

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ
БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ АКАДЕМИКА С.П. КОРОЛЕВА
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)» (СГАУ)

Прочность летательных аппаратов

Интерактивное мультимедийное пособие
в системе дистанционного обучения «Moodle»

УДК 539.4
ББК
С 127

Автор-составитель: **Савельев Леонид Макарович, Ахмедьянов Исхак Саидович**

Прочность летательных аппаратов [Электронный ресурс] : интерактив. мультимед. пособие в системе дистанц. обучения «Moodle» / Л.М. Савельев, И.С. Ахмедьянов; Минобрнауки России, Самар. гос. аэрокосм. ун-т им. С. П. Королева (нац. исслед. ун-т). – Электрон. текстовые и граф. дан. (5,1 Мбайта). – Самара, 2012. – 1 эл. опт. диск (CD-ROM).

Интерактивное мультимедийное пособие обобщает многолетний опыт преподавания дисциплины «Прочность летательных аппаратов» на кафедре прочности летательных аппаратов СГАУ.

Пособие предназначено для студентов специальностей 160801 «Ракетостроение» и 160802 «Космические летательные аппараты и разгонные блоки» при изучении дисциплины «Прочность летательных аппаратов» на 4 курсе обучения в 7 и 8 семестрах, а также при выполнении курсовых работ и дипломных проектов. Может использоваться при изучении дисциплины «Прочность элементов конструкции изделий аэрокосмической техники» на 4 курсе в 8 семестре для бакалавриата направления 151600.62 «Прикладная механика».

Пособие может использоваться также в организациях, связанных с проектированием конструкций летательных аппаратов.

Подготовлено на кафедре космического машиностроения СГАУ.

© Самарский государственный
аэрокосмический университет, 2012

1 РАСЧЁТ НАГРУЗОК НА КОРПУС ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА

1.1 Силы, действующие на летательный аппарат в полёте

Все силы, действующие на летательный аппарат в полёте, можно разделить на поверхностные и объёмные. К поверхностным относятся силы, распределённые по поверхности корпуса летательного аппарата (аэродинамические нагрузки, тяга двигателя и т. п.). К объёмным относятся сила тяжести и инерционные силы, распределённые по всему объёму конструкции летательного аппарата.

По характеру изменения во времени внешние силы можно условно отнести либо к статическим, либо к динамическим. Нагружение считается статическим, если время приложения или изменения сил велико по сравнению с некоторым характерным временем. В качестве такого характерного времени обычно принимают период собственных упругих колебаний конструкции по какому-либо тону. Если время приложения нагрузки сравнимо с этим характерным временем, то её следует рассматривать как динамическую. Примерами динамического нагружения являются быстрое возрастание силы тяги при включении двигателя и её падение при выключении. К статически действующим силам можно отнести силу тяжести или силу тяги двигателя во время полёта, которые достаточно плавно изменяются с высотой полёта. В настоящем разделе всюду будем предполагать, что внешние силы прикладываются статическим образом; учёт возможной динамичности нагрузок будет рассмотрен позже.

Сила тяжести, аэродинамические нагрузки при полёте в спокойной атмосфере, сила тяги двигателей являются постоянно действующими факторами. В связи с этим они берутся за основу при расчёте параметров идеального, “невозмущённого” движения летательного аппарата. Поэтому эти силы часто называют “программными”. Всякое отклонение действительных внешних сил от их программных значений относят к категории возмущающих сил или просто возмущений. Последние по своей природе являются случайными функциями времени. В качестве примеров можно указать на разброс тяги двигателей или действие на летательный аппарат порывов ветра.

Для расчёта силовых факторов, возникающих в поперечных сечениях корпуса летательного аппарата, следует определить такие внешние силы, как сила тяжести, сила тяги двигателей и аэродинамические силы. Кроме того,

как это будет видно из дальнейшего, необходимо располагать значениями давления жидкости и наддува в топливных баках.

Начнём с определения силы тяжести, ограничившись случаем, когда летательный аппарат движется вблизи Земли и, следовательно, притяжением со стороны Солнца и других планет можно пренебречь. Тогда сила тяжести G , действующая на летательный аппарат, определится по формуле

$$G = mg .$$

Здесь m – масса летательного аппарата в рассматриваемый момент времени t ; g – ускорение силы тяжести на высоте полёта h :

$$m(t) = m_0 - \int_0^t \dot{m} dt ,$$
$$g = g_0 \left(\frac{R_3}{R_3 + h} \right)^2 ,$$

где m_0 – начальная масса летательного аппарата (масса в момент старта);

$\dot{m} = \left| \frac{dm}{dt} \right|$ – массовый расход топлива; g_0 – ускорение силы тяжести на поверхности Земли; R_3 – радиус Земли:

$$R_3 = 6371 \text{ км} .$$

В большинстве случаев при расчётах конструкции летательного аппарата на прочность можно с достаточной степенью точности считать

$$g = g_0 = 9,81 \text{ м/с}^2 .$$

Перейдем далее к силе тяги двигателя P , являющейся по своей природе поверхностной силой. Как известно, тяга ракетного двигателя P может быть выражена формулой

$$P = \dot{m} w_a + (p_a - p_h) S_a ,$$

где w_a – скорость истечения продуктов сгорания топлива из сопла; p_a – давление газов на срезе сопла; p_h – атмосферное давление на высоте полёта; S_a – площадь выходного сечения сопла. Если положить $p_h = p_0$, где p_0 – атмосферное давление у поверхности Земли, то получим значение тяги P_0 у земли:

$$P_0 = \dot{m} w_a + (p_a - p_0) S_a .$$

Определив отсюда слагаемое $\dot{m} w_a$, можно выразить величину тяги на любой высоте через ее значение у поверхности Земли:

$$P = P_0 + (p_0 - p_h)S_a.$$

По мере подъёма на высоту тяга ракетного двигателя увеличивается, приближаясь к своему наибольшему значению, называемому пустотной тягой $P_{\text{п}}$:

$$P_{\text{п}} = \dot{m}w_a + p_a S_a$$

или

$$P_{\text{п}} = P_0 + p_0 S_a.$$

Из всего сказанного видно, что сила тяги ракетного двигателя не зависит от скорости полёта летательного аппарата.

Рассмотрим, наконец, аэродинамические силы. Их равнодействующая R_a (полная аэродинамическая сила) определяется формулой

$$R_a = c_R q S,$$

где c_R – коэффициент полной аэродинамической силы; $q = \frac{1}{2} \rho V^2$ – скоростной напор (ρ – плотность воздуха на высоте полета; V – скорость полёта); S – некоторая характерная площадь (например, площадь миделя корпуса летательного аппарата или площадь крыла самолета).

Плотность воздуха ρ значительно уменьшается с высотой h . Поэтому аэродинамические силы могут играть существенную роль только в приземном слое атмосферы толщиной около 20...30 километров (в так называемом плотном слое атмосферы). При расчёте траекторий движения летательного аппарата пользуются некоторыми осреднёнными зависимостями плотности воздуха от высоты, которые представляются в виде таблиц стандартной атмосферы (ГОСТ 4401-81). В расчётах на прочность летательного аппарата можно пользоваться приближённой зависимостью

$$\rho = \rho_0 e^{-\beta h},$$

где $\rho_0 = 1,225 \text{ кг/м}^3$, $\beta = 1,3 \cdot 10^{-4} \text{ 1/м}$.

Действие ветра на летательный аппарат в полёте в основном сводится к изменению величины и направления вектора его скорости. Скорость ветра зависит от географической широты места старта, времени года и даже суток, но главным образом от высоты полёта. Исследования атмосферы показывают, что во многих районах Земли на определённых высотах возникают установившиеся воздушные течения большой протяжённости; их ширина достигает 600 км, а скорости доходят до 70...100 м/с. Кроме того, в атмосфере су-

ществуют местные течения небольшой протяжённости, которые называют порывами ветра. Порывы ветра одинаковой интенсивности равновероятны в любом направлении (скажем, горизонтальном и вертикальном). Поэтому при расчётах летательных аппаратов на прочность принимают, что порывы ветра действуют нормально вектору скорости, так как при этом нагрузки на летательный аппарат оказываются наибольшими. Данные по определению величины порывов можно найти в литературе.

На рисунке 1.1, а показано действие порыва ветра, имеющего скорость u , на летательный аппарат, который совершает движение по плоской траектории со скоростью V_0 .

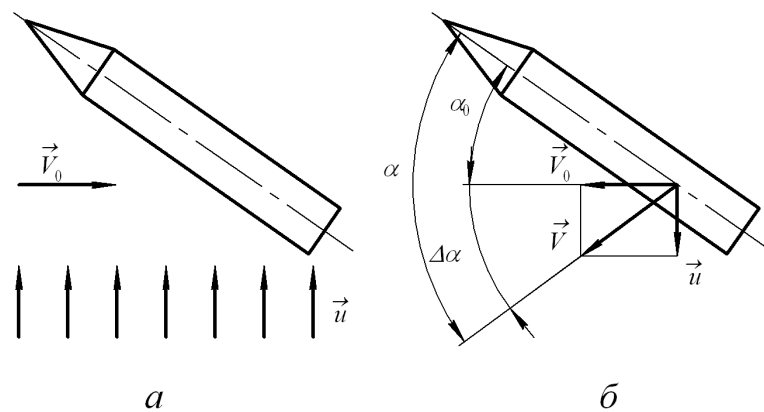


Рисунок 1.1 – Изменение угла атаки при действии на летательный аппарат порыва ветра

Складывая векторы \vec{V}_0 и \vec{u} , получим результирующий вектор \vec{V} (рисунок 1.1, б). С осью летательного аппарата этот вектор составит угол $\alpha = \alpha_0 + \Delta\alpha$, где α_0 – угол атаки при полете в спокойном воздухе. Дополнительный угол атаки $\Delta\alpha$ зависит от скорости ветра, и при $u \ll V_0$ он может быть определён по формуле

$$\Delta\alpha = \frac{u}{V_0}.$$

Такое возрастание угла атаки влечёт за собой появление дополнительной подъёмной силы, что необходимо учитывать в расчётах. Что касается самой величины скорости полёта, то её изменение обычно невелико, и поэтому можно принять $V = V_0$.

1.2 Расчётные силы. Коэффициент безопасности

Для выполнения прочностных расчётов конструкции летательного аппарата в первую очередь определяют силы, действующие на летательный ап-

парат в целом и на его отдельные силовые элементы. Затем производится либо подбор размеров элементов конструкции (проектировочный расчёт), либо проверка их на прочность и устойчивость (поверочный расчёт).

Каждый силовой элемент (или узел) конструкции должен обладать достаточной прочностью и жёсткостью в любой момент времени. Так как выполнение расчётов на прочность для всех моментов времени невозможно, то естественно попытаться найти такие характерные моменты, когда данный узел нагружается сильнее всего, и в дальнейшем проводить расчёты лишь для этих моментов. Такие моменты времени называются расчётными случаями для рассматриваемого узла.

Определение расчётных случаев представляет собой сложную задачу. Однако для некоторых узлов расчётные случаи можно указать сразу. Так, для узла крепления парашюта на спускаемом аппарате расчётным случаем является рывок парашюта при его раскрытии; для рамы крепления двигателя расчётным случаем будет момент выхода двигателя на режим и т. д. Кроме того, существуют случаи нагружения, являющиеся расчётными одновременно для многих узлов и определяющие поэтому прочность летательного аппарата в целом (например, старт летательного аппарата, действие порыва ветра при полёте с максимальным скоростным напором и т. д.).

Выявление всех расчётных случаев основывается на опыте проектирования изделий и при создании новых типов летательных аппаратов оно требует специальной проработки.

Для каждого расчётного случая определяются аэродинамические нагрузки и распределение температур. Затем вычисляются силы и моменты, действующие в характерных сечениях корпуса летательного аппарата. Полученные при этом значения внутренних усилий называются эксплуатационными и обозначаются через $N^э, Q^э, M^э$ и т. д.

В самолёто- и ракетостроении принят метод расчёта на прочность по разрушающим нагрузкам. Суть его заключается в том, что расчёт производится на так называемые расчётные нагрузки $N^р, Q^р, M^р$ и т. д. Последние получаются путём умножения эксплуатационных нагрузок на некоторый коэффициент f , называемый коэффициентом безопасности:

$$N^р = fN^э, \quad Q^р = fQ^э, \quad M^р = fM^э \quad \text{и т. д.}$$

Летательный аппарат проектируется таким образом, чтобы его конструкция могла без разрушения выдержать эти расчётные нагрузки. Если, на-

пример, на некоторый узел действует эксплуатационная сила P^p , то её расчётное значение будет:

$$P^p = fP^o.$$

Для правильно спроектированной конструкции разрушающая сила $P_{\text{разр}}$, при которой происходит фактическое разрушение рассматриваемого узла, должна равняться или несколько превышать P^p .

Отношение

$$\eta = \frac{P_{\text{разр}}}{P^p}$$

характеризует избыток прочности узла и называется запасом прочности. Наиболее приемлемыми являются значения η в пределах от 1,0 до 1,1. Отклонение η от указанных величин означает, что конструкция узла перетяжена либо является недостаточно прочной.

Для успешного выполнения летательным аппаратом своего назначения необходимо, чтобы при действии на него фактических (т. е. эксплуатационных) нагрузок, в конструкции не появлялись остаточные деформации. Кроме того, всегда имеется вероятность появления каких-то неучтённых в расчёте особых обстоятельств, которые могут привести к возрастанию нагрузок или к снижению несущей способности конструкции. Все это и объясняет необходимость введения коэффициента безопасности в прочностные расчеты.

При выборе величины коэффициента безопасности учитываются многие факторы (вероятность появления данного расчётного случая, возможные последствия разрушения того или иного узла и т. д.). Для пилотируемых летательных аппаратов многократного действия коэффициент безопасности f принимают равным 1,5...2,0; для беспилотных аппаратов одноразового действия его значения снижаются до 1,2...1,3.

1.3 Понятие перегрузки

Пусть летательный аппарат совершает движение вблизи Земли. Пренебрегая суточным вращением Земли вокруг своей оси и движением по орбите вокруг Солнца, примем Землю за инерциальную систему отсчёта. Будем пренебрегать кривизной земной поверхности и считать её плоской.

Результирующая внешних сил, действующих на летательный аппарат, может быть представлена векторной суммой $m\vec{g} + \vec{F}$. Здесь первое слагаемое есть вектор силы тяжести, а второе – результирующая поверхностных сил:

$$\vec{F} = \vec{P} + \vec{R}_a,$$

где \vec{P} – вектор силы тяги; \vec{R}_a – вектор равнодействующей аэродинамических сил.

Поверхностным силам можно поставить в соответствие так называемую перегрузку. Вектором перегрузки, который будем обозначать буквой \vec{n} , называется отношение вектора \vec{F} к силе тяжести:

$$\vec{n} = \frac{\vec{F}}{mg}. \quad (1.1)$$

Вектор \vec{n} связан с ускорением центра масс летательного аппарата соотношением, вытекающим из уравнения движения летательного аппарата

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{F}.$$

Подставив сюда выражение $\vec{F} = mg\vec{n}$, которое следует из равенства (1.1), после деления на mg приходим к искомому соотношению

$$\vec{n} = \frac{1}{g}(\vec{a} - \vec{g}). \quad (1.2)$$

Составляющие вектора \vec{n} по осям x , y и z связанной системы координат обозначаются через n_x , n_y и n_z и называются соответственно продольной, нормальной и поперечной перегрузками. При движении летательного аппарата по плоской траектории в вертикальной плоскости составляющая поверхностных сил $F_z = 0$ и, соответственно, $n_z = 0$ (принимается, что ось z перпендикулярна плоскости движения). Компоненты n_x , n_y вектора перегрузки будут равны

$$n_x = \frac{F_x}{mg}, \quad n_y = \frac{F_y}{mg}.$$

Здесь F_x и F_y – проекции равнодействующей \vec{F} всех поверхностных сил на связанные оси x и y .

Согласно рисунку 1.2 имеем

$$F_x = P \cos \delta - X, \quad F_y = P \sin \delta + Y,$$

где δ – угол между направлением вектора силы тяги двигателя \vec{P} и осью летательного аппарата; X и Y – продольная и нормальная аэродинамические силы. Для малых значений угла δ можно принять

$$F_x = P - X, \quad F_y = P\delta + Y,$$

так что для n_x и n_y получаем формулы

$$n_x = \frac{P - X}{mg}, \quad n_y = \frac{P\delta + Y}{mg}. \quad (1.3)$$

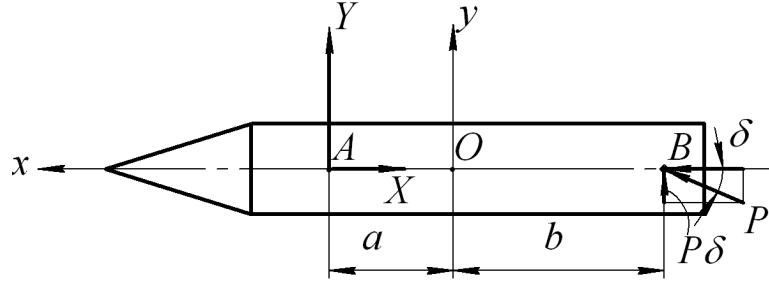


Рисунок 1.2 – Поверхностные силы при плоском движении летательного аппарата

При выводе соотношений (1.3) принято, что $\delta > 0$, если проекция вектора тяги на ось y положительна, как это показано на рисунке 1.2.

Значения перегрузок n_x и n_y также можно определить, используя кинематические параметры движения летательного аппарата.

Запишем вначале равенство (1.2) в проекциях на оси x_a и y_a скоростной системы координат:

$$n_{x_a} = \frac{1}{g}(a_{x_a} - g_{x_a}), \quad n_{y_a} = \frac{1}{g}(a_{y_a} - g_{y_a}). \quad (1.4)$$

Здесь $a_{x_a}, a_{y_a}, g_{x_a}, g_{y_a}$ - проекции ускорений \vec{a} и \vec{g} на скоростные оси x_a и y_a , равные (рисунок 1.3)

$$a_{x_a} = \frac{dV}{dt}, \quad a_{y_a} = \frac{V^2}{R}; \quad (1.5)$$

$$g_{x_a} = -g \sin \theta, \quad g_{y_a} = -g \cos \theta, \quad (1.6)$$

где R – радиус кривизны траектории летательного аппарата; θ – угол наклона траектории (угол между вектором скорости \vec{V} и горизонтом).

Подставив (1.5) и (1.6) в (1.4), выводим

$$n_{x_a} = \frac{1}{g} \frac{dV}{dt} + \sin \theta, \quad n_{y_a} = \frac{V^2}{R} + \cos \theta. \quad (1.7)$$

Проектируя теперь компоненты n_{x_a} и n_{y_a} вектора перегрузки \vec{n} на направления осей x и y связанной системы координат (рисунок 1.4), получим

$$n_x = n_{x_a} \cos \alpha + n_{y_a} \sin \alpha,$$

$$n_y = -n_{x_a} \sin \alpha + n_{y_a} \cos \alpha. \quad (1.8)$$

Отметим в заключение, что в представленных выше формулах силы и ускорения считаются положительными, если их направления совпадают с положительными направлениями соответствующих осей.

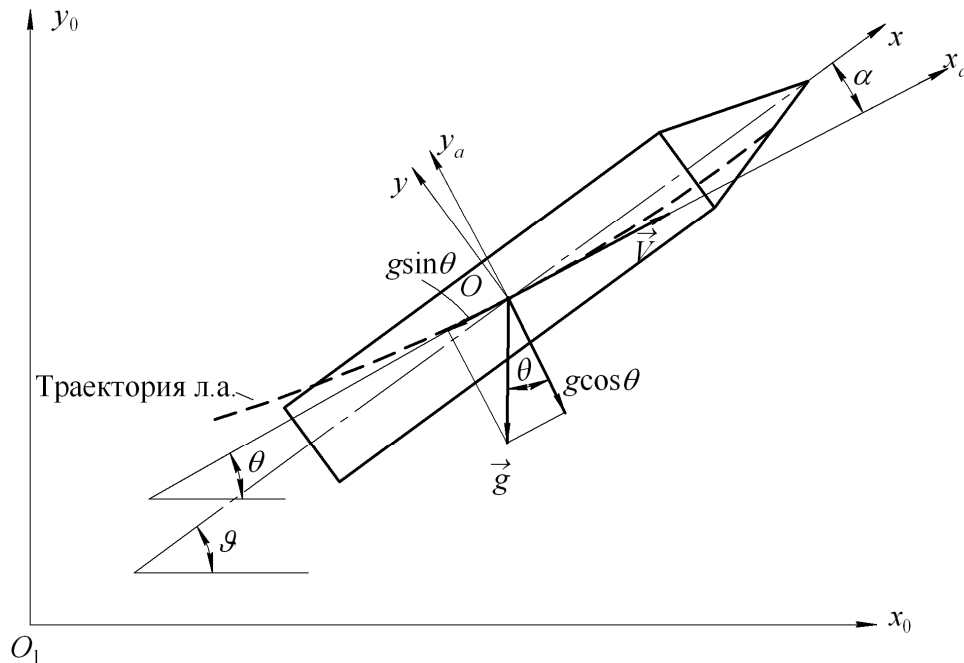


Рисунок 1.3 – К определению перегрузок в скоростной системе координат (x_0, y_0 – оси земной инерциальной системы координат)

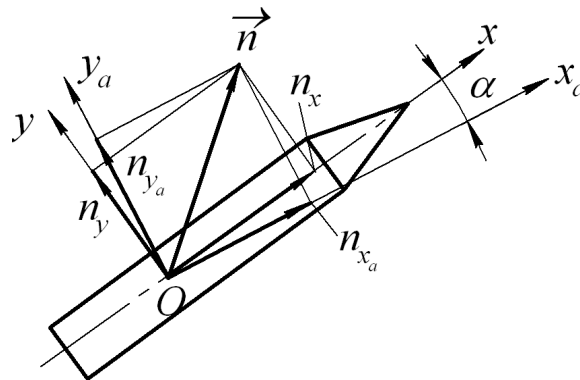


Рисунок 1.4 – Составляющие вектора перегрузки в связанной и скоростной системах координат

1.4 Усилия взаимодействия между грузом и корпусом летательного аппарата

Располагая значениями перегрузок, можно вычислить силы, с которыми взаимодействуют корпус летательного аппарата и прикреплённые к нему грузы.

Если \vec{R}_i – сила, действующая со стороны корпуса на некоторый груз массой m_i (рисунок 1.5), то уравнение движения груза будет иметь вид

$$m_i \vec{a}_i = m_i \vec{g} + \vec{R}_i, \quad (1.9)$$

где \vec{a}_i – абсолютное ускорение центра масс O_i груза.

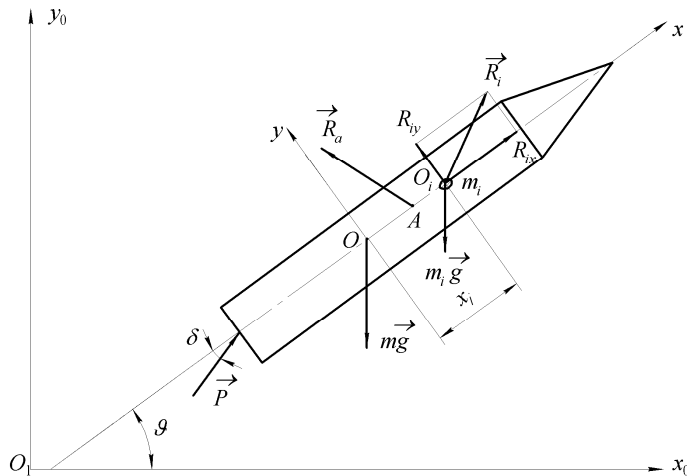


Рисунок 1.5 – К определению силы взаимодействия между грузом и корпусом летательного аппарата

Будем рассматривать летательный аппарат как абсолютно твёрдое тело. В этом случае ускорение \vec{a}_i точки O_i можно выразить через ускорение \vec{a} центра масс летательного аппарата по известной из теоретической механики формуле

$$\vec{a}_i = \vec{a} + \vec{a}_i^*,$$

где \vec{a}_i^* – ускорение точки O_i относительно центра масс летательного аппарата.

С учётом этого получаем из (1.9)

$$\vec{R}_i = m_i (\vec{a}_i - \vec{g}) = m_i (\vec{a} - \vec{g} + \vec{a}_i^*).$$

Но, согласно соотношению (1.2),

$$\vec{a} - \vec{g} = g \vec{n},$$

и приходим к следующему выражению для \vec{R}_i :

$$\vec{R}_i = m_i g \left(\vec{n} + \frac{1}{g} \vec{a}_i^* \right).$$

Этот результат можно записать в форме

$$\vec{R}_i = m_i g \vec{n}_i, \quad (1.10)$$

где величина \vec{n}_i , определяемая равенством

$$\vec{n}_i = \vec{n} + \frac{1}{g} \vec{a}_i^*, \quad (1.11)$$

представляет собой вектор перегрузки в центре масс рассматриваемого груза.

Таким образом, сила \vec{R}_i , действующая на массу m_i со стороны корпуса, определяется произведением силы тяжести $m_i g$ этой массы на перегрузку \vec{n}_i в её центре масс.

В случае плоского движения составляющие силы \vec{R}_i по осям x , y (см. рисунок 1.5) будут

$$R_{ix} = m_i g n_{ix}, \quad R_{iy} = m_i g n_{iy},$$

где, очевидно,

$$n_{ix} = n_x + \frac{a_{ix}^*}{g}, \quad n_{iy} = n_y + \frac{a_{iy}^*}{g}.$$

Из теоретической механики известно, что a_{ix}^* представляет собой центростремительное ускорение точки O_i , a_{iy}^* – линейное ускорение этой точки:

$$a_{ix}^* = -\omega_z^2 x_i, \quad a_{iy}^* = \varepsilon_z x_i. \quad (1.12)$$

Здесь ω_z – угловая скорость вращения летательного аппарата вокруг оси z ; ε_z – угловое ускорение аппарата относительно этой же оси; x_i – расстояние центра масс груза от центра масс летательного аппарата (положительное, если точка O_i удалена от точки O в положительном направлении оси x).

Используя выражения (1.12) получим

$$n_{ix} = n_x - \frac{\omega_z^2}{g} x_i, \quad n_{iy} = n_y + \frac{\varepsilon_z}{g} x_i. \quad (1.13)$$

Формулы (1.13) показывают, что вдоль оси x перегрузки n_{ix} и n_{iy} изменяются по линейному закону. Отметим, что слагаемое $\omega_z^2 x_i / g$ в первой из этих формул обычно оказывается весьма малым по сравнению с n_x даже для точек, наиболее удалённых от центра масс летательного аппарата. Пренебрегая этим слагаемым, будем в дальнейшем пользоваться соотношениями

$$n_{ix} = n_x, \quad n_{iy} = n_y + \frac{\varepsilon_z}{g} x_i. \quad (1.14)$$

Таким образом, для вычисления сил R_{ix} и R_{iy} можно записать следующие расчётные формулы:

$$R_{ix} = m_i g n_x, \quad R_{iy} = m_i g \left(n_y + \frac{\varepsilon_z}{g} x_i \right). \quad (1.15)$$

Выражения (1.15) определяют силы, действующие на массу m_i со стороны корпуса летательного аппарата. Обозначим через P_{ix} и P_{iy} силы, с которыми масса m_i действует на корпус. Очевидно, они будут равны

$$P_{ix} = -R_{ix}, \quad P_{iy} = -R_{iy}$$

или

$$P_{ix} = -m_i g n_x, \quad P_{iy} = -m_i g \left(n_y + \frac{\varepsilon_z}{g} x_i \right). \quad (1.16)$$

Силы P_{ix} и P_{iy} принято называть массовыми.

Как видим, для вычисления массовых сил помимо перегрузок n_x , n_y требуется угловое ускорение ε_z . Его можно найти из уравнения вращательного движения летательного аппарата вокруг оси z :

$$\varepsilon_z = \frac{M_z}{I_z}, \quad (1.17)$$

где I_z – массовый момент инерции летательного аппарата относительно оси z ; M_z – момент всех внешних сил, действующих на летательный аппарат, относительно той же оси (см. рисунок 1.2):

$$M_z = Ya - P\delta b.$$

Момент M_z и угловое ускорение ε_z положительны, если их векторы (определяемые правилом правого винта) направлены в положительную сторону оси z .

Заметим, что если длина летательного аппарата значительно превосходит его поперечные размеры, то вычисление I_z можно упростить, полагая, что вся масса летательного аппарата сосредоточена на оси x . Иными словами, момент инерции относительно оси z можно заменить моментом инерции относительно плоскости yz .

Угловое ускорение ε_z выражается равенством

$$\varepsilon_z = \frac{d^2\vartheta}{dt^2},$$

где ϑ – угол между осью x летательного аппарата и горизонтом (см. рисунок 1.3).

Помимо силы \vec{R}_i на груз со стороны корпуса будет действовать также момент

$$H_{iz} = \varepsilon_z I_{iz},$$

где I_{iz} – массовый момент инерции груза относительно оси, проходящей через его центр масс параллельно оси z (собственный момент инерции груза). Заметим, что если массовый момент инерции всего летательного аппарата вычисляется как момент инерции относительно плоскости yz , то и в качестве

I_{iz} также следует брать момент инерции груза относительно плоскости, проходящей через его центр масс и перпендикулярной к оси x .

Если центр масс груза лежит в той плоскости, в которой груз прикреплен к корпусу летательного аппарата, то на корпус будет действовать момент

$$M_{iz} = -H_{iz} = -\varepsilon_z I_{iz}.$$

Если же, как это обычно бывает, сечение, в котором осуществляется крепление груза к корпусу, не совпадает с тем сечением, в котором лежит центр масс груза, то на корпус будет передаваться дополнительный момент. На рисунке 1.6 показана типичная схема крепления груза к шпангоуту посредством рамы. Силы P_{ix}, P_{iy} и момент M_{iz} , приведенные к центру масс O_i груза, отмечены на рисунке штриховыми линиями. В действительности силы и момент передаются на корпус в том сечении, где находится силовой шпангоут. Момент M_i , воспринимаемый корпусом в этом сечении, будет равен:

$$M_i = M_{iz} + P_{iy} a_i,$$

где a_i - расстояние от точки O_i до шпангоута. Таким образом, окончательно имеем:

$$M_i = -\varepsilon_z I_{iz} + P_{iy} a_i. \quad (1.18)$$

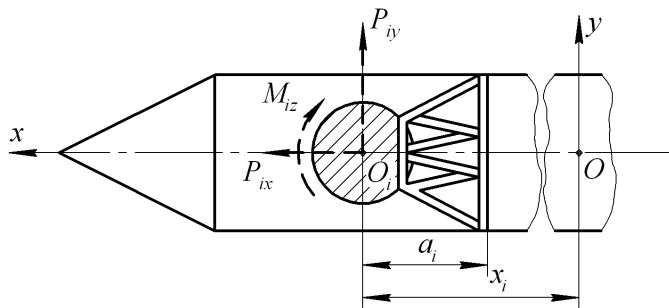


Рисунок 1.6 – Силы и момент, передаваемые на корпус летательного аппарата со стороны груза

При выводе этой формулы принято, что a_i положительно, если центр масс груза удален от плоскости шпангоута в положительном направлении оси x , как это показано на рисунке 1.6.

Следует заметить, что собственные массовые моменты инерции I_{iz} грузов часто бывают относительно невелики и их не учитывают при вычислении момента инерции I_z всего летательного аппарата. В этом случае необходимо пренебрегать слагаемым $(-\varepsilon_z I_{iz})$ в (1.18), вычисляя M_i по формуле

$$M_i = P_{iy} a_i.$$

Слагаемое $(-\varepsilon_z I_{iz})$ в (1.18) следует учитывать лишь для тех грузов, собственный момент инерции которых включен в момент инерции I_z всего летательного аппарата.

1.5 Распределение давления жидкости в топливном баке при поступательном движении летательного аппарата

Найдем закон изменения давления p в жидкости, частично заполняющей топливный бак летательного аппарата. На расстоянии x от центра масс летательного аппарата выделим элементарный объём жидкости с размерами dx , dy , dz (рисунок 1.7). Как и прежде, рассматривается движение летательного аппарата в вертикальной плоскости, совпадающей с плоскостью xu . В этом случае давление p не будет зависеть от координаты z .

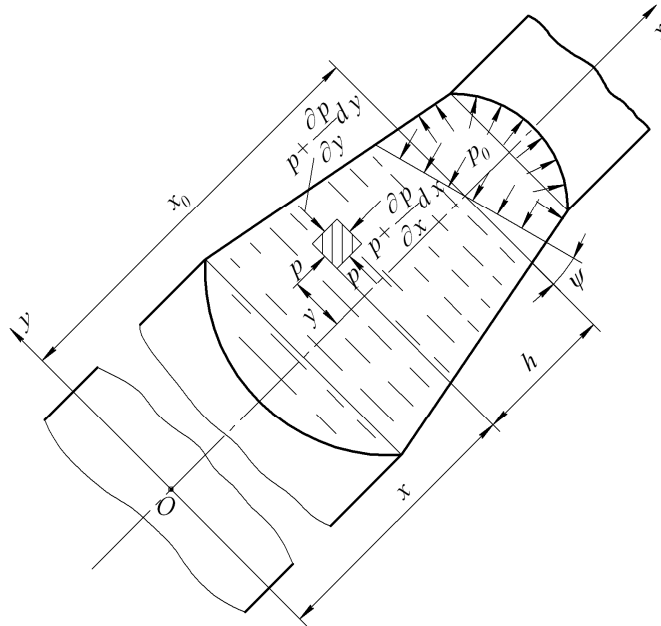


Рисунок 1.7 – К расчёту давления жидкости в топливном баке летательного аппарата

Как видно из рисунка 1.7, равнодействующие сил, приложенных к выделенному объёму жидкости, в направлении осей x и y равны соответственно $\left(-\frac{\partial p}{\partial x} dx dy dz\right)$ и $\left(-\frac{\partial p}{\partial y} dx dy dz\right)$. С другой стороны, этот объём можно рассматривать как элементарный груз с массой $\rho dx dy dz$ (ρ – плотность жидкости), который взаимодействует с окружающими его частицами и к которому, следовательно, можно применить формулы (1.15). В случае поступательного движения летательного аппарата $\varepsilon_z = 0$, так что в соответствии с (1.15) равнодействующие поверхностных сил, приложенных к этому элементарному объёму, можно представить в виде произведений $n_x \rho g dx dy dz$ и $n_y \rho g dx dy dz$. Таким образом, мы приходим к уравнениям, которые связывают давление $p(x, y)$ с перегрузками n_x и n_y :

$$-\frac{\partial p}{\partial x} = n_x \rho g, \quad -\frac{\partial p}{\partial y} = n_y \rho g. \quad (1.19)$$

Интегрируя первое из этих уравнений, получаем

$$p = -n_x \rho g x + f(y),$$

где $f(y)$ – некоторая произвольная функция координаты y .

Подстановка этого выражения во второе из равенств (1.19) приводит к следующему уравнению относительно $f(y)$:

$$\frac{df(y)}{dy} = -n_y \rho g,$$

откуда

$$f(y) = -n_y \rho g y + C.$$

Здесь C – произвольная постоянная. Подставляя этот результат в выражение для p , запишем

$$p = -n_x \rho g x - n_y \rho g y + C.$$

Для отыскания произвольной постоянной C воспользуемся условием

$$p = p_0 \quad \text{при} \quad x = x_0, \quad y = 0,$$

где p_0 – давление наддува в баке. Отсюда получаем

$$C = p_0 + n_x \rho g x_0.$$

Таким образом, мы приходим к следующему закону распределения давления в жидкости при поступательном движении летательного аппарата:

$$p = p_0 + \rho g [n_x (x_0 - x) - n_y y]. \quad (1.20)$$

На свободной поверхности давление равно давлению наддува p_0 , поэтому в точках этой поверхности выражение в квадратных скобках в (1.20) должно обращаться в нуль. Обозначая через x^* и y^* координаты точек свободной поверхности жидкости, имеем

$$n_x (x_0 - x^*) - n_y y^* = 0.$$

Последнее соотношение есть уравнение плоскости; угол её наклона ψ к плоскости поперечного сечения бака определяется равенством:

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{n_y}{n_x}.$$

Поскольку обычно осевые перегрузки n_x значительно больше поперечных n_y , то отклонение зеркала жидкости от плоскости поперечного сечения,

как правило, невелико. В дальнейшем мы будем пренебрегать этим отклонением и считать, что зеркало жидкости перпендикулярно к оси летательного аппарата.

Разность $(x_0 - x)$, фигурирующая в формуле (1.20), представляет собой расстояние h вдоль оси x от рассматриваемой частицы жидкости до точки пересечения оси x со свободной поверхностью, так что эту формулу можно переписать в виде

$$p = p_0 + \rho g (n_x h - n_y y). \quad (1.21)$$

Представленные выше результаты относятся к случаю поступательного движения летательного аппарата, когда его угловая скорость ω_z и угловое ускорение ε_z равны нулю. Если $\varepsilon_z \neq 0$, то задача отыскания закона распределения давления в жидкости оказывается значительно более сложной. Это связано с тем, что при наличии вращательного движения жидкость не остается неподвижной, а совершает колебания по отношению к стенкам бака, и расчёт давления в объёме жидкости требует рассмотрения весьма сложной гидродинамической задачи.

1.6 Нагружение корпуса летательного аппарата на участке несущего бака

Рассмотрим несущий бак летательного аппарата с произвольной формой образующей (рисунок 1.8). Угол между касательной к образующей бака и осью x обозначим через β . Будем считать этот угол положительным, если бак сужается в положительном направлении оси x ; тогда

$$\frac{dr}{dx} = -tg \beta. \quad (1.22)$$

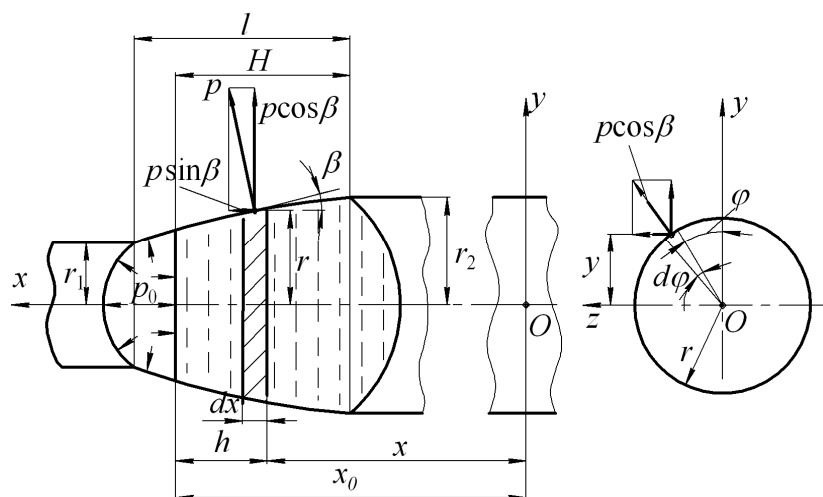


Рисунок 1.8 – Нагружение стенки бака давлением топлива

Жидкость оказывает нормальное давление на стенки бака, которое можно найти по формуле (1.21), полагая в ней $y = r \cos \varphi$, где r – радиус сечения бака, а φ – угол в поперечном сечении, отсчитываемый от оси y (см. рисунок 1.8):

$$p = p_0 + \rho g (n_x h - n_y r \cos \varphi). \quad (1.23)$$

Если умножить осевую составляющую $p \sin \beta$ этого давления на элементарную площадь $\frac{dx}{\cos \beta} r d\varphi$ и проинтегрировать по углу φ в пределах от 0 до 2π , то получим элементарную силу, действующую в осевом направлении на участок бака длиной dx .

Разделив эту силу на dx , найдем погонную продольную нагрузку, которую обозначим через q_x :

$$q_x = \int_0^{2\pi} p \sin \beta \frac{r d\varphi}{\cos \beta} = r \operatorname{tg} \beta \int_0^{2\pi} p d\varphi.$$

Подставляя сюда выражение (1.23) для давления p , будем иметь

$$q_x = r \operatorname{tg} \beta \int_0^{2\pi} [p_0 + \rho g (n_x h - n_y r \cos \varphi)] d\varphi = 2\pi r \operatorname{tg} \beta (p_0 + n_x \rho g h).$$

Этот результат можно представить в таком виде:

$$q_x = q_{0x} + q_{\rho x}, \quad (1.24)$$

$$q_{0x} = 2\pi p_0 r \operatorname{tg} \beta, \quad (1.25)$$

$$q_{\rho x} = 2\pi n_x \rho g h r \operatorname{tg} \beta. \quad (1.26)$$

Осевая нагрузка q_{0x} обусловлена давлением наддува p_0 и действует по всей длине бака l ; нагрузка же $q_{\rho x}$ вызывается собственно давлением жидкости и действует лишь на той части бака длиной H , которая содержит топливо. Отметим, что для цилиндрического бака $\beta = 0$ и нагрузки q_{0x} , $q_{\rho x}$ будут равны нулю, а для бака, суживающегося в отрицательном направлении оси x (когда $\beta < 0$), эти нагрузки будут отрицательными (т. е. направленными против оси x).

Спроектируем далее радиальную составляющую давления $p \cos \beta$ на ось y . Полученный результат $p \cos \beta \cos \varphi$ умножим на элементарную пло-

щадь $\frac{dx}{\cos \beta} r d\varphi$ и проинтегрируем по φ от 0 до 2π . После деления на dx получим погонную нормальную нагрузку $q_{\rho y}$:

$$q_{\rho y} = \int_0^{2\pi} p \cos \beta \cos \varphi \frac{r}{\cos \beta} d\varphi =$$

$$= r \int_0^{2\pi} [p_0 + \rho g (n_x h - n_y r \cos \varphi)] \cos \varphi d\varphi = -\pi r^2 n_y \rho g.$$

Величина

$$q_\rho = \pi r^2 \rho \quad (1.27)$$

представляет собой погонную массу жидкости; с учетом этого обозначения запишем:

$$q_{\rho y} = -q_\rho g n_y. \quad (1.28)$$

Нормальная нагрузка $q_{\rho y}$ действует на участке бака длиной H .

Если движение летательного аппарата происходит с отличным от нуля угловым ускорением, то, как говорилось выше, расчет давления в жидкости (а, следовательно, и нагрузок на корпус летательного аппарата на участке бакового отсека) существенно усложняется. Однако расчеты показывают, что для получения интегральных характеристик воздействия жидкости на стенки бака при сравнительно малых значениях ε_z можно воспользоваться формулой (1.28), заменив в ней величину n_y местным значением нормальной перегрузки $\left(n_y + \frac{\varepsilon_z}{g} x \right)$. Таким образом, в дальнейшем вместо (1.28) будем при $\varepsilon_z \neq 0$ пользоваться зависимостью

$$q_{\rho y} = -q_\rho g \left(n_y + \frac{\varepsilon_z}{g} x \right). \quad (1.29)$$

Помимо рассмотренных выше продольных и поперечных нагрузок, давление жидкости на стенки бака создает, строго говоря, также погонный момент. Но этот момент оказывается весьма малым, и учитывать его мы не будем.

1.7 Нагрузки, передающиеся на корпус летательного аппарата со стороны днищ баков

Найдём теперь силы и моменты, которые передаются на корпус летательного аппарата от днищ баков.

Рассмотрим сначала заднее днище. На рисунке 1.9 показана схема нагружения элементарного пояса, выделенного из днища двумя сечениями, расстояние между которыми равно dx . Продольная сила P_x , действующая на днище со стороны жидкости, определится интегралом

$$P_x = \int_{x_1}^{x_2} q_x dx.$$

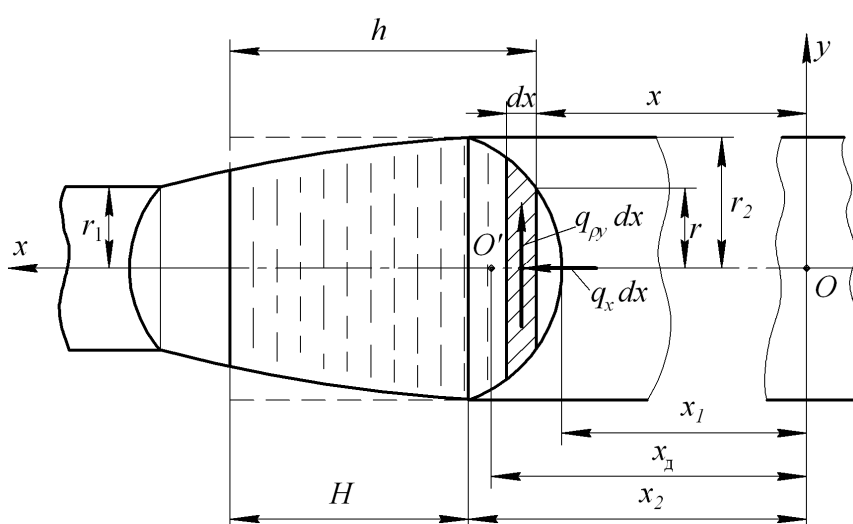


Рисунок 1.9 – Нагружение днища бака

Учитывая, что

$$q_x = q_{0x} + q_{\rho x},$$

представим продольную силу P_x также в виде суммы двух составляющих:

$$P_x = P_{0x} + P_{\rho x},$$

где

$$P_{0x} = \int_{x_1}^{x_2} q_{0x} dx, \quad P_{\rho x} = \int_{x_1}^{x_2} q_{\rho x} dx.$$

Слагаемое P_{0x} обусловлено давлением наддува, а $P_{\rho x}$ – давлением жидкости на днище. Подставляя в выражение для P_{0x} зависимость (1.25) и переходя к интегрированию по r с помощью соотношения

$$\frac{dr}{dx} = -tg \beta,$$

будем иметь

$$P_{0x} = \int_{x_1}^{x_2} q_{0x} dx = -2\pi p_0 \int_0^{r_2} r dr .$$

Отсюда

$$P_{0x} = -\pi p_0 r_2^2 . \quad (1.30)$$

Для составляющей $P_{\rho x}$ имеем с учетом (1.26):

$$P_{\rho x} = \int_{x_1}^{x_2} q_{\rho x} dx = -n_x \rho g \int_0^{r_2} 2\pi h r dr .$$

Но произведение $2\pi h r dr = dV^*$ представляет собой объём полого цилиндрического тела высотой h и с радиусами оснований r и $r + dr$, а величина $\rho dV^* = dm^*$ есть масса топлива, занимающего такой объём. Поэтому

$$P_{\rho x} = -n_x g \int dm^* = -n_x m^* g . \quad (1.31)$$

Здесь через m^* обозначена некоторая условная масса топлива, равная сумме:

$$m^* = m_{\text{ц}} + m_{\text{д}} ,$$

где $m_{\text{д}}$ – масса топлива в объёме днища, а $m_{\text{ц}}$ – масса топлива, которое можно разместить в объёме цилиндра, имеющего основание, равное основанию бака, и высоту, равную высоте столба жидкости H (см. рисунок 1.9). Внося в (1.31) значение массы m^* , получим:

$$P_{\rho x} = -n_x g (m_{\text{ц}} + m_{\text{д}}) . \quad (1.32)$$

Отметим, что в случае цилиндрического бака величина m^* совпадает с действительной массой топлива $m_{\text{т}}$, находящегося в баке, т. е. для цилиндрического бака

$$P_{\rho x} = -n_x m_{\text{т}} g . \quad (1.33)$$

Перейдем к нахождению действующей на днище нормальной силы, которую обозначим через $P_{\rho y}$. Имеем

$$P_{\rho y} = \int_{x_1}^{x_2} q_{\rho y} dx = -g \int_{x_1}^{x_2} q_{\rho} \left(n_y + \frac{\varepsilon_z}{g} x \right) dx = -n_y g \int_{x_1}^{x_2} q_{\rho} dx - \varepsilon_z \int_{x_1}^{x_2} q_{\rho} x dx .$$

Но

$$\int_{x_1}^{x_2} q_{\rho} dx = m_{\text{д}} , \quad \int_{x_1}^{x_2} q_{\rho} x dx = S_{\text{д}} , \quad (1.34)$$

где S_d – статический момент массы топлива m_d , заключенного в днище, относительно плоскости uz летательного аппарата.

Так как по определению

$$S_d = m_d x_d, \quad (1.35)$$

где x_d – расстояние центра масс топлива в днище от центра масс всего летательного аппарата (рисунок 1.9), то для вычисления $P_{\rho y}$ будем иметь следующую расчётную формулу:

$$P_{\rho y} = -n_d m_d g, \quad (1.36)$$

где

$$n_d = n_y + \frac{\varepsilon_z}{g} x_d. \quad (1.37)$$

Как и следовало ожидать, n_d представляет собой нормальную перегрузку в центре масс топлива, размещённого в днище.

Наконец, найдем момент M_ρ , действующий на днище относительно плоскости $x = x_2$ (плоскости стыка днища с корпусом летательного аппарата):

$$M_\rho = - \int_{x_1}^{x_2} q_{\rho y} (x_2 - x) dx = g \int_{x_1}^{x_2} q_\rho \left(n_y + \frac{\varepsilon_z}{g} x \right) (x_2 - x) dx.$$

Воспользовавшись формулами (1.34) и (1.35), а также соотношениями

$$\int_{x_1}^{x_2} q_\rho x^2 dx = I'_d, \quad I'_d = I_d + m_d x_d^2,$$

где I'_d – массовый момент инерции топлива в днище относительно плоскости uz , а I_d – массовый момент инерции этого топлива относительно плоскости, параллельной плоскости uz и проходящей через точку $x = x_d$. В итоге выражение для M_ρ можно привести к виду

$$M_\rho = -P_{\rho y} (x_2 - x_d) - \varepsilon_z I_d. \quad (1.38)$$

Силы, P_{0x} , $P_{\rho x}$ и $P_{\rho y}$ вместе с моментом M_ρ передаются на корпус летательного аппарата в том сечении, где днище крепится к корпусу, т. е. в сечении $x = x_2$. Положительные силы P_{0x} , $P_{\rho x}$ и $P_{\rho y}$ направлены в положитель-

ные стороны осей x и y , а вектор положительного момента M_ρ направлен в положительную сторону оси z .

Для переднего днища бака, на которое действует лишь давление наддува p_0 , очевидно, будет

$$P_{\rho x} = 0, \quad P_{\rho y} = 0, \quad M_\rho = 0.$$

Для силы P_{0x} легко получить:

$$P_{0x} = \pi r_1^2 p_0, \quad (1.39)$$

где r_1 – радиус переднего основания бака.

Необходимо отметить, что выше при вычислении сил взаимодействия между днищем и корпусом летательного аппарата не учитывалась масса самого днища. Её можно учесть отдельно, рассматривая днище как самостоятельный груз и применяя к нему формулы типа (1.16), (1.18) для усилий и момента взаимодействия между грузом и корпусом летательного аппарата.

В заключение приведем формулы для вычисления объёма V_d топлива в днище, момента инерции I_d этого топлива и расстояния c от основания днища до центра масс топлива для двух наиболее распространенных типов днищ – эллиптического с полуосями r_0 , H_0 и сферического радиуса R_0 и высоты H_0 .

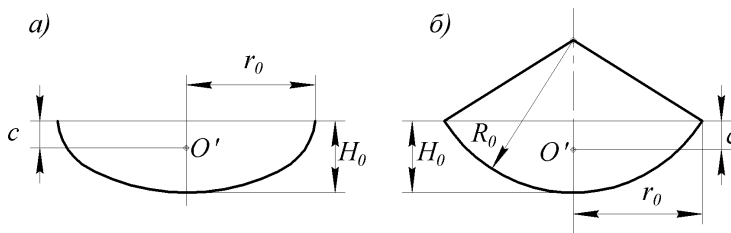


Рисунок 1.10 – Геометрия эллиптического и сферического днищ

Для эллиптического днища (рисунок 1.10, а):

$$V_d = \frac{2}{3} \pi r_0^2 H_0, \quad m_d = \rho V_d,$$

$$c = \frac{3}{8} H_0,$$

$$I_d = \frac{19}{480} \pi r_0^2 H_0^3 \rho = \frac{19}{320} m_d H_0^2.$$

Для сферического днища (рисунок 1.10, б):

$$V_d = \frac{\pi H_0}{6} (3r_0^2 + H_0^2) = \frac{\pi H_0^2 R_0}{3} (3 - \eta), \quad m_d = \rho V_d, \quad c = \frac{H_0}{4} \frac{4 - \eta}{3 - \eta},$$

$$I_d = m_d H_0^2 \frac{40 - 24\eta + 3\eta^2}{80(3 - \eta)^2}, \quad \eta = \frac{H_0}{R_0}.$$

1.8 Распределение нормальных аэродинамических нагрузок по длине корпуса летательного аппарата

Для расчёта прочности корпуса летательного аппарата необходимо иметь закон распределения аэродинамических сил по его длине.

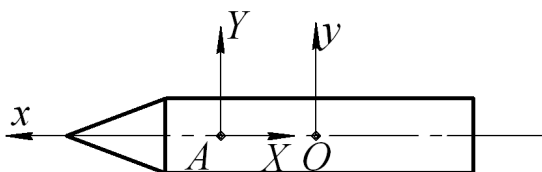


Рисунок 1.11 – Составляющие полной аэродинамической силы в связанной системе координат

В дальнейшем будем рассматривать полёт летательного аппарата со сверхзвуковыми скоростями. В этих случаях при больших значениях числа Маха M можно, используя теорию Ньютона, выполнить расчет аэродинамических сил, действующих на летательный аппарат.

Рассмотрим тело вращения, которое обтекается потоком воздуха с углом атаки α (рисунок 1.12). На расстоянии ξ от носка выделим малый участок тела длиной $d\xi$. Угол между касательной к образующей тела и осью вращения обозначим через β :

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{dr}{d\xi},$$

где r - радиус сечения тела.

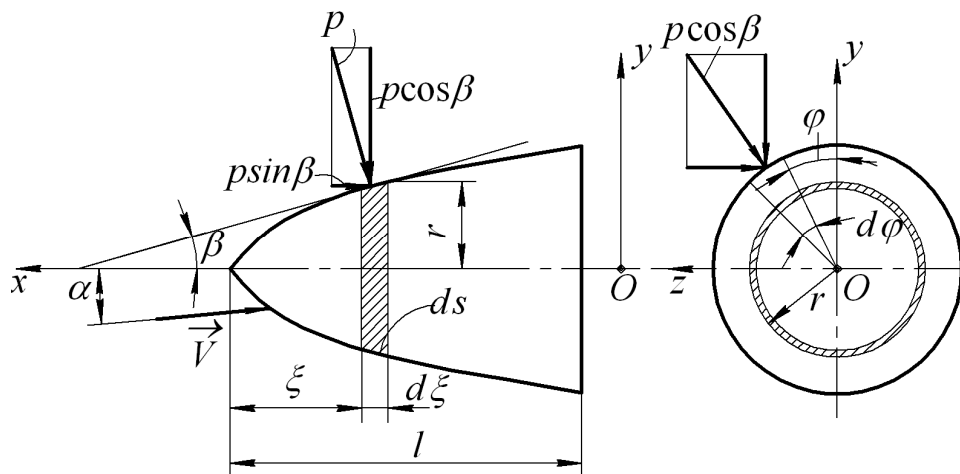


Рисунок 1.12 – Тело вращения в сверхзвуковом потоке воздуха

На рисунке 1.11 показаны составляющие полной аэродинамической силы в связанной системе координат x, y, z при плоском движении летательного аппарата в вертикальной плоскости. Здесь X – продольная (на рисунке показано ее положительное направление), а Y – нормальная аэродинамические силы, O – центр масс летательного аппарата. Предполагается, что плоскость Oxy является плоскостью симметрии летательного аппарата.

В дальнейшем будем рассматривать полёт летательного аппарата со сверхзвуковыми скоростями. В этих случаях при больших значениях числа Маха M можно, используя теорию Ньютона, выполнить расчет аэродинамических сил, действующих на летательный аппарат.

Рассмотрим тело вращения, которое обтекается потоком воздуха с углом атаки α (рисунок 1.12). На расстоянии ξ от носка выделим малый участок тела длиной $d\xi$. Угол между касательной к образующей тела и осью вращения обозначим через β :

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{dr}{d\xi},$$

где r - радиус сечения тела.

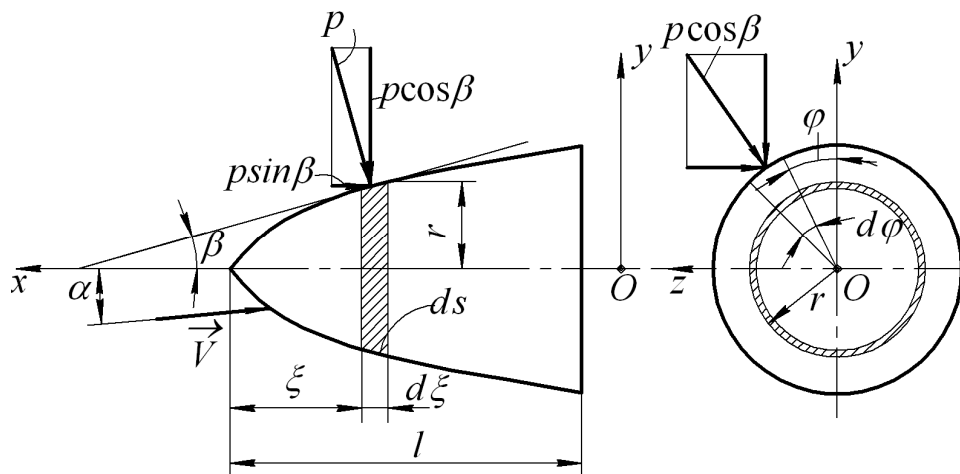


Рисунок 1.12 – Тело вращения в сверхзвуковом потоке воздуха

В поперечном сечении положение произвольной точки поверхности будем определять углом φ , отсчитываемым от оси y .

В соответствии с теорией Ньютона избыточное аэродинамическое давление p на поверхности тела определяется соотношением

$$p = 2q \left(\frac{V_n}{V} \right)^2, \quad (1.40)$$

где $q = \frac{1}{2} \rho V^2$ – скоростной напор; ρ – плотность воздуха на высоте полета h ; V – скорость набегающего потока воздуха; V_n – нормальная к поверхности тела составляющая скорости V (положительная, если она направлена в сторону, противоположную внешней нормали к поверхности тела вращения).

Можно показать, что проекция вектора скорости V на направление нормали к поверхности тела в произвольной точке будет равна

$$V_n = V(\cos \alpha \sin \beta - \sin \alpha \cos \beta \cos \varphi). \quad (1.41)$$

Ограничиваясь случаем, когда углы α и β малы, придадим этой формуле более простой вид:

$$V_n = V(\beta - \alpha \cos \varphi).$$

Тогда на основании (1.40) будем иметь

$$p = 2q(\beta - \alpha \cos \varphi)^2.$$

Последнее соотношение можно представить в форме

$$p = p_0 + p_1 \cos \varphi + p_2 \cos 2\varphi, \quad (1.42)$$

где

$$p_0 = q(\alpha^2 + 2\beta^2), \quad p_1 = -4\alpha\beta q, \quad p_2 = \alpha^2 q. \quad (1.43)$$

Как показывают исследования, зависимостью (1.40) допустимо пользоваться при значениях $M \geq 5$. При уменьшении числа M давление p становится больше значения, определяемого по (1.40). Тем не менее, в приближенных расчетах теорию Ньютона применяют уже при $M > 2$. Для тех случаев, когда $1 < M \leq 2$, коэффициент 2 в (1.40) заменяют на коэффициент 3.

Разложим давление p на составляющие $p \cos \beta$ и $p \sin \beta$, направленные соответственно по радиусу сечения и параллельно оси вращения тела (см. рисунок 1.12). Радиальная составляющая даёт проекцию на ось y , равную $(-p \cos \beta \cos \varphi)$. Умножая эту величину на элементарную площадь $rd\varphi ds$ и интегрируя затем по углу φ в пределах от 0 до 2π , найдем значение

нормальной силы dY , создаваемой потоком на рассматриваемом участке тела. Учитывая, что

$$ds = \frac{d\xi}{\cos \beta},$$

запишем:

$$dY = - \int_0^{2\pi} p \cos \beta \cos \varphi r d\varphi \frac{d\xi}{\cos \beta} = -r d\xi \int_0^{2\pi} p \cos \varphi d\varphi.$$

Разделив dY на $d\xi$, получим погонную нормальную аэродинамическую нагрузку, которую обозначим через q_{ay} :

$$q_{ay} = \frac{dY}{d\xi} = -r \int_0^{2\pi} p \cos \varphi d\varphi.$$

Подстановка сюда выражения (1.42) дает:

$$q_{ay} = -r \int_0^{2\pi} (p_0 + p_1 \cos \varphi + p_2 \cos 2\varphi) \cos \varphi d\varphi = -\pi r p_1,$$

откуда с учётом (1.43) имеем

$$q_{ay} = 4\pi\alpha\beta qr. \quad (1.44)$$

Формула (1.44) показывает, что закон распределения погонной нормальной аэродинамической нагрузки q_{ay} по длине тела вращения совпадает с законом изменения произведения βr .

Зная погонную нагрузку q_{ay} , можно вычислить полную нормальную аэродинамическую силу Y (L – полная длина летательного аппарата):

$$Y = \int_0^L q_{ay} d\xi. \quad (1.45)$$

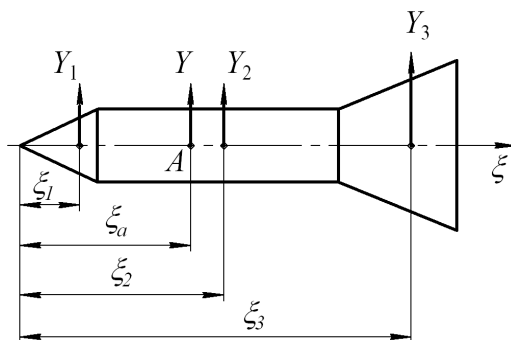


Рисунок 1.13 – К определению силы Y и центра давления

Для летательного аппарата, имеющего участки различной формы, удобно найти сначала силы, создаваемые на отдельных таких участках, а затем их просуммировать. Так, для конструкции, показанной на рисунке 1.13, сила Y определится следующим образом:

$$Y = Y_1 + Y_2 + Y_3.$$

При этом координата ξ_a точки приложения равнодействующей Y (центра давления летательного аппарата) найдется по формуле

$$\xi_a = \frac{1}{Y} \sum_{i=1}^3 Y_i \xi_i.$$

Здесь ξ_i – координата центра давления i -го участка корпуса летательного аппарата.

Рассмотрим, в частности, отсек летательного аппарата в виде расширяющегося усеченного конуса

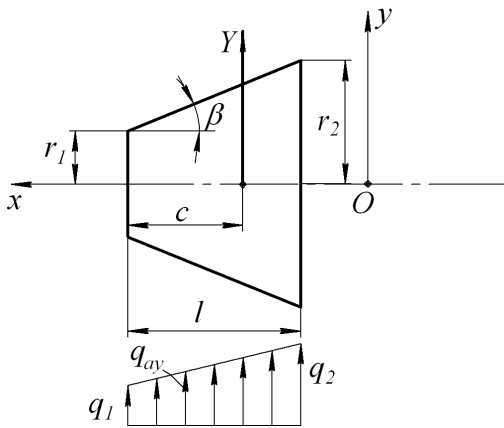


Рисунок 1.14 – Нормальная аэродинамическая нагрузка для расширяющегося усечённого конуса

длиной l (рисунок 1.14). Для этого отсека $\beta = \text{const}$, и нагрузка q_{ay} согласно (1.44) будет изменяться по его длине пропорционально радиусу r , т. е. по линейному закону:

$$q_{ay} = kr,$$

где

$$k = 4\pi\alpha\beta q. \quad (1.46)$$

С другой стороны, коэффициент пропорциональности k удаётся выразить через равнодействующую Y рассматриваемого отсека. Последняя численно равна площади эпюры q_{ay} :

$$Y = \frac{l}{2} (q_1 + q_2) = \frac{kl}{2} (r_1 + r_2). \quad (1.47)$$

Отсюда

$$k = \frac{2Y}{l(r_1 + r_2)}.$$

Тогда

$$q_{ay} = \frac{2Y}{l(r_1 + r_2)} r. \quad (1.48)$$

Точка приложения равнодействующей Y (центр давления рассматриваемого конического участка корпуса летательного аппарата) определится размером c (см. рисунок 1.14), для которого можно получить следующее выражение:

$$c = \frac{l}{3} \left(1 + \frac{r_2}{r_1 + r_2} \right). \quad (1.49)$$

Внесём в (1.47) выражение (1.46), полагая для случая малой конусности

$$\beta = \frac{r_2 - r_1}{l}.$$

В результате будем иметь

$$Y = 2\alpha q (S_2 - S_1), \quad (1.50)$$

где

$$S_1 = \pi r_1^2, \quad S_2 = \pi r_2^2.$$

Формула (1.50) справедлива для значений $M > 2$. При $1 < M \leq 2$ вместо неё следует пользоваться зависимостью

$$Y = 3\alpha q (S_2 - S_1). \quad (1.51)$$

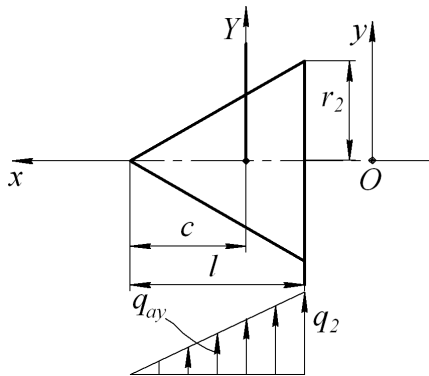


Рисунок 1.15 – Нормальная аэродинамическая нагрузка для полного конуса

Полагая в соотношениях (1.48) – (1.51) $r_1 = 0$, получим, как частный случай, формулы для полного расширяющегося конуса (рисунок 1.15):

$$q_{ay} = \frac{2Y}{lr_2} r, \quad c = \frac{2}{3} l,$$

$$Y = 2\alpha q S_2 \quad (M > 2),$$

$$Y = 3\alpha q S_2 \quad (1 < M \leq 2).$$

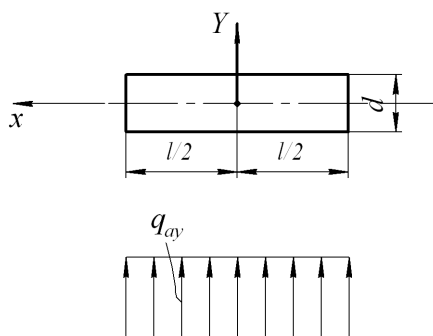


Рисунок 1.16 – Нормальная аэродинамическая нагрузка для цилиндрического отсека корпуса летательного аппарата

Обратимся далее к цилиндрическому участку корпуса летательного аппарата (рисунок 1.16). Из формулы (1.50) следует, что для такого участка $Y = 0$. В действительности цилиндрический участок корпуса создаёт некоторую нормальную силу. Приближённо её можно

вычислить по формуле

$$Y = 1,5\alpha^2 \lambda q S, \quad (1.52)$$

где $\lambda = l/d$ – удлинение цилиндра; $S = \pi d^2 / 4$.

Распределение силы Y по длине цилиндрического участка можно принять равномерным, полагая

$$q_{ay} = Y/l. \quad (1.53)$$

1.9 Распределение продольных аэродинамических нагрузок по длине корпуса летательного аппарата

Перейдём теперь к определению продольных аэродинамических нагрузок. Полную продольную аэродинамическую силу X можно представить в виде суммы трёх составляющих: силы X_p от нормального давления потока на боковую поверхность аппарата; силы X_f , вызванной поверхностным трением; и, наконец, силы $X_{\text{дон}}$, определяемой давлением на донный срез корпуса:

$$X = X_p + X_f + X_{\text{дон}}. \quad (1.54)$$

Обращаясь снова к рисунку 1.12, запишем следующее выражение для силы dX_p , создаваемой потоком на элементарном участке поверхности корпуса длиной $d\xi$:

$$dX_p = \int_0^{2\pi} p \sin \beta r d\varphi ds = \int_0^{2\pi} p \sin \beta r d\varphi \frac{d\xi}{\cos \beta} = r \operatorname{tg} \beta d\xi \int_0^{2\pi} p d\varphi.$$

Отношение $\frac{dX_p}{d\xi}$, взятое со знаком минус, представляет собой погонную продольную нагрузку q_{axp} , вызванную силами давления на боковую поверхность летательного аппарата. Учитывая (1.42), получим

$$\begin{aligned} q_{axp} &= -\frac{dX_p}{d\xi} = -r \operatorname{tg} \beta \int_0^{2\pi} p d\varphi = \\ &= -r \operatorname{tg} \beta \int_0^{2\pi} (p_0 + p_1 \cos \varphi + p_2 \cos 2\varphi) d\varphi = -2\pi p_0 r \operatorname{tg} \beta. \end{aligned}$$

Подставляя сюда значение p_0 согласно (1.43) и заменяя приближённо $\operatorname{tg} \beta$ на β , будем иметь

$$q_{axp} = -2\pi\beta(\alpha^2 + 2\beta^2)qr. \quad (1.55)$$

Располагая значениями q_{axp} , можно вычислить и силу X_p всего летательного аппарата:

$$X_p = -\int_0^L q_{axp} d\xi.$$

Из (1.55), в частности, следует, что для конического отсека длиной l будет

$$q_{axp} = -kr,$$

где

$$k = 2\pi\beta q(\alpha^2 + 2\beta^2).$$

Таким образом, нагрузка q_{axp} , так же как и q_{ay} , изменяется в случае конического отсека пропорционально радиусу r . Повторяя те же рассуждения, что и в случае нормальной нагрузки q_{ay} , найдём, что для участка корпуса в виде расширяющегося усечённого конуса

$$q_{axp} = -\frac{2X_p}{l(r_1 + r_2)}r, \quad (1.56)$$

$$X_p = q(\alpha^2 + 2\beta^2)(S_2 - S_1) \quad (M > 2),$$

$$X_p = \frac{3}{2}q(\alpha^2 + 2\beta^2)(S_2 - S_1) \quad (1 < M \leq 2). \quad (1.57)$$

Для цилиндрического участка корпуса летательного аппарата, очевидно, будет

$$X_p = 0.$$

Продольную силу X_f , вызванную трением, приближенно можно представить как некоторую долю от силы X_p всего летательного аппарата

$$X_f = kX_p, \quad (1.58)$$

где k – опытный коэффициент, значения которого находятся в пределах 0,2...0,6.

Далее, положим, что напряжение трения τ (рисунок 1.17) постоянно по всей поверхности корпуса летательного аппарата. Тогда сила dX_f для малого участка поверхности аппарата длиной $d\xi$ будет равна

$$dX_f = \tau \cos \beta \cdot 2\pi r \cdot \frac{d\xi}{\cos \beta} = 2\pi\tau r d\xi.$$

Отсюда получаем погонную нагрузку от сил трения:

$$q_{axf} = -\frac{dX_f}{d\xi} = -2\pi\tau r.$$

Таким образом, погонная нагрузка q_{axf} изменяется пропорционально радиусу r сечения корпуса летательного аппарата. Коэффициент пропорциональности $2\pi\tau$ можно выразить через полную силу X_f :

$$X_f = -\int_0^L q_{axf} d\xi = 2\pi\tau \int_0^L r d\xi = 2\pi\tau F,$$

где через F обозначена половина площади продольного сечения корпуса летательного аппарата (см. рисунок 1.17). Отсюда

$$2\pi\tau = \frac{X_f}{F},$$

так что окончательно для q_{axf} будем иметь

$$q_{axf} = -\frac{X_f}{F} r. \quad (1.59)$$

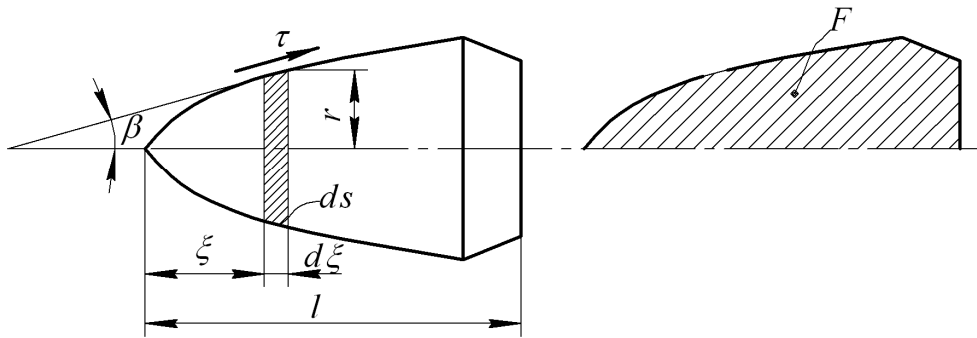


Рисунок 1.17 – Продольная погонная аэродинамическая нагрузка на летательный аппарат от сил трения

Что касается силы $X_{дон}$, обусловленной возникновением разрежения за тупым основанием корпуса летательного аппарата, то она определяется зависимостью

$$X_{дон} = -\bar{p}_{дон} q S_{дон}. \quad (1.60)$$

где $S_{дон}$ – площадь донного среза летательного аппарата; $\bar{p}_{дон}$ – коэффициент донного давления:

$$\bar{p}_{дон} = (p_{дон} - p_h) / q,$$

где $p_{дон}$ – давление в застойной зоне за донным срезом; p_h – атмосферное давление на высоте полета.

Величина коэффициента донного давления зависит от многих факторов: формы летательного аппарата, угла атаки, чисел Маха и Рейнольдса, от давления на срезе сопла работающего двигателя и др.

Определение величины $\bar{p}_{\text{дон}}$ представляет довольно сложную задачу и требует специальных аэродинамических расчётов. На практике с достаточной степенью точности можно принять, что

$$X_{\text{дон}} = k(X_p + X_f). \quad (1.61)$$

Здесь X_p – продольная сила давления сверхзвукового потока для всего летательного аппарата. Коэффициент k изменяется в пределах 0,15...0,25.

Для конструкции корпуса летательного аппарата сила $X_{\text{дон}}$ является сосредоточенной нагрузкой, приложенной к корпусу в некотором его сечении через силовой элемент, воспринимающий донное давление (поперечную перегородку, донную защиту и т. д.).

Располагая значениями погонных величин q_{axp} и q_{axf} , легко найти полную погонную продольную аэродинамическую нагрузку q_{ax} на корпус летательного аппарата:

$$q_{ax} = q_{axp} + q_{axf}. \quad (1.62)$$

Схема действия продольных аэродинамических сил на корпус летательного аппарата показана на рисунке 1.18.

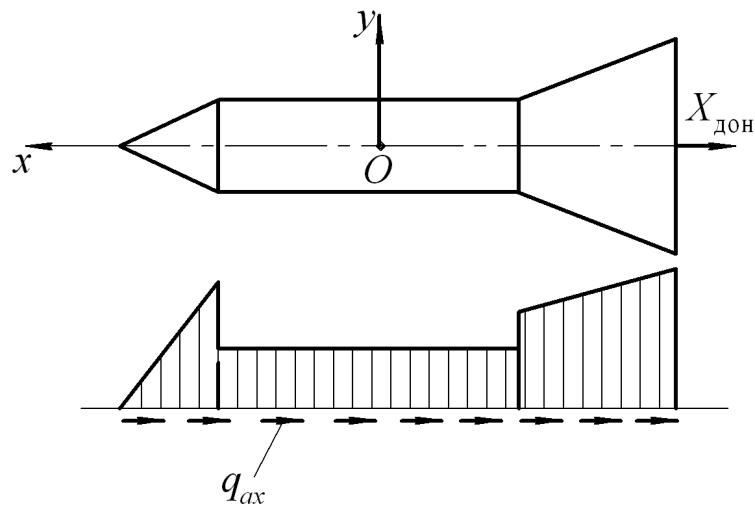


Рисунок 1.18 – Нагружение корпуса летательного аппарата продольными аэродинамическими силами

1.10 Определение осевой силы в сечениях корпуса летательного аппарата

Корпус летательного аппарата можно рассматривать как балку, нагруженную распределенными и сосредоточенными силами. Для расчёта его на прочность необходимо в каждом поперечном сечении знать внутренние си-

ловые факторы – осевую силу N , перерезывающую силу Q и изгибающий момент M . Положительные направления N , Q и M показаны на рисунке 1.19.

Для определения внутренних силовых факторов удобно от координаты x рассматриваемого поперечного сечения корпуса летательного аппарата перейти к расстоянию ξ этого сечения от носка корпуса.

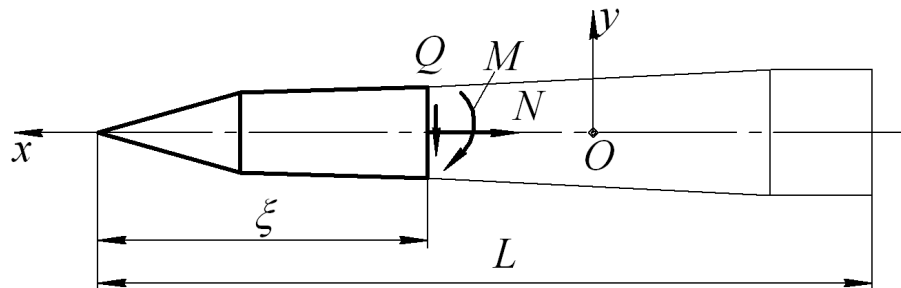


Рисунок 1.19 – Силовые факторы в сечении корпуса летательного аппарата

Начнём с вычисления осевой силы $N(\xi)$. Для этого выделим часть корпуса летательного аппарата, заключённую между носком и произвольным сечением ξ (рисунок 1.20).

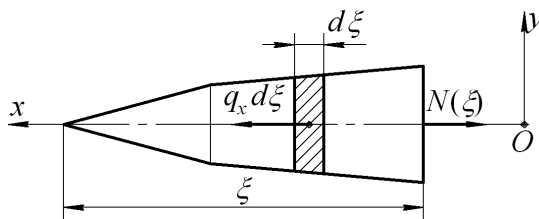


Рисунок 1.20 – К определению осевой силы N

Далее представим летательный аппарат в виде упругого невесомого стержня, к которому прикреплены сосредоточенные и распределённые по длине аппарата

массы. Вычислим элементарную силу, действующую в осевом направлении на бесконечно малый участок стержня длиной $d\xi$. Если погонная масса конструкции равна q_m , то соответствующий участок корпуса летательного аппарата будет иметь массу $q_m d\xi$. Согласно первой из формул (1.16) со стороны этого участка на невесомый упругий стержень будет в осевом направлении действовать сила $(-n_x q_m g d\xi)$. Погонная продольная аэродинамическая нагрузка q_{ax} даёт силу, равную $q_{ax} d\xi$. Наконец, если рассматриваемый элемент конструкции находится, например, на участке конического бака, то давление наддува и давление топлива создадут дополнительные осевые силы $q_{0x} d\xi$ и $q_{\rho x} d\xi$. Суммируя все эти составляющие, можно получить полную погонную продольную нагрузку на корпус летательного аппарата $q_x(\xi)$:

$$q_x(\xi) = q_{ax} + q_{mx} + q_{0x} + q_{\rho x}. \quad (1.63)$$

Здесь

$$q_{mx} = -n_x q_m g, \quad (1.64)$$

а остальные величины находятся по формулам (1.25), (1.26) и (1.62).

Для определения искомой осевой силы $N(\xi)$ составим уравнение динамического равновесия отсеченной части корпуса летательного аппарата в направлении оси x :

$$\int_0^{\xi} q_x d\xi + \sum_{i=1}^k F_{ix} - N(\xi) = 0.$$

Отсюда выводим

$$N(\xi) = \int_0^{\xi} q_x d\xi + \sum_{i=1}^k F_{ix} \quad (1.65)$$

или, в развернутом виде

$$N(\xi) = \int_0^{\xi} q_{ax} d\xi + \int_0^{\xi} q_{mx} d\xi + \int_0^{\xi} q_{0x} d\xi + \int_0^{\xi} q_{\rho x} d\xi + \sum_{i=1}^k F_{ix}. \quad (1.66)$$

Здесь через F_{ix} обозначены сосредоточенные силы, действующие вдоль оси летательного аппарата, а через k – общее количество таких сил в пределах отсеченной части корпуса.

К сосредоточенным силам относятся:

1) усилия взаимодействия P_{ix} между грузами m_i и корпусом летательного аппарата, вычисляемые по первой из формул (1.16):

$$P_{ix} = -n_x m_i g;$$

2) усилия $P_{0x,i}$, передаваемые на корпус от днищ баков и обусловленные действием давления наддува p_0 ; для передних днищ эти силы определяются по формуле (1.39), а для задних – по (1.30).

