

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ  
ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ имени академика С.П. КОРОЛЕВА»

*Л.Л. ДОСКОЛОВИЧ, Н.Л. КАЗАНСКИЙ,  
В.А. СОЙФЕР*

## РАСЧЕТ ФОКУСАТОРОВ ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

*Утверждено Редакционно-издательским советом университета  
в качестве учебного пособия*

САМАРА  
Издательство СГАУ  
2006

УДК 535.4, 535.8  
ББК 22.343  
Д70



**Инновационная образовательная программа  
"Развитие центра компетенции и подготовка  
специалистов мирового уровня в области аэро-  
космических и геоинформационных технологий"**

Рецензенты: д-р физ.-мат. наук, проф. В.В. Ива х н и к,  
д-р физ.-мат. наук, проф. И. П. З а в е р ш и н с к и й

*Досколович Л.Л.*  
Д70 **Расчет фокусаторов лазерного излучения** : учеб. пособие /  
*Л.Л.Досколович, Н.Л.Казанский, В.А.Сойфер* – Самара: Изд-во Са-  
мар. гос. аэрокосм. ун-та, 2006. – 144 с. : ил.

**ISBN 5-7883-0477-6**

Рассмотрены методы расчета фокусаторов лазерного излучения, приведены результаты численного моделирования их работы.

Описаны методы расчета фокусаторов в линии и в двумерные области, в частности в точку, отрезок, прямоугольник, кольцо. Рассмотрены методы расчета многопорядковых и спектральных фокусаторов. Предложены подходы к расчету ДОО для фокусировки одновременно в несколько областей. Многопорядковые и спектральные ДОО обладают расширенными функциональными возможностями, что делает актуальным их использование в современных оптических системах и приборах.

Предназначено для студентов специальностей и направлений «Прикладная математика и физика», «Прикладная математика и информатика».

УДК 535.4, 535.8  
ББК 22.343

**ISBN 5-7883-0477-6**

© Досколович Л.Л., Казанский Н.Л.,  
Сойфер В.А., 2006  
© Самарский государственный  
аэрокосмический университет, 2006

## СОДЕРЖАНИЕ

Введение.....	4
1. Геометрооптический расчет фокусаторов в линию.....	7
2. Расчет и исследование геометрооптических фокусаторов .....	21
2.1. Дифракционная линза .....	22
2.2. Дифракционная цилиндрическая линза .....	30
2.3. Фокусатор в кольцо .....	32
2.4. Фокусатор в полукольцо .....	46
2.5. Фокусатор в поперечный отрезок .....	48
2.6. Составной фокусатор в крест .....	62
2.7. Фокусатор в продольный отрезок .....	66
3. Фокусаторы в двумерную область. Метод согласованных прямоугольников .....	71
4. Многофокусные фокусаторы.....	80
4.1. Многофокусные бинарные зонные пластинки .....	92
4.2. ДОЭ с нелинейно скомбинированными фазами.....	98
5. Дифракционные многофокусные линзы .....	101
6. Двухпорядковые фокусаторы.....	110
7. Расчет спектральных фокусаторов .....	116
7.1. Цветоделительные решетки .....	116
7.2. Спектральные фокусаторы в набор одинаковых фокальных областей .....	121
7.3. Спектральные фокусаторы в различные фокальные области .....	125
7.4. Расчет квантованных спектральных ДОЭ.....	128
Заключение .....	136
Список специальных терминов.....	137
Список контрольных вопросов .....	138
Литература .....	139

## ВВЕДЕНИЕ

Один из наиболее интересных классов ДОЭ образуют фокусаторы лазерного излучения. Фокусаторы - это ДОЭ, фокусирующие лазерное излучение в тонкие линии или малые области пространства, рассчитанные в геометрооптическом (лучевом) приближении и имеющие регулярную структуру микрорельефа. Они предложены и впервые исследованы в нашей стране в 1981 г. [1]. Трудями И.Н. Сясакяна, В.А. Сойфера, В.А. Данилова и ряда других отечественных исследователей в первой половине 80-х годов получены основные геометрооптические решения задачи фокусировки и созданы различные фокусаторы [2-8]. В последующие годы в работах [9-13] были развиты теоретические аспекты методов расчета фокусаторов, доказаны теоремы существования и разрешимости задач синтеза фокусаторов.

Фокусаторы по сравнению с фокусирующими ДОЭ, рассчитанными итерационными методами, имеют ряд особенностей. Лучевое приближение, используемое при расчете фокусаторов, дает регулярный зонированный микрорельеф. Итерационные алгоритмы, являются более точными, однако, как правило, дают нерегулярный микрорельеф. Регулярность структуры микрорельефа фокусатора снижает требования к технологии фотолитографии, используемой для производства ДОЭ. Тип микрорельефа фокусаторов также позволяет использовать более широкий круг технологий [14-18]. Например, регулярный рельеф фокусатора, в отличие от стохастического микрорельефа итерационно рассчитанного ДОЭ, может быть произведен прецизионным резанием на станках с ЧПУ [14,15].

Особенно актуально использование фокусаторов для мощных лазеров, работающих в среднем ИК-диапазоне ( $\lambda = 10,6$  мкм). Это связано с меньшей стоимостью и отсутствием экологически вредного воздействия производства ДОЭ по сравнению с линзовыми фокусирующими системами лазеров. Особый интерес представляет использование фокусаторов на алмазных пленках, обладающих в диапазоне среднего ИК-излучения высокой термостойкостью до  $5 \text{ Квт/см}^2$ .

Ключевой проблемой при создании фокусаторов является достижение высокой энергетической эффективности (~90%) при формировании требуемого распределения интенсивности в фокальной области. Наличие множества решений, обусловленное некорректностью обратной задачи фокусировки [19] и геометрикооптический характер решений приводят к необходимости исследования характеристик фокусаторов. Возникают задачи определения границ применения геометрической оптики для расчета фокусаторов и оценки влияния на работу фокусаторов эффектов дискретизации и квантования, характерных для технологий расчета и изготовления ДОЭ [20-24]. Также актуальной является задача сравнительного анализа различных решений обратной задачи фокусировки.

Среди характеристик, описывающих процессы создания и работы фокусатора, можно выделить три вида параметров. К первому виду относятся физические параметры, положенные в основу расчета фазовой функции фокусатора, – фокусное расстояние; рабочая длина волны; размеры фокусатора и области фокусировки. Ко второму виду относятся параметры дискретизации и квантования фазовой функции фокусатора, размер и форма элементов (модулей) дискретизации. Эти параметры связаны с выбором устройства регистрации ДОЭ. К третьему виду параметров относятся дифракционные характеристики фокусатора – энергетическая эффективность, ширина фокальной линии, среднеквадратичное отклонение полученного распределения интенсивности от требуемого в фокальной области и т.п. Для проектирования фокусаторов первые два вида параметров являются внутренними, а дифракционные параметры — внешними; последние получаются в результате работы фокусатора с выбранными внутренними параметрами. Для исследования фокусатора важно выявить связь внешних и внутренних параметров проектирования. Причем, учитывая трудоемкость и многовариантность процедуры изготовления ДОЭ, исследовать характеристики фокусатора необходимо уже на стадии проектирования.

К настоящему времени на основе методов расчета фокусаторов разработан ряд дифракционных методов расчета ДОЭ, расширяющих

функциональные возможности фокусаторов. Одним из таких методов является метод нелинейного преобразования фазовой функции фокусатора в линию [25-30]. Нелинейное преобразование фазы фокусатора в кривую по закону многопорядковой дифракционной решетки позволяет рассчитывать многофокусные фокусаторы, реализующие фокусировку в набор линий (или точек) переменных (или одинаковых) размеров, расположенных в различных плоскостях вдоль оптической оси. Отметим, что ДОЭ, соответствующий обычной (линейной) суперпозиции фокусатора в кривую и многопорядковой дифракционной решетки, позволяет реализовать фокусировку в набор линий только одинакового размера и только в одной плоскости.

Другим интересным классом ДОЭ являются спектральные фокусаторы, рассчитываемые по методу нелинейного преобразования фазы фокусатора по закону цветоделятельной дифракционной решетки [31-33]. Цветоделятельные дифракционные решетки впервые предложены в работах Н. Dammann [31, 32] и предназначены для разделения трех различных спектральных компонент по 0, +1 и -1 дифракционным порядкам. Спектральные ДОЭ, обобщают цветоделятельные решетки и предназначены для фокусировки различных спектральных компонент в различные фокальные области.

Данное пособие охватывает материал по фокусаторам от методов расчета и детального исследования их рабочих характеристик до методов конструирования на основе фокусаторов новых классов ДОЭ с заданными многофокусными и спектральными свойствами. В разделах 1 и 3 представлены теоретические основы метода расчета фокусаторов в кривую и плоскую область. В разделах 2 - 4 проведено исследование некоторых, наиболее важных задач фокусировки, позволяющее детально понять работу фокусаторов и оценить возможность их использования для решения конкретных технологических задач. Разделы 3 - 6 посвящены дифракционным методам расчета многофокусных и спектральных ДОЭ, расширяющих функциональные возможности геометрооптических фокусаторов.

# 1. ГЕОМЕТРООПТИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ ФОКУСАТОРОВ В ЛИНИЮ

Рассмотрим задачу расчета фазовой функции фокусатора, предназначенного для фокусировки плоского пучка с интенсивностью  $I_0(\mathbf{u})$ , где  $\mathbf{u} = (u, v)$  - декартовы координаты в плоскости фокусатора ( $z = 0$ ), в кривую линию  $S$ , заданную параметрическим уравнением

$$\mathbf{X}(\xi) = (X(\xi), Y(\xi), Z(\xi)), \quad \xi \in [0, L]. \quad (1)$$

где  $\xi$  — натуральный параметр (рис. 1).

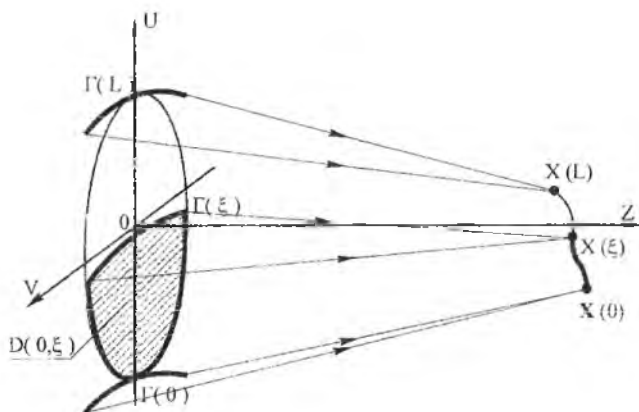


Рис. 1. Геометрия задачи фокусировки в пространственную кривую

Расчет фокусаторов основан на поиске лучевого соответствия  $\xi = \xi(\mathbf{u})$  между точками фокальной кривой и точками апертуры фокусатора с последующим восстановлением фазовой функции фокусатора из уравнения наклонов

$$\frac{\partial \varphi(\mathbf{u})}{\partial u} = \frac{k(X(\xi(\mathbf{u})) - u)}{\sqrt{(u - X(\xi(\mathbf{u})))^2 + (v - Y(\xi(\mathbf{u})))^2 + Z^2(\xi(\mathbf{u}))}}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \varphi(\mathbf{u})}{\partial v} = \frac{k(Y(\xi(\mathbf{u})) - v)}{\sqrt{(u - X(\xi(\mathbf{u})))^2 + (v - Y(\xi(\mathbf{u})))^2 + Z^2(\xi(\mathbf{u}))}}.$$

Поскольку фокусатор двумерен, а фокальная кривая одномерна, то существует одномерное множество  $\Gamma(\xi)$  точек  $(u, v)$  на апертуре фокусатора, направляющих излучение в одну и ту же точку  $\mathbf{X}(\xi)$  кривой (рис. 1). Следуя принятой терминологии, будем называть это множество слоем. Структура лучевого соответствия  $\xi(\mathbf{u})$  и вид слоев определяется следующим фундаментальным свойством; все лучи приходящие в данную точку кривой фокусировки находятся на поверхности конуса, ось которого является касательной к кривой фокусировки в данной точке. Поэтому система слоев на апертуре фокусатора соответствует семейству кривых второго порядка являющихся сечениями конических поверхностей плоскостью  $z = 0$ . Строгое доказательство данных фактов можно найти в работе [12]. Простая и наглядная интерпретация указанного свойства может быть получена на примере более простой задачи расчета фазовой функции фокусатора в набор из  $N$  точек, расположенных на пространственной кривой (1). Будем считать, что координаты точек фокусировки  $(x_i, y_i, z_i)$  на кривой (1) соответствуют возрастающим значениям  $\xi_i, i = 0, \dots, N$  параметра  $\xi$ . Для расчета фазовой функции  $\varphi(\mathbf{u})$  фокусатора в  $N$  точек разобьем апертуру фокусатора  $D$  на  $N$  областей (сегментов)  $D_i$ . Фазовую функцию  $\varphi_i(\mathbf{u})$  в пределах сегмента  $D_i$  определим из условия фокусировки в точку  $(x_i, y_i, z_i)$  на кривой. В этом случае при  $\mathbf{u} \in D_i$  фазовая функция фокусатора является фазой линзы с фокусом в точке  $(x_i, y_i, z_i)$ :

$$\varphi_i(u, v) = -k\sqrt{(u - x_i)^2 + (v - y_i)^2 + z_i^2}. \quad (3)$$

В параксиальном приближении, то есть при

$$\frac{(x_i - u)^2 + (y_i - v)^2}{z_i^2} \ll 1, \quad (u, v) \in D_i, \quad i = \overline{1, N},$$

