3,1789
10	4,9646	4,1028	3,7083	3,4780	3,3258	3,2172	3,1355	3,0717	2,0204
11	4,8443	3,9823	3,5874	3,3567	3,2039	3,0946	3,0123	2,9480	2,8962
12	4,7472	3,8853	3,4903	3,2592	3,1059	2,9961	2,9134	2,8486	2,7964
13	4,6672	2,8056	3,4105	3,1791	3,0254	2,9153	2,8321	2,7669	2,7144
14	4,6001	3,7389	3,3439	3,1122	2,9582	2,8477	2,7642	2,6987	2,6458
15	4,5431	3,6823	3,2874	3,0556	2,9013	2,7905	2,7066	2,6408	2,5876
16	4,4940	3,6337	3,2389	3,0069	2,8524	2,7413	2,6572	2,5911	2,5377
17	4,4513	3,5915	3,1968	2,9647	2,8100	2,6987	2,6143	2,5480	2,4943
18	4,4139	3,5546	3,1599	2,9277	2,7729	2,6613	2,5767	2,5102	2,4563
19	4,3808	3,5219	3,1274	2,8951	2,7401	2,6283	2,5435	2,4768	2,4227
20	4,3513	3,4928	3,0984	2,8661	2,7109	2,5990	2,5140	2,4471	2,3923
21	4,3248	3,4668	3,0725	2,8401	2,6848	2,5727	2,4876	2,4205	2,3661
22	4,3009	3,4434	3,0491	2,8167	2,6613	2,5491	2,4638	2,3965	2,3419
23	4,2793	3,4221	3,0280	2,7955	2,6400	2,5277	2,4422	2,3748	2,3201
24	4,2597	3,4028	3,0088	2,7763	2,6207	2,5082	2,4226	2,3551	2,3002
25	4,2417	3,3852	2,9912	2,7587	2,6030	2,4904	2,4047	2,3371	2,2821
26	4,2252	3,3690	2,9751	2,7426	2,5868	2,4741	2,3883	2,3205	2,2655
27	4,2100	3,3541	2,9604	2,7278	2,5719	2,4591	2,3732	2,3053	2,2501
28	4,1960	3,3404	2,9467	2,7141	2,5581	2,4453	2,3593	2,2913	2,2360
29	4,1830	3,3277	2,9340	2,7014	2,5454	2,4324	2,3463	2,2782	2,2229
30	4,1709	3,3158	2,9223	2,6896	2,5336	2,4205	2,3343	2,2662	2,2107
40	4,0848	3,2317	2,8387	2,6060	2,4495	2,3359	2,2490	1,1802	2,1240
60	4,0012	3,1504	2,7581	2,5252	2,3683	2,2540	2,1665	2,0970	2,0401
120	3,9201	3,0718	2,6802	2,4472	2,2900	2,1750	2,0867	2,0164	1,9588
∞	3,8415	2,9957	2,6049	2,3719	2,2141	2,0986	2,0096	1,9384	1,8799

