Министерство высшего и среднего специального образования
Р С Ф С Р

Куйбышевский ордена Трудового Красного Знамени авиационный
институт имени академика С.П.Королева

Ф.В.Гречников, А.А.Игуменов

ПЛАНИРОВАНИЕ И ОБРАБОТКА НА ЭВМ РЕЗУЛЬТАТОВ ИССЛЕДОВАНИЙ ПРОЦЕССОВ ОМД В АВИАСТРОЕНИИ

Утверждено
редакционно-издательским
советом института
в качестве
учебного пособия

Куйбышев 1987

УДК 658.5I.2

Гречников Ф.В., Игуменов А.А. Планирование и обработка на ЭВМ результатов исследований процессов ОМД в авиастроении:Учебное пособие. - Куйбышев: КуАИ, 1987. - 63 с.

В учебном пособии кратко изложены основы математического планирования эксперимента и обработки полученных данных.

Приведены методики построения математических моделей и определения оптимальных условий, обеспечивающих получение изделий с наилучшими показателями качества или технико-экономическими характеристиками технологических процессов их изготовления. Представлены основные этапы и примеры разработки алгоритмов, программ,а также решений задач обработки экспериментальных данных на различных типах ЭВМ.

Пособие предназначено студентам специальности 0408 для курсового и дипломного проектирования, выполнения УИРС, а также изучения курса "Планирование и организация эксперимента".

Библиогр.назв.7. Ил.3. Табл.I5

Рецензенты: Е.М.Макаров, А.П.Быков

ВВЕДЕНИЕ

В решении задач, намеченных XXУП съездом КПСС, по приоритетному развитию отраслей машиностроения важная роль принадлежит процессам ОМД, являющимся базой для производства уникального кузнечно-прессового оборудования, станков, авиационной техники, а также огромного количества других машин и приборов. В свою очередь уровень развития теории и технологии ОМД качество получаемых при этом изделий и заготовок во многом определяется тем, насколько широко применяются здесь математико-статистические методы исследований, средства автоматизации и вычислительной техники.

Использование математических методов планирования и обработки результатов экспериментов при нахождении оптимальных составов сплавов и режимов их обработки, получении заданных физико-механических свойств материалов позволяет существенно сократить время и затраты на проведение исследований, повысить достоверность получаемых результатов. Вместе с этим представление параметра оптимизации в форме математической модели упрощает анализ технологических параметров процессов и осуществление функций контроля, облегчает применение при проектировании и реализации этих процессов САПР и АСУТП. Одним из препятствий для широкого применения математико-статистических методов при проведении инженерных экспериментов является большой объем вычислений при определении ошибок экспериментов, коэффициентов модели, различных критериев и их сравнительных оценок. Значительное ускорение вычислительных процедур в таких случаях может быть достигнуто в результате использования ЭВМ.

В связи с этим при написании пособия ставилась цель - выработать у студентов навыки практического применения планирования эксперимента при изучении процессов ОМД, познакомить с общей математической основой обработки результатов и решением таких задач на ЭВМ.

I. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Математико-статистические методы в настоящее время широко применяются на различных этапах подготовки и проведения исследований: перед постановкой опытов, когда разрабатывается схема эксперимента; в процессе экспериментирования; при обработке результатов, а также при принятии решений о дальнейших действиях (продолжении или завершении исследований).

Процедура выбора числа опытов и условий их проведения, необходимых и достаточных для решения поставленной задачи с требуемой точностью, называется планированием эксперимента.

Применение планирования эксперимента делает поведение исследователя целенаправленным и организованным, существенно способствует повышению производительности его труда и надежности полученных результатов. Несмоненным достоинством метода является его универсальность, т.е. пригодность одной и той же матрицы планирования экспериментов и составленного алгоритма расчетов для самых разнообразных задач, имеющих равное количество исследуемых параметров. Наиболее распространенными задачами, решаемыми в обработке металлов давлением с помощью планирования эксперимента, являются:

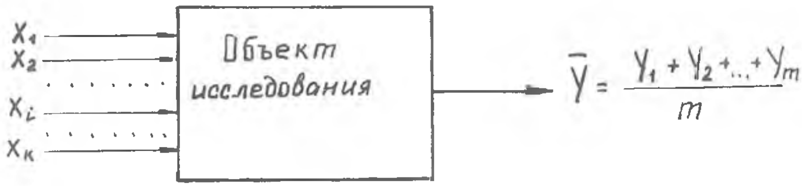
поиск оптимальных условий, при которых достигаются минимальные или максимальные значения целевой функции (экспериментальные задачи);

построение интерполяционных формул, т.е. установление функциональной связи между выходом процесса (параметром оптимизации) и действующими на него характеристиками (факторами).

Для более четкого изложения материала в дальнейшем целесообразно кратко остановиться на основных понятиях.

Первое из таких понятий - объект исследования, представляющий собой систему связей, о механизме протекания процессов в которой и взаимодействии между ними ничего неизвестно. Для описания объекта исследования удобно пользоваться представлением о кибернетической системе, которая схематически изображена на рис.I.I. Воздействия на объект исследования называются факторами и обозначаются символом x_i.

- это контролируемая независимая переменная объекта, оказывающая влияние на искомый результат, называемый откликом системы или параметром оптимизации y. Например, при термообработке листов факторами являются температура отжига и время выдержки, которые влияют на показатель механических свойств. Факторы должны удовлетворять следующим основным требованиям:



Р и с. I.I. Структурная схема связей объекта исследования

они должны быть управляемыми, т.е. позволяющими устанавливать и поддерживать требуемое значение фактора в течении опыта;

для любой пары факторов должно выполняться условие совместимости, т.е. возможное их взаимодействие не должно нарушать эксперимент;

факторы должны быть независимыми друг от друга;

они должны быть однозначны и непосредственно воздействовать на параметр оптимизации;

отклонение действительного значения фактора от заданного номинального значения не должно превышать погрешности прибора.

$\bar{y}$ представляет собой зависимую от факторов переменную или численную характеристику среднего значения параметра оптимизации по результатам реализованных m раз параллельных опытов.

Применительно к процессам производства и формоизменения металлов за параметр оптимизации принимают показатель качества металла, предельную степень деформации и т.д.

Например, при исследовании процесса глубокой вытяжки листовых материалов за параметр оптимизации может быть принят показатель, характеризующий механические свойства листа на стадии производства или предельная степень вытяжки на стадии штамповки.

Параметр оптимизации должен соответствовать следующим основным требованиям:

измеряться в опыте при любом изменении режима технологического процесса;

всесторонне характеризовать технологический процесс;

быть однозначным и задаваться числом.

При проведении эксперимента способы воздействия на объект, или факторы, могут принимать одно или несколько значений. Такие значения (фиксированные) называются уровнями фактора.

Конкретный набор уровней факторов определяет одно из возможных состояний объекта исследования или условия проведения одного из опытов. Чтобы узнать число всех возможных опытов в данном эксперименте N необходимо число уровней факторов p возвести в степень числа факторов K :

$$N = p^K.$$

Заканчивая рассмотрение кибернетической схемы, изображенной на рис.I.I, необходимо заметить, что при математическом планировании эксперимента можно надеяться на успех в том случае, если объект исследования отвечает двум основным требованиям:

воспроизводимость на объекте результатов экспериментов, т.е. разброс значений параметра оптимизации для нескольких параллельных опытов не должен превышать точности эксперимента;

объект должен быть управляемым, т.е. обеспечивающим проведение активного эксперимента с выбором в каждом опыте требуемых сочетаний уровней факторов.

Кроме этого необходимо выполнить следующие условия:

процесс должен быть задан множеством факторов;

каждый фактор должен быть управляем;

опыты равноценны, т.е. различием в их стоимости можно пренебречь;

решается задача интерполяции или поиска оптимальных условий;

математическая модель процесса заранее неизвестна.

2. ВЫБОР ВИДА МОДЕЛИ И ПОСТРОЕНИЕ ПЛАНА ЭКСПЕРИМЕНТА

2.I. Выбор вида модели

Под математической моделью понимают уравнение, связывающее зависимую переменную (параметр оптимизации) с варьируемыми в процессе экспериментирования факторами (независимыми переменными). Это уравнение называют также функцией отклика. Функция отклика удовлетворяет следующим предположениям: непрерывность, гладкость и наличие единственного оптимума. Эти предположения позволяют представить изучаемую функцию в виде степенного ряда (полинома) в окрестности любой возможной точки изучаемой области изменения факторов. Этот степенной ряд записывается таким образом:

$$\eta = \varphi(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \beta_0 + \sum_{1 \le i \le k}^{k} \beta_i x_i + \sum_{1 \le i \le j \le k}^{k} \beta_{ij} x_{ij} + \sum_{1 \le i \le k}^{k} \beta_{ii} x_i^2 + \ldots,$$

где η – параметр оптимизации в случае проведения бесконечного числа опытов (генеральная характеристика);

$\beta_i = \frac{\partial \varphi}{\partial x_i}; \beta_{ij} = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_i \partial x_j}, \beta_{ii} = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_i^2}$ – коэффициенты степенного ряда или коэффициенты регрессии.

На практике модель строят по результатам конечного числа экспериментов, т.е. определяют выборочные оценки функции и коэффициентов $\beta_0, \beta_i, \beta_{ij}, \beta_{ii}$, а именно y и $b_0, b_i, b_{ij}, b_{ii}, \ldots$:

$$y = b_0 + \sum_{1 \le i \le k}^{k} b_i x_i + \sum_{1 \le i \le j \le k}^{k} b_{ij} x_i x_j + \sum_{1 \le i \le k}^{k} b_{ii} x_i^2 + \ldots, \qquad (2.1)$$

где y – выборочная оценка функции отклика;
b_{ij} – выборочные коэффициенты регрессии;
x_i – факторы.

Представленный степенной ряд в общем случае бесконечен, но на практике ограничиваются конечным числом его членов, аппроксимируя тем самым неизвестную функцию с некоторой точностью. Чаще всего для аппроксимации применяют полиномы первой и второй степени (полиномиальные модели первого и второго порядка). Выбор степени полинома производится с учетом конкретной задачи исследования и априорной (предварительной) информации о характере функции отклика. Если такая априорная информация отсутствует, то на первом этапе исследования модель принимают в виде полинома первой степени или неполного квадратичного полинома и производят определение его коэффициентов и адекватности, а также оценку точности аппроксимации. Если модель оказывается адекватной и обеспечивает требуемую точность аппроксимации, то задачу получения модели можно считать выполненной. Если модель неадекватна или адекватна, но не обеспечивает требуемой точности аппроксимации, то в дальнейшем переходят к моделе второго порядка, к реализации соответствующего плана эксперимента и обработке его результатов.

Часто заранее имеются сведения о существенной нелинейности функции отклика. В этих случаях сразу выбирается модель в виде полного полинома второго порядка.

2.2. Выбор и построение плана полного факторного эксперимента

План эксперимента строится или выбирается в зависимости от вида принятой модели, числа опытов и ряда специальных требований, предъявляемых к описательным свойствам модели.

Исходя из порядка принятой модели различают соответственно планы первого и второго порядков. Планы первого порядка называют еще двухуровневыми, так как факторы в этих планах варьируются на двух уровнях (P = 2). Планы второго порядка предусматривают варьирование факторов на трех уровнях и называются поэтому трехуровневыми (P = 3).

Если все факторы в соответствии с планом варьируются на одинаковом числе уровней, то они называются симметричными, в противном случае - несимметричными.

Наиболее широкое применение получили планы, в которых каждый фактор варьируется на двух уровнях и реализуется полный набор из 2^K комбинаций уровней факторов. Такие планы называются полными факторными, а также симметричными двухуровневыми планами типа 2^K или типа $N=2^K$.

Каждый фактор, участвующий в процессе, имеет вполне определенный разумный предел изменения своей величины. В связи с этим при математическом планировании эксперимента необходимо прежде всего оценить реальные границы областей определения факторов. Затем на основании априорной (полученной до начала эксперимента из литературных источников или предыдущих исследований) информации устанавливаются такие значения уровней факторов, которым соответствовал наилучший результат параметра оптимизации. Эти уровни принимают за исходные при построении плана эксперимента и называют основными уровнями.

Верхний и нижний уровни факторов в планируемом эксперименте устанавливают путем соответственно прибавления к основному уровню или вычитания из него некоторого числа Δx_j , называемого интервалом варьирования факторов:

$$\Delta x_j = \frac{x_{j\,max} - x_{j\,min}}{2} . \qquad (2.2)$$

При выборе интервала варьирования необходимо иметь в виду, что он должен быть с одной стороны больше ошибки фиксирования уровня фактора; с другой стороны его необходимо ограничить сверху, чтобы не выйти за пределы области определения факторов. Принято считать интервал варьирования узким, если он составляет не более 10% от области определения фактора; не более 30% - средним, а в остальных случаях - широким.

Для упрощения записи условий каждого опыта и обработки экспериментальных данных масштабы по интервалам изменения факторов выбирают таким образом, чтобы верхний уровень соответствовал плюс единице, нижний - минус единице, а основной - нулю.

Поскольку факторы, воздействующие на объект исследования, неоднородны и имеют различные единицы измерения, а числа, выражающие величины факторов, имеют различные порядки, их следует привести к единой системе исчисления путем перехода от натуральных значений факторов к кодированным:

$$x_j = \frac{x_j - x_{0j}}{\Delta x_j}, \qquad (2.3)$$

где x_j - кодированное значение j-го фактора;

x_j - натуральное значение фактора;

x_{0j} - натуральное значение основного уровня фактора;

Δx_j - интервал варьирования j-го фактора.

Руководствуясь рассмотренными понятиями и определениями, условия проведения эксперимента можно записать в виде таблицы, где строки соответствуют различным опытам, а столбцы - значениям факторов. Такие таблицы называют матрицами планирования эксперимента. Каждый столбец в матрице планирования называют вектором-столбцом, а каждую строку - вектор-строкой.

Матрица планирования и соответствующий ей эксперимент, в котором реализуются все возможные сочетания уровней факторов, называется полным факторным экспериментом (ПФЭ).

Матрица планирования полного факторного эксперимента 2^2 с дублированием каждого опыта m раз представлена в табл.2.I.