формула (3) переходит в известную формулу для фазовой функции сферической линзы



$$\varphi_i(u, v) = -k \frac{(u - x_i)^2 + (v - y_i)^2}{2z_i}. \quad (4)$$

Из физических соображений следует наложить требование непрерывности фазовой функции сегментированного фокусатора. Для расчета непрерывной фазовой функции необходимо выбрать границы областей сегментации апертуры фокусатора таким образом, чтобы при переходе через границу в любом месте фазовая функция изменялась на одну и ту же константу. Таким образом, границу раздела между областями  $D_i$  и  $D_{i+1}$  следует искать из условия

$$\varphi_i(u, v) - \varphi_{i+1}(u, v) = C(\xi_i),$$

или более подробно

$$k\sqrt{(u - x_{i+1})^2 + (v - y_{i+1})^2 + z_{i+1}^2} - k\sqrt{(u - x_i)^2 + (v - y_i)^2 + z_i^2} = C(\xi_i). \quad (5)$$

Нетрудно видеть, что выражение (5) представляет собой уравнение некоторой кривой, которая является сечением двуполостного гиперболоида вращения

$$\begin{aligned} & \sqrt{(x - x_{i+1})^2 + (y - y_{i+1})^2 + (z - z_{i+1})^2} - \\ & - \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + (z - z_i)^2} = \frac{C(\xi_i)}{k} \end{aligned} \quad (6)$$

плоскостью оптического элемента. Фокусы данного гиперболоида находятся в точках  $(x_i, y_i, z_i)$  и  $(x_{i+1}, y_{i+1}, z_{i+1})$ , а ось симметрии гиперболоида совпадает с отрезком, соединяющим точки фокусировки с индексами  $i$  и  $i+1$ . Следует отметить, что константа

$$\Delta\Psi(\xi_i) = \frac{C(\xi_i)}{k} \quad (7)$$

в правой части уравнения (6) соответствует приращению эйконала при переходе от точки  $(x_i, y_i, z_i)$  к точке  $(x_{i+1}, y_{i+1}, z_{i+1})$ .

При указанном способе выбора границ сегментов, непрерывная фазовая функция фокусатора в  $N$  точек получается добавлением к фазовой функции  $\varphi_{i+1}(\mathbf{u})$  константы

$$\tilde{\varphi}_i = \sum_{n=0}^{n=i} C(\xi_n). \quad (8)$$

Можно показать, что предложенный способ получения оптического элемента с непрерывной фазовой функцией - единственный и другие способы сегментации дают разрывную фазовую функцию.

В пределе при стремлении числа точек фокусировки  $N$  к бесконечности, таком что расстояние между соседними точками стремится к нулю, мы получим фокусатор в непрерывную кривую  $S$ . При этом двуполостный гиперболоид вращения (6) стремится к конической поверхности. Действительно, заменяя разность в правой части уравнения (6) первым членом ряда Тейлора, получим следующее уравнение конуса:

$$\frac{(x_{i+1} - x_i)(x - x_i) + (y_{i+1} - y_i)(y - y_i) + (z_{i+1} - z_i)(z - z_i)}{\sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + (z - z_i)^2}} = \Delta\varphi(\xi_i). \quad (9)$$

Ось конуса совпадает с отрезком, соединяющим две соседние точки кривой и в пределе совпадает с направлением касательной к фокальной кривой в данной точке.

Производя замену

$$(x_{i+1} - x_i) = \frac{dX(\xi_i)}{d\xi} \Delta\xi_i, \quad (y_{i+1} - y_i) = \frac{dY(\xi_i)}{d\xi} \Delta\xi_i, \\ (z_{i+1} - z_i) = \frac{dZ(\xi_i)}{d\xi} \Delta\xi_i,$$

где  $\Delta\xi_i = \xi_{i+1} - \xi_i$ , представим (9) в виде:

$$\frac{\frac{dX(\xi_i)}{d\xi}(u - X(\xi_i)) + \frac{dY(\xi_i)}{d\xi}(v - Y(\xi_i)) + \frac{dZ(\xi_i)}{d\xi}(z - Z(\xi_i))}{\sqrt{(u - X(\xi_i))^2 + (v - Y(\xi_i))^2 + (z - Z(\xi_i))^2}} = c(\xi_i), \quad (10)$$

где  $c(\xi_i) = \frac{\Delta\varphi(\xi_i)}{\Delta\xi_i}$  — угол при вершине конической поверхности.

В этом случае площадь  $i$ -той области на апертуре ДОЭ стремится к нулю и сама область стягивается в слой, то есть в кривую 2-ого порядка, являющуюся сечением конуса (10) плоскостью оптического элемента.

Полагая  $z = 0$  в (10), уравнение слоя запишем в виде

$$\frac{\frac{dX(\xi_i)}{d\xi}(u - X(\xi_i)) + \frac{dY(\xi_i)}{d\xi}(v - Y(\xi_i)) - \frac{dZ(\xi_i)}{d\xi}Z(\xi_i)}{\sqrt{(u - X(\xi_i))^2 + (v - Y(\xi_i))^2 + Z(\xi_i)^2}} = c(\xi_i). \quad (11)$$

Полученные предельным переходом уравнения конуса (10) и слоя  $I(\xi)$  (11) являются доказательством ранее указанного факта о том, что все лучи приходящие в данную точку кривой фокусировки, находятся на поверхности кругового конуса, ось которого касательна к кривой фокусировки в данной точке. При этом угол при вершине конической поверхности равен производной эйконала вдоль кривой. В дальнейшем изложении мы будем пользоваться непрерывным аналогом уравнения (11)

$$\frac{\frac{dX(\xi)}{d\xi}(u - X(\xi)) + \frac{dY(\xi)}{d\xi}(v - Y(\xi)) - \frac{dZ(\xi)}{d\xi}Z(\xi)}{\sqrt{(u - X(\xi))^2 + (v - Y(\xi))^2 + Z(\xi)^2}} = c(\xi) = \frac{d\Psi(\xi)}{d\xi}, \quad (12)$$

Угол при вершине конической поверхности  $c(\xi)$  в (12) определяет распределение энергии  $I(\xi)$ ,  $\xi \in [0, L]$  вдоль кривой фокусировки. Следуя принятой терминологии, будем называть функцию  $I(\xi)$  линейной плотностью. Данное название связано с определением линейной плотности как интегральной величины, соответствующей потоку энергии на единицу длины фокальной кривой. Заданное распределение линейной плотности  $I(\xi)$  может быть сформировано за счет выбора распределения эйконала  $\Psi(\xi)$  на кривой. Действительно, для

формирования заданной линейной плотности  $I(\xi)$ . функцию  $c(\xi) = d\Psi(\xi)/d\xi$  в (12) определим из закона сохранения энергии в интегральной форме. Для этого достаточно приравнять световой поток падающий на часть апертуры фокусатора  $D(0,\xi)$ , заключенной между начальным и текущим слоями  $\Gamma(0)$  и  $\Gamma(\xi)$  к световому потоку проходящему через часть фокальной кривой, заключенной между точками  $\mathbf{X}(0)$  и  $\mathbf{X}(\xi)$  (рис. 1):

$$\int_0^\xi I(t) dt = E(\xi, c(\xi)) = \int_{D(0,\xi)} I_0(\mathbf{u}) d^2 \mathbf{u}. \quad (13)$$

Полученные уравнения (12), (13) позволяют сформулировать следующий метод расчета фазовой функции фокусатора в кривую с заданной линейной плотностью:

- Расчет функции  $c(\xi)$  из уравнения (13) по заданной линейной плотности.
- Расчет функции лучевого соответствия  $\xi(\mathbf{u})$  из уравнения (12).

Восстановление фазовой функции фокусатора из уравнения наклонов (2) методами теории потенциала

$$\varphi(\mathbf{u}) = \varphi(\mathbf{u}_0) + \int_{\mathbf{u}_0}^{\mathbf{u}} \nabla_{\perp} \varphi(\mathbf{u}) d^2 \mathbf{u}, \quad (14)$$

где интегрирование ведется по произвольной кривой, соединяющей точку  $\mathbf{u}$  с некоторой начальной точкой  $\mathbf{u}_0$ ,  $\nabla_{\perp} = \left( \frac{\partial}{\partial u}, \frac{\partial}{\partial v} \right)$ .

Важным практическим случаем является фокусировка в плоскую кривую  $\mathbf{X}(\xi) = (X(\xi), Y(\xi), f)$ , расположенную в плоскости  $z = f$ . В этом случае слой (11) является гиперболой [9,10,12,13]:

$$\frac{\frac{dX(\xi)}{d\xi}(u - X(\xi)) + \frac{dY(\xi)}{d\xi}(v - Y(\xi))}{\sqrt{(u - X(\xi))^2 + (v - Y(\xi))^2 + f^2}} = c(\xi), \quad (15)$$

Ось симметрии гиперболы совпадает с проекцией оси конуса на плоскость фокусатора. В параксиальном приближении, то есть при выполнении условия:

$$\sqrt{(u - X(\xi))^2 + (v - Y(\xi))^2} + f^2 \approx f$$

слои (15) вырождаются в прямые, перпендикулярные касательным к фокальной кривой;

$$\frac{dX(\xi)}{d\xi}u + \frac{dY(\xi)}{d\xi}v = p(\xi), \quad (16)$$

где функция

$$p(\xi) = c(\xi)f + \frac{dX(\xi)}{d\xi}X(\xi) + \frac{dY(\xi)}{d\xi}Y(\xi)$$

имеет смысл расстояния от слоя до начала координат в плоскости фокусатора.

Фазовая функция фокусатора в параксиальном приближении принимает вид:

$$\Phi(\mathbf{u}) = -\frac{k\mathbf{u}^2}{2f} + \Phi_D(\mathbf{u}), \quad (17)$$

где

$$\Phi_D(\mathbf{u}) = \frac{k}{f} \int_{u_0}^u X(\xi(u, v_0)) du + \frac{k}{f} \int_{v_0}^v Y(\xi(u_0, v)) dv. \quad (18)$$

Рассмотрим в качестве важного практического примера расчет фокусатора в отрезок плоскости с уравнением

$$X(\xi) = (-d + \xi, 0, f), \quad \xi \in [0, 2d],$$

и с распределением линейной плотности  $I(\xi), \xi \in [0, 2d]$ . При фокусировке в отрезок слои являются отрезками прямых  $u = p(\xi)$  перпендикулярных фокальному отрезку. Предположим, что апертура фокусатора  $D$  ограничена кривыми  $v = g_1(u)$  и  $v = g_2(u)$  и отрезками прямых  $u = a$  и  $u = b$ . В этом случае, полагая в законе сохранения светового

потока (13)  $u = p(\xi)$ , получим для расчета функции лучевого соответствия  $\xi = \xi(u)$  следующее уравнение:

$$\int_a^{u, g_2(u)} \int_{g_1(u)}^{g_2(u)} I_0(\gamma, \chi) d\chi d\gamma = \int_0^\xi I(\chi) d\chi. \quad (19)$$

Более удобно работать с функцией  $x(u) = \xi(u) - d$ , представляющей положение точки на отрезке фокусировки. Закон сохранения светового потока (19) более удобно использовать в дифференциальной форме:

$$\frac{dx(u)}{du} = \frac{1}{I(x(u))} \int_{g_1(u)}^{g_2(u)} I_0(u, v) dv, \quad x(a) = -d, \quad x(b) = d. \quad (20)$$

При этом фазовая функция фокусатора в отрезок принимает вид:

$$\varphi(\mathbf{u}) = -\frac{k\mathbf{u}^2}{2f} + \frac{k}{f} \int_0^u x(\gamma) d\gamma. \quad (21)$$

Следует отметить, что даже в параксиальном приближении аналитический расчет фокусаторов возможен только для случаев фокусировки в простые линии, такие как отрезок, кольцо, полукольцо и т.п. При фокусировке в более сложные кривые расчет фазы фокусатора является неординарной задачей. Действительно, в общем случае пп.1-2 рассмотренного выше метода являются сложными вычислительными задачами, состоящими в решении нелинейных уравнений. При этом п.2 требует решения нелинейного уравнения (12) для каждой точки  $\mathbf{u}$  апертуры фокусатора. Выполнение п.3 также основано на операции двумерного численного интегрирования.

Расчет фокусаторов существенно упрощается при использовании следующей криволинейной системы координат

$$\begin{cases} u(\xi, t) = p(\xi) \frac{dX(\xi)}{d\xi} - t \cdot \frac{dY(\xi)}{d\xi} \\ v(\xi, t) = p(\xi) \frac{dY(\xi)}{d\xi} + t \cdot \frac{dX(\xi)}{d\xi} \end{cases} \quad (22)$$

Система координат (22) связана со слоями на фокусаторе и выражает координаты  $(u, v)$  через координату  $\xi$ , определяющую слой  $\Gamma(\xi)$ , содержащий данную точку и координату  $t$ , определяющую положение точки на слое. Отметим, что координата  $t$  является расстоянием от точки слоя  $(u(0, t), v(0, t))$ , являющейся точкой пересечения слоя и нормали к слою, до текущей точки слоя. В последующем изложении мы ограничимся рассмотрением практически важного случая фокусировки в кривую радиальных пучков:

$$I_0(\mathbf{u}) = I_0(u^2 + v^2), \quad |\mathbf{u}| \leq R, \quad (23)$$

где  $R$  — радиус апертуры фокусатора.