3) силы $P_{\rho x,i}$, вызванные давлением топлива на задние днища баков и вычисляемые согласно (1.32). Для цилиндрического бака $P_{\rho x,i}$ находится по формуле (1.33);

4) тяга двигателя P ;

5) другие продольные силы, например, осевая сила, передающаяся на корпус от крыла или боковых блоков (при пакетной схеме многоступенчатого носителя).

Здесь необходимо отметить, что силы F_{ix} вызывают скачкообразные изменения в значениях $N(\xi)$ в тех сечениях, где они приложены. Так, если

сила $F_{ix} > 0$ (т. е. действует в положительном направлении оси x), то она даёт скачок в сторону увеличения осевой силы $N(\xi)$ (в алгебраическом смысле). Если же $F_{ix} < 0$ (сила направлена в сторону, противоположную движению летательного аппарата), то скачок от этой силы вызовет уменьшение осевой силы $N(\xi)$.

Исходными данными для определения продольной силы $N(\xi)$ являются законы распределения по длине корпуса летательного аппарата погонной продольной аэродинамической на грузки $q_{ax}(\xi)$, погонной массы конструкции $q_m(\xi)$, значения масс сосредоточенных грузов, массы компонентов топлива в баках, давления наддува баков и тяга двигателя. При наличии крыльев должны быть известны их массы и создаваемые ими продольные аэродинамические силы. Если имеются боковые блоки, то необходимо знать тяги их двигателей и схемы передач этих сил на центральный блок, а также массы боковых блоков.

Продольная перегрузка n_x вычисляется по формуле

$$n_x = \frac{P - X}{mg},$$

где X – продольная аэродинамическая сила; P – суммарная сила тяги двигателей; δ – угол между направлением силы тяги и осью летательного аппарата; m – масса летательного аппарата в рассматриваемый момент времени.

Если сила $X_{\text{дон}}$ действует на летательный аппарат в крайнем сечении $\xi = L$ корпуса, то осевая сила в этом сечении должна быть равна $X_{\text{дон}}$:

$$N(L) = X_{\text{дон}}.$$

Это равенство может служить контролем правильности построения эпюры $N(\xi)$ для летательного аппарата.

Заметим, что осевую силу $N(\xi)$ в произвольном сечении ξ корпуса можно представить в виде суммы:

$$N(\xi) = N_a(\xi) + N_m(\xi) + N_0(\xi) + N_\rho(\xi) + N_p(\xi). \quad (1.67)$$

Здесь слагаемое

$$N_a(\xi) = \int_0^\xi q_{ax} d\xi \quad (1.68)$$

представляет собой продольную аэродинамическую силу, действующую на отсечённую часть конструкции.

Величина

$$N_m(\xi) = \int_0^{\xi} q_{mx} d\xi - n_x g \sum m_i \quad (1.69)$$

характеризует вклад в осевую силу массы конструкции отсечённой части корпуса летательного аппарата.

Влияние давления наддува в баках отражает слагаемое

$$N_0(\xi) = \int_0^{\xi} q_{0x} d\xi + \sum P_{0x,i} \quad (1.70)$$

Слагаемое

$$N_\rho(\xi) = \int_0^{\xi} q_{\rho x} d\xi + \sum P_{\rho x,i} \quad (1.71)$$

учитывает влияние массы топлива в баках.

Наконец, последнее слагаемое

$$N_p(\xi) = \sum P_i \quad (1.72)$$

определяет вклад тяги двигателей.

В выражениях (1.69) – (1.72) знак \sum означает суммирование в пределах отсеченной части корпуса летательного аппарата.

Для цилиндрических баковых отсеков корпуса летательного аппарата интегральные слагаемые в выражениях (1.70) и (1.71) будут равны нулю. Для конических баков эти члены оказываются отличными от нуля. Рассмотрим подробнее этот случай.

Пусть, например, топливный бак является коническим с углом конусности, равным β (рисунок 1.21, а). Из рисунка 1.21, б следует, что при $\xi < \xi_1$

$$N_0(\xi) = 0,$$

а при $\xi_1 < \xi < \xi_2$ будет

$$N_0(\xi) = \int_{\xi_1}^{\xi} q_{0x} d\xi + \pi r_1^2 p_0.$$

Погонная нагрузка q_{0x} вычисляется по формуле (1.25), так что

$$q_{0x} d\xi = 2\pi p_0 r \operatorname{tg} \beta d\xi.$$

Учитывая, что

$$\operatorname{tg} \beta d\xi = dr,$$

получаем для $\xi_1 \leq \xi \leq \xi_2$:

$$N_0(\xi) = \pi r_1^2 p_0 + 2\pi p_0 \int_{r_1}^r r' dr'$$

или

$$N_0(\xi) = \pi p_0 r^2.$$

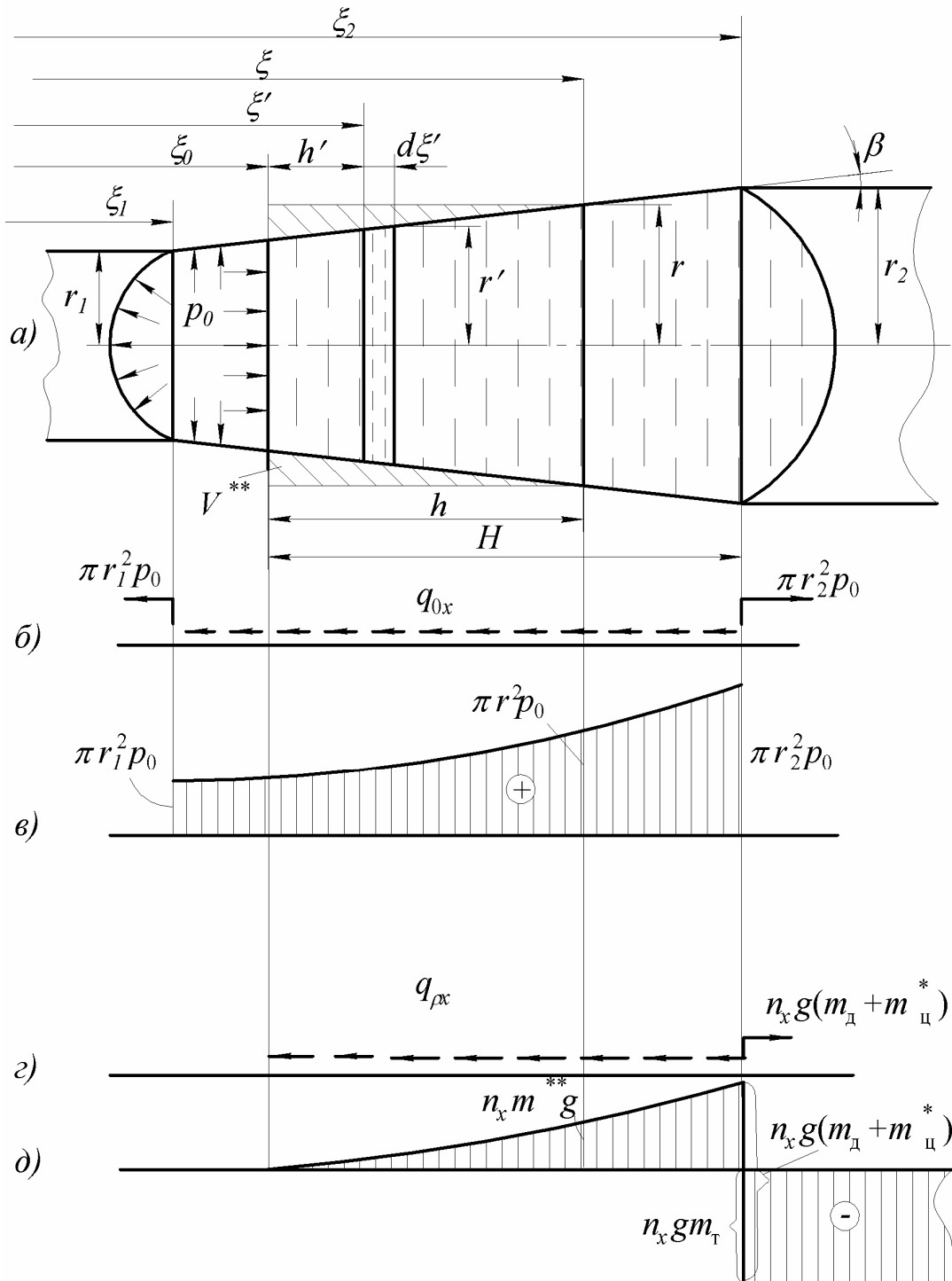


Рисунок 1.21 – Особенности построения эпюры N на участке конического бака

После суммирования с силой $(-\pi p_0 r_2^2)$, действующей на корпус со стороны заднего днища, сила N_0 при $\xi > \xi_2$ становится равной нулю (рисунок 1.21, в).

Обобщая полученный результат, можно сказать, что вне баковых отсеков корпуса летательного аппарата всюду будет

$$N_0(\xi) = 0.$$

Обратимся теперь к вычислению сил $N_\rho(\xi)$ для рассматриваемого конического бака, используя (1.62).

На рисунке 1.21, г изображена схема нагружения отсека погонными силами $q_{\rho x}$.

Так как $q_{\rho x} = 0$ при $\xi < \xi_0$, где ξ_0 – координата, определяющая положение свободной поверхности жидкости, то для $\xi < \xi_0$ имеем $N_\rho = 0$. На участке $\xi_0 \leq \xi \leq \xi_2$ величина N_ρ будет определяться по формуле

$$N(\xi) = \int_{\xi_0}^{\xi} q_{\rho x} d\xi.$$

Согласно (1.26) будет

$$q_{\rho x} d\xi = 2\pi n_x \rho g h r t g \beta d\xi$$

или

$$q_{\rho x} d\xi = 2\pi n_x \rho g h r dr.$$

Выполнив интегрирование, получим:

$$N_\rho(\xi) = n_x \rho g \int_{r_0}^r 2\pi h' r' dr',$$

где, как и ранее, во избежание путаницы текущие значения переменных помечены штрихами (см. рисунок 1.21, а).

Произведение $2\pi h' r' dr' = dV^{**}$ представляет собой объем цилиндрического тела высотой h' и с основанием в виде кольца радиуса r' и шириной dr' , а величина ρdV^{**} есть масса топлива, занимающего такой объём. Интегрирование от r_0 до r даёт

$$N_\rho(\xi) = n_x \rho g V^{**} = n_x m^{**} g,$$

где $m^{**} = \rho V^{**}$ – масса топлива в объеме V^{**} ; равном разности объёмов цилиндра высотой h и с основанием радиуса r и усечённого конуса, ограни-

ченного сечениями ξ_0 и ξ . На рисунке 1.21, а объем V^{**} заштрихован наклонными линиями.

В основании бака величина N_ρ принимает значение

$$N_\rho(\xi_2) = n_x g (m_{\text{ц}}^* - m_{\text{к}}),$$

где через $m_{\text{к}}$ обозначена масса топлива в конической части бака, а $m_{\text{ц}}^*$ – условная масса топлива в объеме цилиндра радиуса r_2 и высотой H .

При $\xi = \xi_2$ к этому значению добавляется сила от днища, равная

$$P_{\rho x} = -n_x m^* g = -n_x g (m_{\text{ц}}^* + m_{\text{д}}),$$

так что при $\xi > \xi_2$ будем иметь

$$N_\rho(\xi) = N_\rho(\xi_2) + P_{\rho x} = -n_x g (m_{\text{к}} + m_{\text{д}}).$$

Здесь в скобках находится величина, равная фактической массе всего топлива в коническом баке, т.е. при $\xi > \xi_2$

$$N_\rho(\xi) = -n_x m_{\text{т}} g.$$

Изменение $N_\rho(\xi)$ на участке конического бака показано на рисунке 1.21, д.

На рисунке 1.22 приведена схема построения эпюры $N(\xi)$ для некоторого гипотетического летательного аппарата с двумя цилиндрическими баками одинакового радиуса r_0 . Давления наддува в баках и массы топлива в них обозначены через p_{01} , p_{02} и $m_{\text{т1}}$, $m_{\text{т2}}$. Летательный аппарат имеет шесть сосредоточенных масс, из них m_1 – полезная нагрузка, m_6 – двигательная установка, m_2, \dots, m_5 – массы днищ. Характерные сечения корпуса летательного аппарата помечены номерами от 1 до 9. Предполагается, что масса m_1 крепится к силовому шпангоуту, находящемуся в сечении 1. Двигательная установка массой m_6 жестко связана с корпусом через силовой шпангоут в сечении 8.

Нагружение летательного аппарата продольными аэродинамическими силами q_{ay} и осевыми распределенными силами q_{mx} показано на схемах б и в рисунка 1.22.

От масс m_i ($i = 1, \dots, 6$) на корпус в сечениях 1, 2, 4, 5, 7 и 8 передаются сосредоточенные массовые силы P_{ix} , определяемые по первой из формул (1.16). Давления наддува p_{01} и p_{02} в баках создают силы $P_{0x,i}$, которые вычисляются

по (1.30) и (1.39) и воздействуют на корпус через соответствующие днища. Влияние топлива, размещённого в двух цилиндрических баках, выражается в двух силах $P_{\rho x,1}$ и $P_{\rho x,2}$, передающихся на корпус через задние днища баков. Сами эти силы вычисляются по (1.33). Наконец, в сечении 8 к корпусу прикладывается сила тяги P , направленная вперед по полету.

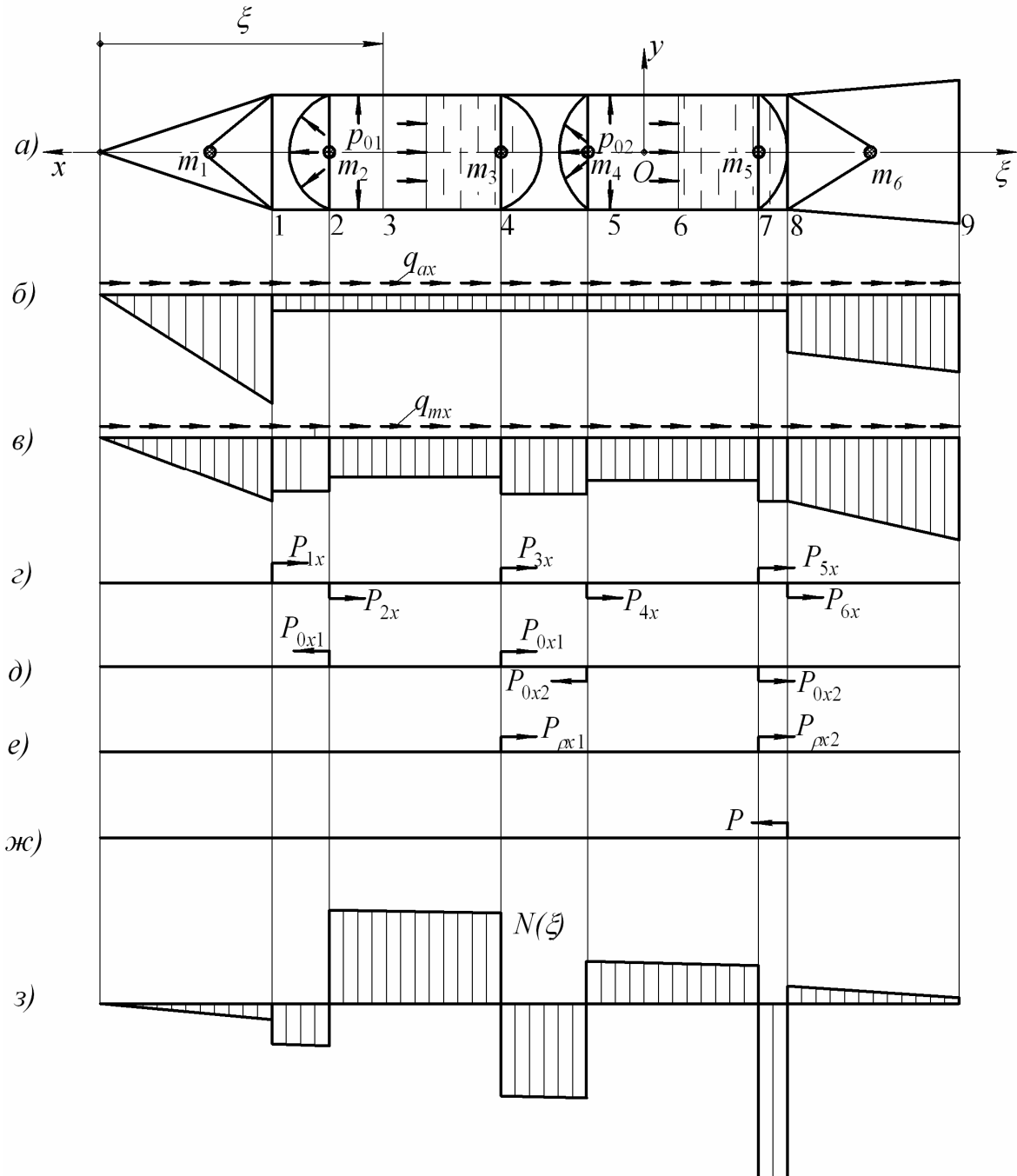


Рисунок 1.22 – Построение эпюры N для летательного аппарата

Все указанные сосредоточенные воздействия на корпус летательного аппарата показаны в виде схем г, д, е и ж на рисунке 1.22.

После выполнения всех необходимых интегрирований и учета сосредоточенных сил получается эпюра $N(\xi)$ для рассматриваемого момента времени, показанная на рисунке 1.22, з.

1.11 Определение перерезывающих сил в сечениях корпуса летательного аппарата

Для определения перерезывающей силы $Q(\xi)$ снова рассмотрим отсечённую часть корпуса летательного аппарата (рисунок 1.23).

Найдем элементарную силу в направлении оси y , передаваемую на невесомый стержень (которым мы условно заменяем летательный аппарат) с участка длиной $d\xi$.

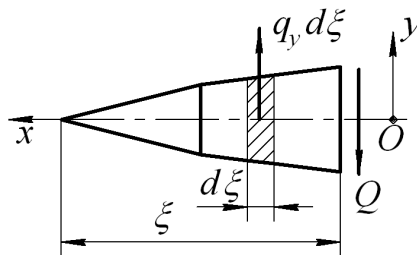


Рисунок 1.23 – К определению перерезывающей силы Q

Нормальная аэродинамическая нагрузка q_{ay} дает силу $q_{ay} d\xi$. Согласно второй из формул (1.16) со стороны выделенного элемента на стержень действует нормальная массовая сила

$$-q_m g \left(n_y + \frac{\varepsilon_z}{g} x \right) d\xi,$$

где q_m – погонная масса конструкции аппарата; x – расстояние от элемента до центра масс летательного аппарата. Наконец, если элемент $d\xi$ находится на участке топливного бака, то со стороны жидкости на него будет действовать нормальная нагрузка q_{py} , которая создаст элементарную силу $q_{py} d\xi$. Просуммировав все эти силы, найдем погонную нормальную нагрузку q_y , действующую на выделенный элемент корпуса летательного аппарата:

$$q_y = q_{ay} + q_{my} + q_{py}. \quad (1.73)$$

Здесь

$$q_{my} = -q_m g \left(n_y + \frac{\varepsilon_z}{g} x \right). \quad (1.74)$$

Напомним, что величины q_{ay} и $q_{\rho y}$ вычисляются по соотношениям (1.44) и (1.29).

Запишем далее уравнение динамического равновесия отсеченной части корпуса летательного аппарата в направлении оси y :

$$\int_0^{\xi} q_y d\xi + \sum_{i=1}^k F_{iy} - Q(\xi) = 0.$$

Отсюда выводим выражение для вычисления перерезывающей силы $Q(\xi)$ в произвольном сечении корпуса летательного аппарата:

$$Q(\xi) = \int_0^{\xi} q_y d\xi + \sum_{i=1}^k F_{iy}. \quad (1.75)$$

Здесь F_{iy} суть нормальные сосредоточенные силы, действующие на корпус летательного аппарата; k – число таких сил в пределах отсеченной части корпуса. К силам F_{iy} относятся:

- 1) усилия взаимодействия P_{iy} между грузами m_i и корпусом летательного аппарата, вычисляемые по второй из формул (1.16);
- 2) усилия $P_{\rho y}$, передаваемые на корпус со стороны задних днищ баков и определяемые по формуле (1.36);
- 3) нормальная составляющая $P\delta$ тяги двигателей, где δ – угол отклонения вектора тяги от оси летательного аппарата;
- 4) другие нормальные силы, например, нормальные силы, передающиеся на корпус от крыла или от боковых блоков.

Сосредоточенные силы F_{iy} вызывают скачки на эпюре $Q(\xi)$ в тех сечениях, где они приложены. Если сила $F_{iy} > 0$ (т.е. сила направлена в положительную сторону оси y), то соответствующий скачок приведет к увеличению значения силы $Q(\xi)$ (в алгебраическом смысле). При $F_{iy} < 0$ (сила действует в отрицательном направлении оси y) скачок вызовет уменьшение перерезывающей силы.

Так же как и при вычислении осевой силы $N(\xi)$, величину перерезывающей силы $Q(\xi)$ в каждом сечении корпуса можно представить в виде суммы:

$$Q(\xi) = Q_a(\xi) + Q_m(\xi) + Q_\rho(\xi) + Q_P(\xi). \quad (1.76)$$

Первое слагаемое

$$Q_a(\xi) = \int_0^{\xi} q_{ay} d\xi \quad (1.77)$$

обусловлено действием нормальной аэродинамической нагрузки q_{ay} . В крайнем сечении $\xi = L$ оно должно равняться нормальной аэродинамической силе всего летательного аппарата Y :

$$Q_a(L) = Y.$$

Величина

$$Q_m(\xi) = \int_0^{\xi} q_{my} d\xi - \sum n_i m_i g \quad (1.78)$$

учитывает влияние распределённой массы конструкции q_m и сосредоточенных грузов m_i . Здесь n_i – значение нормальной перегрузки в центре масс груза m_i с координатой x_i :

$$n_i = n_y + \frac{\varepsilon_z}{g} x_i.$$

Слагаемое

$$Q_p(\xi) = \int_0^{\xi} q_{py} d\xi - \sum n_{д,i} m_{д,i} g \quad (1.79)$$

отражает влияние топлива в баках. В (1.79) через $n_{д,i}$ обозначена нормальная перегрузка в центре масс топлива $m_{д,i}$, располагающегося в заднем днище i -го бака, которая вычисляется по (1.37).

Контролем правильности расчёта $Q_m(\xi)$ и $Q_p(\xi)$ может служить выполнение условия

$$Q_m(L) + Q_p(L) = -n_y mg.$$

Наконец, последнее слагаемое $Q_p(\xi)$ даёт вклад нормальной составляющей $P\delta$ тяги P . Эта сила прикладывается в том сечении, где двигательная установка крепится к корпусу летательного аппарата.

1.12 Вычисление изгибающего момента в сечениях корпуса летательного аппарата

Изгибающий момент будем считать положительным, если он вызывает растяжение в точках сечения корпуса с положительными значениями координаты y (рисунок 1.24, а). Для его определения запишем уравнение равно-

весия моментов для элемента конструкции летательного аппарата длиной $d\xi$ (рисунок 1.24, б):

$$dM = -Qd\xi. \quad (1.80)$$

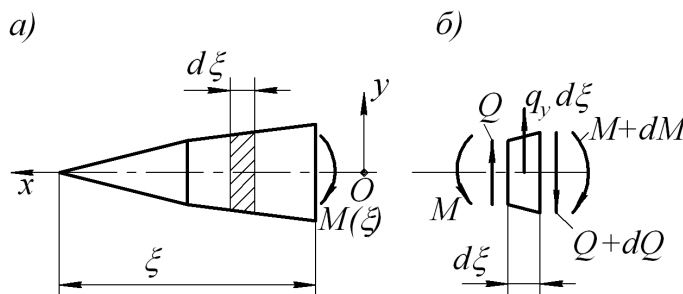


Рисунок 1.24 – К определению изгибающего момента M

Проинтегрируем это выражение в пределах от 0 до текущего значения координаты ξ и учтём возможные сосредоточенные моменты, действующие на отсечённую часть корпуса. В результате придем к формуле

$$M(\xi) = -\int_0^{\xi} Qd\xi - \sum_{i=1}^k M_i, \quad (1.81)$$

где k – количество сосредоточенных моментов в пределах рассматриваемой отсечённой части корпуса.

К сосредоточенным моментам относятся:

- 1) моменты M_{mi} , передаваемые на корпус от сосредоточенных масс m_i и определяемые по формуле (1.18);
- 2) моменты M_{pi} , действующие на корпус со стороны днищ баков и вычисляемые по соотношению (1.38);
- 3) момент нормальной составляющей тяги, приложенный к корпусу в плоскости крепления двигательной установки.

Моменты M_i считаются положительными, если их векторы направлены в положительную сторону оси z летательного аппарата.

Моменты M_i вызывают скачки на эпюре изгибающих моментов $M(\xi)$ в тех сечениях, где они приложены к корпусу летательного аппарата. Положительный момент M_i дает скачок в сторону уменьшения изгибающего момента (в алгебраическом смысле). И, наоборот, если момент $M_i < 0$, то он в соответствующем сечении вызовет скачкообразное изменение в сторону увеличения изгибающего момента.

Отметим, что формула (1.81) для вычисления изгибающего момента $M(\xi)$ является приближённой. Она получена в предположении, что мас-

совые моменты инерции как конструкции в целом, так и её частей относительно оси z заменяются моментами инерции относительно плоскости uz летательного аппарата. Это нашло отражение в том, что вместо уравнения вращательного движения элемента конструкции длиной $d\xi$ мы записали простое уравнение равновесия моментов (1.81).

Заметим, что при расчете изгибающего момента $M(\xi)$ бывает удобнее интегрировать не суммарную эпюру перерезывающих сил $Q(\xi)$, а отдельные вклады в нее, фигурирующие в (1.76). Если выделить соответствующим образом и сосредоточенные моменты, то схема вычисления изгибающих моментов будет иметь вид:

$$M(\xi) = M_a(\xi) + M_m(\xi) + M_\rho(\xi) + M_P(\xi). \quad (1.82)$$

Здесь

$$M_a(\xi) = -\int_0^\xi Q_a d\xi, \quad (1.83)$$

$$M_m(\xi) = -\int_0^\xi Q_m d\xi - \sum M_{mi}, \quad (1.84)$$

$$M_\rho(\xi) = -\int Q_\rho(\xi) d\xi - \sum M_{\rho i}, \quad (1.85)$$

$$M_P(\xi) = -\int_0^\xi Q_P d\xi - \sum M_{Pi}, \quad (1.86)$$

где знак \sum по-прежнему означает суммирование сосредоточенных моментов в пределах отсеченной части корпуса летательного аппарата.

При расчёте N , Q и M необходимо выполнять интегрирование различных функций, представленных в виде эпюр, что удобнее всего осуществлять с помощью формул численного интегрирования. Чаще всего для этой цели применяются правило трапеций или метод Симпсона.

На рисунке 1.25 представлено построение эпюр $Q(\xi)$ и $M(\xi)$ для рассмотренного ранее летательного аппарата.

На схеме b показано распределение нормальных аэродинамических нагрузок q_{ay} . Распределение погонной массы q_m корпуса летательного аппарата, погонной массы q_ρ топлива (в цилиндрических обечайках баков), а также

перегрузок n дано на схемах $в$, $г$ и $д$. Отметим, что здесь под n понимается местная нормальная перегрузка:

$$n = n_y + \frac{\varepsilon_z}{g} x.$$

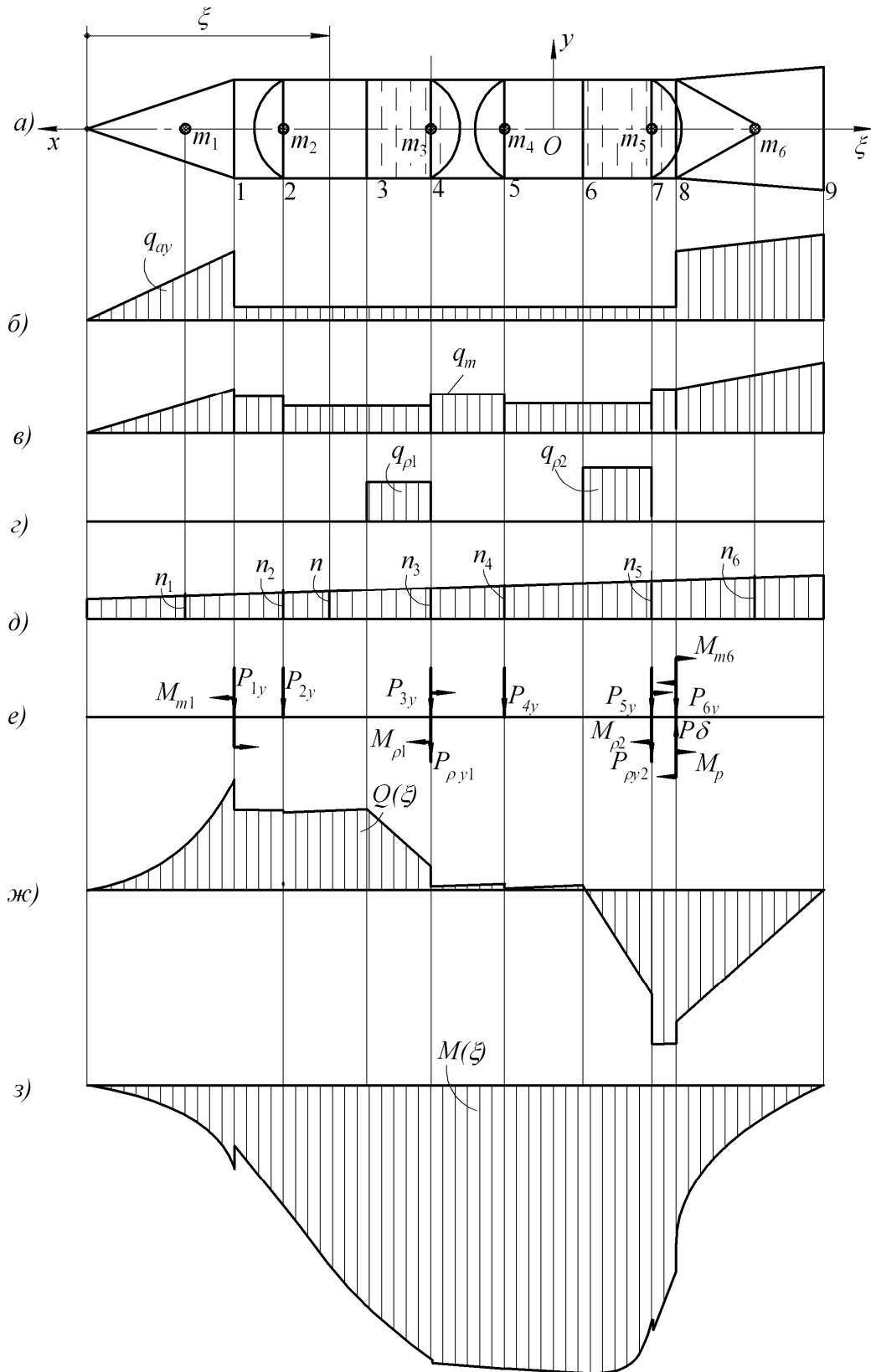


Рисунок 1.25 – Пример построения эшор Q и M для летательного аппарата

На схеме e показаны нормальные силы и моменты от сосредоточенных масс m_i , от масс топлива $m_{д,i}$ в днищах баков и от силы тяги двигателя P .

Все эти силы и моменты вычисляются по приведенным ранее соотношениям (см. формулы (1.16), (1.18), (1.36), (1.38)).

Наконец, на схемах $ж$ и $з$ показаны сами эпюры $Q(\xi)$ и $M(\xi)$ для летательного аппарата в соответствующий момент времени t .

2 РАЗРУШАЮЩИЕ НАПРЯЖЕНИЯ ДЛЯ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

2.1 Аналитическое представление диаграмм деформирования конструкционных материалов

Силовые элементы конструкций летательных аппаратов работают при высоких уровнях напряжений. Если напряжения превосходят предел пропорциональности $\sigma_{\text{пл}}$ материала, то для выполнения расчётов на прочность и устойчивость необходимо знание зависимости напряжения σ от деформации ε при одноосном растяжении или сжатии данного материала. Экспериментальные диаграммы деформирования как правило отсутствуют, и приходится пользоваться каким-либо приближённым описанием кривой $\sigma = \sigma(\varepsilon)$, опирающимся в той или иной степени на стандартные характеристики материала (рисунок 2.1). Большинство конструкционных материалов не имеет площадки текучести. Для них при $\sigma > \sigma_{\text{пл}}$ можно использовать следующие простые соотношения:

$$\sigma = \sigma^* - \frac{(\sigma^* - \sigma_{\text{пл}})^2}{E\varepsilon + \sigma^* - 2\sigma_{\text{пл}}}; \quad (2.1)$$

$$E_k = \frac{d\sigma}{d\varepsilon} = E \frac{(\sigma^* - \sigma_{\text{пл}})^2}{(E\varepsilon + \sigma^* - 2\sigma_{\text{пл}})^2}, \quad (2.2)$$

где

$$\sigma^* = \sigma_{0,2} + \frac{(\sigma_{0,2} - \sigma_{\text{пл}})^2}{0,002E}. \quad (2.3)$$

Здесь E – модуль упругости материала; E_k – касательный модуль на участке упрочнения; $\sigma_{0,2}$ – условный предел текучести материала.

Кривая, описываемая равенством (2.1), в точке A (см. рисунок 2.1) плавно сопрягается с линейным участком, на котором справедлив закон Гука

$$\sigma = E\varepsilon. \quad (2.4)$$

Кроме того, она проходит через точку B , в которой $\sigma = \sigma_{0,2}$; $\varepsilon = \varepsilon_{0,2} = 0,002 + \frac{\sigma_{0,2}}{E}$. При относительно небольших деформациях эта кривая хорошо согласуется с действительным характером экспериментальных диа-

грамм. При больших значениях ε она асимптотически приближается к прямой $\sigma = \sigma^*$.

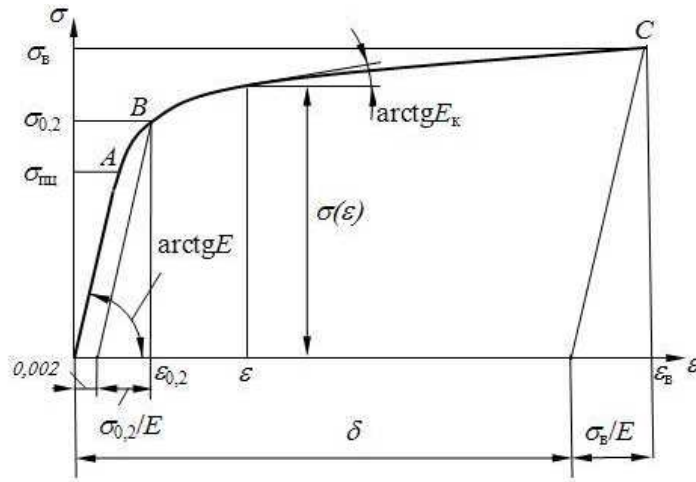


Рисунок 2.1 – Типовая диаграмма одноосного деформирования конструкционного материала

Формулы (2.1)...(2.3) могут быть использованы в расчётах на прочность и устойчивость, когда напряжения не слишком превосходят $\sigma_{0,2}$. При исследовании несущей способности конструктивных элементов лучше воспользоваться более сложным описанием зависимости $\sigma = \sigma(\varepsilon)$:

$$\sigma = (1 - \alpha) \left[\sigma' - \frac{(\sigma' - \sigma_{\text{пл}})^2}{E\varepsilon + \sigma' - 2\sigma_{\text{пл}}} \right] + \alpha E\varepsilon; \quad (2.5)$$

$$E_k = E \left[(1 - \alpha) \frac{(\sigma' - \sigma_{\text{пл}})^2}{(E\varepsilon + \sigma' - 2\sigma_{\text{пл}})^2} + \alpha \right], \quad (2.6)$$

где

$$\sigma' = (1 - \alpha)\sigma^* - \alpha(0,002E + \sigma_{0,2} - 2\sigma_{\text{пл}}); \quad (2.7)$$

$$\alpha = \frac{A}{B}; \quad (2.8)$$

$$A = \sigma_1 - \sigma^* + \frac{(\sigma_1 - \sigma_{\text{пл}})^2}{E\varepsilon_1 - \sigma_1}; \quad (2.9)$$

$$B = \frac{(E\varepsilon_1 - \sigma_{\text{пл}})^2}{E\varepsilon_1 - \sigma_1} - \frac{(0,002E + \sigma_{0,2} - \sigma_{\text{пл}})^2}{0,002E}. \quad (2.10)$$

Здесь σ^* определяется по формуле (2.3).

Соотношения (2.5)...(2.10) получены в предположении, что кривая (2.5) проходит дополнительно через ещё одну точку экспериментальной диаграммы с известными значениями ε_1 и σ_1 . В качестве таковой можно взять, в частности, точку C на рисунке 2.1. В этом случае следует положить

$$\sigma_1 = \sigma_B; \quad \varepsilon_1 = \delta + \frac{\sigma_B}{E}.$$

В таблице 2.1 для некоторых конструкционных сплавов приведены для примера значения σ^* , σ' и α , найденные по формулам (2.3) и (2.7)...(2.9).

Таблица 2.1

Материал	30ХГСА	Д16Т	В 95	АМг6
E , МПа	$2,1 \cdot 10^5$	$7,2 \cdot 10^4$	$7 \cdot 10^4$	$6,8 \cdot 10^4$
$\sigma_{\text{тц}}$, МПа	860	190	300	120
$\sigma_{0,2}$, МПа	960	280	430	160
σ_B , МПа	1080	440	520	320
δ , %	10	10	6	12
σ^* , МПа	980,8	336,3	550,7	171,8
σ' , МПа	979,8	330,4	553,1	167,6
100α	0,4736	1,534	-0,4646	1,837

2.2 Разрушающие напряжения для растянутых элементов конструкций

Разрушающее напряжение для растянутого элемента конструкции (стрингера, обшивки, пояса силового шпангоута и т.п.) определяется как некоторая доля предела прочности материала σ_B :

$$\sigma_{\text{разр}} = k \sigma_B. \quad (2.11)$$

Коэффициент k учитывает влияние концентрации напряжений возле отверстий для болтов и заклёпок или у мест выточек, ослабление материала в зоне сварных швов и т.д.

Для силовых элементов, имеющих отверстия под болты или заклёпки и изготовленных из достаточно пластичных материалов, можно принимать

$$k = 0,9 \dots 0,95.$$

Более низкие значения k относятся к высокопрочным металлам. Для хрупких материалов следует брать

$$k = 0,7 \dots 0,8.$$

Для сварных швов в конструкциях из материала типа АМг6 принимают

$$k = 0,8 \dots 0,85.$$

Для высокопрочных свариваемых алюминиевых сплавов коэффициент k может иметь более низкие значения

$$k = 0,4 \dots 0,6.$$

2.3 Разрушающие напряжения для сжатых элементов

2.3.1 Сжатие без потери устойчивости

В некоторых случаях сжатие конструктивных элементов происходит без потери устойчивости вплоть до разрушения. Примерами могут служить монолитный пояс лонжерона крыла самолёта (рисунок 2.2) или шпангоут, соединяющий пологое сферическое днище с обечайкой топливного бака и

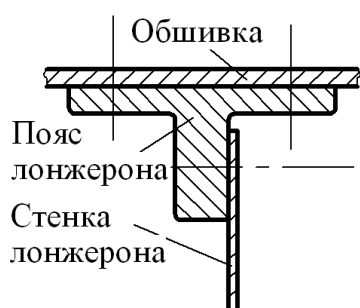


Рисунок 2.2 – Монолитный пояс лонжерона крыла самолёта

испытывающий сжимающие усилия, которые возникают в его сечениях при действии внутреннего давления в баке. Для таких элементов $\sigma_{\text{разр}} \geq \sigma_{\text{в}}$ из-за некоторого увеличения площади сечения за счёт поперечной деформации. В практических расчётах принимают

$$\sigma_{\text{разр}} = \sigma_{\text{в}}.$$

Чаще, однако, сжатие сопровождается потерей устойчивости элемента. Типичным примером служит стрингер, для которого исчерпание несущей способности при сжатии наступает именно вследствие потери устойчивости. Обычно рассматриваются два вида потери устойчивости стрингера – общая и местная (рисунок 2.3). Под общей понимается потеря устойчивости, сопровождающаяся искривлением оси стрингера с сохранением формы поперечного сечения. При местной потере устойчивости происходит выпучивание полки или стенки стрингера, в то время как его ось остаётся прямолинейной.

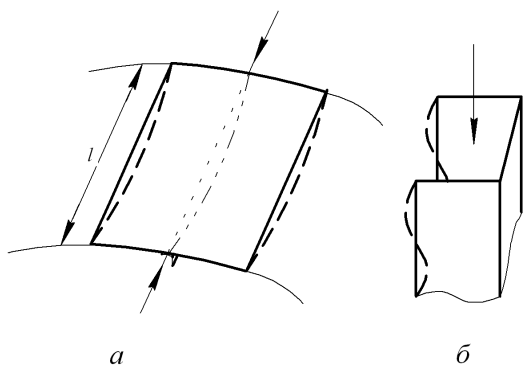


Рисунок 2.3 – Общая (а) и местная (б) формы потери устойчивости стрингера

Для изолированных тонкостенных стержней возможна также крутильная или изгибно-крутильная формы потери устойчивости. Но из-за наличия связи с обшивкой такие виды потери устойчивости стрингера в конст-

рукциях не встречаются.

рукции оказываются весьма редкими, и на практике ограничиваются его проверкой лишь на общую и местную устойчивость.

2.3.2 Общая потеря устойчивости стрингера

Критическое напряжение общей потери устойчивости в предположении о справедливости закона Гука определяется по формуле Эйлера

$$\sigma_{\text{кр общ}}^0 = c \frac{\pi^2 EI}{l^2 F}, \quad (2.12)$$

где E – модуль упругости материала стрингера; l – его длина; F , I – площадь и момент инерции поперечного сечения.

Коэффициент c характеризует условия закрепления стрингера по концам. Если стрингер с помощью уголков жёстко соединён со шпангоутами, а последние имеют настолько большую жёсткость, что полностью исключают повороты крайних сечений стрингера в плоскости изгиба, то это соответствует условию жёсткого защемления стрингера по концам; в таком случае $c = 4$. Другой предельный вариант – когда шпангоуты совсем не препятствуют поворотам торцовых сечений стрингера при его изгибе. В этом случае реализуется шарнирное опирание стрингера по концам; тогда $c = 1$. В действительности коэффициент c имеет некоторое промежуточное значение; на практике часто принимают $c = 2$, что, как правило, идёт в запас прочности.

Заметим, что при расчёте геометрических характеристик сечения, фигурирующих в формуле (2.12), следует присоединять к нему также и площадь сечения обшивки, работающей вместе со стрингером. Момент инерции сечения должен подсчитываться относительно оси, проходящей через центр тяжести совокупного сечения стрингер+обшивка параллельно касательной к срединной поверхности обшивки.

Если подсчитанное по формуле (2.12) значение не превосходит предела пропорциональности $\sigma_{\text{пц}}$ материала стрингера, то его и берут в качестве критического напряжения общей потери устойчивости:

$$\sigma_{\text{кр общ}} = \sigma_{\text{кр общ}}^0 \quad \text{при} \quad \sigma_{\text{кр общ}}^0 \leq \sigma_{\text{пц}}.$$

В противном случае необходимо уточнить результат. Обозначив через $i = \sqrt{I/F}$ радиус инерции сечения стрингера и введя параметр гибкости

$$\lambda = l/i,$$

представим формулу (2.12) в виде

$$\sigma_{\text{кр общ}}^0 = \frac{A}{\lambda^2}, \quad (2.13)$$

где

$$A = c\pi^2 E. \quad (2.14)$$

На рисунке 2.4 показан характер зависимости $\sigma_{\text{кр общ}}$ от параметра гибкости λ . Через λ_0 здесь обозначено значение параметра гибкости, при котором $\sigma_{\text{кр общ}} = \sigma_{\text{пц}}$. Как следует из (2.13),

$$\lambda_0 = \sqrt{A/\sigma_{\text{пц}}}. \quad (2.15)$$

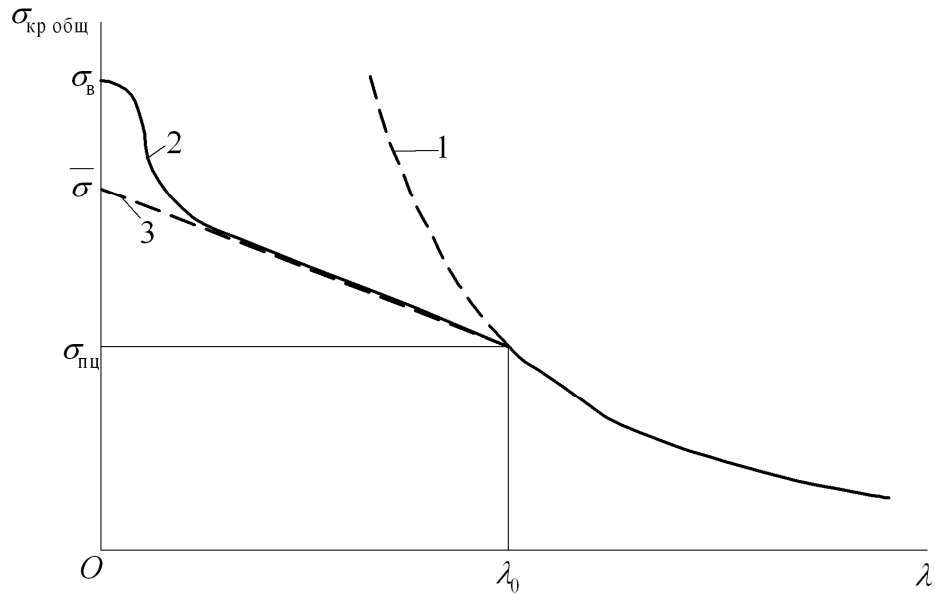


Рисунок 2.4 – Зависимость $\sigma_{\text{кр общ}}$ от λ

При $\lambda \geq \lambda_0$ зависимость критического напряжения от λ согласно (2.13) выражается гиперболой, представленной на рисунке 2.4 кривой 1. При $\lambda \rightarrow 0$, что соответствует весьма малой гибкости стрингера, критическое напряжение стремится к σ_b . Строгий расчёт критического напряжения при $\lambda < \lambda_0$ является сложной задачей, и на практике применяют различные приближённые подходы. Один из простейших вариантов заключается в использовании линейной аппроксимации кривой $\sigma_{\text{кр общ}}(\lambda)$ при $\lambda < \lambda_0$ (прямая 3 на рисунке 2.4):

$$\sigma_{\text{кр общ}} = \bar{\sigma} - (\bar{\sigma} - \sigma_{\text{пц}}) \frac{\lambda}{\lambda_0}, \quad (2.16)$$

где $\bar{\sigma}$ – некоторая величина, определяемая для каждого материала экспериментально. Например, для прессованных профилей из материала Д16Т можно принять $\bar{\sigma} = 1,2\sigma_{0,2}$.

Замечая, что, согласно (2.13), $\lambda = \sqrt{A/\sigma_{кр\ общ}^0}$ и учитывая равенство (2.15), формуле (2.16) можно придать расчётный вид

$$\sigma_{кр\ общ} = \bar{\sigma} - (\bar{\sigma} - \sigma_{пц}) \sqrt{\frac{\sigma_{пц}}{\sigma_{кр\ общ}^0}}. \quad (2.17)$$

Недостатком этого метода является то, что для его применения нужно располагать для данного конструкционного материала величиной $\bar{\sigma}$, которая не всегда доступна. Избежать необходимости проведения трудоёмких экспериментов по определению $\bar{\sigma}$ можно, воспользовавшись концепцией Энгесера - Шенли, согласно которой при $\sigma_{кр\ общ} > \sigma_{пц}$ критическое напряжение определяется формулой (2.12), но с заменой в ней модуля упругости касательным модулем материала:

$$\sigma_{кр\ общ} = \frac{c\pi^2 E_k I}{l^2 F} = \frac{E_k}{E} \sigma_{кр\ общ}^0. \quad (2.18)$$

Значения напряжения $\sigma_{кр\ общ}$ и касательного модуля E_k должны определяться в одной и той же точке диаграммы деформирования материала. Считая, что эта диаграмма в нелинейной области описывается соотношениями (2.1), (2.2) и подставляя их в (2.18), придём к равенству

$$\sigma^* - \frac{(\sigma^* - \sigma_{пц})^2}{E\varepsilon_{кр} + \sigma^* - 2\sigma_{пц}} = \frac{(\sigma^* - \sigma_{пц})^2}{(E\varepsilon_{кр} + \sigma^* - 2\sigma_{пц})^2} \sigma_{кр\ общ}^0.$$

Отсюда вытекает квадратное уравнение относительно $\varepsilon_{кр}$. Отбросив посторонний корень, найдём $\varepsilon_{кр}$, после чего по формуле (2.1) определяем критическое напряжение. Окончательный результат может быть представлен в следующей форме:

$$\sigma_{кр\ общ} = \sigma^* \frac{s-1}{s+1}, \quad (2.19)$$

где

$$s = \sqrt{1 + \frac{4\sigma^* \sigma_{кр\ общ}^0}{(\sigma^* - \sigma_{пц})^2}}. \quad (2.20)$$

Здесь величина σ^* вычисляется по формуле (2.3):

$$\sigma^* = \sigma_{0,2} + \frac{(\sigma_{0,2} - \sigma_{пц})^2}{0,002E}.$$

Таким образом, расчёт критического напряжения общей потери устойчивости заключается в предварительном вычислении $\sigma_{\text{кр общ}}^0$ по формуле Эйлера (2.12). Если окажется, что эта величина превышает $\sigma_{\text{шц}}$, то она должна быть скорректирована с помощью соотношений (2.19), (2.20).

Заметим, что для реальных размеров стрингера расчёты по формулам (2.17) и (2.19) дают близкие результаты. При отсутствии экспериментальных данных можно в качестве $\bar{\sigma}$ в формуле (2.17) брать величину σ^* , определяемую соотношением (2.3). Для более грубой оценке можно в запас устойчивости принимать $\bar{\sigma} = \sigma_{0,2}$.

2.3.3 Местная потеря устойчивости стрингера

Рассмотрим далее местную потерю устойчивости. Стрингер состоит из нескольких пластин (полок, стенок), соединённых между собой вдоль продольных сторон. При сжатии тонкостенного стержня ещё до наступления общей потери устойчивости может произойти выпучивание одного или нескольких таких элементов, то есть может возникнуть местная потеря устойчивости. Строго говоря, это не означает исчерпания несущей способности стрингера, который способен ещё воспринимать некоторое дополнительное нагружение. Но тогда могут возникнуть значительные остаточные деформации, что нежелательно. Поэтому местную потерю устойчивости можно считать равноопасной с общей.

Критическое напряжение местной потери устойчивости в предположении о справедливости закона Гука определяется выражением

$$\sigma_{\text{кр м}}^0 = \frac{kE}{(b/\delta)^2}, \quad (2.21)$$

где b , δ – ширина (измеряемая по средней линии контура поперечного сечения) и толщина того элемента стрингера, для которого выполняется расчёт; E – модуль упругости материала; k – коэффициент, характеризующий жёсткость закрепления данного элемента по продольным сторонам. Значения коэффициента k для пластины, удлинённой в направлении действия нагрузки и имеющей идеальные условия закрепления продольных кромок (защемление, свободное опирание или свободный край) при свободно опёртых нагруженных кромках, приведена на рисунке 2.5 (все результаты даны для значения коэффициента Пуассона $\mu = 0,3$).

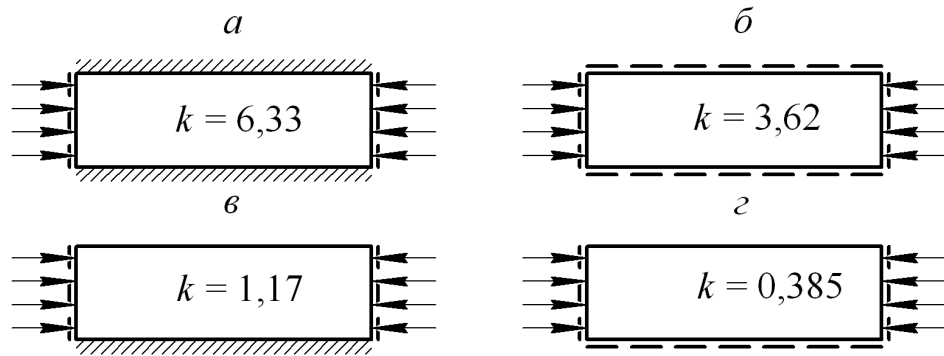


Рисунок 2.5 – Значения коэффициента k при классических условиях закрепления пластины

Пластинки, составляющие тонкостенный профиль, будучи связаны друг с другом, имеют упругие закрепления вдоль продольных сторон. Для них коэффициент k можно приближённо подсчитать по формулам

$$k = 0,9 \left(0,65 + \frac{2}{3\xi + 4} \right)^2 \text{ – для полки;}$$

$$k = 0,9 \left(2 + \frac{2}{10\xi + 3} \right)^2 \text{ – для стенки.}$$

Здесь под полкой понимается пластинчатый элемент, имеющий свободный продольный край, то есть связанный с другими элементами лишь вдоль одной стороны. Стенка же – такой элемент, который связан с другими элементами по обеим своим продольным сторонам; ориентация элемента не имеет значения. Коэффициент ξ зависит от жёсткости смежных элементов и характеризует упругость закрепления. Значение $\xi = 0$ соответствует жёсткому защемлению, а $\xi = \infty$ – свободному опиранию. Формулы для вычисления ξ для элементов различных сечений даны на рисунке 2.6, где обозначения b , δ относятся к тому элементу, для которого вычисляется критическое напряжение, а b_1 , δ_1 – к смежным (опорным) элементам. Через A , B и C обозначены величины

$$A = \left(\frac{\delta}{\delta_1} \right)^3 \frac{b_1}{b} \frac{1}{1 - 0,106 \left(\frac{\delta b_1}{\delta_1 b} \right)^2};$$

$$B = \left(\frac{\delta}{\delta_1} \right)^3 \frac{1}{1 - \left(\frac{\delta b_1}{\delta_1 b} \right)^2};$$

$$C = \left(\frac{\delta}{\delta_1}\right)^3 \frac{0,16 + 0,0056 \left(\frac{b}{b_1}\right)^2}{1 - 9,4 \left(\frac{\delta}{\delta_1} \frac{b_1}{b}\right)^2}.$$

Представленные на рисунке 2.6 выражения справедливы, если величина ξ получается положительной. В противном случае следует принимать $\xi = \infty$; это означает, что опорный элемент не создаёт эффекта заземления из-за своей малой жёсткости. Если опорные элементы стенки имеют различные размеры (b'_1, δ'_1 и b''_1, δ''_1), то следует вычислить по приведённым формулам соответствующие значения ξ' и ξ'' и принять затем $\xi = \frac{1}{2}(\xi' + \xi'')$.

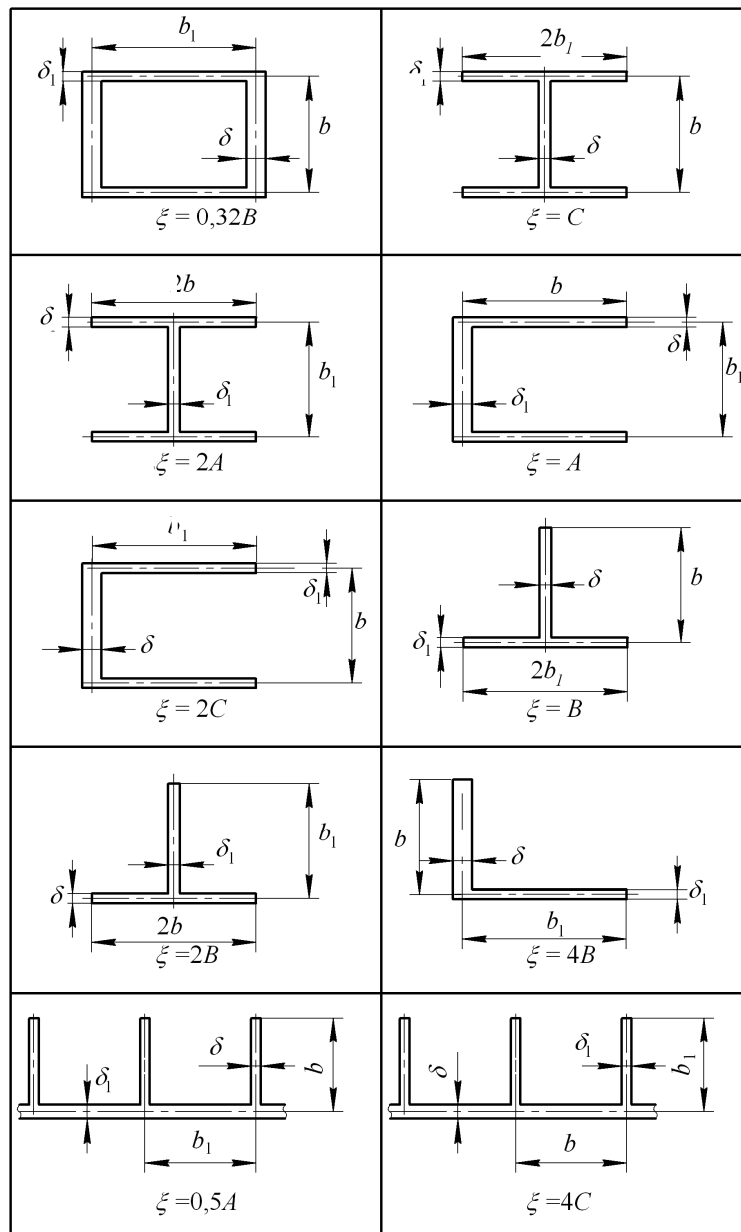


Рисунок 2.6 – Коэффициенты упругой заделки

Полученное по формуле (2.21) значение принимается в качестве $\sigma_{кр м}$, если оно не превосходит $\sigma_{щ}$:

$$\sigma_{кр м} = \sigma_{кр м}^0 \text{ при } \sigma_{кр м}^0 \leq \sigma_{щ}.$$

В противном случае необходима корректировка результата. Согласно Блейху, можно принять, что за пределом пропорциональности критическое напряжение сжатия пластины определяется соотношением

$$\sigma_{кр м} = \sqrt{\frac{E_k}{E}} \sigma_{кр м}^0. \quad (2.22)$$

Если воспользоваться, как и в случае общей потери устойчивости, выражениями (2.1) и (2.2), то можно при $\sigma_{кр м}^0 > \sigma_{щ}$ прийти к расчётной формуле вида

$$\sigma_{кр м} = \frac{\sigma^* \sigma_{кр м}^0}{\sigma_{кр м}^0 + \sigma^* - \sigma_{щ}}, \quad (2.23)$$

где σ^* по-прежнему определяется выражением (2.3).

Таким образом, расчёт на устойчивость здесь снова требует предварительного вычисления $\sigma_{кр м}^0$ согласно (2.21) и, при необходимости, последующего уточнения результата по формуле (2.23). Заметим, что соотношение (2.22) и, соответственно, формула (2.23) в большей степени пригодны для стенок. Полки же обычно теряют устойчивость с образованием одной полуволны по длине и практически без изгиба в поперечном направлении. Характер деформации полки в таком случае аналогичен деформации стрингера при общей потере устойчивости. Поэтому если коэффициент k в выражении (2.21) не превышает 0,5, корректировку критического напряжения следует выполнять не по формуле (2.23), а по формуле, аналогичной (2.19):

$$\sigma_{кр м} = \sigma^* \frac{s-1}{s+1}, \quad (2.24)$$

где

$$s = \sqrt{1 + \frac{4\sigma^* \sigma_{кр м}^0}{(\sigma^* - \sigma_{щ})^2}}. \quad (2.25)$$

В случае же, когда условие защемления полки приближается к жёсткой заделке, то есть когда коэффициент устойчивости имеет значение, близкое к 1, формула (2.23) остаётся в силе.

2.3.4 Критическое напряжение обшивки при сжатии

Критическое напряжение панели обшивки цилиндрического отсека радиуса R , испытывающей равномерное сжатие в продольном направлении (рисунок 2.7), можно найти по приближённой формуле

$$\sigma_{кр} = \frac{3,6E}{(b/\delta)^2} + \frac{0,15E\delta}{R}, \quad (2.26)$$

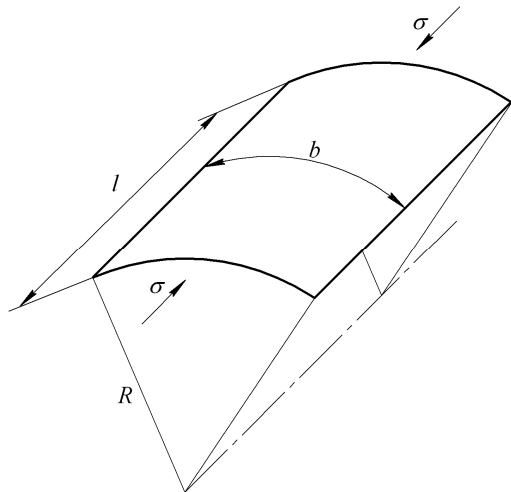


Рисунок 2.7 – Цилиндрическая панель обшивки при сжатии

где δ – толщина обшивки; b – ширина панели равная расстоянию между соседними стрингерами; E – модуль упругости материала. Первое слагаемое в формуле (2.26) построено как для плоской удлиненной пластины, шарнирно опертой по всем сторонам, а второе учитывает влияние на устойчивость кривизны панели.

Для тонкой обшивки величина $\sigma_{кр}$ обычно оказывается меньше предела пропорциональности материала, и никакой корректировки результата не требуется. Но если получится, что $\sigma_{кр} > \sigma_{пл}$, то найденное значение необходимо уточнить так, как это делается для плоских пластин, то есть по формуле типа (2.23).

В клёпаных конструкциях обшивка эффективно работает вместе со стрингером, если при сжатии не происходит её местная потеря устойчивости

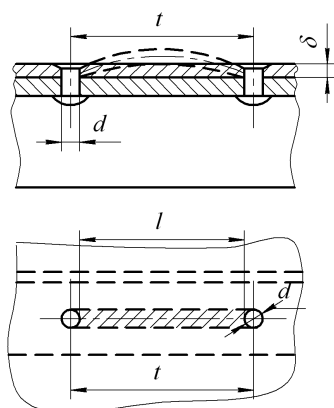


Рисунок 2.8 – Потеря устойчивости обшивки в заклёпочном ряду

между заклёпками, как показано на рисунке 2.8. Для приближённой оценки соответствующего критического напряжения, которое мы обозначим через $\sigma_{кр\text{ об закл}}$, представим участок обшивки между заклёпками как изолированную балку, шарнирно опертую по концам. Ширина балки принимается равной диаметру заклёпки d .

При упругой работе конструкции критические напряжения определяются формулой Эйлера

$$\sigma_{кр\text{ об закл}}^0 = c \frac{\pi^2 EI}{l^2 F}. \quad (2.27)$$

Здесь F , I – площадь сечения выделенной полоски, l – её длина. Полоска имеет прямоугольное сечение с шириной d и толщиной δ , так что

$$F = d\delta;$$

$$I = \frac{d\delta^3}{12}.$$

Полагая $c = 1$, $l = t - d$, где t – шаг заклёпок, получим формулу

$$\sigma_{\text{кр об закл}}^0 = \frac{\pi^2 E \delta^2}{12(t-d)^2}. \quad (2.28)$$

Если найденная по этой формуле величина окажется больше $\sigma_{\text{шц}}$, то окончательное значение должно быть получено по формулам типа (2.17) или (2.19), как это делается при расчёте $\sigma_{\text{кр общ}}$.

Для нормальной работы конструкции необходимо соблюдать условие

$$\sigma_{\text{кр об закл}} \geq \max(\sigma_{\text{кр общ}}, \sigma_{\text{кр м}}).$$

2.4 Разрушающие напряжения для элементов, работающих на сдвиг

Для заклёпок и болтов, работающих на сдвиг, разрушающее касательное напряжение можно принимать равным

$$[\tau] = \tau_{\text{в}} = (0,6 \dots 0,65) \sigma_{\text{в}},$$

где $\tau_{\text{в}}$ – предел прочности материала при сдвиге.

Панель обшивки цилиндрического отсека при действии касательных напряжений теряет устойчивость с образованием наклонных волн (рисунок 2.9). Для удлинённой панели ($l \gg b$) критическое напряжение можно приближённо найти по формуле

$$\tau_{\text{кр}} = \frac{5E}{(b/\delta)^2} + \frac{0,1E\delta}{R}. \quad (2.29)$$

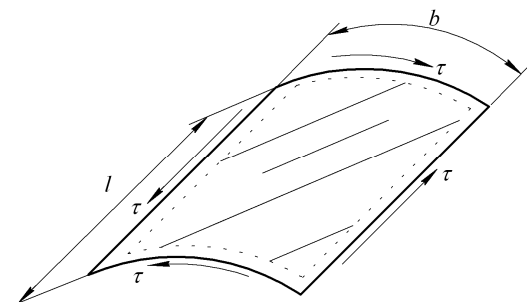


Рисунок 2.9 – Цилиндрическая панель обшивки при сдвиге

При совместном действии на панель сжатия и сдвига критическое сочетание напряжений определяется равенством

$$\frac{\sigma_{\text{кр}}}{\sigma_{0\text{кр}}} + \left(\frac{\tau_{\text{кр}}}{\tau_{0\text{кр}}} \right)^2 = 1. \quad (2.30)$$

Здесь $\sigma_{\text{кр}}$, $\tau_{\text{кр}}$ – критические

значения сжимающего нормального и касательного напряжений при совместном действии; $\sigma_{0кр}$, $\tau_{0кр}$ – критические напряжения при их раздельном действии, то есть определяемые формулами (2.26) и (2.30).

3 РАСЧЁТ ШПАНГОУТОВ

3.1 Назначение шпангоутов в конструкциях летательных аппаратов

Шпангоутами называют поперечные подкрепляющие элементы отсеков летательных аппаратов. По своему назначению шпангоуты можно разделить на силовые, стыковые и нормальные (рядовые). Силовые шпангоуты служат для передачи на корпус больших локальных и в том числе сосредоточенных нагрузок со стороны прикреплённых к ним агрегатов, опорных устройств и т.д. Стыковые шпангоуты предназначены для соединения двух смежных отсеков друг с другом. Сюда же можно отнести шпангоуты, устанавливаемые в месте сочленения днищ топливных баков с их обечайками. Стыковые шпангоуты часто бывают достаточно мощными и могут играть роль силовых. Наконец, нормальные или рядовые шпангоуты служат для сохранения формы поперечного сечения корпуса летательного аппарата, а также для повышения критических напряжений обшивки или стрингеров, что приводит к повышению несущей способности конструкции в целом.

В конструктивном отношении шпангоуты отличаются большим разнообразием. Некоторые характерные конструктивные схемы показаны на рисунке 3.1. В негерметичных отсеках силовые шпангоуты выполняют обычно клёпаными (рисунок 3.1, *а*). Для силовых шпангоутов топливных баков характерны сечения типа показанного на рисунке 3.1, *б*. На рисунке 3.1, *в*, *г* и 3.1, *д*, *е* представлены возможные варианты стыковых шпангоутов в негерметичном отсеке и в стыке днища с обечайкой бака. Нормальные шпангоуты обычно выполняют с помощью гнутья из тонкого листа (рисунок 3.1, *ж*).

Силовые шпангоуты можно рассматривать как замкнутые плоские рамы. Как известно, рама считается плоской, если в плоскости её осевой линии лежит одна из главных осей инерции поперечного сечения рамы. Мы ограничимся расчётом круговых шпангоутов, для которых осевая линия (т.е. линия, проходящая через центры тяжести поперечных сечений) есть окружность радиуса r . Будем предполагать, что размеры поперечного сечения шпангоута малы по сравнению с r . В таком случае можно считать, что все нагрузки прикладываются к осевой линии, и, кроме того, можно не делать различия между радиусом шпангоута и радиусом отсека.

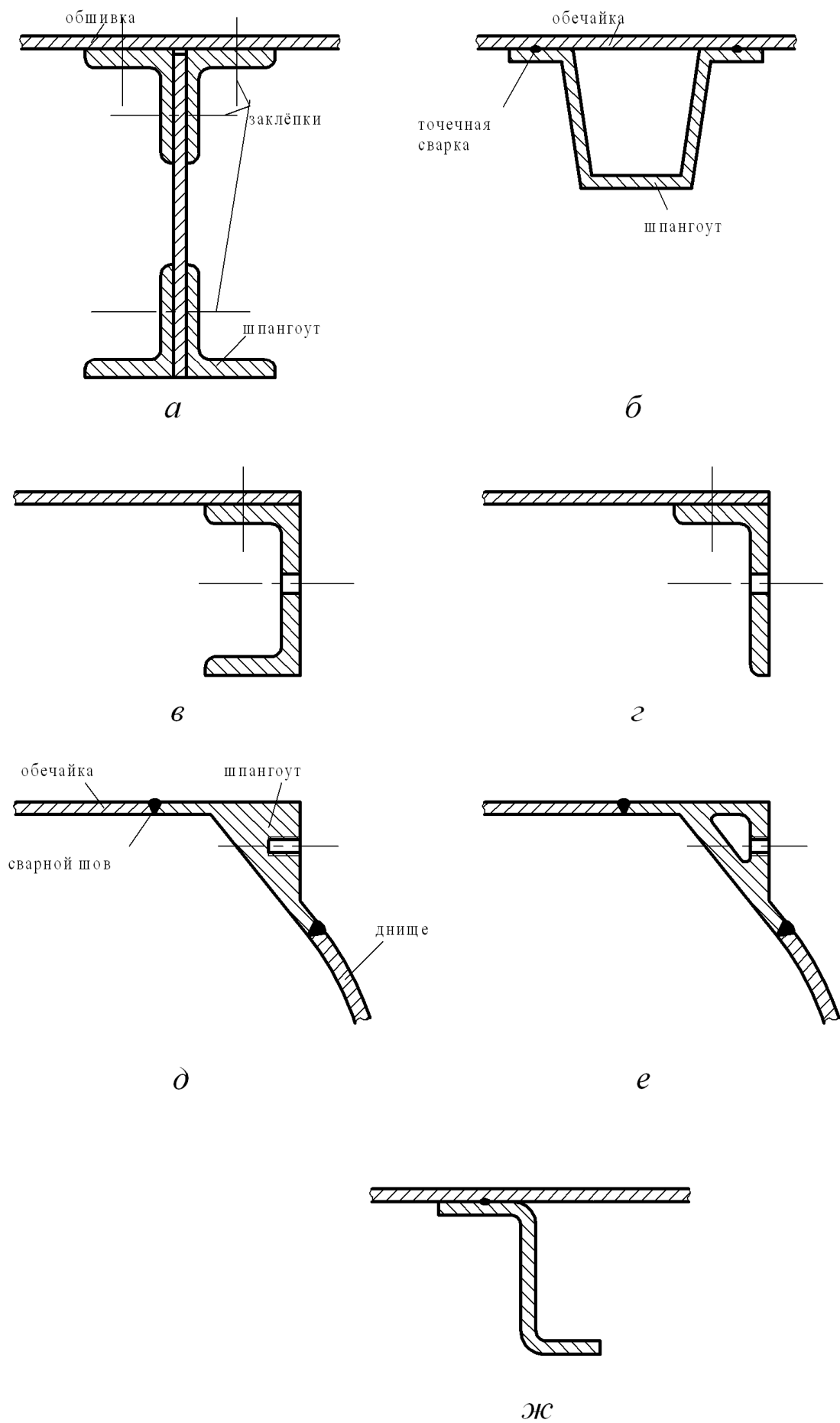


Рисунок 3.1 – Типовые конструктивные схемы шпангоутов

3.2 Уравновешивание шпангоута

Пусть к шпангоуту радиуса r приложена произвольная система сил, действующих в его плоскости (рисунок 3.2, *а*). Помимо этих сил на него действуют распределённые силы взаимодействия с обшивкой – касательные q_t и радиальные q_n (рисунок 3.2, *б*).

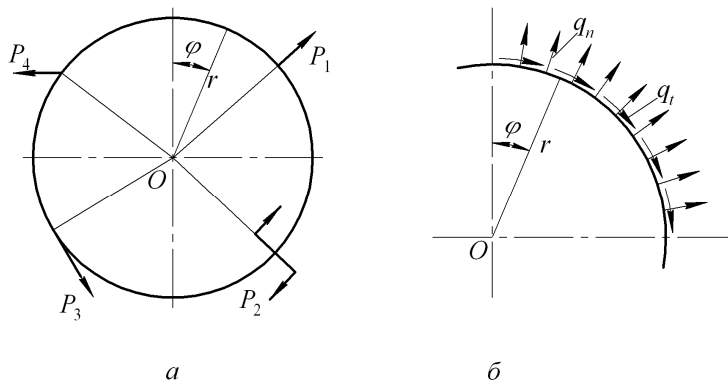


Рисунок 3.2 – Нагружение шпангоута произвольной системой сил (*а*) и силы, действующие на шпангоут со стороны обшивки (*б*)

Если обшивка достаточно тонкая, то её можно принять безмоментной. При этом реакция на шпангоут со стороны обшивки сведётся к потоку распределённых касательных сил $q_t(\varphi)$, а радиальные силы q_n будут отсутствовать. Закон изменения $q_t(\varphi)$ можно искать в виде разложения в тригонометрический ряд по угловой координате:

$$q_t(\varphi) = a_0 + a_1 \cos \varphi + b_1 \sin \varphi + \sum_{m=2}^{\infty} a_m \cos m\varphi + \sum_{m=2}^{\infty} b_m \sin m\varphi, \quad (3.1)$$

где a_m, b_m – некоторые коэффициенты.

Для их определения следует прежде всего воспользоваться уравнениями равновесия шпангоута. Нетрудно показать, что касательные силы, изменяющиеся по закону $\sin m\varphi$ или $\cos m\varphi$ при $m \geq 2$ являются самоуравновешенными, так что коэффициенты a_m, b_m при $m \geq 2$ в уравнения равновесия не войдут. Они могут быть найдены из условия совместности деформаций шпангоута и обшивки. Исследования показывают, что если шпангоут имеет большую жёсткость, то последние два слагаемых в (3.1) невелики, то есть в этом случае для $q_t(\varphi)$ можно принять закон

$$q_t(\varphi) = a_0 + a_1 \cos \varphi + b_1 \sin \varphi, \quad (3.2)$$

где коэффициенты a_0, a_1 и b_1 определяются из условий равновесия шпангоута. Отыскание этих коэффициентов называют уравновешиванием шпангоута.

Переходя к определению коэффициентов разложения (3.2), отнесём шпангоут к системе координат x, y, z , начало O которой поместим в центре шпангоута. Пусть P_x, P_y, M_z – суммы проекций всех внешних сил (без учёта q_t) на оси x, y и момент этих сил относительно точки O . Считая, что погонные касательные силы $q_t(\varphi)$ направлены в сторону возрастания угла φ , запишем условие равновесия шпангоута в проекции на ось x (рисунок 3.3):

$$P_x + \int_0^{2\pi} q_t(\varphi) \cos \varphi r d\varphi = 0.$$

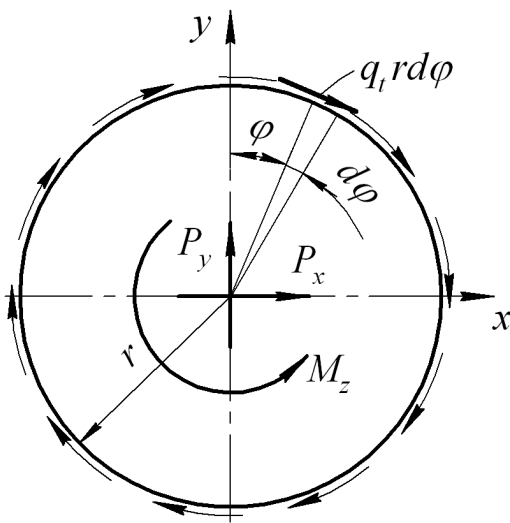


Рисунок 3.3 – К уравновешиванию шпангоута

Подставляя сюда (3.2), получаем

$$r \int_0^{2\pi} (a_0 + a_1 \cos \varphi + b_1 \sin \varphi) \cos \varphi d\varphi = -P_x,$$

откуда после интегрирования находим

$$a_1 = -\frac{P_x}{\pi r}. \quad (3.3)$$

Отсюда следует, что погонные касательные усилия, изменяющиеся по закону $q_t(\varphi) = a_1 \cos \varphi$, служат для уравновешивания шпангоута в направлении оси x .

Рассматривая аналогичным образом равновесие шпангоута в направлении оси y , устанавливаем, что

$$b_1 = \frac{P_y}{\pi r}. \quad (3.4)$$

Это означает, что касательные усилия, изменяющиеся по закону $q_t(\varphi) = b_1 \sin \varphi$, уравновешивают шпангоут в направлении оси y .

Наконец, запишем условие равенства нулю моментов всех сил, действующих на шпангоут, относительно точки O :

$$M_z - \int_0^{2\pi} q_t(\varphi) r^2 d\varphi = 0.$$

После подстановки сюда выражения (3.2) и интегрирования получаем

$$a_0 = \frac{M_z}{2\pi r^2}. \quad (3.5)$$

Таким образом, постоянное погонное касательное усилие $q_t(\varphi) = a_0$ возникает в случае, когда $M_z \neq 0$.

Итак, погонные касательные усилия $q_t(\varphi)$, действующие на жёсткий шпангоут со стороны обшивки, можно в общем случае представить в виде суммы трёх потоков, изменяющихся по законам $\sin \varphi$, $\cos \varphi$ и постоянного (рисунок 3.4). Если система внешних сил, приложенных к шпангоуту, является самоуравновешенной по направлению осей x или y или в отношении моментов относительно центра шпангоута, то соответствующая составляющая потока касательных сил будет отсутствовать.

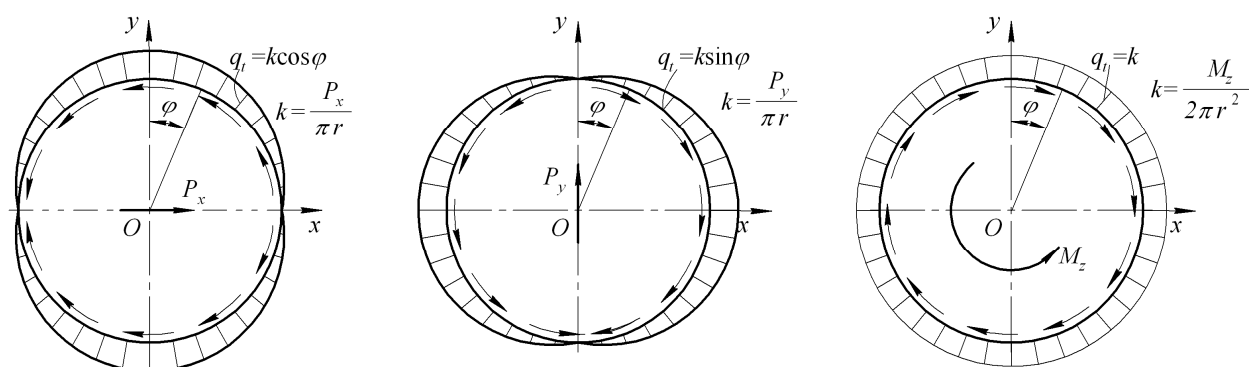


Рисунок 3.4 – Уравновешивание шпангоута в частных случаях (показаны истинные направления q_t)

Отметим, что предположение о справедливости закона (3.2) равносильно допущению о том, что шпангоут передаёт на обшивку приложенные к нему нагрузки в виде погонных усилий, которые распределяются по окружности по такому же закону, по какому распределяются касательные усилия в сечениях отсека при его изгибе и кручении (то есть в соответствии с балочной теорией расчёта тонкостенных конструкций).

Уравновесив шпангоут, можно добавить $q_t(\varphi)$ к внешним силам и рассматривать шпангоут как изолированную круглую раму, нагруженную сосредоточенными и распределёнными силами.

3.3 Дифференциальные уравнения равновесия кругового кольца

При деформировании шпангоута в своей плоскости в его сечениях возникают осевая сила N , перерезывающая сила Q и изгибающий момент M .