Таблица 2.I

Матрица планирования типа 2^2

Номер опыта	Кодированные значения факторов				Результаты дублированных опытов			
	X_0	X_1	X_2	X_1X_2	Y_1	Y_2	...	Y_m
I	+I	-I	-I	+I	Y_{11}	Y_{21}	...	Y_{m1}
2	+I	+I	-I	-I	Y_{21}	Y_{22}	...	Y_{m2}
3	+I	-I	+I	-I	Y_{31}	Y_{32}	...	Y_{m3}
4	+I	+I	+I	+I	Y_{41}	Y_{42}	...	Y_{m4}

Для упрощения записи матрицы планирования единицы как правило опускаются.

При построении матриц планирования целесообразно пользоваться следующей системой чередования знаков:

в первом столбце таблицы знаки уровней меняются поочередно;

во втором - чередуются через два;

в третьем - через четыре и т.д. по степеням двойки.

Вектор-столбец эффектов взаимодействий $X_1 X_2$ строится путем перемножения столбцов взаимодействующих факторов.

Известно, что построенная матрица планирования обеспечивает получение качественной математической модели (с наилучшими оценками коэффициентов регрессии) в том случае, если ее план имеет свойства симметричноти, нормированности, ортогональности и ротабельности.

Симметричность плана - алгебраическая сумма элементов вектор-столбца каждого фактора равна нулю, т.е. $\sum_{i=1}^{N} X_{ij} = 0$, где N - число опытов, $j = 1,2,\ldots, K$ - номер фактора.

Нормированность плана - сумма квадратов элементов каждого столбца равна числу опытов, т.е. $\sum_{i=1}^{N} X_{ji} = N$.

Ортогональность плана - сумма построчных произведений любых двух вектор-столбцов матрицы равна нулю, т.е. $\sum_{i=1}^{N} X_{ji} X_{ui} = 0$, где

$j = 0,1,2,3,\ldots, K$; $j \neq u$

Ротатабельность плана - свойство, обеспечивающее возможность предсказания значений параметра оптимизации с одинаковой точностью в любых направлениях от центра эксперимента.

Представленной в табл.2.1 матрице планирования двухфакторного эксперимента 2^2 с эффектом взаимодействия факторов будет соответствовать следующая математическая модель процесса:

$$Y = b_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2 + b_{12} X_1 X_2 . \qquad (2.4)$$

Целью реализации экспериментов по данному плану является фиксирование параметра оптимизации с последующим вычислением неизвестных коэффициентов модели b_j по формуле, полученной, как будет показано ниже, методом наименьших квадратов (МНК):

$$b_j = \frac{\sum_{i=1}^{N} X_{ji} Y_i}{N}, \quad j = 0,1,2,\ldots, K. \qquad (2.5)$$

Благодаря кодированию факторов, коэффициенты b_1, b_2 и b_{12} находятся по формуле (2.5) простым арифметическим подсчетом. Например,

$$b_1 = \frac{(-1)Y_1 + (+1)Y_2 + (-1)Y_3 + (+1)Y_4}{4}.$$

Аналогичным образом находится и коэффициент b_0. Если уравнение (2.4) справедливо, то оно верно и для средних арифметических значений переменных (факторов), т.е. $\bar{Y} = b_0 + b_1\bar{X}_1 + b_2\bar{X}_2 + b_{12}\bar{X}_1\bar{X}_2$ Но в силу свойства симметричности плана $\bar{X}_1 = \bar{X}_2 = \bar{X}_1 \cdot X_2 = 0$, следовательно, $\bar{Y} = b_0$. Другими словами, видно что b_0 - это среднее арифметическое значение параметра оптимизации. Чтобы привести процедуру вычисления b_0 в соответствии с формулой (2.5), в матрицу планирования вводят (см. табл.2.I) дополнительный вектор-столбец фиктивной переменной X_0, которая во всех опытах принимает значение +I.

Коэффициенты регрессии модели b_j указывают на степень влияния соответствующего фактора. Чем больше абсолютная величина коэффициентов, тем большее влияние оказывает фактор на параметр оптимизации. Если коэффициент имеет знак плюс, то с увеличением значения фактора увеличивается и параметр оптимизации, а если минус, то уменьшается.

2.3. Понятие о дробном факторном эксперименте

Полный факторный эксперимент позволяет получить весьма обширную информацию об объекте исследования и упростить анализ его состояний, построив полиномиальную модель. Необходимым и достаточным условием расчета коэффициентов этой модели является равенство числа опытов количеству определяемых коэффициентов. Однако с ростом числа факторов K число опытов возрастает по показательной функции $N = 2^K$, а число коэффициентов b_j в случае линейной модели увеличивается по линейному закону ($b_j - 1 + K$). Поэтому, начиная с $K \geq 3$, проведение ПФЭ в силу резкого увеличения количества опытов становится нецелесообразным, так как число опытов превышает число искомых коэффициентов регрессии: $N >> \sum_{j=1}^{1+K} b_j$; $j = 0, 1, 2, \ldots, K$. Это создает объективные предпосылки для уменьшения количества опытов. С этой целью при планировании экспериментов с большим количеством факторов ($K > 3$) используют только часть матрицы полного факторного эксперимента, которую называют дробной репликой ПФЭ или планом дробного факторного эксперимента (ДФЭ). Такой план обеспечивает минимальную разницу между числом опытов в эксперименте и количеством оцениваемых параметров линейной модели.

Рассмотрим пример сокращения числа опытов при изучении влияния на процесс трех факторов. План ПФЭ с эффектами взаимодействия при двухкратном повторении опытов будет иметь следующий вид (табл.2.2).

Т а б л и ц а 2.2

Матрицы планирования 2^3

Номер опыта	Кодированные значения факторов				Комбинации взаимодействия факторов				Результаты опытов		
	X_0	X_1	X_2	X_3	X_1X_2	X_1X_3	X_2X_3	$X_1X_2X_3$	Y_1	Y_2	$\bar{Y}$
I	+	−	−	−	+	+	+	−	Y_{11}	Y_{21}	Y_1
2	+	+	−	−	−	−	+	+	Y_{12}	Y_{22}	Y_2
3	+	−	+	−	−	+	−	+	Y_{13}	Y_{23}	Y_3
4	+	+	+	−	+	−	−	−	Y_{14}	Y_{24}	Y_4
5	+	−	−	+	+	−	−	+	Y_{15}	Y_{23}	Y_5
6	+	+	−	+	−	+	−	−	Y_{16}	Y_{26}	Y_6
7	+	−	+	+	−	−	+	−	Y_{17}	Y_{27}	Y_7
8	+	+	+	+	+	+	+	+	Y_{18}	Y_{28}	Y_8

Результатам экспериментов, выполненных по плану такой матрицы, будет отвечать следующий полином:

$$Y = b_0 + b_1X_1 + b_2X_2 + b_3X_3 + b_{12}X_1X_2 + b_{13}X_1X_3 + b_{23}X_2X_3 + b_{123}X_1X_2X_3. \quad (2.6)$$

Если из анализа априорной информации ясно, что эффекты взаимодействия факторов в исследуемом процессе отсутствуют или пренебрежимо малы, то коэффициенты b_j в уравнении (2.6) при парных и тройных взаимодействиях будут стремиться к нулю, а для описания процесса достаточно линейной части полинома (2.6):

$$Y = b_0 + b_1X_1 + b_2X_2 + b_3X_3. \quad (2.6\ а)$$

Модель (2.6), как видим, практически идентична уравнению (2.4), полученному при двухфакторном эксперименте с эффектом взаимодействия.

Только вместо независимой переменной X_3 в выражении (2.4) присутствует произведение факторов $X_1 X_2$. Если же, как было отмечено, эффект парного взаимодействия $X_1 X_2$ отсутствует и, следовательно, коэффициент $b_{12} \to 0$, то вектор-столбец $X_1 X_2$ в матрице планирования 2^2 (табл.2.I) оказывается лишним. Использовав этот вектор-столбец для нового фактора X_3, мы получим матрицу планирования трехфакторного эксперимента типа 2^3 (табл.2.3), имеющую всего 4 опыта вместо восьми, но позволяющую рассчитать все коэффициенты модели (2.6 а). Полученная таким образом матрица планирования и называется планом ДФЭ, в данном конкретном случае - полурепликой ПФЭ и обозначается $N = 2^{3-1}$.

В общем случае ДФЭ условно обозначают как $N = 2^{k-q}$, где q - число линейных эффектов, приравненных к эффектам взаимодействия. При q = I получаем I/2 ПФЭ (полуреплика), при q = 2 - I/4 ПФЭ (четверть реплики) и т.д. по степени двойки.

Таблица 2.3

Матрица планирования ДФЭ типа 2^{3-I}

Номер опыта	Кодированные значения факторов				Результаты опытов		
	X_0	X_1	X_2	$X_3 = X_1 X_2$	Y_1	Y_2	$\bar{Y}$
I	+	−	−	+	Y_{11}	Y_{21}	Y_1
2	+	+	−	−	Y_{12}	Y_{22}	Y_2
3	+	−	+	−	Y_{13}	Y_{23}	Y_3
4	+	+	+	+	Y_{14}	Y_{24}	Y_4

При построении матриц планирования ДФЭ необходимо иметь в виду, что знаки уровней новых факторов, вводимых в план вместо эффектов взаимодействий, выбираются не произвольно, а должны соответствовать знакам столбцов тех взаимодействий, вместо которых они вводятся.

Для составления плана дробного факторного эксперимента следует брать ближайший полный факторный эксперимент, число опытов в котором больше числа факторов.

Так, на основе плана ПФЭ типа 2^2, имеющего лишь один эффект взаимодействия $X_1 X_2$ может быть строено лишь две матрицы планирования ДФЭ типа 2^{3-1}. В первом случае $X_3 = X_1 X_2$, а во втором $X_3 = -X_1 X_2$.

На основе плана ПФЭ типа 2^3 (табл.2.2) можно построить матрицу планирования ДФЭ с числом факторов от 4 до 7. Так, заменив любой из эффектов взаимодействия четвертым фактором X_4, получим I/2 ПФЭ типа 2^{4-1}; заменив два эффекта взаимодействия факторами $X_4 X_5$, получим I/4 ПФЭ типа 2^{5-2}; заменив все эффекты взаимодействия факторами X_4, X_5, X_6, X_7, получим I/I6 ПФЭ типа 2^{7-4}.

Выбор степени дробности реплик определяется также задачей, решаемой в исследовании. Так при оптимизации стремятся сделать эффекты взаимодействия возможно меньшими и, следовательно, здесь можно воспользоваться той или иной репликой высокой степени дробности. В задачах интерполяции наоборот выявление таких эффектов может оказаться весьма важным и интересным. Поэтому здесь целесообразней использовать матрицу ПФЭ или ее полуреплику.

Так как матрица планирования ДФЭ строится путем замены вектор-столбцов эффектов взаимодействий новыми или дополнительными факторами, то можно ожидать, что величина выборочных коэффициентов регрессии b_j будет являться одновременно оценкой генеральных значений коэффициентов как при основных эффектах β_j, так и при эффектах взаимодействий. Например, коэффициент b_3 в уравнении (2.6 а) будет совместной оценкой для коэффициентов β_3 и β_{12}, т.е. $b_3 \to \beta_3 + \beta_{12}$. Аналогично $b_1 \to \beta_1 + \beta_{23}$, $b_2 \to \beta_2 + \beta_{13}$. Другими словами, при таком планировании смешиваются эффекты взаимодействия с основными эффектами, в результате чего часть информации теряется (по сравнению с ПФЭ). От системы смешивания зависит эффективность дробной реплики. Матрицы планирования ДФЭ, в которых линейные эффекты смешаны с взаимодействиями наивысшего порядка являются наиболее эффективными.

Для определения систем смешивания эффектов в теории планирования дробных экспериментов применяется определяющий контраст (ОК). Он представляет собой символическое произведение столбцов, равное +I или -I. Так, для полуреплики 2^{3-1}(табл.2.3) определяющий контраст равен соотношению: $1 = X_1 X_2 X_3$.

Чтобы установить, какое взаимодействие смешано с данным линейным (основным) эффектом, надо умножить обе части определяющего контраста на столбец, соответствующий данному эффекту. Так, если определяющий контраст $1 = X_1 X_2 X_3$, то для X_1 имеем $X_1 = X_1^2 X_2 X_3 = X_2 X_3$, так как $X_1^2 = 1$. Для X_2 получим $X_2 = X_1 X_2^2 X_3 = X_1 X_3$, а для X_3 – $X_3 = X_1 X_2$.

Полученные соотношения называются генерирующими. Они показывают, с каким из эффектов смешан данный или какое из взаимодействий принято незначимым и заменено новым фактором. Полуреплики, в которых основные эффекты смешаны с двухфакторными взаимодействиями, носят название планов с разрешающей способностью $\overline{\underline{III}}$ (по максимальному числу факторов в определяющем контрасте). Разрешающая способность будет максимальной в той реплике, где линейные эффекты смешаны с эффектами взаимодействия наибольшего возможного порядка. Для расчета максимальной разрешающей способности ДФЭ применяют обобщающий контраст, представляющий собой произведение высшего порядка определяющих контрастов. Например, для матрицы планирования типа 2^{7-4} определяющими контрастами будут следующие соотношения:

$$1 = X_1 X_2 X_4 ; \; 1 = X_1 X_3 X_5 ; \; 1 = X_2 X_3 X_6 ; \; 1 = X_1 X_2 X_3 X_7 .$$

Обобщающий контраст получается перемножением всех четырех контрастов:

$$1 = X_1 X_2 X_3 X_4 X_5 X_6 X_7 .$$

Умножив полученный обобщающий контраст последовательно на $X_1, X_2, X_3, \ldots, X_7$, получим план с разрешающей способностью $\overline{\underline{VII}}$.

В заключение необходимо отметить, что планы ПФЭ могут дробиться лишь до определенного предела. Так, предельное число факторов для восьми опытов равно семи, а для 16 опытов - пятнадцати и т.д.

Планы, в которых число опытов равно числу определяемых оценок коэффициентов функции отклика, называются насыщенными. К таким планам, в частности, относятся планы, представленные в табл.2.1, 2.3. В ненасыщенных планах число опытов превышает число определяемых оценок коэффициентов.

Планы второго порядка бывают композиционные и некомпозиционные.

Композиционные планы используют обычно на заключительных этапах исследования при описании экспериментальной области в ситуациях, когда отсутствует априорная информация о характере зависимости и полиномиальную модель приходится подбирать последовательно, начиная с простейшего линейного уравнения, которое затем достраивается до полной квадратичной модели. Композиционные планы второго порядка получают путем добавления 2^k "звездных точек" и некоторого числа центральных точек (точек основного уровня) к "ядру", образованному планом ПФЭ типа 2^k или его репликой.