Для радиально-симметричных пучков закон сохранения светового потока (13) в координатах  $(\xi, t)$  может быть представлен в компактной дифференциальной форме:

$$d p(\xi) \times \frac{\sqrt{R^2 - p^2(\xi)}}{\sqrt{R^2 - p^2(\xi)}} \int_{-\sqrt{R^2 - p^2(\xi)}}^{\sqrt{R^2 - p^2(\xi)}} I_0(p^2(\xi) + t^2) dt = I(\xi) d\xi. \quad (24)$$

Поскольку интеграл в (24) обращается в ноль при  $p(0) = -R, p(L) = +R$ , то уравнение (24) следует решать относительно функции  $\xi(p)$ . Согласно (24), расчет  $\xi(p)$  состоит в решении дифференциального уравнения 1-го порядка, разрешенного относительно производной. Для решения такого уравнения может быть использован любой стандартный численный метод, например методы Рунге — Кутты. Далее вычисление  $p(\xi)$  состоит в обращении гладкой однозначной функции  $\xi(p)$ .

Основное преимущество в использовании координат  $(\xi, t)$  состоит в возможности прямого вычисления фазы фокусатора без расчета функции  $\xi(\mathbf{u})$ , состоящего в решения нелинейного уравнения для каждой точки  $\mathbf{u}$  апертуры фокусатора. Действительно, из уравнений

(17), (22) несложно получить частные производные функции  $\Phi_D(\mathbf{u})$

в (17) в переменных  $(\xi, t)$  в виде:

$$\frac{\partial \Phi_D(\xi, t)}{\partial \xi} = \frac{k}{f} X(\xi) \cdot \left[ \frac{dP(\xi)}{d\xi} \frac{dX(\xi)}{d\xi} + P(\xi) \times \right. \\ \left. \times \frac{d^2 X(\xi)}{d\xi^2} - t \frac{d^2 Y(\xi)}{d\xi^2} \right] + \frac{k}{f} Y(\xi) \times \quad (25)$$

$$\times \left[ \frac{dP(\xi)}{d\xi} \frac{dY(\xi)}{d\xi} + P(\xi) \frac{d^2 Y(\xi)}{d\xi^2} + t \frac{d^2 X(\xi)}{d\xi^2} \right], \\ \frac{\partial \Phi_D(\xi, t)}{\partial t} = \frac{k}{f} \left[ \frac{dX(\xi)}{d\xi} Y(\xi) - X(\xi) \frac{dY(\xi)}{d\xi} \right]. \quad (26)$$

Уравнения (25), (26) позволяют представить фазовую функцию фокусатора в переменных  $(\xi, t)$  в виде:

$$\Phi(\xi, t) = -\frac{k}{2f} (P^2(\xi) + t^2) + \Phi_D(\xi, t), \quad (27)$$

где

$$\Phi_D(\xi, t) = +\frac{k}{f} \left[ \frac{dX(\xi)}{d\xi} Y(\xi) - X(\xi) \frac{dY(\xi)}{d\xi} \right] \cdot t + \\ + \frac{k}{f} \left[ \frac{dX(\xi)}{d\xi} X(\xi) + \frac{dY(\xi)}{d\xi} Y(\xi) \right] P(\xi) - \frac{k}{f} \int_0^\xi P(\eta) d\eta. \quad (28)$$

Согласно уравнениям (24), (27) расчет фазы фокусатора в переменных  $(\xi, t)$  сводится к решению дифференциального уравнения первого порядка, обращению полученного решения и одномерному интегрированию функции  $p(\xi)$ . Следует отметить, что рассмотренные криволинейные координаты (22) несложно обобщить и на непараксиальный случай. Действительно, единственное отличие непараксиального случая от параксиального состоит в том, что слои являются гиперболами (15), а не отрезками прямых (16). Поэтому в непараксиальном случае следует выразить координаты  $(u, v)$  через координаты



ту  $\xi$ , определяющую гиперболу  $\Gamma(\xi)$ , содержащую данную точку и координату  $t$ , определяющую положение точки на гиперболе относительно ее вершины. В частности, при фокусировке в отрезок  $\mathbf{X}(\xi) = (-d + \xi, 0, f)$ ,  $\xi \in [0, 2d]$  с линейной плотностью  $I(\xi)$  в непараксиальном случае, координаты  $(\xi, t)$  имеют наиболее простой вид:

$$\begin{cases} u(\xi, t) = \xi - d + \beta(\xi) \cdot \sqrt{f^2 + \eta^2} \\ v(\xi, t) = t \end{cases}, \quad (29)$$

где функция

$$\beta(\xi) = c(\xi) / \sqrt{1 - c^2(\xi)} \quad (30)$$

соответствует котангенсу угла при вершине конической поверхности, содержащей лучи, приходящие в данную точку отрезка.

Представление параксиальной фазовой функции фокусатора (27) в кривую  $S$  с уравнением  $\mathbf{X}(\xi) = (X(\xi), Y(\xi), f)$  в координатах  $(\xi, t)$  (22) позволяет установить следующее интересное свойство.

Умножение функции  $\phi_n(\xi, t)$  из (27) на константу  $t$  в (28) дает фазовую функцию ДОЭ, фокусирующего в  $t$  раз увеличенную кривую  $S_t$ :

$$X_t(\xi_t) = (tX(\xi_t/t), tY(\xi_t/t), f), \quad \xi_t \in [0, t \cdot L]. \quad (31)$$

При этом линейная плотность энергии

$$I_t(\xi_t) = \frac{1}{t} I(\xi_t/t), \quad \xi_t \in [0, t \cdot L], \quad (32)$$

вдоль линии  $S_t$  совпадает с функцией  $I(\xi)$  для линии  $S$  с точностью до масштаба. Данное свойство будет широко использоваться в дальнейшем изложении и легко проверяется непосредственной подстановкой уравнения кривой (31) в общее представление фазовой функции (27), (28).

Операция изготовления фотошаблона фокусатора на литографе или лазерном фотопостроителе предполагает использование декартовых или полярных координат. Согласно (27), при фиксированном

значении  $\xi$  фазовая функция вдоль слоя соответствует суперпозиции фазовых функций линзы и призмы. Это позволяет интерпретировать фокусатор как набор цилиндрических линз и призм, ориентированных вдоль слоев  $\Gamma(\xi)$ . При этом для точек  $\mathbf{u} \in \Gamma(\xi)$  фазовая функция имеет вид:

$$\varphi(\mathbf{u}) = -\frac{k\mathbf{u}^2}{2f} + \frac{k}{f}(uX(\xi) + vY(\xi)) + c(\xi), \quad (33)$$

где

$$c(\xi) = -\frac{k}{f} \int_0^\xi \rho(\eta) d\eta.$$

Согласно (33), для расчета фазовой функции (10) в декартовых координатах  $(u, v)$  достаточно построить систему из  $N$  слоев (16) по функции  $\rho(\xi)$ . При этом система слоев  $\Gamma(\xi_n)$ ,  $n = 1, N$  определит разбиение апертуры фокусатора на  $N$  сегментов  $D_i$ . Далее, для вычисления фазы фокусатора в точке  $\mathbf{u}$  достаточно найти сегмент  $D_i$ , содержащий данную точку и воспользоваться формулой (33). Отметим, что поиск сегмента  $D_i$ , содержащего данную точку  $\mathbf{u}$ , сводится к тривиальным операциям определения положения точки относительно прямых.

Проведенный анализ структуры фазы фокусатора вдоль слоев позволяет предложить следующий простой алгоритм расчета фазовой функции фокусатора:

- Расчет функции  $\rho(\xi)$  из уравнения (24).
- Переход к декартовым (или полярным) координатам с введением дискретной системы слоев и последующим расчетом фазы в сегментах по формуле (33).

В качестве примера рассмотрим расчет фокусатора плоского пучка круглого сечения радиуса  $R$  в дугу окружности с постоянной линейной плотностью. Параметрическое уравнение дуги окружности имеет вид:

$$\begin{cases} X(\xi) = R_1 \cos((\xi - R_1\alpha/2)/R_1) \\ Y(\xi) = R_1 \sin((\xi - R_1\alpha/2)/R_1) \end{cases}, \quad \xi \in [0, R_1\alpha], \quad (34)$$

где  $R_1$  — радиус дуги,  $\alpha$  — угловой размер дуги.

Из закона сохранения светового потока (24) несложно получить функцию  $\xi(p)$  в виде:

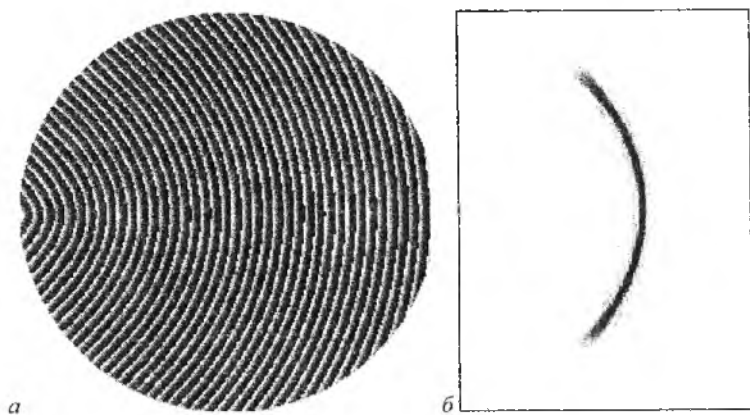
$$\xi(p) = \frac{R_1\alpha}{\pi} \left( \arcsin\left(\frac{p}{R}\right) + \frac{p}{R} \sqrt{1 - \left(\frac{p}{R}\right)^2} \right). \quad (35)$$

Подставляя (34) в (22) и (27), получим фазовую функцию фокусатора в дугу в виде:

$$\varphi(\xi, t) = -\frac{k}{2f}(P^2(\xi) + t^2) - \frac{k}{f} \left( t \cdot R_1 + \int_0^{\xi} p(\eta) d\eta \right). \quad (36)$$

Простой вид полученной фазы (36) демонстрирует достоинство криволинейной системы координат (22). Расчет фазы (36) сводится к выполнению только двух простых численных операций — обращения функции (35) и ее одномерного интегрирования.

**Пример 1.** На рис. 2, а приведено полутоновое изображение фазовой функции фокусатора в дугу окружности, рассчитанной как дополнение к линзе, для следующих параметров  $\lambda = 0,63$  мкм,  $f = 500$  мм,  $R = 5$  мм,  $R_1 = 1,25$  мм,  $\alpha = \pi/2$ . Для расчета фазы (36) в декартовых координатах была построена система из 200 слоев по функции  $p(\xi)$ , найденной из уравнения (35) с последующим использованием формулы (33). Полутоновое распределение интенсивности, формируемое фокусатором на рис. 2, а, приведено на рис. 2, б и демонстрирует работоспособность разработанного метода.



*Рис. 2. Фазовая функция фокусатора для фокусировки в дугу окружности (а),  
распределение интенсивности в плоскости фокусировки (б)*

## 2. РАСЧЕТ И ИССЛЕДОВАНИЕ ГЕОМЕТРООПТИЧЕСКИХ ФОКУСАТОРОВ

В данном разделе проведено исследование некоторых, наиболее важных, эталонных задач фокусировки. Приведенные здесь результаты расчета и исследования фокусаторов позволяют оценить степень применимости геометрооптического подхода к расчету ДОЭ, установить связь физических и дифракционных характеристик фокусаторов и оценить влияние технологических погрешностей (дискретизации и квантования фазовой функции) на качество работы фокусаторов. Полученные ниже результаты анализа различных подходов к решению ряда обратных эталонных задачах фокусировки являются основополагающими для оценки использования ДОЭ в конкретных технологических установках.

Все приведенные в данном разделе результаты дифракционного исследования фокусаторов получены численным расчетом интеграла Френеля — Кирхгофа. Для оценки влияния погрешностей дискретизации и квантования фазы на качество работы фокусаторов расчет интеграла Френеля — Кирхгофа проводился с использованием специально разработанных квадратурных формул [20-24], основанных на:

- разбиении апертуры фокусатора на прямоугольные или, в случае радиальной симметрии, на кольцевые модули (ячейки);
- использовании в пределах каждого модуля кусочно-постоянной аппроксимация для функции комплексного пропускания (ФКП) фокусатора;
- использовании базовых аналитических решений задач дифракции на прямоугольных и кольцевых модулях [20-24].

При этом кусочно-постоянная аппроксимация для ФКП фокусатора соответствует процессу отображения фазы фокусатора фотопостроителем с прямоугольным или кольцевым растром, а использование базовых аналитических решений задач дифракции на прямоугольных и кольцевых модулях обеспечивает высокую точность дифракционного расчета [20-24].