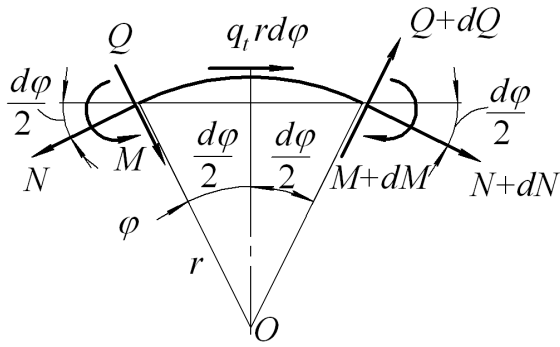


Рисунок 3.5 – Бесконечно малый элемент кольца

Их положительные направления, примем в соответствии с рисунком 3.5. Положительными считаются растягивающая осевая сила N и такая сила Q , которая стремится повернуть бесконечно малый элемент кольца против направления возрастания угла φ . При действии положительного изгибающего момента наружные волокна растянуты, а внутренние сжаты (положительный изгибающий момент "увеличивает кривизну кольца"). Внутренние силовые факторы связаны между собой дифференциальными уравнениями равновесия. Полагая $\sin \frac{d\varphi}{2} = \frac{d\varphi}{2}$; $\cos \frac{d\varphi}{2} = 1$, запишем условие равновесия сил, действующих на бесконечно малый элемент в проекции на его хорду (см. рисунок 3.5):

$$N + dN - N + (Q + dQ) \frac{d\varphi}{2} + Q \frac{d\varphi}{2} + q_t r d\varphi = 0.$$

Приведя подобные члены и отбросив бесконечно малую второго порядка, после деления на $d\varphi$ получим равенство

$$\frac{dN}{d\varphi} + Q r q_t = 0. \quad (3.6)$$

Проектируя далее все силы на направление, перпендикулярное хорде, будем иметь

$$Q + dQ - Q - (N + dN) \frac{d\varphi}{2} - N \frac{d\varphi}{2} = 0,$$

откуда следует второе дифференциальное уравнение равновесия:

$$N = \frac{dQ}{d\varphi}. \quad (3.7)$$

Составим, наконец, сумму моментов всех сил относительно точки O :

$$M + dM - M + (N + dN) r - N r + q_t r d\varphi \cdot r = 0.$$

Приведение подобных членов и отбрасывание малой второго порядка позволяет получить после деления на $r d\varphi$ равенство

$$\frac{1}{r} \frac{dM}{d\varphi} + \frac{dN}{d\varphi} + r q_t = 0.$$

Но из уравнения (3.6) следует, что

$$\frac{dN}{d\varphi} + r q_t = -Q,$$

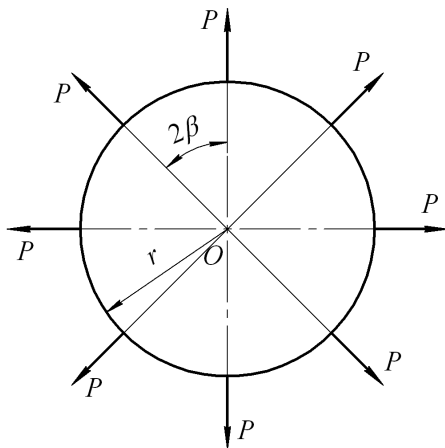
и мы приходим к соотношению

$$Q = \frac{1}{r} \frac{dM}{d\varphi}. \quad (3.8)$$

При известной зависимости $M(\varphi)$ последнее равенство даёт возможность найти $Q(\varphi)$, а из (3.7) можно определить затем и $N(\varphi)$.

3.4 Расчёт шпангоута, нагруженного системой равных радиальных сил

Переходя к определению внутренних силовых факторов в сечениях шпангоута, начнём с одного частного, но важного для практических приложений случая действия на шпангоут нескольких равных радиальных сил P , приложенных на равных расстояниях друг от друга (рисунок 3.6). Так как нагрузка является самоуравновешенной, то в этом случае $q_t = 0$.



Обозначим через 2β угловое расстояние между точками приложения двух соседних сил, так что $2\beta = 2\pi/n$, где n – число сил. Таким образом,

$$\beta = \frac{\pi}{n}. \quad (3.9)$$

Рисунок 3.6 – Шпангоут под действием системы равных радиальных сил

Выделим участок шпангоута с углом раствора 2β с приложенной посередине силой, как показано на рисунке 3.7. В крайних сечениях участка возникают лишь осевая сила N_0 и изгибающий момент M_0 . Перерезывающая сила здесь отсутствует в силу циклической симметрии нагружения.

Величину N_0 найдём, составив уравнение равновесия выделенного участка в направлении действия силы P :

$$P - 2N_0 \sin \beta = 0.$$

Отсюда имеем

$$N_0 = \frac{P}{2 \sin \beta}. \quad (3.10)$$

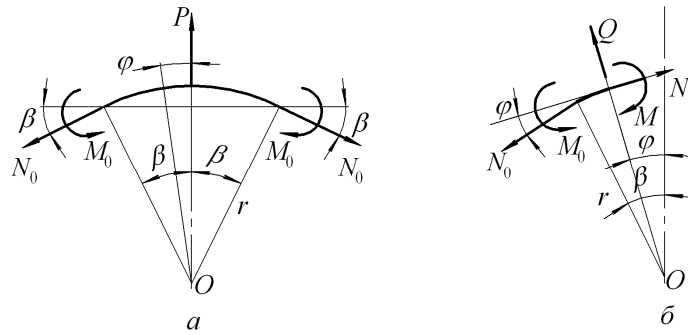


Рисунок 3.7 – Силы и моменты в сечениях шпангоута

Что касается момента M_0 , то его из уравнения равновесия найти нельзя: задача является статически неопределимой. Прежде чем перейти к отысканию M_0 , рассмотрим силовые факторы в произвольном сечении, положение которого определим углом φ (см. рисунок 3.7). В этом сечении действует осевая сила N , перерезывающая сила Q и изгибающий момент M . Выразим их через N_0 и M_0 , воспользовавшись уравнениями равновесия участка шпангоута с углом раствора φ , показанного на рисунке 3.7, б. Условия равновесия этого участка в направлениях действия N и Q дают соотношения

$$N = N_0 \cos \varphi; \quad Q = N_0 \sin \varphi,$$

а равенство нулю моментов относительно точки O приводит к выражению

$$M = M_0 + r(N_0 - N).$$

С учётом (3.10) получаем отсюда зависимости

$$N = \frac{P}{2 \sin \beta} \cos \varphi; \quad Q = \frac{P}{2 \sin \beta} \sin \varphi; \quad (3.11)$$

$$M = M_0 + \frac{Pr}{2 \sin \beta} (1 - \cos \varphi). \quad (3.12)$$

Для отыскания M_0 воспользуемся началом наименьшей работы. В соответствии с ним величина M_0 должна минимизировать потенциальную энергию деформации шпангоута U .

В случае изгиба плоской рамы потенциальная энергия деформации вычисляется по формуле

$$U = \int_l \frac{M^2}{2EI} ds,$$

где M – изгибающий момент; EI – изгибная жёсткость; интегрирование ведётся по всей длине рамы l . Применительно к нашему случаю можно записать, полагая $ds = r d\varphi$,

$$U = 2n \int_0^{\beta} \frac{M^2}{2EI} r d\varphi, \quad (3.13)$$

где в силу симметрии интегрирование выполняется лишь по участку шпангоута $0 \leq \varphi \leq \beta$, а результат умножается на число таких участков, равное $2n$. Принимая жёсткость шпангоута постоянной, получаем для U выражение

$$U = \frac{nr}{EI} \int_0^{\beta} M^2 d\varphi.$$

После подстановки сюда (3.12) имеем

$$U = \frac{nr}{EI} \int_0^{\beta} \left[M_0 + \frac{Pr}{2\sin\beta} (1 - \cos\varphi) \right]^2 d\varphi.$$

Приравнявая нулю производную $\frac{dU}{dM_0}$, получаем равенство

$$\frac{dU}{dM_0} = \frac{nr}{EI} \int_0^{\beta} 2 \left[M_0 + \frac{Pr}{2\sin\beta} (1 - \cos\varphi) \right] d\varphi = 0,$$

из которого находим

$$M_0 = -\frac{Pr}{2\sin\beta} \left(1 - \frac{\sin\beta}{\beta} \right).$$

Подстановка этого значения в (3.12) даёт зависимость

$$M(\varphi) = \frac{Pr}{2\sin\beta} \left(\frac{\sin\beta}{\beta} - \cos\varphi \right). \quad (3.14)$$

Найдём ещё радиальное перемещение Δ_r сечения шпангоута, в котором приложена сила P . Воспользуемся для этого условием $A = U$, где A – работа сил P при деформации шпангоута. Работа, совершаемая одной силой, равна по теореме Клапейрона $\frac{1}{2} P \Delta_r$, а для всех сил будем иметь

$$A = \frac{n}{2} P \Delta_r. \quad (3.15)$$

Потенциальную энергию деформации подсчитаем по формуле (3.13) с учётом (3.14):

$$U = \frac{nr}{EI} \int_0^{\beta} \frac{P^2 r^2}{4\sin^2\beta} \left(\frac{\sin\beta}{\beta} - \cos\varphi \right)^2 d\varphi.$$

После интегрирования находим

$$U = \frac{nP^2 r^3}{8EI \sin \beta} \left(\cos \beta + \frac{\beta}{\sin \beta} - 2 \frac{\sin \beta}{\beta} \right). \quad (3.16)$$

Сравнивая (3.15) и (3.16), придём к расчётной формуле

$$\Delta_p = \frac{Pr^3}{4EI \sin \beta} \left(\cos \beta + \frac{\beta}{\sin \beta} - 2 \frac{\sin \beta}{\beta} \right). \quad (3.17)$$

В заключение рассмотрим частный случай действия на шпангоут двух равных и противоположно направленных сил, приложенных по концам диаметра, то есть случай $n = 2$. При этом $\beta = \pi/2$, и по формулам (3.11), (3.14) имеем для $0 \leq \varphi \leq \pi/2$

$$N = \frac{P}{2} \cos \varphi; \quad Q = \frac{P}{2} \sin \varphi;$$

$$M = \frac{Pr}{\pi} \left(1 - \frac{\pi}{2} \cos \varphi \right).$$

Эпюры N , Q , M для этого случая показаны на рисунке 3.8.

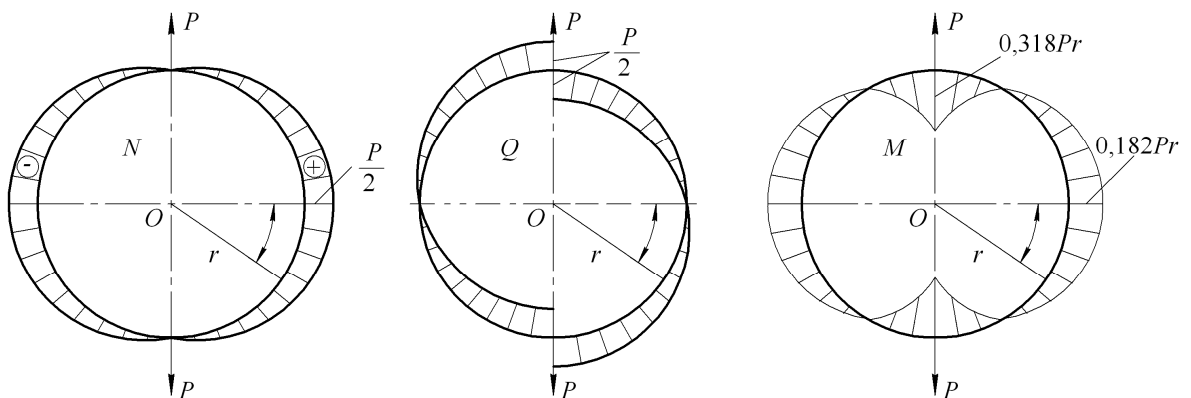


Рисунок 3.8 – Распределение N , Q , M при действии на шпангоут двух равных радиальных сил

Радиальное перемещение точки приложения силы вычисляется согласно (3.17). Взаимное смещение Δ точек приложения сил будет

$$\Delta = 2\Delta_p = \frac{Pr^3}{2EI} \left(\frac{\pi}{2} - \frac{4}{\pi} \right) = 0,149 \frac{Pr^3}{EI}.$$

3.5 Расчёт шпангоута на действие радиальной силы

Рассмотрим далее шпангоут радиуса r , нагруженный сосредоточенной радиальной силой P (рисунок 3.9, а). Угол φ будем отсчитывать от точки, диаметрально противоположной точке приложения силы P . Уравновешивание шпангоута осуществляется погонными касательными силами

$q_t(\varphi) = k \sin \varphi$. Коэффициент k на основании равенства (3.4) имеет значение $k = -P/(\pi r)$, так что в рассматриваемом случае

$$q_t(\varphi) = -\frac{P}{\pi r} \sin \varphi. \quad (3.18)$$

Шпангоут представляет собой трижды статически неопределимую круговую раму. Следуя методу сил, образуем эквивалентную статически определимую систему, разрезав шпангоут в сечении $\varphi = 0$. Силовые факторы в этом сечении, обозначенные на рисунке 3.9, б через X_1 , X_2 и X_3 , выступают в качестве "лишних" неизвестных.

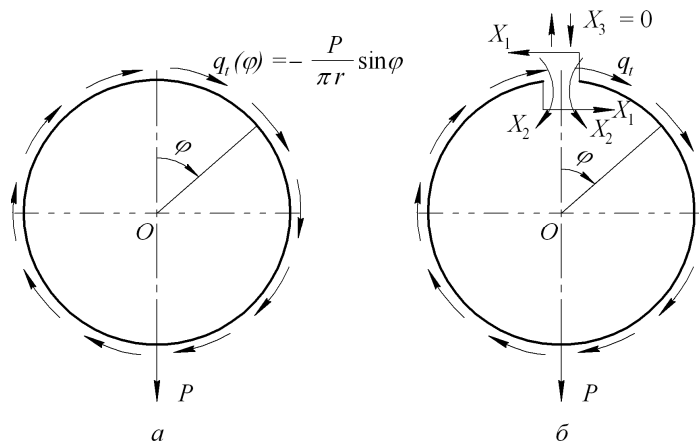


Рисунок 3.9 – Шпангоут, нагруженный радиальной силой (а), основная система (б)

Так как нагрузка симметрична относительно вертикальной оси, напряженно-деформированное состояние шпангоута также должно быть симметричным относительно этой оси. Отсюда следует, что неизвестная X_3 должна заведомо равняться нулю, поскольку деформация шпангоута, вызываемая ею, обратно-симметрична по отношению к вертикальной оси. Таким образом, отысканию подлежат лишь неизвестные X_1 и X_2 , которые определяются из канонических уравнений метода сил:

$$\begin{aligned} \Delta_{10} + \delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 &= 0; \\ \Delta_{20} + \delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 &= 0. \end{aligned} \quad (3.19)$$

Физический смысл этих уравнений состоит в требовании, чтобы перемещения в направлении устранённых связей равнялись нулю. В данном случае должны отсутствовать взаимное смещение и взаимный угол поворота сечений в месте разреза. Слагаемые Δ_{10} и Δ_{20} представляют собой перемещения от внешней нагрузки в направлении X_1 и X_2 , а δ_{ij} есть перемещение в

направлении силы X_i от единичной силы, приложенной в направлении X_j .
 Перемещения находим согласно формуле Мора для плоской рамы:

$$\Delta_{i0} = \int_i \frac{M_0 \bar{M}_i}{EI} ds; \quad \delta_{ij} = \int_i \frac{\bar{M}_i \bar{M}_j}{EI} ds.$$

где EI – изгибная жёсткость в плоскости шпангоута; M_0 – изгибающий момент в основной системе от внешних сил; \bar{M}_i, \bar{M}_j – изгибающие моменты соответственно в i -й и j -й единичных системах (то есть от действия единичных сил, совпадающих по направлению с X_i или X_j). Интегралы берутся по всей длине рамы. Переходя к интегрированию по угловой координате посредством соотношения $ds = r d\varphi$ и считая жёсткость шпангоута постоянной, получаем выражения

$$\Delta_{i0} = \frac{2r}{EI} \int_0^\pi M_0 \bar{M}_i d\varphi; \quad \delta_{ij} = \frac{2r}{EI} \int_0^\pi \bar{M}_i \bar{M}_j d\varphi. \quad (3.20)$$

По соображениям симметрии интегрирование здесь выполняется лишь в пределах от 0 до π , а результаты удваиваются.

Единичные системы и соответствующие значения изгибающих моментов представлены на рисунке 3.10. Коэффициенты δ_{ij} оказываются равными

$$\begin{aligned} \delta_{11} &= \frac{2r}{EI} \int_0^\pi \bar{M}_1^2 d\varphi = \frac{2r}{EI} \int_0^\pi r^2 (1 - \cos \varphi)^2 d\varphi = \frac{3\pi r^3}{EI}; \\ \delta_{22} &= \frac{2r}{EI} \int_0^\pi \bar{M}_2^2 d\varphi = \frac{2r}{EI} \int_0^\pi d\varphi = \frac{2\pi r}{EI}; \\ \delta_{12} = \delta_{21} &= \frac{2r}{EI} \int_0^\pi \bar{M}_1 \bar{M}_2 d\varphi = \frac{2r}{EI} \int_0^\pi r (1 - \cos \varphi) d\varphi = \frac{2\pi r^2}{EI}. \end{aligned} \quad (3.21)$$

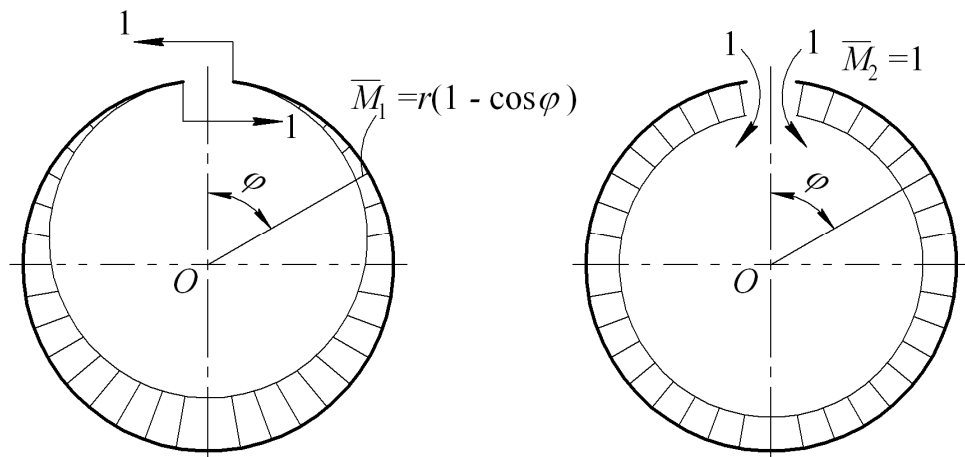


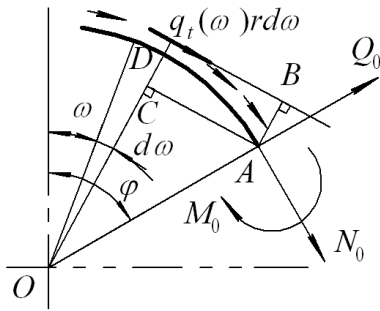
Рисунок 3.10 – Изгибающие моменты в единичных системах

Для вычисления изгибающего момента $M_0(\varphi)$ рассмотрим равновесие участка шпангоута с центральным углом φ (рисунок 3.11). Воспользуемся условием равновесия моментов всех сил относительно точки A . Для нахождения момента касательных сил выделим бесконечно малый участок с центральным углом $d\omega$, положение которого определим углом ω . Интенсивность $q_t(\omega)$ касательных сил на этом малом участке определяется зависимостью (3.18), в которую вместо φ следует подставить переменную ω :

$$q_t(\omega) = -\frac{P}{\pi r} \sin \omega. \quad (3.22)$$

Относительно точки A элементарная сила $q_t(\omega)rd\omega$ создаёт момент $-hq_t(\omega)rd\omega$, где h – плечо силы, равное отрезку AB . Из рисунка 3.11 можно видеть, что

$$h = OD - OC = r - r \cos(\varphi - \omega) = r[1 - \cos(\varphi - \omega)]. \quad (3.23)$$



Интегрирование по углу ω в пределах от 0 до φ , даёт соотношение

$$M_0(\varphi) = -r \int_0^{\varphi} h q_t(\omega) d\omega. \quad (3.24)$$

Подставив сюда выражения

Рисунок 3.11 – К определению $M_0(\varphi)$ (3.22) и (3.23), вычисляем

$$\begin{aligned} M_0(\varphi) &= \frac{Pr}{\pi} \int_0^{\varphi} [1 - \cos(\varphi - \omega)] \sin \omega d\omega = \\ &= \frac{Pr}{\pi} \left(\int_0^{\varphi} 1 - \cos \varphi \cos \omega - \sin \varphi \sin \omega \right) \sin \omega d\omega = \\ &= \frac{Pr}{\pi} \left(\int_0^{\varphi} \sin \omega d\omega - \frac{\cos \varphi}{2} \int_0^{\varphi} \sin 2\omega d\omega - \sin \varphi \int_0^{\varphi} \frac{1 - \cos 2\omega}{2} d\omega \right). \end{aligned}$$

Выполнив интегрирование, после простых преобразований приходим к зависимости

$$M_0(\varphi) = \frac{Pr}{\pi} \left(1 - \cos \varphi - \frac{1}{2} \varphi \sin \varphi \right). \quad (3.25)$$

Она справедлива при углах $-\pi \leq \varphi \leq \pi$, причём в силу чётности функции (3.25) $M_0(-\varphi) = M_0(\varphi)$, как это и следует из соображений симметрии.

В соответствии с (3.20) вычисляем далее коэффициенты Δ_{i0} ($i=1, 2$):

$$\begin{aligned}\Delta_{10} &= \frac{2r}{EI} \int_0^\pi \frac{Pr}{\pi} \left(1 - \cos \varphi - \frac{1}{2} \varphi \sin \varphi \right) r (1 - \cos \varphi) d\varphi = \frac{7 Pr^3}{4 EI}; \\ \Delta_{20} &= \frac{2r}{EI} \int_0^\pi \frac{Pr}{\pi} \left(1 - \cos \varphi - \frac{1}{2} \varphi \sin \varphi \right) d\varphi = \frac{Pr^2}{EI}.\end{aligned}\quad (3.26)$$

Теперь система уравнений (3.19) после умножения на EI принимает вид

$$\begin{aligned}3\pi r^3 X_1 + 2\pi r^2 X_2 &= -\frac{7}{4} Pr^3; \\ 2\pi r^2 X_1 + 2\pi r X_2 &= -Pr^2.\end{aligned}$$

Решение системы даёт следующие значения X_1, X_2 :

$$X_1 = -\frac{3P}{4\pi}; \quad X_2 = \frac{Pr}{4\pi}.\quad (3.27)$$

Наконец, находим закон изменения изгибающего момента:

$$\begin{aligned}M(\varphi) &= M_0(\varphi) + X_1 \bar{M}_1(\varphi) + X_2 \bar{M}_2(\varphi) = \\ &= \frac{Pr}{\pi} \left(1 - \cos \varphi - \frac{1}{2} \varphi \sin \varphi \right) - \frac{P}{4\pi} r (1 - \cos \varphi) + \frac{Pr}{4\pi}.\end{aligned}$$

Отсюда окончательно будем иметь

$$M(\varphi) = \frac{Pr}{2\pi} \left(1 - \frac{1}{2} \cos \varphi - \varphi \sin \varphi \right).\quad (3.28)$$

Далее согласно (3.8) и (3.7) вычисляем Q и N :

$$Q(\varphi) = \frac{1}{r} \frac{dM}{d\varphi} = -\frac{P}{2\pi} \left(\varphi \cos \varphi + \frac{1}{2} \sin \varphi \right);\quad (3.29)$$

$$N(\varphi) = \frac{dQ}{d\varphi} = -\frac{P}{2\pi} \left(\frac{3}{2} \cos \varphi - \varphi \sin \varphi \right).\quad (3.30)$$

Полученные формулы удобно представить в виде

$$\begin{bmatrix} M(\varphi) \\ Q(\varphi) \\ N(\varphi) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} rk_M^P(\varphi) \\ k_Q^P(\varphi) \\ k_N^P(\varphi) \end{bmatrix} P,\quad (3.31)$$

где безразмерные функции угла φ определяются соотношениями

$$k_M^P(\varphi) = \frac{1}{2\pi} \left(1 - \frac{1}{2} \cos \varphi - \varphi \sin \varphi \right);$$

$$k_Q^P(\varphi) = -\frac{1}{2\pi} \left(\varphi \cos \varphi + \frac{1}{2} \sin \varphi \right);$$

$$k_N^P(\varphi) = -\frac{1}{2\pi} \left(\frac{3}{2} \cos \varphi - \varphi \sin \varphi \right). \quad (3.32)$$

Подчеркнём, что выражения (3.28)...(3.30) и (3.32) справедливы при $-\pi \leq \varphi \leq \pi$.

3.6 Расчёт шпангоута на действие сосредоточенной касательной силы и на действие сосредоточенного момента

Рассмотрим далее действие на шпангоут сосредоточенной силы T , касательной к его осевой линии (рисунок 3.12, а). Согласно (3.2), (3.3), (3.5) уравновешивание шпангоута осуществляется погонными касательными силами, изменяющимися по закону

$$q_t(\varphi) = \frac{T}{\pi r} \cos \varphi - \frac{Tr}{2\pi r^2} = \frac{T}{2\pi r} (2 \cos \varphi - 1). \quad (3.33)$$

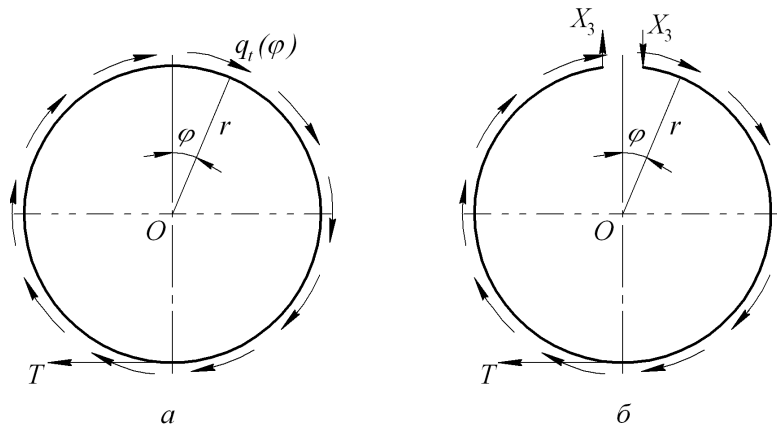


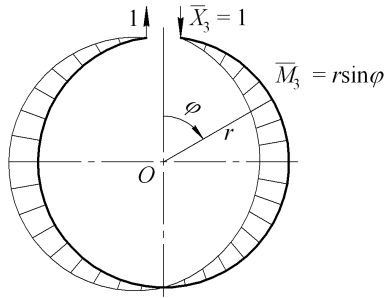
Рисунок 3.12 – Шпангоут под действием сосредоточенной касательной силы T

В этом случае нагрузка обратно-симметрична относительно вертикальной оси. Если при выборе основной системы сделать разрез в точке $\varphi = 0$ лежащей на этой оси, то симметричные неизвестные X_1 и X_2 будут заведомо равны нулю. Отличной от нуля окажется единственная неизвестная X_3 (рисунок 3.12, б), для определения которой имеем уравнение

$$\Delta_{30} + \delta_{33} X_3 = 0. \quad (3.34)$$

Единичная система, в которой действуют две силы $\bar{X}_3 = 1$, показана на рисунке 3.13. Коэффициент δ_{33} согласно (3.20) будет

$$\delta_{33} = \frac{2r}{EI} \int_0^\pi \bar{M}_3^2 d\varphi = \frac{2r}{EI} \int_0^\pi r^2 \sin^2 \varphi d\varphi = \frac{\pi r^3}{EI}. \quad (3.35)$$



**Рисунок 3.13 – Единичная система при
обратно-симметричном нагружении
шпангоута**

Зависимость $M_0(\varphi)$ найдём по формуле (3.24), подставляя в неё выражение (3.23) для h , а также вытекающее из (3.33) соотношение

$$q_t(\omega) = \frac{T}{2\pi r}(2\cos\varphi - 1).$$

Тогда

$$M_0(\varphi) = \frac{Tr}{2\pi} \int_0^\varphi [1 - \cos(\varphi - \omega)](1 - 2\cos\varphi) d\omega.$$

Выполнив интегрирование, можно прийти к выражению

$$M_0(\varphi) = \frac{Tr}{2\pi}(\varphi + \varphi\cos\varphi - 2\sin\varphi). \quad (3.36)$$

Далее находим Δ_{30} согласно (3.20):

$$\begin{aligned} \Delta_{30} &= \frac{2r}{EI} \int_0^\pi M_0 \bar{M}_3 d\varphi = \\ &= \frac{2r}{EI} \int_0^\pi \frac{Tr}{2\pi} (\varphi + \varphi\cos\varphi - 2\sin\varphi) r \sin d\varphi = -\frac{Tr^3}{4EI}. \end{aligned} \quad (3.37)$$

Из уравнения (3.34) имеем теперь с учётом (3.35) и (3.37)

$$X_3 = -\frac{\Delta_{30}}{\delta_{33}} = \frac{T}{4\pi}.$$

По формуле

$$M(\varphi) = M_0(\varphi) + X_3 \bar{M}_3(\varphi)$$

находим изгибающий момент, а с помощью соотношений (3.8) и (3.7) – перерезывающую и осевую силы в сечениях шпангоута. Результаты могут быть представлены в виде

$$\begin{bmatrix} M(\varphi) \\ Q(\varphi) \\ N(\varphi) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} rk_M^T(\varphi) \\ k_Q^T(\varphi) \\ k_N^T(\varphi) \end{bmatrix} T, \quad (3.38)$$

где

$$k_M^T(\varphi) = \frac{1}{2\pi} \left(\varphi + \varphi\cos\varphi - \frac{3}{2}\sin\varphi \right);$$

$$k_Q^T(\varphi) = \frac{1}{2\pi} \left(1 - \varphi \sin \varphi - \frac{1}{2} \cos \varphi \right);$$

$$k_N^T(\varphi) = -\frac{1}{2\pi} \left(\varphi \cos \varphi + \frac{1}{2} \sin \varphi \right). \quad (3.39)$$

Эти выражения также применимы для $-\pi < \varphi < \pi$.

Рассмотрим, наконец, нагружение шпангоута сосредоточенным моментом H (рисунок 3.14, а). Уравновешивание здесь осуществляется постоянным потоком касательных усилий интенсивности

$$q_t(\varphi) = -\frac{H}{2\pi r^2}.$$

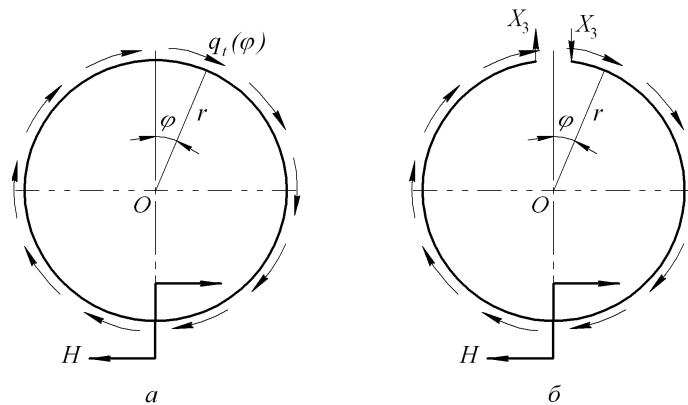


Рисунок 3.14 – Шпангоут под действием сосредоточенного момента

Нагрузка в этом случае, так же как и при действии силы T , является обратно-симметричной относительно вертикальной оси, так что дело снова сводится к отысканию единственной неизвестной X_3 (рисунок 3.14, б). Последовательность расчёта здесь та же, что и в предыдущем случае. Приведём основные результаты вычислений:

$$M_0(\varphi) = \frac{H}{2\pi} (\varphi - \sin \varphi);$$

$$\Delta_{30} = \frac{Hr^2}{2EI}; \quad X_3 = -\frac{H}{2\pi r}.$$

Выражения для внутренних силовых факторов при этом могут быть представлены в виде

$$\begin{bmatrix} M(\varphi) \\ Q(\varphi) \\ N(\varphi) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_M^H(\varphi) \\ \frac{1}{r} k_Q^H(\varphi) \\ \frac{1}{r} k_N^H(\varphi) \end{bmatrix} H, \quad (3.40)$$

где

$$k_M^H(\varphi) = \frac{1}{2\pi}(\varphi - 2\sin\varphi);$$

$$k_Q^H(\varphi) = \frac{1}{2\pi}(1 - 2\cos\varphi);$$

$$k_N^H(\varphi) = \frac{1}{\pi r}\sin\varphi. \quad (3.41)$$

3.7 Расчёт шпангоута при произвольном нагружении методом наложения

Располагая распределениями внутренних силовых факторов при действии элементарных нагрузок (радиальной силы P , касательной силы T и сосредоточенного момента H), решение для случая произвольного нагружения шпангоута сосредоточенными силами и моментами в его плоскости можно получить методом наложения (методом суперпозиции элементарных решений).

Пусть к шпангоуту в нескольких точках приложены сосредоточенные силы и моменты. На рисунке 3.15 показана одна из таких точек i , положение которой определено центральным углом α_i , отсчитываемым от некоторой произвольно выбранной точки C . Для общности принято, что в точке i действуют радиальная P_i , касательная T_i силы и момент H_i . Рассмотрим далее произвольное сечение A с углом ψ , который отсчитывается от той же точки C , и запишем значения внутренних силовых факторов, создаваемых в этом сечении упомянутыми силами и моментом.

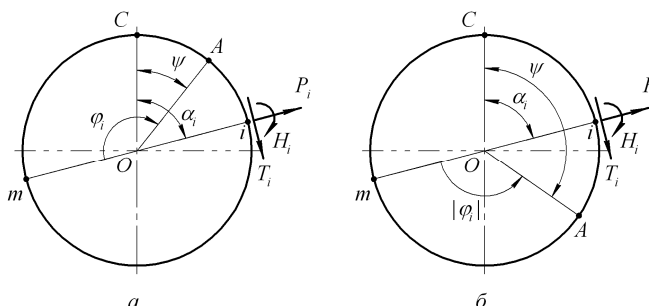


Рисунок 3.15 – К расчёту шпангоута методом наложения

Введём для этого угловое расстояние φ_i от точки m , диаметрально противоположной точке i , до рассматриваемого сечения с координатой ψ . Поскольку в полученных выше расчётных соотношениях угол φ по абсолютной величине не может превосходить π , необходимо различать два воз-

можных расположения рассматриваемого сечения A относительно точки i . Если $\psi < \alpha_i$, как показано на рисунке 3.15, a , то угол φ_i нужно определять по формуле

$$\varphi_i = \pi - (\alpha_i - \psi).$$

Если же окажется, что $\psi > \alpha_i$ (см. рисунок 3.15, b), то угол φ_i следует отсчитывать от точки m до точки A в отрицательном направлении. При этом $|\varphi_i| = \pi - (\psi - \alpha_i)$, то есть для такого случая будем иметь

$$\varphi_i = -\pi + (\psi - \alpha_i).$$

Обозначая теперь через $M_i(\psi)$, $Q_i(\psi)$ и $N_i(\psi)$ значения изгибающего момента, перерезывающей и осевой сил в сечении с углом ψ , которые возникают от сил, приложенных в точке i , можно с учётом полученных ранее элементарных решений записать следующее матричное соотношение:

$$\begin{bmatrix} M_i(\psi) \\ Q_i(\psi) \\ N_i(\psi) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} rk_M^P(\varphi_i) & rk_M^T(\varphi_i) & k_M^H(\varphi_i) \\ k_Q^P(\varphi_i) & k_Q^T(\varphi_i) & \frac{1}{r}k_Q^H(\varphi_i) \\ k_N^P(\varphi_i) & k_N^T(\varphi_i) & \frac{1}{r}k_N^H(\varphi_i) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_i \\ T_i \\ H_i \end{bmatrix}. \quad (3.42)$$

Входящие сюда безразмерные функции угла φ_i определяются по формулам (3.32), (3.38) и (3.41) с заменой в них аргумента φ на φ_i .

Суммируя теперь вклады всех внешних сил, получаем

$$\begin{bmatrix} M(\psi) \\ Q(\psi) \\ N(\psi) \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^n \begin{bmatrix} M_i(\psi) \\ Q_i(\psi) \\ N_i(\psi) \end{bmatrix}, \quad (3.43)$$

где n – общее число точек, в которых приложены силы.

3.8 Расчёт шпангоута с учётом его упругости

Полученные выше результаты справедливы в случае, когда шпангоут имеет весьма большую жёсткость. Как показывают исследования, шпангоут можно считать абсолютно жёстким, если параметр

$$\lambda = \frac{I}{\delta r^4} \quad (3.44)$$

имеет порядок 10^{-1} . Здесь I – момент инерции сечения шпангоута относительно центральной оси, перпендикулярной плоскости кольца; r – радиус

отсека; δ – толщина обшивки; l – расстояние между соседними шпангоутами. Для реальных конструкций параметр λ может иметь существенно меньшие значения – порядка $10^{-4} \dots 10^{-3}$. В этих случаях необходимо уточнить расчёт, принимая во внимание совместную работу шпангоута и обшивки.

Для погонных касательных сил, действующих на упругий шпангоут со стороны обшивки, примем теперь полное выражение (3.1):

$$q_t(\varphi) = a_0 + a_1 \cos \varphi + b_1 \sin \varphi + \sum_{m=2}^{\infty} a_m \cos m\varphi + \sum_{m=2}^{\infty} b_m \sin m\varphi.$$

Как уже говорилось, касательные силы, изменяющиеся по закону $a_m \cos m\varphi$ или $b_m \sin m\varphi$, являются при $m \geq 2$ самоуравновешенными. В соответствии с началом наименьшей работы будем искать коэффициенты a_m , b_m при $m \geq 2$ из условия минимума потенциальной энергии деформации отсека U , что эквивалентно условию совместности деформации шпангоута и обшивки.

Начнём с вычисления изгибающего момента в сечении шпангоута от действия погонных касательных сил, изменяющихся по закону $a_m \cos m\varphi$ или $b_m \sin m\varphi$. Воспользуемся для этого дифференциальными уравнениями равновесия кольца (3.6)...(3.8):

$$\frac{dN}{d\varphi} + Q + r q_t = 0; \quad N = \frac{dQ}{d\varphi}; \quad Q = \frac{1}{r} \frac{dM}{d\varphi}.$$

Из последних двух равенств следует, что

$$N = \frac{1}{r} \frac{d^2 M}{d\varphi^2},$$

а из первого получаем уравнение

$$\frac{d^3 M}{d\varphi^3} + \frac{dM}{d\varphi} = -r^2 q_t. \quad (3.45)$$

Если $q_t(\varphi)$ изменяется по закону $q_t(\varphi) = a_m \cos m\varphi$, то зависимость $M(\varphi)$ будет иметь вид $M(\varphi) = c_m \sin m\varphi$. Подстановка этих функций в (3.45) даёт значение

$$c_m = \frac{r^2 a_m}{m(m^2 - 1)}.$$

Аналогично, для $q_t(\varphi) = b_m \sin m\varphi$ следует принять $M(\varphi) = c_m \cos m\varphi$ и при этом получим

$$c_m = -\frac{r^2 b_m}{m(m^2 - 1)}.$$

Таким образом, в общем случае изгибающий момент будет представлен следующим выражением:

$$M(\varphi) = M^*(\varphi) + r^2 \left(\sum_{m=2}^{\infty} \frac{a_m}{m(m^2 - 1)} \sin m\varphi - \sum_{m=2}^{\infty} \frac{b_m}{m(m^2 - 1)} \cos m\varphi \right). \quad (3.46)$$

Здесь $M^*(\varphi)$ – изгибающий момент, найденный в предположении о том, что шпангоут является абсолютно жёстким и уравнивается касательными силами вида $q_t(\varphi) = a_0 + a_1 \cos \varphi + b_1 \sin \varphi$. Слагаемые в виде бесконечных рядов дают поправку, связанную с упругостью шпангоута.

С помощью дифференциальных соотношений могут быть получены и выражения для перерезывающей и осевой сил:

$$Q(\varphi) = \frac{1}{r} \frac{dM}{d\varphi} = Q^*(\varphi) + r \left(\sum_{m=2}^{\infty} \frac{a_m}{m^2 - 1} \cos m\varphi + \sum_{m=2}^{\infty} \frac{b_m}{m^2 - 1} \sin m\varphi \right); \quad (3.47)$$

$$N(\varphi) = \frac{dQ}{d\varphi} = N^*(\varphi) + r \left(-\sum_{m=2}^{\infty} \frac{ma_m}{m^2 - 1} \sin m\varphi + \sum_{m=2}^{\infty} \frac{mb_m}{m^2 - 1} \cos m\varphi \right). \quad (3.48)$$

Здесь $Q^*(\varphi)$ и $N^*(\varphi)$ – значения соответствующих сил для абсолютно жёсткого шпангоута.

Перейдём далее к напряжённому состоянию обшивки. Примем, что рассматриваемый шпангоут находится посередине цилиндрического отсека, ограниченного слева и справа двумя достаточно жёсткими шпангоутами (рисунок 3.16). Деформацией последних будем пренебрегать при вычислении

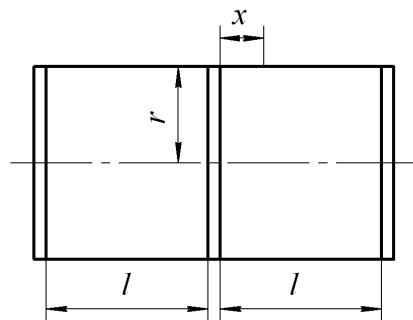


Рисунок 3.16 – Подкреплённый шпангоутом цилиндрический отсек

потенциальной энергии деформации.

Будем считать, что обшивка находится в безмоментном состоянии. Её напряжённое состояние характеризуется в таком случае погонными силами в срединной поверхности – осевой N_x , окружной N_φ и

касательной T (рисунок 3.17).

Из условия равновесия показанного на рисунке 3.17 элемента в проекции на нормаль следует, что

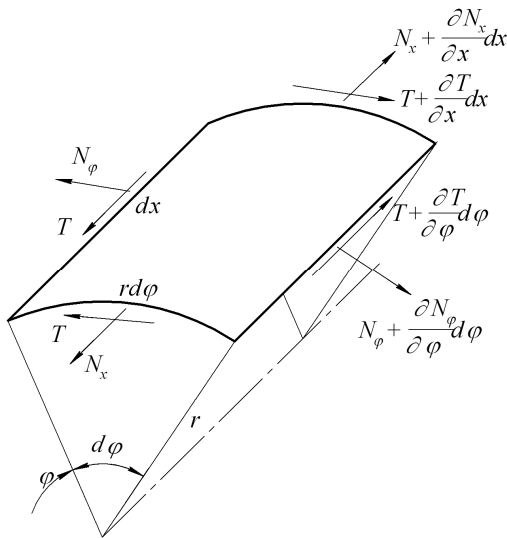
$$N_\varphi = 0.$$

Условие равновесия элемента в окружном направлении приводит тогда к равенству

$$\frac{\partial T}{\partial x} = 0,$$

откуда вытекает, что касательная сила не изменяется по длине отсека, а зависит только от угла φ :

$$T = T(\varphi).$$



Как говорилось ранее, на шпангоут со стороны обшивки действует погонная касательная сила $q_t(\varphi)$. Со стороны шпангоута на обшивку каждого из двух примыкающих к нему отсеков действует погонная сила, равная $\frac{1}{2}q_t(\varphi)$ (рисунок 3.18), откуда следует, что

$$T(\varphi) = \frac{1}{2}q_t(\varphi). \quad (3.49)$$

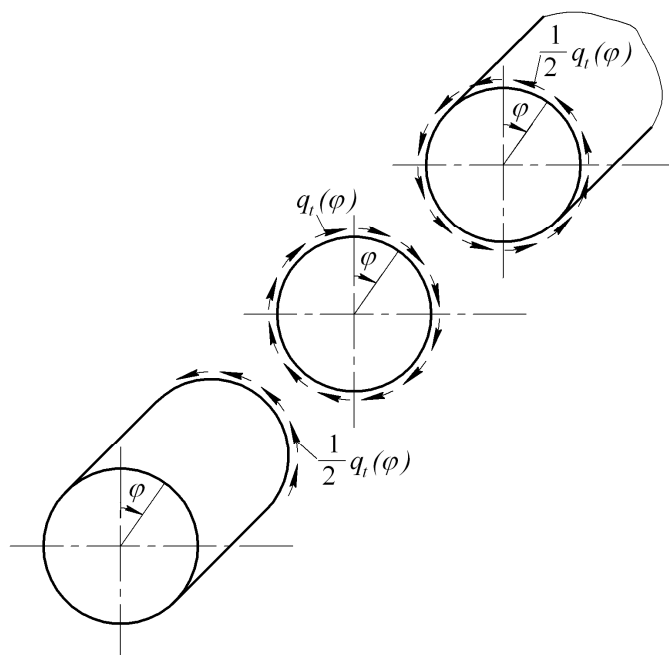


Рисунок 3.18 – Взаимодействие шпангоута с обшивкой

Далее, условие равновесия в продольном направлении показанного на рисунке 3.17 элемента обшивки приводит к равенству

$$\frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial \varphi} = 0.$$

С учётом (3.49) будем иметь отсюда

$$\frac{\partial N_x}{\partial x} = -\frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial \varphi} = -\frac{1}{2r} q'_t(\varphi),$$

так что

$$N_x(x, \varphi) = -\frac{x}{2r} q'_t(\varphi) + f(\varphi),$$

где $f(\varphi)$ – произвольная функция угла φ . Для её определения примем, что при $x=l$ погонная сила $N_x = 0$. В действительности нормальные напряжения от общего изгиба могут быть здесь отличны от нуля. Но эти напряжения, определяемые балочной теорией тонкостенных конструкций, не оказывают влияния на деформацию шпангоута, что и позволяет принять такое условие. Тогда

$$f(\varphi) = \frac{l}{2r} q'_t(\varphi),$$

и мы приходим к выражению

$$N_x(x, \varphi) = \frac{l-x}{2r} q'_t(\varphi). \quad (3.50)$$

Потенциальная энергия деформации системы является суммой вкладов шпангоута и двух отсеков обшивки:

$$U = \int_0^{2\pi} \frac{M^2}{2EI} r d\varphi + 2 \int_0^{2\pi} \int_0^l \left(\frac{N^2}{2E\delta} + \frac{T^2}{2G\delta} \right) r dx d\varphi,$$

где δ – толщина обшивки; E , G – нормальный модуль упругости и модуль сдвига материала.

Подставив в выражение для U соотношения (3.49), (3.50) и выполнив интегрирование по координате x , получим выражение (при $EI = \text{const}$, $\delta = \text{const}$)

$$U = \frac{r}{2EI} \int_0^{2\pi} M^2 d\varphi + \frac{rl}{4E\delta} \int_0^{2\pi} \left(\frac{l^2}{3r^2} q_t'^2 + \frac{E}{G} q_t^2 \right) d\varphi. \quad (3.51)$$

Под знаками интегралов здесь содержатся функции $M(\varphi)$, $q_t(\varphi)$, $q_t'(\varphi)$, зависящие от коэффициентов a_m , b_m . Тем самым потенциальная энер-

гия деформации представлена как функция этих коэффициентов. Необходимые условия минимума U

$$\frac{\partial U}{\partial a_m} = 0; \quad \frac{\partial U}{\partial b_m} = 0 \quad (m = 2, 3, \dots)$$

позволяют найти a_m , b_m , после чего по формулам (3.46)...(3.48) можно рассчитать изгибающий момент и силы в сечениях шпангоута. Опуская промежуточные выкладки, приведём выражения для a_m и b_m в общем случае произвольного нагружения шпангоута:

$$a_m = \frac{A_m}{D_m}; \quad b_m = \frac{B_m}{D_m}, \quad (3.52)$$

где

$$A_m = -\frac{m(m^2 - 1)}{\pi r^2} \int_0^{2\pi} M^* \sin m\varphi d\varphi; \quad (3.53)$$

$$B_m = \frac{m(m^2 - 1)}{\pi r^2} \int_0^{2\pi} M^* \cos m\varphi d\varphi; \quad (3.54)$$

$$D_m = 1 + \lambda m^2 (m^2 - 1)^2 \left(\frac{m^2 l^2}{6r^2} + \frac{E}{2G} \right). \quad (3.55)$$

Выражение для λ даётся формулой (3.44).

В частности, при действии элементарных воздействий – радиальной силы P , касательной силы T и сосредоточенного момента H – для внутренних силовых факторов снова можно получить формулы вида (3.31), (3.38) и (3.39), но входящие в них безразмерные функции угла φ будут содержать дополнительные слагаемые. Приведём расчётные формулы для этих функций, а также формулы для погонных касательных сил при действии элементарных нагрузок. В приведённых ниже выражениях через C_m обозначена величина

$$C_m = \frac{(-1)^m}{D_m} = \frac{(-1)^m}{1 + \lambda m^2 (m^2 - 1)^2 \left(\frac{m^2 l^2}{6r^2} + \frac{E}{2G} \right)}; \quad (3.56)$$

положительные значения $q_t(\varphi)$ соответствуют действию погонных касательных сил в направлении возрастания угла φ .

При действии силы P

$$\begin{aligned}
q_t(\varphi) &= -\frac{P}{\pi r} \sin \varphi + \frac{P}{\pi r} \sum_{m=2}^{\infty} m C_m \sin m\varphi; \\
k_M^P(\varphi) &= \frac{1}{2\pi} \left(1 - \frac{1}{2} \cos \varphi - \varphi \sin \varphi \right) - \frac{1}{\pi} \sum_{m=2}^{\infty} \frac{C_m}{m^2 - 1} \cos m\varphi; \\
k_Q^P(\varphi) &= -\frac{1}{2\pi} \left(\varphi \cos \varphi + \frac{1}{2} \sin \varphi \right) + \frac{1}{\pi} \sum_{m=2}^{\infty} \frac{m C_m}{m^2 - 1} \sin m\varphi; \\
k_N^P(\varphi) &= -\frac{1}{2\pi} \left(\frac{3}{2} \cos \varphi - \varphi \sin \varphi \right) + \frac{1}{\pi} \sum_{m=2}^{\infty} \frac{m^2 C_m}{m^2 - 1} \cos m\varphi.
\end{aligned} \tag{3.57}$$

При действии силы T

$$\begin{aligned}
q_t(\varphi) &= \frac{T}{2\pi r} (2 \cos \varphi - 1) - \frac{T}{\pi r} \sum_{m=2}^{\infty} C_m \cos m\varphi; \\
k_M^T(\varphi) &= \frac{1}{2\pi} \left(\varphi + \varphi \cos \varphi - \frac{3}{2} \sin \varphi \right) - \frac{1}{\pi} \sum_{m=2}^{\infty} \frac{C_m}{m(m^2 - 1)} \sin m\varphi; \\
k_Q^T(\varphi) &= \frac{1}{2\pi} \left(1 - \varphi \sin \varphi - \frac{1}{2} \cos \varphi \right) - \frac{1}{\pi} \sum_{m=2}^{\infty} \frac{C_m}{m^2 - 1} \cos m\varphi; \\
k_N^T(\varphi) &= -\frac{1}{2\pi} \left(\varphi \cos \varphi + \frac{1}{2} \sin \varphi \right) + \frac{1}{\pi} \sum_{m=2}^{\infty} \frac{m C_m}{m^2 - 1} \sin m\varphi.
\end{aligned} \tag{3.58}$$

При действии сосредоточенного момента H

$$\begin{aligned}
q_t(\varphi) &= -\frac{H}{2\pi r^2} + \frac{H}{\pi r^2} \sum_{m=2}^{\infty} (m^2 - 1) C_m \cos m\varphi; \\
k_M^H(\varphi) &= \frac{1}{\pi} \left(\frac{1}{2} \varphi - \sin \varphi \right) + \frac{1}{\pi} \sum_{m=2}^{\infty} \frac{C_m}{m} \sin m\varphi; \\
k_Q^H(\varphi) &= \frac{1}{\pi} \left(\frac{1}{2} - \cos \varphi \right) + \frac{1}{\pi} \sum_{m=2}^{\infty} C_m \cos m\varphi; \\
k_N^H(\varphi) &= \frac{1}{\pi} \sin \varphi - \frac{1}{\pi} \sum_{m=2}^{\infty} m C_m \sin m\varphi.
\end{aligned} \tag{3.59}$$

Если обшивка и шпангоут выполнены из различных материалов, а обшивка имеет продольные подкрепления в виде равноотстоящих стрингеров, то в формулах (3.55) и (3.56) в качестве λ следует вместо (3.44) брать величину

$$\lambda = \frac{E}{E_0} \frac{\Pi}{\delta r^4}, \tag{3.60}$$

а вместо $\frac{E}{2G}$ брать отношение $\frac{E_0}{2G}$, где

$$E_0 = E_{\text{обш}} \left(1 + \frac{n_{\text{стр}} F_{\text{стр}}}{2\pi r \delta} \right). \quad (3.61)$$

Здесь E – модуль упругости материала шпангоута; $E_{\text{обш}}$, G – нормальный модуль упругости и модуль сдвига обшивки; $F_{\text{стр}}$ – площадь сечения стрингера; $n_{\text{стр}}$ – количество стрингеров.

В случае нагружения шпангоута произвольной системой сосредоточенных сил и моментов можно снова обратиться к методу наложения. Соотношения (3.42) и (3.43) остаются в силе, только в качестве безразмерных функций аргумента φ следует использовать выражения (3.57)...(3.59).

Полученными соотношениями можно воспользоваться, когда необходимо выполнить проверочный расчёт шпангоута с известным сечением. Если же требуется подобрать сечение шпангоута на заданные внешние нагрузки, то при расчёте внутренних усилий возникает затруднение, связанное с тем, что параметр λ (3.44) или (3.60) неизвестен. В этом случае можно рассчитать сначала внутренние силы N^* , Q^* и M^* для абсолютно жёсткого шпангоута и на основании полученных данных выполнить предварительный подбор сечения. Схема подбора сечения рассмотрена ниже. Для найденного таким путём момента инерции сечения вычисляется параметр λ , который используется далее в формуле (3.58) при расчёте N , Q и M . Полученные значения внутренних усилий можно считать окончательными и выполнить по ним как подбор сечения, так и проверочный расчёт. Такая схема реализована в программе RING, разработанной на кафедре прочности летательных аппаратов СГАУ.

3.9 Подбор сечения силового шпангоута

Пусть для клёпаного силового шпангоута с сечением, показанным на рисунке 3.19, *a*, известны значения M , N и Q в каждом сечении. Основными неизвестными параметрами при подборе сечения являются высота стенки h , её толщина δ и площадь F_1 профиля, образующего пояса.

Для приближённого расчёта представим это сечение в виде двух одинаковых сосредоточенных площадей величиной $2F_1$ каждая, соединённых стенкой высотой h (рисунок 3.19 *б*). Наибольшее расчётное нормальное напряжение в сечении шпангоута

$$\sigma^p = \pm \frac{M^p}{W} + \frac{N^p}{F},$$

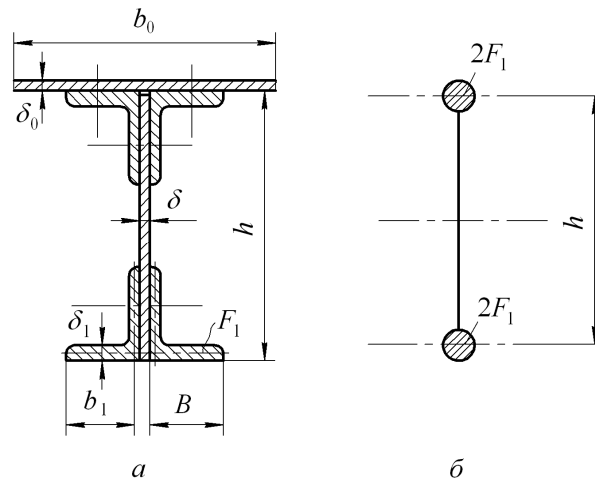


Рисунок 3.19 – Сечение силового шпангоута с присоединённой обшивкой (а) и его схематизация (б)

где M^p , N^p – расчётные значения изгибающего момента и осевой силы в рассматриваемом сечении; F , W – площадь сечения и его момент сопротивления изгибу. Выбор знака плюс или минус в этой формуле зависит от знака M^p . Второе слагаемое в формуле для σ^p невелико в сравнении с первым, и в приближённом расчёте им можно пренебречь. Потребуем, чтобы в сечении с максимальным по абсолютной величине изгибающим моментом наибольшее сжимающее напряжение не превосходило критического напряжения $\sigma_{кр}$ для полки пояса:

$$\sigma_{сж\ max}^p = \frac{|M^p|_{\max}}{W} \leq \sigma_{кр}.$$

Для идеализированного сечения

$$I = 2 \cdot 2F_1 \left(\frac{h}{2} \right)^2 = F_1 h^2;$$

$$W = \frac{I}{h/2} = 2F_1 h.$$

Отсюда получаем связь между F_1 и h :

$$\frac{|M^p|_{\max}}{2F_1 h} \leq \sigma_{кр}$$

или

$$F_1 \geq \frac{|M^p|_{\max}}{2h\sigma_{кр}}. \quad (3.62)$$

Рассмотрим далее работу стенки. Её основное назначение заключается в восприятии перерезывающей силы. Считая приближённо, что касательное напряжение τ постоянно по высоте стенки, условие устойчивости для неё возьмём в виде

$$\tau_{\max}^p = \frac{|Q^p|_{\max}}{h\delta} \leq \tau_{\text{кр}}, \quad (3.63)$$

где $|Q^p|_{\max}$ – максимальное по абсолютной величине расчётное значение перерезывающей силы, $\tau_{\text{кр}}$ – критическое напряжение стенки.

Стенка представляет собой тонкую пластину кольцевой формы в плане. Если размеры поперечного сечения шпангоута малы по сравнению с его радиусом, то ширина пластины будет также мала по сравнению с его радиусом. Пренебрегая искривлением пластины, будем рассматривать её как длинную узкую прямую полосу, шарнирно закреплённую вдоль длинных сторон. Для такой пластины величина $\tau_{\text{кр}}$ в случае действия постоянных касательных напряжений равна в пределах действия закона Гука

$$\tau_{\text{кр}} = 4,8 \frac{E\delta^2}{h^2}. \quad (3.64)$$

Подставив (3.64) в (3.63), получим связь между δ и h вида

$$\delta \geq \alpha \sqrt[3]{h}, \quad (3.65)$$

где

$$\alpha = \sqrt[3]{\frac{|Q^p|_{\max}}{4,8E}}. \quad (3.66)$$

Таким образом, значения F_1 и δ выражены через высоту сечения шпангоута h . Последнюю найдём из условия, чтобы площадь сечения шпангоута F была минимальна. Полагая

$$F = 4F_1 + \delta h$$

и учитывая (3.62) и (3.65), получим

$$F = \frac{2|M^p|_{\max}}{h\sigma_{\text{кр}}} + \alpha h^{4/3}.$$

Необходимое условие минимума

$$\frac{dF}{dh} = -\frac{2|M^p|_{\max}}{h^2\sigma_{\text{кр}}} + \frac{4}{3}\alpha h^{1/3} = 0$$

приводит к равенству

$$h = \left(\frac{3|M^p|_{\max}}{2\alpha\sigma_{\text{кр}}} \right)^{3/7}, \quad (3.67)$$

определяющему высоту сечения шпангоута.

Для использования этой формулы необходимо располагать величиной $\sigma_{\text{кр}}$ для полки пояса. Пока профиль не выбран, эта величина не известна. Поэтому поступим следующим образом. Вначале зададимся величиной $\sigma_{\text{кр}}$. Можно брать, например,

$$\sigma_{\text{кр}} = \sigma_{0,2},$$

где $\sigma_{0,2}$ – условный предел текучести материала пояса. Далее по (3.67) находим соответствующее значение h , а по (3.62) – потребную площадь профиля. По величине F_1 по каталогу профилей выбираем подходящий профиль (обычно для этой цели применяется равнобокий уголок типа ПР-100). Для выбранного профиля подсчитывается величина $\sigma_{\text{кр}}$. Она представляет собой критическое напряжение местной потери устойчивости полки профиля и вычисляется по формулам (см. подраздел 2.3)

$$\sigma_{\text{кр}} = \sigma^* \frac{s-1}{s+1}, \quad (3.68)$$

$$s = \sqrt{1 + \frac{4\sigma^* \sigma_{\text{кр}}^0}{(\sigma^* - \sigma_{\text{пц}})^2}}, \quad (3.69)$$

где

$$\sigma_{\text{кр}}^0 = kE \left(\frac{\delta_1}{b_1} \right)^2; \quad (3.70)$$

$$\sigma^* = \sigma_{0,2} + \frac{(\sigma_{0,2} - \sigma_{\text{пц}})^2}{0,002E}. \quad (3.71)$$

Здесь $\sigma_{0,2}$ и $\sigma_{\text{пц}}$ – условный предел текучести и предел пропорциональности материала профиля; E – модуль упругости; b_1 и δ_1 – ширина и толщина полки профиля. Коэффициент устойчивости в формуле (3.70) принимаем равным

$$k = 0,385.$$

После нахождения $\sigma_{кр}$ следует уточнить величину h исходя из соотношения (3.62):

$$h \geq \frac{|M^p|_{\max}}{2F_1\sigma_{кр}}. \quad (3.72)$$

Наконец, согласно (2.80) находим требуемое значение толщины стенки, которое затем корректируется в соответствии с нормальным рядом толщин.

Коснёмся ещё вопроса о подборе заклёпок, соединяющих пояса со стенкой.

Умножая величину τ_{\max}^p на толщину стенки δ , получим приближённое значение погонной касательной силы T_{\max}^p в стенке:

$$T_{\max}^p = \frac{|Q^p|_{\max}}{h}.$$

В месте соединения с поясами эта сила через заклёпки передаётся на пояса (рис. 3.20). Сила, воспринимаемая заклёпкой

$$P_1^p = T_{\max}^p t_1 = \frac{|Q^p|_{\max} t_1}{h}, \quad (3.73)$$

где t_1 – шаг заклёпок.

Так как заклёпка двухсрезовая, на каждую плоскость среза приходится сила, равная $P_1^p/2$. По этой силе и следует подбирать диаметр заклёпки. Если он окажется слишком большим (скажем, больше 5 мм), то следует либо уменьшить шаг t_1 , либо использовать вместо заклёпок болты.

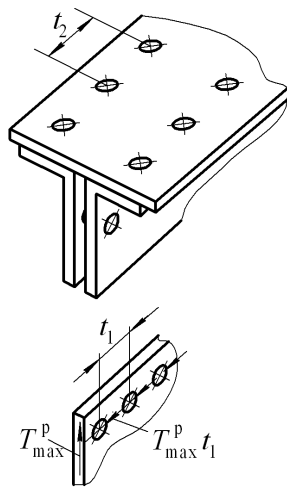


Рисунок 3.20 – Взаимодействие пояса со стенкой

Заклёпки, соединяющие шпангоут с обшивкой, работают на срез от сил взаимодействия шпангоута с обшивкой. Учитывая, что крепление двухрядное, для максимальной расчётной силы, приходящейся на заклёпку, будем иметь выражение

$$P_2^p = \frac{|q_t^p|_{\max} t_2}{2}, \quad (3.74)$$

где t_2 – шаг заклёпок, $|q_t^p|_{\max}$ – максимальное по абсолютной величине значение погонных касательных сил.

значение погонных касательных сил.

3.10 Поверочный расчёт силового шпангоута

При поверочном расчёте напряжения в сечениях шпангоута определяются по известным формулам сопротивления материалов. Сечение шпангоута включает в себя примыкающий к нему участок обшивки шириной b_0 (рисунок 3.21, *a*). Обычно считают, что вместе со шпангоутом эффективно работает обшивка размером $30\delta_0$, где δ_0 – толщина обшивки. Тогда величина b_0 , которая помимо этого размера включает в себя расстояние между двумя рядами заклёпок, определится по формуле

$$b_0 = 30\delta_0 + \delta + 2\left(\frac{B - \delta_1}{2} + \delta_1\right) = 30\delta_0 + B + \delta + \delta_1. \quad (3.75)$$

Положение центра тяжести сечения определим его расстоянием c от оси x' , проходящей через середину стенки:

$$c = \frac{S_{x'}}{F},$$

где F – площадь сечения шпангоута, $S_{x'}$ – её статический момент относительно оси x' .

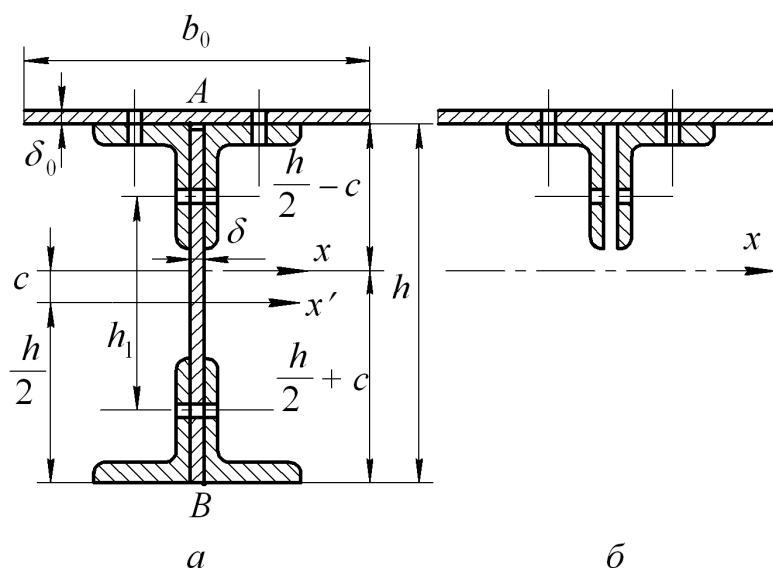


Рисунок 3.21 – К поверочному расчёту шпангоута

Нормальные расчётные напряжения в поясах находят в наиболее удалённых от центра тяжести точках A и B :

$$\begin{aligned} \sigma_A^p &= \frac{M^p}{I} \left(\frac{h}{2} - c \right) + \frac{N^p}{F}; \\ \sigma_B^p &= -\frac{M^p}{I} \left(\frac{h}{2} + c \right) + \frac{N^p}{F}, \end{aligned} \quad (3.76)$$

где I – момент инерции сечения шпангоута относительно оси x . При записи этих формул принято, как и ранее, что в случае положительного изгибающего момента растянуты наружные и сжаты внутренние волокна. Напряжения по (3.76) достаточно подсчитать в двух сечениях – с максимальным положительным и максимальным (по абсолютной величине) отрицательным изгибающими моментами. Из полученных четырёх значений напряжений выбираем максимальное растягивающее $\sigma_{\text{раст max}}^p$ и максимальное сжимающее $\sigma_{\text{сж max}}^p$. Сравнивая $\sigma_{\text{раст max}}^p$ с пределом прочности материала, находим запас прочности по растяжению:

$$\eta_{\text{раст}} = \frac{k_{\text{закл}} \sigma_{\text{в}}}{\sigma_{\text{раст max}}^p},$$

где $k_{\text{закл}} = 0,8$ – коэффициент, учитывающий влияние отверстий под заклёпки.

Отношение

$$\eta = \frac{\sigma_{\text{кр}}}{\sigma_{\text{сж max}}^p}$$

определяет запас устойчивости полки профиля. Если окажется, что $\eta < 1$, то необходимо увеличить момент инерции сечения шпангоута, изменив толщину стенки δ или выбрав профиль с большей площадью сечения F_1 .

Стенку необходимо проверить на устойчивость от действия касательных напряжений. Касательные напряжения при изгибе балки определяются по известной формуле

$$\tau = \frac{QS}{I\delta}, \quad (3.77)$$

где S – статический момент отсечённой части сечения относительно оси x . Максимальное расчётное напряжение будет возникать в центре тяжести O в сечении с максимальной перерезывающей силой:

$$\tau_{\text{max}}^p = \frac{|Q^p|_{\text{max}} S_0}{I\delta}, \quad (3.78)$$

где S_0 – статический момент части сечения выше точки O .

Критическое напряжение $\tau_{\text{кр}}$ можно определить по аналогии с $\sigma_{\text{кр}}$ для пластинки (см подраздел 2.3):

$$\tau_{кр} = \begin{cases} \tau_{кр}^0 & \text{если } \tau_{кр}^0 \leq \tau_{щ}; \\ \frac{\tau^* \tau_{кр}^0}{\tau_{кр}^0 + \tau^* - \tau_{щ}} & \text{если } \tau_{кр}^0 > \tau_{щ}, \end{cases} \quad (3.79)$$

где

$$\tau_{кр}^0 = \frac{4,8E\delta^2}{h_1^2}. \quad (3.80)$$

Здесь h_1 – расстояние между заклёпками, соединяющими пояса со стенкой (см. рисунок 3.21, а). Характеристики материала τ^* и $\tau_{щ}$ могут быть вычислены по формулам

$$\tau^* = \sigma^* / \sqrt{3}; \quad \tau_{щ} = \sigma_{щ} / \sqrt{3},$$

где σ^* даётся равенством (3.71).

Запас устойчивости стенки определяется отношением

$$\eta = \frac{\tau_{кр}}{\tau_{\max}^p}.$$

Если окажется, что $\eta < 1$, следует увеличить толщину стенки.

При проверке прочности заклёпок, соединяющих пояса со стенкой, будем исходить из формулы (3.77) для касательного напряжения. Если в качестве S взять статический момент S_1 части сечения, показанной на рисунке 3.21, б, то получим касательное напряжение в месте соединения стенки с поясом. Умножив его на δ_1 , будем иметь погонную касательную силу. По закону парности касательных напряжений такая же сила должна действовать в перпендикулярном сечении стенки, где она трансформируется в сосредоточенные силы взаимодействия стенки с заклёпками. Максимальная сила, воспринимаемая заклёпкой, определится по формуле

$$P_1^p = \frac{|Q^p|_{\max} S_1}{I} t_1, \quad (3.81)$$

где t_1 – шаг заклёпок.

Учитывая, что эта сила приходится на две плоскости среза, запас прочности заклёпки найдём по формуле

$$\eta = \frac{2P_{1cp}}{P_1^p},$$

где P_{1cp} – сила среза заклёпки, равная

$$P_{1cp} = \frac{\pi d_1^2}{4} [\tau]. \quad (3.82)$$

Здесь $[\tau]$ – предел прочности на срез материала заклёпки.

От действия силы P_1^p может произойти смятие стенки. Проверку прочности по смятию принято выполнять по напряжению смятия, являющемуся условной величиной и определяемому по формуле

$$\sigma_{cm}^p = \frac{P_1^p}{d_1 \delta}. \quad (3.83)$$

Предельно допустимое значение $[\sigma_{cm}]$ напряжения смятия в случае заклёпочного (неподвижного) соединения принимается равным

$$[\sigma_{cm}] = 1,3\sigma_b, \quad (3.84)$$

где σ_b – предел прочности материала стенки.

Запас прочности по смятию

$$\eta = \frac{[\sigma_{cm}]}{\sigma_{cm}^p}.$$

Заметим, что подобную проверку на смятие следует делать и для других элементов заклёпочных соединений (обшивки, полки, профиля), хотя обычно они нагружены под заклёпкой в меньшей степени, чем стенка.

Максимальная сила P_2^p , действующая на срез заклёпки в соединении обшивки с поясом, даётся формулой (3.74). Запас прочности для этой заклёпки

$$\eta = \frac{P_2^p}{P_{2cp}},$$

где

$$P_{2cp} = \frac{\pi d_2^2}{4} [\tau]. \quad (3.85)$$

3.11 Пример подбора сечения и проверки прочности шпангоута

3.11.1 Подбор сечения

Пусть отсек выполнен из материала Д16 с характеристиками $E = 7 \cdot 10^4$ МПа; $\sigma_{\text{шт}} = 190$ МПа; $\sigma_{0,2} = 280$ МПа; $\sigma_b = 440$ МПа. Толщина обшивки $\delta_0 = 3$ мм. Максимальные по абсолютной величине изгибающий момент и перерезывающая сила в сечениях шпангоута, а также погонная кас-

тельная сила имеют значения $|M^p|_{\max} = 12 \text{ кН} \cdot \text{м}$; $|Q^p|_{\max} = 32 \text{ кН}$;
 $|q_t^p|_{\max} = 52 \text{ Н/мм}$.

Подсчитываем параметр α (3.66):

$$\alpha = \sqrt[3]{\frac{|Q^p|_{\max}}{4,8E}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 10^3}{4,8 \cdot 7 \cdot 10^4}} = 0,4567 \text{ мм}^{2/3}.$$

Принимая в начальном приближении

$$\sigma_{\text{кр}} = \sigma_{0,2} = 280 \text{ МПа},$$

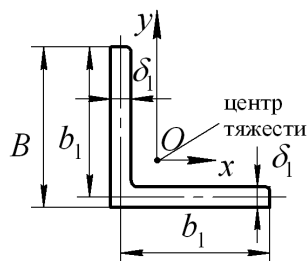
по формуле (3.67) находим требуемое значение высоты сечения:

$$h = \left(\frac{3|M^p|_{\max}}{2\alpha\sigma_{\text{кр}}} \right)^{3/7} = \left(\frac{3 \cdot 12 \cdot 10^6}{2 \cdot 0,4567 \cdot 280} \right)^{3/7} = 160,9 \text{ мм}.$$

Потребная площадь сечения профиля составит согласно (3.62) величину

$$F_1 = \frac{|M^p|_{\max}}{2h\sigma_{\text{кр}}} = \frac{12 \cdot 10^6}{2 \cdot 160,9 \cdot 280} = 133,2 \text{ мм}^2.$$

В качестве подходящего профиля выбираем уголок ПР100-34 (рисунок 3.22) для которого



$$F_0 = 150,9 \text{ мм}^2; \quad I_x = 8500 \text{ мм}^4;$$

$$\delta_1 = 3,2 \text{ мм}; \quad B = 25 \text{ мм};$$

$$y_0 = 7,325 \text{ мм};$$

$$b_1 = B - \delta_1/2 = 25 - 3,2/2 = 23,4 \text{ мм}.$$

Рисунок 3.22 – Равнобокий уголок

Находим критическое напряжение стрингера. В предположении о справедливости закона Гука по формуле (3.70) при $k = 0,385$ будем иметь

$$\sigma_{\text{кр}}^0 = \frac{kE}{\left(\frac{b_1}{\delta_1}\right)^2} = \frac{0,385 \cdot 7 \cdot 10^5}{\left(\frac{23,4}{3,2}\right)^2} = 504,0 \text{ МПа}.$$

Так как $\sigma_{\text{кр}}^0 > \sigma_{\text{шт}} = 190 \text{ МПа}$, корректируем результат. По формуле (3.71) вычисляем

$$\sigma^* = \sigma_{0,2} + \frac{(\sigma_{0,2} - \sigma_{\text{шт}})^2}{0,002E} = 280 + \frac{(280 - 190)^2}{0,002 \cdot 7 \cdot 10^4} = 336,3 \text{ МПа}.$$

Определив далее параметр (3.69)

$$s = \sqrt{1 + \frac{4\sigma^* \sigma_{кр}^0}{(\sigma^* - \sigma_{пц})^2}} = \sqrt{1 + \frac{4 \cdot 336,3 \cdot 504,0}{(336,3 - 190)^2}} = 5,716,$$

по формуле (3.68) получаем

$$\sigma_{кр} = \sigma^* \frac{s-1}{s+1} = 336,3 \frac{5,716-1}{5,716+1} = 236,2 \text{ МПа}.$$

С учётом найденного значения $\sigma_{кр}$ уточняем h :

$$h \geq \frac{|M^p|_{\max}}{2F_1 \sigma_{кр}} = \frac{12 \cdot 10^6}{2 \cdot 150,9 \cdot 236,2} = 168,4 \text{ мм}.$$

Принимаем

$$h = 170 \text{ мм}.$$

Наконец, находим толщину стенки. Потребное значение

$$\delta = \alpha \sqrt[3]{h} = 0,4567 \sqrt[3]{170} = 2,53 \text{ мм}$$

Принимаем

$$\delta = 3 \text{ мм}.$$

Перейдём далее к подбору заклёпок. Задав шаг $t_1 = 30$ мм, по формуле (3.73) находим приближённо силу, воспринимаемую заклёпкой в соединении пояса со стенкой:

$$P_1^p = \frac{|Q^p|_{\max} t_1}{h} = \frac{32 \cdot 10^3 \cdot 30}{172} = 5582 \text{ Н}.$$

Примем, что заклёпки изготовлены из материала В95, для которого разрушающее напряжение среза $[\tau] = 245$ МПа. Диаметр заклёпки подберём из условия, чтобы касательное напряжение в заклёпке, определяемое согласно (3.82), не превосходило $[\tau]$:

$$\frac{2P_1^p}{\pi d_1^2} \leq [\tau].$$

Отсюда

$$d_1 \geq \sqrt{\frac{2P_1^p}{\pi[\tau]}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 5582}{\pi \cdot 245}} = 3,81 \text{ мм}.$$

Выбираем

$$d_1 = 4 \text{ мм}.$$

Срезающую силу в заклёпке, соединяющей обшивку с поясом, находим по формуле (3.74), приняв $t_2 = 30$ мм:

$$P_2^p = \frac{|q_t^p|_{\max} t_2}{2} = \frac{52 \cdot 30}{2} = 780 \text{ Н.}$$

Из условия

$$\frac{4P_2^p}{\pi d_2^2} \leq [\tau]$$

получаем

$$d_2 \geq \sqrt{\frac{4P_2^p}{\pi[\tau]}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 780}{\pi \cdot 245}} = 2,01 \text{ мм.}$$

Выбираем

$$d_2 = 3 \text{ мм.}$$

3.11.2 Поверочный расчёт

Пусть в некотором сечении шпангоута действует максимальный положительный момент $M_{\max}^p = 10,5 \text{ кН} \cdot \text{м}$; осевая сила в этом сечении $N_1^p = -14 \text{ кН}$. Пусть, далее, максимальный по модулю отрицательный момент составляет $M_{\min}^p = -12 \text{ кН} \cdot \text{м}$; осевая сила в соответствующем сечении $N_2^p = 20 \text{ кН}$. Максимальная по абсолютной величине перерезывающая сила $|Q^p|_{\max} = 32 \text{ кН}$.

Геометрия поперечного сечения представлена на рисунке 3.23.