Некомпозиционные планы применяются при наличии априорной информации о существенности кривизны поверхности отклика, (нелинейности функции отклика), обуславливающей целесообразность проведения эксперимента, начиная сразу в реализации плана второго порядка. К их числу относятся планы типа неполного факторного эксперимента 3^K и ряд других типов планов.

Вопросы классификации, рационального построения и выбора планов проведения эксперимента подробно изложены в работах /I,2,3/.

3. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЗАДАЧИ ПОСТРОЕНИЯ МОДЕЛИ

Как уже отмечалось выше для достаточно общего случая постулируется полиномиальная структура модели. В итоге задача сводится к оцениванию коэффициентов модели по результатам экспериментального определения функции отклика.

Пусть выборочные исходные данные для решения этой задачи содержат N наблюдений независимых переменных x_{ij} и изучаемой величины y_i, представляющей значения функции h_i, искаженные влиянием ошибки ε_i:

$$y_i = h_i(x_{ij}, \beta_j) + \varepsilon_i\ ;\ i=1,2,\dots,n\ ;\ j=1,2,\dots,K. \qquad (3.I)$$

Уравнение (3.I) называется уравнением регрессии. Оно является линейным по параметрам β_j и нелинейным в общем случае по переменным x_{ij}.

Для нахождения коэффициентов модели (уравнения регрессии), как уже отмечалось выше, обычно применяется метод наименьших квадратов. Суть МНК заключается в том, что остаточная сумма квадратов невязок ε_i, т.е. разности экспериментальных Y_i и рассчитанных по уравнению регрессии $\tilde{Y}_i$ значений параметра оптимизации, должна быть минимальна. Это определение записывается математически следующим образом:

$$U = \sum_{i=1}^{N} \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^{N} (Y_i - \tilde{Y}_i)^2 = \sum_{i=1}^{N} \Delta Y_i^2 = min. \qquad (3.2)$$

В качестве примера рассмотрим применение МНК для определения коэффициентов регрессии b_j линейной модели по результатам однофакторного эксперимента.

Пусть уравнение регрессии имеет вид

$$\tilde{Y} = B_0 + B_1 X_1 . \tag{3.3}$$

С учетом уравнения (3.3) функцию (3.2) можно записать следующим образом:

$$U = \sum_{i=1}^{N} \Delta Y_i^2 = \sum_{i=1}^{N} (Y_i - B_0 - B_1 X_1)^2 = min . \tag{3.4}$$

Чтобы минимизировать функцию (3.4) необходимо приравнять к нулю ее частные производные по неизвестным B_0 и B_1 :

$$\frac{\partial \sum_{i=1}^{N} (Y_i - B_0 - B_1 X_1)^2}{\partial B_0} = 0 ; \qquad \frac{\partial \sum_{i=1}^{N} (Y_i - B_0 - B_1 X_1)^2}{\partial B_1} = 0 . \tag{3.5}$$

Дифференцируя выражения (3.5), раскрыв скобки и производя другие незначительные преобразования, получим систему двух уравнений с двумя неизвестными:

$$\left.\begin{aligned} &N B_0 + \sum_{i=1}^{N} X_{1i} B_1 = \sum_{i=1}^{N} Y_i ; \\ &\sum_{i=1}^{N} X_{1i} B_0 + \sum_{i=1}^{N} X_{1i}^2 B_1 = \sum_{i=1}^{N} Y_i X_{1i} \end{aligned}\right\} . \tag{3.6}$$

Решая систему уравнения (3.6), получим формулы для определения коэффициентов регрессии:

$$B_0 = \frac{\sum_{i=1}^{N} Y_i \sum_{i=1}^{N} X_{1i}^2 - \sum_{i=1}^{N} X_i X_{1i} \sum_{i=1}^{N} X_{1i}}{N \sum_{i=1}^{N} X_{1i}^2 - \left(\sum_{i=1}^{N} X_{1i}\right)^2} ;$$

$$B_1 = \frac{N \sum_{i=1}^{N} Y_i X_{1i} - \sum_{i=1}^{N} Y_i \sum_{i=1}^{N} X_{1i}}{N \sum_{i=1}^{N} X_{1i}^2 - \left(\sum_{i=1}^{N} X_{1i}\right)^2} . \tag{3.7}$$

После преобразования выражений (3.7) с учетом свойств симметричности и нормировки матриц планирования экспериментов и была получена формула (2.5).

Математическое описание задачи построения модели (определения коэффициентов регрессии) в более общем случае осуществляется с использованием аппарата л алгебры матриц. В матричной форме уравнение регрессии записывается следующим образом:

$$Y = X\hat{B} + E \tag{3.8}$$

где $\begin{vmatrix} X_{11} & X_{12} & \dots & X_{1k} \\ X_{21} & X_{22} & \dots & X_{2k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ X_{n1} & X_{n2} & \dots & X_{nk} \end{vmatrix}$ – матрица планирования эксперимента (матрица значений независимых переменных);

$Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}$ – вектор-столбец наблюдений функции отклика (в случае дублирования опытов Y -вектор-столбец средних значений по каждому опыту: $y_i = \frac{1}{m}\sum_{\ell=1}^{m} y_{i\ell}$, где m – число дублированных опытов);

$B = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix}$ – вектор-столбец коэффициентов (параметров) уравнения регрессии;

$E = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}$ – вектор-столбец случайных ошибок определения значений функции отклика.

Если вектор имеет нормальное распределение (а это постулируется), то применяя МНК, можно получить оценки коэффициентов уравнения (3.8) как результат произведения матриц:

$$\beta = C X^T Y \,, \tag{3.9}$$

где $B = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_k \end{bmatrix}$ - вектор-столбец оценок коэффициентов β_j ;

X^T - матрица, транспонированная по отношению к матрице X ;
$C=(X^TX)^{-1}$ - матрица, обратная к матрице (X^TX) .

Важно отметить, что необходимым условием возможности решения задачи определения коэффициентов модели является неособенность (невырожденность) матрицы X^TX . Определитель неособенной матрицы не должен равняться нулю: $det(X^TX) \neq 0$. Матрица, определитель которой равен нулю, не имеет обратной, т.е. невозможным оказывается вычислить матрицу $C=(X^TX)^{-1}$.

В случае ортогональной матрицы планирования X матрица C является диагональной. Все элементы такой матрицы вне ее главной диагонали равны нулю. Элементы главной диагонали этой матрицы определяются по формуле

$$C_{jj} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} X_{ij}^2} .$$

В этом случае операции над матрицами, необходимые для определения коэффициентов модели, могут быть сведены к следующим линейным алгебраическим формулам

$$b_j = C_{jj} \sum_{i=1}^{n} X_{ij} y_i = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_{ij} y_i}{\sum_{i=1}^{n} X_{ij}^2} ; \quad i=1,2,\dots,n ; \quad j=0,1,2,\dots,k . \tag{3.10}$$

из которых с учетом свойств матрицы планирования эксперимента также может быть получена формула (2.5). После расчета значений коэффициентов b_j по формуле (2.5) или (3.9) осуществляют статистический анализ полученной модели.

4. СТАТИСТИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИССЛЕДОВАНИЙ

Как бы тщательно ни готовился эксперимент для определения параметров выбранной математической модели, всегда существует возможность появления ошибки в установлении истинных значений функции отклика. С одной стороны, эти ошибки обуславливаются несовершенством измерительных приборов и средств контроля, нарушениями технологического режима исследуемых процессов, состоянием окружающей среды и целым рядом других факторов, предвидеть которые практически невозможно. С другой стороны, значения функции отклика, полученные расчетным путем по выбранной модели, также отличаются от истинных значений на величину некоторой ошибки $\mathcal{E}_o$.

Поэтому для определения достоверности полученных в опытах данных и оценки пригодности модели для описания процесса проводится статистический анализ результатов экспериментов и адекватности выбранной математической модели.

4.I. Определение дисперсии параметра оптимизации

Чтобы уменьшить влияние ошибки опыта на величину параметра оптимизации, матрицы планирования экспериментов строят с учетом дублирования опытов (табл.2.I). В этом случае в дальнейших расчетах уже используется средняя арифметическая величина функции отклика (математическое ожидание в случае бесконечного числа опытов), определяемое по следующей формуле:

$$\bar{Y}_i = \frac{Y_{11} + Y_{12} + \ldots + Y_{1m}}{m},$$

где m - число повторных опытов.

Для оценки отклонения значений параметра оптимизации от математического ожидания определяют дисперсию параллельных опытов в каждой строке плана (построчные дисперсии):

$$S_i^2 = \frac{1}{m-1}\sum_{\ell=1}^{m}(Y_{i\ell} - \bar{Y}_{i i})^2; \quad \ell = 1,2,3,\ldots,m; \quad i = 1,2,3,\ldots,N.$$

$f = m-1$ - число степеней свободы - это число независимых групп наблюдений, исследуемого объекта.

В данном случае из m наблюдений независимых результатов Y_m будет $m-1$, так как результат любого одного наблюдения зависим и может быть определен по известным остальным опытам и величине среднего значения $\bar{Y}$.

Затем проверяется однородность построчных дисперсий по критерию Кохрена. Критерий Кохрена G - это отношение максимальной построчной дисперсии к сумме всех дисперсий. Данный критерий показывает, что в случае незначимых отличий построчных дисперсий ($G_{расч} < G_{табл}$), т.е. их однородности, результаты экспериментов относятся к одной и той же совокупности. В противном случае ($G_{расч} > G_{табл}$) дисперсии неоднородны и, следовательно, наблюдаемые результаты экспериментов Y_{im} либо характеризуют различные объекты исследований, либо опыты не корректны.

Для расчета критерия Кохрена из всех дисперсий S_i^2 находится наибольшая S^2_{max} и делится на сумму всех построчных дисперсий:

$$G_{расч} = \frac{S^2_{max}}{\sum_{i=1}^{N} S_i^2}\ .$$

Если вычисленное значение критерия Кохрена $G_{расч}$ меньше его критического значения $G_{кр}$, найденного по табл.2 (прил.1) для числа степеней свободы $f = m-1$ и числа опытов N при выбранном уровне значимости α (обычно принимают α = 0,05), то результаты не противоречат гипотезе об однородности дисперсий и на следующих этапах анализа можно применять обобщенную (усредненную) дисперсию воспроизводимости.

Уровень значимости α - мера точности ответа. Для инженерных расчетов достаточным является α = 0,05, что соответствует вероятности правильного ответа $P = 1-\alpha$ = 0,95, т.е. считается, что в 95% случаев полученный результат будет находиться в пределах доверительного интервала.

Дисперсия параметра оптимизации S_y^2 или дисперсия воспроизводимости эксперимента определится как частное от деления суммы построчных дисперсий на число опытов в матрице планирования N:

$$S_y^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N} S_i^2}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{N}\sum_{e=1}^{m}(Y_{ie} - \bar{Y}_i)^2}{N(m-1)}\ .$$

Здесь $N = f_2$ - число степеней свободы для определения S_y^2. Использование такой формулы возможно в том случае, если число повторных опытов одинаково во всей матрице планирования.

Чтобы исключить влияние на параметр оптимизации систематических ошибок, обусловленных различными внешними условиями, необходимо порядок опытов рандомизировать во времени с помощью таблицы случайных чисел (прил.I, табл.I). Рандомизация - случайный порядок проведения опытов.

4.2. Проверка значимости коэффициентов регрессии

Статистическая значимость коэффициентов модели определяется по t - критерию Стьюдента. С этой целью в начале определяется их выборочная дисперсия

$$S_{bj}^2 = \frac{S_y^2}{N \cdot m},$$

а затем расчитываются значения критериев Стьюдента по следующей формуле:

$$t_j^p = \frac{|b_j|}{\sqrt{S_{bj}^2}}.$$

Расчетные значения критерия Стьюдента t_j^p сравниваются с табличными $t_j^{табл}$ (прил.I, табл.3), которые определяются при заданном уровне значимости (мы приняли $\alpha = 0{,}05$) и числе степеней свободы $f_2 = N$, с которыми была определена дисперсия воспроизводимости. Коэффициент уравнения регрессии будет значимым, если $t_j^p < t_j^{табл}$. В общем случае t -критерий всегда больше нуля и показывает, во сколько раз величина значимого коэффициента должна быть больше средней квадратической ошибки его определения.

Статистическая незначимость коэффициента модели указывает на независимость параметра оптимизации от соответствующего фактора. Следовательно, данный фактор может быть исключен из модели и дальнейших экспериментов.

Если ставится задача получения интерполяционной формулы для натуральных значений переменных, то уравнение для натуральных значений факторов можно получить используя формулу перехода (2.3). Коэффициенты регрессии при этом изменяются. В этом случае пропадает возможность интерпретации влияния отдельных факторов и эффектов по величине и знакам коэффициентов регрессии. Вектор-столбцы натуральных значений в матрице планирования уже не будут ортогональны (даже в случае ортогональности исходной матрицы планирования), коэффициенты зависимы друг от друга. Это не является существенным недостатком, если ставится задача получения именно интерполяционной формулы, т.е. математической модели, описывающей зависимость функции отклика от учитываемых факторов в совокупности.

4.3. Проверка адекватности модели

Проверка адекватности модели призвана подтвердить или отвергнуть гипотезу о том, что параметр оптимизации действительно изменяется в соответствии с полученным уравнением регрессии. Эта процедура осуществляется с помощью критерия Фишера F, который представляет собой отношение двух дисперсий - адекватности $S_{ад}^2$ и воспроизводимости S_y^2 :

$$F = \frac{S_{ад}^2}{S_y^2}.$$

Дисперсия адекватности представляет собой остаточную сумму квадратов разности экспериментальных $\bar{Y}_i$ и расчетных $\tilde{y}$ значений параметра оптимизации, отнесенную к числу степеней свободы :

$$S_{ад}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N} \Delta Y_i^2}{f_1} = \frac{\sum_{i=1}^{N} (\bar{Y}_{i\,эксп.} - \tilde{Y}_{i\,расч})^2}{f_1}$$

где $f_1 = N - \ell$; ℓ - число коэффициентов модели, включая и b_0 ; $\bar{Y}_{i\,эксп}$, $\tilde{Y}_{i\,расч}$ - значения параметра оптимизации в i -ом опыте, соответственно определенные экспериментально и вычисленные по уравнению регрессии.