## 2.1. Дифракционная линза

Дифракционная линза является наиболее важным и широко используемым дифракционным элементом. Проведенные в данном пункте результаты исследования дифракционной линзы имеют большую значимость и для оценки работы фокусаторов в линию. Данный факт связан с рассмотренной в начале пособия интерпретацией фокусатора в кривую как набора линз, ориентированных вдоль слоев.

Метод и результаты расчета трехмерного распределения света вблизи фокуса обычной рефракционной линзы имеются в классической работе М. Борна и Э. Вольфа "Основы оптики" [34]. Более точные методы и результаты расчетов приведены в ряде современных исследований [35-41]. Эти исследования позволили выявить асимметрию распределения интенсивности относительно фокальной плоскости и оценить величину фокального сдвига максимума интенсивности. Аналогичные результаты получены также для случая фокусировки гауссовских пучков [42-47] и для цилиндрических линз [48, 49]. Анализу фокусировки в точку посвящены работы по исследованию зонных пластинок и плоской дифракционной линзы [50-58, 21, 23]. В частности, в работе [55] получены распределения интенсивности в фокальной плоскости дифракционной линзы для различного числа уровней квантования фазы. В работах [21, 57, 58] путем численных расчетов получены распределения интенсивности вдоль оптической оси дифракционной линзы для различного числа уровней квантования фазовой функции.

В работах [57, 58] получены графики распределений интенсивности в фокальной плоскости и вдоль оптической оси [21, 57, 58]; также представляет интерес полное исследование структуры сфокусированного излучения во всей фокальной области [23].

Фазовая функция линзы в параксиальном приближении имеет вид

$$\varphi(r) = -\frac{kr^2}{2f}, \quad r \leq a, \quad (37)$$

где  $k = 2\pi/\lambda$ ,  $\lambda$  — длина волны освещающего пучка,  $f$  — фокусное расстояние,  $r$  — полярный радиус.

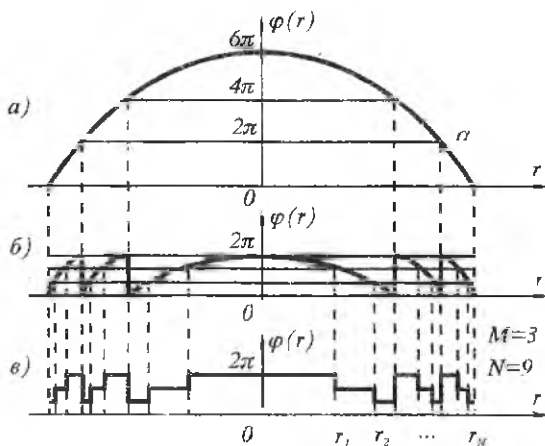


Рис. 3. Этапы получения плоской линзы

На рис. 3 представлены этапы получения плоской линзы. На рис. 3, а показана фазовая функция обычной линзы (37). На рис. 3, б - фазовая функция идеальной плоской линзы, т.е. фаза (37) взятая по модулю  $2\pi$ . На рис. 3, в показан реальный ступенчатый профиль плоской линзы, получаемый в соответствии с многоступенчатой технологией изготовления ДОЭ. Аппроксимация непрерывной фазовой функции плоской линзы ступенчатым профилем возможна ступенями равной ширины (равномерная дискретизация) или ступенями равной глубины, как на рис. 3, в. В последнем случае дискретизацию назовем неравномерной. Она определяется выбранным числом  $M$  уровней квантования фазы. Для линзы на рис. 3, в при трех уровнях квантования фазы и трех зонах Френеля получается  $N=9$  кольцевых модулей. Внешние радиусы кольцевых зон для  $M$  уровней квантования фазы определяются по формуле

$$r_n = \sqrt{\frac{2nf \cdot \lambda}{M}}, \quad n = \overline{1, N}, \quad (38)$$

где  $N = \text{int}[Ma^2/2\lambda f] + 1$ . При равномерной дискретизации квантование фазовой функции внутри кольцевого модуля не зависит от числа элементов дискретизации.

На рис. 4 представлены распределения интенсивности поля  $I(\bar{\rho}, 0)/I_{\text{фо}}$  в фокальной плоскости плоской линзы с дискретизацией (38) при 2, 4 и 16 уровнях квантования фазы. На рис. 5 приведены аналогичные распределения  $I(0, \bar{z})/I_{\text{фо}}$  вдоль оптической оси при больших числах Френеля, когда можно пренебречь асимметрией распределения относительно фокальной плоскости и величиной фокального сдвига. Здесь  $I_{\text{фо}}$  — интенсивность в фокусе неквантованной линзы [34]:

$$I_{\text{фо}} = I_0 \cdot \left( \frac{ka^2}{2f} \right)^2, \quad (39)$$

где  $I_0$  — интенсивность плоского освещающего пучка, а

$$\begin{cases} \tilde{\rho} = k \left( \frac{a}{f} \right) \rho \\ \tilde{z} = k \left( \frac{a}{f} \right)^2 z \end{cases} \quad (40)$$

- безразмерные координаты в фокальной области плоской линзы с центром в фокусе линзы. На рис. 6 представлены изофоты (линии равной интенсивности функции  $I(\bar{\rho}, \bar{z})/I_{\text{фо}}$ ) в меридиональном сечении фокальной области плоской линзы с большим числом Френеля  $F = a^2/(\lambda f)$  для 2-х и 4-х уровней квантования  $M$ . Изофоты на рис. 6 дополняют результаты работ [55, 56], в которых построены лишь графики распределений интенсивности, совпадающие с рис. 4 и рис. 5.



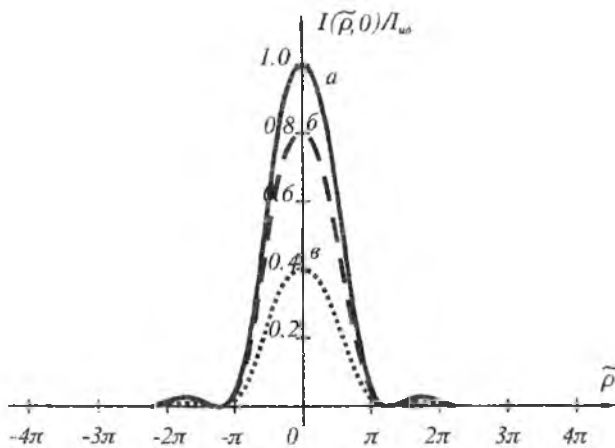


Рис. 4. Нормированные распределения интенсивности в фокальной плоскости плоской линзы с неравномерной дискретизацией для различного числа уровней квантования  $M$ :  $M = 16$  (а),  $M = 4$  (б),  $M = 2$  (в)

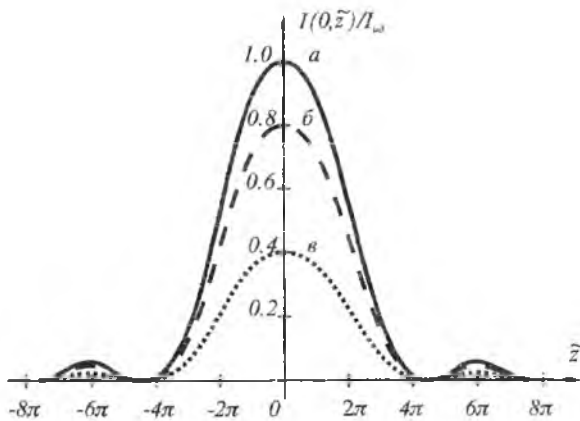


Рис. 5. Нормированные распределения интенсивности вдоль оптической оси плоской линзы с неравномерной дискретизацией для различного числа уровней квантования  $M$ :

$M = 16$  (а),  $M = 4$  (б),  $M = 2$  (в) для больших чисел Френеля  $F^2 = a^2 / (\lambda f)$

Анализ рисунков 4 - 6 подтверждает вывод работы [59] о том, что форма волнового фронта, формируемого в полезном +1 порядке дифракции квантованной линзы, фактически не зависит от числа уровней квантования.

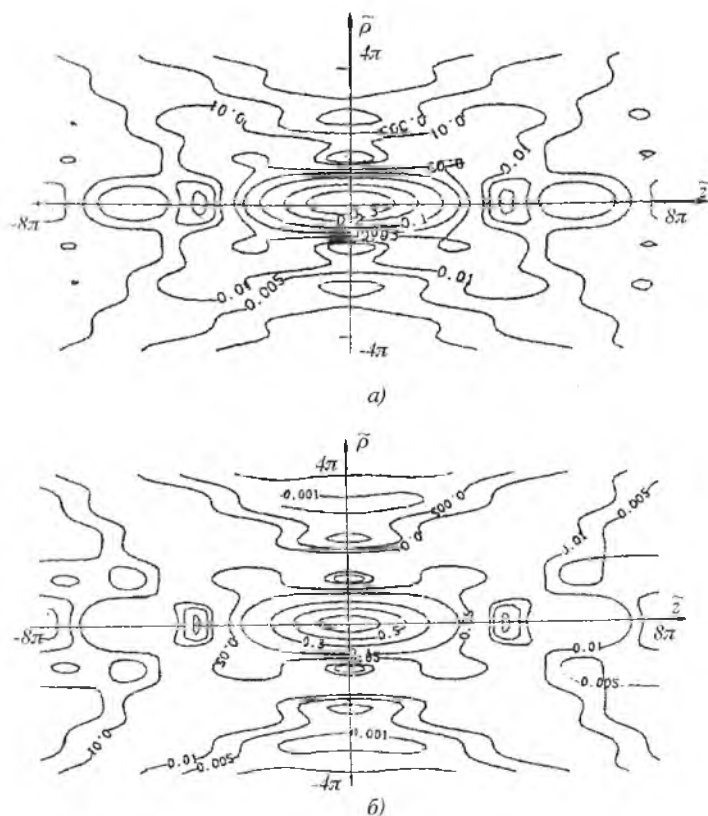


Рис. 6. Изофоты нормированных распределений интенсивности  $I(\bar{\rho}, \bar{z})/I_{00}$  в фокальной области плоской линзы с неравномерной дискретизацией:  $M = 2$  (а),  $M = 4$  (б)

Представляет интерес исследование распределения интенсивности вдоль оптической оси плоской линзы с небольшим числом Френеля. На рис. 7 и 8 приведены распределения нормированной интенсивности  $I(0, \bar{z})/I_{00}$  вдоль оптической оси для дифракционной линзы с числом уровней квантования фазы  $M = 2, 4, 16$ . Графики на рис. 7, 8 получены для равномерного и гауссового ( $A_0(r) = \exp(-r^2/\sigma^2)$ ) пучков при следующих параметрах: радиус  $a = 1$  мм; длина волны  $\lambda = 10,6$  мкм;

число Френеля  $F = a^2 / (\lambda f) = 4$ ; параметр гауссового пучка  $\sigma = 0,8$  мм. Графики на рис. 7 соответствуют данным работ [57, 58], что свидетельствует о корректности использованного метода расчета интеграла Френеля-Кирхгофа в радиальном случае. Рис. 8 показывает «расплывание» фокального пятна вдоль оптической оси для гауссового пучка с радиусом перетяжки, меньшим радиуса линзы. При увеличении числа уровней квантования распределение асимптотически приближается к распределению интенсивности в фокальной области рефракционной линзы, освещаемой гауссовым пучком [42-47].

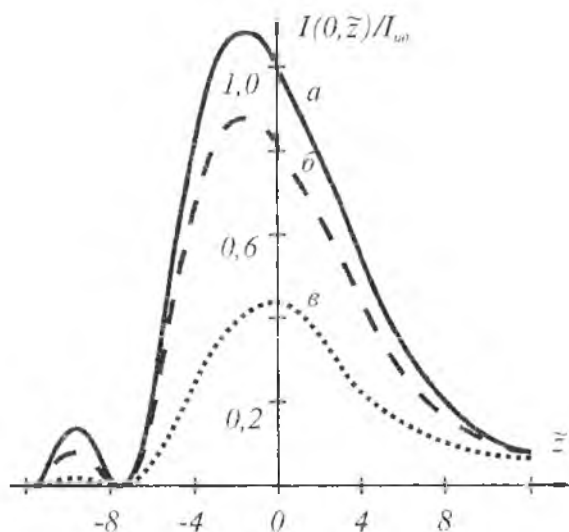


Рис. 7. Распределения нормированной интенсивности  $I(0, z)/I_0$  вдоль оптической оси для квантованной дифракционной линзы с числом Френеля  $F = 4$  при плоском освещающем пучке:  $M = 16$  (а),  $M = 4$  (б),  $M = 2$  (в)

Эффективность плоской линзы может быть охарактеризована отношением  $I(0, 0)/I_0$  интенсивности в фокусе плоской линзы к интенсивности (38) в фокусе идеальной линзы с такими же параметрами. Расчетные значения для эффективности плоской линзы с неравномерной

дискретизацией представлены в табл. 1 и совпадают с аналогичными данными, полученными средствами Фурье-анализа [59].