Ширина присоединённой обшивки согласно (3.75) составляет

$$b_0 = 30\delta_0 + \delta + B + \delta_1 = 30 \cdot 3 + 3 + 25 + 3,2 = 121,2 \text{ мм.}$$

Площадь поперечного сечения с учётом ослабления отверстиями под заклёпки

$$\begin{aligned} F &= h\delta + 4F_1 + b_0\delta_0 - 2d_1(\delta + 2\delta_1) - 2d_2(\delta_0 + \delta_1) = \\ &= 170 \cdot 3 + 4 \cdot 150,9 + 121,2 \cdot 3 - 2 \cdot 4(3 + 2 \cdot 3,2) - 2 \cdot 3(3 + 3,2) = 1365 \text{ мм}^2. \end{aligned}$$

Статический момент сечения относительно оси x'

$$\begin{aligned} S_{x'} &= b_0\delta_0 \left(\frac{h}{2} + \frac{\delta_0}{2} \right) - 2d_2(\delta_0 + \delta_1) \left(\frac{h}{2} - \frac{\delta_1 - \delta_0}{2} \right) = \\ &= 121,2 \cdot 3 \left(\frac{170}{2} + \frac{3}{2} \right) - 2 \cdot 3(3 + 3,2) \left(\frac{170}{2} - \frac{3,2 - 3}{2} \right) = 2,987 \cdot 10^4 \text{ мм}^3. \end{aligned}$$

Координата центра тяжести

$$c = \frac{S_{x'}}{F} = \frac{2,987 \cdot 10^4}{1365} = 21,88 \text{ мм.}$$

$$\sigma_A^p = \frac{M_{\max}^p}{I} \left(\frac{h}{2} - c \right) + \frac{N_1^p}{F} = \frac{10,5 \cdot 10^6}{6,334 \cdot 10^6} \left(\frac{170}{2} - 21,88 \right) - \frac{14 \cdot 10^3}{1365} = 94,4 \text{ МПа} .$$

$$\sigma_B^p = -\frac{M_{\max}^p}{I} \left(\frac{h}{2} + c \right) + \frac{N_1^p}{F} = -\frac{10,5 \cdot 10^6}{6,334 \cdot 10^6} \left(\frac{170}{2} + 21,88 \right) - \frac{14 \cdot 10^3}{1365} = -166,9 \text{ МПа} .$$

В сечении с максимальным по абсолютной величине отрицательным моментом имеем

$$\sigma_A^p = \frac{M_{\min}^p}{I} \left(\frac{h}{2} - c \right) + \frac{N_2^p}{F} = -\frac{12 \cdot 10^6}{6,334 \cdot 10^6} \left(\frac{170}{2} - 21,88 \right) + \frac{20 \cdot 10^3}{1365} = -104,9 \text{ МПа} .$$

$$\sigma_B^p = -\frac{M_{\min}^p}{I} \left(\frac{h}{2} + c \right) + \frac{N_2^p}{F} = \frac{12 \cdot 10^6}{6,334 \cdot 10^6} \left(\frac{170}{2} + 21,88 \right) + \frac{20 \cdot 10^3}{1365} = 217,1 \text{ МПа} .$$

Из полученных значений выбираем наибольшее растягивающее и наибольшее сжимающее напряжения:

$$\sigma_{\text{раст max}}^p = 217,1 \text{ МПа} ; \quad \sigma_{\text{сж max}}^p = 166,9 \text{ МПа} .$$

Запас прочности по растяжению

$$\eta_{\text{раст}} = \frac{k_{\text{закл}} \sigma_{\text{в}}}{\sigma_{\text{раст max}}^p} = \frac{0,8 \cdot 440}{217,1} = 1,62$$

запас по устойчивости

$$\eta = \frac{\sigma_{\text{кр}}}{\sigma_{\text{сж max}}^p} = \frac{236,2}{166,9} = 1,41 .$$

Статический момент части поперечного сечения, расположенной выше центра тяжести:

$$\begin{aligned} S_0 &= \frac{1}{2} \delta \left(\frac{h}{2} - c \right) \left(\frac{h}{2} - c \right) + b_0 \delta_0 \left(\frac{h}{2} - c + \frac{\delta_0}{2} \right) + 2F_0 \left(\frac{h}{2} - c - y_0 \right) - \\ &- d_1 (\delta + 2\delta_1) \left(\frac{h_1}{2} - c \right) - 2d_2 (\delta_0 + \delta_1) \left(\frac{h}{2} - c - \frac{\delta_1 - \delta_0}{2} \right) = \\ &= \frac{1}{2} \cdot 3 \left(\frac{170}{2} - 21,88 \right)^2 + 121,2 \cdot 3 \left(\frac{170}{2} - 21,88 + \frac{3}{2} \right) + \\ &+ 2 \cdot 150,9 \left(\frac{170}{2} - 21,88 - 7,325 \right) - 4(3 + 2 \cdot 3,2) \left(\frac{141,8}{2} - 21,88 \right) - \\ &- 2 \cdot 3(3 + 3,2) \left(\frac{170}{2} - 21,88 - \frac{3,2 - 3}{2} \right) = 4,212 \cdot 10^4 \text{ мм}^3 . \end{aligned}$$

Максимальное касательное напряжение в стенке согласно (3.78) составит

$$\tau_{\max}^p = \frac{|Q^p|_{\max} S_0}{I \delta} = \frac{32 \cdot 10^3 \cdot 4,212 \cdot 10^4}{6,334 \cdot 10^6 \cdot 3} = 70,9 \text{ МПа} .$$

Критическое касательное напряжение в предположении о справедливости закона Гука находим по формуле (3.80):

$$\tau_{\text{кр}}^0 = \frac{4,8 E \delta^2}{h_1^2} = \frac{4,8 \cdot 7 \cdot 10^4 \cdot 3^2}{141,8^2} = 150,4 \text{ МПа} .$$

Эта величина превосходит предел пропорциональности при сдвиге, равный

$$\tau_{\text{пл}} = \frac{\sigma_{\text{пл}}}{\sqrt{3}} = \frac{190}{\sqrt{3}} = 109,7 \text{ МПа} .$$

Уточняем $\tau_{\text{кр}}$ согласно (3.79), полагая

$$\tau^* = \frac{1}{\sqrt{3}} \sigma^* = \frac{1}{\sqrt{3}} = 336,3 = 194,1 \text{ МПа} .$$

Получаем

$$\tau_{\text{кр}} = \frac{\tau^* \tau_{\text{кр}}^0}{\tau_{\text{кр}}^0 + \tau^* - \tau_{\text{пл}}} = \frac{194,1 \cdot 150,4}{150,4 + 194,1 - 109,7} = 124,3 \text{ МПа} .$$

Запас по устойчивости стенки от сдвига

$$\eta = \frac{\tau_{\text{кр}}}{\tau_{\max}^p} = \frac{124,3}{70,9} = 1,75 .$$

Далее находим статический момент S_1 той части сечения шпангоута, которая крепится к стенке заклёпками диаметра d_1 (см. рисунок 3.21, б):

$$\begin{aligned} S_1 &= b_0 \delta_0 \left(\frac{h}{2} - c + \frac{\delta_0}{2} \right) + 2F_0 \left(\frac{h}{2} - c - y_0 \right) - \\ &- d_1 \cdot 2\delta_1 \left(\frac{h_1}{2} - c \right) - 2d_2 (\delta_0 + \delta_1) \left(\frac{h}{2} - c - \frac{\delta_1 - \delta_0}{2} \right) = \\ &= 121,2 \cdot 3 \left(\frac{170}{2} - 21,88 + \frac{3}{2} \right) + 2 \cdot 150,9 \left(\frac{170}{2} - 21,88 - 7,325 \right) - \\ &- 4 \cdot 2 \cdot 3,2 \left(\frac{141,8}{2} - 21,88 \right) - 2 \cdot 3(3 + 3,2) \left(\frac{170}{2} - 21,88 - \frac{3,2 - 3}{2} \right) = \\ &= 3,673 \cdot 10^4 \text{ мм}^3 . \end{aligned}$$

На заклёпку приходится сила, определяемая формулой (3.81):

$$P_1^p = \frac{|Q^p|_{\max} S_1}{I} t_1 = \frac{32 \cdot 10^3 \cdot 3,673 \cdot 10^4}{6,334 \cdot 10^6} \cdot 30 = 5567 \text{ Н} .$$

Сила среза заклёпки согласно (3.82)

$$P_{1cp} = \frac{\pi d_1^2}{4} [\tau] = \frac{\pi \cdot 4^2}{4} \cdot 245 = 3079 \text{ Н}.$$

Запас прочности по срезу заклёпки

$$\eta = \frac{2P_{1cp}}{P_1^p} = \frac{2 \cdot 3079}{5567} = 1,11.$$

Сила, воспринимаемая заклёпкой в соединении обшивки с поясом, получена выше:

$$P_2^p = 780 \text{ Н}.$$

Сила среза заклёпки

$$P_{2cp} = \frac{\pi d_2^2}{4} [\tau] = \frac{\pi \cdot 3^2}{4} \cdot 245 = 1732 \text{ Н}.$$

Запас прочности для заклёпки диаметром d_2

$$\eta = \frac{P_{2cp}}{P_2^p} = \frac{1732}{780} = 2,22.$$

Наконец, проверяем стенку на смятие. Напряжение смятия согласно (3.83)

$$\sigma_{cm}^p = \frac{P_1^p}{d_1 \delta} = \frac{5567}{4 \cdot 3} = 463,9 \text{ МПа}.$$

Допускаемое напряжение смятия по (3.84)

$$[\sigma_{cm}] = 1,3 \sigma_B = 1,3 \cdot 440 = 572 \text{ МПа}.$$

Запас прочности по смятию стенки

$$\eta = \frac{[\sigma_{cm}]}{\sigma_{cm}^p} = \frac{572}{463,9} = 1,23.$$

Для обшивки имеем

$$\sigma_{cm}^p = \frac{P_2^p}{d_2 \delta_0} = \frac{780}{3 \cdot 3} = 86,7 \text{ МПа}.$$

Запас прочности по смятию обшивки

$$\eta = \frac{[\sigma_{cm}]}{\sigma_{cm}^p} = \frac{572}{86,7} > 3.$$

3.12 Расчёт шпангоута, нагруженного системой равных сосредоточенных скручивающих моментов

В качестве примера деформации шпангоута из своей плоскости рассмотрим действие на него системы равных сосредоточенных скручивающих моментов M_0 , приложенных на одинаковых расстояниях друг от друга (рисунок 3.24). Угловое расстояние между точками приложения двух соседних моментов обозначим через 2β ; величина β определится при этом формулой

$$\beta = \frac{\pi}{n},$$

где n – количество моментов.

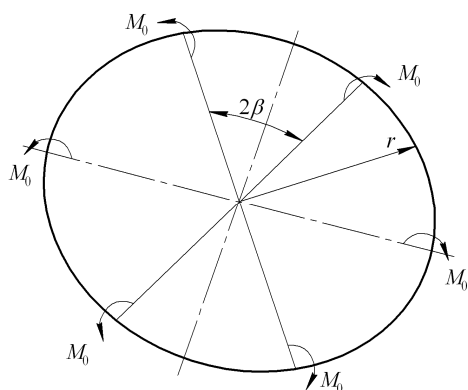


Рисунок 3.24 – Шпангоут, нагруженный системой сосредоточенных моментов

На рисунке 3.25, а показан участок шпангоута с углом 2β и с моментом M_0 посередине. Для удобства моменты изображены здесь в виде векторов с двойной стрелкой; их направление определяется правилом правого винта.

Из соображений циклической симметрии вытекает, что в крайних сечениях выделенного элемента шпангоута будут отсутствовать крутящий момент и перерезывающая сила. Изгибающий момент в этих сечениях обозначен на рисунке 3.25, а через $M_{\text{и}}^0$. Его величину определим из условия равновесия моментов относительно хорды выделенного участка. Проектируя векторы моментов на это направление, находим

$$M_{\text{и}}^0 = \frac{M_0}{2 \sin \beta}. \quad (3.86)$$

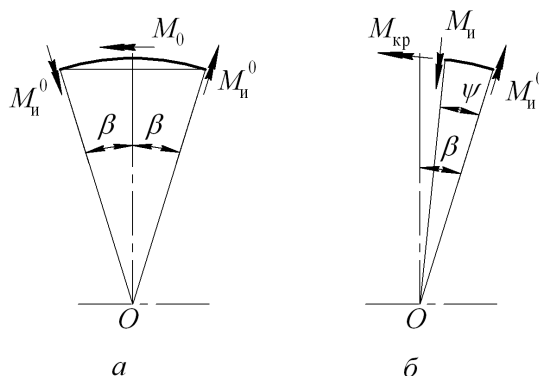


Рисунок 3.25 – К определению внутренних силовых факторов в сечениях шпангоута

В произвольном сечении действуют изгибающий $M_{и}$ и крутящий $M_{кр}$ моменты (рисунок 3.25, б). Проектируя векторы моментов, действующих на участок шпангоута с центральным углом ψ , на соответствующие направления, получаем

$$M_{и} = M_{и}^0 \cos \psi, \quad M_{кр} = M_{и}^0 \sin \psi,$$

и с учётом (3.86) имеем окончательно

$$M_{и} = \frac{M_0}{2 \sin \beta} \cos \psi; \quad M_{кр} = \frac{M_0}{2 \sin \beta} \sin \psi. \quad (3.87)$$

Найдём ещё угол поворота ϑ сечения, в котором действует момент M_0 , следуя тому же пути, что и при вычислении радиального перемещения при действии системы равных радиальных сил. Работа моментов M_0 при деформации шпангоута равна

$$A = \frac{n}{2} M_0 \vartheta. \quad (3.88)$$

По формуле

$$U = \frac{1}{2} \oint \left(\frac{M_{и}^2}{EI} + \frac{M_{кр}^2}{GJ_{к}} \right) ds$$

вычислим потенциальную энергию деформации шпангоута (EI – изгибная из плоскости, $GJ_{к}$ – крутильная жёсткости шпангоута). Переходя к интегрированию по углу ψ , запишем

$$U = \frac{nr}{EI} \int_0^{\beta} (M_{и}^2 + \lambda M_{кр}^2) d\psi,$$

где

$$\lambda = \frac{EI}{GJ_{к}}. \quad (3.89)$$

Подставляя формулы (3.87) в подынтегральное выражение, после интегрирования получаем

$$U = \frac{M_0^2 nr}{8EI \sin^2 \beta} \left[\beta + \frac{\sin 2\beta}{2} + \lambda \left(\beta - \frac{\sin 2\beta}{2} \right) \right]. \quad (3.90)$$

Наконец, приравняв (3.88) и (3.90), находим

$$\vartheta = \frac{M_0 r}{4EI \sin^2 \beta} \left[(1 + \lambda) \beta + \frac{1 - \lambda}{2} \sin 2\beta \right]. \quad (3.91)$$

3.13 Расчёт шпангоута на распределённые нагрузки

В некоторых случаях шпангоут может испытывать действие распределённых радиальных нагрузок и распределённых скручивающих моментов. Примером может служить шпангоут в соединении полого сферического днища с обечайкой топливного бака. Рассмотрим вычисление напряжений и перемещений в случае осесимметричного нагружения.

3.13.1 Действие равномерной радиальной нагрузки

Схема действия радиальной нагрузки интенсивности q показана на рисунке 3.26. В силу осевой симметрии все сечения получают одинаковое радиальное перемещение Δ , как показано на рисунке 3.26. Точки, первоначально расположенные на окружности радиуса r , после приложения нагрузки окажутся на окружности радиуса $r + \Delta$. В результате возникнет окружная деформация

$$\varepsilon = \frac{2\pi(r + \Delta) - 2\pi r}{2\pi r} = \frac{\Delta}{r}.$$

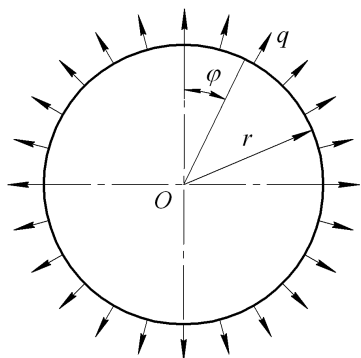


Рисунок 3.26 – Шпангоут под действием равномерной радиальной нагрузки

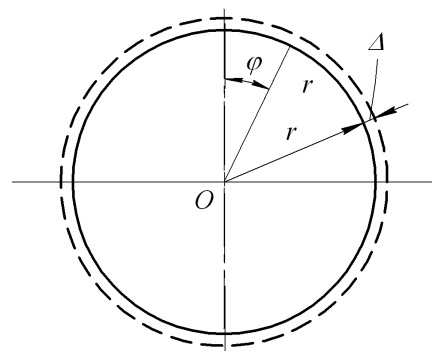


Рисунок 3.27 – Деформирование шпангоута

Если размеры сечения шпангоута малы по сравнению с его радиусом, то деформацию можно считать постоянной по сечению. По закону Гука находим далее нормальное напряжение в сечении

$$\sigma = E\varepsilon = \frac{E\Delta}{r}. \quad (3.92)$$

Умножив σ на площадь сечения F , получим осевую силу

$$N = \sigma F = \frac{EF}{r}\Delta. \quad (3.93)$$

Чтобы связать радиальное перемещение Δ с внешней нагрузкой, запишем условие равновесия половины шпангоута (рисунок 3.28):

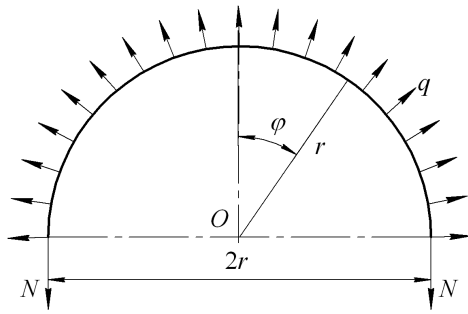


Рисунок 3.28 – Схема действия сил на половинку шпангоута

из которого находим

$$\Delta = \frac{qr^2}{EF}. \quad (3.95)$$

Напряжение σ вместо (3.92) удобнее находить по формуле

$$\sigma = \frac{N}{F}, \quad (3.96)$$

имея при этом в виду выражение (3.94) для силы N .

3.13.2 Действие равномерного скручивающего момента

Схема действия на шпангоут равномерного скручивающего момента интенсивности m дана на рисунке 3.29.

В силу осевой симметрии действующей нагрузки каждое поперечное сечение шпангоута повернется в своей плоскости на один и тот же угол θ . На рисунке 3.30 показано поперечное сечение, в котором введена система координат x, y с началом в центре тяжести сечения; ось y параллельна оси вращения шпангоута. Произвольная точка A сечения, расположенная на расстоянии ρ от начала координат и имеющая координаты x и y , в результате деформации переместится по дуге окружности радиуса ρ в положение A' . При этом изменится радиус окружности, проходящей через точку A , то есть возникнет окружная деформация

$$\varepsilon = \frac{2\pi(r+x') - 2\pi(r+x)}{2\pi(r+x)} = \frac{x' - x}{r+x} = \frac{x' - x}{r\left(1 + \frac{x}{r}\right)},$$

где r – радиус осевой окружности; x и x' – абсциссы точки A до и после деформации.

Если размеры поперечного сечения малы в сравнении с радиусом r , то слагаемое x/r в знаменателе выражения для ε мало по сравнению с единицей. В этом случае можно принять

$$2N = 2rq.$$

Отсюда имеем

$$N = qr. \quad (3.94)$$

Подставив сюда вместо N выражение (3.93), получим равенство

$$\frac{EF}{r} \Delta = qr,$$

$$\varepsilon = \frac{x' - x}{r}. \quad (3.97)$$

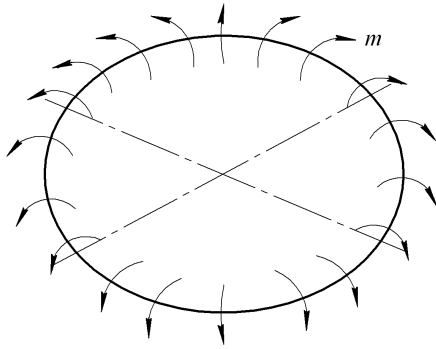


Рисунок 3.29 – Шпангоут под действием равномерного скручивающего момента

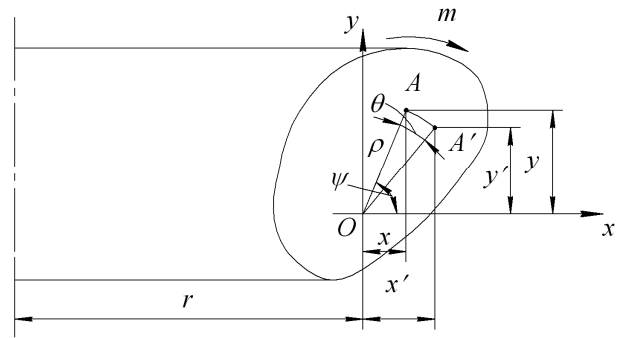


Рисунок 3.30 – Перемещения точек поперечного сечения

Как следует из рисунка 3.30, $x' = \rho \cos(\psi - \theta)$, где ψ – полярный угол точки A . Следовательно,

$$x' = \rho(\cos\psi \cos\theta + \sin\psi \sin\theta).$$

Но $\rho \cos\psi = x$, $\rho \sin\psi = y$, так что

$$x' = x \cos\theta + y \sin\theta.$$

Рассматривая малые деформации, положим

$$\cos\theta \approx 1, \quad \sin\theta \approx \theta.$$

Тогда получим

$$x' = x + \theta y.$$

Подстановка этого выражения в (3.97) приводит к формуле

$$\varepsilon = \frac{\theta}{r} y. \quad (3.98)$$

Нормальное напряжение находим по закону Гука:

$$\sigma = E\varepsilon = \frac{E\theta}{r} y. \quad (3.99)$$

Интегрируя σ по площади F сечения, определим осевую силу:

$$N = \int_F \sigma dF = \frac{E\theta}{r} \int_F y dF.$$

Так как x – центральная ось, статический момент сечения относительно неё равен нулю:

$$\int_F y dF = 0.$$

Следовательно, и осевая сила в сечении $N = 0$.

Подсчитаем далее изгибающий момент относительно оси x :

$$M_x = \int_F \sigma y dF = \frac{E\theta}{r} \int_F y^2 dF = \frac{E\theta I_x}{r}, \quad (3.100)$$

где

$$I_x = \int_F y^2 dF$$

– момент инерции сечения относительно оси x .

При этом изгибающий момент относительно оси y отличен от нуля:

$$M_y = \int_F \sigma x dF = \frac{E\theta}{r} \int_F xy dF = \frac{E\theta}{r} I_{xy} = \frac{I_{xy}}{I_x} M_x,$$

где

$$I_{xy} = \int_F xy dF$$

– центробежный момент инерции сечения.

Выразив величину $E\theta/r$ из (3.100), для напряжения σ получим из (3.99) расчётную формулу вида

$$\sigma = \frac{M_x}{I_x} y. \quad (3.101)$$

Рассмотрим теперь условие равновесия моментов относительно оси $a-a$ для половинки шпангоута (рисунок 3.31, a). На рисунке 3.31, b моменты изображены в виде векторов с двойными стрелками, направление которых определяется правилом правого винта. При этом равновесие моментов относительно оси $a-a$ означает равенство нулю суммы проекций всех векторов на эту ось:

$$2M_x - 2rm = 0.$$

Отсюда имеем

$$M_x = rm. \quad (3.102)$$

Формулу для вычисления угла поворота сечения θ можно вывести из соотношения (3.100) с учётом равенства (3.102):

$$\theta = \frac{mr^2}{EI_x}. \quad (3.103)$$

Подчеркнём, что полученные расчётные соотношения (3.100)...(3.103) справедливы в случае произвольной формы сечения шпангоута, когда оси x и y не являются главными осями инерции.

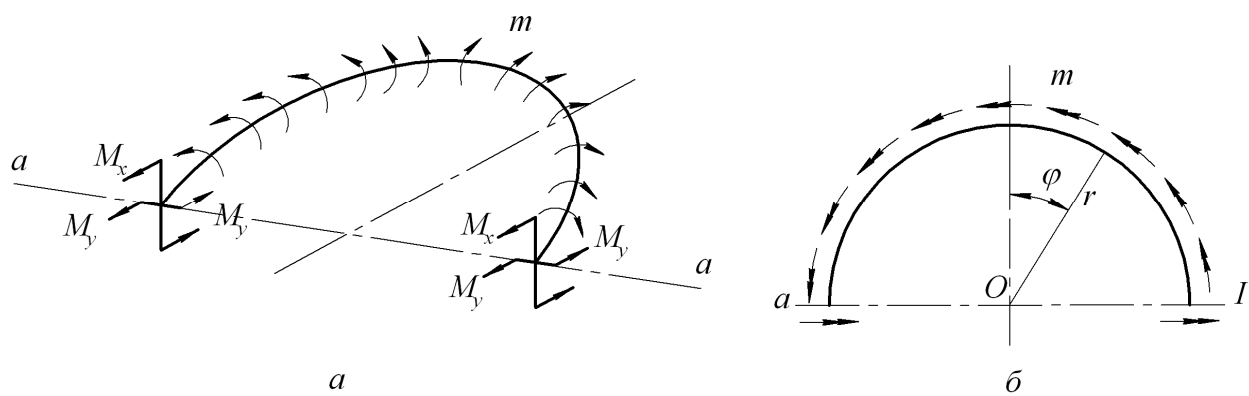


Рисунок 3.31 – Схема нагружения половинки шпангоута

4 РАСЧЁТ БАКОВ НА ПРОЧНОСТЬ

4.1 Особенности работы баков

Баки представляют собой герметичные сварные ёмкости для размещения в них компонентов топлива. По конструктивно-силовой схеме различают баки подвесные и несущие. Подвесные баки располагаются внутри силового несущего корпуса и нагружаются внутренним давлением и давлением жидкости. Несущие баки входят в силовую схему корпуса, и их обечайки воспринимают также нагрузки, действующие на корпус летательного аппарата.

С точки зрения расчёта на прочность баки являются тонкостенными оболочками. Они имеют, как правило, низкий уровень критических напряжений, в связи с чем важной проблемой является их расчёт на устойчивость. Для повышения критических напряжений баки могут иметь подкрепления, чаще всего в виде шпангоутов. Иногда баки имеют вафельную конструкцию, которая в весовом отношении является наиболее эффективной для баков, работающих на устойчивость.

Основную роль при расчёте напряжений в баках играет безмоментная теория оболочек, на основании которой определяются напряжения в большей части оболочки. В местах резкого изменения формы или толщины безмоментная теория, строго говоря, неприменима. Однако для баков, выполненных из пластичного материала (каким является, например, широко используемый для этого сплав АМгб), связанные с изгибом напряжения в таких местах выравниваются по толщине за счёт текучести материала. В этих случаях отыскание изгибных напряжений (на основе соотношений упругости) теряет смысл, и безмоментная теория оказывается достаточной для суждения о прочности бака. Если же бак изготовлен из хрупкого материала, то вычисление изгибных напряжений является обязательным, и здесь приходится прибегать к более сложным расчётам с использованием моментной теории оболочек или численных методов (в частности, метода конечных элементов). В данном разделе мы коснёмся методов расчёта баков на прочность, основываясь главным образом на соотношениях безмоментной теории оболочек.

4.2 Расчёт эллипсоидальной торовой оболочки

Начнём рассмотрение с определения напряжений в торовой оболочке, меридиан которой имеет форму эллипса с полуосями a и b (рисунок 4.1, a). Оболочка находится под действием равномерного внутреннего давления p .

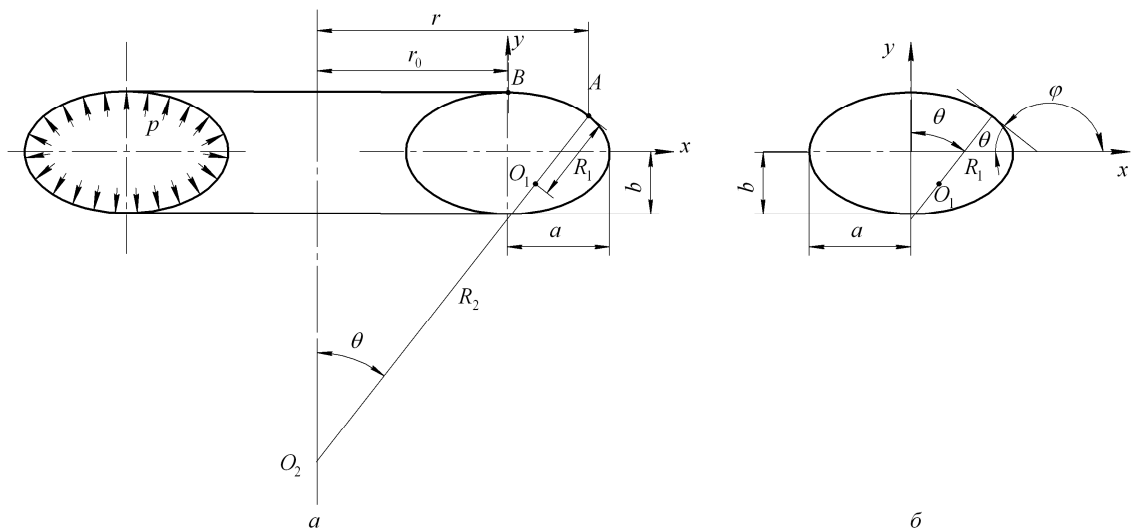


Рисунок 4.1 – Эллипсоидальная торовая оболочка под действием внутреннего давления

Положение произвольной точки на срединной поверхности оболочки определим радиусом параллельной окружности r ; через r_0 обозначим радиус окружности, проходящей через центр эллипса.

Свяжем сначала главные радиусы кривизны R_1 и R_2 , а также угол θ с переменной r . Величина R_1 есть радиус кривизны меридиана. Меридианом является эллипс, уравнение которого в осях x , y (рисунок 4.1, б) имеет вид

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1. \quad (4.1)$$

Радиус кривизны линии, заданной в неявном виде $F(x, y) = 0$, определяется формулой, известной из дифференциальной геометрии:

$$R_1 = \pm \frac{(F'_x{}^2 + F'_y{}^2)^{3/2}}{\begin{vmatrix} F''_{xx} & F''_{xy} & F'_x \\ F''_{yx} & F''_{yy} & F'_y \\ F'_x & F'_y & 0 \end{vmatrix}}.$$

Знак выбирается здесь таким образом, чтобы величина R_1 оказалась положительной.

В рассматриваемом случае

$$F(x, y) = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - 1,$$

так что

$$F'_x = \frac{\partial F}{\partial x} = \frac{2}{a^2}x; \quad F'_y = \frac{\partial F}{\partial y} = \frac{2}{b^2}y;$$

$$F''_{xy} = F''_{yx} = \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} = 0; \quad F''_{xx} = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} = \frac{2}{a^2}; \quad F''_{yy} = \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} = \frac{2}{b^2}.$$

С учётом (4.1) получаем

$$R_1 = -\frac{a^2}{b} \left[1 - \left(1 - \frac{b^2}{a^2} \right) \frac{x^2}{a^2} \right]^{3/2}.$$

Здесь $x = r - r_0$. Введя безразмерные параметры

$$\varepsilon = 1 - \frac{b^2}{a^2}; \tag{4.2}$$

$$\rho = \frac{r}{a}; \quad \rho_0 = \frac{r_0}{a}; \tag{4.3}$$

$$\alpha = \sqrt{1 - \varepsilon(\rho - \rho_0)^2} \tag{4.4}$$

запишем это выражение в виде

$$R_1 = \frac{a^2}{b} \alpha^3. \tag{4.5}$$

Тангенс угла φ между касательной к кривой, заданной в неявной форме, и осью x определяется выражением

$$\operatorname{tg} \varphi = -\frac{F'_x}{F'_y},$$

откуда находим

$$\operatorname{tg} \varphi = -\frac{b^2 x}{a^2 y}.$$

Интересующий нас угол θ равен $\pi - \varphi$, так что требуемое в дальнейшем значение $\sin \theta$ можно найти по формуле

$$\sin \theta = \sin(\pi - \varphi) = -\sin \varphi = -\frac{\operatorname{tg} \varphi}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi}}.$$

Подставляя сюда выражение для $\operatorname{tg} \varphi$ и учитывая равенства (4.1)...(4.5), получим

$$\sin \theta = \frac{b(\rho - \rho_0)}{a\alpha}. \tag{4.6}$$

Наконец, второй главный радиус кривизны равен

$$R_2 = \frac{r}{\sin \theta},$$

так что с использованием тех же обозначений приходим к выражению

$$R_2 = \frac{a^2 \rho \alpha}{b(\rho - \rho_0)}. \quad (4.7)$$

Переходя к определению напряжений, обратимся к условию равновесия пояса оболочки с дугой AB , показанного на рисунке 4.2. Меридиональное погонное усилие в точке B , обозначенное через N_1^0 , не даёт проекции на ось вращения, так что уравнение равновесия выделенной зоны запишется обычным образом:

$$N_1 = \frac{\Phi}{2\pi R_2 \sin^2 \theta}.$$

Здесь величина

$$\Phi = \pi(r^2 - r_0^2) p = \pi a^2 (\rho^2 - \rho_0^2) p$$

есть результирующая давления, действующего на выделенный пояс. Подставив в выражение для N_1 формулы для R_2 и $\sin \theta$, после очевидных упрощений получим

$$N_1 = \frac{pa^2}{2b} \frac{\alpha(\rho + \rho_0)}{\rho}. \quad (4.8)$$

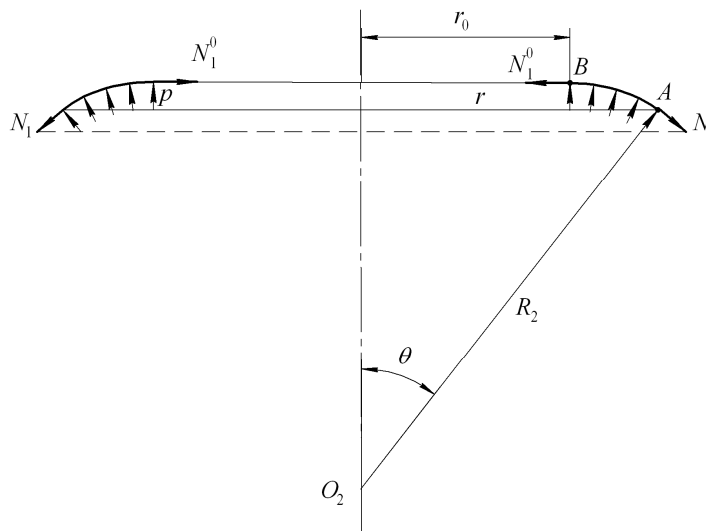


Рисунок 4.2 – Равновесие пояса оболочки

Окружное погонное усилие N_2 находим затем из уравнения равновесия бесконечно малого элемента оболочки в проекции на нормаль (так называемого уравнения Лапласа):

$$\frac{N_1}{R_1} + \frac{N_2}{R_2} = p_n,$$

где $p_n = p$ – нормальное давление на оболочку. Отсюда имеем

$$N_2 = pR_2 - N_1 \frac{R_2}{R_1} = \frac{pa^2}{b} \frac{\rho\alpha}{\rho - \rho_0} - \frac{pa^2}{2b} \frac{\rho + \rho_0}{\alpha(\rho - \rho_0)} =$$

$$= \frac{pa^2}{2b\alpha(\rho - \rho_0)} [2\alpha^2\rho - (\rho + \rho_0)].$$

Подстановка сюда выражения (4.4) для α позволяет преобразовать этот результат к виду

$$N_2 = \frac{pa^2}{2b} \frac{1 - 2\varepsilon(\rho - \rho_0)}{\alpha}. \quad (4.9)$$

Формулы (4.8) и (4.9) дают решение поставленной задачи. Из них вытекают некоторые важные частные случаи. Например, положив $a = b = R$, будем иметь случай круговой торовой оболочки (рисунок 4.3). При этом $\varepsilon = 0$; $\alpha = 1$, и из (4.8), (4.9) получаем

$$N_1 = \frac{pR}{2} \left(1 + \frac{r_0}{r}\right); \quad N_2 = \frac{pR}{2}. \quad (4.10)$$

Распределение N_1 и N_2 вдоль меридиана показано на рисунке 4.3.

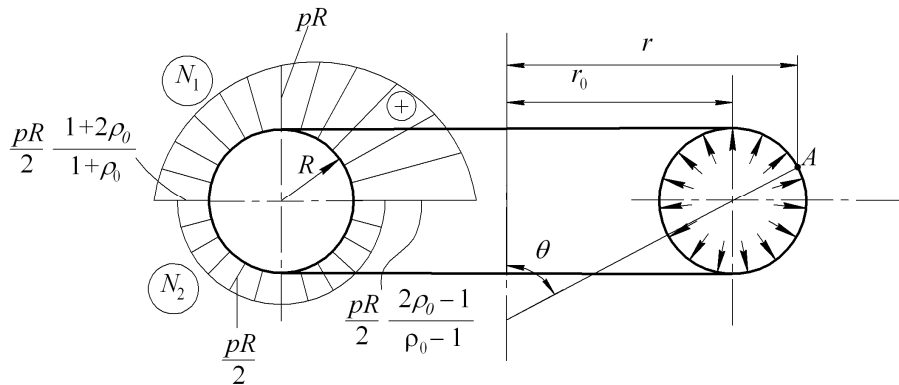


Рисунок 4.3 – Круговая торовая оболочка под внутренним давлением ($\rho_0 = r_0/R$)

Другой частный случай можно получить, если взять в соотношениях (4.8) и (4.9) $r_0 = 0$ (или $\rho_0 = 0$). Тогда получим оболочку в форме эллипсоида вращения (рисунок 4.4, а). Формулы для N_1 и N_2 примут вид

$$N_1(\rho) = \frac{pa^2}{2b} \sqrt{1 - \varepsilon\rho^2}; \quad N_2(\rho) = \frac{pa^2}{2b} \frac{1 - 2\varepsilon\rho^2}{\sqrt{1 - \varepsilon\rho^2}}. \quad (4.11)$$

Отметим, что в вершине (полюсе) оболочки, то есть при $\rho = 0$,

$$N_1(0) = N_2(0) = \frac{pa^2}{2b}. \quad (4.12)$$

На экваторе (при $\rho = 1$)

$$N_1(1) = \frac{pa}{2}; \quad N_2(1) = \frac{pa}{2} \left(2 - \frac{a^2}{b} \right). \quad (4.13)$$

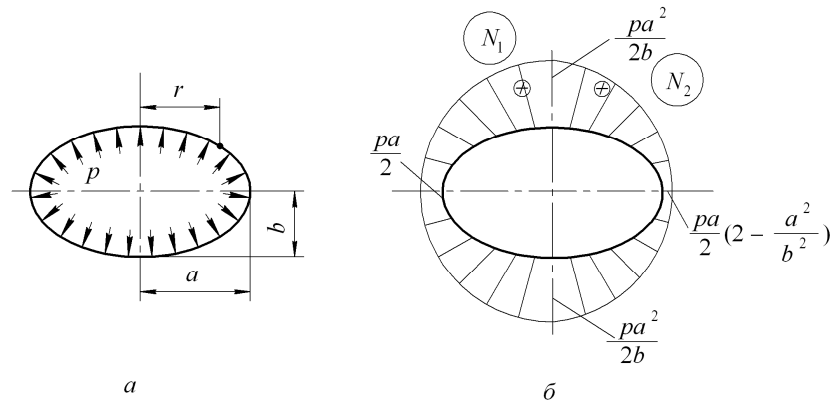


Рисунок 4.4 – Оболочка в форме эллипсоида вращения

Как видим, в случае $a > \sqrt{2}b$ окружное усилие в области экватора оказывается сжимающим. Если же $a \leq \sqrt{2}b$, усилия N_1 и N_2 являются повсюду растягивающими. Пример изменения сил N_1 и N_2 вдоль меридиана показан на рисунке 4.4, б.

4.3 Расчёт днищ баков на внутреннее давление

В конструкциях баков летательных аппаратов могут применяться днища различной формы. Рассмотрим некоторые из них.

4.3.1 Полусферическое днище

На рисунке 4.5 показан цилиндрический бак с полусферическим днищем радиуса R , находящийся под действием внутреннего давления p . В цилиндрической обечайке меридиональное и окружное усилия будут равны соответственно

$$N_1 = \frac{pR}{2}; \quad N_2 = pR. \quad (4.14)$$

Для сферического днища

$$N_1 = N_2 = \frac{pR}{2}. \quad (4.15)$$

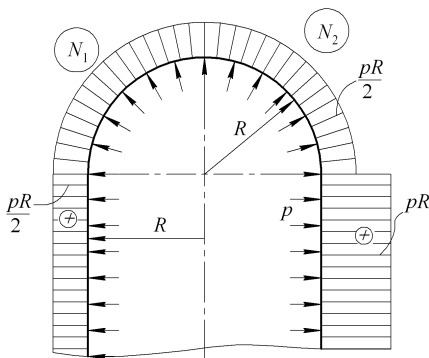


Рисунок 4.5 – Полусферическое днище

Соответствующие напряжения можно получить по формулам

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{\delta}; \quad \sigma_2 = \frac{N_2}{\delta},$$

где δ – толщина обечайки или днища. Эпюры погонных усилий в полусферическом днище и обечайке бака приведены на рисунке 4.5.

Полусферическое днище можно считать идеальным в смысле прочности. Однако оно имеет большую высоту, что ухудшает компоновку летательного аппарата и является серьёзным недостатком.

4.3.2 Эллиптическое днище

На рисунке 4.6 представлен бак, имеющий эллиптическое днище. С точки зрения компоновки это днище выгоднее полусферического.

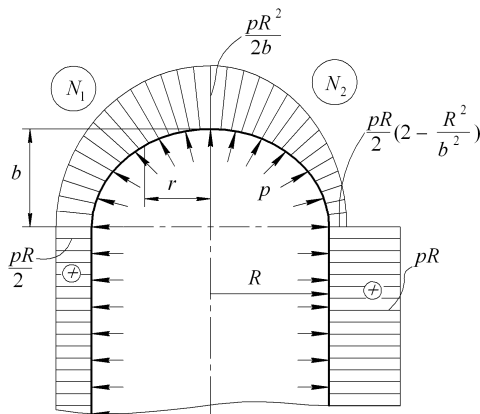


Рисунок 4.6 – Эллиптическое днище

В цилиндрической обечайке усилия находятся, как и в предыдущем случае, по формулам (4.14). В эллиптическом днище, нагруженном равномерным внутренним давлением p , погонные усилия определяются согласно (4.11) формулами (b – высота днища)

$$N_1(\rho) = \frac{pR^2}{2b} \sqrt{1 - \varepsilon\rho^2},$$

$$N_2(\rho) = \frac{pR^2}{2b} \frac{1 - 2\varepsilon\rho^2}{\sqrt{1 - \varepsilon\rho^2}},$$

где

$$\varepsilon = 1 - \frac{b^2}{R^2}, \quad \rho = \frac{r}{R}.$$

В вершине днища (при $\rho = 0$)

$$N_1(0) = N_2(0) = \frac{pR^2}{2b},$$

а по линии стыка днища с обечайкой

$$N_1(1) = \frac{pR}{2}; \quad N_2(1) = \frac{pR}{2} \left(2 - \frac{R^2}{b^2} \right).$$

Высота днища b должна быть ограничена условием отсутствия сжимающих окружных усилий, то есть условием

$$b \geq \frac{R}{\sqrt{2}} \approx 0,7R.$$

В противном случае в днище будут возникать нежелательные с точки зрения устойчивости окружные сжимающие усилия.

4.3.3 Торосферическое (коробовое) днище

Торосферическим называется днище, образованное путём плавного сопряжения сферической оболочки радиуса $R_0 > R$ с обечайкой посредством круговой торовой оболочки с радиусом образующей r_t (рисунок 4.7).

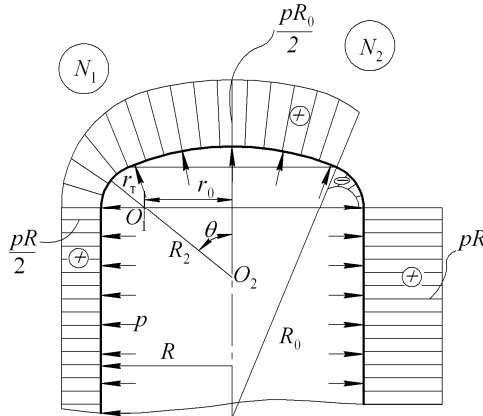


Рисунок 4.7 – Торосферическое днище

где r_0 – радиус окружности, проходящей через центр кривизны торового участка. Для любой оболочки вращения, замкнутой в вершине и нагруженной равномерным давлением, усилия N_1 и N_2 определяются по формулам строительной механики

$$N_1 = \frac{pR_2}{2}; \quad N_2 = \frac{pR_2}{2} \left(2 - \frac{R_2}{R_1} \right).$$

Подставив сюда выражения для R_1 и R_2 , можно прийти к выражениям

$$N_1 = \frac{pr_t}{2} \left(1 + \frac{\rho_0}{\sin \theta} \right); \quad N_2 = \frac{pr_t}{2} \left(1 - \frac{\rho_0^2}{\sin^2 \theta} \right).$$

где $\rho_0 = r_0/r_t$.

Увеличивая R_0 , можно добиться уменьшения высоты днища h . Но при малой величине r_t , параметр ρ_0 будет больше 1 и тогда усилие N_2 окажется сжимающим на всём торовом участке. Как отмечалось ранее, это нежелательно с точки зрения устойчивости конструкции. Эпюры N_1 , N_2 для такого случая показаны на рисунке 4.7.

4.3.4 Пологое сферическое днище

Обязательным элементом пологого сферического днища является шпангоут в месте стыка днища с обечайкой (рисунок 4.8), который воспринимает значительную радиальную распределённую нагрузку, действующую со стороны днища. Днище является простым с технологической точки зрения

Для сферического участка днища

$$N_1 = N_2 = \frac{pR_0}{2}.$$

На торовом участке в точке меридиана с углом θ главные радиусы кривизны имеют значения

$$R_1 = r_t, \quad R_2 = r_t + \frac{r_0}{\sin \theta},$$

и может иметь малую высоту h . Следует отметить однако, что если бак изготовляется из хрупкого материала то в расчётах на прочность

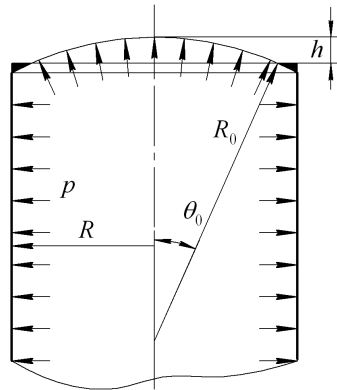


Рисунок 4.8 – Пологое сферическое днище

должна учитываться значительная моментность напряжённого состояния, возникающая в районе стыка днища с обечайкой.

Если же исходить из безмоментной теории, то усилия в днище будут иметь значения

$$N_1^0 = N_2^0 = \frac{pR_0}{2}. \quad (4.16)$$

Для выяснения роли шпангоута мысленно отсоединим друг от друга днище, шпангоут и обечайку. Усилия, с которыми они взаимодействуют друг с другом, показаны на рисунке 4.9. На шпангоут действуют меридиональные

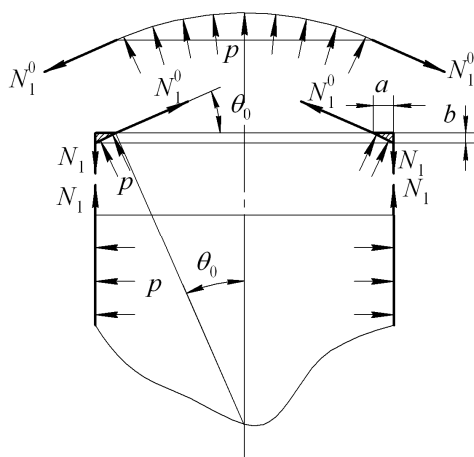


Рисунок 4.9 – Усилия взаимодействия между элементами днища

погонные силы N_1^0 и N_1 со стороны днища и обечайки соответственно, а также давление наддува p . Эти силы можно свести к равномерной радиальной сжимающей нагрузке q , приложенной к осевой линии шпангоута, и погонному скручивающему моменту m (рисунок 4.10). Интенсивность радиальной нагрузки q в соответствии с рисунком 4.9 будет

$$q = N_1^0 \cos \theta_0 - pb = \frac{pR_0}{2} \cos \theta_0 - pb. \quad (4.17)$$

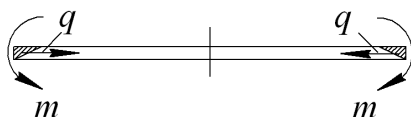


Рисунок 4.10 – Усилия, действующие на стыковой шпангоут

Радиус днища R_0 можно выразить через R следующим образом (см. рисунок 4.8):

$$R_0 = \frac{R - a}{\sin \theta_0}. \quad (4.18)$$

Подставляя это выражение в (4.17), запишем

$$q = \frac{pR}{2} \operatorname{ctg} \theta_0 - \frac{pa}{2} \operatorname{ctg} \theta_0 - pb. \quad (4.19)$$

Если размеры поперечного сечения шпангоута малы по сравнению с радиусом обечайки R , то два последних слагаемых в (4.19) могут быть отброшены, и тогда приближённо получим

$$q = \frac{pR}{2} \operatorname{ctg} \theta_0. \quad (4.20)$$

Величину скручивающего момента найдём в соответствии с рисунком 4.11, где буквой O обозначено положение центра тяжести сечения шпангоута. Пренебрегая моментом от давления, будем иметь

$$m = N_1^0 a_1 \sin \theta_0 + N_1 a_2 - N_1^0 b_1 \cos \theta_0.$$

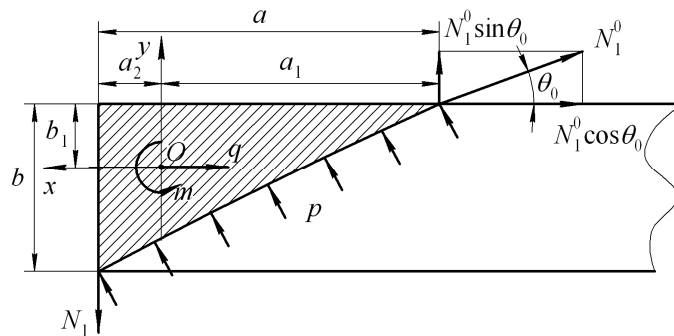


Рисунок 4.11 – Поперечное сечение шпангоута

Подставляя в это соотношение формулы для N_1 , N_1^0 и учитывая (4.18), получим

$$m = \frac{pR}{2} (a - b_1 \operatorname{ctg} \theta_0) - \frac{pa}{2} (a_1 - b_1 \operatorname{ctg} \theta_0). \quad (4.21)$$

С учётом малости размеров поперечного сечения шпангоута последним слагаемым в (4.21) можно пренебречь; тогда

$$m = \frac{pR}{2} (a - b_1 \operatorname{ctg} \theta_0). \quad (4.22)$$

Под действием радиальной нагрузки q и скручивающего момента m в поперечном сечении шпангоута возникают осевая сила $N = -qR$ и изгибающий момент $M_x = mR$ относительно оси x , проходящей через центр тяжести сечения и лежащей в плоскости шпангоута. Зная эти величины, можно вычислить нормальное напряжение в поперечном сечении шпангоута по формуле

$$\sigma = \frac{N}{F} + \frac{M_x}{I_x} y, \quad (4.23)$$

где F – площадь поперечного сечения шпангоута; I_x – момент инерции поперечного сечения относительно оси x ; y – расстояние рассматриваемой точки от центра тяжести поперечного сечения вдоль оси вращения.

Следует отметить, что с помощью конструктивных мероприятий можно избежать появления изгибающего момента. Для этого геометрические параметры поперечного сечения стыкового шпангоута подбирают так, чтобы выполнялось условие равенства нулю m , то есть условие

$$a = b_1 \operatorname{ctg} \theta. \quad (4.24)$$

В этом случае формула (4.23) упрощается и принимает вид

$$\sigma = \frac{N}{F}.$$

С учётом (4.20) выражение для осевой силы может быть представлено в виде

$$N = -\frac{pR^2}{2} \operatorname{ctg} \theta_0$$

или

$$N = p\Omega, \quad (4.25)$$

где

$$\Omega = -\frac{R^2}{2} \operatorname{ctg} \theta_0. \quad (4.26)$$

Этому результату можно дать геометрическую интерпретацию. Через

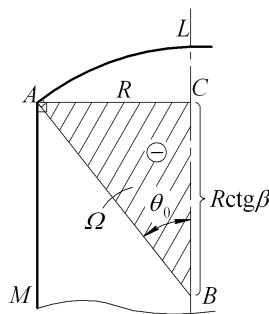


Рисунок 4.12 – Геометрический смысл площади давления

назовём площадью давления.

точку сопряжения днища с обечайкой (точка A) проведём два отрезка AB и AC , нормальных к меридиану днища и образующей обечайки соответственно, до пересечения с осью вращения (рисунок 4.12). Площадь Ω , ограниченную этими отрезками и осью вращения, взятую со знаком минус,

можно показать, что при любом резком изменении формы меридиана осевая сила в сечении шпангоута, установленного в этом месте, определяется формулой (4.25), в которой под Ω следует понимать соответствующую пло-

щадь давления¹. Если при этом секторы, образованные отрезками AB и AC и соответствующими линиями меридианов (в нашем случае секторы LAB и MAC) накладываются друг на друга, то площадь давления следует брать со знаком минус. В противном случае величину Ω необходимо считать положительной.

Приведённый расчёт носит приближённый характер. Более точный результат можно получить, если включить в сечение шпангоута примыкающие к нему участки обечайки и днища, размеры которых, как показывают исследования, определяются по формулам

$$l = k\sqrt{R\delta}; \quad l_0 = k\sqrt{R_0\delta_0}, \quad (4.27)$$

где δ и δ_0 – толщины обечайки и днища. Коэффициент k рекомендуется принимать равным $k = 0,6$ при $\theta_0 \leq 60^\circ$ и $k = 0,7$ при $\theta_0 > 60^\circ$.

Площадь давления определяется при этом так, как показано на рисунке 4.13. Она состоит из двух составляющих: Ω_1 и Ω_2 , первая из которых отрицательна, а вторая положительна. В соответствии с рис. 4.13 можно записать

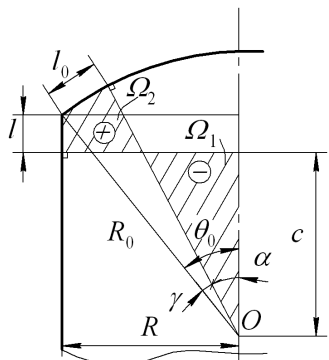


Рисунок 4.13 – К вычислению площади давления

сать

$$\Omega_1 = -\frac{1}{2}c^2 \operatorname{tg} \alpha; \quad (4.28)$$

$$\Omega_2 = \frac{1}{2}l^2 \operatorname{tg} \theta_0 + \frac{1}{2}R_0l_0 - \frac{1}{2}c^2 (\operatorname{tg} \theta_0 - \operatorname{tg} \alpha), \quad (4.29)$$

где

$$c = R_0 \cos \theta_0 - l;$$

$$\alpha = \theta_0 - \gamma.$$

Здесь угол γ выражается (в радианах)

$$\gamma = \frac{l_0}{R_0}.$$

Расчётная осевая сила в сечении шпангоута будет равна

$$N^p = p^p (\Omega_1 + \Omega_2), \quad (4.30)$$

где p^p – расчётное значение внутреннего давления.

Хотя осевая сила оказывается отрицательной (то есть сжимающей), потери устойчивости шпангоута здесь не происходит из-за поддерживающего

¹ Для баков торового типа это утверждение не справедливо.

влияния пологого днища. Поэтому условие прочности можно свести к требованию, чтобы напряжение в сечении шпангоута по абсолютной величине не превосходило предела прочности материала. Полагая, что сила N^P воспринимается сечением, включающим в себя помимо площади сечения F самого шпангоута примыкающие к нему участки обечайки и днища, запишем

$$\frac{|N^P|}{F + \delta l + \delta_0 l_0} \leq k_{\text{ш}} \sigma_B,$$

где $k_{\text{ш}}$ – коэффициент ослабления материала в зоне сварного шва.

Отсюда находим требуемое значение F :

$$F = \frac{|N^P|}{k_{\text{ш}} \sigma_B} - \delta l - \delta_0 l_0. \quad (4.31)$$

4.4 Напряжения в днищах баков от гидростатического давления

Предположим вначале, что бак имеет полусферическое заднее днище. Радиус днища R , высота столба жидкости в обечайке бака H (рисунок 4.14). Будем считать, что летательный аппарат движется с продольной перегрузкой n_x . Зеркало жидкости принимаем перпендикулярным к оси летательного аппарата, то есть пренебрегаем нормальной перегрузкой n_y .

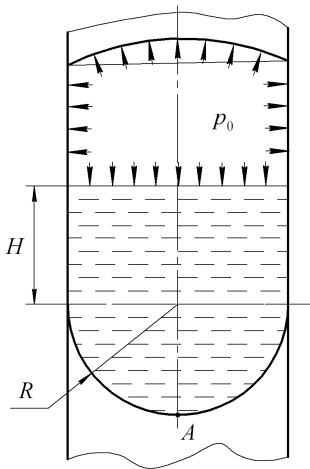


Рисунок 4.14 – Бак с полусферическим днищем

Максимальное давление в точке A днища

$$p_{\text{max}} = p_0 + \rho g n_x (H + R), \quad (4.32)$$

где ρ – плотность жидкости; g – ускорение силы тяжести. Мысленно отделим нижнее днище от обечайки по линии стыка (рисунок 4.15). В этом сечении давление в жидкости

$$p' = p_0 + \rho g n_x H.$$

Напряжённое состояние в нижнем днище можно представить в виде суммы двух составляющих:

$$\begin{aligned} N_1 &= N'_1 + N''_1; \\ N_2 &= N'_2 + N''_2. \end{aligned} \quad (4.33)$$

Здесь через N'_1 и N'_2 обозначены усилия, вызванные действием постоянного давления p' :

$$N_1' = N_2' = \frac{p'R}{2} = \frac{R(p_0 + \rho g n_x H)}{2}. \quad (4.34)$$

Усилия N_1'' и N_2'' вызваны действием только давления жидкости, заключённой в объёме днища. Для их вычисления рассмотрим равновесие части днища, отсекаемой на расстоянии h от задней точки днища (рисунок 4.16). Давление p'' по определению имеет величину

$$p'' = \rho g n_x (R - h).$$

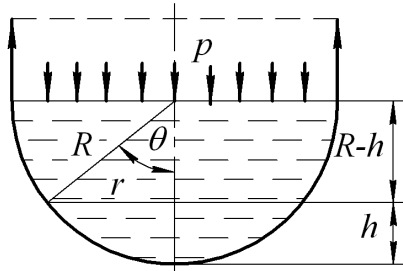


Рисунок 4.15 – Схема нагружения днища

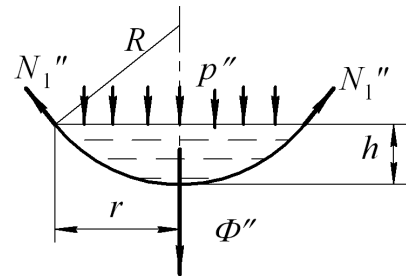


Рисунок 4.16 – К расчёту усилий N_1''

Из уравнения равновесия отсечённой части имеем

$$N_1'' = \frac{\Phi''}{2\pi R_2 \sin^2 \theta}, \quad (4.35)$$

где Φ'' – результирующая сил, действующих на отсечённую часть:

$$\Phi'' = \pi r^2 p'' + \rho g n_x V.$$

Здесь

$$V = \frac{\pi h^2}{3}(3R - h)$$

– объём сферического сегмента высотой h и радиуса R ; r – радиус параллельной окружности.

Введём безразмерный параметр η , характеризующий высоту сегмента, по формуле

$$\eta = \frac{h}{R}.$$

Тогда формулы для V и p'' примут вид

$$V = \frac{1}{3}\pi R^3 \eta^2 (3 - \eta);$$

$$p'' = \rho g n_x R(1 - \eta).$$

Из геометрии следует также, что

$$r^2 = R^2 - (R - h)^2 = 2Rh - h^2$$

или

$$r^2 = R^2(2 - \eta)\eta.$$

Отсюда получаем следующее выражение для Φ'' :

$$\Phi'' = \frac{2}{3}\pi R^3 \rho g n_x (\eta^2 - 3\eta + 3)\eta.$$

Кроме того, так как

$$\sin \theta = \frac{r}{R},$$

то

$$\sin^2 \theta = \frac{r^2}{R^2} = (2 - \eta)\eta.$$

Согласно (4.35) получаем теперь

$$N_1'' = \frac{R^2 \rho g n_x}{3} \frac{3 - 3\eta + \eta^2}{2 - \eta}. \quad (4.36)$$

Из уравнения Лапласа

$$\frac{N_1''}{R_1} + \frac{N_2''}{R_2} = p_n''$$

находим далее ($R_1 = R_2 = R$; $p_n'' = p''$)

$$N_2'' = \frac{R^2 \rho g n_x}{3} \frac{3 - 6\eta + 2\eta^2}{2 - \eta}. \quad (4.37)$$

В точке A , где $\eta = 0$, имеем, в частности, по формулам (4.36) и (4.37)

$$N_1'' = N_2'' = \frac{R^2 \rho g n_x}{2}.$$

С учётом соотношений (4.33) и (4.34) находим для этой точки

$$N_1 = N_2 = \frac{R(p_0 + \rho g n_x H)}{2} + \frac{R^2 \rho g n_x}{2} = \frac{R[p_0 + \rho g n_x (H + R)]}{2}.$$

Принимая во внимание равенство (4.32), получаем окончательно

$$N_1 = N_2 = \frac{p_{\max} R}{2}. \quad (4.38)$$

Таким образом, в наиболее нагруженной точке A днища усилия N_1 , N_2 оказываются такими же, как если бы на днище действовало равномерное давление p_{\max} .

В других точках погонные силы будут меньше, чем в точке A и отличаются друг от друга. Например, в месте стыка с обечайкой, где $\eta = 1$, будем иметь

$$N_1'' = -N_2'' = \frac{R^2 \rho g n_x}{3},$$

а суммарные силы по (4.33) равны здесь

$$N_1 = \frac{R}{2} \left[p_0 + \rho g n_x \left(H + \frac{2}{3} R \right) \right]; \quad N_2 = \frac{R}{2} \left[p_0 + \rho g n_x \left(H - \frac{2}{3} R \right) \right].$$

В случае эллиптического днища (рисунок (4.17)) подобный анализ показывает, что в наиболее нагруженной точке A имеют место аналогичные равенства

$$N_1 = N_2 = \frac{p_{\max} R^2}{2b};$$

где b – высота днища; R – радиус заднего основания бака;

$$p_{\max} = p_0 + \rho g n_x (H + b).$$

Точно так же для пологого днища (рисунок 4.18) наибольшие усилия возникают в точке A , причём здесь

$$N_1 = N_2 = \frac{p_{\max} R_0}{2},$$

где p_{\max} – давление жидкости в точке A :

$$p_{\max} = p_0 + \rho g n_x (H + h).$$

Здесь R_0 , h – радиус и глубина днища.

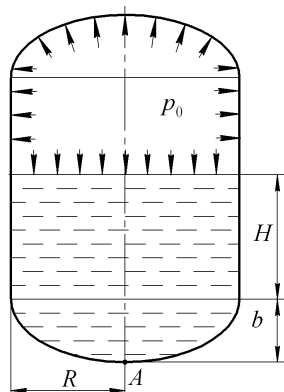


Рисунок 4.17 – Бак с эллиптическим днищем

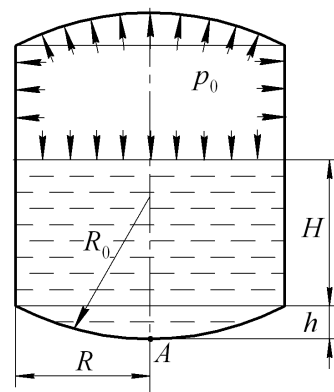


Рисунок 4.18 – Бак с пологим сферическим днищем

Шпангоут в месте стыка пологого сферического днища с обечайкой можно рассчитать так же, как это делалось выше в случае действия постоян-

ного внутреннего давления. Следует принять при этом в качестве последнего величину p_{\max} , что пойдёт в запас прочности.

4.5 Напряжения в обечайках несущих баков

4.5.1 Цилиндрический бак

В поперечных сечениях несущего бака действуют осевая сила N , изгибающий момент M и перерезывающая сила Q . Кроме того, наддув и гидростатическое давление жидкости создают нормальное давление p на стенку бака. Изменение силовых факторов по длине бака представляется для каждого расчётного случая в виде эпюр, как показано на рисунке 4.19.

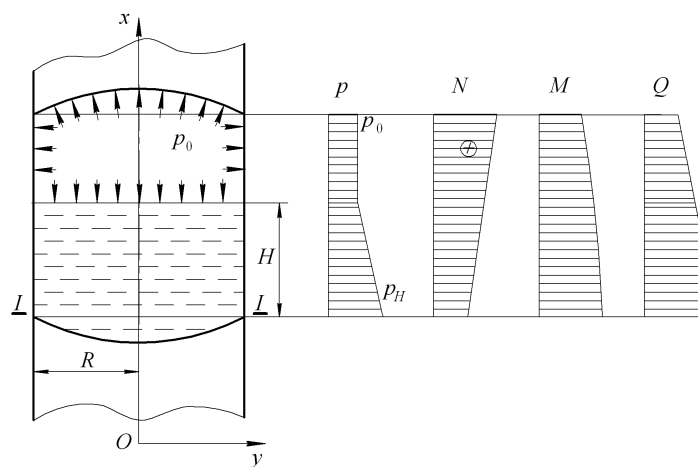


Рисунок 4.19 – Силовые факторы в поперечных сечениях несущего бака

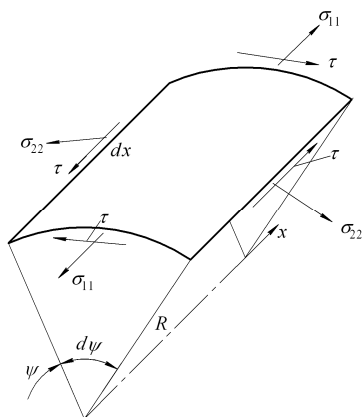


Рисунок 4.20 – Напряжения в обечайке бака

На рисунке 4.20 показаны напряжения в сечениях бесконечно малого элемента обечайки. Расчётное значение меридионального нормального напряжения σ_{11} найдём в соответствии с балочной теорией тонкостенных конструкций по формуле

$$\sigma_{11} = \frac{N^p}{F} + \frac{M^p}{I} y, \quad (4.39)$$

где F , I – площадь и момент инерции поперечного сечения относительно оси z ; y – ордината точки в поперечном сечении. Для гладкого бака

$$F = 2\pi R\delta; \quad I = \pi R^3\delta,$$

где R – радиус бака; δ – толщина обечайки. Положив в формуле (4.39) $y = R$ или $y = -R$, получим наибольшее и наименьшее значения σ_{11} в рассматриваемом сечении:

$$\left(\sigma_{11}^p\right)_{\max}^{\min} = \frac{N^p}{2\pi R\delta} \pm \frac{M^p}{\pi R^2\delta}. \quad (4.40)$$

Отметим попутно, что последнее равенство можно записать в виде

$$\left(\sigma_{11}^p\right)_{\max}^{\min} = \frac{1}{2\pi R\delta} \left(N^p \pm \frac{2M^p}{R} \right)$$

или

$$\left(\sigma_{11}^p\right)_{\max}^{\min} = \frac{N_{\text{экв}}^p}{F}, \quad (4.41)$$

где

$$N_{\text{экв}}^p = N^p \pm \frac{2M^p}{R}. \quad (4.42)$$

Введённая по формуле (4.42) величина $N_{\text{экв}}^p$ представляет собой расчётную осевую силу, при действии которой в сечении бака возникает такое же напряжение, что и максимальное или минимальное (в зависимости от знаков) нормальное напряжение при совместном действии осевой силы N^p и изгибающего момента M^p . Понятием эквивалентной осевой силы часто пользуются для сравнительной оценки нагрузок, вызывающих растяжение (или сжатие) и изгиб корпуса летательного аппарата в различных расчётных случаях. Если наиболее опасным для конструкции является растягивающее напряжение, то используют эквивалентную растягивающую силу

$$N_{\text{экв раст}}^p = N^p + \frac{2|M^p|}{R}.$$

Если же при действии N^p и M^p могут возникнуть сжимающие напряжения, причём существует опасность потери устойчивости конструкции в сжатой зоне, то степень опасности нагрузок определяется величиной эквивалентной сжимающей силы

$$N_{\text{экв сж}}^p = N^p - \frac{2|M^p|}{R}.$$

Строго говоря, эти формулы справедливы лишь для гладкой цилиндрической оболочки. Но и для других отсеков (конических, подкреплённых,

ферменных и т.д.) можно пользоваться для оценки нагрузок понятием эквивалентной осевой силы, подсчитывая её по формуле

$$N_{\text{экв}} = N^p \pm \frac{2|M^p|}{r},$$

где r – радиус рассматриваемого поперечного сечения. Знак плюс или минус выбирают при этом исходя из особенностей работы конструкции на прочность и устойчивость.

Добавим ещё, что даже для гладкой цилиндрической оболочки такой подход к оценке нагрузок является приближённым, поскольку здесь не учитывается влияние перерезывающей силы на прочность или устойчивость конструкции.

Возвращаясь к вычислению меридиональных напряжений σ_{11} , заметим, что они обычно невелики по сравнению с окружными напряжениями. Но если окажется, что в некоторой области обечайки $\sigma_{11}^p < 0$, то имеется опасность потери устойчивости, которая недопустима в сварных герметичных конструкциях. В таких случаях должна быть сделана проверка бака на устойчивость.

Перейдём далее к вычислению касательного напряжения. Бак представляет собой тонкостенную балку с однозамкнутым контуром поперечного сечения. Погонная касательная сила T в произвольной точке сечения определяется по формуле строительной механики

$$T = T^* + T_0.$$

Здесь T^* – погонная касательная сила, найденная в предположении, что сечение разомкнуто в некоторой точке; T_0 – постоянное погонное усилие, равное значению касательной силы в точке размыкания. Касательное напряжение связано с T соотношением

$$\tau = \frac{T}{\delta}.$$

Выбрав точку размыкания на оси y , которая является осью симметрии (рисунок 4.21), будем иметь $T_0 = 0$. Тогда

$$T = T^* = \frac{Q}{I} S,$$

где S – статический момент относительно оси z части сечения от точки размыкания до текущей точки m , определяемой углом ψ :

$$S = \int_s y \delta ds = \int_0^\psi R \cos \theta \cdot \delta \cdot R d\theta = R^2 \delta \sin \psi.$$

Следовательно,

$$T = \frac{Q^p}{\pi R} \sin \psi. \quad (4.43)$$

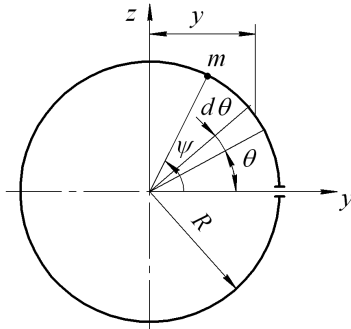


Рисунок 4.21 – К расчёту T^*

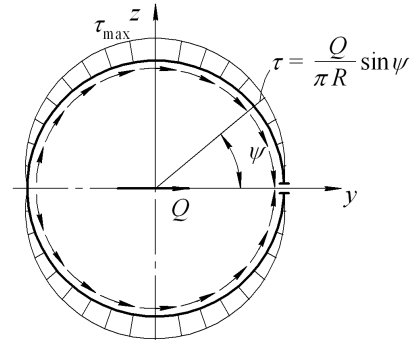


Рисунок 4.22 – Касательные напряжения в сечении цилиндрического бака

Для касательного напряжения τ^p получаем отсюда выражение

$$\tau^p = \frac{Q^p}{\pi R \delta} \sin \psi. \quad (4.44)$$

Эпюра касательных напряжений в сечении цилиндрического бака представлена на рисунке 4.22. Наибольшее расчётное напряжение

$$\tau_{\max}^p = \frac{Q^p}{\pi R \delta} \quad (4.45)$$

возникает в точках сечения, лежащих на оси z .

Действие касательных напряжений также может привести к потере устойчивости обечайки, поэтому для суждения о нормальной работе конструкции необходимо в том числе сравнить τ_{\max}^p с критическим напряжением $\tau_{\text{кр}}$.

Что касается окружного напряжения σ_{22} , то его можно найти из условия равновесия элемента обечайки, показанного на рисунке 4.20, в проекции на нормаль к его поверхности. В безмоментной теории оболочек такое уравнение, записанное через погонные силы, называется уравнением Лапласа:

$$\frac{N_1}{R_1} + \frac{N_2}{R_2} = p_n,$$

где $N_1 = \sigma_{11} \delta$, $N_2 = \sigma_{22} \delta$ – погонные нормальные силы в сечениях оболочки; R_1 и R_2 – главные радиусы кривизны срединной поверхности оболочки; p_n –

нормальное давление. В рассматриваемом случае $R_1 = \infty$; $R_2 = R$; $p_n = p$, и для расчётного значения окружного напряжения приходим к формуле

$$\sigma_{22}^p = \frac{p^p R}{\delta}. \quad (4.46)$$

Наибольшее значение σ_{22}^p возникает у заднего основания бака:

$$(\sigma_{22}^p)_{\max} = \frac{p_n^p R}{\delta}, \quad (4.47)$$

где p_n^p – наибольшее давление на стенки бака (см. рисунок 4.19), равное

$$p_n^p = f(p_0^3 + \rho g n_x^3 H). \quad (4.48)$$

Здесь p_0^3 ; n_x^3 – эксплуатационные значения давления наддува и продольной перегрузки, f – коэффициент безопасности.

Окружное напряжение обычно значительно превосходит меридиональное и касательное и является определяющим с точки зрения прочности обечайки. Его значение, взятое в наиболее тяжёлом расчётном случае, может служить основой для подбора толщину обечайки из условия

$$(\sigma_{22}^p)_{\max} = \frac{p_n^p \max R}{\delta} \leq \sigma_{\text{разр}}. \quad (4.49)$$

здесь $p_n^p \max$ – наибольшее расчётное давление во время полёта; $\sigma_{\text{разр}}$ – разрушающее напряжение. Обечайка изготавливается путём сварки из нескольких листов. Если в зоне сварки отсутствует утолщение листов (рисунок 4.23, а), то следует принять

$$\sigma_{\text{разр}} = k_{\text{ш}} \sigma_{\text{в}},$$

где $\sigma_{\text{в}}$ – предел прочности материала обечайки; коэффициент $k_{\text{ш}}$ учитывает снижение механических свойств материала в зоне сварного шва. Для материала АМгб принимают, например, $k_{\text{ш}} = 0,85 \dots 0,9$.

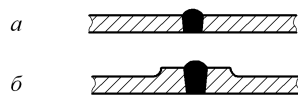


Рисунок 4.23 – Типы сварного соединения стенок бака: а – без утолщения; б – с утолщением

Иногда с помощью химического фрезерования обеспечивается утолщение свариваемых листов вдоль сварного шва для компенсации снижения механических характеристик (рисунок 4.23, б). В этом случае следует принимать

$$\sigma_{\text{разр}} = \sigma_{\text{в}}.$$

Потребная толщина обечайки согласно условию (4.48)

$$\delta \geq \frac{p_{n \max}^p R}{\sigma_{\text{разр}}}. \quad (4.50)$$

Найденное отсюда значение δ следует несколько увеличить (скажем на 0,5 мм), чтобы учесть допуск на толщину листа, толщину лакирующего покрытия, а также имея в виду необходимость последующей проверки обечайки на устойчивость. После этого величина δ корректируется в соответствии с нормальным рядом толщин.

4.5.2 Конический бак

Пусть r_1 и r_2 – радиусы оснований конического бака; l – длина обечайки; β – угол полураствора конуса (рисунок 4.24):

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{r_1 - r_2}{l}.$$

Обозначим через r радиус параллели окружности в произвольном поперечном сечении бака; величина R_2 для этого сечения будет

$$R_2 = \frac{r}{\cos \beta}.$$

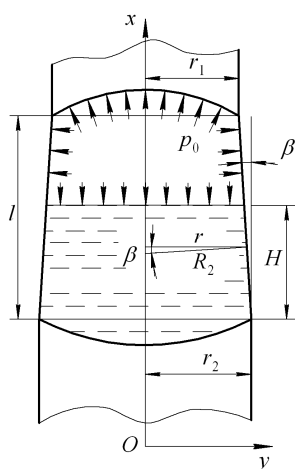


Рисунок 4.24 – Конический бак

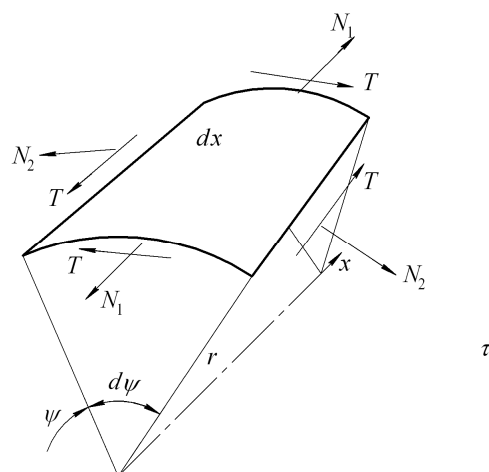


Рисунок 4.25 – Погонные силы в сечениях конической оболочки

На рисунке 4.25 показаны погонные силы в сечениях конической оболочки. Окружную силу, как и в случае цилиндрической обечайки, найдём из уравнения Лапласа. Так как и в этом случае $R_1 = \infty$, для N_2 получаем выражение

$$N_2 = pR_2 = \frac{pr}{\cos \beta}.$$

Разделив N_2 на толщину, найдём нормальное напряжение σ_{22} . Его наибольшее расчётное значение будет

$$(\sigma_{22}^p)_{\max} = \frac{p_n^p r_2}{\delta \cos \beta}, \quad (4.51)$$

где, как и ранее, p_n^p есть расчётное давление жидкости в основании бака.

Для нахождения N_1 и T предположим, что в поперечном сечении они изменяются так же, как и в случае цилиндрической оболочки. Исходя из выражений (4.39) и (4.43), запишем

$$N_1 = a + by; \quad T = c \sin \psi, \quad (4.52)$$

где y – ордината произвольной точки сечения с радиусом r ; ψ – центральный угол, отсчитываемый от оси y и определяющий положение точки:

$$y = r \cos \psi. \quad (4.53)$$

Коэффициенты a , b и c в соотношениях (4.52) являются функциями координаты x и должны быть найдены из соотношений статики. Для записи последних отбросим мысленно часть бака, расположенную перед рассматриваемым сечением радиуса r (рисунок 4.26). В сечении действуют осевая сила N , изгибающий момент M и перерезывающая сила Q . Как и ранее, положительными считаются растягивающая сила N , и момент, при действии которого волокна с положительными ординатами растянуты, а с отрицательными – сжаты.

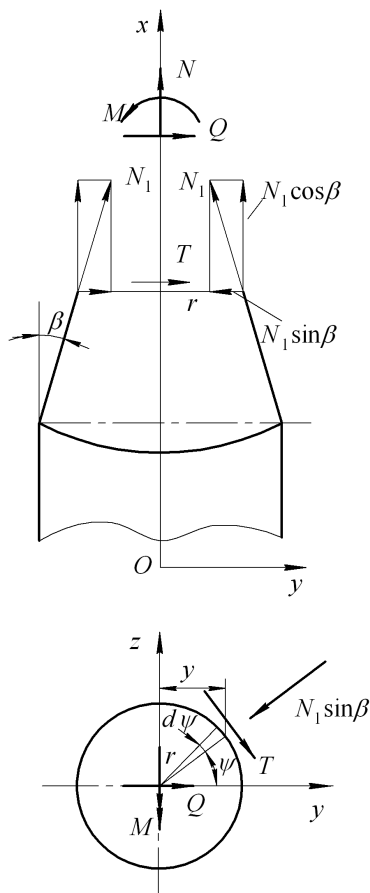


Рисунок 4.26 – Схема действия сил в сечении конического бака

Положительная сила Q в сечении, нормаль к которому совпадает с осью x , направлена в положительную сторону оси y . Эти силовые факторы являются результирующими внутренними напряжений, представленных в сечении погонными меридиональными усилиями N_1 и погонными касательными усилиями T . Положительными будем считать растягивающую силу N_1 и касательную силу, направленную против возрастания угла ψ . Тогда соотношения статики запишут-

ся так:

$$\int_0^{2\pi} N_1 \cos \beta r d\psi = N ;$$

$$\int_0^{2\pi} N_1 \cos \beta y r d\psi = M ;$$

$$\int_0^{2\pi} (T \sin \psi - N_1 \sin \beta \cos \psi) r d\psi = Q .$$

Подстановка сюда выражений (4.52) с учётом (4.53) даёт равенства

$$r \cos \beta \int_0^{2\pi} (a + br \cos \psi) d\psi = N ;$$

$$r^2 \cos \beta \int_0^{2\pi} (a + br \cos \psi) \cos \psi d\psi = M ;$$

$$r \int_0^{2\pi} [c \sin^2 \psi - (a + br \cos \psi) \sin \beta \cos \psi] d\psi = Q .$$

Принимая во внимание соотношения

$$\int_0^{2\pi} \cos \psi d\psi = 0 ; \quad \int_0^{2\pi} \sin \psi d\psi = 0 ;$$

$$\int_0^{2\pi} \cos^2 \psi d\psi = \pi ; \quad \int_0^{2\pi} \sin^2 \psi d\psi = \pi ,$$

будем иметь после выполнения интегрирования

$$2\pi r \cos \beta \cdot a = N ; \quad \pi r^3 \cos \beta \cdot b = M ;$$

$$r(\pi c - \pi r \sin \beta \cdot b) = Q .$$

Отсюда находим

$$a = \frac{N}{2\pi r \cos \beta} ; \quad b = \frac{M}{\pi r^3 \cos \beta} ;$$

$$c = \frac{Q^*}{\pi r} ,$$

где величина Q^* определяется по формуле

$$Q^* = Q + \frac{M \operatorname{tg} \beta}{r} . \quad (4.54)$$

Таким образом, по формулам (4.52) получаем следующие выражения:

$$N_1 = \frac{1}{\cos \beta} \left(\frac{N}{2\pi r} + \frac{M}{\pi r^2} \cos \psi \right);$$

$$T = \frac{Q^*}{\pi r} \sin \psi. \quad (4.55)$$

Разделив N_1 и T на толщину δ , найдём и напряжения σ_{11} и τ . Наибольшее и наименьшее меридиональные напряжения в данном сечении будут при $\psi = 0$ или $\psi = \pi$. Их расчётные значения

$$(\sigma_{11}^p)_{\max/\min} = \frac{1}{2\pi r \delta \cos \beta} \left(N^p \pm \frac{2M^p}{r} \right). \quad (4.56)$$

Максимальные расчётные касательные напряжения, возникающие при $\psi = \pm \frac{\pi}{2}$, определяются по формуле

$$\tau_{\max}^p = \frac{Q^{*p}}{\pi r \delta}, \quad (4.57)$$

где

$$Q^{*p} = Q^p + \frac{M^p \operatorname{tg} \beta}{r}. \quad (4.58)$$

При малых углах конусности, когда косинус угла β близок к единице, нормальные напряжения σ_{11} и σ_{22} в сечении с радиусом r мало отличаются от соответствующих напряжений, подсчитанных для цилиндрической оболочки того же радиуса. Различие же в касательных напряжениях может быть более существенным, поскольку в формуле (4.57) фигурирует величина Q^* . Заметим, что в зависимости от знаков Q и M величина Q^* по абсолютной величине может оказаться как больше, так и меньше абсолютной величины Q .