Гипотеза об адекватности модели принимается в том случае, если выполняется условие $F_{расч} \leq F_{табл}$.

Критические значения F -критерия для $\alpha = 0,05$ и степеней свободы f_1 и f_2 представлены в табл.4 (прил.I).

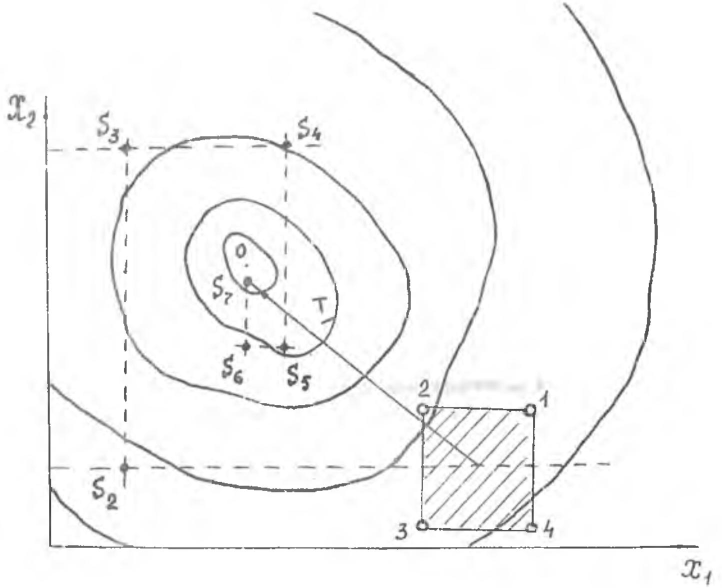
Причиной неадекватности модели могут быть недостаточный порядок модели, неудачный выбор интервала варьирования факторами, большая дисперсия воспроизводимости или включение большого числа факторов, не оказывающих существенного влияния на функцию отклика. Решение о дальнейших действиях в таких случаях зависит от того, какой гипотезе отдает предпочтение исследователь. Часто после такого результата анализа модели проводят новое исследование с усовершенствованной постановкой задачи и другими условиями проведения опытов.

В заключение необходимо отметить, что в случае равенства числа опытов N числу коэффициентов ℓ для проверки адекватности модели необходимо реализовать несколько параллельных опытов на основном уровне и определить среднее значение $\bar{Y}_0$. Если разность $\bar{Y}_0 - b_0 \leq 0,05$, то модель также можно считать адекватной.

5. ПОИСК ОПТИМАЛЬНЫХ УСЛОВИЙ МЕТОДОМ КРУТОГО ВОСХОЖДЕНИЯ

Решение задачи оптимизации методом крутого восхождения осуществляется на основе построенной в первой серии экспериментов линейной математической модели, коэффициенты регрессии b_j которой, как известно, пропорциональны составляющим градиента функции отклика. Эти коэффициенты дают представление о том, в каких пропорциях следует изменять значения факторов, чтобы достичь области оптимума по кратчайшему пути.

Геометрической интерпретацией функции отклика является поверхность отклика. В разделе 2 были сделаны следующие предположения о свойствах функции отклика и соответственно - поверхности отклика: непрерывность, гладкость и наличие единственного оптимума. На рис.5.I линиями равных значений параметра оптимизации изображена поверхность отклика для двух независимых переменных. Поверхность отклика имеет



Р и с. 5.I. Схема метода крутого восхождения вид холма с вершиной в точке 0. Из рис.5.I видно, что наиболее короткий путь к вершине, т.е. к оптимуму - направление градиента функции отклика. Как известно, это направление перпендикулярно линиям уровня. Градиент непрерывной однозначной функции φ , описывающей поверхность отклика, есть вектор

$$\Delta \varphi = \frac{\partial \varphi}{\partial x_1} i + \frac{\partial \varphi}{\partial x_2} j ,$$

где $\Delta \varphi$ - обозначение градиента;

$\frac{\partial \varphi}{\partial x_i}$ - частная производная функции по i-му фактору;

i, j - единичные векторы в направлении координатных осей.

Следовательно, составляющие градиента - частные производные функции отклика, оценками которых являются, как было показано в разделе 2, коэффициенты регрессии.

Изменяя независимые переменные пропорционально величинам коэффициентов регрессии, мы будем двигаться в направлении градиента функции отклика по самому крутому пути. Поэтому такая процедура движения к оптимуму называется крутым восхождением.

На рис.5.I показаны для сравнения направление движения к оптимуму от исходной точки S_1 по градиенту (I) и путь к оптимуму с использованием традиционного метода поочередного изменения значений переменных ($S_1 - S_2 - S_3 - S_4 - S_5 - S_6 - S_7$) (II). Видно, что традиционный подход к поиску оптимальных условий ведет к напрасному увеличению опытов и, следовательно, к нерациональному расходованию времени и средств, тем более, что значительная часть информации, полученная после подобной работы часто не представляет практического интереса, поскольку относится к области далекой от оптимума.

Задача оптимизации методом крутого восхождения решается следующим образом. Вблизи точки S_1 ставят небольшую серию из четырех опытов. Цель этих опытов - неизвестную поверхность отклика на небольшом учатке вблизи точки S_1 аппроксимировать плоскостью, т.е. рассчитать коэффициенты регрессии уравнения

$$y = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 .$$

Найденные по результатам опытов коэффициенты b_1 и b_2 определяют направление градиента для данной аппроксимирующей плоскости, т.е. направление изменения значений факторов, приводящее к возможно более быстрому изменению значений параметра оптимизации.

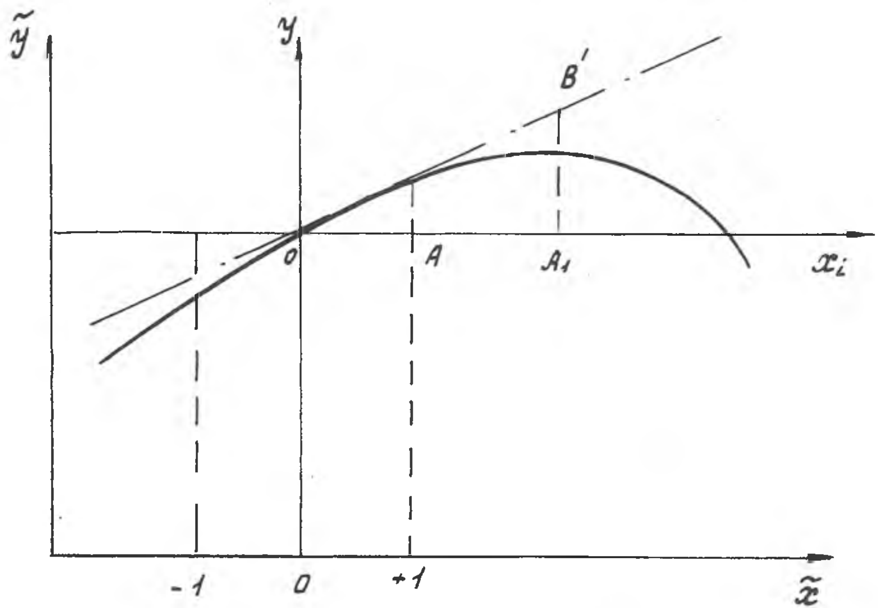
В случае большего числа независимых переменных поверхность отклика нельзя изобразить наглядно. В этом случае говорят о гиперповерхности отклика и при описании ее линейной моделью - о гиперплоскости. Коэффициенты регрессии при этом будут представлять собой тангенсы углов наклона гиперплоскости к соответствующим осям.

Больший по абсолютной величине коэффициент соответствует большему углу наклона и, следовательно, более существенному изменению параметра оптимизации при изменении данного фактора. О направлении влияния факторов говорят знаки коэффициентов. Знак плюс свидетельствует о том, что с увеличением значения фактора растет величина параметра оптимизации, а при знаке минус - убывает. Интерпретация знаков при оптимизации зависит от того, ищем мы максимум или минимум функции отклика. Если $y \to max$, то увеличение значений всех факторов, коэффициенты которых имеют знак плюс, благоприятно, а знак минус - неблагоприятно. Если же $y \to min$, то, наоборот, благоприятно увеличение значений тех факторов, коэффициенты которых отрицательны.

Движение по градиенту удобно рассмотреть на простейшем примере в случае одного фактора (рис.5.2). Значение коэффициента регрессии равно тангенсу угла между линией регрессии и осью данного фактора. Если его умножить на интервал варьирования, который является прилежащим катетом в прямоугольном треугольнике ОАВ, то получится противолежащий катет АВ, который и дает координаты точки, лежащей на градиенте.

Обобщение на случай K факторов делается механически, так как все эффекты независимы друг от друга. Существенно только соотношение произведений коэффициентов на соответствующие интервалы. Их абсолютные величины могут все одновременно умножаться или делиться на любое положительное число. При этом получаются точки, лежащие на том же градиенте, но с другим шагом. Эта процедура заключается в том, чтобы к нулевому уровню последовательно алгебраически прибавлять величины, пропорциональные составляющим градиента.

Как же выбирается шаг движения по градиенту? Для этого этапа не существует формализованного решения. Небольшой шаг потребует значительного числа опытов при движении к оптимуму. Большой шаг увеличивает вероятность проскока области оптимума. Во всяком случае, аналогично выбору интервалов варьирования, нижняя граница задается возможностью фиксирования двух соседних опытов, а верхняя - областью определения фактора. Шаги в изменении факторов рассчитывают в натуральном масштабе. Для этого вначале определяют произведения коэффициентов на



Р и с. 5.2. Расчет координат точек в направлении гредиента соответствующие интервалы варьирования факторами, т.е. $b_j \Delta x_j$, а затем уже пропорционально этим произведениям назначают шаги. Для облегчения работы шаги обычно округляют.

Незначимые факторы стабилизируются на любом уровне в интервале ± 1. Обычно выбирают нулевой уровень.

Рассчитав составляющие градиента, получают условия мысленных опытов. Обычно определяются условия (значения факторов) 5-10 мысленных опытов. Затем некоторые из мысленных опытов реализуются. При этом наиболее рационально пользоваться методом ножниц: реализуются крайние мысленные опыты и опыт, соответствующий примерно середине исследуемого интервала. Затем проводятся опыты в одном из подинтервалов так, чтобы захватить оптимум "в вилку".

Из всех реализованных опытов выбирается тот, который дал наилучший результат (например точка S_7 для рассмотренного на рис.5.1 примера) и принимают решение о прекращении (в случае получения приемлемого результата) или о проведении дополнительной серии экспериментов для более точного приближения к точке оптимума 0. В дополнительной серии опытов за основной уровень принимается тот из реализованных на предыдущем этапе опытов, который дал лучший результат. По результатам дополнительной серии опытов рассчитываются коэффициенты нового линейного приближения (для рассмотренного примера - вблизи точки S_7) и осуществляется движение по градиенту этого уравнения. Количество дополнительных серий опытов зависит от сложности топографии поверхности отклика. Чаще всего на практике достаточно одной-двух дополнительных серий опытов. При необходимости в области оптимума строят и анализируют нелинейную модель этой области. При этом используют трехуровневые планы эксперимента.

Определение коэффициентов нелинейной модели наиболее рационально осуществлять на ЭВМ по программе, которая реализует метод наименьших квадратов в матричной форме, изложенный в разделе 3.

Пример решения задачи оптимизации приведен в разделе 6.6.

6. ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ЭКСПЕРИМЕНТА НА ЭВМ

В предыдущих разделах рассмотрена типичная схема составления матриц планирования экспериментов и статистической обработки результатов, из которой ясно, что решение таких задач связано с большим объемом вычислений. Резкое ускорение вычислительных процедур может быть достигнуто в результате применения ЭВМ. В связи с этим в данном разделе рассматривается типичная схема построения программы расчетов на языке Фортран и приведены примеры обработки данных на различных типах ЭВМ.

6.I. Основные этапы и пример составления программы для ЭВМ

Разработка прикладного программного обеспечения решения задач на ЭВМ включает в себя ккак правило три основных этапа.

I. Начальный этап проектирования

Этап включает в себя:

постановку задачи с определением цели и подзадач для ее достижения;

математическую формулировку задачи, где описываются основные расчетные формулы и методы решения, которые будут использоваться;

информационную формулировку задачи, где выделяются функции будущей программы, определяется последовательность выполнения этих функций, а также устанавливается достаточность объема информации, необходимой для осуществления вычислений;

составление технической документации на проект программы, которая включает в себя текст программы, схемы и блок-схемы, а также обзорные схемы ХИПО, осуществляющие графическое представление функций, выполняемых программой /5/.

2. Кодирование программы

На этом этапе составленный алгоритм решения задачи кодируют на каком-либо конкретном алгоритмическом языке, например, Фортран-IУ. При этом необходимо следить, чтобы составляемая программа была удобочитаемой. Основными средствами достижения удобочитаемости являются комментарии, которые подразделяются на вводные, оглавления и пояснительные. Принято целесообразным иметь I комментарий на 5-6 операторов текста программы.

Важным средством достижения удобочитаемости является рациональный выбор имен переменных, т.е. рациональная мнемоника, а также пропуск строк и пробелы, которыми отделяются логически законченный фрагмент программы и группа операторов.

3. Отладка программы

Этап состоит из синтаксической отладки, где необходимо обеспечить безошибочную трансляцию (компиляцию) программы в машинные команды, и алгоритмической отладки, заключающейся в получении верного результата поставленной задачи путем вычислений тестового примера.

Рассмотрим основные этапы разработки программы на конкретном примере построения и анализа интерполяционной формулы, устанавливающей связь между анизотропией листов и режимами их прокатки и отжига.

6.I.I. Постановка задачи

Построить и проанализировать математическую зависимость отношения коэффициентов анизотропии $Y=\mu_0/\mu_{45}$ от величины деформации листа при прокатке ε_h (x_1) и температуры последующего отжига $T°C(x_2)$.

Подзадачи

I. Определить среднее значение функции отклика по результатам дублированных опытов.

2. Вычислить коэффициенты регрессии модели.

3. Провести статистический анализ модели:

а) проверить однородность дисперсий дублированных опытов по G-критерию Кохрена;

б) проверить статистическую значимость коэффициентов регрессии по t -критерию Стьюдента.