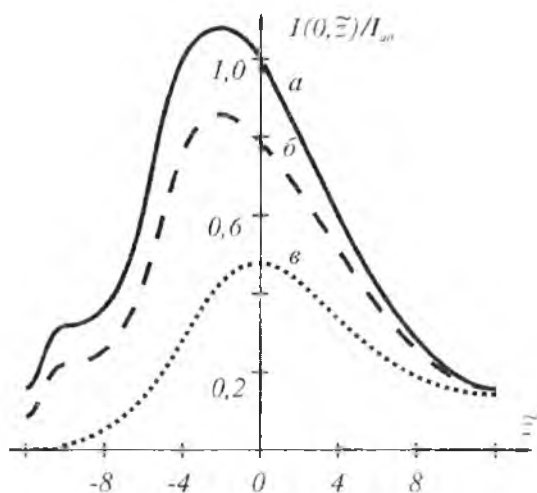


Рис. 8. Распределения нормированной интенсивности  $I(0, z)/I_{00}$  вдоль оптической оси для квантованной дифракционной линзы с числом Френеля  $F = 4$  при гауссовском освещающем пучке:  $M = 16$  (а),  $M = 4$  (б),  $M = 2$  (в)

Таблица 1

Эффективность  $I(0,0)/I_{00}$  плоской линзы

с неравномерной дискретизацией при различном числе уровней квантования  $M$

$M$	2	4	5	8	16	32
$I(0,0)/I_{00}$	0,405	0,811	0,875	0,9495	0,9871	0,9966

В известных работах [55-59] отсутствуют данные о том, что будет с дифракционной эффективностью и распределением интенсивности в фокальной области плоской линзы в случае отступления от оптимальной неравномерной дискретизации. Анализ в этом случае затруднен тем, что эффективность плоской линзы и структура сфокусированного излучения уже не будут зависеть только от числа уровней

квантования, а будут определяться как физическими параметрами, так и параметрами дискретизации. В табл. 2 представлена зависимость эффективности плоской линзы с равномерной дискретизацией от числа уровней квантования  $M$  и числа кольцевых элементов дискретизации  $N$  при следующих параметрах:  $f = 100$  мм; диаметр линзы  $2a = 6,04$  мм;  $\lambda = 0,633$  мкм; число Френеля  $F = a^2 / (\lambda f) = 144$ . Число элементов дискретизации для плоской линзы с неравномерной дискретизацией равно  $N = [M \times F/2] + 1$ . При этом ширина кольцевых модулей будет убывать к краям линзы и достигнет у края величины, приведенной в табл. 2. Величина  $\gamma_{\min}$  вычисляется, согласно (38), по формуле:

$$\begin{aligned} \gamma_{\min} &= r_N - r_{N-1} = \sqrt{\frac{2Nf\lambda}{M}} - \sqrt{\frac{2(N-1)\lambda f}{M}} = \\ &= \sqrt{\frac{2\lambda f}{M}} (\sqrt{N} - \sqrt{N-1}). \end{aligned} \quad (41)$$

Таблица 2

Эффективность  $I(0,0)/I_{\text{во}}$  квантованной линзы с равномерной дискретизацией по радиусу в  $N$  точках при параметрах:  
 $f = 100$  мм;  $a = 3,02$  мм;  $\lambda = 0,633$  мкм

$M \backslash N$	$\infty$	16	4	2	$\gamma = a/N$ (мкм)
128	0,094	0,093	0,076	0,038	23,6
256	0,585	0,577	0,476	0,263	11,8
512	0,877	0,866	0,711	0,356	5,9
1024	0,968	0,955	0,786	0,392	2,95
2048	0,992	0,979	0,804	0,402	1,47
$\gamma_{\min}$ (мкм) при оптимальной дискретизации	-	1,31	5,25	10,5	-

Сравнительный анализ данных таблиц 1, 2 свидетельствует об эффективности неравномерной дискретизации. Для того чтобы добиться

при равномерной дискретизации такой же эффективности как при неравномерной с  $M$  уровнями квантования фазы, шаг равномерной дискретизации  $\gamma$  должен быть меньше размера крайнего модуля  $\gamma_{\min}$ , определяемого по формулам (41), (38).

## 2.2. Дифракционная цилиндрическая линза

Исследованию дифракционной цилиндрической линзы в приближении Фраунгофера посвящена работа [60]. В ней по контрастности рассчитанной картины Фраунгофера судят о характеристиках дифракционной цилиндрической линзы. Однако представляет интерес не только исследование контрастности поля в дальней зоне, но и анализ структуры сфокусированного излучения в фокальной области плоской цилиндрической линзы.

Фазовая функция цилиндрической линзы в параксиальном приближении имеет вид:

$$\varphi(u) = -\frac{ku^2}{2f}, \quad |u| \leq a. \quad (42)$$

Координаты границ линейных зон при  $M$  уровнях квантования фазы дифракционной цилиндрической линзы имеют вид:

$$u_n = \pm \sqrt{2n\lambda f / M}, \quad (43)$$

При этом общее количество линейных модулей

$$N = \text{int} \left[ \frac{Ma^2}{\lambda f} \right]. \quad (44)$$

На рис. 9 представлены распределения нормированной интенсивности  $I(\bar{x}, 0) / I_{i0}$  в фокальной плоскости дифракционной цилиндрической линзы с неравномерной дискретизацией (43) для  $M = 2, 4, 16$  уровней градаций фазы. Здесь  $\bar{x} = x/\pi a$  - безразмерная координата в фокальной плоскости, а

$$I_{i0} = \frac{4a^2}{\lambda f} \cdot I_0 \quad (45)$$

- интенсивность в фокусе неквантованной цилиндрической линзы.

Рис. 9 показывает, что при уменьшении числа уровней квантования фазы цилиндрической линзы происходит рост «фоновой» интенсивности. Фоновая интенсивность создается паразитными порядками квантования и приводит к подъему уровня боковых лепестков. Отметим, что для радиальной линзы фоновая интенсивность была незаметна (рис. 4). Несмотря на большее влияние порядков квантования на форму волнового фронта в полезном +1 порядке дифракции, расчетная эффективность квантованной цилиндрической линзы фактически совпадает со значениями эффективности для квантованной радиальной линзы, приведенными в табл. 1.

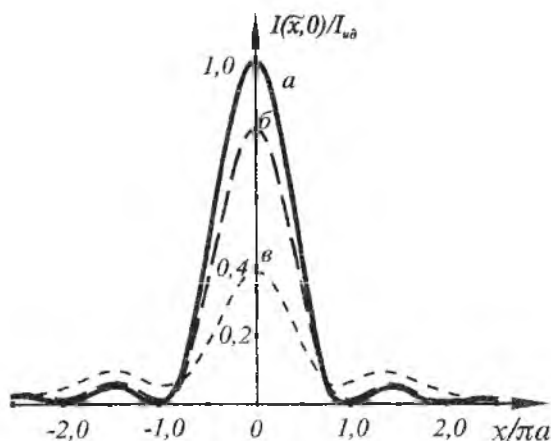


Рис. 9. Распределения нормированной интенсивности в фокальной плоскости дифракционной цилиндрической линзы для различного числа уровней квантования  $M$ :  $M = 16$  (а),  $M = 4$  (б),  $M = 2$  (в)

На рис. 10 представлены распределения нормированной интенсивности  $I(0, z)/I_{ид}$  вдоль «оптической оси» дифракционной цилиндрической линзы с неравномерной дискретизацией (43) для  $M=2, 4, 16$  уровней квантования фазы при параметрах:  $a = 1$  мм;  $f = 25$  мм;  $\lambda = 10,6$  мкм. Анализ рис. 10 показывает, что величина фокального сдвига (смещение точки максимума интенсивности из фокальной

плоскости) зависит не только от физических параметров, но и от числа уровней квантования фазы и составляет для исследуемой линзы:  $\Delta z = -0,05f = -1,25$  мм при  $M=16$ ;  $\Delta z = 0$  при  $M=4$ ; и  $\Delta z = 0,09f = 2,25$  мм при  $M=2$ . При этом общий характер распределения и величина фокального сдвига с увеличением  $M$  асимптотически приближаются к распределению света от неквантованной цилиндрической линзы [48,49]. Соответствие полученных результатов с данными работ по исследованию рефракционной цилиндрической линзы [48,49] говорит о корректности использованного метода расчета интеграла Френеля-Кирхгофа.

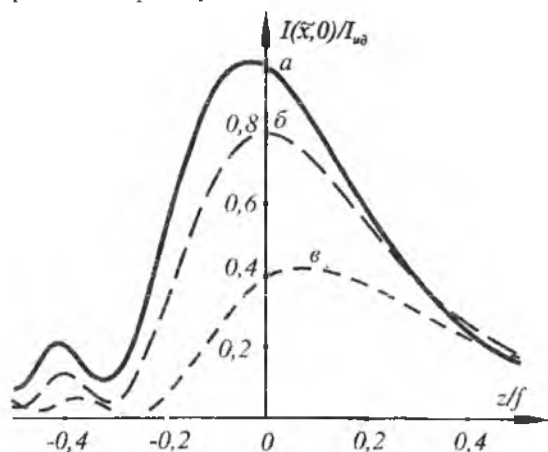


Рис. 10. Распределения нормированной интенсивности вдоль «оптической оси» дифракционной цилиндрической линзы для различного числа уровней квантования  $M$ : (а)  $M = 16$ , (б)  $M = 4$ , (в)  $M = 2$

### 2.3. Фокусатор в кольцо

На основе решения обратной задачи фокусировки лазерного излучения в работах [2, 62-64] предложено несколько типов фазовой функции фокусатора в кольцо. Используется для фокусировки плоского пучка света в кольцо и пара «аксикон - линза» [65, 66].



Фазовую функцию фокусатора в кольцо, действующего аналогично паре «аксикон — линза», несложно получить из общих уравнений (12) — (14) в виде:

$$\varphi(r) = -k\sqrt{f_0^2 + (r - r_0)^2}, \quad 0 \leq r \leq a, \quad (46)$$

где  $r$  — полярный радиус,  $f_0$  — фокусное расстояние,  $a$  — радиус фокусатора;  $r_0$  — радиус кольца фокусировки. В силу радиальной симметрии задачи фокусировки в кольцо слои имеют вид прямых, проходящих через центр фокусатора. Поскольку фаза вдоль слоя соответствует фазе линзы, то каждый узкий сектор фокусатора (46) (рис. 11) представляет собой полоску собирающей линзы, фокусирующей в точку на расстоянии  $r_0$  от оптической оси. В параксиальном приближении фазовая функция (46) принимает вид:

$$\varphi(r) = -kR_0 - \frac{kr^2}{2R_0} + \frac{kr r_0}{R_0}, \quad R_0 = \sqrt{f_0^2 + r_0^2}, \quad (47)$$

соответствующий комбинации собирающей линзы с фокусом  $R_0$  и аксикона (линейная по  $r$  фаза).

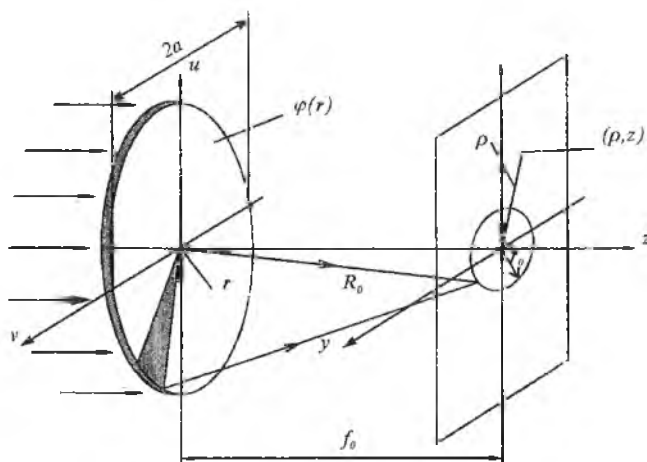


Рис. 11. Геометрия фокусировки в кольцо

В силу широкого использования фокусировки в кольцо в задачах лазерной технологии представляют интерес оценки ширины кольца, энергетической эффективности фокусировки и глубины резкости кольца, определяющей точность продольной юстировки плоскости фокусировки. Положенные в основу расчета фокусатора (46) геометрикооптические представления не позволяют оценить указанные дифракционные параметры.

Имеется ряд работ, посвященных исследованию фокусировки в кольцо [20, 24, 62-68]. В работах [65, 66] получены распределения интенсивности, формируемые парой «аксикон - линза» вблизи кольца для плоского пучка и гауссового пучков. В работе [63] исследуется фокусировка сходящегося сферического пучка в кольцо с помощью ДОЭ с бинарной функцией комплексного пропускания  $\text{sign}(J_0(krr_0/f_0))$ . В работах [62,64] предложено несколько функций комплексного пропускания ДОЭ с кольцевым импульсным откликом и получены интегральные представления для интенсивности поля в плоскости фокусировки вблизи кольца. В то же время остается открытой задача исследования объемной структуры светового поля вблизи фокальной плоскости с учетом дискретизации и квантования фокусатора. При решении этой задачи необходимо использование как аналитических методов расчета [64, 68], так и средств вычислительного эксперимента [20, 24]. Это позволит выяснить, какие дифракционные эффекты обусловлены несовершенством геометрикооптической фазовой функции, а какие - технологией синтеза ДОЭ, т.е. дискретизацией и квантованием фазовой функции.