4.6 Пример расчёта несущего бака

Цилиндрический бак радиуса $R = 2,2$ м находится под наддувом давлением $p_0^3 = 0,16$ МПа и частично заполнен жидким кислородом ($\rho = 1140$ кг/м³) (рисунок 4.27). Толщины обечайки и заднего днища $\delta = \delta_0 = 4$ мм; днище пологое сферическое радиуса $R_0 = 4$ м; площадь сечения шпангоута в сочленении днища с обечайкой $F = 20$ см². Длина обечайки бака $l = 9$ м; высота столба жидкости в обечайке $H = 6$ м. Эксплуатацион-

ные нагрузки в сечении $I-I$ у заднего основания обечайки составляют $N^3 = 250$ кН; $M^3 = -1200$ кН·м; $Q^3 = 200$ кН; продольная перегрузка $n_x^3 = 2,5$. Материал бака АМгб ($E = 6,8 \cdot 10^4$ МПа; $\sigma_{\text{тц}} = 120$ МПа; $\sigma_{0,2} = 160$ МПа; $\sigma_{\text{в}} = 320$ МПа).

Выполнить проверку прочности обечайки и заднего днища, если коэффициент безопасности $f = 1,35$.

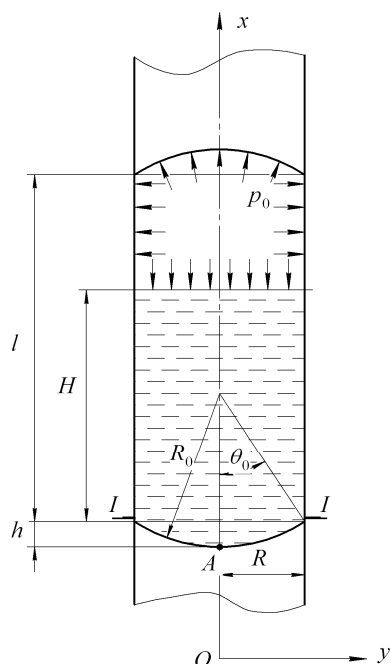


Рисунок 4.27 – К расчёту цилиндрического бака на прочность

Эксплуатационное значение внутреннего давления в основании бака:

$$p_{\text{н}}^{\text{п}} = p_0^3 + \rho g n_x^3 H =$$

$$= 0,16 + 1140 \cdot 9,81 \cdot 2,5 \cdot 6 \cdot 10^{-6} =$$

$$= 0,3278 \text{ МПа}.$$

Глубина днища

$$h = R_0 - \sqrt{R_0^2 - R^2} =$$

$$= 4 - \sqrt{4^2 - 2,2^2} = 0,6593 \text{ м}.$$

Максимальное эксплуатационное давление жидкости (в точке А днища)

$$p_{\text{max}}^3 = p_0^3 + \rho g n_x^3 (H + h) =$$

$$= 0,16 + 1140 \cdot 9,81 \cdot 2,5 (6 + 0,6593) \cdot 10^{-6} =$$

$$= 0,3462 \text{ МПа}.$$

Расчётные напряжения в точке А

$$\sigma_{11}^{\text{п}} = \sigma_{22}^{\text{п}} = \frac{f p_{\text{max}}^3 R_0}{2 \delta_0} = \frac{1,35 \cdot 0,3462 \cdot 4000}{2 \cdot 4} = 233,7 \text{ МПа}.$$

Эквивалентное напряжение по четвёртой теории прочности (теории прочности энергии формоизменения)

$$\sigma_{\text{эКВ}} = \sqrt{\sigma_{11}^{\text{п}2} - \sigma_{11}^{\text{п}} \sigma_{22}^{\text{п}} + \sigma_{22}^{\text{п}2}} = 233,7 \text{ МПа}.$$

Запас прочности по днищу

$$\eta = \frac{k_{\text{ш}} \sigma_{\text{в}}}{\sigma_{\text{эКВ}}} = \frac{0,85 \cdot 320}{233,7} = 1,16,$$

где $k_{\text{ш}} = 0,85$ – коэффициент ослабления сварного шва.

Расчётное значение окружного напряжения в сечении $I-I$

$$\sigma_{22}^p = \frac{fp_h^3 R}{\delta} = \frac{1,35 \cdot 0,3278 \cdot 2200}{4} = 243,4 \text{ МПа}.$$

Расчётные значения меридиональных напряжений в этом сечении

$$\begin{aligned} (\sigma_{11}^p)_{\max}^{\min} &= \frac{f}{2\pi R \delta} \left(N^3 \pm \frac{2M^3}{R} \right) = \frac{1,35}{2\pi \cdot 2200 \cdot 4} \left(250 \cdot 10^3 \mp \frac{2 \cdot 1200 \cdot 10^6}{2200} \right) = \\ &= 6,10 \mp 26,64 \text{ МПа}. \end{aligned}$$

Следовательно,

$$\sigma_{11 \max}^p = 6,10 + 26,64 = 32,74 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{11 \min}^p = 6,10 - 26,64 = -20,54 \text{ МПа}.$$

Наибольшее расчётное касательное напряжение в том же сечении

$$\tau_{\max}^p = \frac{fQ^3}{\pi R \delta} = \frac{1,35 \cdot 200 \cdot 10^3}{\pi \cdot 2200 \cdot 4} = 9,77 \text{ МПа}.$$

Эквивалентное напряжение в обечайке определяется по формуле

$$\sigma_{\text{экр}} = \sqrt{\sigma_{11}^{p2} - \sigma_{11}^p \sigma_{22}^p + \sigma_{22}^{p2} + 3\tau^{p2}}.$$

Расчёт $\sigma_{\text{экр}}$ выполним для четырёх характерных точек сечения $I-I$ (рисунок 4.28), в которых различаются σ_{11}^p и τ^p . В точке 1, где $\tau^p = 0$; $\sigma_{11}^p = \sigma_{11 \max}^p = 32,74 \text{ МПа}$, имеем

$$\sigma_{\text{экр}1} = \sqrt{32,74^2 - 32,74 \cdot 243,4 + 243,4^2} = 228,8 \text{ МПа};$$

В точке 2 ($\tau^p = 0$; $\sigma_{11}^p = -\sigma_{11 \min}^p = -20,54 \text{ МПа}$):

$$\sigma_{\text{экр}2} = \sqrt{(-20,54)^2 + 20,54 \cdot 243,4 + 243,4^2} = 253,5 \text{ МПа};$$

В точках 3 и 4 ($\tau^p = \tau_{\max}^p = 9,77 \text{ МПа}$, $\sigma_{11}^p = 6,10 \text{ МПа}$):

$$\sigma_{\text{экр}3} = \sqrt{6,10^2 - 6,10 \cdot 243,4 + 243,4^2 + 3 \cdot 9,77^2} = 240,9 \text{ МПа}.$$

Запас прочности по обечайке

$$\eta = \frac{k_{\text{ш}} \sigma_{\text{в}}}{\sigma_{\text{экр}2}} = \frac{0,85 \cdot 320}{253,2} = 1,07.$$

Переходя к расчёту напряжений в сечении шпангоута, найдём прежде всего размеры участков обечайки и днища, работающих вместе со шпангоутом.

Из рисунка 4.27 следует, что

$$\sin \theta_0 = \frac{R}{R_0} = \frac{2,2}{4} = 0,55,$$

то есть $\theta_0 = 33,37^\circ > 30^\circ$. Тогда

$$l = 0,6\sqrt{R\delta} = 0,6\sqrt{2200 \cdot 4} = 56,29 \text{ мм};$$

$$l_0 = 0,6\sqrt{R_0\delta_0} = 0,6\sqrt{4000 \cdot 4} = 75,28 \text{ мм}.$$

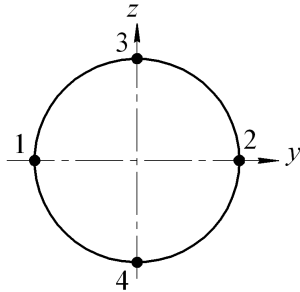


Рисунок 4.28 – Расчётные точки в сечении I-I

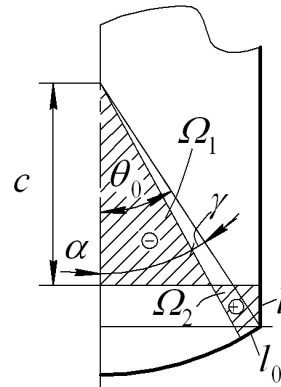


Рисунок 4.29 – К расчету площади давления

Центральный угол γ , соответствующий дуге l_0 (рисунок 4.29),

$$\gamma = \frac{l_0}{R_0} \cdot \frac{180}{\pi} = \frac{75,89}{4000} \cdot \frac{180}{\pi} = 1,09^\circ.$$

При этом

$$\alpha = \theta_0 - \gamma = 33,37 - 1,09 = 32,28^\circ.$$

Тангенсы углов θ_0 и β :

$$\text{tg } \theta_0 = 0,6586; \quad \text{tg } \alpha = 0,6317.$$

Размер

$$c = R_0 \cos \theta_0 - l = 4000 \cdot \cos 33,37^\circ - 56,29 = 1932 \text{ мм}.$$

Площади Ω_1 и Ω_2 , показанные на рисунке 4.29, равны

$$\Omega_1 = -\frac{1}{2}c^2 \text{tg } \alpha = -\frac{1}{2}1932^2 \cdot 0,6317 = -1,179 \cdot 10^6 \text{ мм}^2;$$

$$\begin{aligned} \Omega_2 &= \frac{1}{2}l^2 \text{tg } \theta_0 + \frac{1}{2}R_0l_0 - \frac{c^2}{2}(\text{tg } \theta_0 - \text{tg } \alpha) = \\ &= \frac{1}{2}56,29^2 \cdot 0,6586 + \frac{1}{2} \cdot 4000 \cdot 75,89 - \frac{1932^2}{2}(0,6586 - 0,6317) = 5,236 \cdot 10^4 \text{ мм}^2. \end{aligned}$$

Площадь давления

$$\Omega = \Omega_1 + \Omega_2 = -1,179 \cdot 10^6 + 5,236 \cdot 10^4 = -1,127 \cdot 10^6 \text{ мм}^2.$$

Расчётная осевая сила в сечении шпангоута

$$N^p = fp_{\max}^p \Omega = -1,35 \cdot 0,3462 \cdot 1,127 \cdot 10^6 = -526,7 \cdot 10^3 \text{ Н}.$$

Нормальное напряжение в сечении шпангоута

$$\sigma^p = \frac{N^p}{F + l\delta + l_0\delta_0} = -\frac{526,7 \cdot 10^3}{2000 + 56,29 \cdot 4 + 75,89 \cdot 4} = -208,3 \text{ МПа}.$$

Запас прочности по шпангоуту

$$\eta = \frac{k_{ш} \sigma_B}{|\sigma^p|} = \frac{0,85 \cdot 320}{208,3} = 1,31.$$

Эти расчёты должны быть дополнены расчётами на устойчивость от действия меридиональных сжимающих напряжений, имеющих наибольшее значение $\sigma_{сж \max}^p = 20,54 \text{ МПа}$, и от действия касательных напряжений величиной $\tau_{\max}^p = 9,77 \text{ МПа}$. Соответствующая методика рассматривается в следующем разделе.

5 РАСЧЁТ БАКОВ НА УСТОЙЧИВОСТЬ

5.1 Уравнения устойчивости цилиндрической оболочки

Будучи тонкостенной конструкцией, бак может терять устойчивость при сравнительно небольших напряжениях. Потеря устойчивости сопровождается образованием вмятин и выпучин на стенке бака, что чревато нарушением герметичности сварных швов. Поэтому в отличие от клёпаных каркасированных отсеков летательных аппаратов потеря устойчивости баков считается недопустимой, и определение критических напряжений является необходимым для суждения о работоспособности конструкции.

Для расчёта критических напряжений воспользуемся соотношениями теории оболочек. На рисунке 5.1 показана цилиндрическая оболочка радиуса R . Положение произвольной точки a срединной поверхности будем характеризовать продольной координатой x , отсчитываемой от края оболочки, и окружной криволинейной координатой y , которая отсчитывается от какой-либо образующей и связана с центральным углом ψ равенством $y = R\psi$. Оболочка испытывает действие нормального давления p_n (не обязательно постоянного), а также нагрузок, приложенных в торцевых сечениях. Через u , v и w обозначим перемещения точки a в продольном и окружном направлениях и по нормали к срединной поверхности.

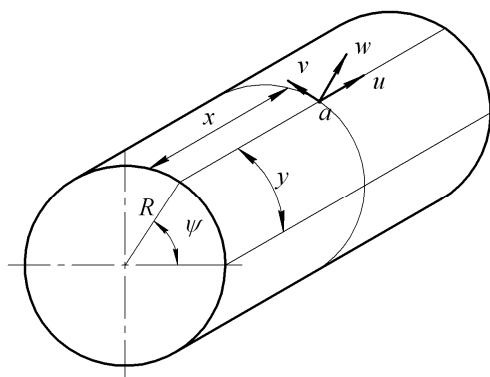


Рисунок 5.1 – Цилиндрическая оболочка

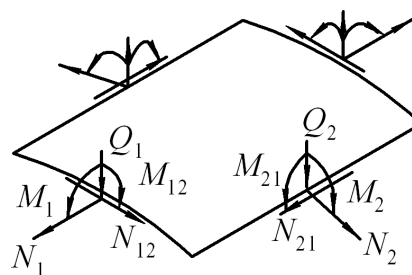


Рисунок 5.2 – Внутренние силы и моменты

В общем случае действия произвольной нагрузки в сечениях оболочки возникают нормальные N_1 , N_2 и касательные N_{12} , N_{21} силы, изгибающие M_1 , M_2 и крутящие M_{12} , M_{21} моменты, а также перерезывающие силы Q_1 , Q_2 (рисунок 5.2). Для расчёта на устойчивость используем приближённый вариант теории, называемый теорией пологих оболочек. В этом варианте

пренебрегается влиянием тангенциальных перемещений u и v на изменения кривизн и кручение срединной поверхности и не учитываются перерезывающие силы в уравнениях равновесия в направлениях, касательных к срединной поверхности. Тогда расчёт оболочек можно свести к отысканию двух функций – прогиба $w(x, y)$ и так называемой функции напряжений $\varphi(x, y)$. При этом изгибные силовые факторы выражаются через $w(x, y)$ по тем же формулам, что и в теории изгиба пластин:

$$\begin{aligned} M_1 &= -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right); & M_2 &= -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right); \\ M_{12} &= M_{21} = -D(1 - \mu) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}; \\ Q_1 &= -D \frac{\partial}{\partial x} \nabla^2 w; & Q_2 &= -D \frac{\partial}{\partial y} \nabla^2 w, \end{aligned} \quad (5.1)$$

где D – изгибная жёсткость:

$$D = \frac{E\delta^3}{12(1 - \mu^2)}; \quad (5.2)$$

E , μ – модуль упругости и коэффициент Пуассона материала; δ – толщина оболочки;

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}.$$

Силы в срединной поверхности выражаются через функцию $\varphi(x, y)$ так же, как напряжения в плоской задаче теории упругости выражаются через функцию напряжений Эри:

$$N_1 = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2}; \quad N_2 = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2}; \quad N_{12} = N_{21} = -\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial y}. \quad (5.3)$$

Функции $w(x, y)$ и $\varphi(x, y)$ связаны системой дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned} D \nabla^2 \nabla^2 w + \frac{1}{R} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} &= p_n + N_1 \chi_1 + N_2 \chi_2 + 2N_{12} \chi_{12}; \\ \frac{1}{E\delta} \nabla^2 \nabla^2 \varphi - \frac{1}{R} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} &= \chi_{12}^2 - \chi_1 \chi_2, \end{aligned} \quad (5.4)$$

где

$$\chi_1 = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}; \quad \chi_2 = \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}; \quad \chi_{12} = \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}.$$

Первое из равенств (5.4) может быть получено из уравнения равновесия бесконечно малого элемента в проекции на нормаль к оболочке, записанного для деформированного состояния, а второе есть уравнение совместности деформаций срединной поверхности.

Как известно, линейная теория, приводящая к единственному решению, непригодна для решения задач устойчивости, где при одной и той же внешней нагрузке возможны различные формы равновесия. Поэтому здесь записаны нелинейные уравнения. Нелинейные члены содержатся в правых частях в виде произведений производных от искомых функций (например

$N_1 \chi_1 = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$). Расчёт напряжённого состояния оболочки ("задача прочности") обычно выполняется на основе линейных уравнений

$$\begin{aligned} D \nabla^2 \nabla^2 w + \frac{1}{R} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} &= p_n; \\ \frac{1}{E \delta} \nabla^2 \nabla^2 \varphi - \frac{1}{R} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} &= 0. \end{aligned} \quad (5.5)$$

Для нахождения критических нагрузок линеаризуем систему (5.4), воспользовавшись следующими рассуждениями. Пусть в докритическом состоянии функции w и φ имеют значения w^0 и φ^0 . Им соответствуют величины $N_1^0, N_2^0, \dots, \chi_1^0, \chi_2^0, \chi_{12}^0$. Потеря устойчивости заключается в том, что при некотором (критическом) значении нагрузки исходное состояние равновесия становится неустойчивым, и система переходит в новое (выпученное) состояние равновесия, характеризующееся появлением на поверхности оболочки вмятин и выпучин и, соответственно, возникновением дополнительных перемещений, усилий и моментов:

$$w = w^0 + w^*; \quad \varphi = \varphi^0 + \varphi^*; \quad N_1 = N_1^0 + N_1^*, \dots$$

Будем рассматривать равновесное состояние, смежное (то есть сколь угодно близкое) с докритическим. Тогда с величинами, отмеченными звёздочкой, можно обращаться как с бесконечно малыми. Именно на этом основывается линеаризация уравнений. Функции w^0, φ^0 и w, φ удовлетворяют системе (5.5) при одном и том же значении нагрузки. Поэтому наряду с равенствами

$$\begin{aligned}
D\nabla^2\nabla^2(w^0 + w^*) + \frac{1}{R} \frac{\partial^2(\varphi^0 + \varphi^*)}{\partial x^2} &= p_n + (N_1^0 + N_1^*)(\chi_1^0 + \chi_1^*) + \\
&+ (N_2^0 + N_2^*)(\chi_2^0 + \chi_2^*) + 2(N_{12}^0 + N_{12}^*)(\chi_{12}^0 + \chi_{12}^*); \\
\frac{1}{E\delta} \nabla^2\nabla^2(\varphi^0 + \varphi^*) - \frac{1}{R} \frac{\partial^2(w^0 + w^*)}{\partial x^2} &= (\chi_{12}^0 + \chi_{12}^*)^2 - (\chi_1^0 + \chi_1^*)(\chi_2^0 + \chi_2^*) \quad (5.6)
\end{aligned}$$

справедливы также равенства

$$\begin{aligned}
D\nabla^2\nabla^2 w^0 + \frac{1}{R} \frac{\partial^2 \varphi^0}{\partial x^2} &= p_n + N_1^0 \chi_1^0 + N_2^0 \chi_2^0 + 2N_{12}^0 \chi_{12}^0; \\
\frac{1}{E\delta} \nabla^2\nabla^2 \varphi^0 - \frac{1}{R} \frac{\partial^2 w^0}{\partial x^2} &= \chi_{12}^{0,2} - \chi_1^0 \chi_2^0. \quad (5.7)
\end{aligned}$$

Вычтем уравнения (5.7) из (5.6). Ход дальнейших преобразований проследим на примере первых уравнений в этих системах. После их вычитания будем иметь

$$D\nabla^2\nabla^2 w^* + \frac{1}{R} \frac{\partial^2 \varphi^*}{\partial x^2} = (N_1^0 + N_1^*)(\chi_1^0 + \chi_1^*) - N_1^0 \chi_1^0 + \dots,$$

где многоточием отмечены ещё две пары аналогичных членов. Раскрыв скобки в правых частях, получим

$$D\nabla^2\nabla^2 w^* + \frac{1}{R} \frac{\partial^2 \varphi^*}{\partial x^2} = N_1^0 \chi_1^* + N_1^* \chi_1^0 + N_1^* \chi_1^* + \dots$$

Слагаемые типа $N_1^* \chi_1^*$ следует опустить как малые второго порядка. Кроме того, следует учесть, что выпучивание оболочки характеризуется главным образом появлением дополнительных прогибов. Усилия же в срединной поверхности изменяются в значительно меньшей степени. Здесь можно провести аналогию с задачей об устойчивости стержня, где продольная сила в сечениях потерявшего устойчивость стержня считается постоянной и равной критической силе. Поэтому слагаемое $N_1^* \chi_1^0$ должно быть мало по сравнению со слагаемым $N_1^0 \chi_1^*$. Отбросив такие члены, придём к следующей системе уравнений:

$$\begin{aligned}
D\nabla^2\nabla^2 w^* + \frac{1}{R} \frac{\partial^2 \varphi^*}{\partial x^2} &= N_1^0 \chi_1^* + N_2^0 \chi_2^* + 2N_{12}^0 \chi_{12}^*; \\
\frac{1}{E\delta} \nabla^2\nabla^2 \varphi^* - \frac{1}{R} \frac{\partial^2 w^*}{\partial x^2} &= 2\chi_{12}^0 \chi_{12}^* - \chi_1^0 \chi_2^* - \chi_2^0 \chi_1^*. \quad (5.8)
\end{aligned}$$

Эти уравнения являются линейными относительно функций w^* , φ^* , и называются они линеаризованными уравнениями устойчивости.

Во многих случаях уравнения (5.8) можно ещё упростить. Величины χ_1^0 , χ_2^0 , χ_{12}^0 представляют собой изменения кривизн и деформацию кручения срединной поверхности оболочки в докритическом состоянии. Если докритическое состояние является безмоментным или близким к безмоментному, то эти величины оказываются весьма малыми, так что все слагаемые в правой части второго уравнения (5.8) можно опустить. Эти члены могут играть важную роль лишь в тех задачах, где докритическое состояние является существенно моментным (например, в случае действия локальных нагрузок), но мы не будем рассматривать подобные случаи. Таким образом, окончательно приходим к уравнениям устойчивости цилиндрической оболочки, которые запишем в виде

$$D\nabla^2\nabla^2 w + \frac{1}{R} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = N_1^0 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + N_2^0 \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2N_{12}^0 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y};$$

$$\frac{1}{E\delta} \nabla^2 \nabla^2 \varphi - \frac{1}{R} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0. \quad (5.9)$$

Во избежание излишней пестроты здесь опущены звёздочки в обозначениях w^* и φ^* .

Как следует из приведённых рассуждений, задача устойчивости оболочки должна решаться в два этапа. На первом этапе выполняется расчёт докритического напряжённого состояния, в результате чего находятся функции $N_1^0(x, y)$; $N_2^0(x, y)$; $N_{12}^0(x, y)$. Для их определения используется линейная система уравнений (5.5) или, если возможно, уравнения безмоментной теории оболочек. Далее эти функции, содержащиеся в качестве множителей параметр, который характеризует величину внешней нагрузки, подставляется в систему уравнений устойчивости (5.8) или (5.9), после чего решается вопрос, при каких значениях внешней нагрузки эта система может иметь нетривиальные решения. Тривиальным решением являются функции $w(x, y) = 0$; $\varphi(x, y) = 0$, что соответствует докритическому состоянию. Наименьшая нагрузка, для которой возможны нетривиальные решения, принимается в качестве критической.

5.2 Устойчивость цилиндрической оболочки при равномерном осевом сжатии

Проиллюстрируем сказанное выше случаем цилиндрической оболочки, нагруженной по торцам равномерными сжимающими усилиями интенсивности N (рисунок 5.3). Радиус оболочки R , толщина δ , длина l . Будем предполагать, что торцы оболочки свободно опёрты.

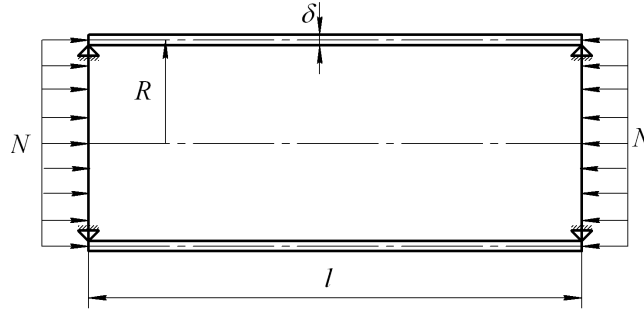


Рисунок 5.3 – Цилиндрическая оболочка при равномерном осевом сжатии

В докритическом состоянии можно принять

$$N_1^0 = -N; \quad N_2^0 = 0; \quad N_{12}^0 = 0.$$

Уравнения устойчивости (5.9) представим при этом в следующей форме:

$$\begin{aligned} D \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right) + N \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} &= 0; \\ \frac{1}{E\delta} \left(\frac{\partial^4 \varphi}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 \varphi}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 \varphi}{\partial y^4} \right) - \frac{1}{R} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} &= 0. \end{aligned} \quad (5.10)$$

Нетривиальное решение системы (5.10) будем искать в виде

$$\begin{aligned} w(x, y) &= A \sin \frac{m\pi x}{l} \sin \frac{ny}{R}; \\ \varphi(x, y) &= B \sin \frac{m\pi x}{l} \sin \frac{ny}{R}, \end{aligned} \quad (5.11)$$

где A, B – некоторые постоянные; m и n – целые числа.

Функции (5.11) удовлетворяют условиям периодичности в окружном направлении:

$$w(x, y + 2\pi R) = w(x, y); \quad \varphi(x, y + 2\pi R) = \varphi(x, y).$$

Кроме того, функция $w(x, y)$ удовлетворяет условиям свободного опирания оболочки при $x = 0$ и $x = l$:

$$w = 0; \quad M_1 = -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) = 0.$$

Выражение (5.11) для $w(x, y)$ определяет форму выпучивания оболочки в виде чередующихся в шахматном порядке прямоугольных вмятин и выпучин. При этом m есть число полуволн, образующихся в продольном направлении, а n – число волн в окружном направлении. На рисунке 5.4 показан участок срединной поверхности цилиндрической оболочки с размерами, соответствующими одной волне в окружном направлении и трём полуволнам в продольном. Штрихами указаны линии, на которых $w = 0$.

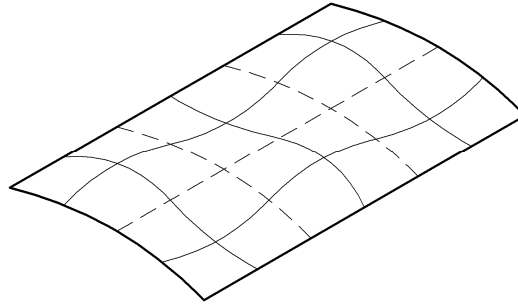


Рисунок 5.4 – Схема волнообразования при потере устойчивости цилиндрической оболочки при сжатии

Подставим выражения (5.11) в уравнения (5.19), введя для сокращения записи обозначения

$$\alpha = \frac{m\pi}{l}; \quad \beta = \frac{n}{R}.$$

В результате получим равенства

$$\left\{ A \left[D(\alpha^4 + 2\alpha^2\beta^2 + \beta^4) - N\alpha^2 \right] - B \frac{\alpha^2}{R} \right\} \sin \alpha x \sin \beta y = 0;$$

$$\left\{ B \frac{1}{E\delta} (\alpha^4 + 2\alpha^2\beta^2 + \beta^4) + A \frac{\alpha^2}{R} \right\} \sin \alpha x \sin \beta y = 0.$$

Эти равенства должны удовлетворяться при любых значениях x и y , что возможно, если выражения в фигурных скобках равны нулю. Отсюда приходим к однородной системе алгебраических уравнений относительно A и B , которые запишем в виде

$$A \left[D(\alpha^2 + \beta^2)^2 - N\alpha^2 \right] - B \frac{\alpha^2}{R} = 0;$$

$$A \frac{\alpha^2}{R} + B \frac{(\alpha^2 + \beta^2)^2}{E\delta} = 0. \quad (5.12)$$

Тривиальное решение $A = 0; B = 0$ полученной системы интереса не представляет, поскольку в соответствии с выражениями (5.11) оно возвраща-

ет нас к докритическому состоянию. Нетривиальные решения существуют, если определитель системы равен нулю. Это условие приводит к равенству

$$\left[D(\alpha^2 + \beta^2)^2 - N\alpha^2 \right] \frac{(\alpha^2 + \beta^2)^2}{E\delta} + \frac{\alpha^4}{R^2} = 0,$$

которое позволяет найти те значения N , при которых возможно равновесие оболочки в выпученном состоянии:

$$N = D \frac{(\alpha^2 + \beta^2)^2}{\alpha^2} + \frac{E\delta}{R^2} \frac{\alpha^2}{(\alpha^2 + \beta^2)^2}. \quad (5.13)$$

Выражение (5.13) определяет бесконечное множество значений N , которые получаются при задании различных чисел m и n в выражениях для α и β . Для нахождения наименьшей величины N представим соотношение (5.13) в форме

$$N = D\lambda + \frac{E\delta}{R^2} \frac{1}{\lambda}, \quad (5.14)$$

где введено обозначение

$$\lambda = \frac{(\alpha^2 + \beta^2)^2}{\alpha^2}.$$

Воспользуемся далее необходимым условием минимума функции:

$$\frac{dN}{d\lambda} = D - \frac{E\delta}{R^2} \frac{1}{\lambda^2} = 0.$$

Отсюда имеем

$$\lambda = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{E\delta}{D}},$$

и минимальное, то есть критическое значение N оказывается равным согласно (5.14)

$$\begin{aligned} N_{\text{кр}} = N_{\text{мин}} &= D \frac{1}{R} \sqrt{\frac{E\delta}{D}} + \frac{E\delta}{R^2} R \sqrt{\frac{D}{E\delta}} = \\ &= \frac{1}{R} \sqrt{E\delta D} + \frac{1}{R} \sqrt{E\delta D} = \frac{2}{R} \sqrt{E\delta D}. \end{aligned}$$

Разделив $N_{\text{кр}}$ на толщину оболочки, получим выражение для критического напряжения при равномерном осевом сжатии:

$$\sigma_{\text{кр}} = \frac{N_{\text{кр}}}{\delta} = \frac{2}{R} \sqrt{\frac{ED}{\delta}}.$$

Если внести сюда выражение (5.2) для изгибной жёсткости D , то получим расчётную формулу вида

$$\sigma_{кр} = k \frac{E\delta}{R}, \quad (5.15)$$

где k – коэффициент устойчивости, имеющий значение

$$k = \frac{1}{\sqrt{3(1-\mu^2)}}. \quad (5.16)$$

Приняв, в частности $\mu = 0,3$, будем иметь

$$k = 0,605.$$

Полученный результат не подтверждается, однако, экспериментально. Опытные значения коэффициента устойчивости оказываются в 2...3 и более раз ниже, причём, чем больше отношение R/δ , тем больше отличие экспериментальных данных от теоретического результата. Это связано с отклонениями реальных оболочек от идеальной цилиндрической формы. В связи с этим на практике пользуются теми или иными эмпирическими зависимостями для определения коэффициента k . Приведём два наиболее употребительных варианта:

$$k = \frac{1}{\pi} \sqrt[8]{\left(\frac{100\delta}{R}\right)^3} \quad (5.17)$$

и

$$k = 0,605 - 0,545 \left(1 - e^{-0,0625\sqrt{R/\delta}}\right). \quad (5.18)$$

Первый из них привлекает своей простотой, достоинством же второго является то, что при уменьшении отношения R/δ подсчитанная по (5.18) величина приближается к классическому значению $k = 0,605$. По этой причине зависимость (5.18) является предпочтительной. Заметим, что для больших отношений R/δ (порядка 1000) обе формулы дают близкие результаты. В качестве примера рассмотрим цилиндрическую оболочку радиуса $R = 2000$ мм и толщиной $\delta = 4$ мм, выполненную из материала АМг6 ($E = 6,8 \cdot 10^4$ МПа). В этом случае

$$\frac{R}{\delta} = \frac{2000}{4} = 500,$$

и по формуле (5.18) вычисляем

$$k = 0,605 - 0,545 \left(1 - e^{-0,0625\sqrt{500}}\right) = 0,1947.$$

Критическое напряжение для такой оболочки при равномерном осевом сжатии составит

$$\sigma_{кр} = k \frac{E\delta}{R} = 0,1947 \frac{6,8 \cdot 10^4 \cdot 4}{2000} = 26,48 \text{ МПа} .$$

5.3 Устойчивость цилиндрического бака при действии меридиональных сжимающих напряжений

Расчёт на устойчивость несущего цилиндрического бака при действии меридиональных сжимающих напряжений требует учёта ряда особенностей нагружения. Пусть в сечениях топливного бака помимо осевой силы N^3 действуют изгибающий момент M^3 и перерезывающая сила Q^3 , а также внутреннее давление p^3 , складывающееся из давления наддува и гидростатического давления жидкости. Предположим, что в некоторой части обечайки бака действует сжимающее меридиональное напряжение $\sigma_{11}^3 < 0$, что означает необходимость проверки бака на устойчивость.

При вычислении критического напряжения $\sigma_{кр}$ следует учесть, что нормальное напряжение σ_{11} , в отличие от рассмотренного выше случая, не постоянно по сечению из-за наличия изгибающего момента, а внутреннее давление создаёт окружные напряжения σ_{22} . При этом окружные напряжения обычно настолько велики, что материал бака работает в области пластических деформаций, и закон Гука не выполняется.

Критическое напряжение и в этом случае определяют по формуле

$$\sigma_{кр} = k \frac{E\delta}{R}, \quad (5.19)$$

но коэффициент устойчивости выражается как произведение

$$k = k_0 k_M k_p k_i, \quad (5.20)$$

где каждый из сомножителей отражает влияние определённого фактора.

Через k_0 обозначен коэффициент устойчивости в предположении о равномерном осевом сжатии и при отсутствии внутреннего давления, то есть найденный по одной из формул (5.17) или (5.19). Примем, например,

$$k_0 = 0,605 - 0,545 \left(1 - e^{-0,0625 \sqrt{R/\delta}} \right).$$

Коэффициент k_M учитывает непостоянство сжимающего напряжения σ_{11} по сечению бака, обусловленное действием изгибающего момента. Его величину можно найти по формуле

$$k_M = \frac{1 - 1,25\nu}{1 - \nu}, \quad (5.21)$$

где

$$\nu = \frac{2|M^3|}{N^3 R}. \quad (5.22)$$

В частности, при действии одного только изгибающего момента (при $N^3 = 0$), когда половина сечения сжата, а другая половина растянута, коэффициент k_M имеет значение 1,25. Чем меньше участок сечения, где имеется сжатие, тем выше k_M . В случае действия растягивающей силы N^3 в сечении оболочки всё же будет зона сжатия, если параметр $\nu < 1$. Если же $\nu \geq 1$, зона сжатия будет отсутствовать; нормальные напряжения σ_{11} во всех точках сечения окажутся растягивающими, так что потеря устойчивости обечайки от действия меридиональных напряжений будет исключена.

Коэффициент k_p в формуле (5.20) учитывает влияние внутреннего давления в баке в предположении, что материал бака является линейно упругим. Зависимость величины k_p от внутреннего давления на основании экспериментальных данных описывается соотношением

$$k_p = \frac{1 + 0,21\alpha(R/\delta)^{0,6}}{1 + 3\alpha}, \quad (5.23)$$

где

$$\alpha = \frac{p^3 R^2}{E \delta^2}. \quad (5.24)$$

Анализ зависимости (5.23) показывает, что увеличение внутреннего давления приводит к существенному росту k_p . Однако повышение внутреннего давления положительно влияет на $\sigma_{кр}$ лишь до определённого момента – пока материал бака работает в упругой области. Окружные напряжения σ_{22} с повышением внутреннего давления становятся настолько большими, что возникают пластические деформации, а это приводит к резкому падению критических напряжений. Влияние пластических деформаций учитывается коэффициентом k_i , который определяется по формуле

$$k_i = \frac{\sqrt{E_k E_c}}{E} = \sqrt{\bar{E}_k \bar{E}_c}, \quad (5.25)$$

где E_k, E_c – касательный и секущий модули материала; \bar{E}_k, \bar{E}_c – относительные величины

$$\bar{E}_k = \frac{E_k}{E}; \quad \bar{E}_c = \frac{E_c}{E}.$$

Стенка бака находится в условиях плоского напряжённого состояния с напряжениями σ_{11}, σ_{22} и τ . Для суждения о том, работает ли материал бака в пределах упругости, воспользуемся обобщённой характеристикой напряжённого состояния, называемой интенсивностью напряжений σ_i . В теории прочности энергии формоизменения она фигурирует как эквивалентное напряжение. В общем случае объёмного напряжённого состояния с компонентами σ_{ij} ($i, j = 1, 2, 3$) интенсивность напряжений выражается формулой

$$\sigma_i = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + (\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + (\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + 6(\sigma_{12}^2 + \sigma_{23}^2 + \sigma_{31}^2)}.$$

В рассматриваемом случае, когда $\sigma_{33} = \sigma_{23} = \sigma_{31} = 0$; $\sigma_{12} = \tau$, выражение для σ_i можно представить в виде

$$\sigma_i = \sqrt{\sigma_{11}^2 - \sigma_{11}\sigma_{22} + \sigma_{22}^2 + 3\tau^2}. \quad (5.26)$$

Критическое напряжение $\sigma_{кр}$ вычисляется для той области сечения бака, где действуют наибольшие сжимающие напряжения. В этой области касательные напряжения τ малы, и в формуле (5.26) их можно не учитывать. Имея в виду вычисление интенсивности напряжений в критическом состоянии, подставим в формулу (5.26) в качестве σ_{11} величину $(-\sigma_{кр})$, а в качестве σ_{22} – эксплуатационное значение окружного напряжения σ_{22}^3 . В результате получаем формулу

$$\sigma_i = \sqrt{\sigma_{кр}^2 + \sigma_{кр}\sigma_{22}^3 + (\sigma_{22}^3)^2}. \quad (5.27)$$

Если величина σ_i не превышает $\sigma_{пл}$, то материал оболочки будет находиться в упругом состоянии. В этом случае $E_k = E_c = E$, так что коэффициент $k_i = 1$.

Если же $\sigma_i > \sigma_{пл}$, то для вычисления E_k, E_c необходимо располагать диаграммой одноосного деформирования материала (рисунок 5.5) или её аналитическим выражением. Имея зависимость $\sigma = \sigma(\varepsilon)$ и отождествляя σ и σ_i , касательный и секущий модули материала можно найти по формулам

$$E_k = \frac{d\sigma}{d\varepsilon}; \quad E_c = \frac{\sigma}{\varepsilon}.$$

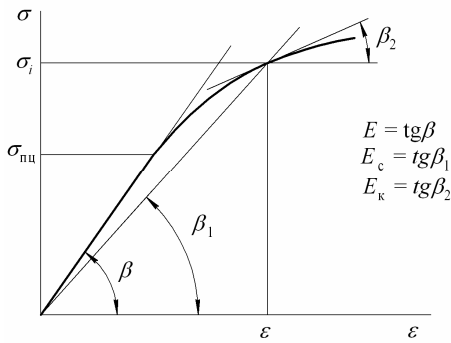


Рисунок 5.5 – Диаграмма одноосного деформирования материала

Возможные варианты аналитического представления диаграммы деформирования даны в подразделе 2.1. Расчёт коэффициента k_i требует знания $\sigma_{кр}$, как это видно из выражения (5.27). Поэтому здесь необходимо воспользоваться методом последовательных приближений. В нулевом приближении можно принять $E_k^{(0)} = E_c^{(0)} = E$; тогда будем иметь $k_i^{(0)} = 1$, и по формулам (5.20) и (5.19) находим $k^{(0)}$ и $\sigma_{кр}^{(0)}$.

Пусть, далее, найдена величина $\sigma_{кр}^{(n-1)}$. Тогда n -е приближение выполняется по следующей схеме. Вычислив интенсивность напряжения

$$\sigma_i^{(n-1)} = \sqrt{(\sigma_{кр}^{(n-1)})^2 + \sigma_{кр}^{(n-1)} \sigma_{22}^3 + (\sigma_{22}^3)^2},$$

деформацию n -го приближения определяем по формуле

$$\varepsilon^{(n)} = \frac{\sigma_i^{(n-1)}}{E_c^{(n-1)}}.$$

Для найденного значения $\varepsilon^{(n)}$ находим касательный и секущий модули материала с помощью аналитической зависимости $\sigma = \sigma(\varepsilon)$:

$$E_k^{(n)} = \left. \frac{d\sigma}{d\varepsilon} \right|_{\varepsilon=\varepsilon^{(n)}}; \quad E_c^{(n)} = \left. \frac{\sigma}{\varepsilon} \right|_{\varepsilon=\varepsilon^{(n)}}.$$

По формуле (5.25) находим $k_i^{(n)}$, а по формулам (5.20) и (5.19) – $k^{(n)}$ и $\sigma_{кр}^{(n)}$. Приближения продолжаются до тех пор, пока отличие $\sigma_{кр}^{(n)}$ и $\sigma_{кр}^{(n-1)}$ не станет меньше заданной величины.

5.4 Устойчивость цилиндрической оболочки при действии внешнего давления (формула Папковича)

Найдём далее критическую величину внешнего давления p , действующего на цилиндрическую оболочку радиуса R , толщиной δ и длиной l , полагая свободное опирание по торцевым окружностям (рисунок 5.6). Считая докритическое состояние безмоментным, будем иметь в этом случае

$$N_1^0 = 0; \quad N_2^0 = -pR; \quad N_{12}^0 = 0.$$

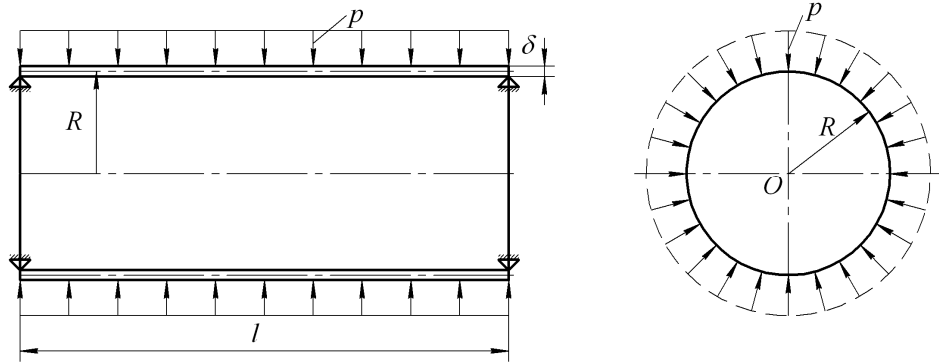


Рисунок 5.6 – Цилиндрическая оболочка под действием внешнего давления

Уравнения устойчивости (5.9) запишем в виде

$$D \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right) + pR \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = 0;$$

$$\frac{1}{E\delta} \left(\frac{\partial^4 \varphi}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 \varphi}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 \varphi}{\partial y^4} \right) - \frac{1}{R} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0. \quad (5.28)$$

Как и в случае осевого сжатия, нетривиальное решение системы (5.28) отыскиваем в виде

$$w(x, y) = A \sin \alpha x \sin \beta y;$$

$$\varphi(x, y) = B \sin \alpha x \sin \beta y,$$

где

$$\alpha = \frac{m\pi}{l}; \quad \beta = \frac{n}{R}. \quad (5.29)$$

После подстановки w и φ в равенства (5.28) и приравнивания нулю множителей при $\sin \alpha x \sin \beta y$, придём к однородной системе уравнений относительно постоянных A и B :

$$A \left[D(\alpha^2 + \beta^2)^2 - pR\beta^2 \right] - B \frac{\alpha^2}{R} = 0;$$

$$A \frac{\alpha^2}{R} + B \frac{(\alpha^2 + \beta^2)^2}{E\delta} = 0.$$

Условие равенства нулю определителя системы приводит к соотношению

$$\left[D(\alpha^2 + \beta^2)^2 - pR\beta^2 \right] \frac{(\alpha^2 + \beta^2)^2}{E\delta} + \frac{\alpha^4}{R^2} = 0.$$

Отсюда устанавливаем те значения p , для которых возможны изогнутые формы равновесия:

$$p = \frac{E\delta}{R^3} \frac{\alpha^4}{\beta^2(\alpha^2 + \beta^2)^2} + \frac{D(\alpha^2 + \beta^2)^2}{R\beta^2}. \quad (5.30)$$

Приступая к отысканию минимального значения p , преобразуем это выражение следующим образом:

$$p = \frac{E\delta}{R^3} \frac{1}{\beta^2 \left(1 + \frac{\beta^2}{\alpha^2} \right)^2} + \frac{D(\alpha^2 + \beta^2)^2}{R\beta^2}.$$

Отсюда легко видеть, что с увеличением α оба слагаемых в правой части выражения для p увеличиваются. Для второго слагаемого это очевидно, так как α здесь содержится в числителе дроби. Поскольку отношение β^2/α^2 уменьшается с ростом α , знаменатель первой дроби при этом также уменьшается, то есть и первое слагаемое возрастает с увеличением α . Для получения наименьшего значения p нужно положить в первой формуле (5.29) $m = 1$, приняв тем самым

$$\alpha = \alpha_{\min} = \frac{\pi}{l}. \quad (5.31)$$

Эти рассуждения показывают, что при потере устойчивости цилиндрической оболочки от внешнего давления в продольном направлении образуется только одна полуволна. С учётом этого выражение (5.30) для p принимает вид

$$p = \frac{E\delta}{R^3} \frac{\alpha_{\min}^4}{\beta^2(\alpha_{\min}^2 + \beta^2)^2} + \frac{D(\alpha_{\min}^2 + \beta^2)^2}{R\beta^2}. \quad (5.32)$$

Далее установим значение параметра β , упростив предварительно выражение (5.32). Следуя П.Ф. Папковичу, примем, что в окружном направлении образуется при потере устойчивости достаточно большое число волн, так что справедливо неравенство $\beta \gg \alpha_{\min}$. В этом случае можно записать приближённое выражение

$$p = \frac{E\delta}{R^3} \frac{\alpha_{\min}^4}{\beta^6} + \frac{D}{R} \beta^2. \quad (5.33)$$

Условие

$$\frac{dp}{d\beta} = -6 \frac{E\delta}{R^3} \frac{\alpha_{\min}^4}{\beta^7} + 2 \frac{D}{R} \beta = 0$$

приводит тогда к значению

$$\beta^2 = \alpha_{\min}^4 \sqrt[4]{\frac{3E\delta}{R^2D}}. \quad (5.34)$$

Подставив этот результат в (5.33), найдём критическое давление

$$\begin{aligned} p_{\text{кр}} &= \frac{E\delta}{R^3} \alpha_{\min}^4 \sqrt[4]{\left(\frac{R^2D}{3E\delta}\right)^3} + \frac{D}{R} \alpha_{\min}^4 \sqrt[4]{\frac{3E\delta}{R^2D}} = \\ &= \frac{E\delta}{R^3} \alpha_{\min}^4 \frac{R^2D}{3E\delta} \sqrt[4]{\frac{3E\delta}{R^2D}} + \frac{D}{R} \alpha_{\min}^4 \sqrt[4]{\frac{3E\delta}{R^2D}} = \\ &= \frac{4D\alpha_{\min}^4}{3R} \sqrt[4]{\frac{3E\delta}{R^2D}}. \end{aligned}$$

Внеся сюда выражения

$$\alpha_{\min} = \frac{\pi}{l}; \quad D = \frac{E\delta^3}{12(1-\mu^2)},$$

приведём выражение для $p_{\text{кр}}$ к виду

$$p_{\text{кр}} = \frac{\pi^4 \sqrt[4]{36(1-\mu^2)}}{9(1-\mu^2)} E \frac{\delta}{l} \frac{\delta}{R} \sqrt{\frac{\delta}{R}}.$$

Принимая $\mu = 0,3$, получим расчётную формулу, называемую формулой Папковича,

$$p_{\text{кр}} = 0,92E \frac{\delta}{l} \frac{\delta}{R} \sqrt{\frac{\delta}{R}}. \quad (5.35)$$

При этом критическое значение окружного сжимающего напряжения можно найти по формуле

$$\sigma_{22 \text{ кр}} = \frac{p_{\text{кр}} R}{\delta},$$

что приводит к выражению

$$\sigma_{22 \text{ кр}} = 0,92E \frac{\delta}{l} \sqrt{\frac{\delta}{R}}. \quad (5.36)$$

Для рассмотренного ранее примера цилиндрической оболочки с размерами $R = 2$ м; $\delta = 4$ мм, материал которой имеет модуль упругости $E = 6,8 \cdot 10^4$ МПа, найдём критическое давление, если длина оболочки $l = 10$ м. Так как здесь

$$\frac{R}{\delta} = 500, \quad \frac{l}{\delta} = 2500,$$

по формуле (5.35) находим

$$p_{кр} = 0,92 \cdot 6,8 \cdot 10^4 \cdot \frac{1}{2500} \cdot \frac{1}{500} \sqrt{\frac{1}{500}} = 2,238 \cdot 10^{-3} \text{ МПа}.$$

Сжимающее окружное критическое напряжение в соответствии с выражением (5.36) составит

$$\sigma_{22 \text{ кр}} = 1,12 \text{ МПа},$$

что почти в 24 раза меньше критического напряжения $\sigma_{кр} = 26,48$ МПа при осевом сжатии.

Низкие значения окружных критических напряжений является характерной особенностью цилиндрических оболочек. Это позволяет понять, почему даже малейшие отклонения от идеальной цилиндрической формы приводят к резкому снижению критических напряжений осевого сжатия по сравнению с теоретическими значениями.

Предположим, что цилиндрическая оболочка имеет начальную погибь в виде небольшой впадины на поверхности, как показано на рисунке 5.7, а. Подчеркнём, что речь идёт о весьма малых искривлениях образующих; отклонения от идеального цилиндра могут составлять доли толщины оболочки, так что радиус искривления R^* весьма велик по сравнению с радиусом оболочки R . Тем не менее, в зоне впадины нормальные сжимающие напряжения уже не будут самоуравновешены (рисунок 5.7, б). Они дают отличную от нуля проекцию на нормаль к оболочке, причём их равнодействующая направлена к оси вращения. Для их уравнивания должны появиться сжимающие окружные напряжения σ_{22} , которые, несмотря на свою малую величину, инициируют потерю устойчивости и тем самым снижают критические напряжения оболочки при осевом сжатии.

Полученные выше результаты относятся к случаю, когда цилиндрическая оболочка испытывает действие только бокового давления. Если же цилиндрический бак с днищами подвергается действию избыточного внешнего

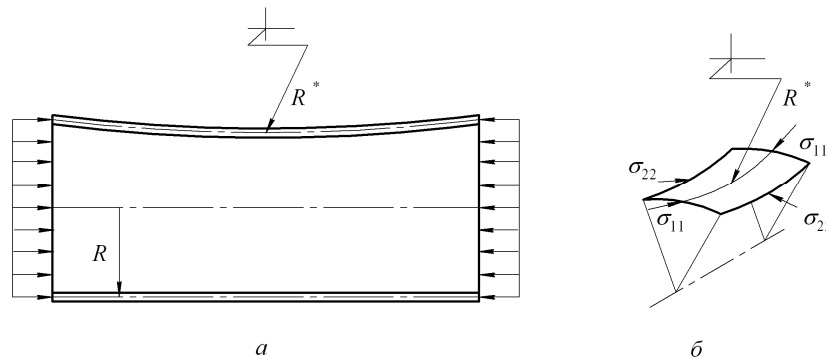


Рисунок 5.7 –Осевое сжатие оболочки с начальной погибью

давления (рисунок 5.8), в обечайке бака помимо окружного будет действовать меридиональное сжимающее напряжение, и это должно приводить к снижению $p_{кр}$ по сравнению с рассмотренным выше случаем бокового давления. Однако на практике этим влиянием напряжений σ_{11} можно пренебречь из-за несоизмеримо низкого значения $\sigma_{22кр}$ по сравнению с $\sigma_{кр}$. Таким образом, и в этом случае критическое давление можно находить по формуле (5.35). Но для бака необходимо выполнить проверку на устойчивость днища.

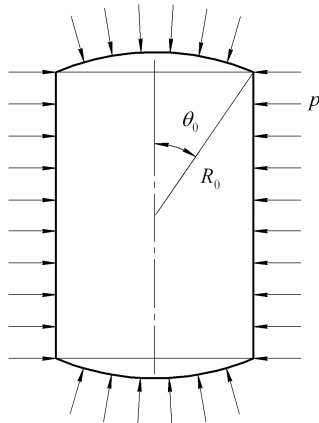


Рисунок 5.8 – Цилиндрический бак под действием внешнего избыточного давления

Для пологого сферического днища радиуса R_0 и толщиной δ_0 можно найти $p_{кр}$ по формуле

$$p_{кр} = kE \frac{\delta_0^2}{R_0^2},$$

где, согласно опытным данным,

$$k = 0,428 \sqrt[3]{\left(\frac{100\delta_0}{R_0}\right)^3}.$$

5.5 Пределы применимости формулы Папковича

При выводе формулы Папковича (5.35) было сделано предположение о том, что при потере устойчивости от действия внешнего давления в окружном направлении образуется достаточно большое число волн. Это предположение не оправдывается в случае оболочек большой длины. Весьма длинные оболочки теряют устойчивость с образованием всего двух волн. При этом не только становится неправомерным пренебрежение α_{min} по сравнению с β . Сама теория полой цилиндрической приводит в этих условиях к значи-

тельными погрешностям, поскольку отдельную вмятину или выпучину на поверхности оболочки нельзя уже трактовать как пологую оболочку. В связи с этим к расчёту устойчивости весьма длинных оболочек подойдём с иных позиций.

Рассмотрим вначале бесконечно длинную оболочку, нагруженную внешним давлением (рисунок 5.9). Из-за отсутствия влияния краёв все её поперечные сечения будут находиться в одинаковых условиях. Выделим из оболочки кольцо единичной ширины. Оно будет испытывать действие радиальной равномерной сжимающей нагрузки интенсивности $q = 1 \cdot p$, то есть численно равной p . Такое кольцо теряет устойчивость с образованием двух волн, принимая форму эллипса (рисунок 5.10); при этом

$$q_{кр} = \frac{3EI}{R^3}, \quad (5.37)$$

где EI – изгибная жёсткость кольца при изгибе в своей плоскости.

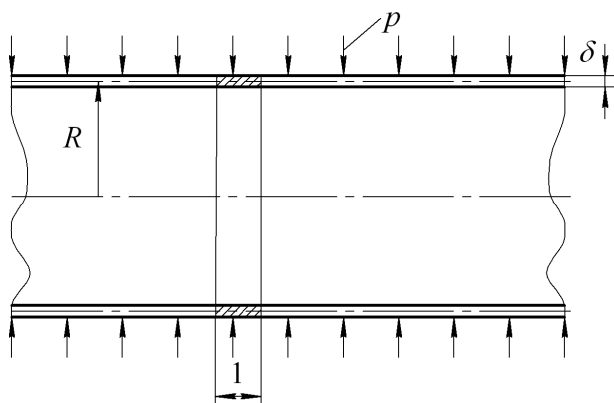


Рисунок 5.9 – Бесконечно длинная цилиндрическая оболочка под действием внешнего давления

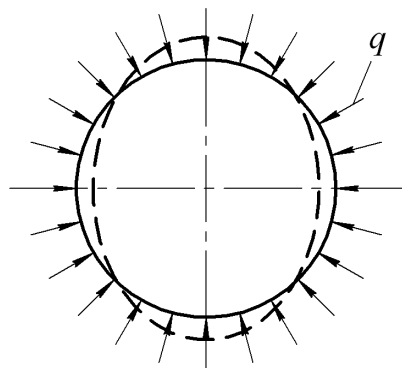


Рисунок 5.10 – Форма потери устойчивости кругового кольца

Если бы кольцо было изолированным, то в качестве EI следовало бы взять величину

$$EI = E \cdot \frac{1 \cdot \delta^3}{12}.$$

В действительности кольцо связано с соседними кольцами, так что боковые грани его сечения не могут при изгибе поворачиваться в осевой плоскости в отличие от изолированного кольца. Вследствие этого изгибная жёсткость кольца, работающего в оболочке совместно с другими кольцами, несколько увеличивается по сравнению с изолированным кольцом. Можно показать, что для учёта этого эффекта следует в знаменатель выражения для EI

внести множитель $(1 - \mu^2)$. В итоге оказывается, что в качестве EI в формуле (5.37) должна фигурировать применительно к случаю цилиндрической оболочки её изгибная жёсткость

$$D = \frac{E\delta^3}{12(1 - \mu^2)}.$$

Учитывая также, что $q_{кр} = 1 \cdot p_{кр}$, из (5.37) получаем формулу

$$p_{кр} = \frac{3D}{R^3}. \quad (5.38)$$

При $\mu = 0,3$ это выражение для $p_{кр}$ можно представить в виде

$$p_{кр} = 0,275E \frac{\delta^3}{R^3}. \quad (5.39)$$

Полученными результатами можно пользоваться и для оболочек конечной длины.

Верхнюю границу $l = l^*$ для оболочек средней длины можно получить, приравняв правые части равенств (5.35) и (5.39):

$$0,92E \frac{\delta}{l^*} \frac{\delta}{R} \sqrt{\frac{\delta}{R}} = 0,275E \frac{\delta^3}{R^3}.$$

Отсюда устанавливаем, что

$$l^* = 3,3R \sqrt{\frac{R}{\delta}}. \quad (5.40)$$

При $l > l^*$ оболочку можно считать длинной и пользоваться при вычислении $p_{кр}$ формулой (5.39).

Например, для рассмотренной выше оболочки, для которой $R = 2000$ мм; $\delta = 4$ мм, будем иметь $l^* = 148$ м.

Нижняя граница l^{**} применимости формулы Папковича определяется использованием при её выводе закона Гука. По мере уменьшения длины $\sigma_{22 кр}$ согласно равенству (5.36) растёт. Величину l^{**} найдём, приравняв $\sigma_{22 кр}$ к пределу пропорциональности материала:

$$0,92E \frac{\delta}{l^{**}} \sqrt{\frac{\delta}{R}} = \sigma_{пц}.$$

Отсюда получаем

$$l^{**} = 0,92 \frac{E}{\sigma_{пц}} \delta \sqrt{\frac{\delta}{R}}.$$

Например, если упомянутая выше оболочка изготовлена из материала АМг6 ($E = 6,8 \cdot 10^4$ МПа, $\sigma_{\text{пл}} = 120$ МПа), то для неё

$$l^{**} = 0,92 \frac{6,8 \cdot 10^4}{120} \cdot 4 \sqrt{\frac{4}{2000}} = 93 \text{ мм}.$$

В случае, когда $l < l^{**}$ приближённый расчёт $p_{\text{кр}}$ можно выполнить следующим образом.

Окружная деформация $\varepsilon_{\text{кр}}$ при упругой потере устойчивости может быть найдена как отношение

$$\varepsilon_{\text{кр}} = \frac{\sigma_{22 \text{ кр}}}{E}.$$

В соответствии с формулой (5.36) будем иметь

$$\varepsilon_{\text{кр}} = 0,92 \frac{\delta}{l} \sqrt{\frac{\delta}{R}}. \quad (5.41)$$

В это выражение модуль упругости материала не входит, и можно допустить, что оно справедливо также и при потере устойчивости за пределом пропорциональности. Пользуясь диаграммой деформирования материала $\sigma = \sigma(\varepsilon)$, по величине $\varepsilon_{\text{кр}}$ определим тогда критическое окружное напряжение $\sigma_{22 \text{ кр}}$, а по формуле

$$p_{\text{кр}} = \frac{\sigma_{22 \text{ кр}} \delta}{R}$$

вычислим и критическое давление.

Таким образом, формула Папковича справедлива для оболочек средней длины, когда

$$l^{**} \leq l \leq l^*.$$

5.6 Устойчивость бака при действии касательных напряжений

Если цилиндрическая оболочка нагружена крутящим моментом $M_{\text{к}}$ (рисунок 5.11), то в ней будут действовать постоянные касательные напряжения τ . Потеря устойчивости происходит в этом случае с образованием наклонных вмятин при напряжении

$$\tau_{\text{кр}} = 0,78E \frac{\delta}{R} \sqrt[4]{\frac{\delta R}{l^2}}. \quad (5.42)$$

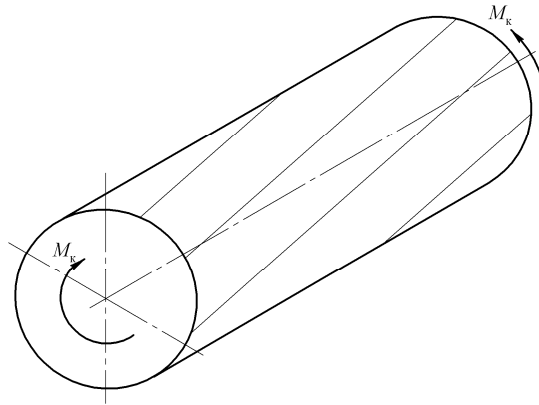


Рисунок 5.11 – Форма потери устойчивости цилиндрической оболочки при кручении

При действии перерезывающих сил также возникают касательные напряжения, но здесь они изменяются по сечению оболочки, что существенно усложняет анализ. На практике принимают приближённо, что потеря устойчивости происходит, когда максимальное касательное напряжение достигнет значения, определяемого формулой (5.42).

В случае несущего топливного бака касательное критическое напряжение при действии перерезывающей силы можно искать по формуле

$$\tau_{кр} = k_p k_i \tau_{кр}^0, \quad (5.43)$$

где $\tau_{кр}^0$ вычисляется в предположении об отсутствии давления на стенку бака и справедливости закона Гука, то есть по формуле (5.42):

$$\tau_{кр}^0 = 0,78E \frac{\delta}{R} \sqrt[4]{\frac{\delta R}{l^2}}.$$

Коэффициент k_p учитывает влияние на $\tau_{кр}$ внутреннего давления, если закон Гука не нарушается. При совместном действии касательного напряжения τ и внешнего избыточного давления p их критическое сочетание определяется равенством

$$\left(\frac{\tau}{\tau_{кр}} \right)^2 + \frac{p}{p_{кр}} = 1,$$

где $\tau_{кр}$ и $p_{кр}$ – критические значения τ и p при их раздельном действии. Будем предполагать, что это соотношение применимо и при действии внутреннего давления p . Сменив знак перед p , будем иметь равенство

$$\left(\frac{\tau}{\tau_{кр}} \right)^2 - \frac{p}{p_{кр}} = 1.$$

Если на стенку бака действует внутреннее давление p^3 , то отсюда получаем отношение

$$\frac{\tau}{\tau_{кр}} = \sqrt{1 + \frac{p^3}{p_{кр}}},$$

которое характеризует повышение критического касательного напряжения за счёт внутреннего давления. Следовательно, можно записать

$$k_p = \sqrt{1 + \frac{p^3}{p_{кр}}}. \quad (5.44)$$

Величина $p_{кр}$ должна подсчитываться по формуле Папковича (5.35), а значение p^3 нужно брать в том сечении, где вычисляется $\tau_{кр}$.

Коэффициент k_i в формуле (5.43) учитывает влияние пластических деформаций, которые могут возникать из-за больших окружных напряжений. Его значение определяется так же, как и при вычислении меридиональных критических напряжений:

$$k_i = \frac{\sqrt{E_k E_c}}{E}.$$

Расчёт $\tau_{кр}$ должен выполняться методом последовательных приближений по той же схеме, что и при вычислении $\sigma_{кр}$. Отличие будет заключаться лишь в нахождении интенсивности напряжений, которая на основании выражения (5.27) должна подсчитываться здесь по формуле

$$\sigma_i = \sqrt{(\sigma_{11}^3)^2 - \sigma_{11}^3 \sigma_{22}^3 + (\sigma_{22}^3)^2 + 3\tau_{кр}^2}, \quad (5.45)$$

где

$$\sigma_{11}^3 = \frac{N^3}{2\pi R \delta}; \quad \sigma_{22}^3 = \frac{p^3 R}{\delta}.$$

Здесь N^3 – осевая сила в сечении бака. Влиянием изгибающего момента можно пренебречь, поскольку вызываемые им нормальные напряжения малы в тех областях поперечного сечения, где действуют максимальные касательные напряжения.

6 РАСЧЁТ НЕГЕРМЕТИЧНЫХ ПОДКРЕПЛЁННЫХ ОТСЕКОВ

6.1 Особенности работы негерметичных подкреплённых отсеков

В данном разделе рассматриваются клёпаные отсеки, которые широко применяются в летательных аппаратах там, где не требуется обеспечения высокой герметичности. Основными силовыми элементами подобных отсеков являются тонкая обшивка и подкрепляющие её рёбра – продольные (стрингеры, лонжероны) и поперечные (шпангоуты). Вследствие слабой герметичности можно считать, что внутреннее давление в отсеке такое же, как и в окружающей атмосфере. Нагрузками для него служат осевая и перерезывающая сила и изгибающий момент в поперечном сечении, возникающие в полёте или при транспортировке изделия.

Силовая схема отсека зависит от того, является отсек отделяемым или неотделяемым. Неотделяемый отсек по торцам крепится к смежным отсекам по всему периметру с помощью большого числа болтов; тем самым обеспечивается участие в работе всего поперечного сечения. В этом случае продольный набор состоит обычно из одних лишь стрингеров, равномерно расположенных по сечению.

Если же отсек должен в определённый момент времени отделиться от соседнего отсека, то их взаимное соединение осуществляется посредством ограниченного числа (обычно, трёх-четырёх) замков. Через замки на отсек передаются большие сосредоточенные силы, для восприятия которых необходимы мощные продольные элементы – лонжероны. При транспортировке изделия или других наземных операциях для разгрузки замков разделяемые отсеки соединяют между собой дополнительно с помощью нескольких страховочных болтов, и для восприятия соответствующих сил устанавливают усиленные стрингеры. Помимо лонжеронов и усиленных стрингеров обшивка подкрепляется ещё рядовыми стрингерами, расположенными по сечению более или менее равномерно.

Характерной особенностью тонкостенных каркасированных конструкций является низкий уровень критических напряжений обшивки, которая может терять устойчивость задолго до исчерпания несущей способности отсека в целом. Для негерметичных конструкций потеря устойчивости обшивки вполне допустима, необходимо лишь учитывать дополнительные напряжения, которые возникают при этом в подкрепляющих элементах.

6.2 Закритическое поведение обшивки при осевом сжатии

Рассмотрим осевое сжатие цилиндрического отсека радиуса R и длиной l (рисунок 6.1, *a*). Отсек образован обшивкой толщиной δ , подкреплённой торцовыми шпангоутами с площадью сечения $F_{\text{шп}}$ и равномерно расположенными стрингерами с площадью сечения $F_{\text{стр}}$ каждый. Будем предполагать, что число стрингеров достаточно велико, так что заключённые между ними панели обшивки вытянуты в осевом направлении ($b < l$, где b – ширина панели).

При малой нагрузке в каждой панели обшивки действует равномерно распределённое по сечению осевое напряжение σ_x . Когда величина напряжения достигает критического значения $\sigma_{\text{кр об}}$, происходит потеря устойчивости обшивки, и при дальнейшем возрастании нагрузки средняя часть панели в результате выпучивания начинает выключаться из работы.

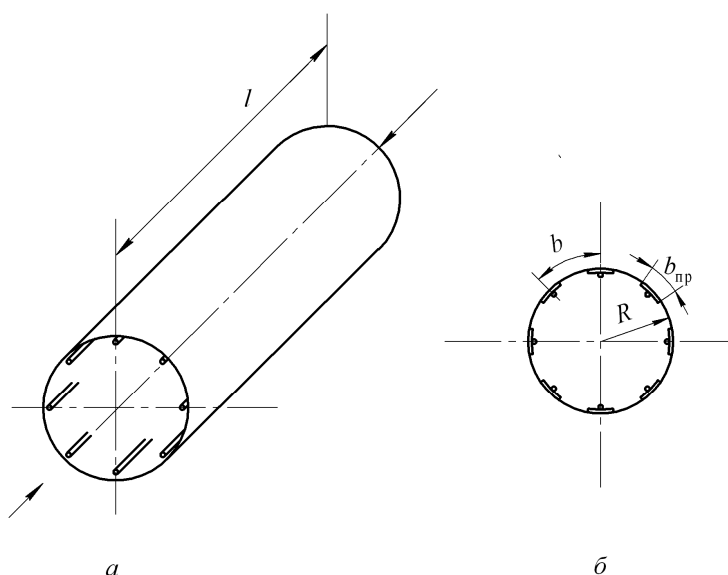


Рисунок 6.1 – Подкреплённый цилиндрический отсек при сжатии (*a*); расчётная схема сечения отсека после потери устойчивости обшивки (*б*)

Некоторая часть обшивки, прилегающая к каждому стрингеру, продолжает эффективно работать, воспринимая вместе с ним внешнюю силу. Ширина приведённой к стрингеру обшивки определяется известной формулой Кармана

$$b_{\text{пр}} = b \sqrt{\frac{\sigma_{\text{кр об}}}{|\sigma_{\text{стр}}|}}, \quad (6.1)$$

которую в случае плоской панели обычно представляют в виде

$$b_{\text{пр}} = 1,9\delta \sqrt{\frac{E}{|\sigma_{\text{стр}}|}}.$$

Здесь $|\sigma_{\text{стр}}|$ – абсолютное значение сжимающего напряжения в сечении стрингера. Осевая нагрузка может возрастать до тех пор, пока стрингер не потеряет устойчивость. Этому моменту соответствует наименьшее значение $b_{\text{пр}}$, равное

$$(b_{\text{пр}})_{\text{min}} = b \sqrt{\frac{\sigma_{\text{кр об}}}{\sigma_{\text{кр стр}}}}.$$

где $\sigma_{\text{кр стр}}$ – критическое напряжение стрингера:

$$\sigma_{\text{кр стр}} = \min(\sigma_{\text{кр м}}; \sigma_{\text{кр общ}}). \quad (6/2)$$

Здесь $\sigma_{\text{кр м}}$, $\sigma_{\text{кр общ}}$ – критические напряжения местной и общей потери устойчивости стрингера (см. подраздел 2.3)

Таким образом, при расчёте сжатого подкреплённого отсека после потери устойчивости обшивки можно считать, что к стрингерам примыкают участки обшивки шириной $b_{\text{пр}}$, а остальная часть обшивки не участвует в работе. Тем самым поперечное сечение представляется в виде совокупности сосредоточенных площадей величиной $F_{\text{стр}} + b_{\text{пр}} \delta$ каждая (рисунок 6.1, б)

6.3 Закритическое поведение обшивки при сдвиге

Предположим далее, что подкреплённый цилиндрический отсек нагружен крутящим моментом, так что во всех панелях обшивки действует одинаковое касательное напряжение τ .

После потери устойчивости в обшивке образуются наклонные волны (гофры), составляющие с образующей некоторый угол α (рисунок 6.2, а). При дальнейшем возрастании τ нормальное растягивающее напряжение σ_1 вдоль гофров растёт, в то время как сжимающее напряжение σ_3 , действующее поперёк волн и поддерживающее обшивку в выпученном состоянии, остаётся почти неизменным. В итоге напряжённое состояние панели обшивки изменяется по сравнению с докритическим: в площадках, параллельных сторонам панели, помимо касательного появляются также нормальные напряжения σ_x и σ_θ (рисунок 6.2, б). Их легко найти, если $\tau \gg \tau_{\text{кр}}$. В этом случае можно пренебречь напряжением σ_3 в сравнении с σ_1 (рисунок 6.3, а).

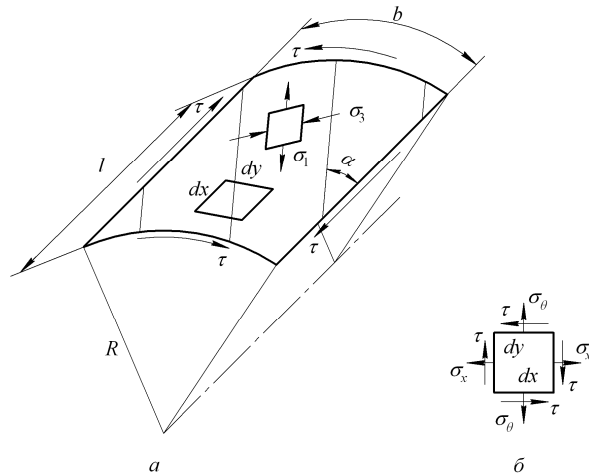


Рисунок 6.2 – Волнообразование в панели при действии касательных напряжений (а); напряжённое состояние обшивки после потери устойчивости (б)

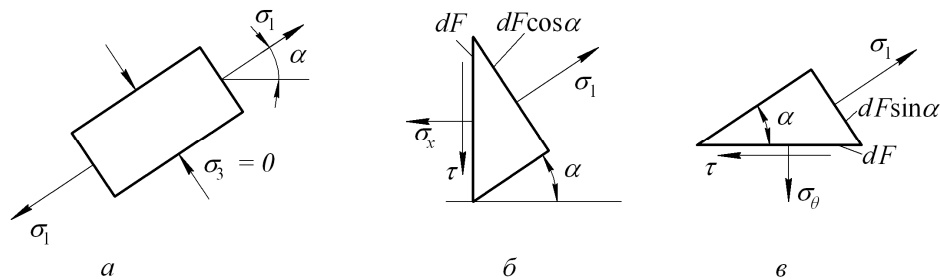


Рисунок 6.3 – Напряжённое состояние пластины при $\tau \gg \tau_{кр}$ (а); связь напряжений σ_x , σ_θ и τ с напряжением σ_1 в наклонной площадке (б, в)

Из условий равновесия элементов обшивки, показанных на рисунках 6.3, б и 6.3, в, вытекают соотношения

$$\sigma_x = \sigma_1 \cos^2 \alpha; \quad \sigma_\theta = \sigma_1 \sin^2 \alpha; \quad \tau = \sigma_1 \sin \alpha \cos \alpha.$$

Отметим, что независимо от знака τ (или, что то же самое, независимо от направления гофров), σ_x и σ_θ всегда оказываются растягивающими, как это видно из первых двух равенств. Третье равенство позволяет выразить σ_1 через известную величину τ , после чего для σ_x и σ_θ получаем формулы

$$\sigma_x = \tau \operatorname{ctg} \alpha; \quad \sigma_\theta = \tau \operatorname{tg} \alpha.$$

Как говорилось выше, эти формулы справедливы при $\tau \gg \tau_{кр}$. На самом же деле напряжения σ_x и σ_θ оказываются несколько меньшими, так как напряжение σ_3 отлично от нуля. Их действительные значения могут быть подсчитаны по формулам

$$\sigma_x = \omega \tau \operatorname{ctg} \alpha; \quad \sigma_\theta = \omega \tau \operatorname{tg} \alpha, \quad (6.3)$$

где корректирующий коэффициент ω выражается эмпирической формулой

$$\omega = \text{th} \left[\left(0,5 + 300 \frac{\delta l}{R b} \right) \lg \frac{\tau}{\tau_{\text{кр}}} \right]. \quad (6.4)$$

При $\tau = \tau_{\text{кр}}$ имеем $\omega = 0$, а при $\tau \rightarrow \infty$ получим $\omega \rightarrow 1$. Если отношение $l/b > 2$, то в (6.4) следует заменить l/b постоянным множителем 2. На рис. 6.4 дана построенная по формуле (6.4) зависимость ω от $\tau/\tau_{\text{кр}}$ для различных значений параметра $\xi = 300 \frac{\delta l}{R b}$ (в случае $l/b > 2$ необходимо брать $\xi = 600 \frac{\delta l}{R}$). Кривая $\xi = 0$ соответствует случаю плоской панели.