$F_{(0,05; f_1; f_2)}$

10	12	15	20	24	30	40	60	120	∞
241,88	243,91	245,95	248,01	249,05	250,09	251,14	252,20	253,25	254,32
19,396	19,413	19,429	19,446	19,454	19,462	19,471	19,479	19,487	19,496
8,7855	8,7446	8,7029	8,6602	8,6385	8,6166	8,5944	8,5720	8,5494	8,5265
5,9644	5,9117	5,8578	5,8025	5,7744	5,7459	5,7170	5,6878	5,6581	5,6281
4,7351	4,6777	4,6188	4,5581	4,5272	4,4957	4,4638	4,4314	4,3984	4,3650
4,0600	3,9999	3,9381	3,8742	3,8415	3,8082	3,7743	3,7398	3,7047	3,6688
3,6365	3,5747	3,5108	3,4445	3,4105	3,3758	3,3404	3,3043	3,2674	3,2298
3,3472	3,2840	3,2184	3,1503	3,1152	3,0794	3,0428	3,0053	2,9669	2,9276
3,1373	3,0729	3,0061	2,9365	2,9005	2,8637	2,8259	2,7872	2,7475	2,7067
2,9782	2,9130	2,8450	2,7740	2,7372	2,6996	2,6609	2,6211	2,5801	2,5379
2,8536	2,7876	2,7186	2,6464	2,6090	2,5705	2,5309	2,4901	2,4480	2,4045
2,7534	2,6866	2,6169	2,5436	2,5055	2,4663	2,4259	2,3942	2,3410	2,2962
2,6710	2,6037	2,5331	2,4589	2,4202	2,3803	2,3392	2,2966	2,2524	2,2064
2,6021	2,5342	2,4630	2,3879	2,3487	2,3082	2,2664	2,2230	2,1778	2,1307
2,5437	2,4753	2,4035	2,3275	2,2878	2,2468	2,2043	2,1601	2,1141	2,0658
2,4935	2,4247	2,3522	2,2756	2,2354	2,1938	2,1507	2,1058	2,0589	2,0096
2,4499	2,3807	2,3077	2,2304	2,1898	2,1477	2,1040	2,0584	2,0107	1,9604
2,4117	2,3421	2,2686	2,1906	2,1497	2,1071	2,0629	2,0166	1,9681	1,9168
2,3779	2,3080	2,2341	2,1555	2,1141	2,0712	2,0264	1,9796	1,9302	1,8780
2,3479	2,2776	2,2033	2,1242	2,0825	2,0391	1,9938	1,9464	1,8963	1,8432
2,3210	2,2504	2,1757	2,0960	2,0540	2,0102	1,9645	1,9165	1,8657	1,8117
2,2967	2,2258	2,1508	2,0707	2,0283	1,9842	1,9380	1,8895	1,8380	1,7831
2,2747	2,2036	2,1282	2,0476	2,0050	1,9605	1,9139	1,8649	1,8128	1,7570
2,2547	2,1834	2,1077	2,0267	1,9838	1,9390	1,8920	1,8424	1,7897	1,7331
2,2365	2,1649	2,0889	2,0075	1,9643	1,9192	1,8718	1,8217	1,7684	1,7110
2,2197	2,1479	2,0716	1,9898	1,9464	1,9010	1,8533	1,8027	1,7488	1,6906
2,2043	2,1323	2,0558	1,9736	1,9299	1,8842	1,8361	1,7851	1,7307	1,6717
2,1900	2,1179	2,0411	1,9586	1,9147	1,8687	1,8203	1,7689	1,7138	1,6541
2,1768	2,1045	2,0275	1,9446	1,9005	1,8543	1,8055	1,7537	1,6981	1,6377
2,1646	2,0921	2,0148	1,9317	1,8874	1,8409	1,7918	1,7396	1,6835	1,6223
2,0772	2,0035	1,9245	1,8389	1,7929	1,7444	1,6928	1,6373	1,5766	1,5089
1,9926	1,9174	1,8364	1,7480	1,7001	1,6491	1,5943	1,5343	1,4673	1,3893
1,9105	1,8337	1,7505	1,6587	1,6084	1,5543	1,4952	1,4290	1,3519	1,2539
1,8307	1,7522	1,6664	1,5705	1,5173	1,4591	1,3940	1,3180	1,2214	1,0000

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие	3
1. Математический подход к анализу и оптимизации технологических процессов производства летательных аппаратов	4
1.1. Общие понятия в математическом планировании эксперимента	4
1.2. Определение и выбор параметров оптимизации и факторов технологических процессов	9
2. Полный факторный эксперимент и дробные реплики	17
2.1. Полный факторный эксперимент	17
2.2. Дробный факторный эксперимент	27
2.3. Интерпретация результатов факторного эксперимента	29
Библиографический список	31
Приложения	33

Св. план, 1986 г. поз. 94

Павел Александрович Бордаков

ПЛАНИРОВАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА
В ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЯХ
ПРОИЗВОДСТВА ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

Редактор Т. К. Кретинина
Техн. редактор Н. М. Каленюк
Корректор Т. И. Пайкина

Сдано в набор 23.03.86 г. ЕО 00187.
Подписано в печать 16.05.86 г.
Формат 60×84 1/16. Бумага оберточная.
Печать высокая. Литературная гарнитура.
Усл. п. л. 2,4. Уч.-изд. л. 2,3. Т 500 экз.
Заказ 598. Цена 10 к.

Куйбышевский ордена Трудового Красного Знамени
авиационный институт имени академика С. П. Королева,
г. Куйбышев, ул. Молодогвардейская, 151.

Типография ЭОЗ КуАИ, г. Куйбышев, ул. Ульяновская, 18.