4. Выполнить расчеты функции отклика по полученному уравнению регрессии.

5. Проверить адекватность модели по F -критерию Фишера.

6.I.2. Математическая формулировка задачи

I. В качестве математической модели для описания искомой зависимости принято уравнение регрессии

$$y = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_{12}(x_1 x_2).$$

2. Определение коэффициентов регрессии модели осуществляется по выражению

$$b_j = \sum_{i=1}^{N} \bar{Y}_i X_{ij} / N.$$

3. Определение дисперсии опытов дублирования:

$$S_i^2 = \frac{1}{m-1} \sum_{e=1}^{m} (Y_{ie} - \bar{Y}_i)^2.$$

4. Формула для определения G -критерия Кохрена

$$G_o = \frac{S^2_{i\,max}}{\sum\limits_{i=1}^{N} S_i^2}.$$

5. Формула для определения дисперсии воспроизводимости опытов:

$$S_y^2 = \sum_{i=1}^{N} S_i^2 / N.$$

6. Определение дисперсии коэффициентов регрессии:

$$S^2_{b_j} = \frac{S^2_{ij}}{N \cdot m}.$$

7. Формула для t -критерия Стьюдента:

$$t^o_j = \frac{|b_j|}{\sqrt{S^2_{b_j}}}.$$

8. Формула для дисперсии адекватности:

$$S^2_{ag} = \sum_{i=1}^{N} (\bar{Y}_{i\,эксп} - \tilde{Y}_{i\,расч})^2 / f_1.$$

$f_1 = N - \ell.$

9. Формула для F -критерия Фишера:

$$F = \frac{S^2_{aq}}{S^2_y}.$$

6.I.3. Информационная формулировка задачи

I. Для определения коэффициентов регрессии принятой математической модели в ЭВМ вводится матрица планирования эксперимента типа $N = 2^K$, где $K = 2$.

Уровни и интервал варьирования переменными представлены в табл.6.I.

Переход от натуральных переменных к кодированным осуществляется по формуле

$$X_j = \frac{x_j - x_{oj}}{\Delta x_j}.$$

2. Реализованный план эксперимента в кодированных переменных X_j и значения функции отклика для $m = 2$ повторных опытов представлен в табл.6.2.

Т а б л и ц а 6.I

Фактор	Обозначение	Уровни варьирования			Интервал варьирования Δx
		+	0	−	
ε_h, %	x_1	0,8	0,6	0,4	0,2
T, °C	x_2	350	300	250	50

Т а б л и ц а 6.2

Вариант опыта	Кодированные значения факторов			Расчет парных взаимодействий	Значения функции отклика		
	0_o	X_I	X_2	$X_{I2}=X_I \cdot X_2$	Y_1	Y_2	$\bar{Y}$
I	+	−	−	+	0,44	0,5	0,47
2	+	+	−	−	0,56	0,66	0,6I
3	+	−	+	−	I,38	I,55	I,4I
4	+	+	+	+	0,9I	0,95	0,93

3. Выделение функций, выполняемых будущей программой и последовательность их выполнения представлены блок-схемой алгоритма расчета (прил. 2).

6.I.4. К о д и р о в а н и е п р о г р а м м ы

Оно заключается в описании представленной на блок-схеме последовательности действий посредством одного из алгоритмических языков.

Текст программы на языке ФОРТРАН, написанной в соответствии с рассмотренной выше блок-схемой алгоритма расчета, но обобщенной на случай обработки результатов многофакторного эксперимента и осуществляющей также построение регрессионных моделей технологических процессов, представлен в прил.3.

Программа AGFMPLAN состоит из двух подпрограмм:

главной подпрограммы MAINPGM , осуществляющей расчет статистических характеристик;

подпрограммы "*CDYRRG* ", осуществляющей построение уравнения регрессии.

Программа *AGFMPLAN* позволяет обработать эксперимент с количеством факторов $K = M3 \leq 37$ при числе опытов $N \leq 512$ и работает под управлением *DOCEC* , *OCEC* , *OCPB* СМ ЭВМ.

Основные идентификаторы программы следующие:

G - двухмернвй массив (100,37), содержащий матрицу планирования;
B - двухмерный массив (100,37) матрицы отклика;
B(100) - массив коэффициентов регрессии;
AB(100) - массив средних значений параллельных опытов;
A(100) - массив среднеквадратических отклонений;
У (74) - массив уровней факторов;
N - количество опытов;
M3 - количество факторов;
M2 - число обрабатываемых массивов откликов;
M1 - число параллельных опытов;
MØ - число точек, в которых определяются полиномиальные моедли коэффициентов регрессии;
AL - коэффициент Стьюдента;
FR - критерий Фишера;
F - вычисляемый критерий Фишера;
GT - критерий Кохрена;
G - вычисляемый критерий Кохрена.

Синтаксическая отладка программы осуществляется в процессе ее трансляции в ЭВМ с помощью соответствующей инструкции /6/.

6.2. Решение задачи на вычислительном комплексе СМ-1420

Для выполнения вычислений в соответствии с поставленной в подразделе 6.1 задачей, программа расчета (прил.3) и исходные данные (табл.6.2) засылаются в память СМ ЭВМ посредством пульта дисплея. Вход в систему, вызов монитора и последовательность выполнения операций при наборе программы расчета и вводе исходных данных осуществляются с помощью инструкции /6/. После ввода последней строки матрицы отклика происходит решение задачи с выдачей на печатающее устройство средних значений коэффициентов регрессии b_j , расчетных значений функции отклика, расчетных значений критериев Кохрена, Стьюдента и

Фишера с заключением об адекватности или неадекватности полученного уравнения регрессии.

Так, в результате решения задачи по данным табл.6.2 получено следующее адекватное уравнение регрессии, устанавливающее взаимосвязь между анизотропией листов и параметрами прокатки и отжига:

$$Y = 0{,}63 - 0{,}18X_1 + 0{,}32X_2 + 0{,}15X_1X_2 .$$

6.3. Решение задачи на ЕС ЭВМ в пакетном режиме

6.3.1. Сведения о программе

Программа реализует выполнение на ЭВМ алгоритма расчета параметров модели (коэффициентов регрессии), а также критериев для оценки значимости параметров и адекватности модели в соответствии с рассмотренным математическим описанием.

Программа использует следующие внешние устройства: устройство ввода с перфокарт; системное печатающее устройство; алфавитно-цифровое печатающее устройство (АЦПУ).

Программа написана на языке ФОРТРАН с учетом работы в операционной системе ОС /7/.

Для выполнения программы необходимы следующие ресурсы ЭВМ: объем оперативной памяти – 144 кБ; общее процессорное время – около 60 с.

Имя программы – AGFMPLAN.

Пакет для решения задачи с использованием программы AGFMPLAN составляется следующим образом:

```
//AGFMPLAN␣JOB␣␣'имя␣␣пользователя'
//EXECC␣EXEC␣FORTGCLG
//FORT.SVSIN␣DD␣*
```

Текст программы на перфокартах
. . . .
. . . .

```
//GO.SVSIN␣␣DD␣*
```

Исходные данные на перфокартах
. . . .
. . . .

//

Составленный таким образом пакет для решения задачи передается оператору ЕС ЭВМ.

6.3.2. Подготовка исходных данных

Исходные данные для решения задачи записываются на стандартный перфорационный бланк и с него переносятся на перфокарты.

Заполнение бланка осуществляется в следующем порядке.

I-я строка (перфокарта) содержит следующие данные:

M – число дублирования опытов;

N – количество опытов по плану эксперимента;

K – число параметров модели.

M, N, K – целые, начиная с первой позиции строки занимают по 4 позиции каждая и записываются с правой границы 4-позиционных интервалов.

Пример. ␣ _ _ 3 ␣ _ 1 Ø ␣ _ _ 4

2-я... L -я строки содержат значения элементов матрицы планирования $X(NK)$. Элементы матрицы заносятся в строки бланка потоком по столбцам. Каждому числу отводится 4 позиции. Число записывается с правой границы 4-позиционного интервала (см.пример выше).

(L + I)-я ... LL -я строки содержат экспериментальные значения функции отклика: элементы матрицы $Y(M,N)$. Элементы матрицы заносятся в строки бланка потоком по столбцам. Каждому числу отводится 8 позиций. Число заносится в любом месте 8-позиционного интервала. Десятичная точка и знак минус ставятся обязательно.

Пример. Матрица с результатами трех опытов, каждый из которых выполняется дважды

n	y_{i_1}	y_{i_2}
I	I,9	-0,8
2	6,5	5,4
3	8,7	7,I

заносится в строку бланка следующим образом:

1 • 9 ⌴ 6 • 5 ⌴ 8 • 7 ⌴ – Ф • 85 • 4 ⌴ ⌴

После ввода последней строки матрицы $Y(M,N)$ ЭВМ осуществляет решение задачи.

6.4. Решение задачи на ЭВМ "Наири-4/АРМ"

6.4.I. Сведения о программе

Программа реализует выполнение на ЭВМ "Наири-4/АРМ" алгоритма расчета параметров регрессионной модели, а также отыскание критериев для оценки значимости параметров и адекватности модели в соответствии с математическим описанием, приведенным в разделах 3 и 4.

Программа использует следующие внешние устройства: дисплей; двоично-мозаичное печатающее устройство DZM.

Программа написана на языке ФОРТРАН с учетом работы в операционных системах ДОС - 400. и ДОС АРМ.

Для выполнения программы необходимы следующие ресурсы ЭВМ: объем оперативной а памяти - 22 Кб; время решения задачи - 20 с.

Имя программы - PLAN.

Программа находится на пользовательском диске.

Для вызова программы через пульт дисплея:

загружается система (выполняется электроником или системным программистом);

вводится код идентификации пользователя Ф LU_31,32 (подчеркнутые символы формируются системой);

вызывается программа Ж RU_DK1:PLAN

6.4.2. Ввод исходных данных

Ввод исходных данных осуществляется через пульт дисплея в следующем порядке.

После вызова программы на выполнение на экране дисплея появляется текст:

ВВЕДИТЕ:

ЧИСЛО ДУБЛИРОВАНИЯ ОПЫТОВ М =

При вводе значения переменной следует учитывать, что целые числа заполняются с правой границы 2-позиционного интервала. Например, для ввода числа 2 необходимо нажать клавишу "Пробел" (длинная непомеченная клавиша) и цифру "2".

Ввод числа в память ЭВМ осуществляется нажатием клавиши "||⊢".

Если число набрано неверно, то до нажатия клавиши "||⊢" нужно сделать следующее:

перевести пульт дисплея в верхний регистр (клавиша "ВР");

нажать клавишу "ЗБ" столько раз, сколько набрано неверных символов;

набрать правильное число.

КОЛИЧЕСТВО НАБЛЮДЕНИЙ НЕЗАВИСИМОЙ
ПЕРЕМЕННОЙ N:

КОЛИЧЕСТВО ПЕРЕМЕННЫХ K=

МАТРИЦА ПЛАНИРОВАНИЯ

СТРОКА 1

Вводится первая строка матрицы планирования. Правила ввода чисел строки и значений N и K описаны в начале параграфа.

Аналогично осуществляется ввод каждой из строк.

МАТРИЦА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ЗНАЧЕНИЙ

СТРОКА 1

Вводится первая строка матрицы экспериментальных значений $Y(N,M)$.

Каждому числу отводится 8 позиций. Число заносится в любом месте 8-позиционного интервала. Десятичная точка и знак минус ставятся обязательно.

Аналогично осуществляется ввод каждой из N строк.

После ввода последней строки матрицы экспериментальных значений ЭВМ осуществляется решение задачи.

6.4.3. Результаты решения задачи на ЭВМ

После выполнения решения задачи на печатающее устройство ЭВМ выводятся следующие данные и результаты:

матрица планирования эксперимента X и матрица экспериментальных значений функции отклика Y (для контроля правильности подготовки исходных данных и ввода на ЭВМ);

расчетное значение критерия Кохрена G с соответствующим числом степеней свободы f ;

таблица значений коэффициентов регрессии b_j и соответствующих расчетных значений критерия Стьюдента t_j^P, а также число степеней свободы f_1 для определения значимости коэффициентов регрессии;

расчетное (экспериментальное) значение критерия Фишера $F^P_{f_2, f_1}$, а также соответствующие значения чисел степеней свободы f_2 и f_1 для проверки адекватности уравнения регрессии;

таблица, содержащая для каждого опыта усредненные экспериментальные значения y_i , соответствующие расчетные значения y_i^P , а также абсолютные и относительные ошибки для оценки точности аппроксимации функции отклика уравнением регрессии по каждому опыту.

6.5. Пример решения задачи обработки результатов эксперимента и построения интерполяционной формулы

Необходимо построить и проанализировать математическую зависимость предела прочности Y при температуре 1000°С одного из сплавов на основе молибдена от содержания в нем циркония X_1 , титана X_2 , температуры предварительной деформации литых заготовок X_3 и температуры последующей деформации X_4 .

В качестве основного уровня и интервалов варьирования выбраны соответственно: для содержания циркония – 0,3 и 0,1; для содержания титана – 0,3 и 0,1%; для температуры предварительной деформации литых заготовок – 1550 и 50°С, для температуры последующей деформации – 1000 и 50°С.

В качестве математической модели для описания искомой зависимости принимаем уравнение регрессии первого порядка:

$$y = \sum_{j=0}^{4} b_j x_j , \qquad (6.1)$$

где x_0 – фиктивная переменная, принимается равной 1;

b_0 – коэффициент регрессии при фиктивной переменной (свободный член уравнения регрессии).

Для определения параметров b_j этой модели в качестве плана эксперимента выбираем полуреплику типа 2^{4-I} от ПФЭ, состоящую из 8 опытов и предусматривающую варьирование факторами на двух уровнях. Принимаем определяющий контраст $1 = X_1 X_2 X_3 X_4$, генерирующее соотношение $X_4 = X_1 X_2 X_3$.

Условие проведения эксперимента приведены в табл.6.3, а реализованный план эксперимента - в табл.6.4.