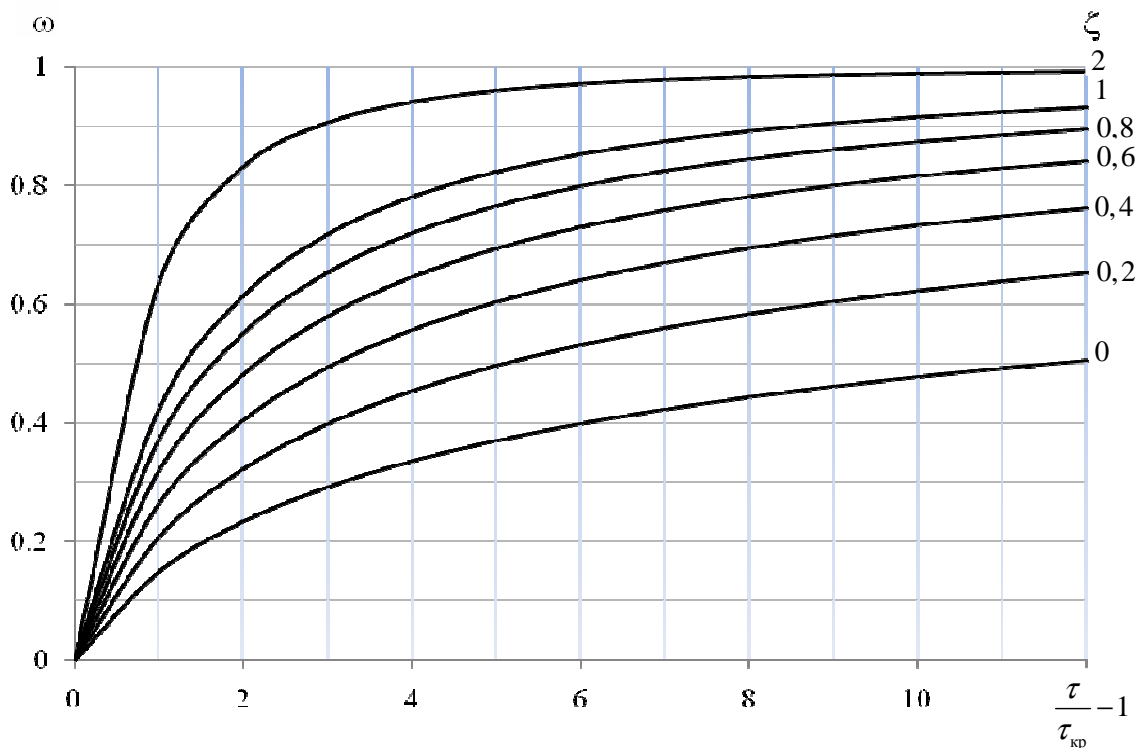


Рисунок 6.4 – Коэффициент ω

После потери устойчивости обшивки возникает нагружение стрингеров и шпангоутов. По краям каждой панели действуют растягивающие усилия, погонные значения которых равны

$$q_x = \sigma_x \delta; \quad q_\theta = \sigma_\theta \delta. \quad (6.5)$$

Эти силы можно трактовать как результат действия стрингеров и шпангоутов на панель. Со стороны обшивки на подкрепляющие элементы действуют равные им и противоположно направленные силы (рисунок 6.5). Вследствие этого в стрингере возникает сжимающая сила

$$N_{\text{стр}} = -q_x b = -\omega \tau b \delta \text{ctg } \alpha.$$

Считая шпангоут прямолинейным на участке между соседними стрингерами, для осевой силы в его сечениях получим постоянное значение

$$N_{\text{шп}} = -\frac{1}{2}q_{\theta}l = -\frac{1}{2}\omega\tau l\delta \operatorname{tg} \alpha.$$

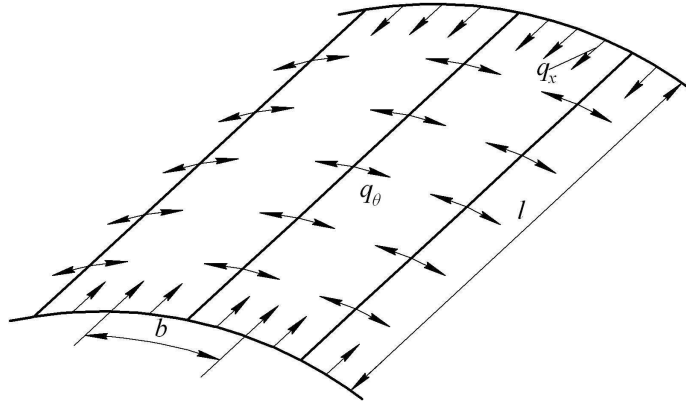


Рисунок 6.5 – Нагружение стрингеров и шпангоутов потерявшей устойчивость обшивкой

Для подсчёта осевых напряжений в стрингере и шпангоуте следовало бы разделить $N_{\text{стр}}$ и $N_{\text{шп}}$ на площади их сечений $F_{\text{стр}}$, $F_{\text{шп}}$. Однако в действительности напряжения будут меньше этих значений. Выпучивание панели происходит лишь в средней её части, в то время как примыкающие к рёбрам участки обшивки сохраняют свою форму, участвуя вместе с ними в восприятии сил $N_{\text{стр}}$, $N_{\text{шп}}$. Поэтому при расчёте напряжений в подкрепляющих элементах следует к $F_{\text{стр}}$, $F_{\text{шп}}$ добавить площади сечений этих участков обшивки, размеры которых, согласно экспериментальным данным, равны соответственно

$$\bar{b} = 0,5(1 - \omega)b; \quad \bar{l} = 0,5(1 - \omega)l. \quad (6.6)$$

Таким образом, для расчёта напряжений в подкрепляющих рёбрах будем пользоваться формулами

$$\sigma_{\text{стр}} = \frac{N_{\text{стр}}}{F_{\text{стр}}^*}; \quad \sigma_{\text{шп}} = \frac{N_{\text{шп}}}{F_{\text{шп}}^*},$$

где

$$F_{\text{стр}}^* = F_{\text{стр}} + \bar{b}\delta; \quad F_{\text{шп}}^* = F_{\text{шп}} + \frac{1}{2}\bar{l}\delta. \quad (6.7)$$

Учитывая выражения для $N_{\text{стр}}$, $N_{\text{шп}}$, получим

$$\sigma_{\text{стр}} = -\frac{\omega\tau b\delta \operatorname{tg} \alpha}{F_{\text{стр}}^*}; \quad \sigma_{\text{шп}} = -\frac{\omega\tau l\delta \operatorname{tg} \alpha}{2F_{\text{шп}}^*}. \quad (6.8)$$

Вследствие образования гофров потерявшая устойчивость обшивка натягивается между стрингерами, в результате чего цилиндр превращается в многогранник. Действующие со стороны смежных панелей усилия q_θ дают

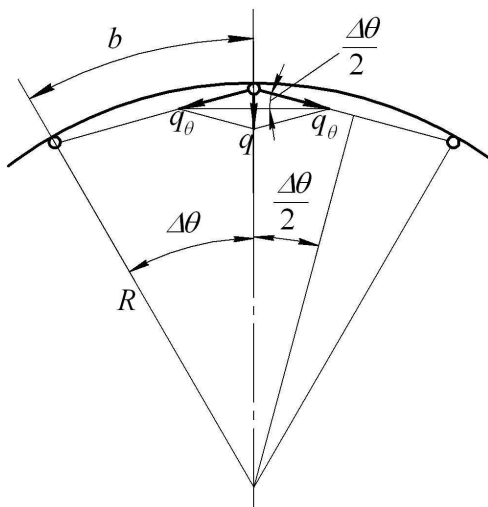


Рисунок 6.6 – Поперечная нагрузка на стрингер

результатирующую поперечную нагрузку q на стрингер, направленную к оси отсека и вызывающую изгиб стрингера. В соответствии с рисунком 6.6 находим

$$q = 2q_\theta \sin \frac{\Delta\theta}{2},$$

где $\Delta\theta = b/R$. Считая, что угол $\Delta\theta$

мал, можно положить $\sin \frac{\Delta\theta}{2} = \frac{\Delta\theta}{2}$. С

учётом выражения для q_θ получаем

$$q = \frac{\omega\tau b\delta}{R} \operatorname{tg} \alpha.$$

Однако на самом деле обшивка не полностью распрямляется между стрингерами, а вблизи шпангоутов она продолжает сохранять круговую форму. В результате поперечная нагрузка на стрингер оказывается значительно меньше. Согласно экспериментальным данным, это можно приближённо учесть, введя в выражение для q множитель $1/2$. Таким образом, при вычислении q будем пользоваться формулой

$$q = \frac{\omega\tau b\delta}{2R} \operatorname{tg} \alpha. \quad (6.9)$$

Итак, после потери устойчивости обшивки от касательных напряжений в ней появляются дополнительные нормальные напряжения (6.3), в стрингерах и шпангоутах возникают сжимающие напряжения (6.8), а стрингеры, кроме того, начинают испытывать изгиб поперечной нагрузкой (6.9).

Что касается угла наклона волн α , то он определяется условием минимума дополнительной энергии деформации отсека. Можно показать, что это условие приводит к соотношению

$$\operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_{\text{стр}}}{\varepsilon_\theta - \varepsilon_{\text{шп}} + b^2/(24R^2)}. \quad (6.10)$$

Здесь $\varepsilon_{\text{стр}}$, $\varepsilon_{\text{шп}}$ – осевые деформации стрингера и шпангоута; ε_x , ε_θ – продольная и окружная деформация обшивки. В рассматриваемом случае

$$\begin{aligned}\varepsilon_{\text{стр}} &= \sigma_{\text{стр}}/E; \quad \varepsilon_{\text{шп}} = \sigma_{\text{шп}}/E; \\ \varepsilon_x &= (\sigma_x - \mu\sigma_\theta)/E; \quad \varepsilon_\theta = (\sigma_\theta - \mu\sigma_x)/E.\end{aligned}\quad (6.11)$$

Подстановка (6.11) в (6.10) с учётом (6.3), (6.8) позволяет прийти к уравнению четвёртой степени

$$\gamma_{\text{шп}} \operatorname{tg}^4 \alpha + \frac{\gamma_0^2}{24} \operatorname{tg}^3 \alpha - \gamma_{\text{стр}} = 0, \quad (6.12)$$

где

$$\gamma_0 = \frac{b}{R} \sqrt{\frac{E}{\omega\tau}}, \quad \gamma_{\text{стр}} = 1 + \frac{b\delta}{F_{\text{стр}}^*}, \quad \gamma_{\text{шп}} = 1 + \frac{l\delta}{2F_{\text{шп}}^*}. \quad (6.13)$$

Интересующий нас положительный корень этого уравнения¹ удобно найти методом последовательных приближений, представив равенство (6.12) в виде

$$\operatorname{tg} \alpha = \sqrt[4]{\frac{\gamma_{\text{стр}}}{\gamma_{\text{шп}} + \frac{\gamma_0^2}{24 \operatorname{tg} \alpha}}} = \sqrt{\frac{1 + \frac{b\delta}{F_{\text{стр}}^*}}{1 + \frac{l\delta}{F_{\text{шп}}^*} + \frac{b^2}{24R^2} \frac{E}{\omega\tau \operatorname{tg} \alpha}}}. \quad (6.14)$$

Задавшись произвольно величиной $\operatorname{tg} \alpha$, подставим это значение в подкоренное выражение в (6.14) и найдём новое значение $\operatorname{tg} \alpha$. Вычисления повторяются затем до получения необходимой точности.

6.4 Расчётная схема отделяемого негерметичного отсека

Рассмотрим цилиндрический отделяемый отсек радиуса R , изображённый на рисунке 6.7. Отсек подкреплён шпангоутами с шагом l ; крайний левый шпангоут служит для его соединения со смежным отсеком, с которым в определённый момент времени должно произойти разделение. Справа на рисунке 6.7 показан вид на торцовый шпангоут; в его полке отмечены отверстия для элементов крепления, обеспечивающих передачу сил от одного отсека к другому.

Основное соединение осуществляется с помощью замков. В показанном на рисунке 6.7 примере имеется три замка, но их может быть и больше. Для разгрузки замков от больших вибрационных нагрузок при наземных операциях (например, при транспортировке) могут устанавливаться в зоне

¹ Уравнение (6.12) имеет один положительный, один отрицательный и два комплексно сопряжённых корня.

растяжения страховочные болты (в полёте они отсутствуют). Наконеч для более равномерной передачи перерезывающей силы служат шпильки. Овальные отверстия под шпильки, ориентированы таким образом, чтобы силы передавались по касательной к контуру поперечного сечения. Тем самым обеспечивается естественная трансформация перерезывающей силы в поток касательных усилий в обшивке.

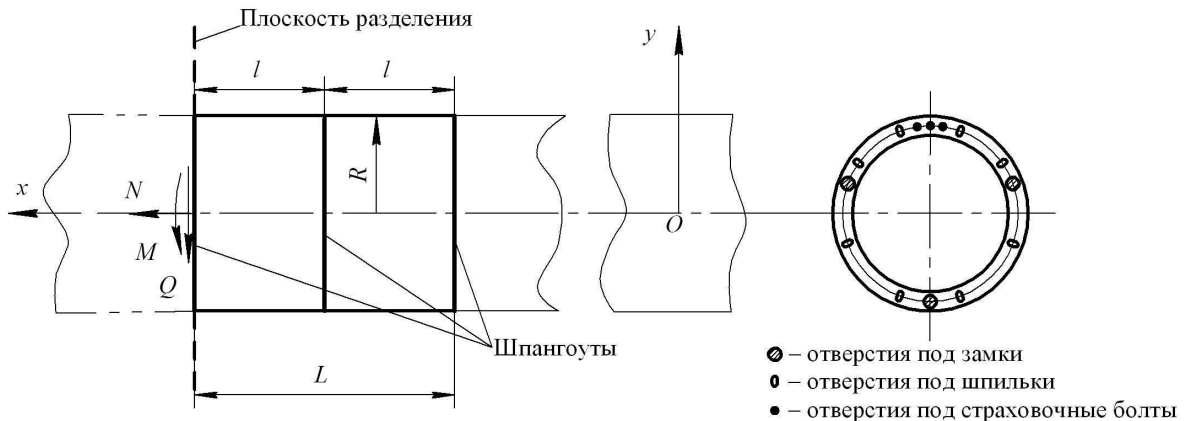


Рисунок 6.7 – Отделяемый отсек

Из рассмотрения схемы крепления отсека вытекает расстановка продольных подкрепляющих поясов. Так как через замки передаются большие сосредоточенные силы, то это требует постановки мощных продольных элементов – лонжеронов; число последних равно числу замков. Лонжероны изготавливают обычно путём фрезерования, и критические напряжения для них оказываются близкими к пределу прочности материала (весьма малая гибкость λ , см. пункт 2.3.2).

Под страховочными болтами устанавливают усиленные стрингеры. Наконеч, более или менее регулярное подкрепление обшивки осуществляется с помощью рядовых стрингеров, имеющих сравнительно небольшую площадь поперечного сечения.

Будем считать, что в торцовом сечении отсека действуют расчётные осевая сила N^p , изгибающий момент M^p и перерезывающая сила Q^p ; их положительные направления примем в соответствии с рисунком 6.7. Чтобы правильно составить расчётную схему сечения отсека, рассмотрим два частных случая нагружения. Примем сначала, что действует только растягивающая осевая сила. На отсек она будет передаваться через замки (если принять, что страховочные болты отсутствуют). Следовательно, непосредственно в корневом сечении будут в этом случае работать лишь лонжероны; остальные же элементы продольного набора в работе практически не участвуют. В дей-

ствительности наличие торцового шпангоута приведёт к некоторому включению в работу стрингеров, но этим можно пренебречь, что пойдёт в запас прочности. Если же действует, напротив, только сжимающая осевая сила, то смежные отсеки будут прижаты друг к другу своими торцовыми шпангоутами по всему периметру, и всё сечение рассматриваемого отсека будет включено в работу.

Возвращаясь к общему случаю нагружения, примем теперь следующую расчётную схему для корневого сечения отделяемого отсека (рисунок 6.8). Будем считать, что всё поперечное сечение состоит из отдельных сосредоточенных площадей, образованных сечениями поясов (лонжеронов, усиленных и рядовых стрингеров) с присоединённой к ним обшивкой, расположенных на окружности радиуса R . В растянутой зоне в поперечное сечение включаются лишь лонжероны (и, возможно, усиленные стрингеры, как в случае транспортировки). В сжатой зоне учитываются все пояса – как лонжероны, так и стрингеры. Положение нейтральной линии, разделяющей зоны сжатия и растяжения, должно быть определено в процессе расчёта. В случае неотделяемого отсека в расчёте должны быть учтены все без исключения стрингеры.

Площадь сечения i -го продольного элемента будем обозначать F_i . Она включает в себя площадь сечения $F_{\pi i}$ самого пояса (стрингера или лонжерона) и площадь сечения приведённой к нему обшивки:

$$F_i = F_{\pi i} + b_{\pi i} \cdot \quad (6.15)$$

Сечение отсека отнесём к системе координат y, z , начало которой находится на оси отсека; ось y будем располагать в плоскости изгиба. Примем, что сечение симметрично относительно оси y .

Действующие в отсеке напряжения будем разделять на основные и вторичные. В качестве основных будем рассматривать нормальные напряжения в поясах, уравнивающие осевую силу N^p и изгибающий момент M^p , а также касательные напряжения в панелях обшивки, обусловленные действием силы Q^p . Под вторичными же будем понимать дополнительные самоуравновешенные напряжения, связанные с потерей устойчивости обшивки от касательных напряжений.

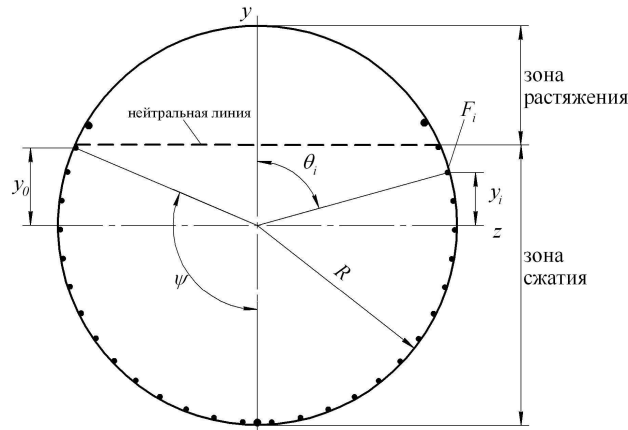


Рисунок 6.8 – Расчётная схема корневого сечения отделяемого отсека

6.5 Расчёт основных напряжений

При расчёте основных напряжений будем исходить из предположения, что продольная деформация пояса линейно зависит от координаты y :

$$\varepsilon_{i0} = ay_i + b, \quad (6.16)$$

где y_i – расстояние i -го пояса от оси z , a и b – некоторые коэффициенты. Здесь и далее ноликом внизу отмечаются напряжения и деформации поясов в основном напряжённом состоянии.

Выразим напряжение σ_{i0} в i -м поясе через его деформацию ε_{i0} . Связь σ_{i0} с ε_{i0} в общем случае является нелинейной, как показано на рисунке 6.9.

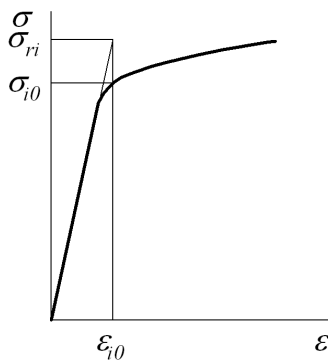


Рисунок 6.9 – Зависимость σ_{i0} от ε_{i0}

Обозначая $E'_i = \sigma_{i0}/\varepsilon_{i0}$, введём редуцированный коэффициент φ_i как отношение

$$\varphi_i = E'_i/E.$$

Тогда можно записать

$$\sigma_{i0} = E'_i \varepsilon_{i0} = \varphi_i E \varepsilon_{i0}.$$

Произведение $E\varepsilon_{i0}$ будем обозначать через σ_{ri} . Величина σ_{ri} представляет собой то напряжение, которое возникло бы в i -м поясе при создании в нём деформации ε_{i0} , если бы материал пояса следовал закону Гука (см. рисунок 6.9). Действительное напряжение σ_{i0} связано с σ_{ri} зависимостью

$$\sigma_{i0} = \varphi_i \sigma_{ri}. \quad (6.17)$$

Подстановка (6.16) в равенство $\sigma_{ri} = E\varepsilon_{i0}$ даёт закон распределения σ_{ri} по сечению отсека:

$$\sigma_{ri} = Ay_i + B, \quad (6.18)$$

а из (6.17) имеем также

$$\sigma_{i0} = \varphi_i (Ay_i + B), \quad (6.19)$$

где обозначено $A = Ea$, $B = Eb$. Для определения постоянных A и B воспользуемся условиями статики

$$N^p = \sum \sigma_{i0} F_i; \quad M^p = \sum \sigma_{i0} y_i F_i,$$

где суммирование ведётся по всем поясам, участвующим в работе. Подстановка в эти условия выражения (6.19) даёт два уравнения относительно A и B вида

$$AS_z + BF = N^p;$$

$$AI_z + BS_z = M^p,$$

где F , S_z , I_z – площадь, статический момент и момент инерции приведённого сечения относительно оси z :

$$F = \sum \varphi_i F_i; \quad S_z = \sum \varphi_i F_i y_i; \quad I_z = \sum \varphi_i F_i y_i^2. \quad (6.20)$$

Ось z , вообще говоря, не является центральной. Координата y_c центра тяжести приведённого сечения определяется отношением

$$y_c = S_z / F, \quad (6.21)$$

а момент инерции сечения относительно центральной оси, параллельной оси z , равен

$$I_c = I_z - y_c^2 F. \quad (6.22)$$

Подставив в систему уравнений выражения

$$S_z = y_c F; \quad I_z = I_c + y_c^2 F,$$

перепишем её в виде

$$Ay_c F + BF = N^p;$$

$$A(I_c + y_c^2 F) + By_c F = M^p.$$

Решая полученную систему, находим

$$A = \frac{M^p - y_c N^p}{I_c}; \quad B = \frac{N^p}{F} - y_c \frac{M^p - y_c N^p}{I_c}. \quad (6.23)$$

Подстановка этих выражений в (6.19) приводит к соотношению

$$\sigma_{i0} = \varphi_i \left[\frac{M^p - y_c N^p}{I_c} (y_i - y_c) + \frac{N^p}{F} \right]. \quad (6.24)$$

Выведем далее формулу для касательных напряжений. Как известно из курса строительной механики, для конструкции с однозамкнутым контуром поперечного сечения погонное касательное усилие определяется суммой

$$T = T^0 + T^*,$$

где T^0 – касательное усилие в точке контура, выбранной за начало отсчёта дуг, T^* – усилие в разомкнутой конструкции, полученной размыканием контура в начале отсчёта дуг. Если начало отсчёта дуг выбрать на оси y , то будем иметь $T^0 = 0$, так как геометрия сечения и условия нагружения симметричны относительно этой оси. Таким образом, расчёт сводится к вычислению величины T^* , которая определяется известным из строительной механики выражением

$$T_i^* = \frac{Q^p S_i^{\text{отс}}}{I_c},$$

где индекс i относится к i -й панели (расположенной между стрингерами с номерами i и $i+1$), $S_i^{\text{отс}}$ – статический момент отсечённой части сечения относительно центральной оси, параллельной оси z :

$$S_i^{\text{отс}} = \sum' \varphi_j F_j (y_j - y_c). \quad (6.25)$$

Знак \sum' в выражении для $S_i^{\text{отс}}$ означает суммирование по тем поясам, которые попали в отсечённую часть сечения (причём, в эту сумму включаются только пояса, участвующие в работе). Для пояса, лежащего на оси y , необходимо брать в (6.25) половину его площади сечения.

Поскольку $\tau_i = T_i / \delta$, приходим к следующей формуле для τ_i :

$$\tau_i = \frac{Q^p S_i^{\text{отс}}}{I_c \delta}. \quad (6.26)$$

Расчёт напряжений σ_{i0} , τ_i согласно (6.24), (6.26) требует применения метода последовательных приближений. В процессе приближений должны быть найдены значения φ_i , $b_{\text{при}i}$, а также положение нейтральной оси. Практическая организация вычислительного процесса будет рассмотрена ниже.

Заметим также, что всё сказанное выше относится к отделяемому отсеку. В неотделяемом отсеке в работе участвуют все пояса без исключения, что должно быть соответствующим образом учтено при вычислении геометрических характеристик сечения (6.20), (6.25). Расчётные же формулы сохраняют силу и в этом случае.

6.6 Расчёт вторичных напряжений

Приступая к расчёту вторичных напряжений, начнём с определения критических напряжений обшивки $\sigma_{кр\ об}$, $\tau_{кр}$. При раздельном действии сжимающих и касательных напряжений их критические значения определяются формулами (2.26), (2.29) подраздела 2.3:

$$\sigma_{0кр\ об} = \frac{3,6E}{(b/\delta)^2} + \frac{0,15E\delta}{R}; \quad \tau_{0кр} = \frac{5E}{(b/\delta)^2} + \frac{0,1E\delta}{R}. \quad (6.27)$$

Сочетание напряжений $\sigma_{кр\ об}$, $\tau_{кр}$ вызывающее потерю устойчивости обшивки при их совместном действии, даётся равенством (2.30):

$$\frac{\sigma_{кр\ об}}{\sigma_{0кр\ об}} + \left(\frac{\tau_{кр}}{\tau_{0кр}} \right)^2 = 1. \quad (6.28)$$

Это равенство определяет кривую, показанную на рисунке 6.10. По горизонтальной оси здесь отложены абсолютные значения σ , поскольку рассматривается случай сжатия панели.

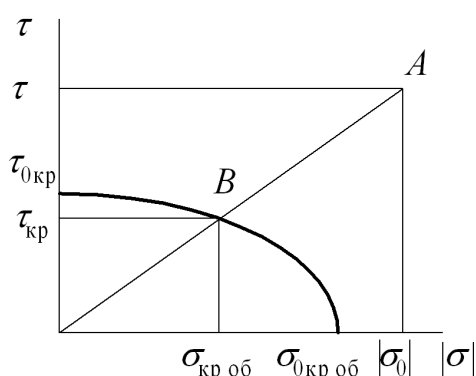


Рисунок 6.10 – Критические напряжения панели обшивки при одновременном действии сжатия и сдвига

Пусть для некоторой панели известны сжимающее напряжение σ_0 в стрингере и касательное напряжение τ в обшивке (точка A на рисунке 6.10). Чтобы определить значения напряжений, соответствующие моменту потери устойчивости обшивки (точка B), нужно соединить начало координат с точкой $(|\sigma_0|, \tau)$ и найти пересечение полу-

ченной прямой с параболой (6.29). Вводя обозначения

$$R_\sigma = \frac{\sigma_{кр\ об}}{\sigma_{0кр\ об}}; \quad R_\tau = \frac{\tau_{кр}}{\tau_{0кр}}; \quad c = \frac{R_\sigma}{R_\tau}, \quad (6.29)$$

равенство (6.28) перепишем в виде

$$R_\tau^2 + cR_\tau - 1 = 0.$$

Коэффициент c можно выразить через известные величины. В самом деле, $c = (\sigma_{кр\ об}/\sigma_{0кр\ об}) \cdot (\tau_{0кр}/\tau_{кр})$. Как видно из рисунка 6.10

$\sigma_{кр\ об}/\tau_{кр} = |\sigma_0|/\tau$, так что

$$c = \frac{|\sigma_0|}{\tau} \cdot \frac{\tau_{0\text{кр}}}{\sigma_{0\text{кр об}}} . \quad (6.30)$$

Решив полученное уравнение относительно R_τ и отбросив отрицательный корень как не имеющий физического смысла, получим с учётом (6.24)

$$R_\tau = -\frac{c}{2} + \sqrt{\frac{c^2}{4} + 1}; \quad R_\sigma = cR_\tau; \quad (6.31)$$

$$\sigma_{\text{кр об}} = R_\sigma \sigma_{0\text{кр об}}; \quad \tau_{\text{кр}} = R_\tau \tau_{0\text{кр}} . \quad (6.32)$$

Если окажется, что для некоторой панели $\tau_i > \tau_{\text{кри}}$, то это означает, что обшивка потеряла устойчивость, т.е. появились вторичные напряжения. Определив по формуле (6.4) коэффициент ω_i , можно найти в соответствии с (6.3) напряжения в обшивке

$$\sigma_{xi} = \omega_i \tau_i \text{ctg} \alpha_i; \quad \sigma_{\theta i} = \omega_i \tau_i \text{tg} \alpha_i, \quad (6.33)$$

шпангоуте

$$\sigma_{\text{шпи}} = -\frac{\omega_i \tau_i l \delta \text{tg} \alpha_i}{2F_{\text{шпи}}^*} \quad (6.34)$$

и поясе

$$\sigma'_i = -\frac{\omega_i \tau_i b \delta \text{ctg} \alpha_i}{F_i^*} . \quad (6.35)$$

Здесь и далее штрихом отмечаются вторичные напряжения и деформации поясов. Согласно экспериментальным данным, при вычислении F_i^* и $F_{\text{шпи}}^*$ следует уменьшить по сравнению с (6.6), (6.7) ширину работающей с ребром обшивки из-за влияния нормального напряжения. Вместо (6.6), (6.7) будем пользоваться здесь формулами

$$F_i^* = F_{\text{стр}} + \bar{b}_i \delta; \quad F_{\text{шпи}}^* = F_{\text{шпи}} + \frac{1}{2} \bar{l}_i \delta; \quad (6.36)$$

$$\bar{b}_i = 0,5R_{\tau i} (1 - \omega_i) b; \quad \bar{l}_i = 0,5R_{\tau i} (1 - \omega_i) l . \quad (6.37)$$

Для расчёта напряжений согласно (6.33) – (6.35) необходимо предварительно найти угол волнообразования α_i . В качестве исходной пользуемся формулой (6.10)

$$\text{tg}^2 \alpha = \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_{\text{стр}}}{\varepsilon_\theta - \varepsilon_{\text{шпи}} + b^2 / (24R^2)},$$

в которую подставим выражения

$$\begin{aligned}
\varepsilon_{xi} &= \frac{1}{E}(\sigma_{xi} - \mu\sigma_{\theta i}) = \frac{\omega_i \tau_i}{E}(\operatorname{ctg} \alpha_i - \mu \operatorname{tg} \alpha_i); \\
\varepsilon_{\theta i} &= \frac{1}{E}(\sigma_{\theta i} - \mu\sigma_{xi}) = \frac{\omega_i \tau_i}{E}(\operatorname{tg} \alpha_i - \mu \operatorname{ctg} \alpha_i); \\
\varepsilon_{\text{стр}i} &= \frac{1}{\varphi_i E}(\sigma_{i0} + \sigma'_i) = \frac{\sigma_{i0}}{\varphi_i E} - \frac{\omega_i \tau_i b \delta \operatorname{ctg} \alpha_i}{\varphi_i E F_i^*}; \\
\varepsilon_{\text{шп}i} &= \frac{\sigma_{\text{шп}i}}{E} = -\frac{\omega_i \tau_i l \delta \operatorname{tg} \alpha_i}{2 E F_{\text{шп}i}^*}.
\end{aligned} \tag{6.38}$$

Заметим, что в формуле для $\varepsilon_{\text{стр}i}$ учтена продольная деформация стрингера, связанная с действием как основных, так и вторичных напряжений, а модуль упругости E заменён секущим модулем $E'_i = \varphi_i E$ аналогично выражению (6.17).

После преобразований приходим к уравнению четвёртой степени относительно $\operatorname{tg} \alpha_i$:

$$\gamma_{\text{шп}i} \operatorname{tg}^4 \alpha_i + \frac{\gamma_{0i}^2}{24} \operatorname{tg}^3 \alpha_i + \frac{\sigma_{i0}}{\varphi_i \omega_i \tau_i} \operatorname{tg} \alpha_i - \gamma_{\text{стр}i} = 0, \tag{6.39}$$

где

$$\gamma_{\text{шп}i} = 1 + \frac{l \delta}{2 F_{\text{шп}i}^*}; \quad \gamma_{\text{стр}i} = 1 + \frac{b \delta}{\varphi_i F_i^*}; \quad \gamma_{0i} = \frac{b}{R} \sqrt{\frac{E}{\omega_i \tau_i}}. \tag{6.40}$$

Полученное равенство можно представить в виде

$$\operatorname{tg} \alpha_i = \sqrt[4]{\frac{\gamma_{\text{стр}i} - \frac{\sigma_{i0}}{\varphi_i \omega_i \tau_i} \operatorname{tg} \alpha_i}{\gamma_{\text{шп}i} + \frac{\gamma_{0i}^2}{24 \operatorname{tg} \alpha_i}}} \tag{6.41}$$

и применить далее метод последовательных приближений.

Согласно (6.9) вычисляем далее поперечную нагрузку на стрингер

$$q_i = \frac{\omega_i \tau_i b \delta}{2R} \operatorname{tg} \alpha_i. \tag{6.42}$$

На рисунке 6.11, а показана схема нагружения стрингера. Считая в запас прочности, что условия закрепления стрингера на концах близки к шарнирному опиранию, для максимального изгибающего момента в середине пролёта будем иметь

$$M_{\max i} = \frac{q_i l^2}{8}. \tag{6.43}$$

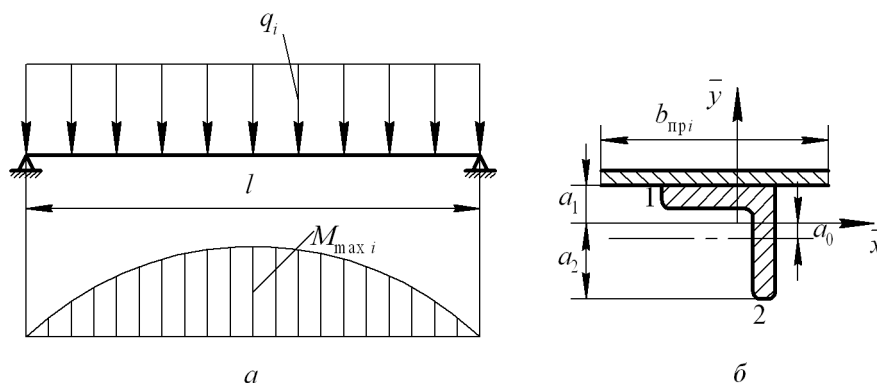


Рисунок 6.11 – К расчёту стрингера на изгиб

Расчётное сечение стрингера показано на рисунке 6.11, б. Здесь к сечению самого стрингера присоединён также участок обшивки шириной $b_{\text{при}}$. В случае осевого сжатия $b_{\text{при}}$ определяется формулой (6.1); при одновременном действии сдвига необходимо ввести в неё в качестве поправочного множителя величину R_{σ_i} :

$$b_{\text{при}} = R_{\sigma_i} b \sqrt{\sigma_{\text{кр об}} / |\sigma_{i0}|}. \quad (6.44)$$

Момент инерции сечения стрингера равен

$$I_i = I_{\text{стр}} + a_0^2 F_{\text{стр}} + \frac{b_{\text{при}} \delta^3}{12} + b_{\text{при}} \delta \left(a_1 + \frac{\delta}{2} \right)^2, \quad (6.45)$$

где $F_{\text{стр}}$, $I_{\text{стр}}$ – площадь и собственный момент инерции сечения самого стрингера, a_0 – расстояние его центра тяжести от оси \bar{x} , проходящей через центр тяжести совокупного сечения параллельно касательной к обшивке в месте крепления к ней стрингера.

Напряжение изгиба σ_i^* в среднем сечении стрингера определяется формулой

$$\sigma_i^* = -\frac{M_{\text{max } i}}{I_i} \bar{y}, \quad (6.46)$$

где \bar{y} – расстояние от оси \bar{x} ; знак минус в (6.46) поставлен потому, что положительным значениям \bar{y} соответствует сжимающее напряжение σ_i^* . Наибольшее сжимающее напряжение изгиба будет в точке 1, наибольшее растягивающее – в точке 2 (рисунок 6.11, б). Для этих точек имеем

$$\sigma_i^{*(1)} = -\frac{M_{\text{max } i}}{I_i} a_1; \quad \sigma_i^{*(2)} = \frac{M_{\text{max } i}}{I_i} a_2. \quad (6.47)$$

Окончательно напряжение в стрингере от осевого сжатия и изгиба получится как сумма

$$\sigma_{стри} = \sigma_{i0} + \sigma'_i + \sigma_i^* . \quad (6.48)$$

6.7 Организация вычислений

Как уже говорилось, расчёт напряжений должен выполняться методом последовательных приближений. В случае отделяемого отсека вычисления начинаются с приближённого вычисления положения нейтральной оси, что необходимо для определения числа поясов, участвующих в работе.

Величину y_0 в нулевом приближении можно оценить исходя из формулы (6.24). Положим в ней $\sigma_{i0} = 0$ и, соответственно, $y_i = y_0^{(0)}$. Приняв также $y_c = 0$, $F = 2\pi R\delta$, $I = \pi R^3\delta$, что соответствует случаю гладкого цилиндрического отсека, сечение которого полностью участвует в работе и подчиняется закону Гука, будем иметь

$$y_0^{(0)} = -\frac{R^2 N^p}{2M^p} . \quad (6.49)$$

Для сжатых панелей обшивки по формулам (6.27) подсчитываем далее $\sigma_{0кр об}$, $\tau_{0кр}$. Для стрингеров вычисляем $\sigma_{кр м}$ согласно формулам (2.21) и (2.23) или (2.24), (2.25), а также $\sigma_{кр общ}$ в соответствии с (2.12), (2.19) и (2.20). При расчёте $\sigma_{кр общ}$ площадь и момент инерции сечения стрингера должны находиться с учётом присоединённого участка обшивки, ширину \tilde{b} которого можно оценить по формуле

$$\tilde{b} = b_i \sqrt{\frac{\sigma_{0кр об}}{\sigma_{кр м}}} .$$

Далее задаёмся значениями φ_i и $b_{при}$. В нулевом приближении можно взять $\varphi_i = 1$. Приведённая ширина обшивки для растянутых поясов $b_{при} = b$, а для сжатых можно принять в нулевом приближении $b_{при} = b/2$. После этого переходим к последовательным приближениям. В каждом приближении выполняются следующие вычисления:

1. По формуле (6.15) определяем F_i для всех поясов, участвующих в работе, после чего по (6.20) подсчитываем суммы F , S_z , I_z и затем находим y_c , I_c , A , B согласно (6.21)...(6.23). Так как сечение симметрично относи-

тельно оси y , то в расчёт можно включить пояса лишь одной половины, удваивая затем соответствующие суммы при определении F , S_z , I_z . Если при этом какой либо пояс попадает на ось y , то вместо F_i следует брать для него величину $0,5F_i$.

2. По формуле (6.18) находим приведённые напряжения в поясах σ_{ri} .
3. Исходя из деформации $\varepsilon_{i0} = \sigma_{ri}/E$, по диаграмме деформирования материала пояса можно теперь найти напряжение σ_{i0} . Если диаграмма деформирования аппроксимируется выражением (2.1), то будем иметь

$$\sigma_{i0} = \sigma^* - \frac{(\sigma^* - \sigma_{\text{пц}})^2}{\sigma_{ri} + \sigma^* - 2\sigma_{\text{пц}}}, \quad (6.50)$$

где

$$\sigma^* = \sigma_{0,2} + \frac{(\sigma_{0,2} - \sigma_{\text{пц}})^2}{0,002E}.$$

Здесь $\sigma_{\text{пц}}$ – предел пропорциональности материала; $\sigma_{0,2}$ – условный предел текучести материала.

4. Определяем редуccionные коэффициенты φ_i следующего приближения, пользуясь соотношением (6.17):

$$\varphi_i = \frac{\sigma_{i0}}{\sigma_{ri}}. \quad (6.51)$$

5. Вычисляем статические моменты $\varphi_j F_j (y_j - y_c)$ поясов, участвующих в работе (для поясов, лежащих на оси y , берём половину их площади F_j). Последовательным подсуммированием этих величин (начиная от точки отсчёта дуг, которая должна лежать на оси y) рассчитываем согласно (6.25) значения статических моментов отсечённых площадей, а по формуле (6.26) находим касательные напряжения τ_i в панелях обшивки.
6. Для каждой панели подсчитываем параметр c_i (6.30), по (6.31) находим $R_{\tau i}$ и $R_{\sigma i}$, а по (6.32) – критические напряжения $\sigma_{\text{кри}}$, $\tau_{\text{кри}}$. Сопоставление τ_i с $\tau_{\text{кри}}$ показывает, теряет ли данная панель устойчивость.
7. Находим $b_{\text{при}}$. Если пояс растянут или если он сжат, но напряжение σ_{i0} по абсолютной величине меньше $\sigma_{\text{кри}}$ (обшивка не теряет устойчивость), то $b_{\text{при}} = b$. Если же обшивка теряет устойчивость, нужно воспользоваться формулой (6.44).

8. Уточняем положение нейтральной оси, полагая в (6.19) $\sigma_{i0} = 0$:

$$y_0 = -\frac{B}{A}. \quad (6.52)$$

После этого расчёты повторяются для следующего приближения, снова начиная с пункта 1. Процесс последовательных приближений заканчивается, когда максимальное напряжение σ_{i0} в двух соседних приближениях совпадёт в пределах заданной точности (скажем, порядка 1%).

По окончании итераций подсчитываем вторичные напряжения для панелей, потерявших устойчивость. Для этого по формуле (6.4) находим ω_i , по формулам (6.36)...(6.41) определяем $\text{tg}\alpha_i$, в соответствии с (6.33) вычисляем напряжения σ_{xi} , $\sigma_{\theta i}$ в обшивке, а по (6.35) – дополнительное напряжение σ'_i в стрингере. На основании (6.42) находим поперечную нагрузку q_i на стрингер, а изгибающий момент в середине пролёта $M_{\max i}$ даётся выражением (6.43). По формулам (6.47) находим, наконец, напряжение изгиба σ_i^* в наиболее опасных точках среднего сечения стрингера. Таким образом, будет найдено суммарное напряжение (6.48).

Расчёт заканчивается определением запасов прочности основных силовых элементов конструкции и крепежа. Обшивка находится в условиях плоского напряжённого состояния, и для неё нужно вычислить эквивалентное напряжение $\sigma_{\text{эkv}}$. Если воспользоваться четвёртой теорией прочности (теорией прочности энергии формоизменения), то будем иметь

$$\sigma_{\text{эkv}} = \sqrt{\sigma_{xi}^2 - \sigma_{xi}\sigma_{\theta i} + \sigma_{\theta i}^2 + 3\tau_i^2}.$$

Для панели с максимальным значением $\sigma_{\text{эkv}}$ проверяем обшивку на разрыв, определяя запас прочности по формуле

$$\eta = \frac{k_{\text{закл}} (\sigma_{\text{в}})_{\text{обш}}}{\sigma_{\text{эkv max}}},$$

где $(\sigma_{\text{в}})_{\text{обш}}$ – предел прочности материала обшивки, $k_{\text{закл}}$ – коэффициент, учитывающий ослабление обшивки отверстиями под заклёпки:

$$k_{\text{закл}} = \frac{t-d}{t}.$$

Здесь d , t – диаметр и шаг заклёпок.

Для сжатых стрингеров делается проверка на устойчивость. Общая устойчивость проверяется по напряжению $\sigma_{i0} + \sigma'_i$:

$$\eta = \frac{\sigma_{\text{кр общ}}}{|\sigma_{i0} + \sigma'_i|},$$

где критическое напряжение $\sigma_{\text{кр общ}}$ подсчитывается с учётом работающей со стрингером обшивки, то есть для сечения, показанного на рисунке 6.11, б.

Подсчитав далее по (6.47), (6.48) напряжения в точке 1 среднего сечения стрингера (см. рисунок 6.11, б), находим запас устойчивости для сжатой полки стрингера:

$$\eta = \frac{\sigma_{\text{кр м}}}{|\sigma_i^{(1)}|}.$$

Растянутые лонжероны следует проверить на разрыв. Запас прочности

$$\eta = \frac{(\sigma_{\text{в}})_{\text{л}} k_{\text{л}}}{\sigma_{\text{раст max}}},$$

где $k_{\text{л}} = (0,8 \dots 0,9)$ – коэффициент, учитывающий ослабление лонжерона отверстиями под заклёпки. Что касается сжатых лонжеронов, то их следует, вообще говоря, проверить на устойчивость. Однако критические напряжения лонжеронов обычно близки к $(\sigma_{\text{в}})_{\text{л}}$, и условие устойчивости, как правило, не является для них определяющим.

Наконец, проверяется прочность заклёпок. Действующие на них силы показаны на рисунке 6.12. Для заклёпок, крепящих обшивку к торцовому шпангоуту, имеем

$$P_1 = \sigma_{xi} \delta t_1; \quad P_2 = \tau_i \delta t_1,$$

а для заклёпок, крепящих обшивку к стрингеру

$$P_1 = (\tau_i - \tau_{i-1}) \delta t_2; \quad P_2 = (\sigma_{\theta i} - \sigma_{\theta i-1}) \delta t_2.$$

В этих формулах t_1, t_2 – шаг заклёпок. Результирующая сила на заклёпку

$$P = \sqrt{P_1^2 + P_2^2},$$

а запас прочности заклёпки по срезу

$$\eta = \frac{P_{\text{ср}}}{P},$$

где $P_{\text{ср}}$ – разрушающая сила среза для данной заклёпки.

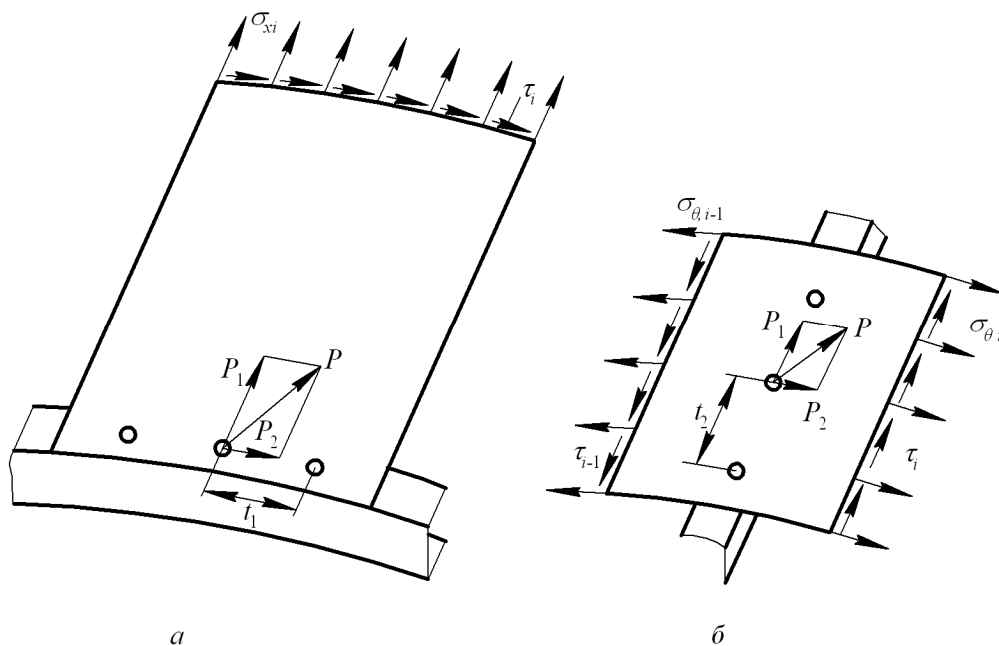


Рисунок 6.12 – Силы, действующие на заклёпки

6.8 Методика приближённого расчёта

Описанный выше расчёт довольно трудоёмок, что становится особенно заметно, когда имеется несколько расчётных случаев. В связи с этим рассмотрим приближённый метод расчёта, позволяющий сравнительно быстро выяснить, выдерживает ли конструкция без разрушения заданные нагрузки, или установить, какой из расчётных случаев наиболее опасен. После этого для выделенного таким путём расчётного случая может быть произведён более точный расчёт.

Приближённый метод расчёта основывается на использовании представления о поверхности предельных состояний. Понятие поверхности предельных состояний можно пояснить на простом примере. Пусть на некоторый узел действуют две различные силы P_1 , P_2 и пусть P_{01} , P_{02} – разрушающие значения этих сил при их раздельном действии.

Каждому значению силы $P_1 < P_{01}$ соответствует некоторое значение P_2 такое, что совместное действие P_1 и P_2 вызовет разрушение узла. Если на координатных осях отложить значения P_1 и P_2 , то получим некоторую точку на плоскости. Совокупность всех таких точек образует кривую (рисунок 6.13), называемую кривой предельных состояний. Она, очевидно, пересекает координатные оси в точках P_{01} и P_{02} .

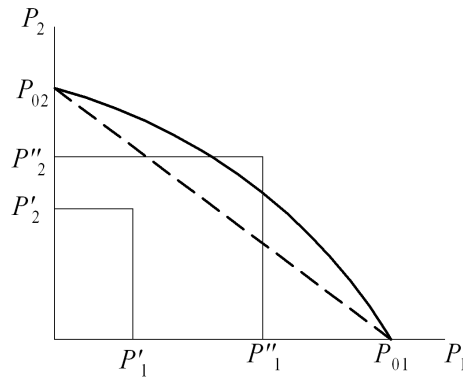


Рисунок 6.13 – Кривая предельных состояний

Если кривая предельных состояний известна, то легко установить, выдержит ли узел одновременное действие заданных сил P_1 и P_2 . Например, сочетание сил P'_1 , P'_2 является безопасным, в то время как одновременное действие сил P''_1 , P''_2 вызовет разрушение узла. Примером уравнения кривой предельных состояний является равенство (6.28), устанавливающее критическое сочетание напряжений σ и τ для панели обшивки.

В случае действия трёх сил P_1 , P_2 , P_3 будем иметь дело уже не с кривой, а с поверхностью предельных состояний в пространстве P_1 , P_2 , P_3 . Если же действует более трёх сил, то геометрическое изображение предельных состояний становится невозможным; в этом случае говорят о гиперповерхности предельных состояний.

Практическое значение поверхности предельных состояний заключается в том, что обычно она является выпуклой. Благодаря этому безопасная работа конструкции будет обеспечена, если аппроксимировать поверхность плоскостью (штриховая прямая на рисунке 6.13). При таком подходе достаточно знать лишь предельные значения сил при их раздельном действии, а поверхность предельных состояний определится равенством

$$\frac{P_1}{P_{01}} + \frac{P_2}{P_{02}} + \dots + \frac{P_n}{P_{0n}} = 1,$$

где n – число сил.

Иногда путём расчётов или на основании экспериментальных данных удаётся установить более точное уравнение поверхности предельных состояний. Одним из примеров может служить уравнение (6.28); другим примером является совместное действие на подкреплённый цилиндрический отсек осевой сжимающей силы N и крутящего момента $M_{кр}$. Как показывают экспе-

риментальные данные, предельное сочетание этих нагрузок определяется равенством вида

$$\frac{N}{N_0} + \left(\frac{M_{кр}}{M_{0кр}} \right)^{1,5} = 1, \quad (6.53)$$

где N_0 , $M_{0кр}$ – нагрузки вызывающие истощение несущей способности конструкции при их раздельном действии.

В случае негерметичного отсека внешними нагрузками являются осевая сила N , изгибающий момент M и перерезывающая сила Q . Действие силы Q , вызывающей в конструкции касательные напряжения, подобно действию крутящего момента, а действие момента M во многом аналогично действию силы N . Поэтому, исходя из (6.53), можно предположить, что уравнение поверхности предельных состояний будет

$$\frac{N}{N_0} + \frac{M}{M_0} + \left(\frac{Q}{Q_0} \right)^{1,5} = 1. \quad (6.54)$$

В таком случае задача проверки прочности конструкции при заданных нагрузках N^p , M^p , Q^p сводится к отысканию N_0 , M_0 и Q_0 , определяющих несущую способность отсека при раздельном действии этих факторов, и вычислению величины

$$\xi = \frac{N^p}{N_0} + \frac{|M^p|}{M_0} + \left(\frac{|Q^p|}{Q_0} \right)^{1,5}. \quad (6.55)$$

Здесь M^p и Q^p взяты по абсолютной величине, так как под M_0 и Q_0 понимаются всегда положительные величины.

В случае $\xi \leq 1$ конструкция выдержит данные нагрузки; если окажется $\xi > 1$, то это означает, что произойдёт её разрушение.

Если задано несколько расчётных случаев с различными сочетаниями N^p , M^p , Q^p , то наиболее опасным будет тот из них, для которого величина ξ окажется наибольшей.

Отметим одно важное обстоятельство. Строго говоря, в случае отдельного отсека описанный подход к оценке его прочности неприменим. Это связано с тем, что в корневом сечении количество участвующих в работе стрингеров (которое и определяет несущую способность отсека) зависит от сочетания внешних силовых факторов N^p и M^p . Величины N_0 , M_0 и Q_0 ,

будучи найдены независимо от внешних нагрузок, могут дать завышенные (или заниженные) оценки несущей способности, что неприемлемо. Можно, однако, применить данный метод и к отделяемому отсеку, если значения N_0 , M_0 и Q_0 находить с учётом фактического количества стрингеров, участвующих в работе. Правда, эти величины окажутся различными для разных расчётных случаев, но это не является серьёзным усложнением расчёта, так как их нахождение не составляет большого труда.

Приведём теперь простые оценки для N_0 , M_0 и Q_0 .

6.9 Несущая способность отсека при осевом сжатии

Пусть на отделяемый отсек действует осевая сжимающая сила. Предположим сначала, что в работе участвует всё сечение. При увеличении силы вначале происходит потеря устойчивости обшивки. Дальнейшее возрастание силы приведёт к потере устойчивости стрингеров, и этот момент можно рассматривать в качестве предельного состояния отсека.

Таким образом, в предельном состоянии стрингер имеет напряжение $-\sigma_{\text{кр стр}}$. С ним работает участок обшивки

$$b_{\text{пр}} = b \sqrt{\frac{\sigma_{\text{кр об}}}{\sigma_{\text{кр стр}}}}.$$

Так как напряжение в лонжероне в предельном состоянии также будет равно $-\sigma_{\text{кр стр}}$, то можно записать

$$N_0 = -\sigma_{\text{кр стр}} \left[n_{\text{л}} F_{\text{л}} + n_{\text{стр}} (F_{\text{стр}} + b_{\text{пр}} \delta) \right], \quad (6.56)$$

где $n_{\text{л}}$, $n_{\text{стр}}$ – количество лонжеронов и стрингеров соответственно. В формуле (3.4) пренебрегается площадью сечения обшивки, работающей вместе с лонжероном, поскольку она обычно мала по сравнению с $F_{\text{л}}$.

Как вытекает из сказанного, формулой (6.56) можно пользоваться, когда в работе участвует всё сечение отделяемого отсека. Если в каком-либо расчётном случае нейтральная линия проходит внутри сечения, то часть стрингеров будет выключена из работы. Применительно к этому расчётному случаю выражение для N_0 следует скорректировать следующим образом:

$$N_0 = -\sigma_{\text{кр стр}} \left[n_{\text{л}} F_{\text{л}} + \chi n_{\text{стр}} (F_{\text{стр}} + b_{\text{пр}} \delta) \right]. \quad (6.57)$$

Корректирующий коэффициент χ , равный отношению числа стрингеров, участвующих в работе к общему числу стрингеров, можно найти по

формуле $\chi = \psi/\pi$, где ψ – центральный угол, определяющий размер сжатой зоны сечения отсека (см. рисунок 6.8). Угол ψ связан с y_0 равенством

$$y_0 = R \cos(\pi - \psi) = -R \cos \psi.$$

Если воспользоваться для y_0 приближённой оценкой (6.49), то придём для χ к формуле

$$\chi = \frac{1}{\pi} \arccos \frac{RN^p}{2M^p}. \quad (6.58)$$

Если окажется, что $\left| \frac{RN^p}{2M^p} \right| > 1$, необходимо принимать $\chi = 1$; в этом случае в работе участвуют все пояса.

Таким образом, величина N_0 , вычисляемая согласно (6.57), не будет иметь универсального значения, поскольку будет различной в разных расчётных случаях.

6.10 Несущая способность отсека при чистом изгибе

Рассмотрим далее предельное состояние отсека при чистом изгибе. Будем предполагать, что относительно плоскости изгиба сечение ориентировано так, как показано на рисунке 6.14.

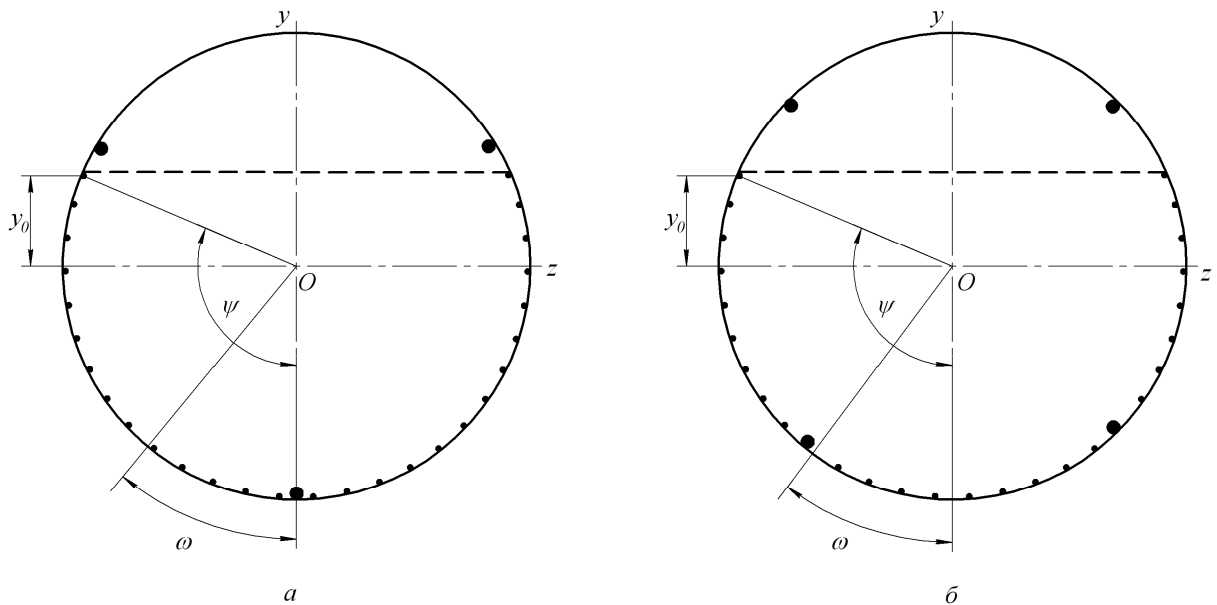


Рисунок 6.14 – Ориентация лонжеронов относительно плоскости изгиба:

***a* – в случае $n_{л} = 3$**

***б* – в случае $n_{л} = 4$**

Примем, что предельное состояние наступает, когда наиболее сжатый стрингер теряет устойчивость. Возьмём в формуле (6.24) в качестве σ_{i0} зна-

чение $-\sigma_{\text{кр стр}}$ и, соответственно, положим $y_i = -R$. Так как рассматривается предельное состояние при изгибе отсека, то вместо M^p следует взять в этой формуле M_0 , а слагаемые с N^p опустить. Принимая также приближённо $\varphi_i = 1$, придём к соотношению вида

$$\sigma_{\text{кр стр}} = \frac{R + y_c}{I_c} M_0,$$

где y_c, I_c – координата центра тяжести и момент инерции относительно центральной оси поперечного сечения отсека. Отсюда получается выражение для M_0 :

$$M_0 = \frac{I_c}{R + y_c} \sigma_{\text{кр стр}}. \quad (6.59)$$

Для приближённого определения y_c и I_c «размажем» стрингеры, расположенные в сжатой зоне, по обшивке. Тогда сечение будет представлено в виде $n_{\text{л}}$ сосредоточенных площадей $F_{\text{л}}$ и площади сечения обшивки толщиной

$$\delta^* = \delta + F_{\text{стр}}/b, \quad (6.60)$$

расположенной на дуге окружности с центральным углом 2ψ . Площадь такого сечения будет

$$F = n_{\text{л}} F_{\text{л}} + 2\delta^* R\psi = 2\delta^* R(k_{\text{л}} + \psi),$$

где

$$k_{\text{л}} = \frac{n_{\text{л}} F_{\text{л}}}{2\delta^* R}. \quad (6.61)$$

Для статического момента будем иметь¹

$$S_z = -2 \int_0^{\psi} \delta^* R^2 \cos \omega d\omega = -2\delta^* R^2 \sin \psi,$$

а для момента инерции²

$$I_z = \frac{n_{\text{л}}}{2} F_{\text{л}} R^2 + 2 \int_0^{\psi} \delta^* R^3 \cos^2 \omega d\omega = \frac{n_{\text{л}}}{2} F_{\text{л}} R^2 + \delta^* R^3 (\psi + \sin \psi \cos \psi) =$$

¹ Статический момент лонжеронов относительно оси z равен нулю, так как их общий центр тяжести находится в центре поперечного сечения отсека.

² Можно показать, что для любого числа $n_{\text{л}} > 2$ сосредоточенных площадей $F_{\text{л}}$, расположенных на одинаковых расстояниях друг от друга по окружности радиуса R , суммарный момент инерции их сечения равен $n_{\text{л}} F_{\text{л}} R^2/2$ для всякой оси, проходящей через центр окружности.

$$= \delta^* R^3 (k_{\text{л}} + \psi + \sin \psi \cos \psi).$$

Для y_c имеем теперь

$$y_c = \frac{S_z}{F} = -R \frac{\sin \psi}{k_{\text{л}} + \psi}. \quad (6.62)$$

Угол ψ найдём с помощью (6.24) из условия, что при $y_i = y_0$ напряжение $\sigma_{i0} = 0$. Отсюда (при $N^p = 0$) вытекает равенство $y_0 = y_c$. Так как $y_0 = -R \cos \psi$, то с учётом (6.62) приходим к трансцендентному уравнению

$$\cos \psi = \frac{\sin \psi}{k_{\text{л}} + \psi}, \quad (6.63)$$

которое удобно решить методом последовательных приближений по схеме

$$\psi^{(n+1)} = \arccos \frac{\sin \psi^{(n)}}{k_{\text{л}} + \psi^{(n)}}.$$

Из (6.63) вытекает равенство $k_{\text{л}} + \psi = \operatorname{tg} \psi$, с помощью которого формулам для F и I_z придадим вид

$$F = 2\delta^* R \operatorname{tg} \psi,$$

$$I_z = \delta^* R^3 (\operatorname{tg} \psi + \sin \psi \cos \psi) = \delta^* R^3 (1 + \cos^2 \psi) \operatorname{tg} \psi.$$

Далее вычисляем I_c :

$$I_c = I_z - y_c^2 F = \delta^* R^3 (1 + \cos^2 \psi) \operatorname{tg} \psi - R^2 \cos^2 \psi \cdot 2\delta^* R \operatorname{tg} \psi = \delta^* R^3 (1 - \cos^2 \psi) \operatorname{tg} \psi.$$

Наконец, согласно (6.59) находим

$$M_0 = \frac{\delta^* R^3 (1 - \cos^2 \psi) \operatorname{tg} \psi}{R - R \cos \psi} \sigma_{\text{кр стр}}$$

или, окончательно,

$$M_0 = \delta^* R^2 \sigma_{\text{кр стр}} (1 + \cos \psi) \operatorname{tg} \psi. \quad (6.64)$$

Так же, как и в случае N_0 , следовало бы уточнить значение M_0 с учётом фактического положения нейтральной линии в том или ином расчётном случае. Однако практика показывает, что в этом случае допустимо ограничиться расчётом по формуле (6.64); некоторая погрешность, которая может при этом возникнуть, идёт в запас прочности.

6.11 Несущая способность отсека при сдвиге

Для приближённой оценки Q_0 примем, что при действии перерезывающей силы Q распределение касательных напряжений в поперечном сечении отсека такое же, как в сечении гладкой цилиндрической оболочки:

$$\tau = \frac{Q}{\pi R \delta} \sin \theta.$$

Максимальное значение τ будет

$$\tau_{\max} = \frac{Q}{\pi R \delta}. \quad (6.65)$$

От действия касательного напряжения обшивка теряет устойчивость и появляются сжатие и изгиб стрингеров. Примем, что исчерпание несущей способности наступает, когда в панели с максимальным касательным напряжением произойдёт местная потеря устойчивости сжатой полки стрингера. Предельное значение силы определится из (6.65):

$$Q_0 = \pi R \delta \tau_{\max}. \quad (6.66)$$

Найдём предельное значение напряжения τ_{\max} , вызывающее разрушение стрингера. Если пренебречь осевой силой в сечении стрингера, то напряжение в точке 1 сечения (см. рисунок 6.11,б) будет

$$\sigma^{(1)} = -\frac{M_{\max}}{I_{\text{стр}}} \bar{y}_1,$$

где M_{\max} – изгибающий момент в середине пролёта, \bar{y}_1 – расстояние от центра тяжести сечения стрингера до точки 1, $I_{\text{стр}}$ – момент инерции сечения стрингера. Здесь принято, что в предельном состоянии приведённая ширина обшивки $b_{\text{пр}} = 0$. Приравнивая абсолютную величину $\sigma^{(1)}$ к $\sigma_{\text{кр м}}$, найдём значение M_{\max} в предельном состоянии:

$$M_{\max} = \frac{I_{\text{стр}} \sigma_{\text{кр м}}}{\bar{y}_1}. \quad (6.67)$$

Изгибающий момент M_{\max} связан с поперечной нагрузкой соотношением

$$M_{\max} = \frac{ql^2}{8}.$$

Для предельной величины поперечной нагрузки получим значение

$$q = \frac{8M_{\max}}{l^2}. \quad (6.68)$$

В свою очередь, поперечная нагрузка q выражается через касательное напряжение формулой (6.9):

$$q = \frac{\omega \tau b \delta \operatorname{tg} \alpha}{2R}.$$

Введя обозначение

$$A = \omega \tau \operatorname{tg} \alpha, \quad (6.69)$$

получаем, что в предельном состоянии должно быть

$$A = \frac{2qR}{b\delta}. \quad (6.70)$$

Вычислив для предельного состояния величину A согласно (6.67), (6.68) и (6.70), можно затем найти τ , ω и $\operatorname{tg} \alpha$ следующим образом. По формуле (6.14), которую с учётом обозначения (6.69) перепишем в виде

$$\operatorname{tg} \alpha = \sqrt[4]{\frac{1 + \frac{b\delta}{F_{\text{стр}}^*}}{1 + \frac{\delta l}{F_{\text{шп}}^*} + \frac{b^2 E}{24R^2 A}}}, \quad (6.71)$$

находим $\operatorname{tg} \alpha$; при этом вместо $F_{\text{стр}}^*$ и $F_{\text{шп}}^*$ можно взять $F_{\text{стр}}$ и $F_{\text{шп}}$. После отыскания $\operatorname{tg} \alpha$ находим из (6.69) произведение $\omega \tau$, которое обозначим буквой B :

$$B = \omega \tau = \frac{A}{\operatorname{tg} \alpha}. \quad (6.72)$$

Далее находим ω и τ по их произведению B . Для этого зададимся в нулевом приближении величиной ω (скажем, $\omega^{(0)} = 0,5$) и вычислим соответствующее значение τ :

$$\tau = \frac{B}{\omega}. \quad (6.73)$$

Вычислив $\tau_{\text{кр}}$, по формуле (6.4) находим новое значение ω , а по формуле (6.73) уточняем τ . Такие приближения выполняются до получения искомого предельного значения τ с необходимой точностью.¹ В соответствии с (6.66) получаем, наконец, Q_0 :

$$Q_0 = \pi R \delta \tau.$$

¹ Во избежание расходимости этого итерационного процесса следует осреднять значения ω , получающиеся в соседних приближениях

6.12 Пример приближённого расчёта отделяемого отсека

Отделяемый отсек радиуса $R = 1200$ мм и длиной $L = 1200$ мм имеет $n_{л} = 4$ лонжеронов площадью сечения $F_{л} = 300$ мм² каждый и $n_{стр} = 32$ стрингеров (профиль ПР102-7), а также промежуточный шпангоут, расположенный посередине. Толщина обшивки $\delta = 1,5$ мм; площади сечения шпангоутов $F_{ш} = 800$ мм². Материал отсека Д16Т с характеристиками $E = 7,2 \cdot 10^4$ МПа; $\sigma_{в} = 440$ МПа; $\sigma_{ш} = 190$ МПа; $\sigma_{0,2} = 280$ МПа. Для отсека заданы три расчётных случая с нагрузками:

Расчётный случай	N^p , кН	M^p , кН·м	Q^p , кН
I	-940	130	26
II	-520	510	42
III	-140	860	72

Требуется выяснить, какой из данных расчётных случаев наиболее опасен, и оценить запас прочности конструкции.

Расстояние между стрингерами

$$b = \frac{2\pi R}{n_{л} + n_{стр}} = \frac{2\pi \cdot 1200}{4 + 32} = 209,4 \text{ мм.}$$

Нормальное и касательное критические напряжения обшивки при их раздельном действии:

$$\sigma_{кр об} = \frac{3,6E}{(b/\delta)^2} + \frac{0,1E\delta}{R} = \frac{3,6 \cdot 7,2 \cdot 10^4}{\left(\frac{209,4}{1,5}\right)^2} + \frac{0,1 \cdot 7,2 \cdot 10^4 \cdot 1,5}{1200} = 26,80 \text{ МПа;}$$

$$\tau_{кр} = \frac{5E}{(b/\delta)^2} + \frac{0,1E\delta}{R} = \frac{5 \cdot 7,2 \cdot 10^4}{\left(\frac{209,4}{1,5}\right)^2} + \frac{0,1 \cdot 7,2 \cdot 10^4 \cdot 1,5}{1200} = 27,47 \text{ МПа.}$$

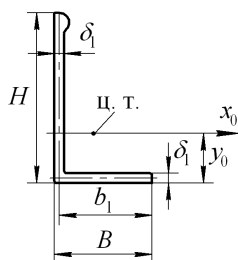


Рисунок 6.15 – Сечение стрингера

На рисунке 6.15 показано сечение стрингера; его размеры $H = 35$ мм; $B = 20$ мм; $\delta_1 = 2$ мм; $y_0 = 10,19$ мм; $b_1 = B - \delta_1/2 = 19$ мм. Площадь сечения $F_{стр} = 108,1$ мм²;

момент инерции относительно оси x_0 имеет значение $I_{стр} = 8520 \text{ мм}^4$.

Критическое напряжение местной потери устойчивости стрингера в предположении о справедливости закона Гука (см. подраздел 2.3.3)

$$\sigma_{кр м}^0 = \frac{kE\delta_1^2}{b_1^2} = \frac{0,385 \cdot 7,2 \cdot 10^4 \cdot 2^2}{19^2} = 307,1 \text{ МПа}.$$

Поскольку $\sigma_{кр м}^0 > \sigma_{щ} = 190 \text{ МПа}$, выполняем корректировку:

$$\sigma^* = \sigma_{0,2} + \frac{(\sigma_{0,2} - \sigma_{щ})^2}{0,002E} = 280 + \frac{(280 - 190)^2}{0,002 \cdot 7,2 \cdot 10^4} = 336,3 \text{ МПа};$$

$$s = \sqrt{1 + \frac{4\sigma^*\sigma_{кр м}^0}{(\sigma^* - \sigma_{щ})^2}} = \sqrt{1 + \frac{4 \cdot 336,3 \cdot 307,1}{(336,3 - 190)^2}} = 4,506;$$

$$\sigma_{кр м} = \sigma^* \frac{s-1}{s+1} = 336,3 \frac{4,506-1}{4,506+1} = 214,1 \text{ МПа}$$

Длина стрингера

$$l = \frac{L}{2} = \frac{1200}{2} = 600 \text{ мм}.$$

При расчёте $\sigma_{кр общ}$ принимаем, что вместе со стрингером работает участок обшивки шириной

$$\tilde{b}_{пр} = b \sqrt{\frac{\sigma_{кр об}}{\sigma_{кр м}}} = 209,4 \sqrt{\frac{26,80}{214,1}} = 74,09 \text{ мм}.$$

Сечение стрингера с присоединённой обшивкой показано на рисунке 6.16.

Геометрические характеристики сечения:

– площадь

$$F = F_{стр} + \tilde{b}\delta = 106,1 + 74,1 \cdot 1,5 = 217,3 \text{ мм}^2;$$

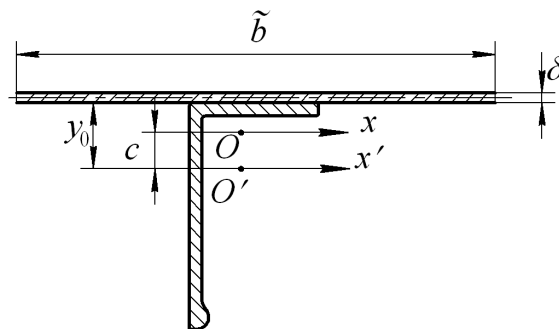


Рисунок 6.16 – Сечение стрингера с обшивкой шириной \tilde{b} (O' – центр тяжести сечения стрингера; O – центр тяжести совокупного сечения)

– статический момент относительно оси x'

$$S_{x'} = \tilde{b}\delta \left(y_0 + \frac{\delta}{2} \right) = 74,1 \cdot 1,5 \left(10,19 + \frac{1,5}{2} \right) = 1216 \text{ мм}^3;$$

– координата центра тяжести

$$c = \frac{S_{x'}}{F} = \frac{1216}{217,3} = 5,60 \text{ мм};$$

– момент инерции относительно оси x'

$$I_{x'} = I_{\text{стр}} + \tilde{b}\delta \left(y_0 + \frac{\delta}{2} \right)^2 = 8520 + 74,1 \cdot 1,5 \left(10,19 + \frac{1,5}{2} \right)^2 = 2,182 \cdot 10^4 \text{ мм}^4;$$

– момент инерции относительно оси x

$$I_x = I_{x'} - Fc^2 = 2,182 \cdot 10^4 - 217,3 \cdot 5,60^2 = 1,502 \cdot 10^4 \text{ мм}^4.$$

Критическое напряжение общей потери устойчивости стрингера в предположении о справедливости закона Гука

$$\sigma_{\text{кр общ}}^0 = c \frac{\pi^2 EI_x}{l^2 F} = 2 \frac{\pi^2 \cdot 7,2 \cdot 10^4 \cdot 1,502 \cdot 10^4}{600^2 \cdot 217,3} = 272,9 \text{ МПа}.$$

Поскольку $\sigma_{\text{кр общ}}^0 > \sigma_{\text{щ}}$, уточняем результат:

$$s = \sqrt{1 + \frac{4\sigma^* \sigma_{\text{кр общ}}^0}{(\sigma^* - \sigma_{\text{щ}})^2}} = \sqrt{1 + \frac{4 \cdot 336,3 \cdot 272,9}{(336,3 - 190)^2}} = 4,261;$$

$$\sigma_{\text{кр общ}} = \sigma^* \frac{s-1}{s+1} = 336,3 \frac{4,261-1}{4,261+1} = 208,4 \text{ МПа}.$$

Принимаем далее

$$\sigma_{\text{кр стр}} = \min(\sigma_{\text{кр м}}; \sigma_{\text{кр общ}}) = 208,4 \text{ МПа}.$$

Для каждого из расчётных случаев находим параметр χ по формуле (6.58). В первом расчётном случае величина

$$\left| \frac{RN^p}{2M^p} \right| = \left| -\frac{1,2 \cdot 940}{2 \cdot 130} \right| = 4,34 > 1,$$

поэтому для этого случая $\chi_I = 1$. Для других расчётных случаев

$$\chi_{II} = \frac{1}{\pi} \arccos \left(-\frac{1,2 \cdot 520}{2 \cdot 510} \right) = 0,7095;$$

$$\chi_{III} = \frac{1}{\pi} \arccos \left(-\frac{1,2 \cdot 140}{2 \cdot 860} \right) = 0,5311.$$

Находим $b_{\text{пр}}$ в предельном состоянии при сжатии отсека:

$$b_{\text{пр}} = b \sqrt{\frac{\sigma_{\text{кр об}}}{\sigma_{\text{кр стр}}}} = 209,4 \sqrt{\frac{26,80}{208,4}} = 75,09 \text{ мм.}$$

По формуле (6.57) вычисляем далее N_0 для каждого из расчётных случаев:

$$N_{0I} = -\sigma_{\text{кр стр}} \left[n_{\text{л}} F_{\text{л}} + \chi_I n_{\text{стр}} (F_{\text{стр}} + b_{\text{пр}} \delta) \right] = \\ = -208,4 \left[4 \cdot 300 + 1 \cdot 32 (106,1 + 75,09 \cdot 1,5) \right] \cdot 10^{-3} = -1709 \text{ кН};$$

$$N_{0II} = -208,4 \left[4 \cdot 300 + 0,7095 \cdot 32 (106,1 + 75,09 \cdot 1,5) \right] \cdot 10^{-3} = -1285 \text{ кН};$$

$$N_{0III} = -208,4 \left[4 \cdot 300 + 0,5311 \cdot 32 (106,1 + 75,09 \cdot 1,5) \right] \cdot 10^{-3} = -1025 \text{ кН.}$$

Расчёт M_0 начинаем с нахождения приведённой толщины обшивки согласно (6.60):

$$\delta^* = \delta + F_{\text{стр}}/b = 1,5 + 106,1/209,4 = 2,007 \text{ мм};$$

тогда по формуле (6.61)

$$k_{\text{л}} = \frac{n_{\text{л}} F_{\text{л}}}{2 \delta^* R} = \frac{4 \cdot 300}{2 \cdot 2,007 \cdot 1200} = 0,2491.$$

Вычисляем угол ψ , определяющий положение нейтральной линии при действии момента M^0 и удовлетворяющий равенству (6.63). Используем итерационный процесс

$$\psi^{(n+1)} = \arccos \frac{\sin \psi^{(n)}}{k_{\text{л}} + \psi^{(n)}},$$

задавшись в нулевом приближении $\psi^{(0)} = 1$. Получаем $\psi^{(1)} = 0,8316$; $\psi^{(2)} = 0,8178$; $\psi^{(3)} = 0,8177$. Принимаем

$$\psi = 0,8177.$$

При этом

$$\text{tg } \psi = 1,067; \quad \cos \psi = 0,6839.$$

По формуле (6.64) имеем теперь

$$M_0 = \delta^* R^2 \sigma_{\text{кр стр}} (1 + \cos \psi) \text{tg } \psi = \\ = 2,007 \cdot 1200^2 \cdot 208,4 (1 + 0,6839) \cdot 1,067 \cdot 10^{-6} = 1082 \text{ кН} \cdot \text{м.}$$

Переходя далее к расчёту Q_0 находим сначала предельный изгибающий момент в сечении стрингера по формуле (6.67), в которой принимаем $\bar{y}_1 = y_0$:

$$M_{\max} = \frac{I_{\text{стр}} \sigma_{\text{кр м}}}{y_0} = \frac{8520 \cdot 214,1}{10,19} = 1,790 \cdot 10^5 \text{ Н} \cdot \text{мм}.$$

Предельное значение поперечной нагрузки на стрингер по формуле (6.68)

$$q = \frac{8M_{\max}}{l^2} = \frac{8 \cdot 1,790 \cdot 10^5}{600^2} = 3,978 \text{ Н/мм}.$$

Величина A (6.70) имеет значение

$$A = \frac{2qR}{b\delta} = \frac{2 \cdot 3,978 \cdot 1200}{209,4 \cdot 1,5} = 30,40 \text{ МПа}.$$

В соответствии с (6.71) находим $\text{tg} \alpha$. Полагая $F_{\text{стр}}^* = F_{\text{стр}}$; $F_{\text{ш}}^* = F_{\text{ш}}$, получаем

$$\text{tg} \alpha = \sqrt[4]{\frac{1 + \frac{b\delta}{F_{\text{стр}}}}{1 + \frac{l\delta}{2F_{\text{ш}}} + \frac{b^2 E}{24R^2 A}}} = \sqrt[4]{\frac{1 + \frac{209,4 \cdot 1,5}{106,1}}{1 + \frac{600 \cdot 1,5}{2 \cdot 800} + \frac{209,4^2 \cdot 7,2 \cdot 10^4}{24 \cdot 1200^2 \cdot 30,40}}} = 0,9650.$$

Параметр B согласно (6.72) равен

$$B = \frac{A}{\text{tg} \alpha} = \frac{30,40}{0,9650} = 31,50 \text{ МПа}.$$

Далее отыскиваем τ и ω по их произведению $\tau\omega = B$. Так как $l/b = 600/209,4 = 2,87 > 2$, принимаем в формуле (6.4)

$$\xi = 600 \frac{\delta}{R} = 600 \frac{1,5}{1200} = 0,75.$$

Тогда

$$\omega = \text{th} \left[(0,5 + \xi) \text{lg} \frac{\tau}{\tau_{\text{кр}}} \right] = \text{th} \left(1,25 \text{lg} \frac{\tau}{\tau_{\text{кр}}} \right).$$

Расчёт τ и ω выполняем методом последовательных приближений. В нулевом приближении берём $\omega^{(0)} = 0,5$; тогда

$$\tau^{(0)} = B/\omega^{(0)} = 31,50/0,5 = 63,00 \text{ МПа}.$$

В первом приближении предварительно вычисляем

$$\tilde{\omega}^{(1)} = \text{th} \left(1,25 \text{lg} \frac{\tau}{\tau_{\text{кр}}} \right) = \text{th} \left(1,25 \text{lg} \frac{63,00}{27,47} \right) = 0,4224;$$

Для улучшения сходимости итерационного процесса в качестве $\omega^{(1)}$ окончательно возьмём величину

$$\omega^{(1)} = \frac{\tilde{\omega}^{(1)} + \omega^{(0)}}{2} = \frac{0,4224 + 0,5}{2} = 0,4612;$$

при этом

$$\tau^{(1)} = \frac{B}{\omega^{(1)}} = \frac{31,50}{0,4612} = 68,30 \text{ МПа}.$$

Во втором приближении поступаем аналогично:

$$\tilde{\omega}^{(2)} = \text{th} \left(1,25 \lg \frac{68,30}{27,47} \right) = 0,4577;$$

$$\omega^{(2)} = \frac{\tilde{\omega}^{(2)} + \omega^{(1)}}{2} = \frac{0,4577 + 0,4612}{2} = 0,4595;$$

$$\tau^{(2)} = \frac{B}{\omega^{(2)}} = \frac{31,50}{0,4595} = 68,56 \text{ МПа}.$$

В третьем приближении

$$\tilde{\omega}^{(3)} = \text{th} \left(1,25 \lg \frac{68,56}{27,47} \right) = 0,4594;$$

$$\omega^{(3)} = \frac{\tilde{\omega}^{(3)} + \omega^{(2)}}{2} = \frac{0,4594 + 0,4595}{2} = 0,4595;$$

$$\tau^{(3)} = \frac{B}{\omega^{(3)}} = \frac{31,50}{0,4595} = 68,56 \text{ МПа}.$$

Таким образом, окончательно принимаем для предельного состояния

$$\tau_{\max} = \tau = 68,56 \text{ МПа}.$$

По формуле (6.66) имеем теперь

$$Q_0 = \pi R \delta \tau_{\max} = \pi \cdot 1200 \cdot 1,5 \cdot 68,56 \cdot 10^{-3} = 387,7 \text{ кН}.$$

Наконец, в соответствии с выражением (6.55)

$$\xi = \frac{N^p}{N_0} + \frac{|M^p|}{M_0} + \left(\frac{|Q^p|}{Q_0} \right)^{3/2}$$

вычисляем для каждого из расчётных случаев значение параметра ξ :

$$\xi_I = \frac{940}{1709} + \frac{130}{1082} + \left(\frac{26}{387,7} \right)^{3/2} = 0,688;$$

$$\xi_{II} = \frac{520}{1285} + \frac{510}{1082} + \left(\frac{42}{387,7} \right)^{3/2} = 0,912;$$

$$\xi_{III} = \frac{140}{1025} + \frac{860}{1082} + \left(\frac{72}{387,7} \right)^{3/2} = 1,011.$$

Наиболее тяжёлым является третий расчётный случай; коэффициент запаса прочности для него можно оценить по формуле

$$\eta = \frac{1}{\xi_{III}} = \frac{1}{1,011} = 0,989 \approx 1.$$

6.13 Подбор сечений силовых элементов

Пусть для отделяемого отсека радиуса R и длиной L задано несколько расчётных случаев. Основываясь на полученных выше результатах, подбор толщины обшивки и сечений лонжеронов и стрингеров можно выполнить следующим образом.