Проведем исследование фокусатора (46), который в параксиальном приближении соответствует паре «аксикон — линза» (47). Энергетическую эффективность фокусатора будем оценивать долей энергии освещающего пучка, попадающей в окрестность кольца фокусировки с шириной по уровню 0,1 максимальной интенсивности. Рис. 12 и табл. 3 позволяют проследить за изменением ширины кольца,

энергетической эффективности и распределением интенсивности в плоскости фокусировки в зависимости от радиуса кольца.

Указанные результаты получены на основе аналитических методов расчета [64, 68] без учета эффектов дискретизации и квантования ( $N = M = \infty$ ). Расчетные значения энергетической эффективности соответствуют данным работы [65]. Согласно [65] при указанных параметрах и  $r_0 = 1$  мм в кольцо дифракционной ширины

$$\Delta = 2,28 \cdot \left( f_0 \cdot \frac{\lambda}{a} \right) = 84 \text{ мкм}, \quad (48)$$

определенной по 1-му минимуму, попадает 94% падающей на фокусатор энергии. По нашим данным в кольцо с дифракционной шириной 64 мкм, определенной по уровню 0,1 максимальной интенсивности, попадает 90% энергии.

Рис. 12, 13 позволяет выявить интересную дифракционную особенность фокусировки в кольцо. С уменьшением радиуса кольца до  $r_0 = 0,1$  мм дифракционная ширина кольца (см. табл. 3) становится сравнимой с радиусом кольца, так что кольцо начинает сливаться с центральным пятном.

Таблица 3

*Зависимость энергетической эффективности  $E$  и ширины кольца  $\Delta\rho$ , определяемой по уровню 0,1 максимальной интенсивности, от радиуса кольца фокусировки  $r_0$  при  $f_0 = 750$  мм;  $a = 12,8$  мм;  $\lambda = 0,6328$  мкм;  $N = \infty$ ,  $M = \infty$*

$r_0$ (мм)	0,1	1,0	0
$\Delta\rho$ (мкм)	67	64	65
$\Delta\rho/r_0$	0,67	0,064	0,013
$E$ (%)	89,4	88,5	87,7

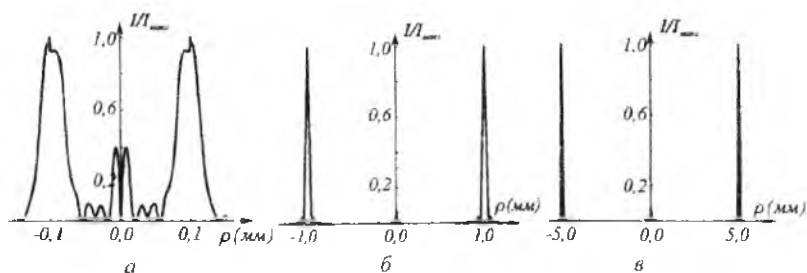


Рис. 12. Распределения интенсивности в фокальной плоскости фокусатора в кольцо при  $f_0 = 750$  мм;  $2a = 25,6$  мм;  $\lambda = 0,6328$  мкм для различных радиусов кольца фокусировки  $r_0$ :  $r_0 = 0,1$  мм (а);  $r_0 = 1$  мм (б);  $r_0 = 5$  мм (в)

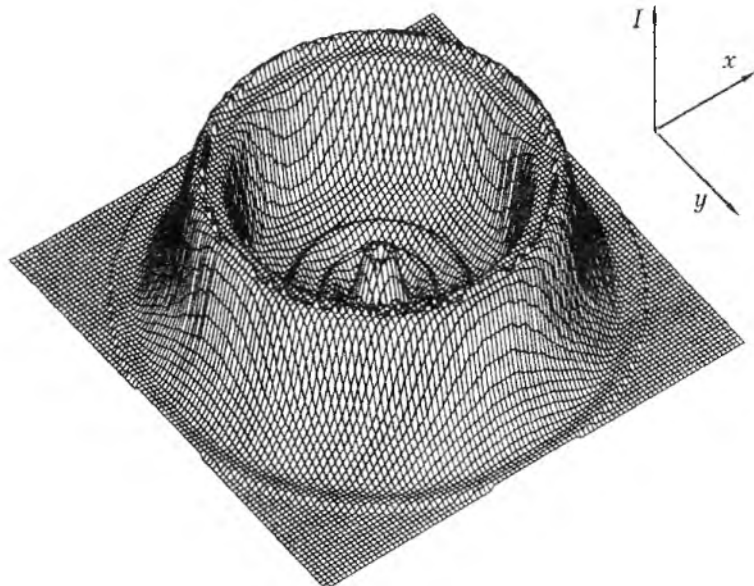


Рис. 13. Распределение интенсивности в фокальной плоскости фокусатора в кольцо с параметрами:  $f_0 = 750$  мм;  $2a = 25,6$  мм;  $\lambda = 0,6328$  мкм;  $r_0 = 0,1$  мм;  $N = \infty$ ,  $M = \infty$

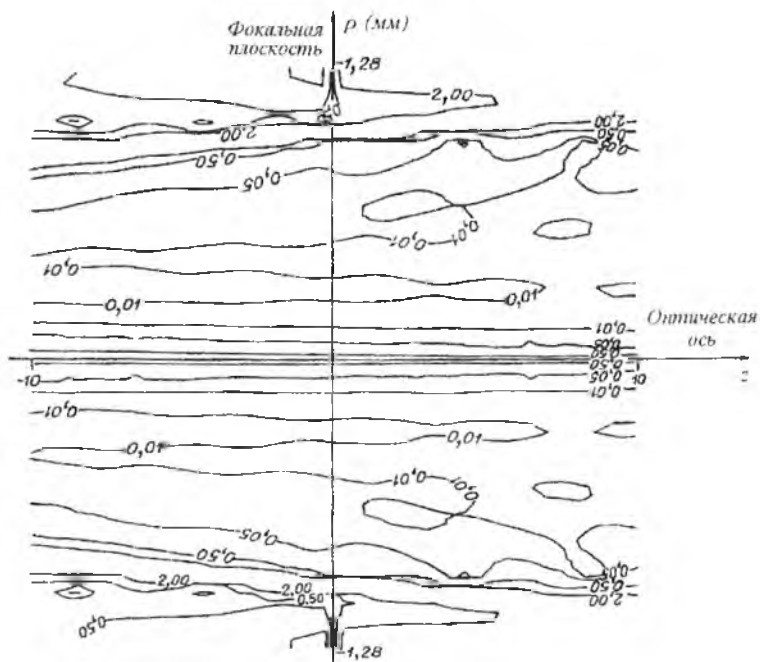


Рис. 11. Изофоты нормированного распределения интенсивности  $I(\rho, z)/I(0, 0)$  в меридиональном сечении фокальной области фокусатора в кольцо с параметрами:  $f_0 = 750$  мм;  $2a = 25.6$  мм;  $\lambda = 0.6328$  мкм;  $r_0 = 1$  мм;  $N = 128$ ;  $M = \infty$

В работе [62] обоснована целесообразность изготовления аксикона в виде плоского ДОЭ. В соответствии с принятой в работе [62] терминологией будем называть плоский аксикон фокусатором сходящегося сферического пучка в кольцо. Фазовая функция такого фокусатора имеет вид:

$$\varphi(r) = \frac{krr_0}{\sqrt{f_0^2 + r_0^2}}. \quad (49)$$

Численное исследование фокусатора (49) проведем для  $r_0 = 1$  мм. На рис. 14 приведены изофоты, характеризующие распределение

интенсивности при отклонении от плоскости фокусировки при равномерной дискретизации ( $N = 128$ ) для неквантованного фокусатора. В отличие от изофот линзы (рис. 6) видно, что энергия проходит не только через фокус, но и через область кольца. Для оценки влияния эффектов квантования фазы (49) при равномерной дискретизации ( $N = 128$ ) были рассчитаны распределения интенсивности в плоскости кольца для  $M = 16; 4; 2$  (рис. 15). Нормировка графиков на рис. 15 произведена на значение интенсивности на геометрическом кольце при  $M = \infty$ . Распределение интенсивности в плоскости кольца при  $M = 16$  практически неотличимо от соответствующего распределения на рис. 12, б при  $M = \infty$ . При  $M = 4$  появляются дополнительные внутренние кольца вблизи усиливающегося центрального пятна. При  $M = 2$  даже основное кольцо разбивается на несколько, а интенсивность центрального пятна превышает половину максимальной интенсивности. При этом энергетическая интенсивность  $E$  фокусировки падает (табл. 4). Значения энергетической эффективности в табл. 4 получены при  $N = 128$  и при ширине кольца  $\Delta r = 0,064$  мм, соответствующей уровню 0,1 от максимальной интенсивности при  $N = M = \infty$ . Сравнивая значение  $E = 76,7\%$  при  $M = \infty$  из табл. 4 с полученным теоретически для  $N = M = \infty$  значением  $E = 88,5\%$  из табл. 3, можно сделать вывод, что радиальная дискретизация с 128 отсчетами снизила энергетическую эффективность примерно на 10%. Графики на рис. 15 и данные табл. 4 позволяют пронаблюдать интересный эффект совместного влияния ошибок дискретизации и квантования фазы на работу фокусатора. Действительно, при  $M = 16$  внутренние паразитные кольца на рис. 15, а отсутствуют. В тоже время появление внутренних паразитных колец на рис. 15, б, в при  $M = 2, 4$  не может быть объяснено только квантованием фазы. Квантование фазы фокусатора (49) при  $N = \infty$  приводит к появлению дополнительных дифракционных порядков, соответствующих фокусировке в кольца с радиусами:

$$R_p = \left| r_0 \cdot (1 + pM) \right|, p = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (50)$$

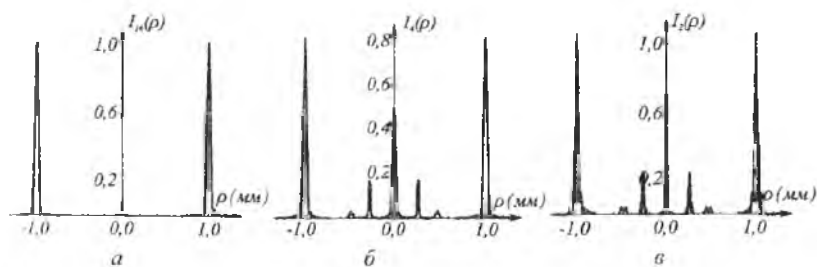


Рис. 15. Распределения нормированной интенсивности  $I_n(\rho) = I_w(\rho, 0) / I_w(r_0, 0)$  в фокальной плоскости квантованного фокусатора в кольцо при параметрах:  $f_0 = 750$  мм;  $2a = 25,6$  мм;  $\lambda = 0,6328$  мкм;  $r_0 = 1$  мм;  $N = 128$  для  $M = 16$  (а);  $M = 4$  (б);  $M = 2$  (в)

Таблица 4  
Зависимость эффективности  $E$  фокусатора (49) от числа уровней квантования  $M$  при равномерной дискретизации по радиусу и параметрах:  $f_0 = 750$  мм;  $a = 12,8$  мм;  $\lambda = 0,6328$  мкм;  $r_0 = 1$  мм;  $N = 128$ ; ширина кольца фокусировки  $\Delta r = 64$  мкм

$M$	$\infty$	16	4	2
$E(\%)$	76,7	75,7	62,4	59,7

Паразитные порядки ( $p \neq 0$  в (50)) усиливают центральный всплеск, однако, поскольку радиусы (50) при  $p \neq 0$  превышают радиус  $r_0$  кольца фокусировки, то наличие паразитных порядков квантования не позволяет объяснить появление внутренних колец на рис. 15, б, в. Таким образом, именно совместное влияние ошибок дискретизации и квантования фазы, проявляется в появлении внутренних колец. Интересно также отметить, что фокусатор (49) при  $M = 2$  дает почти такое же значение энергетической эффективности как при  $M = 4$  (табл. 4). Это объясняется тем, что при  $M = 2$  помимо основного 0-го порядка, также  $-1$ -й порядок квантования ( $p = -1$  в (51)) соответствует фокусировке в кольцо радиуса  $r_0$ . В 0 и  $-1$  порядке при  $M = 2$  содержится примерно столько же энергии

освещающего пучка, что и в основном 0-м порядке при  $M = 4$ . При этом интерференционное сложение 0-го и 1-го порядков приводит к «изрезанному» виду кольца на рис. 15, в.