Таблица 6.3

Условия проведения эксперимента

Факторы	X_I,%	X_2,%	X_3,°C	X_4,°C
Основной уровень	0,3	0,3	I550	I000
Интервал варьирования	0,I	0,I	50	50
Верхний уровень (+I)	0,4	0,4	I600	I050
Нижний уровень (-I)	0,2	0,2	I500	950

Таблица 6.4

Реализованный план эксперимента

Опыт	X_0	X_I	X_2	X_3	X_4	$У_I$, кг/мм²	$У_2$, кг/мм²
I	+I	+I	+I	+I	+I	47,0	51,0
2	+I	-I	+I	+I	-I	53,9	56,9
3	+I	+I	-I	+I	-I	47,9	52,I
4	+I	-I	-I	+I	+I	38,0	42,0
5	+I	+I	+I	-I	-I	43,2	46,8
6	+I	-I	+I	-I	+I	40,3	43,7
7	+I	+I	-I	-I	+I	35,5	38,5
8	+I	-I	-I	-I	-I	36,6	40,4

Подготовка исходных данных и пакета задания для выполнения расчетов на ЕС ЭВМ осуществляется в соответствии с описанием, приведенным в подразделе 6.3.

Ввод исходных данных в ЭВМ "Наири-4/АРМ" и решение задачи на этой ЭВМ осуществляются в соответствии с описанием, приведенным в подразделе 6.4.

После решения задачи на ЭВМ были получены следующие результаты.

Расчетное значение критерия Кохрена G =0,0787 при числе степеней свободы f =I и числе опытов N =8;

Коэффициенты регрессии и расчетные значения критерия Стьюдента для всех переменных, включая фиктивную переменную X_0 в табл. 6.5 (переменная X_0 имеет номер I, переменная X_I - номер два и т.д.).

Таблица 6.5

Результаты определения коэффициентов регрессии

Номер переменной	Коэффициент регрессии	Значение критерия Стьюдента
I	44,56	67,36
2	0,69	I,04
3	3,I9	4,82
4	3,94	5,95
5	-2,56	3,87

Число степеней свободы для определения значимости коэффициентов регрессии f =8.

Расчетное значение критерия Фишера $F^P_{f_2,f_1}$ = =I,72 и соответствующие значения чисел степеней свободы f_2 =8-5=3; f_1 =8.

По каждому из 8 опытов средние экспериментальные значения $Y_{эксп}$, а также расчетные значения $Y_{расч}$, абсолютные и относительные ошибки при определении $Y_{расч}$ по уравнению регрессии приведены в табл. 6.6.

Таблица 6.6

Результаты расчета значений функции отклика

Опыт	Экспериментальное значение	Расчетное значение	Абсолютная ошибка	Относительная ошибка
I	49,0	49,8I	0,8I	0,0I7
2	55,0	53,56	I,44	0,026
3	50,0	48,56	I,44	0,029
4	40,0	42,06	2,06	0,052
5	45,0	47,06	2,06	0,046
6	42,0	40,56	I,44	0,034
7	37,0	35,56	I,44	0,039
8	38,5	39,3I	0,8I	0,02I

Сравнивая расчетное значение критерия Кохрена G^P =0,0787 с соответствующим табличным значением G^T =0,680 (при уровне значимости α =0,05, числе степеней f =I и числе опытов N =8), получаем $G^P < G^T$. Выполнение этого условия позволяет сделать вывод об однородности дисперсий и возможности обработки результатов опытов с использованием применяемой программы.

Сравнивая расчетные значения критерия Стьюдента t_j^P с табличным значением t_j^T = 23I (при уровне значимости α = 0,05 и числе степеней свободы f_1 =8) можно сделать вывод, что условие $t^P \geq t^T$

выполняется для первой, третьей, четвертой и пятой переменных, т.е. коэффициенты регрессии при переменных X_0, X_2, X_3 и X_4 значимы. Коэффициент при переменной X_I является незначимым.

Расчетное (экспериментальное) значение критерия Фишера $F^{p}_{f_2,f_1}$ равно 1,72, а соответствующее числа степеней свободы $f_2 = 3$, $f_1 = 8$. Однако следует учесть, что при наличии незначимых коэффициентов регрессии (как в нашем случае) величина f_2 должна быть увеличена на количество незначимых коэффициентов, т.е. $f_2 = 3 + I = 4$. Сравнивая расчетное значение критерия Фишера с соответствующим табличным значением $F^{T}_{f_2,f_1} = 3{,}8$ (при числах степеней свободы $f_2 = 4$, $f_1 = 8$ для уровня значимости $\alpha = 0{,}05$), получим, что $F^{p}_{f_2,f_1} < F^{T}_{f_2,f_1}$. Это позволяет сделать вывод об адекватности модели с вычисленными коэффициентами регрессии.

Сравнение расчетных и экспериментальных значений Y, абсолютных и относительных ошибок позволяет считать точность аппроксимации функции отклика полученным уравнением регрессии приемлемой (максимальная относительная ошибка аппроксимации равна 0,052 или 5,2%).

Итогом решения задачи является следующее адекватное уравнение регрессии (не включающее незначимой переменной):

$$Y = 44{,}56 + 3{,}19 X_2 + 3{,}94 X_3 - 2{,}56 X_4 . \qquad (6.2)$$

Это уравнение записано для нормированных переменных. Знаки коэффициентов при значимых переменных этого уравнения свидетельствуют о том, что предел прочности сплава при 1000°С с увеличением содержания титана и температуры предварительной деформации заготовок возрастает, а с увеличением температуры последующей деформации уменьшается.

Наиболее сильно влияющим фактором является температура предварительной деформации заготовок, так как коэффициент регрессии при переменной X_3 является наибольшим по абсолютной величине.

Выводы о значимости и силе влияния факторов справедливы, разумеется, только для исследованных интервалов.

После несложных преобразований с использованием формулы (2.3) можно получить уравнение регрессии в натуральном выражении:

$$Y = -35{,}95 + 31{,}90 X_2 + 0{,}079 X_3 - 0{,}051 X_4 . \qquad (6.3)$$

Уравнение (6.3) может использоваться, например, в инженерных расчетах, при создании алгоритмов для САПР и АСУ ТП.

6.6. Пример решения задачи оптимизации

Одним из методов повышения износостойкости инструмента, применяемого при ОМД, является борирование его рабочих формообразующих поверхностей. Рассмотрим пример решения задачи повышения поверхностей твердости и износостойкости металлокерамических фильер для волочения труб и прутков. При решении этой задачи определялись оптимальные значения факторов, характеризующих процесс борирования металлокерамических образцов в расплаве. В качестве таких факторов были приняты:

температура борирования (x_1);

количество силикокальция СК10, который вводили в расплав $Na_2B_4O_7+B_2O_3+NaCl$ (x_2);

размер гранул силикокальция (x_3);

количество B_2O_3 (x_4);

количество $NaCl$ (x_5);

время насыщения (x_6).

Параметром оптимизации служила характеристика износа образцов, определявшаяся на машине типа Шкода-Савина по стандартной методике. Факторы варьировались на двух уровнях. Значения факторов на основном, верхнем и нижнем уровнях, а также интервалы варьирования приведены в табл.6.7.

Воспользовавшись 1/8 реплики 2^{6-3}, содержащей 8 опытов. Выбрали 2^{6-3} с определяющим контрастом

$$1 \equiv -X_1X_3X_5 = -X_2X_3X_6 \equiv -X_2X_4X_6 \equiv X_1X_2X_3X_4 \equiv$$

$$\equiv X_1X_2X_5X_6 \equiv X_3X_4X_5X_6 .$$

с помощью которого можно оценить линейные эффекты факторов, смешанные с парными взаимодействиями, т.е. построить линейную модель

$$\bar{y} = b_0 + \sum_{j=1}^{6} b_j x_j .$$

План эксперимента в кодовом масштабе указан в табл.6.7. Здесь для факторов X_1, X_2 и X_3 записан полный факторный эксперимент 2^3, а $X_4 \equiv X_1X_2X_3$, $X_5 = -X_1X_3$ и $X_6 = -X_2X_3$.

В соответствии с выбранным планом было реализовано восемь опытов, которые дублировались для определения дисперсии опыта. В рассматриваемом примере для краткости не будем излагаиь последовательность расчета дисперсии опыта, расчета коэффициентов регрессии, проверки статистической значимости коэффициентов и адекватности модели, которые могли быть выполнены "вручную" или на ЭВМ. В табл.6.7 приведено адекватное уравнение регрессии в нормированном виде, включающее только значимые коэффициенты.

Таблица 6.7

Планирование и результаты первого этапа эксперимента при исследовании процесса борирования металлокерамики

Уровни и интервалы варьирования факторов	Факторы						
	Температура, °С	Количество СК10,%	Размер гранул СК10	Количество B_2O_3,%	Количество $NaCl$, %	Время насыщения, ч	Износ, Y, мм³
Основной уровень (x_{j0})	1000	20	0,50	25	15	3	
Интервалы варьирования (Δx_j)	50	10	0,25	25	5	1	
Верхний уровень (x_j+1)	1050	30	0,75	50	20	4	
Нижний уровень (x_j-1)	950	10	0,25	0	10	2	
Опыт	Код						
	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	Y
1	+	+	+	+	−	−	0,60
2	−	+	+	−	+	−	0,55
3	+	−	+	−	−	+	0,80
4	−	−	+	+	+	+	0,85
5	+	+	−	−	+	+	0,60
6	−	+	−	+	−	+	0,95
7	+	−	−	+	+	−	1,50
8	−	−	−	−	−	−	1,00

Адекватное уравнение регрессии, включающее только значимые коэффициенты

$$Y = 0,856 - 0,181X_2 - 0,156X_3 + 0,119X_4$$

Краткий анализ уравнения регрессии (модели) позволяет сделать несколько выводов. Оказывается, что в изученных интервалах варьирования факторами температура борирования (x_1), его продолжительность (x_6) и количество $NaCl$ в расплаве (x_5) существенно не влияют на износ борированного слоя металлокерамики (коэффициенты b_1, b_5 и b_6) статистически незначимы). Наиболее сильно износ зависит от количества вводимого в расплав силикокальция (b_2 = 10,181), размера его гранул (b_3 = 10,1561) и в несколько меньшей степени - от содержания в расплаве B_2O_3 (b_4 = 10,1191). Для снижения износа необходимо увеличить, по сравнению с основным уровнем, количество силикокальция и размер его гранул (коэффициенты b_2 и b_3 отрицательные) и уменьшать содержание в расплаве B_2O_3 (коэффициент b_4 положительный).

Методом крутого восхождения было решено повысить износостойкость борированного покрытия металлокерамики. При наличии линейной модели для осуществления движения по градиенту значения факторов необходимо изменять пропорционально величинам коэффициентов b_2, b_3 и b_4 с учетом их знака. Для этого вначале определяют произведения коэффициентов на соответствующие интервалы варьирования факторами, т.е. $b_j \cdot \Delta x_j$, а затем назначают шаги пропорционально этим произведениям. Последовательность реализации этого этапа показана в табл.6.8. Меняли только факторы, коэффициенты которых оказались статистически значимыми, остальные факторы поддерживали на основном уровне.

Для фактора x_4 был выбран шаг в 5% (Δ_4 = 5). Шаги для факторов x_2 и x_3 установили из пропорций:

$$\frac{b_4 \Delta x_4}{b_2 \Delta x_2} = \frac{\Delta_4}{\Delta_2}; \qquad \Delta_2 = \frac{1{,}81 \cdot 5}{2{,}975} = 3{,}04 \approx 3\%;$$

$$\frac{b_4 \Delta x_4}{b_3 \Delta x_3} = \frac{\Delta_4}{\Delta_3}; \qquad \Delta_3 = \frac{0{,}039 \cdot 5}{2{,}975} = 0{,}07 \approx 0{,}05 \text{ мм}.$$

Поскольку в данном случае требовалось найти возможно меньшее значение износа, знаки шагов выбрали обратными знакам коэффициентов.

При назначении условий мысленных опытов учитывали, что при содержании в ванне силикокальция больше 50% расплав становится высоковязким и нетехнологичным. Порядок мысленных опытов указан в табл.6.8. Некоторые из мысленных опытов были реализованы. Порядок реализованных опытов выбирался таким образом, чтобы наименьшее значение износа как бы бралось " в вилку".

Т а б л и ц а 6.8

Крутое восхождение

Коэффициенты регрессии и шаг варьирования	Факторы						
	Температура, °С (x_1)	Количество СКIO, % (x_2)	Размер гранул СКIO, мм (x_3)	Количество B_2O_3, % (x_4)	Количество $NaCl$, % (x_5)	Время насыщения, ч (x_6)	Износ мм³ (Y)
b_j	-	-0,181	-0,156	0,119	-	-	
$b_j \Delta x_j$	-	-1,81	-0,039	2,975	-	-	
Шаг Δx_j	-	3,04	0,07	-5	-	-	
Шаг после округления	-	3	0,05	-5			
Порядок опытов	x_{jo}						
	1000	20	0,50	25	15	3	
Мысленный опыт	1000	23	0,60	20	15	3	
Реализованный опыт 1	1000	26	0,65	15	15	3	0,60
Мысленный опыт	1000	29	0,70	10	15	3	
То же	1000	32	0,75	5	15	3	
Реализованный опыт 4	1000	35	0,80	0	15	3	0,38
Реализованный опыт 2	1000	38	0,85	0	15	3	0,33
Реализованный опыт 5	1000	41	0,90	0	15	3	0,40
Мысленный опыт	1000	44	0,95	0	15	3	
То же	1000	47	1,00	0	15	3	
Реализованный опыт 3	1000	50	1,05	0	15	3	0,52

Наименьший износ (0,33 мм³) был получен в реализованном опыте 2. Это существенно меньше, чем значения износа полученные при реализации основных опытов плана эксперимента (табл.6.7). Условия проведения (значения факторов) опыта 2 являются оптимальными с точки зрения обеспечения наименьшего износа. Поэтому было рекомендовано обеспечивать эти условия при серийном использовании процесса борирования металлокерамических фильер для волочения.

Библиографический список

I. Адлер Ю.П., Маркова Е.В., Грановский Ю.В. Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий.-М.:Наука, 1976.

2. Новик Р.С., Арсов Я.Б. Оптимизация процессов технологии металлов методами планирования эксперимента.-М.:Машиностроение, 1980.

3. Таблицы планов эксперимента для факторных и полиномиальных моделей (справочное издание) под ред. В.В.Налимова.-М.:Металлургия, 1982.

4. Данилин А.И. Прикладное математическое обеспечение САПР. Методы проектирования и документирования программ. КуАИ, Куйбышев, 1983.

5. Данилин А.И., Николаева М.Ю. Вычислительная среда пользователя в системе ОС РВ на СМ-4. Методические указания. КуАИ, Куйбышев, 1985.