Максимальное касательное напряжение в обшивке оценим по формуле (6.65):

$$\tau_{\max}^p = \frac{|Q^p|_{\max}}{\pi R \delta},$$

где $|Q^p|_{\max}$ – наибольшее по абсолютной величине значение перерезывающей силы для заданных расчётных случаев. Для обеспечения прочности обшивки можно потребовать, чтобы τ_{\max}^p не превосходило $\frac{1}{4}(\sigma_B)_{\text{общ}}$, где $(\sigma_B)_{\text{общ}}$ – предел прочности обшивки. Это приводит к условию

$$\frac{|Q^p|_{\max}}{\pi R \delta} \leq \frac{1}{4}(\sigma_B)_{\text{общ}},$$

откуда получаем требуемое значение толщины

$$\delta \geq \frac{4|Q^p|_{\max}}{\pi R (\sigma_B)_{\text{общ}}}. \quad (6.74)$$

Найденное по (6.74) значение δ следует скорректировать в соответствии с нормальным рядом толщин:

$$\delta = 0,8; 1,0; 1,2; 1,5; 1,8; 2,0; 2,5; 3,0; 3,5; 4,0; 5,0 \text{ мм}$$

Менее 0,8 мм толщину брать не следует, так как это приведёт к слишком частому расположению стрингеров.

Для подбора сечения лонжерона необходимо прежде всего выбрать расчётный случай, в котором возникает наибольшее растяжение лонжерона.

Это можно сделать исходя из значения так называемой эквивалентной растягивающей осевой силы

$$N_{\text{экв}}^{\text{p}} = \frac{2|M^{\text{p}}|}{R} + N^{\text{p}},$$

которая в случае гладкой цилиндрической оболочки вызывает такое же растягивающее напряжение, какое получается по формуле

$$\sigma = \frac{M^{\text{p}}}{I} y + \frac{N^{\text{p}}}{F}$$

при $y = R$ или $y = -R$ в зависимости от знака M^{p} ($I = \pi R^3$, $F = 2\pi R\delta$).

Если бы на отсек действовала растягивающая сила $N_{\text{экв}}^{\text{p}}$, то в сечении лонжерона возникло бы напряжение $N_{\text{экв}}^{\text{p}}/n_{\text{л}}F_{\text{л}}$. Приравнивая это напряжение к $(\sigma_{\text{в}})_{\text{л}}$ (для расчётного случая с наибольшим значением $N_{\text{экв}}^{\text{p}}$), получим условие для потребной площади сечения $F_{\text{л}}$:

$$F_{\text{л}} \geq \frac{(N_{\text{экв}}^{\text{p}})_{\text{max}}}{n_{\text{л}}(\sigma_{\text{в}})_{\text{л}}}. \quad (6.75)$$

Подбор стрингеров выполним затем следующим образом. Зададимся каким либо профилем из каталога профилей и вычислим для него $\sigma_{\text{кр м}}$. Находим потребное число промежуточных шпангоутов из условия равенства критических напряжений общей и местной потери устойчивости. Условие $\sigma_{\text{кр м}} = \sigma_{\text{кр общ}}$ можно заменить условием $\sigma_{\text{кр м}}^0 = \sigma_{\text{кр общ}}^0$, что приводит к равенству

$$\frac{0,9kE}{(b_1/\delta_1)^2} = \frac{c\pi^2 EI_{\text{стр}}}{l^2 F_{\text{стр}}}.$$

При $k = 0,385$; $c = 2$ получаем отсюда формулу для расстояния между шпангоутами

$$l \approx 7 \frac{b_1}{\delta_1} \sqrt{\frac{I_{\text{стр}}}{F_{\text{стр}}}}.$$

Считая, что шпангоуты делят отсек на участки одинаковой длины, число n_0 этих участков получим, округляя отношение L/l до ближайшего целого числа. Окончательно длина стрингера определится отношением

$$l = L/n_0.$$

Для нахождения числа стрингеров зададимся сначала произвольной величиной $n_{\text{стр}}$. Для этого числа вычисляем расстояние между стрингерами $b = 2\pi R / (n_{\text{стр}} + n_{\text{л}})$ и находим критические напряжения обшивки $\sigma_{\text{кр}}$ и $\tau_{\text{кр}}$ по (2.26), (2.29). При подсчёте величины $\sigma_{\text{кр общ}}$ к сечению стрингера присоединяем участок обшивки шириной

$$b_{\text{пр}} = b \sqrt{\frac{\sigma_{\text{кр}}}{\sigma_{\text{кр м}}}}$$

Далее находим значения N_0 , M_0 и Q_0 и подсчитываем значение параметра ξ согласно (6.55) для всех расчётных случаев. Такие вычисления можно проделать для трёх-четырёх значений $n_{\text{стр}}$. Построив графики зависимостей $\xi(n_{\text{стр}})$ для всех расчётных случаев, выбираем такую величину $n_{\text{стр}}^*$, для которой значение ξ в самом опасном случае нагружения равно 1 (рисунок 6.17).

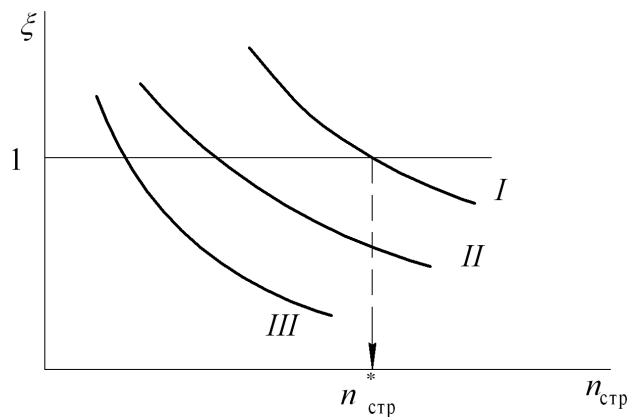


Рисунок 6.17 – Подбор числа стрингеров (I, II, III – расчётные случаи)

Такие же вычисления можно провести и с другими профилями. Окончательно должен быть взят тот профиль, который даёт наименьшую массу конструкции.

7 РАСЧЁТ ПЕРЕХОДНЫХ ФЕРМ

Переходная ферма используется для соединения двух последовательных блоков ракеты-носителя при «горячем» разделении ступеней. Данная конструкция обеспечивает свободный выход горячих газов, вытекающих из сопла двигателя ступени, которая должна затем уйти вперёд.

7.1 Геометрия переходной фермы

На рисунке 7.1 показана типовая переходная ферма. Основания фермы имеют радиусы r_1 и r_2 . Предполагается, что на этих окружностях находятся узлы, в которых пересекаются оси стержней.

Пара смежных стержней, имеющих общий узел на окружности радиуса r_1 , образует равнобедренный треугольник ABC , основание которого находится на расстоянии

$$a = r_2 \cos \psi \quad (7.1)$$

от оси x . Угол ψ определяется из соотношения $2\psi = 2\pi/n$, то есть

$$\psi = \frac{\pi}{n}, \quad (7.2)$$

где n – число узлов на каждой из окружностей.

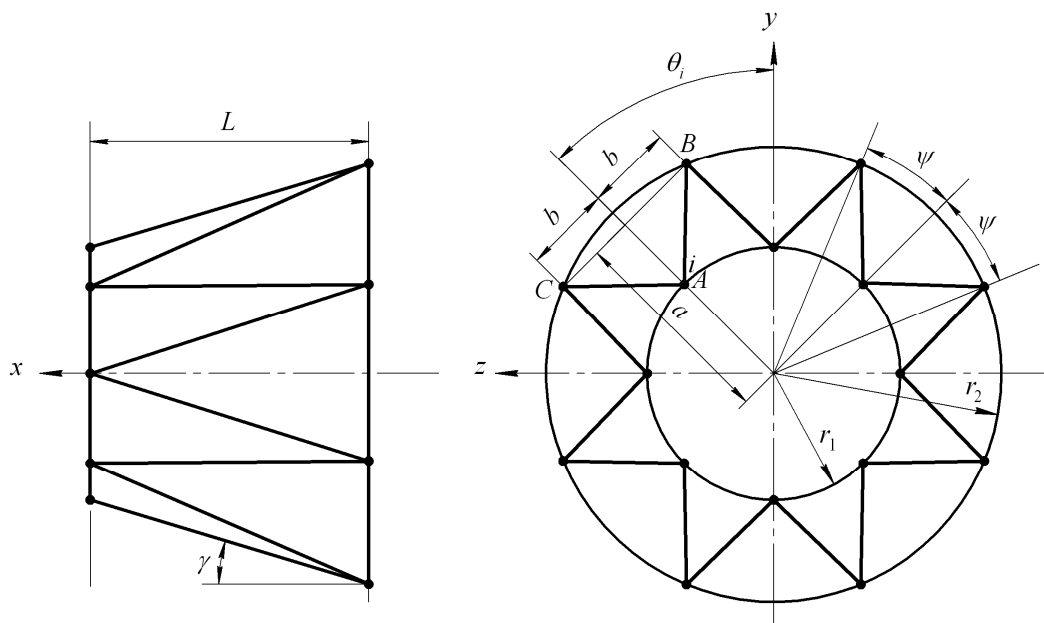


Рисунок 7.1 – Переходная ферма

Основание треугольника имеет длину $2b$, где

$$b = r_2 \sin \psi. \quad (7.3)$$

Плоскость треугольника ABC составляет с осью x угол γ , тангенс которого выражается формулой

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{a - r_1}{L}, \quad (7.4)$$

где L – длина переходной фермы.

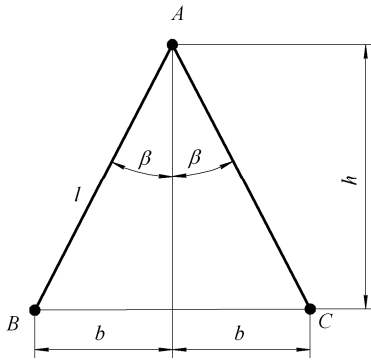


Рисунок 7.2 – Плоскость треугольника ABC

На рисунке 7.2 показана плоскость треугольника ABC . Высота треугольника h и длина стержня l могут быть найдены по формулам

$$h = \frac{L}{\cos \gamma}; \quad l = \sqrt{b^2 + h^2}. \quad (7.5)$$

Стержни составляют между собой угол 2β . Тригонометрические функции угла β , требуемые в дальнейшем, выражаются отношениями

$$\sin \beta = \frac{b}{l}; \quad \cos \beta = \frac{h}{l}; \quad \operatorname{tg} \beta = \frac{b}{h}. \quad (7.6)$$

7.2 Расчёт усилий в стержнях переходной фермы

Пусть N , Q , M – осевая, поперечная сила и изгибающий момент, действующие на переходную ферму в переднем основании. Положительные направления нагрузок примем в соответствии с рисунком 7.3.

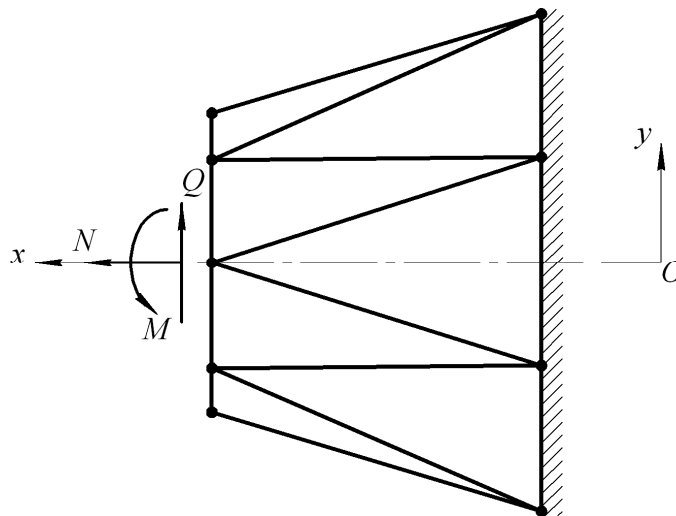


Рисунок 7.3 – Нагрузки, действующие на переходную ферму

Будем узлы фермы считать шарнирными. Тогда каждый треугольник ABC может воспринимать нагрузки только в своей плоскости. Составляющие силы, которая передаётся на него в узле i (см. рисунок 7.1), обозначим через P_i и T_i , как показано на рисунке 7.4. Положительную силу P_i будем считать направленной в сторону возрастания x ; положительная сила T_i направлена в сторону против увеличения угла θ_i , который отсчитывается от оси y и определяет положение узла i (см. рисунок 7.1).

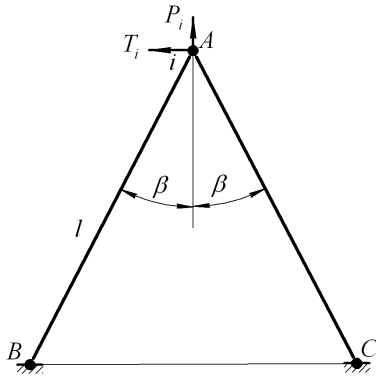


Рисунок 7.4 – Силы, действующие в узле i

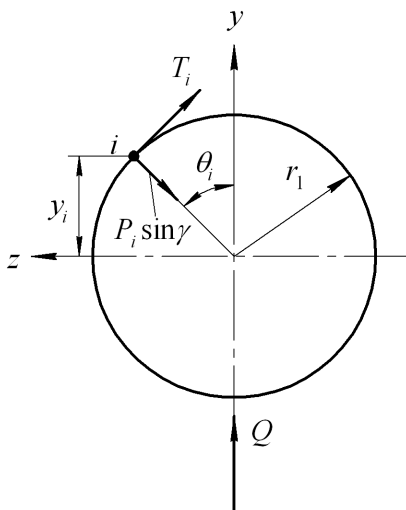


Рисунок 7.5 – Силы, действующие в плоскости основания на узел i

Примем, что силы P_i и T_i связаны с углом θ_i зависимостями

$$P_i = a_1 + a_2 \cos \theta_i; \quad T_i = a_3 \sin \theta_i, \quad (7.7)$$

где коэффициенты a_1 , a_2 , a_3 должны быть найдены из соотношений статики. Сила P_i , направленная под углом γ к оси x , может быть разложена на осевую $P_i \cos \gamma$ и радиальную $P_i \sin \gamma$ составляющие; последняя показана на рисунке 7.5.

Уравнения статики запишутся так:

$$\sum_{i=1}^n P_i \cos \gamma = N; \quad \sum_{i=1}^n y_i P_i \cos \gamma = M;$$

$$\sum_{i=1}^n (T_i \sin \theta_i - P_i \sin \gamma \cos \theta_i) = Q.$$

Подставляя сюда выражения (7.7) и учитывая, что $y_i = r_1 \cos \theta_i$, получим равенства

$$\sum_{i=1}^n (a_1 + a_2 \cos \theta_i) = \frac{N}{\cos \gamma};$$

$$\sum_{i=1}^n (a_1 + a_2 \cos \theta_i) \cos \theta_i = \frac{M}{r_1 \cos \gamma};$$

$$\sum_{i=1}^n [a_3 \sin^2 \theta_i - \sin \gamma (a_1 + a_2 \cos \theta_i) \cos \theta_i] = Q. \quad (7.8)$$

Можно показать, что для любого числа $n > 2$ точек справедливы соотношения

$$\sum_{i=1}^n \sin \theta_i = 0; \quad \sum_{i=1}^n \cos \theta_i = 0;$$

$$\sum_{i=1}^n \sin \theta_i \cos \theta_i = 0; \quad \sum_{i=1}^n \sin^2 \theta_i = \frac{n}{2}; \quad \sum_{i=1}^n \cos^2 \theta_i = \frac{n}{2}. \quad (7.9)$$

С учётом этого приведём равенства (7.8) к виду

$$a_1 n = \frac{N}{\cos \gamma}; \quad a_2 n = \frac{M}{r_1 \cos \gamma};$$

$$a_3 \frac{n}{2} - a_2 \frac{n}{2} \sin \gamma = Q.$$

Отсюда получаем следующие выражения для искомым коэффициентов:

$$a_1 = \frac{N}{n \cos \gamma}; \quad a_2 = \frac{2M}{nr_1 \cos \gamma};$$

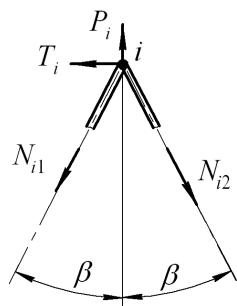
$$a_3 = \frac{2}{n} \left(Q + \frac{M}{r_1} \operatorname{tg} \gamma \right).$$

Согласно (7.7) приходим далее к расчётным формулам для сил в i -м узле:

$$P_i = \frac{1}{n \cos \gamma} \left(N + \frac{2M}{r_1} \cos \theta_i \right);$$

$$T_i = \frac{2}{n} \left(Q + \frac{M}{r_1} \operatorname{tg} \gamma \right) \sin \theta_i. \quad (7.10)$$

Рассматривая равновесие узла i , можно найти теперь осевые силы N_{i1} , N_{i2} в стержнях, сходящихся в этом узле (рисунок 7.6). При действии одной только силы P_i обе осевые силы будут одинаковы по величине и по знаку, и из условия равновесия узла в направлении силы P_i будем иметь



$$N'_{i1} = N'_{i2} = \frac{P_i}{2 \cos \beta}.$$

Рисунок 7.6 – К расчёту осевых сил в стержнях переходной фермы

Если же действует только сила T_i , то осевые силы в стержнях будут одинаковы по величине, но противоположны по знаку; их значения можно найти из условия равновесия узла i в направлении силы T_i :

$$-N_{i1}'' = N_{i2}'' = \frac{T_i}{2 \sin \beta}.$$

Суммируя эти составляющие, получим

$$\begin{aligned} N_{i1} &= \frac{P_i}{2 \cos \beta} - \frac{T_i}{2 \sin \beta}; \\ N_{i2} &= \frac{P_i}{2 \cos \beta} + \frac{T_i}{2 \sin \beta}. \end{aligned} \quad (7.11)$$

Приведём пример расчёта переходной фермы длиной $L = 1200$ мм с радиусами оснований $r_1 = r_2 = 1000$ мм; число узлов $n = 8$. Расчётные нагрузки $N^p = -800$ кН; $M^p = 200$ кН·м; $Q^p = -30$ кН.

Геометрические характеристики:

$$\psi = \frac{\pi}{n} = \frac{\pi}{8} = 0,3927 = 22,5^\circ;$$

$$a = r_2 \cos \psi = 1000 \cdot \cos 22,5^\circ = 923,9 \text{ мм};$$

$$b = r_2 \sin \psi = 1000 \cdot \sin 22,5^\circ = 382,7 \text{ мм};$$

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{a - r_1}{L} = \frac{923,9 - 1000}{1200} = -0,06342;$$

$$\cos \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \gamma}} = 0,9980; \quad \sin \gamma = \operatorname{tg} \gamma \cdot \cos \gamma = -0,06329;$$

$$h = \frac{L}{\cos \gamma} = \frac{1200}{0,9980} = 1202 \text{ мм};$$

$$l = \sqrt{b^2 + h^2} = \sqrt{382,7^2 + 1202^2} = 1261 \text{ мм};$$

$$\sin \beta = \frac{b}{l} = \frac{382,7}{1261} = 0,3035;$$

$$\cos \beta = \frac{h}{l} = \frac{1202}{1261} = 0,9532;$$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{b}{h} = \frac{382,7}{1202} = 0,3184.$$

Расчётные значения сил P_i^p , T_i^p определяются выражениями

$$\begin{aligned} P_i^p &= \frac{1}{n \cos \gamma} \left(N^p + \frac{2M^p}{r_1} \cos \theta_i \right) = \\ &= \frac{1}{8 \cdot 0,9980} \left(-800 + \frac{2 \cdot 200}{1} \cos \theta_i \right) = -100,2 + 50,10 \cos \theta_i \text{ [кН]}; \end{aligned}$$

$$T_i^p = \frac{2}{n} \left(Q^p + \frac{M^p}{r_1} \operatorname{tg} \gamma \right) \sin \theta_i =$$

$$= \frac{2}{8} \left(-30 - \frac{200}{1} 0,06342 \right) \sin \theta_i = -10,67 \sin \theta_i \text{ [кН]}.$$

Расчёт значений P_i^p , T_i^p , а также N_{i1}^p , N_{i2}^p для различных узлов представлен в таблице 7.1. В расчёте принято, что узел 1 находится на оси y . Для $i = 6, 7, 8$ результаты могут быть получены из соображений симметрии. Наиболее нагруженным является стержень в узле 4, в котором действует сжимающая сила $N_{сж\max}^p = 83,56$ кН.

Таблица 7.1

i	1	2	3	4	5
θ_i , град	0	45	90	135	180
$\sin \theta_i$	0	0,7071	1,000	0,7071	0
$\cos \theta_i$	1,000	0,7071	0	-0,7071	-1,000
P_i^p , кН	-50,10	-64,77	-100,2	-135,6	-150,3
T_i^p , кН	0	-7,845	-10,67	-7,545	0
N_{i1}^p , кН	-26,28	-21,55	-34,98	-58,70	-78,84
N_{i2}^p , кН	-26,28	-46,41	-70,14	-83,56	-78,84

7.3 Подбор сечения стержней переходной фермы

Примем, что стержни переходной фермы имеют трубчатое сечение, геометрические размеры которого обозначены на рисунке 7.7. При действии расчётных нагрузок стержни не должны испытывать ни общую, ни местную потерю устойчивости. Из этих условий следует подобрать диаметр и толщину стенки трубы.

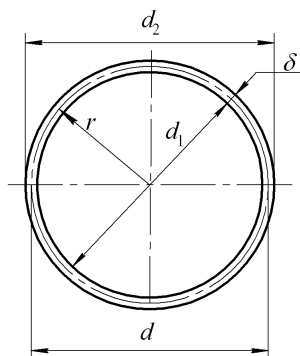


Рисунок 7.7 – Сечение стержня переходной фермы

Критическое напряжение общей потери устойчивости стержня в пределах действия закона Гука даётся формулой Эйлера

$$\sigma_{кр\text{ общ}}^0 = c \frac{\pi^2 EI}{l^2 F},$$

где E – модуль упругости материала; F , I – площадь и момент инерции попе-

речного сечения стержня. Коэффициент c положим равным 1, что соответствует шарнирному закреплению стержня по концам.

Учитывая, что $d_2 + d_1 = 2d$, $d_2 - d_1 = 2\delta$, находим

$$F = \frac{\pi}{4}(d_2^2 - d_1^2) = \frac{\pi}{4}(d_2 + d_1)(d_2 - d_1) = \pi d \delta;$$

$$I = \frac{\pi}{64}(d_2^4 - d_1^4) = \frac{\pi}{64}(d_2^2 + d_1^2)(d_2^2 - d_1^2) =$$

$$= \frac{\pi}{64}(d_2^2 + d_1^2)(d_2 + d_1)(d_2 - d_1) = \frac{\pi d \delta}{16}(d_2^2 + d_1^2).$$

Так как $d_1 = d - \delta$; $d_2 = d + \delta$, имеем

$$d_2^2 + d_1^2 = (d + \delta)^2 + (d - \delta)^2 = 2(d^2 + \delta^2) = 2d^2 \left(1 + \frac{\delta^2}{d^2}\right).$$

Второе слагаемое в скобках можно опустить применительно к случаю тонкостенной трубы. В итоге получим

$$I = \frac{\pi d^3 \delta}{8}.$$

Тогда выражение для $\sigma_{\text{кр общ}}^0$ примет вид

$$\sigma_{\text{кр общ}}^0 = \frac{\pi^2 E d^2}{8l^2}$$

или

$$\sigma_{\text{кр общ}}^0 = \frac{\pi^2 E}{8\lambda^2}, \quad (7.12)$$

где через

$$\lambda = \frac{l}{d} \quad (7.13)$$

обозначен параметр, характеризующий гибкость стержня.

При местной потере устойчивости происходит образование вмятин и выпучин на стенке трубы. Соответствующее критическое напряжение в случае справедливости закона Гука определяется как для цилиндрической оболочки при осевом сжатии:

$$\sigma_{\text{кр м}}^0 = k \frac{E\delta}{r} = 2k \frac{E\delta}{d}, \quad (7.14)$$

где k – коэффициент устойчивости, зависящий от отношения r/δ . Для трубы можно принять $k = 0,3$.

Условие равноустойчивости

$$\sigma_{\text{кр общ}}^0 = \sigma_{\text{кр м}}^0$$

позволяет установить связь между d и δ :

$$\frac{\pi^2 E}{8\lambda^2} = \frac{2kE\delta}{d}.$$

Полагая здесь в соответствии с (7.13) $d = \frac{l}{\lambda}$, приходим к соотношению

$$\delta = \frac{\pi^2 l}{16k\lambda^3}. \quad (7.15)$$

Приравняем теперь $\sigma_{\text{кр общ}}^0$ наибольшему расчётному сжимающему напряжению $\sigma_{\text{сж макс}}^p$. Если $N_{\text{сж макс}}^p$ – расчётная сжимающая сила в наиболее нагруженном стержне переходной фермы в самом опасном случае нагружения, то

$$\sigma_{\text{сж макс}}^p = \frac{N_{\text{сж макс}}^p}{\pi d \delta} = \frac{N_{\text{сж макс}}^p \lambda}{\pi l \delta}. \quad (7.16)$$

Из (7.12) и (7.16) приходим к равенству

$$\frac{\pi^2 E}{8\lambda^2} = \frac{N_{\text{сж макс}}^p \lambda}{\pi l \delta}. \quad (7.17)$$

Если учесть соотношение (7.15), то получим уравнение относительно λ , из которого выводим

$$\lambda = \frac{\pi}{2} \sqrt[6]{\frac{El^2}{2\pi k N_{\text{сж макс}}^p}}. \quad (7.18)$$

Это равенство получено в предположении о справедливости закона Гука. Область его применимости можно установить, приняв в выражении (7.12) в качестве $\sigma_{\text{кр общ}}^0$ предел пропорциональности материала $\sigma_{\text{пц}}$. Обозначая соответствующее значение гибкости через $\lambda_{\text{пц}}$, будем иметь

$$\sigma_{\text{пц}} = \frac{\pi^2 E}{8\lambda_{\text{пц}}^2}.$$

Отсюда находим

$$\lambda_{\text{пц}} = \pi \sqrt{\frac{E}{8\sigma_{\text{пц}}}}. \quad (7.19)$$

Получаемый по (7.18) результат будет справедлив, если окажется, что $\lambda \geq \lambda_{\text{пц}}$. Величина $\lambda_{\text{пц}}$ зависит от характеристик материала. Например, для материала АМг6 ($E = 6,8 \cdot 10^4$ МПа; $\sigma_{\text{пц}} = 120$ МПа)

$$\lambda_{\text{пц}} = \pi \sqrt{\frac{6,8 \cdot 10^4}{8 \cdot 120}} = 26,44.$$

В случае, когда найденное по формуле (7.18) значение λ получится меньше $\lambda_{\text{пц}}$, необходимо вместо (7.12) взять выражение для $\sigma_{\text{кр. общ}}$, применимое за пределом пропорциональности. Воспользуемся здесь линейной зависимостью (рисунок 7.8) $\sigma_{\text{кр. общ}}$ от λ (см. подраздел 2.3):

$$\sigma_{\text{кр. общ}} = \bar{\sigma} - (\bar{\sigma} - \sigma_{\text{пц}}) \frac{\lambda}{\lambda_{\text{пц}}}, \quad (7.20)$$

причём в качестве $\bar{\sigma}$ возьмём $\sigma_{0,2}$, что идёт в запас устойчивости

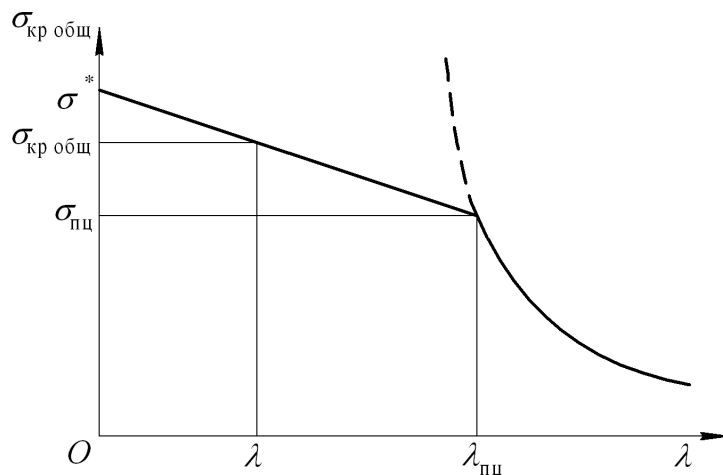


Рисунок 7.8 – К приближённому расчёту $\sigma_{\text{кр. общ.}}$ за пределом пропорциональности

Вместо (7.17) будем иметь теперь равенство

$$\sigma_{0,2} - (\sigma_{0,2} - \sigma_{\text{пц}}) \frac{\lambda}{\lambda_{\text{пц}}} = \frac{N_{\text{сж max}}^p \lambda}{\pi l \delta}. \quad (7.21)$$

Если принять, что соотношение (7.15) остаётся в силе и за пределом пропорциональности и внести его в (7.21), то получится уравнение четвёртой степени относительно λ :

$$\sigma_{0,2} - (\sigma_{0,2} - \sigma_{\text{пц}}) \frac{\lambda}{\lambda_{\text{пц}}} = \frac{16k \lambda^4 N_{\text{сж max}}^p}{\pi^3 l^2}.$$

Его решение можно получить методом последовательных приближений по схеме

$$\lambda^{(m)} = \frac{\pi}{2} \sqrt[4]{\frac{l^2}{\pi k N_{\text{сж max}}^p}} \cdot \sqrt[4]{\sigma_{0,2} - \frac{\sigma_{0,2} - \sigma_{\text{пц}}}{\lambda_{\text{пц}}} \lambda^{(m-1)}}, \quad (7.22)$$

где m – номер приближения.

Пусть в рассмотренном выше примере переходная ферма изготовлена из материала АМгб с условным пределом текучести $\sigma_{0,2} = 160$ МПа. Приняв $N_{\text{сж max}}^p = 83,56$ кН, по формуле (7.18) находим

$$\lambda = \frac{\pi}{2} \sqrt[6]{\frac{6,8 \cdot 10^4 \cdot 1261^2}{2\pi \cdot 0,3 \cdot 83,56 \cdot 10^3}} = 14,75.$$

Так как это значение меньше $\lambda_{\text{пц}} = 26,44$, необходимо обратиться к соотношению (7.22), которое в данном случае принимает вид

$$\lambda^{(m)} = \frac{\pi}{2} \sqrt[4]{\frac{1261^2}{\pi \cdot 0,3 \cdot 8356 \cdot 10^3}} \cdot \sqrt[4]{160 - \frac{160 - 120}{26,44} \lambda^{(m-1)}}$$

или

$$\lambda^{(m)} = 3,330 \sqrt[4]{160 - 1,513 \lambda^{(m-1)}}.$$

Взяв в нулевом приближении $\lambda^{(0)} = 0$, найдём далее $\lambda^{(1)} = 11,84$; $\lambda^{(2)} = 11,50$; $\lambda^{(3)} = 11,51$; $\lambda^{(4)} = 11,51$. На этом процесс последовательных приближений заканчиваем, приняв в качестве корня $\lambda = 11,51$. Согласно (7.15) находим требуемую толщину

$$\delta = \frac{\pi^2 l}{16k\lambda^3} = \frac{\pi^2 \cdot 1261}{16 \cdot 0,3 \cdot 11,51^3} = 1,70 \text{ (мм)}.$$

Принимаем $\delta = 2$ мм. Соответствующее уточнённое значение λ найдём тогда из соотношения (7.21):

$$\lambda = \frac{\sigma_{0,2}}{\frac{N_{\text{сж max}}^p}{\pi l \delta} + \frac{\sigma_{0,2} - \sigma_{\text{пц}}}{\lambda_{\text{пц}}}} = \frac{160}{\frac{83,56 \cdot 10^3}{\pi \cdot 1261 \cdot 2} + \frac{160 - 120}{26,44}} = 13,27.$$

Заметим, что если бы стержень работал в пределах упругости ($\lambda > \lambda_{\text{пц}}$), то для уточнения λ после выбора δ следовало бы использовать соотношение (7.17), а не (7.21).

Согласно (7.13) имеем теперь

$$d = \frac{l}{\lambda} = \frac{1261}{13,27} = 95,04 \text{ мм.}$$

Примем окончательно размеры сечения равными

$$d_1 = 93 \text{ мм}; \quad d_2 = 97 \text{ мм.}$$

Средний диаметр при этом

$$d = \frac{d_1 + d_2}{2} = 95 \text{ мм.}$$

Для выбранного сечения

$$F = \pi d \delta = \pi \cdot 95 \cdot 2 = 596,9 \text{ мм}^2;$$

$$I = \frac{\pi d^3 \delta}{8} = \frac{\pi \cdot 95^3 \cdot 2}{8} = 6,734 \cdot 10^5 \text{ мм}^4.$$

Наибольшее расчётное сжимающее напряжение составит

$$\sigma_{\text{сж. макс}}^p = \frac{N_{\text{сж. макс}}^p}{F} = \frac{83,56 \cdot 10^3}{596,9} = 140,0 \text{ МПа.}$$

По формуле Эйлера находим далее

$$\sigma_{\text{кр общ}}^0 = \frac{\pi^2 EI}{l^2 F} = \frac{\pi^2 \cdot 6,8 \cdot 10^4 \cdot 6,734 \cdot 10^5}{1261^2 \cdot 596,9} = 600,4 \text{ МПа.}$$

Поскольку $\sigma_{\text{кр общ}}^0 > \sigma_{\text{пц}} = 120 \text{ МПа}$, уточняем критическое напряжение согласно формулам (2.19), (2.20), принимая при этом $\sigma^* = 171,8 \text{ МПа}$ для материала АМгб (см. таблицу 2.1):

$$s = \sqrt{1 + \frac{4\sigma^* \sigma_{\text{кр общ}}^0}{(\sigma^* - \sigma_{\text{пц}})^2}} = \sqrt{1 + \frac{4 \cdot 171,8 \cdot 600,4}{(171,8 - 120)^2}} = 12,44;$$

$$\sigma_{\text{кр общ}} = \sigma^* \frac{s-1}{s+1} = 171,8 \frac{12,44-1}{12,44+1} = 149,2 \text{ МПа.}$$

Запас по общей устойчивости

$$\eta = \frac{\sigma_{\text{кр общ}}}{\sigma_{\text{сж макс}}^p} = \frac{146,2}{140,0} = 1,04.$$

Для проверки на местную потерю устойчивости вычисляем вначале по (7.14)

$$\sigma_{\text{кр м}}^0 = 2k \frac{E\delta}{d} = 2 \cdot 0,3 \frac{6,8 \cdot 10^4 \cdot 2}{95} = 858,9 \text{ МПа,}$$

что превышает $\sigma_{\text{пц}}$. Критическое меридиональное напряжение цилиндрической оболочки за пределом пропорциональности определяется по формуле

$$\sigma_{\text{кр м}} = \sigma_{\text{кр м}}^0 \frac{\sqrt{E_{\text{к}} E_{\text{с}}}}{E}, \quad (7.23)$$

где $E_{\text{к}}$, $E_{\text{с}}$ – касательный и секущий модули материала. Так как при потере устойчивости $E_{\text{с}} = \sigma_{\text{кр м}} / \varepsilon_{\text{кр}}$, где $\varepsilon_{\text{кр}}$ – критическая деформация, из равенства (7.23) после возведения его в квадрат и сокращения на $\sigma_{\text{кр м}}$ можно вывести соотношение

$$\sigma_{\text{кр м}} = \left(\sigma_{\text{кр м}}^0 \right)^2 \frac{E_{\text{к}}}{E^2 \varepsilon_{\text{кр}}}. \quad (7.24)$$

Примем, что зависимость $\sigma_{\text{кр м}}$ от $\varepsilon_{\text{кр}}$ определяется равенствами (2.1), (2.2), которые можно записать в виде

$$\sigma_{\text{кр м}} = \sigma^* - \frac{(\sigma^* - \sigma_{\text{шц}})^2}{x}; \quad (7.25)$$

$$E_{\text{к}} = E \frac{(\sigma^* - \sigma_{\text{шц}})^2}{x^2}, \quad (7.26)$$

где обозначено

$$x = E \varepsilon_{\text{кр}} + \sigma^* - 2\sigma_{\text{шц}}.$$

Тогда равенство (7.24) приводит к кубическому уравнению относительно x вида

$$\frac{\sigma^*}{(\sigma^* - \sigma_{\text{шц}})^2} x^2 - x - \frac{(\sigma_{\text{кр м}}^0)^2}{x - \sigma^* + 2\sigma_{\text{шц}}} = 0.$$

Для принятых исходных данных будем иметь уравнение

$$0,06403x^2 - x - \frac{7,377 \cdot 10^5}{x + 68,2} = 0.$$

Корень $x = 211,1$ этого уравнения нетрудно получить методом деления отрезка пополам. Далее по формуле (7.25) вычисляем

$$\sigma_{\text{кр м}} = 171,8 - \frac{(171,8 - 120)^2}{211,1} = 159,1 \text{ МПа}.$$

Запас по местной устойчивости составит

$$\eta = \frac{\sigma_{\text{кр м}}}{\sigma_{\text{сж max}}^p} = \frac{159,1}{140,0} = 1,14.$$

7.4 Определение перемещений переходной фермы

Вычислим перемещения переднего основания переходной фермы относительно заднего. Обозначим через u , v осевое и нормальное к оси летательного аппарата смещения, а через θ – угол поворота в плоскости изгиба (рисунок 7.9). Для их нахождения воспользуемся теоремой Кастильяно, в соответствии с которой для линейно-упругого тела перемещение Δ_p некоторой

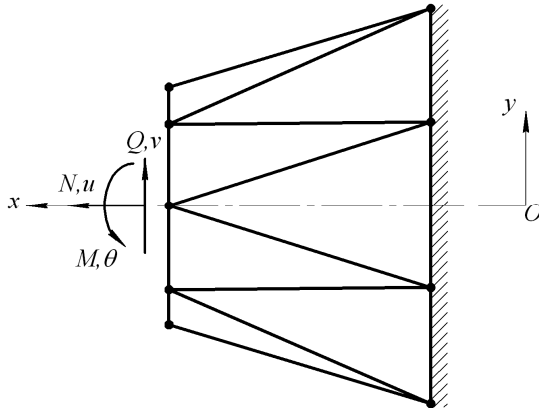


Рисунок 7.9 – Перемещения переходной фермы

точки в направлении действия приложенной в ней силы P равно частной производной потенциальной энергии деформации по этой силе:

$$\Delta_p = \frac{\partial U}{\partial P}.$$

Следовательно, для переходной фермы справедливы равенства

$$u = \frac{\partial U}{\partial N}; \quad v = \frac{\partial U}{\partial Q}; \quad \theta = \frac{\partial U}{\partial M},$$

и для вычисления перемещений необходимо выразить потенциальную энергию деформации системы через внешние нагрузки.

Как известно, в стержне длиной l с площадью сечения F при действии осевой силы P накапливается потенциальная энергия

$$U = \frac{Pl^2}{2EF},$$

где E – модуль упругости материала.

Для переходной фермы, осевые силы в стержнях которой даются выражениями (7.11), будем иметь

$$\begin{aligned} U &= \sum_{i=1}^n \frac{N_{i1}^2 l}{2EF} + \sum_{i=1}^n \frac{N_{i2}^2 l}{2EF} = \frac{l}{2EF} \left(\sum_{i=1}^n N_{i1}^2 + \sum_{i=1}^n N_{i2}^2 \right) = \\ &= \frac{l}{8EF} \left[\sum_{i=1}^n \left(\frac{P_i}{\cos \beta} - \frac{T_i}{\sin \beta} \right)^2 + \sum_{i=1}^n \left(\frac{P_i}{\cos \beta} + \frac{T_i}{\sin \beta} \right)^2 \right]. \end{aligned}$$

Раскрыв скобки, получим

$$U = \frac{l}{4EF} \left(\frac{1}{\cos^2 \beta} \sum_{i=1}^n P_i^2 + \frac{1}{\sin^2 \beta} \sum_{i=1}^n T_i^2 \right). \quad (7.27)$$

Здесь P_i , T_i определяются через внешние нагрузки согласно равенствам (7.10):

$$P_i = \frac{1}{n \cos \gamma} \left(N + \frac{2M}{r_1} \cos \theta_i \right);$$

$$T_i = \frac{2}{n} \left(Q + \frac{M}{r_1} \operatorname{tg} \gamma \right) \sin \theta_i.$$

Дифференцируя далее выражение (7.27) как сложную функцию аргумента N , находим

$$u = \frac{\partial U}{\partial N} = \frac{l}{4EF} \left(\frac{1}{\cos^2 \beta} \sum_{i=1}^n 2P_i \frac{\partial P_i}{\partial N} + \frac{1}{\sin^2 \beta} \sum_{i=1}^n 2T_i \frac{\partial T_i}{\partial N} \right).$$

Так как

$$\frac{\partial P_i}{\partial N} = \frac{1}{n \cos \gamma}; \quad \frac{\partial T_i}{\partial N} = 0,$$

получаем отсюда

$$u = \frac{l}{2EF \cos^2 \beta} \sum_{i=1}^n \frac{1}{n \cos \gamma} \left(N + \frac{2M}{r_1} \cos \theta_i \right) \frac{1}{n \cos \gamma}.$$

С учётом соотношений (7.9) окончательно выводим

$$u = \frac{1}{2k_0 \cos^2 \beta \cos^2 \gamma} N, \quad (7.28)$$

где обозначено

$$k_0 = \frac{EFn}{l}. \quad (7.29)$$

Подобным же образом вычисляем v :

$$v = \frac{\partial U}{\partial Q} = \frac{l}{2EF} \left(\frac{1}{\cos^2 \beta} \sum_{i=1}^n P_i \frac{\partial P_i}{\partial Q} + \frac{1}{\sin^2 \beta} \sum_{i=1}^n T_i \frac{\partial T_i}{\partial Q} \right).$$

Так как

$$\frac{\partial P_i}{\partial Q} = 0; \quad \frac{\partial T_i}{\partial Q} = \frac{2}{n} \sin \theta_i,$$

будем иметь

$$v = \frac{l}{2EF \sin^2 \beta} \sum_{i=1}^n \frac{2}{n} \left(Q + \frac{M}{r_1} \operatorname{tg} \gamma \right) \sin \theta_i \cdot \frac{2}{n} \sin \theta_i.$$

С учётом (7.9), (7.29) приходим к выражению

$$v = \frac{1}{k_0 \sin^2 \beta} \left(Q + \frac{M \operatorname{tg} \gamma}{r_1} \right).$$

Наконец, находим θ :

$$\theta = \frac{\partial U}{\partial M} = \frac{l}{2EF} \left(\frac{1}{\cos^2 \beta} \sum_{i=1}^n P_i \frac{\partial P_i}{\partial M} + \frac{1}{\sin^2 \beta} \sum_{i=1}^n T_i \frac{\partial T_i}{\partial M} \right).$$

Слагаемые в круглых скобках преобразуем по отдельности:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n P_i \frac{\partial P_i}{\partial M} &= \sum_{i=1}^n \frac{1}{n \cos \gamma} \left(N + \frac{2M}{r_1} \cos \theta_i \right) \frac{1}{n \cos \gamma} \frac{2}{r_1} \cos \theta_i = \\ &= \frac{2}{n^2 r_1 \cos^2 \gamma} \left(N \sum_{i=1}^n \cos \theta_i + \frac{2M}{r_1} \sum_{i=1}^n \cos^2 \theta_i \right) = \frac{2M}{nr_1 \cos^2 \gamma}; \\ \sum_{i=1}^n T_i \frac{\partial T_i}{\partial M} &= \sum_{i=1}^n \frac{2}{n} \left(Q + \frac{M \operatorname{tg} \gamma}{r_1} \right) \sin \theta_i \cdot \frac{2}{n} \frac{\operatorname{tg} \gamma}{r_1} \sin \theta_i = \frac{2}{n} \left(Q + \frac{M \operatorname{tg} \gamma}{r_1} \right) \frac{\operatorname{tg} \gamma}{r_1}. \end{aligned}$$

Тогда

$$\theta = \frac{l}{2EF} \left[\frac{1}{\cos^2 \beta} \cdot \frac{2M}{nr_1 \cos^2 \gamma} + \frac{1}{\sin^2 \beta} \cdot \frac{2}{n} \left(Q + \frac{M \operatorname{tg} \gamma}{r_1} \right) \frac{\operatorname{tg} \gamma}{r_1} \right]$$

или, окончательно,

$$\theta = \frac{1}{k_0} \left[\frac{M}{r_1^2 \cos^2 \gamma \cos^2 \beta} \left(1 + \frac{\sin^2 \gamma}{\operatorname{tg}^2 \beta} \right) + \frac{Q \operatorname{tg} \gamma}{r_1 \sin^2 \beta} \right]. \quad (7.31)$$

Полученные результаты удобно представить в матричной форме

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \delta_{22} & \delta_{23} \\ 0 & \delta_{32} & \delta_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N \\ Q \\ M \end{bmatrix}, \quad (7.32)$$

где δ_{ij} – коэффициенты податливости:

$$\begin{aligned} \delta_{11} &= \frac{1}{2k_0 \cos^2 \beta \cos^2 \gamma}; & \delta_{22} &= \frac{1}{k_0 \sin^2 \beta}; \\ \delta_{33} &= \frac{1}{k_0 r_1^2 \cos^2 \beta \cos^2 \gamma} \left(1 + \frac{\sin^2 \gamma}{\operatorname{tg}^2 \beta} \right); \\ \delta_{23} &= \delta_{32} = \frac{\operatorname{tg} \gamma}{k_0 r_1 \sin^2 \beta}. \end{aligned} \quad (7.33)$$

Обратимся вновь к рассмотренному выше примеру. В этом случае

$$k_0 = \frac{EFn}{l} = \frac{6,8 \cdot 10^4 \cdot 596,9 \cdot 8}{1261} = 2,575 \cdot 10^5 \text{ Н/мм};$$

$$\delta_{11} = \frac{1}{2k_0 \cos^2 \beta \cos^2 \gamma} = \frac{1}{2 \cdot 2,575 \cdot 10^5 \cdot 0,9932^2 \cdot 0,9980^2} = 2,041 \cdot 10^{-6} \text{ мм/Н};$$

$$\delta_{22} = \frac{1}{k_0 \sin^2 \beta} = \frac{1}{2,575 \cdot 10^5 \cdot 0,3035^2} = 4,216 \cdot 10^{-5} \text{ мм/Н};$$

$$\delta_{33} = \frac{1}{k_0 r_1^2 \cos^2 \beta \cos^2 \gamma} \left(1 + \frac{\sin^2 \gamma}{\text{tg}^2 \beta} \right) =$$

$$= \frac{1}{2,575 \cdot 10^5 \cdot 1000^2 \cdot 0,9532^2 \cdot 0,9980^2} \left[1 + \frac{(-0,06329)^2}{0,3184^2} \right] = 4,461 \cdot 10^{-12} \frac{1}{\text{Н} \cdot \text{мм}};$$

$$\delta_{23} = \delta_{32} = \frac{\text{tg} \gamma}{k_0 r_1 \sin^2 \beta} = \frac{-0,06342}{2,575 \cdot 10^5 \cdot 1000 \cdot 0,3035^2} = -2,674 \cdot 10^{-9} \text{ 1/Н}.$$

Расчётные значения перемещений оказываются равными

$$u^p = \delta_{11} N^p = 2,041 \cdot 10^{-6} (-800 \cdot 10^3) = -1,633 \text{ мм};$$

$$v^p = \delta_{22} Q^p + \delta_{23} M^p =$$

$$= 4,216 \cdot 10^{-5} (-30 \cdot 10^3) + (-2,674 \cdot 10^{-9}) 200 \cdot 10^6 = -1,800 \text{ мм};$$

$$\theta^p = \delta_{32} Q^p + \delta_{33} M^p =$$

$$= (-2,674 \cdot 10^{-9}) \cdot (-30 \cdot 10^3) + 4,461 \cdot 10^{-12} \cdot 200 \cdot 10^6 = 9,724 \cdot 10^{-4} \text{ рад}.$$

8 РАСЧЁТ БОЛТОВЫХ И ЗАКЛЁПОЧНЫХ ГРУППОВЫХ СОЕДИНЕНИЙ

8.1 Расчёт срезающих сил в элементах крепежа

Рассмотрим крепление с помощью болтов или заклёпок одного силового элемента (скажем, кронштейна) к другому (назовём его основанием). Кронштейн имеет плоскую подошву толщиной δ_1 ; толщина основания равна δ_2 . Плоскость крепления отнесём к прямоугольной системе координат x, y (рисунок 8.1).

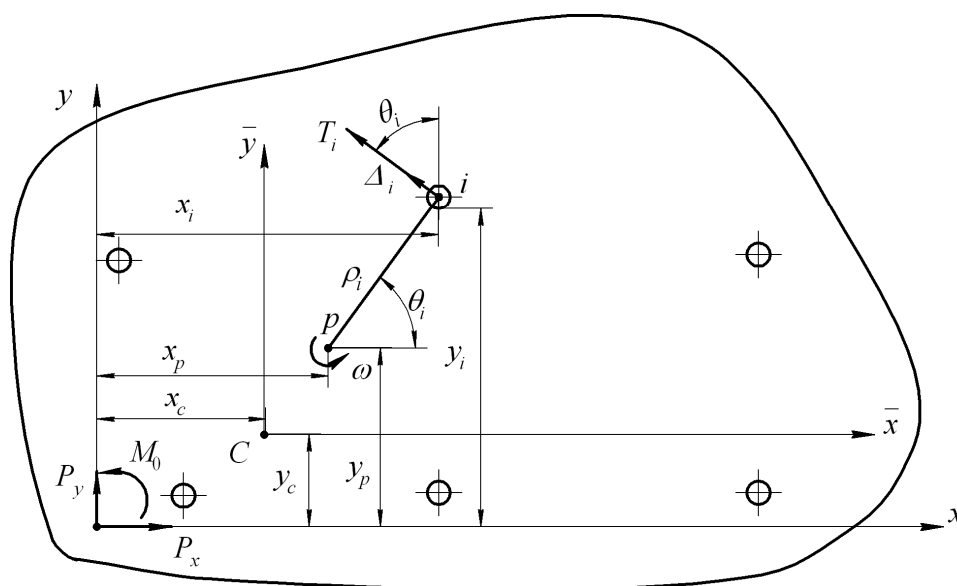


Рисунок 8.1 – К расчёту срезающих сил в элементах крепежа

Пусть внешние силы, действующие на кронштейн, сводятся к главному вектору с компонентами P_x, P_y и моменту M_0 относительно начала координат, действующему в плоскости x, y . Кронштейн будем рассматривать как жёсткое тело, которое под действием внешних сил стремится сместиться в направлении осей x и y и повернуться относительно оси z . Как известно из теоретической механики, такое движение можно представить как простой поворот относительно некоторой точки p , называемой полюсом. Смещение Δ_i кронштейна в i -й точке крепления будет пропорционально её расстоянию ρ_i от полюса и направлено по касательной к окружности радиуса ρ_i . Величина Δ_i будет равна

$$\Delta_i = \omega \rho_i,$$

где ω – угол поворота кронштейна.

Смещение кронштейна относительно основания вызовет деформацию крепёжных элементов и появление в них срезающих сил. Пусть c_i – коэффициент жёсткости в i -й крепёжной точке, численно равный силе, которая возникает в i -м элементе при создании единичного перемещения $\bar{\Delta}_i = 1$. Тогда срезающая сила в i -м элементе будет

$$T_i = c_i \Delta_i, \quad (8.1)$$

или

$$T_i = \omega c_i \rho_i;$$

Направление силы T_i будет совпадать с направлением перемещения Δ_i .

Приведём жёсткость c_i точек крепления к какому-нибудь одному значению c_0 , представив формулу для T_i в следующем виде:

$$T_i = \omega c_0 \varphi_i \rho_i,$$

где φ_i – коэффициент приведения:

$$\varphi_i = \frac{c_i}{c_0}. \quad (8.2)$$

Введя далее обозначение

$$\kappa = \omega c_0,$$

запишем

$$T_i = \kappa \varphi_i \rho_i. \quad (8.3)$$

Координаты x_p , y_p полюса и постоянная κ могут быть найдены из уравнений статики:

$$\sum_{i=1}^n T_{ix} = P_x; \quad \sum_{i=1}^n T_{iy} = P_y;$$

$$\sum_{i=1}^n T_i \rho_i = M_p,$$

где n – число крепёжных точек, T_{ix} и T_{iy} – проекции силы T_i на оси x и y ; через $M_p = M_0 + P_x y_p - P_y x_p$ обозначен момент внешних сил относительно полюса.

Согласно рисунку 8.1 и с учётом формулы (8.3) можно записать

$$T_{ix} = -T_i \sin \theta_i = -\kappa \varphi_i \rho_i \sin \theta_i,$$

где θ_i – угол между отрезком ρ_i и осью x . Произведение $\rho_i \sin \theta_i$ есть проекция отрезка ρ_i на ось y , равная $y_i - y_p$. Таким образом,

$$T_{ix} = -\kappa (y_i - y_p).$$

Аналогично находим

$$T_{iy} = \kappa (x_i - x_p).$$

Соотношения статики можно записать тогда в форме

$$\begin{aligned}
-\kappa \sum_{i=1}^n \varphi_i (y_i - y_p) &= P_x; \\
\kappa \sum_{i=1}^n \varphi_i (x_i - x_p) &= P_y;
\end{aligned} \tag{8.4}$$

$$\kappa \sum_{i=1}^n \varphi_i \rho_i^2 = M_0 + P_x y_p - P_y x_p.$$

Обозначим через n' величину

$$n' = \sum_{i=1}^n \varphi_i. \tag{8.5}$$

В случае, когда все крепёжные элементы одинаковы, то есть когда $c_i = c_0$ и, соответственно, $\varphi_i = 1$ для любого i , будем иметь $n' = n$. В общем случае различных жесткостей величину n' можно трактовать как приведённое количество крепёжных элементов.

Введём далее понятие центра тяжести соединения (точка C на рисунке 8.1), определив его координаты по формулам

$$x_c = \frac{1}{n'} \sum_{i=1}^n \varphi_i x_i; \quad y_c = \frac{1}{n'} \sum_{i=1}^n \varphi_i y_i. \tag{8.6}$$

С учётом этих обозначений равенства (8.4) можно привести к виду

$$\begin{aligned}
-\kappa n' (y_c - y_p) &= P_x; \\
\kappa n' (x_c - x_p) &= P_y; \\
\kappa I_p &= M_0 + P_x y_p - P_y x_p,
\end{aligned} \tag{8.7}$$

где через

$$I_p = \sum_{i=1}^n \varphi_i \rho_i^2 \tag{8.8}$$

обозначена величина, которую условно можно назвать полярным моментом инерции соединения относительно полюса.

Для решения полученной системы уравнений перейдём к центральной системе координат \bar{x} , \bar{y} , оси которой параллельны осям x , y , а начало находится в центре тяжести соединения (см. рисунок 8.1). Подставляя в (8.7) равенства

$$x_p = \bar{x}_p + x_c; \quad y_p = \bar{y}_p + y_c,$$

будем иметь

$$\kappa n' \bar{y}_p = P_x; \quad -\kappa n' \bar{x}_p = P_y, \tag{8.9}$$

$$\kappa I_p = M_c + P_x \bar{y}_p - P_y \bar{x}_p, \tag{8.10}$$

где через

$$M_c = M_0 + P_x y_c - P_y x_c \tag{8.11}$$

обозначен момент внешних сил относительно центра тяжести.

Сумму последних двух слагаемых в правой части уравнения (8.10) выразим с помощью равенств (8.9), умножая первое из них на \bar{y}_p , второе – на \bar{x}_p и вычитая результаты:

$$P_x \bar{y}_p - P_y \bar{x}_p = \kappa n' (\bar{x}_p^2 + \bar{y}_p^2).$$

С учётом этого соотношение (8.10) можно переписать в следующем виде:

$$\kappa [I_p - n' (\bar{x}_p^2 + \bar{y}_p^2)] = M_c. \quad (8.12)$$

Выражение в квадратных скобках

$$I_c = I_p - n' (\bar{x}_p^2 + \bar{y}_p^2) \quad (8.13)$$

представляет собой полярный момент инерции соединения относительно его центра тяжести:

$$I_c = \sum_{i=1}^n \varphi_i (x_i^2 + y_i^2). \quad (8.14)$$

В этом можно убедиться, преобразовав выражение (8.8) для I_p следующим образом:

$$\begin{aligned} I_p &= \sum_{i=1}^n \varphi_i \rho_i^2 = \sum_{i=1}^n \varphi_i \left[(\bar{x}_i - \bar{x}_p)^2 + (\bar{y}_i - \bar{y}_p)^2 \right] = \\ &= \sum_{i=1}^n \varphi_i (\bar{x}_i^2 - 2\bar{x}_i \bar{x}_p + \bar{x}_p^2 + \bar{y}_i^2 - 2\bar{y}_i \bar{y}_p + \bar{y}_p^2) = \\ &= \sum_{i=1}^n \varphi_i (\bar{x}_i^2 + \bar{y}_i^2) - 2\bar{x}_p \sum_{i=1}^n \varphi_i \bar{x}_i - 2\bar{y}_p \sum_{i=1}^n \varphi_i \bar{y}_i + (\bar{x}_p^2 + \bar{y}_p^2) \sum_{i=1}^n \varphi_i. \end{aligned}$$

Но с учётом равенств (8.5) и (8.6) имеем

$$\sum_{i=1}^n \varphi_i \bar{x}_i = \sum_{i=1}^n \varphi_i (x_i - x_c) = \sum_{i=1}^n \varphi_i x_i - x_c \sum_{i=1}^n \varphi_i = x_c n' - x_c n' = 0.$$

Точно так же

$$\sum_{i=1}^n \varphi_i \bar{y}_i = 0,$$

и мы устанавливаем, что

$$I_p = \sum_{i=1}^n \varphi_i (\bar{x}_i^2 + \bar{y}_i^2) + n' (\bar{x}_p^2 + \bar{y}_p^2) = I_c + n' (\bar{x}_p^2 + \bar{y}_p^2),$$

откуда и вытекает справедливость соотношения (8.13).

Таким образом, уравнение (8.12) приводит к равенству

$$\kappa I_c = M_c,$$

из которого выводим значение κ :

$$\kappa = \frac{M_c}{I_c}. \quad (8.15)$$

Первые два равенства (8.7) позволяют теперь найти координаты полюса:

$$x_p = x_c - \frac{I_c P_y}{n' M_c}; \quad y_p = y_c + \frac{I_c P_x}{n' M_c}. \quad (8.16)$$

Из соотношений (8.3), (8.15) вытекает далее формула для вычисления срезающих сил в элементах крепежа

$$T_i = \varphi_i \frac{M_c}{I_c} \rho_i, \quad (8.17)$$

в которой

$$\rho_i = \sqrt{(x_i - x_p)^2 + (y_i - y_p)^2}. \quad (8.18)$$

Заметим, что если внешние нагрузки сводятся к силам P_x , P_y , приложенным в центре тяжести соединения, то величина M_c будет равна нулю. Полюс в этом случае будет находиться в бесконечно удалённой точке, а смещение кронштейна будет сводиться к его поступательному движению. Вместо (8.17) следует воспользоваться тогда формулой

$$T_i = \frac{P}{n'}, \quad (8.19)$$

где

$$P = \sqrt{P_x^2 + P_y^2}. \quad (8.20)$$

8.2 Определение коэффициентов жёсткости крепёжных точек

Согласно (8.2), перемещение Δ_i , возникающее в i -й крепёжной точке под действием силы T_i , выражается как отношение

$$\Delta_i = \frac{T_i}{c_i}.$$

Обозначим через $\bar{\Delta}_i$ перемещение, возникающее при действии единичной силы $\bar{T}_i = 1$ и представляющее собой податливость соединения в i -й крепёжной точке:

$$\bar{\Delta}_i = \frac{1}{c_i}.$$

Для вычисления c_i достаточно найти перемещение, возникающее в i -й точке крепления при действии единичной сдвигающей силы. Обратная величина $1/\bar{\Delta}_i$ и будет искомым коэффициентом жёсткости c_i .

На рисунке 8.2, *a* изображена схема деформирования конструктивных элементов в типовой точке крепления. Перемещение $\bar{\Delta}_i$ может быть представлено в виде суммы четырёх составляющих:

$$\bar{\Delta}_i = \bar{\Delta}_{i1} + \bar{\Delta}_{i2} + \bar{\Delta}_{i3} + \bar{\Delta}_{i4}.$$

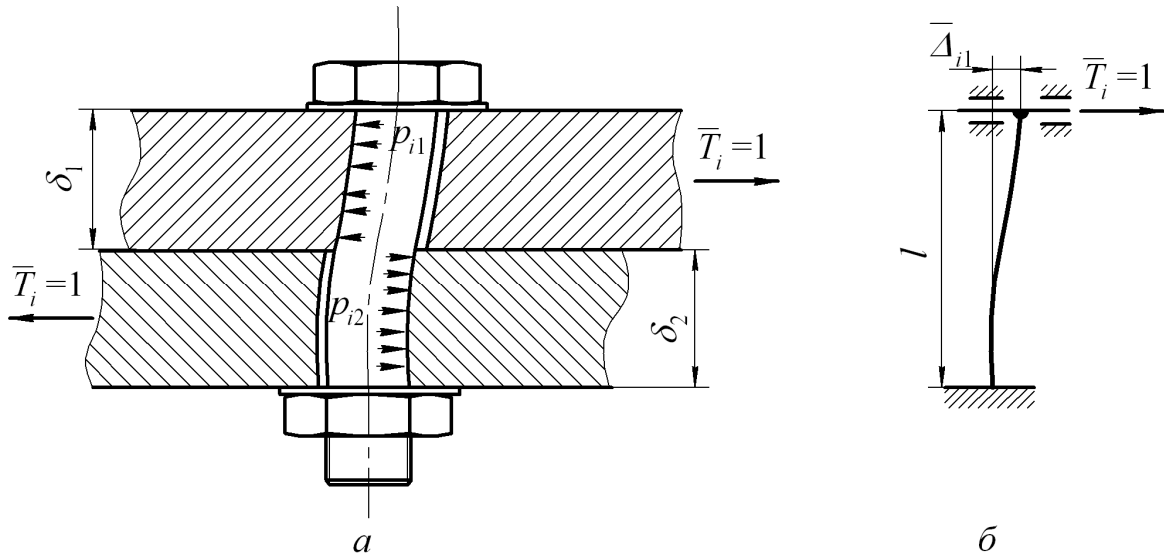


Рисунок 8.2 – Деформация конструктивных элементов в крепёжной точке

Два первых слагаемых обусловлены деформациями изгиба и сдвига крепёжного элемента, а последние два – контактной деформацией деталей. Изгиб крепёжного элемента происходит по схеме, показанной на рисунке 8.2 *б*, и даёт перемещение

$$\bar{\Delta}_{i1} = \frac{\bar{T}_i l^3}{12E_i I_i} = \frac{l^3}{12E_i I_i},$$

где

$$I_i = \frac{\pi d_i^4}{64}$$

– момент инерции сечения i -го крепёжного элемента;

$$l = \delta_1 + \delta_2$$

– длина его рабочей части, равная толщине соединяемого пакета; d_i , E_i – диаметр и модуль упругости материала крепёжного элемента.

Перемещение от деформации поперечного сдвига даётся формулой

$$\bar{\Delta}_{i2} = \frac{\bar{T}_i l}{kG_i F_i} = \frac{2(1+\mu)l}{kE_i F_i},$$

где

$$G_i = \frac{E_i}{2(1 + \mu)}$$

– модуль сдвига материала крепёжного элемента;

$$F_i = \frac{\pi d_i^2}{4}$$

– площадь его сечения; k – коэффициент формы поперечного сечения, учитывающий неравномерность распределения касательных напряжений по сечению. Для круглого сечения $k = 27/32$.

Контактное взаимодействие крепёжного элемента и соединяемых деталей приводит к деформированию последних и к дополнительному смещению деталей относительно друг друга. Строгое определение $\bar{\Delta}_{i3}$ и $\bar{\Delta}_{i4}$ затруднительно, поэтому ограничимся сугубо приближённой оценкой.

На рисунке 8.2, а показаны контактные напряжения p_{i1} и p_{i2} , действующие на детали со стороны крепёжного элемента. Порядок этих величин можно оценить так же, как это делается при проверке прочности деталей на смятие:

$$p_{i1} = \frac{\bar{T}_i}{d_i \delta_1} = \frac{1}{d_i \delta_1}; \quad p_{i2} = \frac{1}{d_i \delta_2}.$$

Для определения перемещений $\bar{\Delta}_{i3}$, $\bar{\Delta}_{i4}$ воспользуемся решением задачи Ламе об осесимметричном нагружении цилиндра или пластины с круглым отверстием внутренним давлением p (рисунок 8.3). Если радиус внешней окружности считать бесконечно большим, то радиальное перемещение u_r точек внутренней окружности определится по формуле

$$u_r = \frac{(1 + \mu) pr}{E},$$

где p – внутреннее давление; r – радиус окружности; E , μ – модуль упругости и коэффициент Пуассона материала.

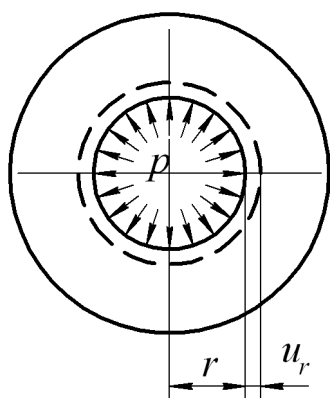


Рисунок 8.3 – Нагружение цилиндра внутренним давлением

Примем, что такие же перемещения возникают у деталей под действием давлений p_{i1} и p_{i2} .

Полагая $r = d_i/2$ и заменяя обозначение u_r на $\bar{\Delta}_{i3}$ и $\bar{\Delta}_{i4}$, запишем

$$\bar{\Delta}_{i3} = \frac{(1+\mu)p_{i1}d}{2E_{д1}} = \frac{(1+\mu)}{2E_{д1}\delta_1}; \quad \bar{\Delta}_{i4} = \frac{(1+\mu)}{2E_{д2}\delta_2},$$

где $E_{д1}$, $E_{д2}$ – модули упругости деталей с толщинами δ_1 и δ_2 соответственно.

Суммируя отдельные вклады, находим окончательно при $\mu = 0,3$

$$\bar{\Delta}_i = \frac{1}{E_i d_i} \left(1,7 \frac{l^3}{d_i^3} + 3,92 \frac{l}{d_i} + 0,65 \frac{E_i d_i}{E_{д1} \delta_1} + 0,65 \frac{E_i d_i}{E_{д2} \delta_2} \right). \quad (8.21)$$

Учитывая, что $c_i = 1/\bar{\Delta}_i$, коэффициенты φ_i (8.2) можно вычислить по формуле

$$\varphi_i = \frac{\bar{\Delta}_0}{\bar{\Delta}_i},$$

где $\bar{\Delta}_0$ – величина перемещения для той крепёжной точки, к которой приводятся остальные крепёжные элементы.

8.3 Примеры расчёта срезающих сил

Пример 1. Кронштейн (рисунок 8.4) крепится четырьмя одинаковыми болтами и нагружается силой $P = 10$ кН. Нумерация крепёжных точек и их расположение указаны на рисунке 8.4.

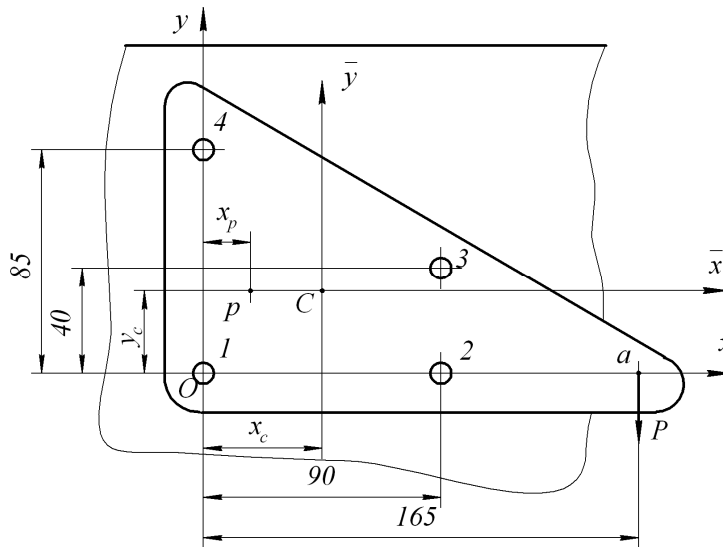


Рисунок 8.4 – Схема крепления кронштейна

Введём отсчётную систему координат x , y . Координаты крепёжных точек x_i , y_i указаны в таблице 8.1. Коэффициенты $\varphi_i = 1$ для всех крепёжных элементов.

Координаты центра тяжести:

$$x_c = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i =$$

$$= \frac{1}{4} (0 + 90 + 90 + 0) = 45 \text{ мм};$$

$$y_c = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i =$$

$$= \frac{1}{4}(0 + 0 + 40 + 85) = 31,25 \text{ мм}.$$

Значения координат $\bar{x}_i = x_i - x_c$ и $\bar{y}_i = y_i - y_c$ в центральной системе координат приведены в таблице 8.1.

Таблица 8.1

i	1	2	3	4
x_i , мм	0	90	90	0
y_i , мм	0	0	40	85
\bar{x}_i , мм	-45	45	45	-45
\bar{y}_i , мм	-31,25	-31,25	8,75	53,75
ξ_i , мм	-17,88	72,12	72,12	-17,88
η_i , мм	-31,25	-31,25	8,75	53,75
ρ_i , мм	36,00	78,60	72,65	56,65
T_i , Н	-3318	-7244	-6696	-5222

Полярный момент инерции относительно центра тяжести

$$I_c = \sum_{i=1}^n (\bar{x}_i^2 + \bar{y}_i^2) = 13019 \text{ мм}^2.$$

В рассматриваемом примере $P_x = 0$; $P_y = -P = -10 \cdot 10^3$ Н, а

$$M_0 = -10 \cdot 10^3 \cdot 165 = -1,65 \cdot 10^6 \text{ Н} \cdot \text{мм}$$

Момент внешних сил относительно центра тяжести

$$M_c = M_0 + P_x y_c - P_y x_c = -1,65 \cdot 10^6 - (-10 \cdot 10^3) \cdot 45 = -1,2 \cdot 10^6 \text{ Н} \cdot \text{мм}.$$

Координаты полюса p :

$$x_p = x_c - \frac{I_c P_y}{n M_c} = 45 - \frac{13019 \cdot (-10 \cdot 10^3)}{4 \cdot (-1,2 \cdot 10^6)} = 17,88 \text{ мм};$$

$$y_p = y_c + \frac{I_c P_x}{n M_c} = 31,25 \text{ мм}.$$

Проекции

$$\xi_i = x_i - x_p, \quad \eta_i = y_i - y_p$$

отрезков ρ_i на координатные оси, а также их длины

$$\rho_i = \sqrt{\xi_i^2 + \eta_i^2}$$

приведены в таблице 8.1. В последней строке таблицы представлены значения сил

$$T_i = \frac{M_c}{I_c} \rho_i.$$

Отрицательные знаки указывают, что силы T_i дают относительно полюса моменты, направленные по часовой стрелке.

Пример 2. На рисунке 8.5 схематично изображён кронштейн, который

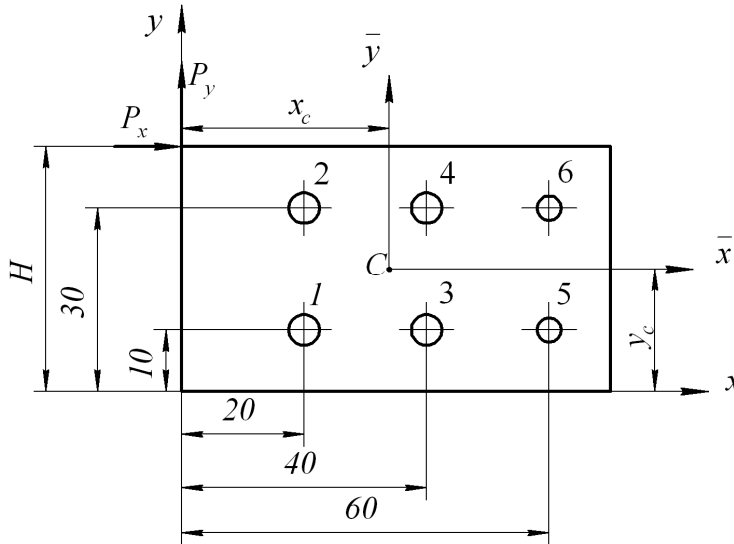


Рисунок 8.5 – Комбинированное крепление кронштейна болтами и заклёпками

крепится четырьмя болтами М5 ($i=1\dots4$) из стали 30ХГСА ($E = 2 \cdot 10^5$ МПа) и двумя заклёпками диаметром 4 мм ($i=5,6$), из материала В95 ($E = 7 \cdot 10^4$ МПа). Толщины подошвы и основания $\delta_1 = \delta_2 = 3$ мм; их материал Д16 ($E_{д1} = E_{д2} = 7 \cdot 10^4$ МПа).

Действующие силы $P_x = 3$ кН, $P_y = 5$ кН,

$H = 40$ мм.

Приведём крепёжные элементы к жёсткости в точке соединения болтом. Находим податливости

$$\begin{aligned} \bar{\Delta}_0 = \bar{\Delta}_6 &= \frac{1}{E_6 d_6} \left[1,7 \frac{(\delta_1 + \delta_2)^3}{d_6^3} + 3,92 \frac{\delta_1 + \delta_2}{d_6} + 0,65 \frac{E_6 d_6}{E_{д1} \delta_1} + 0,65 \frac{E_6 d_6}{E_{д2} \delta_2} \right] = \\ &= \frac{1}{2 \cdot 10^5 \cdot 5} \left[1,7 \frac{6^3}{5^3} + 3,92 \frac{6}{5} + \left(0,65 \frac{2 \cdot 10^5}{7 \cdot 10^4} \cdot \frac{5}{3} \right) \cdot 2 \right] = 1,383 \cdot 10^{-5} \frac{\text{мм}}{\text{Н}}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{\Delta}_{\text{закл}} &= \frac{1}{E_{\text{закл}} d_{\text{закл}}} \left[1,7 \frac{(\delta_1 + \delta_2)^3}{d_{\text{закл}}^3} + 3,92 \frac{\delta_1 + \delta_2}{d_{\text{закл}}} + 0,65 \frac{E_{\text{закл}} d_{\text{закл}}}{E_{д1} \delta_1} + 0,65 \frac{E_{\text{закл}} d_{\text{закл}}}{E_{д2} \delta_2} \right] = \\ &= \frac{1}{7 \cdot 10^4 \cdot 4} \left[1,7 \frac{6^3}{4^3} + 3,92 \frac{6}{4} + \left(0,65 \frac{7 \cdot 10^4}{7,2 \cdot 10^4} \cdot \frac{4}{3} \right) \cdot 2 \right] = 4,751 \cdot 10^{-5} \frac{\text{мм}}{\text{Н}}. \end{aligned}$$

Редукционные коэффициенты:

$$\varphi_6 = 1; \quad \varphi_{\text{закл}} = \frac{1,383 \cdot 10^{-5}}{4,751 \cdot 10^{-5}} = 0,2911.$$

Приведённое число крепёжных элементов

$$n' = \sum_{i=1}^n \varphi_i = 4 \cdot 1 + 2 \cdot 0,2911 = 4,582.$$

Таблица 8.2

i	1	2	3	4	5	6
x_i , мм	20	20	40	40	60	60
y_i , мм	10	30	10	30	10	30
\bar{x}_i , мм	-13,81	-13,81	6,19	6,19	26,19	26,19
\bar{y}_i , мм	-10	10	-10	10	-10	10
ξ_i , мм	-20,14	-20,14	-0,14	-0,14	19,85	19,85
η_i , мм	-6,24	13,76	-6,24	13,76	-6,24	13,76
ρ_i , мм	21,08	24,40	6,24	13,76	20,81	24,15
T_i , Н	-3670	-4248	-1086	-2396	-1055	-1222

Координаты центра тяжести системы:

$$x_c = \frac{1}{n'} \sum_{i=1}^n \varphi_i x_i = 33,81 \text{ мм}; \quad y_c = \frac{1}{n'} \sum_{i=1}^n \varphi_i y_i = 20 \text{ мм},$$

где x_i , y_i – приведённые в таблице 8.2 координаты крепёжных точек.

Координаты крепёжных точек в центральных осях

$$\bar{x}_i = x_i - x_c; \quad \bar{y}_i = y_i - y_c$$

также даны в таблице 8.2.

Полярный момент инерции относительно точки С:

$$I_c = \sum_{i=1}^n \varphi_i (\bar{x}_i^2 + \bar{y}_i^2) = 1316 \text{ мм}^2.$$

Момент внешних сил относительно начала координат

$$M_0 = -P_x H = -3 \cdot 10^3 \cdot 40 = -120 \cdot 10^3 \text{ Н} \cdot \text{мм},$$

а относительно центра тяжести

$$\begin{aligned} M_c &= M_0 + P_x y_c - P_y x_c = \\ &= 120 \cdot 10^3 + 3000 \cdot 20 - 5000 \cdot 33,81 = -229,1 \cdot 10^3 \text{ Н} \cdot \text{мм}. \end{aligned}$$

Координаты полюса

$$\begin{aligned} x_p &= x_c - \frac{I_c P_y}{n' M_c} = 33,81 - \frac{1316 \cdot 5000}{4,582 \cdot (-229,1 \cdot 10^3)} = 40,14 \text{ мм}; \\ y_p &= y_c + \frac{I_c P_x}{n' M_c} = 20 + \frac{1316 \cdot 3000}{4,582 \cdot (-229,1 \cdot 10^3)} = 16,24 \text{ мм}. \end{aligned}$$

Компоненты векторов $\vec{\rho}_i$

$$\xi_i = x_i - x_p, \quad \eta_i = y_i - y_p$$

и полярные координаты крепёжных точек

$$\rho_i = \sqrt{\xi_i^2 + \eta_i^2}$$

приведены в таблице 8.2.

Срезающие силы в элементах крепежа, определяемые по формуле

$$T_i = \varphi_i \frac{M_c}{I_{rc}} \rho_i = -\varphi_i \frac{229,1 \cdot 10^3}{1316} \rho_i = -174,1 \varphi_i \rho_i,$$

представлены в последней строке таблицы 8.2.

8.4 Расчёт осевых сил в элементах крепежа

Как и при расчёте срезающих сил, введём отсчётную декартову систему координат x, y в плоскости стыка кронштейна с корпусным элементом. Внешние нагрузки, вызывающие осевые силы в элементах крепежа, могут быть представлены моментами M_x, M_y относительно осей x, y и нормальной к плоскости стыка силой P_z , приложенной в точке O (рисунок 8.6). Моменты будем считать положительными, если вектор момента, определяемый правилом правого винта, направлен в положительную сторону соответствующей оси. Положительная сила P_z действует в положительном направлении оси z и стремится оторвать кронштейн от корпуса.