Остановимся теперь на исследовании квантованного фокусатора плоского пучка (46). Для  $M$  уровней квантования фазы из (46), (47) в параксиальном приближении получается следующая дискретизация

$$\frac{k}{2R_0}(r_n - r_0)^2 = \frac{2\pi}{M}n, \quad 0 \leq r_n \leq a, \quad (51)$$

откуда

$$|r_n - r_0| = \sqrt{\frac{2\lambda R_0 n}{M}}, \quad 0 \leq r_n \leq a. \quad (52)$$

Индекс  $n$  в (52) определяет радиусы точек дискретизации относительно точки  $r_0$ . При этом для каждого значения  $n$  возможно одно или два значения радиуса кольца:

$$r_n = r_0 \pm \sqrt{\frac{2\lambda R_0 n}{M}}, \quad 0 \leq r_n \leq a, \quad (53)$$

$$n = 1, 2, \dots, N_1.$$

Общее количество кольцевых модулей определяется по формуле:

$$N = \text{int} \left[ \frac{r_0^2 M}{2\lambda R_0} + \frac{(a - r_0)^2 M}{2\lambda R_0} \right] + 1 \quad \text{при } a > r_0 \quad (54)$$

и

$$N = \text{int} \left[ \frac{r_0^2 M}{2\lambda R_0} \right] + 1 \quad \text{при } a < r_0. \quad (55)$$



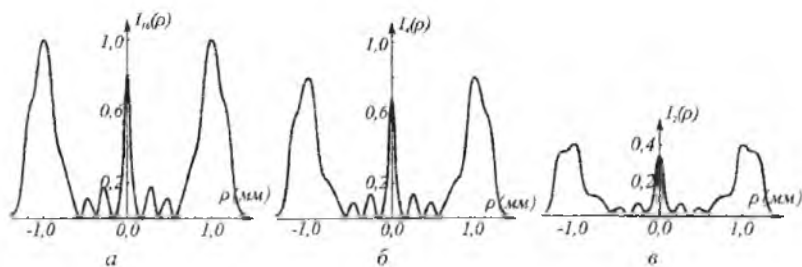


Рис. 16. Распределения нормированной интенсивности  $I_{Nl}(\rho) = I_{Nl}(\rho, 0) / I_{\infty}(r_0, 0)$  в фокальной плоскости квантованного фокусатора в кольцо при  $f_0 = 500$  мм:  $2a = 25,6$  мм;  $\lambda = 10,6$  мкм;  $r_0 = 1$  мм для  $M = 16$  (а);  $M = 4$  (б);  $M = 2$  (в)

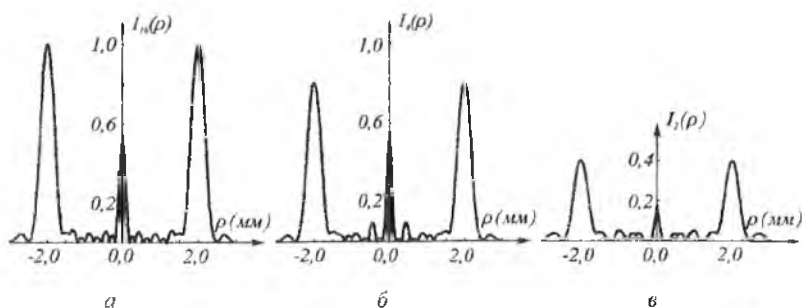


Рис. 17. Распределения нормированной интенсивности  $I_{Nl}(\rho) = I_{Nl}(\rho, 0) / I_{\infty}(r_0, 0)$  в фокальной плоскости квантованного фокусатора в кольцо при  $f_0 = 500$  мм:  $2a = 25,6$  мм;  $\lambda = 10,6$  мкм;  $r_0 = 2$  мм для  $M = 16$  (а);  $M = 4$  (б);  $M = 2$  (в)

Чтобы не увеличивать время расчета, которое прямо пропорционально  $N$  и обратно пропорционально  $\lambda$ , для исследования был выбран фокусатор инфракрасного излучения  $\text{CO}_2$ -лазера с параметрами:  $f_0 = 500$  мм;  $\lambda = 10,6$  мкм;  $2a = 25,6$  мм. На рис. 16, 17 и в табл. 5 представлены результаты исследования фокусаторов в кольцо с радиусами  $r_0 = 1$  мм и  $r_0 = 2$  мм для различного числа уровней квантования фазы.

Зависимость энергетической эффективности  $E$  и ширины кольца фокусировки  $\Delta\rho$  по уровню  $\theta$  максимальной интенсивности от числа уровней квантования  $M$  для фокусатора в кольцо радиусом  $r_0$

при  $f_0 = 500$  мм;  $\lambda = 10,6$  мкм;  $\alpha = 12,8$  мм.

$M$	$E$ (%)	$\rho$ (мм)	$\rho_s$ (мм)	$\Delta\rho$ (мм)	$E/E_0$
При $r_0 = 1,0$ мм и $\theta = 0,5$ ( $\Delta\rho_0 = 0,408$ мм)					
16	68,2	0,798	1,179	0,381	0,958
4	57,0	0,811	1,193	0,382	0,801
2	28,9	0,829	1,218	0,389	0,406
При $r_0 = 2,0$ мм и $\theta = 0,5$ ( $\Delta\rho_0 = 0,408$ мм)					
16	68,6	1,797	2,189	0,392	0,963
4	57,8	1,803	2,220	0,417	0,812
2	28,2	1,863	2,242	0,379	0,396
При $r_0 = 1,0$ мм и $\theta = 0,2$ ( $\Delta\rho_0 = 0,613$ мм)					
16	84,5	0,652	1,259	0,608	0,992
4	69,9	0,650	1,266	0,617	0,820
2	35,3	0,632	1,289	0,657	0,414
При $r_0 = 2,0$ мм и $\theta = 0,2$ ( $\Delta\rho_0 = 0,613$ мм)					
16	84,4	1,684	2,282	0,588	0,991
4	69,5	1,687	2,305	0,618	0,816
2	0,345	1,729	2,330	0,601	0,405
При $r_0 = 1,0$ мм и $\theta = 0,1$ ( $\Delta\rho_0 = 0,701$ мм)					
16	0,873	0,617	1,306	0,690	0,989
4	0,721	0,611	1,310	0,700	0,817
2	0,365	0,574	1,338	0,764	0,413
При $r_0 = 2,0$ мм и $\theta = 0,1$ ( $\Delta\rho_0 = 0,701$ мм)					
16	0,872	1,643	2,328	0,658	0,988
4	0,717	1,644	2,348	0,704	0,812
2	0,364	1,615	2,382	0,767	0,412

В табл. 5 используются следующие обозначения:

$\theta$  - уровень спада интенсивности, по которому определяются границы кольца фокусировки ( $\rho_+$ ,  $\rho_-$ );

$(\rho_+, \rho_-)$  - границы кольца фокусировки, определяемые по уровню  $\theta$ ;

$\Delta\rho = \rho_+ - \rho_-$  - ширина кольца фокусировки по уровню  $\theta$ ;

$\Delta\rho_\theta$ ,  $E_\theta$  - теоретические оценки ширины кольца и энергетической эффективности фокусировки для некантованного фокусатора ( $M = N = \infty$ ) из работы [68].

Анализ приведенных результатов расчета позволяет сделать следующие выводы:

- расчетный радиус центра кольца фокусировки увеличивается с уменьшением числа уровней квантования;
- с уменьшением числа уровней квантования происходит увеличение ширины кольца и уменьшение энергетической эффективности;
- ширина кольца и энергетическая эффективность почти не зависят от радиуса кольца  $r_0$ ;
- относительная величина центрального всплеска уменьшается с ростом радиуса кольца фокусировки  $r_0$ ;
- теоретическая оценка дифракционной ширины кольца фокусировки  $\Delta\rho_\theta$  некантованного фокусатора неплохо согласуется с численным расчетом.

Работа фокусатора в кольцо (46), (53)-(54) была также исследована для случая гауссового пучка с комплексной амплитудой

$$A_0(r) = \exp(-r^2/2\sigma^2) \quad (56)$$

при следующих параметрах:  $f_0 = 500$  мм;  $a = 12,8$  мм;  $\lambda = 10,6$  мкм;  $\sigma = 0,4a$ ;  $r_0 = 1$  мм;  $M = 2; 4; 16$ .

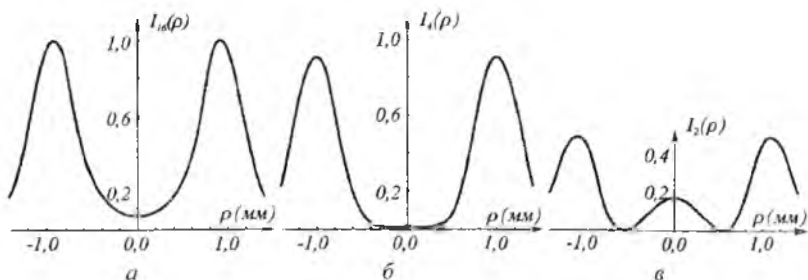


Рис. 18. Распределения нормированной интенсивности  $I_M(\rho) = I_M(\rho, 0) / I_c(r_0, 0)$  в фокальной плоскости квантованного фокусатора в кольцо для гауссовского пучка при  $f_0 = 500$  мм;  $2a = 25,6$  мм;  $\sigma = 0,4a$ ;  $\lambda = 10,6$  мкм;  $r_0 = 1$  мм и числе уровней квантования  $M = 16$  (а);  $M = 4$  (б);  $M = 2$  (в)

Результаты расчетов для фокусатора гауссовского пучка в кольцо представлены на рис. 18. Сравнение рисунков 16 и 18 позволяет отметить, что при гауссовском пучке увеличивается ширина кольца фокусировки и при  $M \geq 4$  происходит подавление центрального всплеска, который сливается с окружающим фоном. Увеличение ширины кольца обусловлено фактическим уменьшением величины активной области фокусатора при выбранном  $\sigma$ .

Таблица 6

Зависимость энергетической эффективности фокусатора (49) с прямоугольным растром дискретизации из  $N \times N$  элементов от числа уровней  $M$  квантования фазы при ширине кольца  $\Delta\rho = 64$  мкм и параметрах:  $f_0 = 750$  мм;  $\lambda = 0,6328$  мкм;  $2a = 25,6$  мм;  $r_0 = 1$  мм.

$N \backslash M$	$\infty$	16	4	2
128	47,2	47,0	37,8	32,7
256	75,8	74,1	60,2	58,4

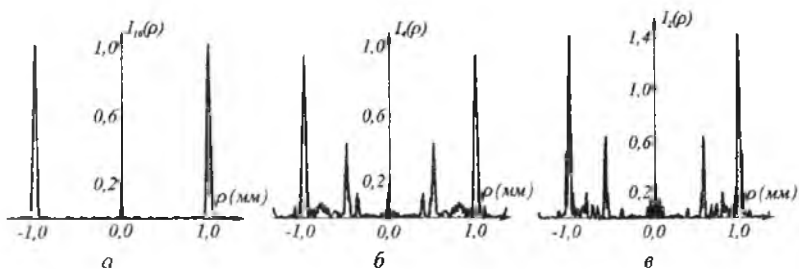


Рис. 19. Распределения нормированной интенсивности  $I_M(\rho) = I_M(\rho, 0) / I_M(r_0, 0)$  в фокальной плоскости квантового фокусатора в кольцо с прямоугольной дискретизацией при  $N = 128$ ,  $f_0 = 500$  мм;  $2a = 25,6$  мм;  $\lambda = 10,6$  мкм;  $r_0 = 1$  мм и числе уровней квантования  $M = 16$  (а);  $M = 4$  (б);  $M = 2$  (в)

При отсутствии кольцевого фотопостроителя можно изготовить фокусатор в кольцо на растровом генераторе изображений. Результаты исследования фокусатора (49) сходящегося сферического пучка в кольцо с дискретизацией, соответствующей разбиению апертуры фокусатора на  $N \times N$  квадратных ячеек представлены на рис. 19 и в табл. 6. Напомним, что используемые в этом случае квадратурные формулы [19, 20, 21, 45, 47] для расчета интеграла Кирхгофа — Френеля, предполагают кусочно-постоянную аппроксимацию функции комплексного пропускания фокусатора на сетке из  $N \times N$  квадратных ячеек. Сравнение рис. 15, 19 и данных табл. 4, 6 свидетельствует о значительной схожести результатов. Однако, для достижения равной энергетической эффективности необходимо, чтобы число элементов дискретизации  $N$  вдоль каждой оси прямоугольного раstra было в 2 раза большим, чем количество колец при равномерной радиальной дискретизации.

## 2.4. Фокусатор в полукольцо

Фазовая функция геометрооптического фокусатора плоского пучка в полукольцо с радиусом  $r_0$  может быть легко получена из фазовой функции фокусатора в кольцо. Действительно, при фокусировке в кольцо слои имеют вид прямых, а фаза вдоль «слоя-радиуса» соответствует фазе линзы, фокусирующей в точку кольца. Для фокусировки в полукольцо радиусом  $r_0$ , фазу линзы, фокусирующей в точку  $r_0$  достаточно определить не вдоль «слоя-радиуса», а вдоль «слоя-диаметра». При этом фазовая функция фокусатора в полукольцо принимает вид [69]:

$$\varphi(u, v) = \begin{cases} -k\sqrt{f_0^2 + (r-r_0)^2}, & u \geq 0, \\ -k\sqrt{f_0^2 + (r+r_0)^2}, & u < 0, \end{cases} \quad r = \sqrt{u^2 + v^2} \leq a. \quad (57)$$

Фазовая функция фокусатора сходящегося сферического пучка в полукольцо при  $z = f_0$  может быть получена из (57) введением фазы рассеивающей линзы с фокусом  $f_0$ .