6. Брич З.С. и др. ФОРТРАН ЕС ЭВМ.-М.:Статистика, 1978.

Приложение I

Таблица I

Таблица равномерно распределенных случайных чисел

I	2	3	4	5	6	7	8	9	I0	II	I2	I3	I4	I5	I6
I0	09	73	25	33	76	52	0I	35	86	34	67	35	48	76	80
37	54	20	48	05	67	89	47	42	96	24	80	52	40	37	20
08	42	26	89	53	I9	64	50	97	03	23	20	90	25	60	I5
99	0I	90	25	29	09	37	67	07	I5	33	3I	I3	II	65	88
I2	80	79	99	70	80	I5	73	6I	47	64	03	23	66	53	98
66	06	57	47	I7	34	07	27	68	50	36	69	73	6I	70	65
3I	06	0I	08	05	45	57	I8	24	26	35	30	34	26	I4	86
85	26	97	76	02	02	05	I6	56	92	68	66	57	48	I8	73
63	57	33	2I	35	05	32	54	70	48	90	55	35	75	48	28
73	79	64	57	53	03	52	96	47	73	35	80	83	42	82	60
98	52	0I	77	67	I4	90	56	86	07	22	I0	94	05	58	60
II	80	50	54	3I	39	80	82	77	32	50	72	56	82	48	29
83	45	20	96	34	06	28	89	80	83	I3	74	67	00	78	I8
88	68	54	02	00	86	50	75	84	0I	36	76	66	79	5I	90
99	59	46	73	48	37	5I	76	49	69	9I	82	60	89	28	93
65	48	II	76	74	I7	46	85	09	50	58	04	77	69	74	73
80	I2	43	56	35	I7	72	70	70	I5	45	3I	82	23	74	2I
74	35	09	98	I7	77	45	27	72	I4	43	23	60	02	I0	45
69	9I	62	68	03	66	25	22	9I	48	36	93	68	72	03	76
09	89	32	05	05	I4	22	56	85	I4	46	42	75	67	88	96
9I	49	9I	45	23	68	47	92	76	86	46	I6	28	35	54	94
80	33	69	45	98	26	94	03	68	58	70	29	73	4I	35	53
42	I0	48	I9	49	85	I5	74	79	54	32	97	92	65	37	57
I2	55	07	37	42	II	I0	00	20	40	I2	86	07	46	97	96
63	60	64	93	29	I6	50	53	44	84	40	2I	95	25	63	43
6I	I9	69	04	46	26	45	74	77	74	6I	92	43	37	29	65
I5	47	44	52	66	95	27	07	99	53	59	36	78	38	48	82
94	55	72	85	73	67	89	75	43	87	54	62	24	44	3I	9I
42	48	II	62	I3	97	34	40	87	2I	I6	86	84	87	67	03
23	52	37	83	I8	73	20	88	98	37	68	93	69	I4	I6	26
04	49	35	24	94	75	24	63	38	24	45	86	25	I0	25	6I
00	54	99	76	54	64	05	I8	8I	69	96	II	96	38	96	54

Окончание табл.I

I	2	3	4	5	6	7	8	9	I0	II	I2	I3	I4	I5	I6
35	96	3I	53	07	26	89	30	93	64	33	35	I3	54	52	77
50	80	80	83	9I	45	42	72	68	42	83	60	94	97	00	I3
46	05	88	52	36	0I	39	09	22	86	77	28	I4	40	77	93
32	I7	90	05	97	87	37	92	52	4I	05	56	70	70	07	86
69	23	46	I4	06	20	II	74	52	04	I5	95	66	00	00	I8
I9	56	54	I4	30	0I	75	87	53	79	40	4I	52	I5	85	66
45	I5	5I	49	38	I9	47	60	72	46	43	86	79	45	43	59
94	86	43	I9	94	36	I6	8I	08	5I	34	88	88	I5	53	0I
98	08	62	48	26	45	24	02	84	04	44	99	90	88	96	39
33	I8	5I	62	32	4I	94	I5	09	49	89	43	54	85	8I	88
80	95	I0	04	06	96	38	27	07	74	20	I5	I2	33	87	25
79	75	24	9I	40	7I	96	I2	82	96	69	86	I0	25	9I	74
I8	63	33	25	37	98	I4	50	65	7I	3I	0I	02	46	74	05
74	02	94	39	02	77	55	73	22	70	97	79	0I	7I	I9	52

Т а б л и ц а 2

Значения G -критерия Кохрена при 5%-ном уровне значимости

N	$f_1 = m - 1$									
	I	2	3	4	5	6	7	8	9	I0
2	0,9985	0,9750	0,9392	0,9057	0,9772	0,8534	0,8332	0,8I59	0,80I0	0,7880
3	9669	8709	7977	7457	707I	677I	6530	6333	6I67	6025
4	9065	7679	684I	6287	5895	5598	5365	5I75	50I7	4884
5	0,84I2	0,6838	0,598I	0,5440	0,5063	0,4783	0,4564	0,4387	0,424I	0,4II8
6	7808	6I6I	532I	4803	4447	4I48	4I48	38I7	3682	3568
7	727I	56I2	4800	4307	3974	3726	3555	3384	3254	3I54
8	0,6798	0,5I57	0,4377	0,39I0	0,3595	0,3362	0,[illegible]	0,3043	0,2926	0,2829
9	6385	4775	4027	3584	3286	3067	290I	2768	2659	2568
I0	6020	4450	3733	33II	3029	2823	2666	254I	2439	2353
I2	0,54I0	0,3924	0,3264	0,2880	0,2624	0,2439	0,2299	0,2I87	0,2098	0,2020
I5	4709	3346	2758	24I9	2I95	2034	I9II	I8I5	I736	I67I
20	3894	2705	2205	I92I	I735	I002	I60I	I422	I357	I303
24	0,3434	0,2354	0,I907	0,I656	0,I493	0,I374	0,I286	0,I2I6	0,II60	0,III3
30	2929	I980	I593	I377	I237	II37	I06I	I002	0958	092I
40	2370	I576	I259	I082	0968	0887	0827	0780	0745	07I3
60	0,I737	0,II3I	0,0895	0,0765	0,0682	0,0623	0,0583	0,0552	0,0520	0,0497
I20	0998	0632	0495	04I9	037I	0337	02I2	0292	0279	0266
	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000

Т а б л и ц а 3

Значения t -критерия Стьюдента при 5%-ном уровне значимости

Число степеней свододбы $f_2 = N$	Значения t -критерия	Число степеней свободы $f_2 = N$	Значения t -критерия
I	I2,7I	II	2,20I
2	4,303	I2	2,I79
3	3,I82	I3	2,I60
4	2,776	I4	2,I45
5	2,57I	I5	2,I3I
6	2,447	I6	2,I20
7	2,365	I7	2,II0
8	2,306	I8	2,I0I
9	2,262	I9	2,093
I0	2,228	20	2,086

Т а б л и ц а 4

Значения F -критерия Фишера при 5%-ном уровне значимости

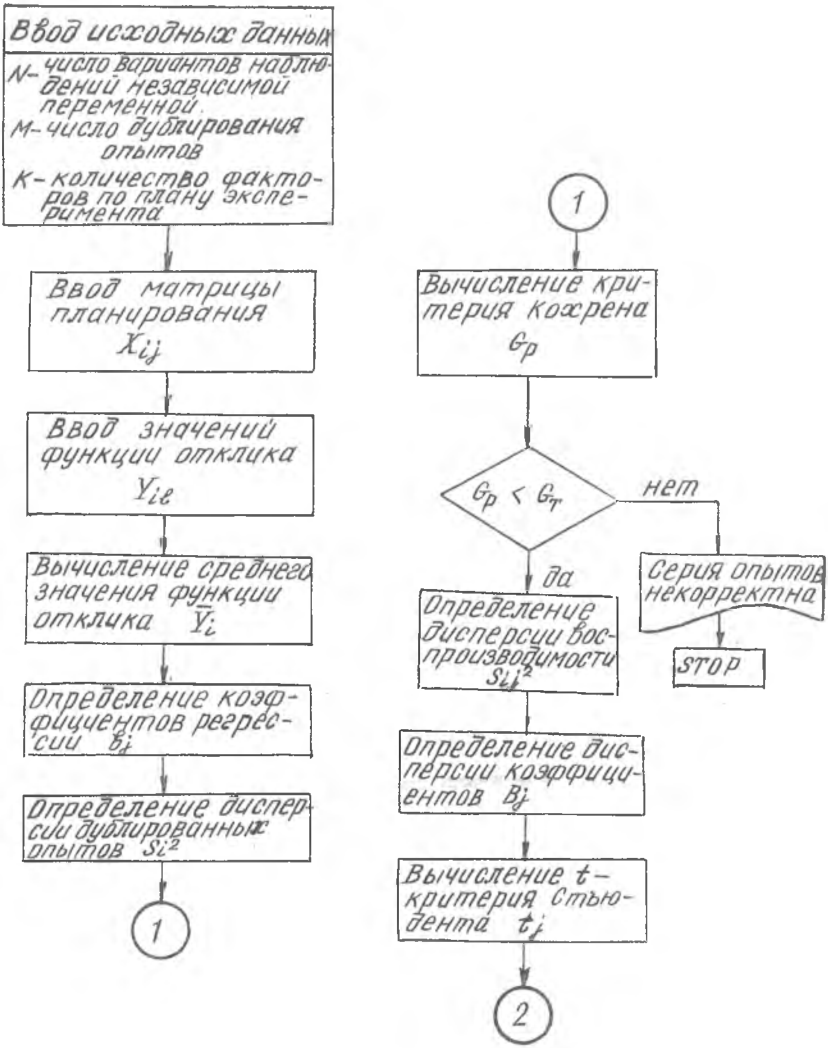
f_1	f_2								
	I	2	3	4	5	6	7	24	
I	I64,4	I99,5	2I5,7	224,6	230,2	234,0	244,9	249,0	254,3
2	I8,5	I9,2	I9,2	I9,3	I9,3	I9,3	I9,4	I9,4	I9,5
3	I0,I	9,6	9,3	9,I	9,0	8,9	8,7	8,6	8,5
4	7,7	6,9	6,6	6,4	6,3	6,2	5,9	5,8	5,6
5	6,6	5,8	5,4	5,2	5,I	5,0	4,7	4,5	4,4
6	6,0	5,I	4,8	4,5	4,4	4,3	4,0	3,8	3,7
7	5,5	4,7	4,4	4,I	4,0	3,9	3,6	3,4	3,2
8	5,3	4,5	4,I	3,8	3,7	3,6	3,3	3,I	2,9
9	5,I	4,3	3,9	3,6	3,5	3,4	3,I	2,9	2,7
I0	5,0	4,I	3,7	3,5	3,3	3,2	2,9	2,7	2,5
II	4,8	4,0	3,6	3,4	3,2	3,I	2,8	2,6	2,4
I2	4,8	3,9	3,5	3,3	3,I	3,0	2,7	2,5	2,3
I3	4,7	3,8	3,4	3,2	3,0	2,9	2,6	2,4	2,2
I4	4,6	3,7	3,3	3,I	3,0	2,9	2,5	2,3	2,I

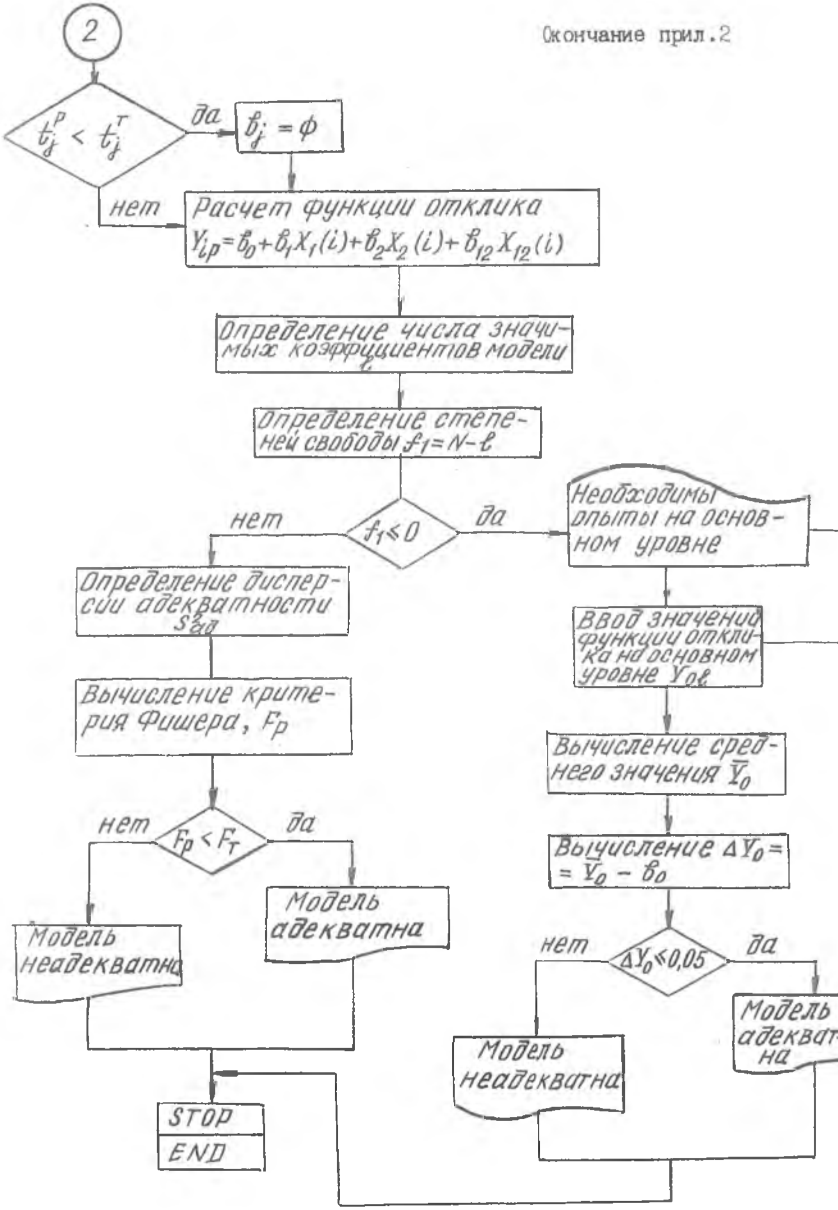
Окончание табл.4

f_1	f_2								
	I	2	3	4	5	6	I2	24	
I5	4,5	3,7	3,3	3,I	2,9	2,8	2,5	2,3	2,I
I6	4,5	3,6	3,2	3,0	2,9	2,7	2,4	2,2	2,0
27	4,5	3,6	3,2	3,0	2,8	2,7	2,4	2,2	2,0
I8	4,4	3,6	3,2	2,9	2,8	2,7	2,3	2,I	I,9
I9	4,4	3,5	3,I	2,9	2,7	2,6	2,3	2,I	I,9
20	4,4	3,5	3,I	2,9	2,7	2,6	2,3	2,I	I,9
22	4,3	3,4	3,I	2,8	2,7	2,6	2,2	2,0	I,8
24	4,3	3,4	3,0	2,8	2,6	2,5	2,2	2,0	I,7
26	4,2	3,4	3,0	2,7	2,6	2,5	2,2	2,0	I,7
28	4,2	3,3	3,0	2,7	2,6	2,4	2,I	I,9	I,7
30	4,2	3,3	2,9	2,7	2,5	2,4	2,I	I,9	I,6
40	4,I	3,2	2,9	2,6	2,5	2,3	2,0	I,8	I,5
60	4,0	3,2	2,8	2,5	2,4	2,3	I,9	I,7	I,4
I20	3,9	3,I	2,7	2,5	2,3	2,2	I,8	I,6	I,3
	3,8	3,0	2,6	2,4	2,2	2,I	I,8	I,5	I,0