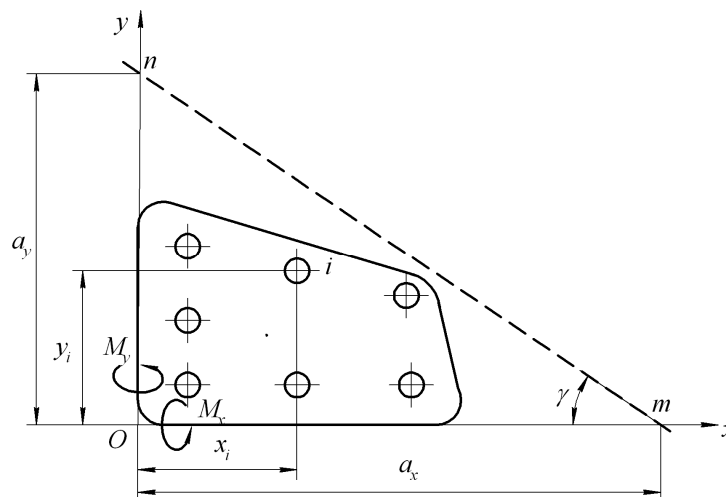


Рисунок 8.6 – К расчёту осевых сил в элементах крепежа

Будем предполагать, что корпусной элемент и кронштейн являются достаточно жёсткими. Тогда под действием рассматриваемых сил кронштейн будет стремиться повернуться относительно корпуса вокруг прямой mn , ко-

торая может лежать за пределами основания кронштейна или касаться его границы, но не может пересекать её. Осевые деформации крепёжных элементов будут изменяться по закону плоскости:

$$\varepsilon_i = a + bx_i + cy_i, \quad (8.22)$$

где a, b, c – некоторые коэффициенты.

Считая, что справедлив закон Гука, осевую силу в i -м элементе крепежа найдём как

$$P_i = E_i F_i \varepsilon_i,$$

где E_i, F_i – модуль упругости материала и площадь сечения i -го элемента.

Приведём жёсткости $E_i F_i$ крепёжных элементов к жёсткости $E_0 F_0$ одного из них:

$$E_i F_i = \varphi_i E_0 F_0,$$

где коэффициент приведения

$$\varphi_i = \frac{E_i F_i}{E_0 F_0}. \quad (8.23)$$

Тогда для P_i будем иметь выражение

$$P_i = \varphi_i E_0 F_0 \varepsilon_i$$

или, с учётом (8.22),

$$P_i = \varphi_i (A + Bx_i + Cy_i), \quad (8.24)$$

где

$$A = E_0 F_0 a; \quad B = E_0 F_0 b; \quad C = E_0 F_0 c.$$

Для определения коэффициентов A, B и C воспользуемся уравнениями статики

$$\sum_{i=1}^n P_i = P_z; \quad \sum_{i=1}^n y_i P_i = M_x; \quad \sum_{i=1}^n x_i P_i = -M_y, \quad (8.25)$$

где n – число крепёжных элементов.

Подстановка (8.24) в (8.25) даёт три равенства

$$\begin{aligned} A \sum_{i=1}^n \varphi_i + B \sum_{i=1}^n \varphi_i x_i + C \sum_{i=1}^n \varphi_i y_i &= P_z; \\ A \sum_{i=1}^n \varphi_i y_i + B \sum_{i=1}^n \varphi_i x_i y_i + C \sum_{i=1}^n \varphi_i y_i^2 &= M_x; \\ A \sum_{i=1}^n \varphi_i x_i + B \sum_{i=1}^n \varphi_i x_i^2 + C \sum_{i=1}^n \varphi_i x_i y_i &= -M_y. \end{aligned}$$

Так же, как и при расчёте срезающих сил, введём координаты центра тяжести соединения по формулам

$$x_c = \frac{1}{n'} \sum_{i=1}^n \varphi_i x_i; \quad y_c = \frac{1}{n'} \sum_{i=1}^n \varphi_i y_i,$$

где

$$n' = \sum_{i=1}^n \varphi_i$$

– приведённое количество крепёжных элементов.

Введя также обозначения

$$I_x = \sum_{i=1}^n \varphi_i y_i^2; \quad I_y = \sum_{i=1}^n \varphi_i x_i^2; \quad I_{xy} = \sum_{i=1}^n \varphi_i x_i y_i, \quad (8.26)$$

получим

$$An' + Bn'x_c + Cn'y_c = P_z;$$

$$An'y_c + BI_{xy} + CI_x = M_x;$$

$$An'x_c + BI_y + CI_{xy} = -M_y.$$

Из первого равенства следует, что

$$A = \frac{P_z}{n'} - Bx_c - Cy_c. \quad (8.27)$$

С учётом этого два других равенства приводятся к следующей системе уравнений относительно B и C :

$$B = -\frac{M'_y}{I'_y}; \quad C = \frac{M'_x}{I'_x} \quad (8.28)$$

где обозначено

$$M'_x = \bar{M}_x + K_y \bar{M}_y; \quad M'_y = \bar{M}_y + K_x \bar{M}_x; \quad (8.29)$$

$$I'_x = (1 - K_x K_y) \bar{I}_x, \quad I'_y = (1 - K_x K_y) \bar{I}_y; \quad (8.30)$$

$$K_x = \frac{\bar{I}_{xy}}{\bar{I}_x}, \quad K_y = \frac{\bar{I}_{xy}}{\bar{I}_y}. \quad (8.31)$$

Учитывая также (8.27) в соответствии с (8.24) получаем далее расчётную формулу для вычисления осевых сил:

$$P_i = \frac{P_z}{n} - \frac{M'_y}{I'_y} (x_i - x_c) + \frac{M'_x}{I'_x} (y_i - y_c). \quad (8.32)$$

Из (8.24) вытекает уравнение нейтральной линии

$$A + Bx + Cy = 0.$$

Эта прямая отсекает на координатных осях отрезки

$$a_x = -\frac{A}{B} = \frac{I'_y P_z}{n' M'_y}; \quad a_y = -\frac{A}{C} = -\frac{I'_x P_z}{n' M'_x}. \quad (8.33)$$

С осью x она образует угол γ , для которого справедливы соотношения

$$\sin \gamma = \frac{a_y}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2}} = -\frac{B}{\sqrt{B^2 + C^2}}; \quad \cos \gamma = \frac{a_x}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2}} = -\frac{C}{\sqrt{B^2 + C^2}}. \quad (8.34)$$

Если нейтральная линия лежит за пределами основания, то расчёт на этом заканчивается. Все силы P_i будут иметь одинаковый знак – положительный (крепёжные элементы испытывают растяжение) или отрицательный. Последнее означает, что кронштейн прижат к корпусу по всей плоскости основания, так что крепёжные элементы фактически не участвуют в работе.

Если же нейтральная линия mn пересекает контур основания (рисунок 8.7), то необходимо внести в расчёт коррективы, учитывающие реальное

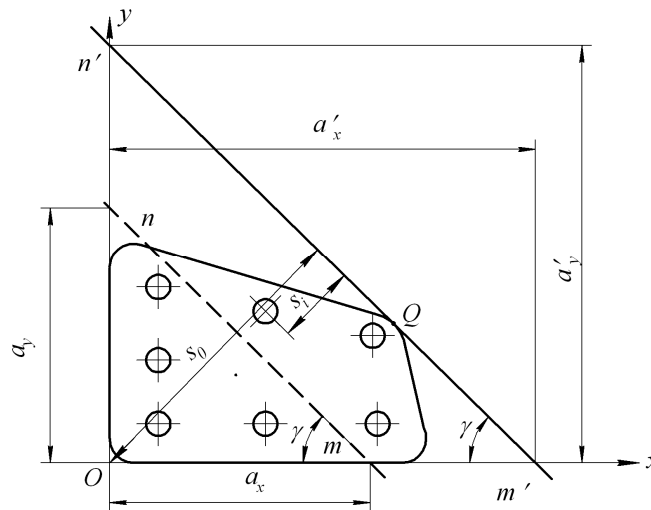


Рисунок 8.7 – К определению нейтральной линии

взаимодействие кронштейна с корпусом. В действительности кронштейн будет стремиться повернуться вокруг прямой $m'n'$, параллельной mn и касающейся в точке Q границы основания в той его части, где кронштейн прижимается к корпусу. Отрезки a'_x , a'_y , отсекаемые этой прямой на координатных осях, могут быть найдены с помощью геометрических построений. Вместо (8.24) нужно теперь воспользоваться выражением

$$P_i = K \varphi_i s_i, \quad (8.35)$$

где s_i – расстояние i -ой крепёжной точки от прямой $m'n'$; K – некоторый коэффициент. Для нахождения последнего используем условие равенства моментов внешних и внутренних сил относительно прямой $m'n'$:

$$\sum_{i=1}^n s_i P_i = M_0, \quad (8.36)$$

где

$$M_0 = -M_x \cos \gamma + M_y \sin \gamma + P_z s_0 \quad (8.37)$$

– момент внешних сил относительно прямой $m'n'$. Через s_0 обозначено расстояние прямой $m'n'$ от точки O , которое можно найти по формуле

$$s_0 = a'_x \sin \gamma$$

или по формуле

$$s_0 = a'_y \cos \gamma.$$

Подстановка (8.35) в (8.36) позволяет прийти к выражению

$$K = \frac{M_0}{I_0},$$

где

$$I_0 = \sum_{i=1}^n \varphi_i s_i^2. \quad (8.38)$$

Таким образом, в этом случае расчёт осевых сил в элементах крепежа должен выполняться по формуле

$$P_i = \varphi_i \frac{M_0}{I_0} s_i. \quad (8.39)$$

Координаты s_i выражаются через соответствующие декартовы координаты по формуле

$$s_i = s_0 - x_i \sin \gamma - y_i \cos \gamma. \quad (8.40)$$

8.5 Пример расчёта осевых сил

Найдём силы, возникающие в болтах крепления кронштейна, показанного на рисунке 8.8. Болты имеют одинаковый материал и диаметр. Действующая сила $P = 10$ кН составляет угол $\alpha = 30^\circ$ с плоскостью стыка.

Центр тяжести соединения находится в точке C , в которую помещаем начало системы координат. Составляющие силы P

$$P_x = P \cos \alpha = 10 \cdot \cos 30^\circ = 8,66 \text{ кН}; \quad P_z = P \sin \alpha = 10 \cdot \sin 30^\circ = 5 \text{ кН}.$$

Относительно оси y они дают момент

$$M_y = 8,66 \cdot 70 - 5 \cdot 60 = 306,2 \text{ кН} \cdot \text{мм}.$$

От действия P_x в болтах возникают срезающие силы

$$T_i = \frac{P_x}{n} = \frac{8,66 \cdot 10^3}{6} = 1443 \text{ Н} \quad (i=1\dots 6),$$

где $n = 6$ – число болтов.

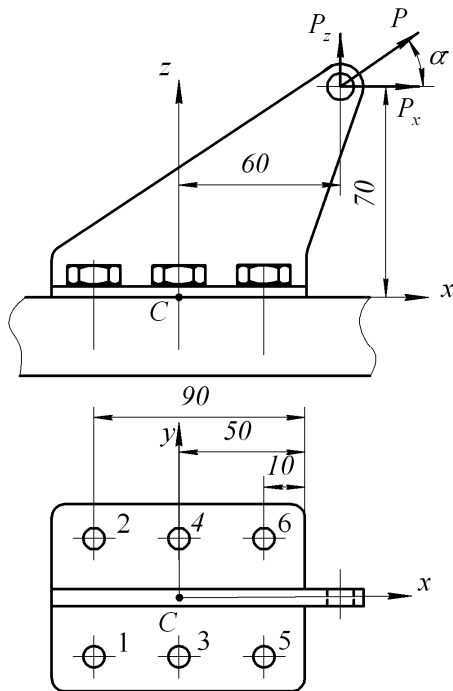


Рисунок 8.8 – Схема нагружения кронштейна

В силу симметрии геометрии соединения и нагружения относительно плоскости xz осевые силы в болтах будут зависеть только от координаты x . Так как в данном случае

$$\bar{I}_{xy} = 0; \quad K_x = K_y = 0; \quad \bar{M}_x = 0,$$

а также $\varphi_i = 1$ для всех i , формула для вычисления P_i в предположении, что нейтральная линия не пересекает основание кронштейна, примет вид

$$P_i = \frac{P_z}{n} - \frac{M_y}{I_y} x_i.$$

Здесь

$$I_y = \sum_{i=1}^6 x_i^2 = 2 \cdot (-40)^2 + 2 \cdot 40^2 = 6400 \text{ мм}^2.$$

Отрезки, отсекаемые нейтральной линией mn на координатных осях, составляют

$$a_x = \frac{I_y P_z}{n M_y} = \frac{6400 \cdot 5000}{6 \cdot 306,2 \cdot 10^3} = 17,4 \text{ мм};$$

$$a_y = -\frac{I_x P_z}{n M_x} = \infty,$$

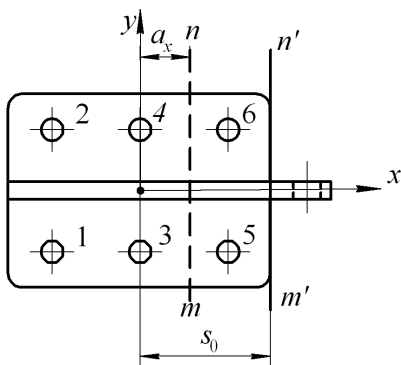


Рисунок 8.9 – Нейтральная линия

то есть прямая mn , обозначенная штриховой линией на рисунке 8.9, проходит через основание. В действительности поворот кронштейна будет происходить вокруг прямой $m'n'$. Её расстояние от начала координат

$$s_0 = 50 \text{ мм}.$$

Таким образом, расчёт осевых сил в болтах должен производиться по формуле

$$P_i = \frac{M_0}{I_0} s_i.$$

Момент внешних сил относительно прямой $m'n'$ вычисляем согласно (8.37), полагая $\gamma = \frac{\pi}{2}$:

$$\begin{aligned} M_0 &= M_y + P_z s_0 = \\ &= 306,2 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^3 \cdot 50 = 556,2 \cdot 10^3 \text{ Н} \cdot \text{мм}. \end{aligned}$$

Расстояния s_i крепёжных точек от прямой $m'n'$ указаны в таблице 8.3. Величина I_0 равна

$$I_0 = \sum_{i=1}^n s_i^2 = 21400 \text{ мм}^2.$$

Значения осевых сил также приведены в таблице 8.3.

Таблица 8.3

i	1	2	3	4	5	6
s_i , мм	90	90	50	50	10	10
P_i , Н	2339	2339	1300	1300	260	260

8.6 Проверка прочности крепёжных элементов

По всей толщине соединяемого пакета болт имеет гладкую поверхность. Начало резьбы находится под шайбой, и нарезная часть болта, имеющая ослабленное сечение, работает только на растяжение. Запас прочности болта по разрыву определяется отношением

$$\eta = \frac{P_{\text{разр}}}{P^p},$$

где P^p – расчётная осевая сила; $P_{\text{разр}}$ – сила разрыва болта. Последняя может задаваться нормативными документами либо вычисляться по формуле

$$P_{\text{разр}} = \frac{\pi d_{\text{min}}^2}{4} \sigma_{\text{в}},$$

где d_{min} – внутренний диаметр резьбы; $\sigma_{\text{в}}$ – предел прочности материала болта.

Заметим, что при вычислении расчётных сил помимо обычного коэффициента безопасности f вводится обычно для болтовых и заклёпочных соединений дополнительный коэффициент

$$f_{\text{доп}} = 1,25 \dots 1,33.$$

Этим учитывается особая ответственность подобных соединений и приближённость результатов расчёта, связанная с наличием сил трения, различной затяжкой болтов, состоянием поверхности резьбы и т.п.

Гладкая часть болта помимо растяжения от силы P^p работает по плоскости стыка также на срез от силы T^p . Эквивалентное напряжение в опасном сечении

$$\sigma_{\text{экв}} = \frac{4P_{\text{экв}}^p}{\pi d^2},$$

где d – диаметр болта; $P_{\text{экв}}^p$ – эквивалентная растягивающая сила:

$$P_{\text{экв}}^p = \sqrt{(P^p)^2 + 3(T^p)^2}.$$

Запас прочности при этом

$$\eta = \frac{\sigma_{\text{в}}}{\sigma_{\text{экв}}}.$$

Вопросы по теме 1

1) Что такое эксплуатационная нагрузка?

1. Наибольшая возможная при эксплуатации ЛА нагрузка, которую он может воспринимать без разрушения основных силовых элементов, без «упругой» потери устойчивости и остаточных деформаций.
2. Наибольшая нагрузка, при действии которой во всех силовых элементах конструкции ЛА возникают напряжения, не превышающие предела пропорциональности материала.
3. Нагрузка, при приложении которой обшивка ЛА теряет устойчивость в пределах упругости материала.
4. Нагрузка, испытываемая ЛА или отдельным узлом в данном расчётном случае.

2) Что такое расчётная нагрузка?

1. Нагрузка, при действии которой выполняется расчёт на прочность и устойчивость силовых элементов конструкции ЛА, причём наиболее нагруженные элементы могут достигнуть предельного состояния.
2. Нагрузка, которая может вызвать потерю устойчивости всех сжатых элементов конструкции ЛА.
3. Нагрузка, которая прикладывается к конструкции ЛА при статических испытаниях.
4. Нагрузка, которую без разрушения должна выдерживать конструкция в данном расчётном случае; при приложении расчётной нагрузки в наиболее тяжёлом случае нагружения допускается исчерпание несущей способности конструкции.

3) Что такое разрушающая нагрузка $P_{\text{разр}}$?

1. Нагрузка, которая приводит конструкцию ЛА к разрушению при статических испытаниях.
2. Нагрузка, которая приводит конструкцию ЛА к разрушению в полёте.
3. Нагрузка, которая приводит конструкцию ЛА к разрушению при старте.
4. Определяемая экспериментально или расчётным путём нагрузка, при достижении которой происходит исчерпание несущей способности, т.е. разрушение конструкции.

4) Что такое коэффициент безопасности f ?

1. $f = \frac{P^p}{P^э}$.
2. $f = \frac{P_{\text{разр}}}{P^э}$.

3. $f = \frac{P_{\text{разр}}}{P^p}$.

4. Коэффициент, учитывающий несовершенство методов расчёта на прочность.

5) По какой из приведённых ниже формул определяется ускорение силы тяжести? (g_0 – ускорение силы тяжести на поверхности Земли; R – радиус Земли; h – высота полёта; \vec{n} – вектор перегрузки)

1. $g = g_0 \left(\frac{R}{R+h} \right)^2$.

2. $g = g_0 \left(\frac{R+h}{R} \right)^2$.

3. $g = g_0 \frac{R}{R+h}$.

4. $\vec{g} = g_0 \vec{n}$.

6) Как изменяется ускорение силы тяжести g с увеличением высоты полёта ЛА?

1. Увеличивается.
2. Уменьшается.
3. Не изменяется.
4. Может увеличиваться, уменьшаться или оставаться неизменным в зависимости от величины и направления вектора перегрузки.

7) Как изменяется тяга ракетного двигателя по мере увеличения высоты полёта ЛА?

1. Увеличивается.
2. Уменьшается.
3. Не изменяется.
4. Может увеличиваться или уменьшаться в зависимости от изменения скорости истечения продуктов сгорания из сопла двигателя.

8) От чего зависит величина полной аэродинамической силы R_a летательного аппарата?

1. От угла атаки α , скорости V и высоты h полёта ЛА.
2. От угла атаки α , скорости полёта V и ускорения силы тяжести g .
3. От угла атаки α и массы m ЛА.
4. От угла атаки α , скорости полёта V и площади миделя корпуса S .

9) Что представляет собой вектор \vec{R}_i взаимодействия массы m_i и корпуса ЛА?

1. Силу, действующую на корпус ЛА со стороны массы m_i .
2. Силу тяжести массы m_i .
3. Силу, с которой корпус ЛА действует на массу m_i .
4. Силу, создающую перегрузку \vec{n}_i в центре массы m_i .

10) Что такое вектор перегрузки \vec{n} в центре масс ЛА?

1. Отношение равнодействующей всех поверхностных сил, действующих на ЛА, к его силе тяжести mg .
2. Отношение силы тяги \vec{P} двигателя к силе тяжести mg ЛА.
3. Отношение полной аэродинамической нагрузки \vec{R}_a к силе тяжести mg ЛА.
4. Отношение равнодействующей объёмных и поверхностных сил к силе тяжести mg ЛА.

11) По какому закону распределяется нормальная перегрузка n_{yi} по длине корпуса ЛА?

1. По закону квадратной параболы.
2. По гиперболическому закону.
3. По линейному закону.
4. По закону изменения углового ускорения ε_z .

12) Как определяется вектор перегрузки \vec{n} через кинематические параметры движения центра масс ЛА \vec{a}_0 и \vec{g} (\vec{a}_0 – абсолютное ускорение центра масс ЛА; \vec{g} – вектор ускорения силы тяжести)?

1. $\vec{n} = \frac{1}{g}(\vec{a}_0 + \vec{g})$.
2. $\vec{n} = \frac{1}{g}(\vec{a}_0 - \vec{g})$.
3. $\vec{n} = \frac{\vec{a}_0}{g}$.
4. $\vec{n} = g(\vec{a}_0 - \vec{g})$.

13) Что представляет собой связанная система координат ЛА?

1. Декартову систему координат, связанную с корпусом ЛА и движущуюся вместе с ним. Начало координат в центре масс ЛА. Ось x системы направлена вдоль оси ЛА.
2. Декартову систему координат, ось x которой направлена вдоль вектора скорости \vec{V} движения центра масс ЛА, а начало совпадает с центром масс.

3. Декартову систему координат, ось x которой направлена параллельно вектору тяги двигателя, а начало связано с фиксированной точкой оси ЛА.
4. Декартову систему координат, начало которой находится в центре масс ЛА в момент старта. Ось x направлена вдоль оси ЛА.

14) Как определяются осевая и нормальная перегрузки n_x и n_y в связанной системе координат при плоском движении ЛА? (F_x, F_y – проекции на связанные оси x и y равнодействующей всех поверхностных сил, действующих на ЛА; G_x, G_y – проекции на те же оси силы тяжести)

1. $n_x = \frac{F_x}{mg}; \quad n_y = -\frac{F_y}{mg}.$
2. $n_x = -\frac{F_x}{mg}; \quad n_y = \frac{F_y}{mg}.$
3. $n_x = \frac{F_x}{mg}; \quad n_y = \frac{F_y}{mg}.$
4. $n_x = \frac{F_x + G_x}{mg}; \quad n_y = \frac{F_y + G_y}{mg}.$

15) Как вычисляются ускорения a_{ix}^* и a_{iy}^* массы m_i относительно центра масс ЛА в связанной системе координат при плоском движении летательного аппарата?

1. $a_{ix}^* = \omega_z^2 x_i; \quad a_{iy}^* = \varepsilon_z x_i.$
2. $a_{ix}^* = -\omega_z^2 x_i; \quad a_{iy}^* = \varepsilon_z x_i.$
3. $a_{ix}^* = -\omega_z^2 x_i; \quad a_{iy}^* = -\varepsilon_z x_i.$
4. $a_{ix}^* = \omega_z^2 x_i; \quad a_{iy}^* = -\varepsilon_z x_i.$

16) Как определяются силы P_{ix} и P_{iy} , действующие на корпус ЛА со стороны массы m_i в связанной системе координат?

1. $P_{ix} = m_i g n_x; \quad P_{iy} = m_i g \left(n_y - \frac{\varepsilon_z}{g} x_i \right).$
2. $P_{ix} = -m_i g n_x; \quad P_{iy} = -m_i g \left(n_y + \frac{\varepsilon_z}{g} x_i \right).$
3. $P_{ix} = -m_i g n_x; \quad P_{iy} = -m_i g \left(n_y - \frac{\varepsilon_z}{g} x_i \right).$
4. $P_{ix} = -m_i g n_x; \quad P_{iy} = -m_i g \left(n_y - \frac{\varepsilon_z^2}{g} x_i \right).$

17) По какой из приводимых ниже формул вычисляется момент M_{iz} , передаваемый на корпус ЛА со стороны массы m_i ? (I_{iz} – собственный массовый момент инерции массы m_i относительно оси, перпендикулярной плоскости Oxy и проходящей через центр масс массы m_i)

1. $M_{iz} = \varepsilon_z I_{iz}$.
2. $M_{iz} = -\varepsilon_z I_{iz}$.
3. $M_{iz} = \frac{\varepsilon_z}{I_{iz}}$.
4. $M_{iz} = -\frac{\varepsilon_z}{I_{iz}}$.

18) По какому закону согласно теории Ньютона распределяется давление воздуха по боковой поверхности корпуса ЛА? (q – скоростной напор; V_n – нормальная к поверхности ЛА составляющая скорости V набегающего потока воздуха)

1. $p_n = 2q \left(\frac{V_n}{V} \right)^2$.
2. $p_n = -2q \left(\frac{V_n}{V} \right)^2$.
3. $p_n = 2q \frac{V_n}{V}$.
4. $p_n = q \left(\frac{V_n}{V} \right)^2$.

19) По какому закону распределяется нормальная аэродинамическая нагрузка q_{ay} по цилиндрической части корпуса ЛА при $M > 1$ (M – число Маха)?

1. По линейному закону.
2. Не изменяется.
3. По закону квадратной параболы.
4. По гиперболическому закону.

20) По какому закону распределяется по поверхности ЛА напряжение трения τ воздушного потока?

1. Пропорционально радиусу поперечного сечения корпуса ЛА.
2. По линейному закону.
3. Напряжение трения принимается постоянным.
4. По закону $p_0 + p_1 \cos \varphi + p_2 \cos 2\varphi$.

21) Какая из приведённых ниже формул даёт значение давления в топливном баке при поступательном движении ЛА? (p_0 – давление наддува; ρ – плотность топлива; x, y – координаты точки; h – расстояние от свободной поверхности)

1. $p = p_0 - \rho g (yn_x + xn_y)$.
2. $p = p_0 - \rho g (xn_x + yn_y)$.
3. $p = p_0 + \rho g (n_x h - n_y y)$.
4. $p = p_0 + \rho g (n_x x - n_y h)$.

22) Как вычисляется сила, передающаяся от топлива на корпус ЛА со стороны заднего днища конического топливного бака? ($m_{\text{дн}}$ – масса топлива в объёме днища; $m_{\text{к}}$ – масса топлива в конической части бака; $m_{\text{ц}}$ – условная масса топлива в объёме цилиндра; $m_{\text{т}}$ – полная масса топлива в баке)

1. $P_{\rho x} = gn_x (m_{\text{к}} + m_{\text{дн}})$.
2. $P_{\rho x} = -gn_x (m_{\text{дн}} + m_{\text{ц}})$.
3. $P_{\rho x} = -gn_x m_{\text{т}}$.
4. $P_{\rho x} = -gn_x (m_{\text{к}} - m_{\text{ц}})$.

23) Как вычисляется сила, передающаяся на корпус ЛА со стороны заднего днища конического бака? ($m_{\text{дн}}$ – масса топлива в объёме днища; $m_{\text{к}}$ – масса топлива в конической части бака; $m_{\text{ц}}$ – условная масса топлива в объёме цилиндра; $x_{\text{дн}}$ – расстояние центра масс топлива в объёме днища от центра масс ЛА)

1. $P_{\rho y} = -gn_y (m_{\text{дн}} + m_{\text{ц}})$.
2. $P_{\rho y} = -gm_{\text{дн}} \left(n_y + \frac{\varepsilon_z}{g} x_{\text{дн}} \right)$.
3. $P_{\rho y} = -gm_{\text{дн}} \left(n_y - \frac{\varepsilon_z}{g} x_{\text{дн}} \right)$.
4. $P_{\rho y} = -gm_{\text{к}} \left(n_y + \frac{\varepsilon_z}{g} x_{\text{дн}} \right)$.

24) Что представляет собой составляющая X_p продольной аэродинамической силы?

1. Продольную силу, создаваемую нормальным к поверхности аэродинамическим давлением.
2. Продольную силу, создаваемую трением воздушного потока о поверхность ЛА.

3. Продольную силу, возникающую из-за наличия угла атаки.
4. Аэродинамическую силу, обусловленную неровностями поверхности корпуса ЛА.

25) Как определяется составляющая X_p продольной аэродинамической силы на цилиндрическом участке корпуса ЛА?

1. Вследствие малости она принимается равной нулю.
2. По формуле $X_p = 1,5\alpha^2 \lambda q S$.
3. Она равна нулю по определению.
4. По формуле $X_p = q(\alpha^2 + 2\beta^2) S$.

26) Что представляет собой составляющая X_f продольной аэродинамической силы?

1. Продольную силу, создаваемую нормальным к поверхности аэродинамическим давлением.
2. Продольную силу, создаваемую поверхностным трением между воздушным потоком и корпусом ЛА.
3. Силу, возникающую за донным срезом ЛА.
4. Силу от взаимодействия воздушного потока с реактивной струей.

27) Какова природа составляющей продольной аэродинамической силы $X_{дон}$?

1. Эта составляющая вызывается разрежением за тупым основанием корпуса ЛА.
2. Это составляющая аэродинамической силы, связанная с работой двигательной установки.
3. Это составляющая аэродинамической силы от действия поверхностных сил, возникающих при обтекании ЛА.
4. Продольная сила, создаваемая трением воздушного потока за донным срезом.

Вопросы по теме 2

1) Разрушающее напряжение для растянутого элемента конструкции определяется по формуле $\sigma_{\text{разр}} = k\sigma_{\text{в}}$, где $\sigma_{\text{в}}$ – предел прочности материала.

Для чего вводится коэффициент k ?

1. Коэффициент k учитывает способ механической обработки материала.
2. Этот коэффициент учитывает изменение площади поперечного сечения детали вследствие поперечной деформации.
3. Коэффициент k учитывает влияние концентрации напряжений возле отверстий и выточек.
4. Коэффициент вводится для повышения надёжности конструкции.

2) Как для растянутых элементов конструкции учитывается концентрация напряжений возле отверстий для болтов и заклёпок?

1. Соответствующим повышением коэффициента безопасности.
2. Уменьшением расчётных номинальных напряжений на коэффициент концентрации.
3. Использованием в качестве разрушающего напряжения величины меньшей, чем предел прочности материала.
4. Использованием в расчётах фактической площади сечения элемента, ослабленного отверстиями.

3) Разрушающее напряжение для растянутого элемента конструкции, ослабленного отверстиями под болты или заклёпки, определяется как некоторая доля предела прочности материала:

$$\sigma_{\text{разр}} = k\sigma_{\text{в}}.$$

В каком случае для коэффициента k можно принять наиболее высокое значение $k = 0,95$?

1. Для элементов, изготовленных из высокопрочных материалов.
2. Для элементов, изготовленных из достаточно пластичных материалов.
3. Если диаграмма $\sigma - \varepsilon$ материала элемента имеет площадку текучести.
4. Если элемент подвергается специфической обработке для снятия концентрации напряжений.

4) Каким образом учитывается влияние сварного шва на прочность растянутого элемента конструкции?

1. Остаточные напряжения, возникающие при сварке, добавляются к основным напряжениям от внешних нагрузок.

2. В качестве разрушающего напряжения используется величина меньшая, чем предел прочности материала элемента.
3. Сварка может вызвать коробление элемента, что должно быть учтено в расчётной схеме.
4. Снижение прочностных характеристик материала возле сварного шва компенсируется наличием возникающего при сварке утолщения в зоне шва, поэтому на прочность элемента сварной шов практически не влияет.

5) Как определяется разрушающее напряжение для сжатого элемента конструкции, работающего до разрушения без потери устойчивости?

1. $\sigma_{\text{разр}} = k\sigma_{\text{в}}$, где $k < 1$.
2. $\sigma_{\text{разр}} = \sigma_{\text{в}}$.
3. $\sigma_{\text{разр}} = \sigma_{\text{т}}$.
4. $\sigma_{\text{разр}} = \sigma_{0,2}$.

б) Что называется общей потерей устойчивости стрингера?

1. Потеря устойчивости, приводящая к исчерпанию несущей способности конструкции.
2. Возникающее при сжатии искривление оси стрингера с сохранением формы поперечных сечений.
3. Искривление оси стрингера при сжатии, сопровождающееся искажением его поперечных сечений.
4. Потеря устойчивости всех пластин, составляющих тонкостенный профиль.

7) Что называется местной потерей устойчивости стрингера?

1. Искривление полки в зоне концентрации напряжений.
2. Выпучивание полки или стенки стрингера при сохранении прямолинейности его оси.
3. Выпучивание полки в месте крепления стрингера к шпангоуту.
4. Потеря устойчивости одного из стрингеров, подкрепляющих отсек.

8) В каком случае критическое напряжение общей потери устойчивости, найденное по формуле Эйлера, требует уточнения?

1. Когда это напряжение превышает предел пропорциональности материала.
2. Когда это напряжение превышает предел прочности материала.
3. Когда это напряжение превышает условный предел текучести материала.
4. Когда общая потеря устойчивости наступает после местной.

9) Какое значение коэффициента s в формуле

$$\sigma_{\text{кр.общ}}^0 = c \frac{\pi^2 EI}{l^2 F}$$

используется обычно в практических расчётах стрингера на устойчивость?

1. $c = 1$.
2. $c = 2$.
3. $c = 3$.
4. $c = 4$.

10) В каком случае критическое напряжение местной потери устойчивости, найденное по формуле

$$\sigma_{\text{кр.м}}^0 = \frac{kE}{(b/\delta)^2},$$

требует уточнения?

1. Когда оно окажется больше предела прочности материала.
2. Когда оно окажется больше предела пропорциональности материала.
3. Когда оно окажется больше условного предела текучести материала.
4. Когда местная потеря устойчивости наступает после общей.

11) Каким соотношением определяются критические напряжения панели $\sigma_{\text{кр}}$ и $\tau_{\text{кр}}$ при их совместном действии? ($\sigma_{0\text{кр}}$ и $\tau_{0\text{кр}}$ – критические значения нормального и касательного напряжений при их раздельном действии)

1. $\frac{\sigma_{\text{кр}}}{\sigma_{0\text{кр}}} + \frac{\tau_{\text{кр}}}{\tau_{0\text{кр}}} = 1$.
2. $\frac{\sigma_{\text{кр}}}{\sigma_{0\text{кр}}} + \left(\frac{\tau_{\text{кр}}}{\tau_{0\text{кр}}}\right)^2 = 1$.
3. $\frac{\sigma_{0\text{кр}}}{\sigma_{\text{кр}}} + \left(\frac{\tau_{0\text{кр}}}{\tau_{\text{кр}}}\right)^2 = 1$.
4. $\frac{\sigma_{\text{кр}}}{\sigma_{0\text{кр}}} + \left(\frac{\tau_{\text{кр}}}{\tau_{0\text{кр}}}\right)^2 = 0$.

12) Как определяется разрушающее напряжение для растянутого элемента конструкции, имеющего отверстия под заклёпки или болты?

1. $\sigma_{\text{разр}} = k\sigma_{\text{в}}$, где $k < 1$ – коэффициент, учитывающий концентрацию напряжений возле отверстий.

2. $\sigma_{\text{разр}} = \sigma_{\text{в}}/k$, где $k \geq 1$ – коэффициент запаса прочности.
3. $\sigma_{\text{разр}} = \sigma_{\text{в}}/k$, где k – коэффициент концентрации напряжений.
4. $\sigma_{\text{разр}} = k\sigma_{\text{в}}$, где коэффициент k равен отношению площади сечения элемента в ослабленном отверстием месте к номинальной площади сечения.

13) Разрушающее напряжение для растянутого элемента конструкции, ослабленного под заклёпки или болты, определяется как

$$\sigma_{\text{разр}} = k\sigma_{\text{в}}.$$

В каком случае для коэффициента k следует принимать наиболее низкие значения?

1. Для элементов, изготовленных из хрупких материалов.
2. Для элементов, изготовленных из достаточно пластичных материалов.
3. Если отверстия располагаются с малым шагом.
4. Если диаграмма деформирования материала элемента $\sigma - \varepsilon$ не имеет площадки текучести.

14) По какой из формул вычисляется критическое напряжение общей потери устойчивости стрингера в предположении о справедливости закона Гука?

1. $\sigma_{\text{кр.общ}}^0 = \frac{kE}{(b/\delta)^2}.$
2. $\sigma_{\text{кр.общ}}^0 = \bar{\sigma} - (\bar{\sigma} - \sigma_{\text{пл}}) \frac{\lambda}{\lambda_{\text{пл}}}.$
3. $\sigma_{\text{кр.общ}}^0 = c \frac{\pi^2 EI}{l^2 F}.$
4. $\sigma_{\text{кр.общ}}^0 = \frac{3,6E}{(b/\delta)^2} + \frac{0,15E\delta}{R}.$

15) По какой из формул вычисляется критическое напряжение местной потери устойчивости стрингера в предположении о справедливости закона Гука?

1. $\sigma_{\text{кр.м}}^0 = c \frac{\pi^2 EI}{l^2 F}.$
2. $\sigma_{\text{кр.м}}^0 = \frac{3,6E}{(b/\delta)^2} + \frac{0,15E\delta}{R}.$
3. $\sigma_{\text{кр.м}}^0 = \frac{kE}{(b/\delta)^2}.$

$$4. \sigma_{кр.м}^0 = \bar{\sigma} - (\bar{\sigma} - \sigma_{шт}) \frac{\lambda}{\lambda_{шт}}$$

16) Какой вид потери устойчивости стрингера более опасен – общая или местная?

1. Общая.
2. Местная.
3. Оба вида равноопасны.
4. Если вместе со стрингером работает прилегающий к нему участок обшивки, то более опасна местная потеря устойчивости, в противном случае – общая.

17) Каким образом можно исключить местную потерю устойчивости обшивки между заклёпками, соединяющими её со стрингером?

1. Уменьшая шаг заклёпок.
2. Увеличивая толщину обшивки.
3. Повышая жёсткость стрингера.
4. Выбирая для обшивки более прочный материал, чем для стрингера.

18) Как учитывается ослабление стрингера отверстиями под заклёпки при вычислении критического напряжения общей потери устойчивости?

1. Не учитывается.
2. В качестве F и I используются площадь и момент инерции ослабленного отверстиями сечения.
3. Учитывается снижением коэффициента закрепления c в формуле

$$\sigma_{кр.общ}^0 = c \frac{\pi^2 EI}{l^2 F}$$

4. Уменьшением приведённой к стрингеру ширины обшивки.

Вопросы по теме 3

1) Почему принимается, что нагрузка, приложенная к шпангоуту, уравнивается только касательными усилиями со стороны обшивки?

1. Из-за условия нерастяжимости осевой линии шпангоута.
2. Обшивка предполагается безмоментной.
3. Из-за условия минимума массы системы шпангоут – обшивка.
4. Из-за предположения о том, что шпангоут является абсолютно жёстким.

2) Каким образом определяются нормальная N и перерезывающая Q силы в поперечных сечениях шпангоута?

1. Из дифференциальных уравнений равновесия.
2. Из условия нерастяжимости осевой линии шпангоута.
3. Из условия минимума потенциальной энергии деформации шпангоута.
4. Из условия прочности шпангоута.

3) По какой формуле определяются нормальные напряжения в поперечном сечении шпангоута?

1. $\sigma = \frac{N}{F}$.
2. $\sigma = \frac{N}{F} - \frac{M}{I} y$.
3. $\sigma = \frac{N}{F} + \frac{M}{I} y$.
4. $\sigma = \frac{QS}{I\delta}$.

4) Касательные усилия, действующие на силовой шпангоут, распределяются по закону $q_t = a_0 + a_1 \cos \varphi + b_1 \sin \varphi$. Как определяются коэффициенты a_0 , a_1 и b_1 ?

1. Из условия минимума потенциальной энергии системы шпангоут – обшивка.
2. Из условий равновесия шпангоута как твёрдого тела.
3. Из условия минимума массы шпангоута.
4. Из дифференциальных уравнений равновесия.

5) Что называется уравниванием шпангоута?

1. Вычисление погонных касательных сил, действующих на шпангоут со стороны обшивки и обеспечивающих совместность деформаций шпангоута и обшивки.

2. Вычисление коэффициентов a_0 , a_1 и b_1 в выражении $q_t(\varphi) = a_0 + a_1 \cos \varphi + b_1 \sin \varphi$.
 3. Вычисление коэффициентов a_m , b_m в разложении функции $q_t(\varphi)$ в тригонометрический ряд.
 4. Вывод дифференциальных уравнений равновесия шпангоута.
- б) В каком случае поток касательных сил, действующих на шпангоут со стороны обшивки, будет иметь составляющую, не зависящую от угла φ ?
1. Если толщина обшивки постоянна.
 2. Если момент внешних сил, действующих на шпангоут в его плоскости, отличен от нуля.
 3. В случае, когда жёсткость шпангоута весьма велика.
 4. В случае, когда обшивку можно считать безмоментной.
- 7) Как выполняется раскрытие статической неопределимости в случае расчёта шпангоута на действие системы равных радиальных сил?
1. Исходя из дифференциальных уравнений равновесия.
 2. Из условия минимума потенциальной энергии деформации шпангоута.
 3. Из условия циклической симметрии действующей нагрузки.
 4. С помощью канонических уравнений метода сил.
- 8) Как выполняется раскрытие статической неопределимости при расчёте шпангоута на действие сосредоточенной радиальной силы?
1. Из условия минимума потенциальной энергии деформации шпангоута.
 2. Исходя из дифференциальных уравнений равновесия шпангоута.
 3. С помощью канонических уравнений метода сил.
 4. Путём приложения погонных касательных сил, действующих со стороны обшивки и изменяющихся по закону $q_t(\varphi) = k \sin \varphi$.
- 9) Какие погонные касательные силы действуют со стороны обшивки на шпангоут, нагруженный в своей плоскости сосредоточенным моментом?
1. Постоянный поток касательных сил, не зависящий от угла φ .
 2. Поток касательных сил, изменяющихся по закону $q_t(\varphi) = k \sin \varphi$.
 3. Поток касательных сил, изменяющихся по закону $q_t(\varphi) = k \cos \varphi$.
 4. Поток касательных сил, изменяющихся по закону $q_t(\varphi) = a_0 + a_1 \cos \varphi + b_1 \sin \varphi$.
- 10) Какие погонные касательные силы действуют со стороны обшивки на шпангоут, нагруженный сосредоточенной радиальной силой (угол φ отсчитывается от точки, диаметрально противоположной точке приложения силы)?

1. Постоянный поток касательных сил, не зависящий от угла φ .
2. Поток касательных сил, изменяющихся по закону $q_t(\varphi) = k \sin \varphi$.
3. Поток касательных сил, изменяющихся по закону $q_t(\varphi) = k \cos \varphi$.
4. Поток касательных сил, изменяющихся по закону $q_t(\varphi) = a_0 + a_1 \cos \varphi + b_1 \sin \varphi$.

11) Что означает учёт упругости шпангоута?

1. Использование закона Гука при вычислении перемещений шпангоута.
2. Расчёт погонных касательных усилий, действующих на шпангоут, с учётом совместной работы шпангоута и обшивки.
3. Использование соотношений упругости при раскрытии статической неопределимости шпангоута.
4. Добавление соотношений упругости к дифференциальным уравнениям равновесия.

12) Как определяются коэффициенты разложения $q_t(\varphi)$ в тригонометрический ряд при учёте упругости шпангоута?

1. Из условий равновесия шпангоута.
2. Из условия минимума потенциальной энергии деформации отсека.
3. Из соотношений упругости.
4. Из дифференциальных уравнений равновесия шпангоута и обшивки.

13) Из какого условия выбирается толщина стенки силового шпангоута?

1. Из условия минимума массы.
2. Из условия прочности при действии нормальных напряжений.
3. Из условия устойчивости при действии сжимающих напряжений.
4. Из условия устойчивости при действии касательных напряжений.

14) Из какого условия выбирается сечение уголков, образующих пояса шпангоута?

1. Из условия прочности при действии растягивающих напряжений.
2. Из условия устойчивости при действии сжимающих напряжений.
3. Из условия минимума массы.
4. Из условия работы на смятие.

15) Из какого условия подбираются заклёпки в соединении поясов со стенкой шпангоута?

1. Из условия работы заклёпки на срез.
2. Из условия работы заклёпки на разрыв.
3. Из условия работы стенки на смятие.
4. Из условия обеспечения совместности работы поясов и стенки.

16) В чём заключается основная силовая роль в работе стенки шпангоута?

1. Вместе с поясами стенка воспринимает изгибающий момент в сечении шпангоута.
2. Стенка главным образом воспринимает перерезывающую силу в сечении шпангоута.
3. Стенка соединяет пояса и обеспечивает их совместную работу.
4. Стенка работает на устойчивость от касательных напряжений.

17) Из какого условия определяется высота h стенки шпангоута?

1. Из условия минимума массы.
2. Из условия, чтобы касательное напряжение в стенке не превосходило критического значения.
3. Из условия, чтобы сжимающее напряжение в поясе не превосходило критического напряжения пояса.
4. Из условия, чтобы растягивающее напряжение в поясе не превосходило предела прочности материала.

18) Какие силовые факторы возникают в сечениях шпангоута при действии равномерной радиальной нагрузки q ?

1. Перерезывающая сила.
2. Осевая сила.
3. Перерезывающая сила и изгибающий момент.
4. Осевая сила и изгибающий момент.

19) Как при действии равномерной радиальной нагрузки q вычисляется осевая сила в сечениях шпангоута?

1. Из условия равновесия части шпангоута.
2. Из дифференциальных уравнений равновесия.
3. Из условий совместности деформаций.
4. Из условия минимума потенциальной энергии деформации.

20) Что лежит в основе расчёта шпангоута на действие равномерной радиальной нагрузки?

1. Условие совместности деформаций.
2. Положение о том, что все сечения получают одинаковые радиальные перемещения.
3. Закон Гука.
4. Предположение о том, что напряжения постоянны по сечению.

21) На чём основывается расчёт шпангоута на действие равномерного скручивающего момента?

1. На использовании закона Гука.
2. На предположении о недеформируемости поперечных сечений.

3. На основании положения о том, что все сечения поворачиваются при деформации на одинаковый угол.
4. На основании использования формулы $\sigma = \frac{M_x}{I_x} y$.

Вопросы по теме 4

- 1) В каком случае при расчёте топливного бака на прочность можно ограничиться соотношениями безмоментной теории оболочек?
 1. Если бак изготовлен из пластичного материала.
 2. Если изгибающие моменты в сечениях бака малы.
 3. Если стенка бака имеет малую изгибную жёсткость.
 4. Если бак не работает на устойчивость.
- 2) В каком случае при расчёте бака на прочность необходимо использовать соотношения моментной теории оболочек?
 1. Если изгибающие моменты в сечениях бака достаточно велики.
 2. Если бак изготовлен из хрупкого материала.
 3. Если возможна потеря устойчивости бака.
 4. Если в баке имеются места резкого изменения формы.
- 3) Как вычисляется погонная меридиональная сила N_1 в заднем днище бака?
 1. Из уравнения Лапласа.
 2. Из уравнения равновесия отсечённой части днища.
 3. Из предположения, что давление жидкости на днище равно p_{\max} .
 4. Как произведение p_{\max} на площадь давления.
- 4) Каким условием ограничена высота b эллиптического днища цилиндрического топливного бака радиуса R ?
 1. $b < R/\sqrt{2}$.
 2. $b < R/2$.
 3. $b > R/\sqrt{2}$.
 4. $b > R/2$.
- 5) Почему не рекомендуется применять в топливных баках эллиптические днища малой высоты?
 1. Чтобы избежать появления окружных сжимающих напряжений в днище.
 2. Чтобы избежать появления меридиональных сжимающих напряжений в днище.
 3. Чтобы обеспечить работу днища в безмоментном напряжённом состоянии.
 4. По соотношениям технологичности.
- 6) Почему нежелательно появление сжимающих окружных напряжений в днище топливного бака?

1. Из-за опасности потери устойчивости конструкции при действии сжимающих напряжений.
2. Из-за нарушения безмоментности напряжённого состояния в случае действия сжимающих напряжений.
3. Потому что материал днища плохо работает на сжатие.
4. Потому что в этом случае нарушается совместность деформирования днища и обечайки.

7) Как определяется первый главный радиус кривизны R_1 для поверхности вращения?

1. Радиус кривизны меридиана.
2. Радиус кривизны параллели.
3. Расстояние от поверхности до рассматриваемого сечения.
4. Расстояние по нормали от поверхности до оси вращения.

8) Какую роль играет шпангоут в сочленении пологого сферического днища с обечайкой?

1. Шпангоут служит для сохранения круговой формы конструкции.
2. Шпангоут воспринимает распределённую радиальную нагрузку, действующую со стороны днища.
3. Шпангоут обеспечивает безмоментную работу обечайки и днища в месте сопряжения.
4. Шпангоут служит для разгрузки конструкции от действия внутреннего давления.

9) Как определяется второй главный радиус кривизны R_2 для поверхности вращения?

1. Радиус кривизны меридиана.
2. Расстояние по нормали от поверхности до оси вращения.
3. Радиус кривизны параллели.
4. Расстояние от поверхности до рассматриваемого сечения.

10) Какие нагрузки воспринимает шпангоут в сочленении пологого сферического днища с обечайкой?

1. Погонную радиальную нагрузку и погонный скручивающий момент.
2. Погонную осевую нагрузку и скручивающий момент.
3. Погонную касательную силу.
4. Внутреннее давление.

11) Какие силовые факторы возникают в сечениях шпангоута в сочленении пологого сферического днища и обечайки?

1. Осевая сила и изгибающий момент.
2. Осевая сила и крутящий момент.
3. Перерезывающая сила и изгибающий момент.

4. Изгибающий момент.

12) Что такое эквивалентная осевая сила?

1. Сила, которая вызывает в цилиндрической оболочке такое же напряжение, что и максимальное или минимальное нормальное напряжение при совместном действии осевой силы и изгибающего момента.
2. Сила, действие которой эквивалентно совместному действию осевой силы, изгибающего момента и перерезывающей силы.
3. Сила, определяемая в соответствии с четвёртой теорией прочности.
4. Осевая сила, действие которой вызывает разрыв или потерю устойчивости стенки бака.

13) Какие напряжения являются основными с точки зрения прочности обечайки бака?

1. Окружные.
2. Меридиональные.
3. Касательные.
4. Критические.

14) Как определяются меридиональные напряжения в обечайке бака?

1. По балочной теории тонкостенных конструкций.
2. Из уравнения Лапласа.
3. Из уравнения равновесия бесконечно малого элемента обечайки.
4. Из уравнения равновесия отсечённой части.

15) Как определяются окружные напряжения в обечайке топливного бака?

1. По балочной теории тонкостенных конструкций.
2. Из уравнения Лапласа.
3. Из уравнения равновесия отсечённой части.
4. Из условия прочности обечайки.

16) По какой формуле вычисляется уточнённое значение осевой силы в сечении шпангоута, соединяющего днище топливного бака с обечайкой?

1. $N = \sigma F$.
2. $N = qR$.
3. $N = p\Omega$.
4. $N = \frac{\Phi}{2\pi R_2 \sin^2 \theta}$.

17) Как определяются касательные напряжения в обечайке цилиндрического бака?

1. По балочной теории тонкостенных конструкций.

2. Из уравнения Лапласа.
3. Из уравнения равновесия бесконечно малого элемента.
4. Из уравнения равновесия отсечённой части.

18) Для чего используется понятие эквивалентной осевой силы?

1. Для сравнительной оценки нагрузок в различных расчётных случаях.
2. Для расчёта бака на прочность.
3. Для упрощения экспериментальной проверки прочности конструкции.
4. Для расчёта бака на устойчивость.

19) Из какого условия можно подобрать толщину обечайки топливного бака?

1. Из требования, чтобы максимальное окружное расчётное напряжение не превосходило разрушающего.
2. Из требования, чтобы максимальное меридиональное сжимающее напряжение не превосходило критического значения.
3. Из требования, чтобы максимальное касательное напряжение не превосходило критического значения.
4. Из требования, чтобы максимальное расчётное напряжение σ_{11}^p не превосходило предела прочности материала.

20) На какие напряжения конусность бака оказывает наибольшее влияние?

1. На окружные напряжения.
2. На касательные напряжения.
3. На меридиональные напряжения.
4. На нормальные напряжения.

Вопросы по теме 5

1) Что такое линеаризованная система уравнений устойчивости пологой цилиндрической оболочки?

1. Система уравнений относительно функций w и φ , полученная в предположении, что до потери устойчивости напряжённое состояние является безмоментным.
2. Система уравнений относительно функций w и φ , полученная отбрасыванием нелинейных членов в исходных нелинейных уравнениях.
3. Система уравнений относительно приращений функций w^* и φ^* , возникающих в смежном с начальным положением равновесия, в которой отброшены нелинейные и малые члены.
4. Система уравнений относительно функций w и φ , в которой принято $\chi_1^0 = \chi_2^0 = \chi_{12}^0 = 0$.

2) Каким условиям должны удовлетворять нетривиальные решения линеаризованной системы уравнений устойчивости цилиндрической оболочки?

1. Граничным условиям на торцах.
2. Условиям периодичности в окружном направлении.
3. Условиям периодичности в окружном направлении и граничным условиям на торцах.
4. Они должны описывать волнообразование в виде чередующихся в шахматном порядке вмятин и выпучин.

3) Из какого условия должны находиться параметры волнообразования m и n при расчёте на устойчивость цилиндрической оболочки при сжатии?

1. Из условия минимума погонной критической силы.
2. Из условия нетривиальности решения.
3. Из граничных условий.
4. Из экспериментальных данных.

4) По какой формуле определяется критическое напряжение цилиндрической оболочки при осевом сжатии?

1. $\sigma_{кр} = k \frac{E\delta}{R}$.
2. $\sigma_{кр} = \frac{2}{R} \sqrt{E\delta D}$.
3. $\sigma_{кр} = 0,92E \frac{\delta}{l} \sqrt{\frac{\delta}{R}}$.

$$4. \sigma_{кр} = 0,78E \frac{\delta}{R} \sqrt[4]{\frac{\delta R}{l^2}}.$$

5) По какой формуле вычисляется критическое касательное напряжение для цилиндрической оболочки?

$$1. \tau_{кр} = k \frac{E\delta}{R}.$$

$$2. \tau_{кр} = 0,92E \frac{\delta}{l} \sqrt{\frac{\delta}{R}}.$$

$$3. \tau_{кр} = 0,78E \frac{\delta}{R} \sqrt[4]{\frac{\delta R}{l^2}}.$$

$$4. \tau_{кр} = \frac{Q}{\pi R \delta}.$$

6) Экспериментальные значения критических напряжений цилиндрической оболочки при сжатии оказываются в несколько раз ниже теоретического результата. С чем это связано?

1. С приближённостью теории пологих оболочек, использованной при выводе уравнений устойчивости.
2. С влиянием отклонений реальных оболочек от идеальной цилиндрической формы.
3. С использованием линеаризованной системы уравнений устойчивости вместо исходной нелинейной системы уравнений.
4. С приближённостью задания формы потери устойчивости в теоретическом анализе.

7) Чем вызвано применение метода последовательных приближений при вычислении $\sigma_{кр}$ для обечайки топливного бака?

1. Тем, что определение коэффициента k_i , учитывающего влияние пластических деформаций, требует знания интенсивности напряжений σ_i в критическом состоянии, которая зависит от $\sigma_{кр}$.
2. Необходимостью уточнения $\sigma_{кр}$ для согласования с экспериментальными данными.
3. Необходимостью учёта влияния на $\sigma_{кр}$ внутреннего давления, изгибающего момента и перерезывающей силы.
4. Метод последовательных приближений используется для более точного вычисления $\sigma_{кр}$.

8) По какой формуле вычисляется внешнее критическое давление для цилиндрической оболочки средней длины?

$$1. p_{кр} = 0,92E \frac{\delta}{l} \frac{\delta}{R} \sqrt{\frac{\delta}{R}}.$$

$$2. p_{кр} = 0,275E \frac{\delta^3}{R^3}.$$

$$3. p_{кр} = \frac{\sigma_{22кр} \delta}{R}.$$

$$4. p_{кр} = \frac{3D}{R^3}.$$

9) Почему расчёт $\tau_{кр}$ для обечайки цилиндрического бака требует применения метода последовательных приближений?

1. Из-за необходимости более точного вычисления $\tau_{кр}$.
2. Из-за необходимости учёта пластических деформаций, что связано с вычислением интенсивности напряжений σ_i , которая зависит от $\tau_{кр}$.
3. Из-за необходимости учёта влияния на $\tau_{кр}$ внутреннего давления и осевой силы.
4. Из-за неравномерности распределения касательных напряжений по сечению обечайки.

10) Почему формула Папковича не применима в случае длинной цилиндрической оболочки?

1. В поперечных сечениях длинной оболочки образуется при потере устойчивости от внешнего давления две волны, и в этих условиях исходные уравнения теории пологих оболочек дают большую погрешность.
2. Согласно теории в поперечных сечениях длинной оболочки образуется при потере устойчивости от внешнего давления две волны, что не подтверждается экспериментально.
3. В этом случае большое влияние на $p_{кр}$ оказывают отклонения реальных оболочек от идеальной цилиндрической формы.
4. Потому что длинная оболочка может быть представлена как совокупность колец, работающих в одинаковых условиях.

11) Почему формула Папковича может оказаться неприменимой в случае короткой цилиндрической оболочки?

1. В этом случае погрешность исходных уравнений теории пологих оболочек может оказаться слишком большой.
2. В этом случае окружное критическое напряжение может оказаться выше предела пропорциональности материала, что приводит к нарушению закона Гука.

3. В этом случае оболочка становится чувствительной к отклонениям от идеальной цилиндрической формы.
4. В этом случае при потере устойчивости не реализуется форма волнообразования, принятая при выводе формулы Папковича.

12) Отклонение реальных обечаек баков от идеальной цилиндрической формы приводит к снижению критических напряжений $\sigma_{кр}$ по сравнению с теорией. Как это учитывается в практических расчётах?

1. Повышением коэффициента безопасности для баков, испытывающих сжатие в осевом направлении.
2. Применением эмпирических формул для расчёта критических напряжений.
3. Использованием метода последовательных приближений при расчёте $\sigma_{кр}$.
4. Увеличением толщины обечайки.

13) Что представляют собой величины N_1^0 , N_2^0 , N_{12}^0 в уравнениях устойчивости цилиндрической оболочки?

1. Силы в срединной поверхности оболочки, определяемые по безмоментной теории.
2. Силы в срединной поверхности оболочки в докритическом состоянии.
3. Критические значения сил в срединной поверхности оболочки.
4. Приращения сил в срединной поверхности оболочки, возникающие при потере устойчивости.

14) По какой формуле вычисляется интенсивность напряжений при расчёте на устойчивость обечайки топливного бака от действия меридиональных сжимающих напряжений?

1. $\sigma_i = \sqrt{(\sigma_{11}^s)^2 - \sigma_{11}^s \sigma_{22}^s + (\sigma_{22}^s)^2}$.
2. $\sigma_i = \sqrt{(\sigma_{кр})^2 + \sigma_{кр} \sigma_{22}^s + (\sigma_{22}^s)^2}$.
3. $\sigma_i = \sqrt{(\sigma_{кр})^2 + \sigma_{кр} \sigma_{22}^p + (\sigma_{22}^p)^2}$.
4. $\sigma_i = \sqrt{(\sigma_{11}^p)^2 - \sigma_{11}^p \sigma_{22}^p + (\sigma_{22}^p)^2}$.

15) По какой формуле вычисляется интенсивность напряжений при расчёте на устойчивость обечайки топливного бака от действия касательных напряжений?

1. $\sigma_i = \sqrt{(\sigma_{11}^s)^2 - \sigma_{11}^s \sigma_{22}^s + (\sigma_{22}^s)^2 + 3(\tau^s)^2}$.

$$2. \sigma_i = \sqrt{(\sigma_{11}^p)^2 - \sigma_{11}^p \sigma_{22}^p + (\sigma_{22}^p)^2 + 3(\tau^p)^2}.$$

$$3. \sigma_i = \sqrt{(\sigma_{11}^s)^2 - \sigma_{11}^s \sigma_{22}^s + (\sigma_{22}^s)^2 + 3(\tau_{кр})^2}.$$

$$4. \sigma_i = \sqrt{(\sigma_{11}^p)^2 - \sigma_{11}^p \sigma_{22}^p + (\sigma_{22}^p)^2 + 3(\tau_{кр})^2}.$$

16) Как влияет внутреннее давление на критическое напряжение $\sigma_{кр}$ обечайки топливного бака?

1. С ростом внутреннего давления $\sigma_{кр}$ возрастает.
2. С ростом внутреннего давления $\sigma_{кр}$ снижается из-за роста пластических деформаций.
3. С ростом внутреннего давления $\sigma_{кр}$ вначале возрастает, а затем падает с появлением пластических деформаций.
4. С ростом внутреннего давления $\sigma_{кр}$ вначале остаётся неизменным, а при появлении пластических деформаций начинает возрастать за счёт упрочнения материала.

Вопросы по теме 6

1) Что такое общая потеря устойчивости стрингера?

1. Выпучивание полки стрингера.
2. Искривление осевой линии стрингера.
3. Искривление осевой линии стрингера и его закручивание.
4. Искривление осевой линии стрингера, сопровождающееся выпучиванием полки и закручиванием поперечных сечений.

2) Какая формула определяет критическую комбинацию ($\sigma_{кр}$, $\tau_{кр}$) нормальных и касательных напряжений для цилиндрической панели обшивки корпуса ЛА?

$$1. \frac{\sigma_{кр}}{\sigma_{0кр}} + \left(\frac{\tau_{кр}}{\tau_{0кр}} \right)^{3/2} = 1.$$

$$2. \frac{\sigma_{кр}}{\sigma_{0кр}} + \left(\frac{\tau_{кр}}{\tau_{0кр}} \right)^2 = 1.$$

$$3. \frac{\sigma_{кр}}{\sigma_{0кр}} + \frac{\tau_{кр}}{\tau_{0кр}} = 1.$$

$$4. \frac{\sigma_{кр}}{\sigma_{0кр}} + \left(\frac{\tau_{кр}}{\tau_{0кр}} \right)^2 = 0.$$

3) Чем вызывается изгиб стрингера, возникающий после потери устойчивости обшивки от сдвига?

1. Действием меридиональных напряжений в обшивке.
2. Действием окружных напряжений в обшивке.
3. Местной потерей устойчивости стрингера.
4. Общей потерей устойчивости стрингера.

4) Какие дополнительные напряжения σ_x и σ_θ возникают в цилиндрической панели обшивки после потери ею устойчивости от сдвига?

1. $\sigma_x > 0$; $\sigma_\theta > 0$.
2. $\sigma_x < 0$; $\sigma_\theta > 0$.
3. $\sigma_x > 0$; $\sigma_\theta < 0$.
4. $\sigma_x < 0$; $\sigma_\theta < 0$.

5) Как в расчёте подкреплённых отсеков учитывается потеря устойчивости обшивки от сжатия?

1. Уменьшением критических напряжений стрингера.
2. Использованием $b_{пр}$ вместо b .

3. Введением редуцированных коэффициентов для стрингеров.
4. Введением понятия вторичных напряжений.

6) Каково назначение замков негерметичного отделяемого отсека?

1. Передача осевой силы на отделяемый отсек от смежного отсека.
2. Передача перерезывающей силы на отделяемый отсек от смежного отсека.
3. Передача осевой силы и изгибающего момента на отделяемый отсек от смежного отсека.
4. Передача осевой силы, перерезывающей силы и изгибающего момента на отделяемый отсек от смежного отсека.

7) Каково назначение шпилек на торцевом шпангоуте негерметичного отделяемого отсека корпуса ЛА?

1. Передача на отделяемый отсек перерезывающей силы со стороны смежного отсека.
2. Передача на отделяемый отсек изгибающего момента со стороны смежного отсека.
3. Передача на отделяемый отсек осевой силы и изгибающего момента со стороны смежного отсека.
4. Шпильки выполняют роль направляющих для обеспечения соосности при соединении отделяемого отсека со смежным отсеком.

8) Как можно сформулировать условие прочности негерметичного

отсека, пользуясь величиной $\xi = \frac{N^p}{N_0} + \frac{|M^p|}{M_0} + \left(\frac{|Q^p|}{Q_0} \right)^{3/2}$?

1. $\xi \geq 0$.
2. $\xi \leq 0$.
3. $\xi \geq 1$.
4. $\xi \leq 1$.

9) Что принимается в качестве предельной осевой силы для негерметичного отделяемого отсека при осевом сжатии?

1. Осевая сила, вызывающая потерю устойчивости лонжеронов отсека.
2. Осевая сила, вызывающая потерю устойчивости стрингеров и лонжеронов отсека.
3. Осевая сила, вызывающая потерю устойчивости стрингеров отсека.
4. Осевая сила, вызывающая потерю устойчивости обшивки.

10) Что принимается в качестве предельного изгибающего момента сечения негерметичного отделяемого отсека корпуса ЛА?

1. Изгибающий момент, при действии которого наиболее сжатый стрингер теряет устойчивость.
2. Изгибающий момент, при действии которого наиболее сжатый лонжерон теряет устойчивость.
3. Изгибающий момент, при действии которого обшивка отсека теряет устойчивость в зоне сжатия.
4. Изгибающий момент, при действии которого происходит разрушение наиболее нагруженного лонжерона в зоне растяжения.

11) Что принимается в качестве предельной перерезывающей силы сечения негерметичного отделяемого отсека корпуса ЛА?

1. Перерезывающая сила, при действии которой наиболее сжатый стрингер претерпевает общую потерю устойчивости.
2. Перерезывающая сила, при действии которой обшивка отсека теряет устойчивость от сдвига.
3. Перерезывающая сила, при действии которой происходит местная потеря устойчивости сжатой полки стрингера.
4. Перерезывающая сила, от действия которой на боковой поверхности отсека возникают наклонные гофры.

12) Что такое эквивалентная растягивающая сила?

1. Сила эквивалентная действию осевой силы, изгибающего момента и перерезывающей силы в сечении отсека.
2. Сила, которая вызывает в цилиндрической оболочке растягивающее напряжение, равное наибольшему растягивающему напряжению при совместном действии осевой силы и изгибающего момента.
3. Сила, прикладываемая к корпусу ЛА при статических испытаниях.
4. Сила, действие которой на подкреплённый отсек эквивалентно действию на гладкий отсек.

13) Основное нормальное напряжение σ_{i0} в i -ом продольном элементе отделяемого отсека определяется формулой

$$\sigma_{i0} = \varphi_i (A y_i + B).$$

Из каких условий определяются константы A и B ?

1. Из условия минимума потенциальной энергии деформации отсека.
2. Из условия равновесия.
3. Из условия минимума массы отсека.
4. Из условия плоского закона распределения продольных деформаций по сечению отсека.

14) Как в расчётах на прочность подкреплённого отсека учитывается потеря устойчивости обшивки от касательных напряжений?

1. Использованием приведённой ширины обшивки $b_{пр}$ вместо b .
2. Вычислением вторичных напряжений, которые добавляются к основным.
3. Введением редуцированных коэффициентов для стрингеров.
4. Уменьшением критических напряжений общей потери устойчивости стрингеров.

15) Что такое основные напряжения в сечении негерметичного отсека?

1. Напряжения, вызванные действием эксплуатационной нагрузки.
2. Нормальные напряжения в поясах и касательные напряжения в обшивке, уравнивающие внешние расчётные нагрузки.
3. Самоуравновешенные напряжения, возникающие от внешней нагрузки.
4. Напряжения, действующие в наиболее нагруженном сечении отсека.

16) Что такое вторичные напряжения?

1. Дополнительные напряжения в обшивке, возникающие после потери устойчивости стрингеров.
2. Дополнительные напряжения в сечениях стрингеров, возникающие в результате их местной потери устойчивости.
3. Самоуравновешенная система напряжений, возникающих в обшивке, поясах и шпангоутах после потери устойчивости обшивки от касательных напряжений.
4. Монтажные напряжения, возникающие при сварке подкреплённого отсека.

17) В расчётной схеме отделяемого негерметичного отсека принимается, что в растянутой зоне в работе участвуют только лонжероны. С чем это связано?

1. Наиболее опасным состоянием для стрингеров является сжатие, поэтому растянутые стрингеры не учитываются в расчётной схеме.
2. Растянутые стрингеры воспринимают лишь малую долю внешней нагрузки, поэтому они игнорируются в расчётной схеме.
3. В растянутой зоне силы на отделяемый отсек передаются от смежного отсека только через замки, поэтому непосредственно возле плоскости стыка в работе участвуют только лонжероны.
4. Такая модель принята для упрощения расчётов и даёт погрешность, которая идёт в запас прочности.

18) Для чего при расчёте подкреплённого отсека вводятся редуцированные коэффициенты φ_i ?

1. Для учёта разнородности материалов обшивки и поясов.
2. Для учёта частичного выключения из работы обшивки при её потере устойчивости.
3. Для учёта работы поясов за пределом пропорциональности материала.
4. Для учёта неравномерности распределения напряжений по сечению отсека.

19) Каким образом в подкреплённом отсеке может возникнуть изгиб стрингеров?

1. После потери устойчивости обшивка, становясь волнообразной, вынуждает стрингер изгибаться соответствующим образом.
2. Изгиб стрингера возникает вследствие его общей потери устойчивости.
3. Потерявшая от касательных напряжений устойчивость обшивка натягивается вследствие образования наклонных гофров между соседними стрингерами и в результате создаёт поперечную нагрузку на стрингер.
4. Изгиб стрингеров вызывается действием изгибающего момента в сечении отсека.

20) Каким образом делается проверка прочности стрингера в негерметичном отсеке?

1. Среднее по сечению стрингера напряжение сравнивается с $\sigma_{кр.стр}$.
2. Среднее по сечению стрингера напряжение сравнивается с $\sigma_{кр.м}$.
3. Среднее по сечению стрингера напряжение сравнивается с $\sigma_{кр.общ}$, а максимальное напряжение сжатия в полке – с $\sigma_{кр.м}$.
4. Основное напряжение в сечении стрингера сравнивается с $\sigma_{кр.общ}$, а вторичное – с $\sigma_{кр.м}$.

21) Каким образом делается проверка прочности обшивки в негерметичном отсеке?

1. Сравнением сжимающего напряжения с $\sigma_{кр.об}$.
2. Сравнением касательного напряжения с $\tau_{кр.об}$.
3. Проверкой выполнения условия $\frac{\sigma_{кр}}{\sigma_{0кр}} + \left(\frac{\tau_{кр}}{\tau_{0кр}} \right)^2 = 1$.
4. Сравнением эквивалентного (по четвёртой теории прочности) напряжения в обшивке с пределом прочности материала.

22) Каким образом делается проверка прочности лонжерона в отделяемом негерметичном отсеке?

1. Сравнением максимального растягивающего напряжения с пределом прочности материала.
2. Сравнением наибольшего сжимающего напряжения с критическим напряжением.
3. Сравнением наибольшего по абсолютной величине напряжения в сечении лонжерона с пределом прочности материала.
4. Сравнением наибольшего основного напряжения в сечении лонжерона с пределом прочности материала.

23) Расчёт основных напряжений в корневом сечении отделяемого отсека производится с помощью последовательных приближений. С чем это связано?

1. В процессе приближений должны уточняться редуцированные коэффициенты, ширина приведённой обшивки и положение нейтральной оси.
2. В процессе приближений должны уточняться критические напряжения обшивки и стрингера.
3. В процессе приближений уточняется угол наклона волн при потере обшивкой устойчивости от действия касательных напряжений.
4. Процесс последовательных приближений необходим для установления количества стрингеров, участвующих в работе.

24) Из какого условия подбирается толщина обшивки в подкреплённом отсеке?

1. $\tau_{\max}^p \leq \tau_{\text{кр}}$.
2. $\tau_{\max}^p \leq \frac{1}{4}(\sigma_v)_{\text{об}}$.
3. $\tau_{\max}^p \leq \frac{1}{4}\sigma_{\text{кр.об}}$.
4. $|\sigma_{\text{сж. max}}^p| \leq \sigma_{\text{кр.об}}$.

25) Из какого условия подбирается число промежуточных шпангоутов в подкреплённом отсеке?

1. Из условия равноустойчивости стрингера.
2. Из условия, чтобы обшивка не теряла устойчивость от сжатия.
3. Из условия, чтобы обшивка не теряла устойчивость от действия касательных напряжений.
4. Из условия сохранения формы поперечных сечений отсека.

Вопросы по теме 7

- 1) Каким образом моделируются узлы переходной фермы?
 1. Плоскими шарнирами.
 2. Пространственными шарнирами.
 3. Абсолютно жёсткими узлами.
 4. Сварными узлами.
- 2) К каким элементам переходной фермы прикладываются внешние нагрузки N, Q, M ?
 1. К пространственным шарнирным узлам.
 2. К стержням фермы в их осевых направлениях.
 3. К стержням фермы в направлении, перпендикулярном к их осям.
 4. К шпангоуту в переднем основании фермы.
- 3) Силы P_i и T_i , приложенные к узлам переходной фермы, определяются из соотношений:

$$P_i = a_1 + a_2 \cos \theta_i;$$

$$T_i = a_3 \sin \theta_i.$$

Каким образом вычисляются коэффициенты a_1, a_2, a_3 ?

1. Из вариационного уравнения Лагранжа.
 2. Из уравнений статики.
 3. Из условий минимума массы переходной фермы.
 4. Из условия совместности деформаций стержней.
- 4) Каким образом определяются перемещения переходной фермы?
 1. Из условий равновесия фермы.
 2. По теореме Кастильяно.
 3. Из условия минимума потенциальной энергии деформации переходной фермы.
 4. По закону Гука.
 - 5) Какие формы потери устойчивости стержней могут быть у сжатых стержней переходной фермы?
 1. Общая потеря устойчивости, местная потеря устойчивости.
 2. Крутильная форма потери устойчивости.
 3. Изгибно-крутильная форма потери устойчивости.
 4. Потеря устойчивости в пределах действия закона Гука, потеря устойчивости за пределом пропорциональности.
 - б) Что такое общая форма потери устойчивости сжатого стержня переходной фермы?
 1. Искривление оси стержня.
 2. Закручивание стержня фермы.

3. Закручивание стержня фермы, сопровождающееся искривлением его оси.
4. Искривление оси стержня с образованием вмятин и выпучин на стенке трубы.

7) Что такое местная форма потери устойчивости сжатого стержня переходной фермы?

1. Закручивание стержня фермы без искривления его оси.
2. Закручивание стержня, сопровождающееся искривлением его образующей.
3. Образование вмятин и выпучин на стенке трубы.
4. Смятие стержня возле его концов.

8) Каким условием связаны диаметр и толщина трубы для стержней переходной фермы?

1. Условием минимума массы переходной фермы.
2. Условием минимума потенциальной энергии деформации фермы.
3. Условием равенства критических напряжений общей и местной потери устойчивости.
4. Требованием, чтобы наиболее сжатый стержень не терял устойчивость.

9) Из каких соотношений определяются силы P_i и T_i , прикладываемые к узлам переходной фермы?

1. $P_i = a_1 \sin \theta_i$; $T_i = a_2 + a_3 \cos \theta_i$.
2. $P_i = a_1 + a_2 \sin \theta_i$; $T_i = a_3 \cos \theta_i$.
3. $P_i = a_1 + a_2 \cos \theta_i$; $T_i = a_3 \sin \theta_i$.
4. $P_i = a_1 + a_2 \sin \theta_i$; $T_i = a_3 \sin \theta_i$.

10) Как определяются осевые силы в стержнях переходной фермы?

1. Из условий равновесия узлов.
2. Из условий равновесия переходной фермы.
3. Из условия минимума потенциальной энергии деформации переходной фермы.
4. Из условия, чтобы сжатые стержни не теряли устойчивость.

11) Из каких условий подбираются диаметр и толщина трубчатых стержней переходной фермы?

1. Из условия, чтобы не происходило ни общей, ни местной потери устойчивости сжатых стержней.
2. Из условия, чтобы в сжатых стержнях напряжение не превосходило критического, а в растянутых – предела прочности материала.
3. Из условия, чтобы потеря устойчивости стержней происходила в пределах действия закона Гука.

4. Из условия работы стержней фермы на разрыв.

12) Какое деформированное состояние возникает в стержне переходной фермы?

1. Растяжение или сжатие.
2. Изгиб с растяжением.
3. Растяжение и поперечный сдвиг.
4. Изгиб.

Вопросы по теме 8

1) На чём основан расчёт срезающих сил в крепёжных элементах группового соединения?

1. На предположении о том, что кронштейн как жёсткое тело поворачивается вокруг некоторого полюса относительно основания.
2. На использовании закона Гука при расчёте податливостей крепёжных точек.
3. На приведении жесткостей крепёжных элементов к жёсткости одного из них с помощью редуцированных коэффициентов.
4. На использовании соотношений статики.

2) Какое направление имеет срезающая сила в i -ом крепёжном элементе группового соединения?

1. Перпендикулярно прямой, соединяющей полюс и i -ю точку крепления.
2. Перпендикулярно прямой, соединяющей центр тяжести соединения с i -й точкой крепления.
3. Перпендикулярно прямой, соединяющей начало координат с i -й точкой крепления.
4. В направлении действия результирующей внешних сил.

3) В каком направлении в i -й точке крепления происходит смещение кронштейна относительно основания при действии сил в плоскости крепления?

1. Перпендикулярно прямой, соединяющей i -ю точку крепления с полюсом.
2. Перпендикулярно прямой, соединяющей i -ю точку крепления с центром тяжести соединения.
3. Перпендикулярно прямой, соединяющей i -ю точку крепления с началом координат.
4. В направлении действия результирующей внешних сил.

4) По какой формуле рассчитываются срезающие силы в крепёжных элементах группового соединения?

$$1. T_i = \varphi_i \frac{M_c}{I_c} \rho_i.$$

$$2. T_i = \varphi_i \frac{M_0}{I_p} \rho_i.$$

$$3. T_i = \varphi_i \frac{M_0}{I_c} \rho_i.$$

$$4. T_i = \varphi_i \frac{M_p}{I_p} \rho_i.$$

5) Как определяются координаты полюса и константа κ в формуле $T_i = \kappa \varphi_i \rho_i$ при расчёте срезающих сил в крепёжных элементах группового соединения?

1. Из соотношений статики.
2. Путём приведения жесткостей крепёжных точек к жёсткости одной из них.
3. Из условия, что кронштейн как жёсткое целое поворачивается относительно основания вокруг полюса.
4. Из предположения, что смещение i -ой точки пропорционально T_i .

6) Что представляет собой величина φ_i в формуле $T_i = \kappa \varphi_i \rho_i$?

1. Угловое смещение кронштейна в i -й точке крепления.
2. Коэффициент, учитывающий неравномерность распределения силы T_i по сечению i -го крепёжного элемента.
3. Коэффициент, учитывающий неравномерность распределения срезающих сил по крепёжным точкам.
4. Коэффициент приведения жёсткости i -го крепёжного элемента к единому значению.

7) Что представляет собой величина ρ_i в формуле $T_i = \kappa \varphi_i \rho_i$?

1. Расстояние i -й крепёжной точки от полюса.
2. Расстояние i -й крепёжной точки от центра тяжести группового соединения.
3. Расстояние i -й крепёжной точки от начало координат.
4. Величину, учитывающую неравномерность распределения срезающих сил по крепёжным точкам.

8) Какие деформации определяют податливость в i -й крепёжной точке группового соединения при расчёте срезающих сил?

1. Изгиб и сдвиг крепёжного элемента, а также контактная деформация деталей.
2. Изгиб, сдвиг и смятие крепёжного элемента в зоне контакта с деталями.
3. Смятие деталей в зоне контакта с крепёжным элементом.
4. Изгиб болта.

9) Осевые силы в крепёжных элементах группового соединения выражаются равенством $P_i = \varphi_i (A + Bx_i + Cy_i)$. Как определяются коэффициенты A , B и C ?

1. Из соотношений статики.
2. Из предположения, что кронштейн стремится повернуться как жёсткое тело вокруг некоторой прямой.
3. Из условия, что прямая, вокруг которой происходит поворот кронштейна, не может пересекать основание кронштейна.
4. Из условия совместности деформаций элементов крепежа.

10) Осевые силы в крепёжных элементах группового соединения выражаются равенством $P_i = \varphi_i (A + Bx_i + Cy_i)$. Что представляет собой величина φ_i ?

1. Угол, на который происходит поворот кронштейна относительно основания в i -й крепёжной точке.
2. Коэффициент приведения жёсткости i -го крепёжного элемента к единому значению.
3. Коэффициент, учитывающий неравномерность распределения осевых сил по крепёжным точкам.
4. Коэффициент, учитывающий отклонение от закона Гука в i -й крепёжной точке.

11) Какое равенство выражает закон изменения осевых сил в крепёжных элементах группового соединения?

1. $P_i = a + bx_i + cy_i$.
2. $P_i = \varphi_i (A + Bx_i + Cy_i)$.
3. $P_i = \varphi_i (a + bx_i + cy_i)$.
4. $P_i = A + Bx_i + Cy_i$.

12) Чему равен коэффициент φ_i в формуле $P_i = \varphi_i (A + Bx_i + Cy_i)$?

1. $\varphi_i = \frac{c_i}{c_0}$.
2. $\varphi_i = \frac{E_i}{E_0}$.
3. $\varphi_i = \frac{F_i}{F_0}$.
4. $\varphi_i = \frac{E_i F_i}{E_0 F_0}$.