Приложение 2

Блок-схема алгоритма расчета




2
$t_j^P < t_j^T$
да
$b_j = \phi$
нет
Расчет функции отклика
$Y_{ip} = b_0 + b_1X_1(i) + b_2X_2(i) + b_{12}X_{12}(i)$
Определение числа значимых коэффициентов модели ℓ
Определение степеней свободы $f_1 = N - \ell$
нет
$f_1 \leq 0$
да
Необходимы опыты на основном уровне
Ввод значений функции отклика на основном уровне $Y_{0\ell}$
Вычисление среднего значения $\bar{Y}_0$
Вычисление $\Delta Y_0 = \bar{Y}_0 - b_0$
нет
$\Delta Y_0 \leq 0,05$
да
Модель неадекватна
Модель адекватна
Определение дисперсии адекватности S^2_{ad}
Вычисление критерия Фишера, F_p
нет
$F_p < F_T$
да
Модель неадекватна
Модель адекватна
STOP
END

Главная подпрограмма: расчет статистических характеристик

"MAINPGM"

```
      COMMON G(100,37), B(100,97), B (100), AB(100), AS(100),
     * Y(74), X(37), Mo, B2(100)
      DATA R1,R2/'-', '+'/
C
C     ФОРМАТЫ ДЛЯ ПЕЧАТИ ТАБЛИЦ
C
   12 FORMAT(//////////' ', 99('-')/'I I', 10X, 'I'
     * 27X, 'КОЭФФИЦИЕНТЫ ПРИ ПЕРЕМЕННЫХ', 27X, 'I'/'
     * INNI', 10X, 'I', 83('-'), 'I'/' I I', 10X, 'I',
     * 6(13X, 'I')/' ', 99('-'))
   15 FORMAT ('I', I2, 'I', 10X, 'I', 6 (13X, 'I'))
   16 FORMAT (///////////////////)
   54 FORMAT (16 F5.1)
  101 FORMAT ('Y'=', 60(T6, 8E14.6/))
  102 FORMAT (11F7.2)
  103 FORMAT ('I', 10X, 'КРИТЕРИЙ КОХРЕНА= ', F10.3,
     * T121, 'I'/' ', 120('-'1))
  104 FORMAT (40F2.0)
  105 FORMAT (' ', 120 ('-') ////// )
  107 FORMAT (' ', 120 ('-')/'I  НОМЕР I', 10X, ' МАТРИЦА
     * ПЛАНИРОВАНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТА', T121, 'I'/'I ОПЫТА
     * I', 36I 23, 'I'/' ', 120('-'))
  108 FORMAT ( 'I', I6, 'I', T121, 'I', T11, 36 (' ', A1)/
     * 40 ('I', 7X, 'I', T121, ' 1I', T11, 36 (' ', A1)/ ))
  110 FORMAT ( 5I4)
  113 FORMAT ('НАТУРАЛЬНОЕ  УРАВНЕНИЕ РЕГРЕССИИ
     * (СКОРРЕКТИРОВАННОЕ)')
  114 FORMAT ('0 НАТУРАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ РЕГРЕССИИ
     * (НЕСКОРРЕКТИРОВАННОЕ)')
  120 FORMAT (' ', 120('-')/'I  I', 31X, ' ИСХОДНЫЕ
     * ДАННЫЕ 1', 24X, 'I', 3(8X, 'I')/
     *            2' I    I', 85('-'), 'I  СРЕДНЯЯ I ДИСПЕР-I
     *            СРЕДНЕ -I'/
     *            3' I  N I', 16X, 'НОМЕР ПАРАЛЛЕЛЬНОГО ОПЫТ
     *            4A', 18X, 'I', 8X, 'I   СИЯ   I КВАДР. '/
     *            5' I  I', 85X, 'I    I', 8X, 'I ОТКЛ.  I'/
     *            6' I  I', 12(I4,3X), 'I', 3(8X,'I')/'
     *            ', 120('-'))
```

```
124   FORMAT ('I', 14,'I', T94,'I',3(F7.2,'I'),T9,
     * 12F7.2)
140   FORMAT ('XMIN =', 10(T8,10F11.4/))
141   FORMAT ('XMAX=', 10(T8,10F11.4/))
143   FORMAT ('J    =', 10(T8,10F11.4/))
150   FORMAT (21F12.5)
154   FORMAT (20F4.1)
      LL=1
C     ВВОД ИСХОДНЫХ ДАННЫХ
      READ (1,110) N, M3, M1, M2, M0
      READ (1,102) CT, FR, AL
      L = M3*2-2
C     ВВОД УРОВНЕЙ ВАРЬИРОВАНИЯ ФАКТОРОВ
      READ (1,102) (Y(I),I=1,L)
      M=M3-1
      IF(M0.EQ.0) WRITE (9,141) (Y(2*I),I=1,M)
      IF (M0.EQ.0) WRITE (9,140) (Y(2*I-1),I=1,M)
      DO1J = 1,M
      A=(Y(2*J)+Y(2*J-1))/2
      Y(2*J-1)=(Y(2*J)-A)*LL
1     Y(2*J)=A/Y(2*J-1)
      IF(M0.EQ.0)WRITE (9,143)(Y(2*I-1),I=1,M)
C     ВВОД МАТРИЦЫ ПЛАНИРОВАНИЯ
      READ (1,104) ((G(I,K),K=1,M3),I=1,N)
      IF(M0.EQ.0) WRITE (9,107)(I,I=1,36)
      DO 14 K=1,N
      DO 13 L=1,M3
      X (L)=R1
13    IF(G(K,L).GE.0.) X(L)=R2
14    IF(M0.EQ.0) WRITE (9.108) K,(X(I),I=1,M3)
      IF(M0.EQ.0) WRITE (9.105)
      DO 6 M=1,M2
C     ВВОД МАССИВА ОТКЛИКОВ РАЗМЕРНОСТЬЮ N*M1,
C     ПОВТОРЯЕТСЯ M2 РАЗ
      READ (1,154)((B(I,J),J=1,M1),I=1,N)
      IF (M0.EQ.0) WRITE (9,16)
```

```
      IF(MO.EQ.0) WRITE (9,120) (I,I=1,12)
      A1=0
      C=0
C
C     ОПРЕДЕЛЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОЖИДАНИЯ, ДИСПЕРС
C     СРЕДНЕКВАДРАТИЧЕСКОГО ОЖИДАНИЯ ОТКЛИКОВ ПО
C     ПАРАЛЛЕЛЬНЫМ ОПЫТАМ.
C
      DO 4 I=1,N
      A= 0.
      DO 22J=1,M1
   22 A=A+B(I,J  )
      AB(I)= A/M1
      A=0.
      DO 3J=1,M1
    3 A=A+(B(I,J)-AB(I))**2
      A1=A1+A/(M1-1)
      IF(M1.LT.4) A1=A1+A/M1
      AS(I)=A/(M1-1)
      IF(M1,LT.4) AS(I)=A/M1
      A=SQRT(AS(I))
C
C     СРАВНЕНИЕ ОТКЛОНЕНИЯ С РАСЧЕТНЫМ ЗНАЧЕНИЕМ
C     КРИТЕРИЯ КОХРЕНА
C
      IF(AS(I),GT.C)C=AS(I)
    4 IF(MO.EQ.0) WRITE(9,121)I,AB(I),AS(I),A,
     *(B(I,J),J=1,M1)
      C=C/A1
      IF(MO.EQ.0) WRITE(9,103)C
    5 AR=A1/N
C
C     ОБРАЩЕНИЕ К ПОДПРОГРАММЕ РАСЧЕТА КОЭФФИЦИЕН
C     УРАВНЕНИЙ РЕГРЕССИИ
C
      CALL COYRRG(M3,N,CT,FR,AL,AR)
      DO50I=2,M3
C
C     ПЕРЕСЧЕТ КОЭФФИЦИЕНТОВ УРАВНЕНИЯ РЕГРЕССИИ
C     В НАТУРАЛЬНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ
C
      B1(1)=B1(1)-B1(I)*Y(2*I-2)
   50 B1(I)=B1(I)/Y(2*I-3)
      DO 51 I=2,M3
```

```
      B2(1)=B2(1)-B2(I)*Y(2*I-2)
   51 B2(I)=B2(I)/Y(2*I-3)
      WRITE (9,114)
      WRITE (9,101)  (B2(K),K=1,M3)
      WRITE (9,113)
      WRITE (9,101) (B1(K),K=1,M3)
    6 CONTINUE
   40 STOP
      END
```

Подпрограмма построения уравнения регрессии "COVRRG"

```
      SUBROUTINE  COVRRG(I3,N,CT,FR,AL,AR)
      COMMON G(100,37),B(100,97),B1(100),AB(100),AS(100),
     *,Y(74),X(37),M0,B2(100)
  100 FORMAT ('УРАВНЕНИЕ РЕГРЕССИИ'/'Y=',60(T6,8E14.6/))
  101 FORMAT ('Y=   ',60 (T6,8E14.6/))
  102 FORMAT ('ОСКОРРЕКТИРОВАННОЕ УРАВНЕНИЕ РЕГРЕССИИ')
  131 FORMAT ('ДИСПЕРСИЯ ВОСПР.',F12.3)
  132 FORMAT ('+',35X,'ДОВЕРИТЕЛЬНЫЙ ИНТЕРВАЛ',F12.3)
  133 FORMAT ('КРИТЕРИЙ СТЬЮДЕНТА',F12.3)
  134 FORMAT ('ОКРИТЕРИЙ ФИШЕРА',F12.3)
  135 FORMAT ('+',35X,'МОДЕЛЬ НЕ АДЕКВАТНА  F>FT')
  136 FORMAT ('+',35X,'МОДЕЛЬ АДЕКВАТНА  F<FT')
  150 FORMAT (21F12.5
      DO5J=1,I3
    5 B1(J)=0
C
C     РАСЧЕТ КОЭФФИЦИЕНТОВ УРАВНЕНИЯ РЕГРЕССИИ
C
      DO 7K=1,N
      DO 7J=1,I3
    7 B1(J)=B1(J)+AB(K)*G(K,J)
      DO6J=1,I3
    6 B1(J)=B1(J)/N
      IF(M0.EQ.0) WRITE (9,100) (B1(K),K=1,I3)
C
C     ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДОВЕРИТЕЛЬНОГО ИНТЕРВАЛА
C
      C=SQRT(AR/N)*AL
      N1=I3
```

```
C
C     КОРРЕКТИРОВКА УРАВНЕНИЯ РЕГРЕССИИ
C     ПО СООТВЕТСТВИЮ ДОВЕРИТЕЛЬНОГО ИНТЕРВАЛА
C
      DO 2 J=1,I3
      B2 (J)= B1 (J)
      IF (ABS(B1(J)),GE,C) GOTO 2
      N1 = N1-1
      B1(J)=0
    2 CONTINUE
      WRITE (9,131) AR
      WRITE (9,132)C
      A=0
C
C     ВЫЧИСЛЕНИЕ ДИСПЕРСИИ АДЕКВАТНОСТИ
C
      DO 4I=1,N
      C=0.
      DO3J=1,I3
    3 C=C+B1(J)*G(I,J)
    4 A=A+(AB(I)-C)**2
      IF(N1.NE.1) A=A/(N1-1)
      A=A/AR
C
C     ПЕЧАТЬ ВЫЧИСЛЕННЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ РЕГРЕССИИ,
C     ДИСПЕРСИИ АДЕКВАТНОСТИ И КРИТЕРИЯ ФИШЕРА
C
      WRITE (9,102)
      WRITE (9,101)  (B1(K), K=1,I3 )
      WRITE (9,133)  AL
      WRITE (9,134)  FR
      IF(A.LE.FR) WRITE (9,136)
      IF(A.GT.FR) WRITE (9,135)
    8 PETURN
      END
```

С О Д Е Р Ж А Н И Е

Доп.план 1987 г., № 30-36/30-36

Федор Васильевич Гречников,
Александр Александрович Игуменов

ПЛАНИРОВАНИЕ И ОБРАБОТКА НА ЭВМ РЕЗУЛЬТАТОВ ИССЛЕДОВАНИЙ
ПРОЦЕССОВ ОМД В АВИАСТРОЕНИИ

Редактор А.Н.З а х а р д я е в а
Техн.редактор Н.М.К а л е н ю к
Корректор Л.В.З а х а р д я е в а

Подписано в печать 28.10.87. ЕО 00357.
Формат 60х84 1/16. Бумага оберточная белая.
Печать оперативная. Ус.п.л. 3,5. Уч.-изд.л.3,0.
Т.500 экз. Заказ № 7408. Цена 15 к.

Куйбышевский ордена Трудового Красного Знамени авиационный институт имени академика С.П.Королева, г.Куйбышев, ул.Молодогвардейская, 151.

Куйбышевское полиграфическое объединение, г. Куйбышев,
ул. Венцека,60.