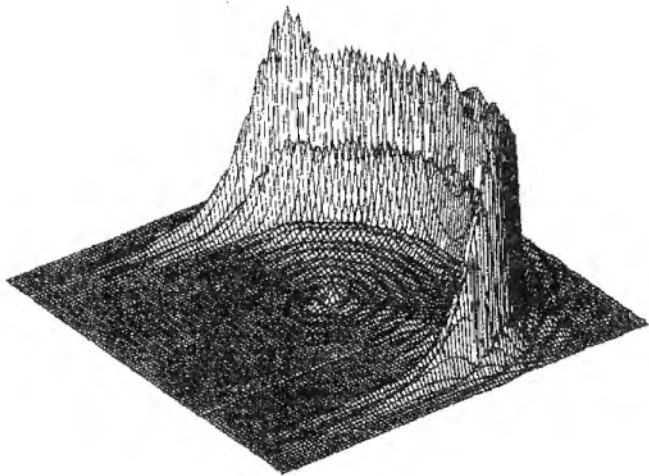


Рис. 20. Распределение интенсивности в фокальной плоскости фокусатора в полукольцо

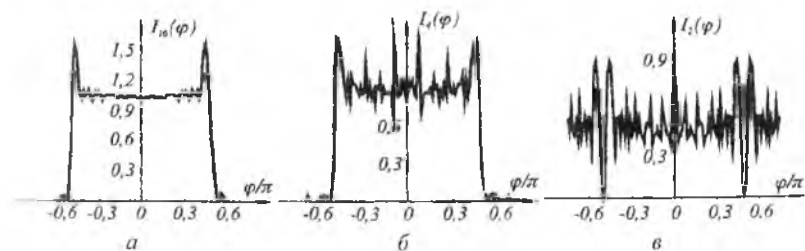


Рис. 21. Распределения нормированной интенсивности  $I_{1i}(\varphi) = I_{1i}(r_0, \varphi) / I_{1i}(r_0, 0)$  по углу вдоль полукольца фокусировки при  $M = 16$  (а);  $M = 4$  (б);  $M = 2$  (в) и параметрах:  $f_0 = 750$  мм;  $\lambda = 0,6328$  мкм;  $r_0 = 1$  мм;  $2a = 25,6$  мм;  $N = 128$

В параксиальном приближении фаза фокусатора сходящегося сферического пучка принимает вид:

$$\varphi(u, v) = \frac{krr_0}{\sqrt{f_0^2 + r_0^2}} \text{Sign}(u), \quad r = \sqrt{u^2 + v^2} \leq a. \quad (58)$$

На рис. 20, 21 представлены результаты исследования фокусатора (58) при  $f_0 = 750$  мм;  $\lambda = 0,6328$  мкм;  $r_0 = 1$  мм;  $2a = 25,6$  мм и при разностной дискретизации фазы на сетке из  $128 \times 128$  отсчетов. Распределение интенсивности в фокальной плоскости фокусатора на рис. 20 показывает сохранение всплеска интенсивности на оптической оси, характерного для фокусатора в кольцо. На рис. 21, в полярных координатах представлены распределения интенсивности вдоль полукольца (при  $\rho = r_0$ ,  $-2\pi/3 \leq \varphi \leq 2\pi/3$ ) при различном числе уровней квантования фазы. Всплески интенсивности по краям полукольца могут быть обусловлены разрезом фазовой функции фокусатора (58) при  $u = 0$ . При 4-х уровнях градации фазы (рис. 21, б) происходит уменьшение среднего уровня интенсивности вдоль линии фокусировки с одновременным увеличением неравномерности распределения интенсивности. Поскольку бинарный ДОЭ позволяет сформировать только центрально-симметричное распределение интенсивности, то при двух уровнях квантования фазы (рис. 21, в) происходит разрушение

области фокусировки и вместо фокусировки в полукольцо происходит фокусировка в кольцо с перепадами интенсивности вдоль него.

## 2.5. Фокусатор в поперечный отрезок

Рассмотрим квадратный фокусатор плоского пучка в отрезок  $|x| \leq d$  с постоянной линейной плотностью. Фазовая функция фокусатора может быть получена из общих уравнений (20), (21) в виде:

$$\varphi(u, v) = -k \frac{(1-d/a)u^2 + v^2}{2f}, \quad |u| < a, \quad |v| < a, \quad (59)$$

где  $2a$  — размер стороны апертуры фокусатора.

Результаты численного расчета поля от фокусатора (59) с параметрами  $f = 500$  мм;  $\lambda = 10,6$  мкм;  $2d = 2$  мм;  $2a = 12,8$  мм при числе элементов дискретизации фазы  $N_1 = N_2 = 128$  показаны на рис. 22, 23. При численном расчете интеграла Френеля-Кирхгофа предполагалось, что фокусатор состоит из  $N_1 \times N_2$  прямоугольных модулей, фазовая функция в каждом из которых определяется в соответствии со своим значением (59) в центре ячейки.

Распределение интенсивности вдоль фокальной линии для различного числа уровней квантования ( $M = 2, 4, 16$ ) фазы представлено на рис. 23. Рисунок 23 показывает сохранение формы фокальной области для малых  $M$  с соответствующим уменьшением энергетической эффективности:  $E = 75,3\%$  для  $M = 16$ ,  $E = 61,8\%$  для  $M = 4$  и  $E = 31,3\%$  для  $M = 2$ . При этом не представленный на рис. 23 график для  $M = 256$  ( $E = 76,3\%$ ) практически совпадает с графиком для  $M = 16$ , что доказывает отсутствие практического смысла в использовании более 16 уровней квантования фазы.



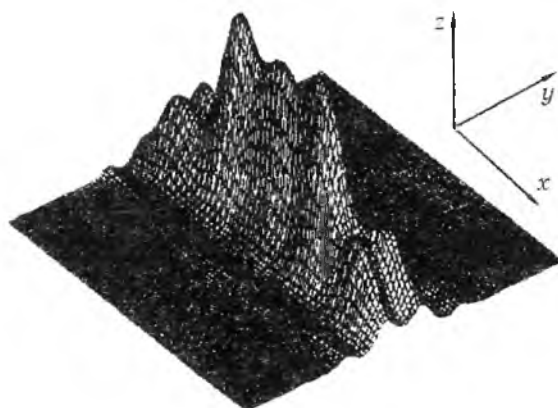


Рис. 22. Трехмерное распределение интенсивности в фокальной плоскости фокусатора в отрезок

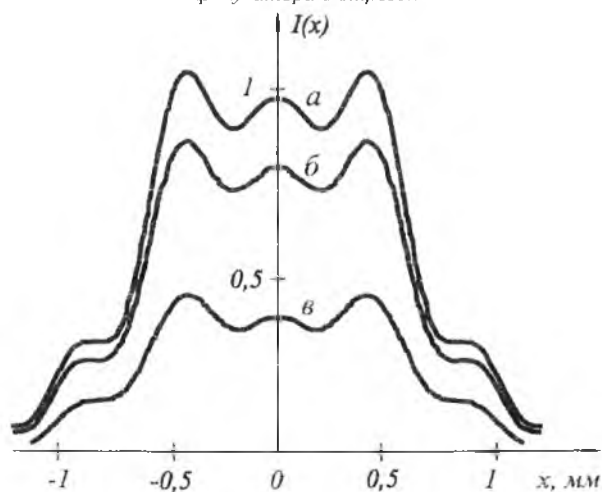


Рис. 23. Распределение нормированной интенсивности вдоль отрезка фокусировки в фокальной плоскости фокусатора (59) для различного числа уровней квантования  $M$ : (а)  $M = 16$ , (б)  $M = 4$ ,  $M = 2$  (в)

Ширина фокальной линии  $\epsilon$ , определяемая по уровню спада интенсивности  $\theta = 0,1$  при  $M = 256$  и указанных параметрах составляет  $0,62$  мм. Приведенные значения энергетической эффективности

соответствуют доли энергии, попадающей в прямоугольник  $2d-\varepsilon$ . Заметим, что размер дифракционного пятна  $\varepsilon_0 = \lambda f / a$  составляет в этом случае 0,82 мм. Сохранение формы фокальной области при малом числе уровней квантования фазы объясняется структурой дифракционных порядков квантованного ДОЭ. Дифракционные порядки, обусловленные квантованием фазы (59), соответствуют фокусировке в отрезки в плоскостях

$$z = F_n = f / n, \quad n = 1 + pM, \quad p = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (60)$$

При этом изображения, создаваемые квантованным фокусатором в плоскости при  $z = f$ , соответствуют расфокусированным отрезкам. Ширина расфокусированных отрезков на порядок больше, чем дифракционная ширина отрезка фокусировки, что делает их влияние на полезный отрезок ( $p = 0$  в (60)) ничтожно малым. Следует также отметить, что приведенное выше изменение энергетической эффективности  $E$  с уменьшением числа уровней квантования  $M$ , является пропорциональным квадрату модуля коэффициента Фурье  $c_0$ , описывающего долю энергии, фокусируемую в полезном  $+1$ -м порядке квантованного ДОЭ.

Фазовая функция квадратного ДОЭ, фокусирующего сходящийся сферический пучок в отрезок с равномерным распределением интенсивности имеет вид:

$$\varphi(u, v) = \frac{kd}{2af} u^2, \quad |u| < a, \quad |v| < a. \quad (61)$$

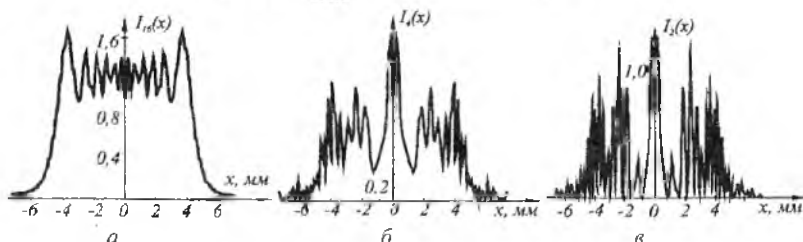


Рис. 24. Распределение интенсивности вдоль отрезка фокусировки в фокальной области фокусатора (61) для различного числа уровней квантования  $M$ :  $M = 16$  (а),  $M = 4$  (б),  $M = 2$  (в)

Таблица 7

Энергетическая эффективность  $E(\varepsilon)$  и среднеквадратичное отклонение  $\delta$  интенсивности от постоянного значения для различного числа уровней квантования  $M$  и элементов дискретизации  $N_1$  фокусатора (61) Параметры фокусатора:  $f = 500$  мм;  $\lambda = 10,6$  мкм;  $2d = 10$  мм;  $2a = 25,6$  мм;  $N_1 = 1$ ;  $\varepsilon_0 = \lambda f / a$

M	E(ε)					δ, (%)
	ε = 0,25 ε <sub>0</sub>	ε = 0,5 ε <sub>0</sub>	ε = 0,75 ε <sub>0</sub>	ε = 1,0 ε <sub>0</sub>	ε = 1,5 ε <sub>0</sub>	
$N_1 = 128$						
256	43,9	71,5	81,5	82,4	84,0	24,7
4	38,6	63,1	71,9	72,6	74,1	46,1
2	39,2	64,0	72,9	73,8	75,3	92,7
$N_1 = 256$						
256	45,0	73,3	83,5	83,9	84,0	24,3
4	38,8	63,4	72,2	72,6	74,1	46,0
2	39,4	64,3	73,4	73,8	75,3	91,9

Результаты исследования фокусатора (61) с параметрами  $f = 500$  мм;  $\lambda = 10,6$  мкм;  $2d = 10$  мм;  $2a = 25,6$  мм;  $N_1 = 128$ ,  $N_2 = 1$  представлены на рис. 24 и в табл. 7. Элементы дискретизации ДОО в данном случае имеют вид прямоугольников, большая сторона которых равна ширине фокусатора. На рис. 24 показаны графики распределения интенсивности  $I_M(x) = I_M(x, 0) / I_{256}(x, 0)$  в фокальной плоскости фокусатора при  $M = 16, 4, 2$ . В табл. 7 представлены значения энергетической эффективности  $E(\varepsilon)$  и среднеквадратичного отклонения  $\delta$  интенсивности от равномерного вдоль отрезка фокусировки. Значения энергетической эффективности приведены для нескольких значений ширины фокальной линии, пропорциональных дифракционному размеру  $\varepsilon_0 = \lambda f / a$ . Среднеквадратичное отклонение полученного распределения интенсивности вдоль отрезка фокусировки от эталонного определялось по формуле

$$\delta = \sqrt{\int_{-d}^d [I(x,0) - \tilde{I}(x)]^2 dx / \int_{-d}^d \tilde{I}^2(x) dx}, \quad (62)$$

где  $\tilde{I}(x)$  - требуемое распределение интенсивности вдоль отрезка фокусировки. Для фокусатора (61)  $\tilde{I}(x)$  при  $|x| \leq d$  постоянно и равно среднему значению интенсивности вдоль отрезка фокусировки.

Анализ рис. 24 и табл. 7 показывает, что при малом числе  $M$  градаций фазы (рис. 24, б, в) происходит разрушение формы фокальной области, хотя значения энергетической эффективности остаются достаточно высокими (табл. 7). Разрушение отрезка фокусировки при малых  $M$  также объясняется структурой дифракционных порядков, возникающих при квантовании. Дифракционные порядки, обусловленные квантованием фазы (59), соответствуют фокусировке в отрезки длины  $d_p = 2d \cdot (1 + pM)$ ,  $p = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ , в фокальной плоскости  $z = f$ . При этом паразитные изображения отрезков при  $p \neq 0$  накладываются на полезный отрезок  $|x| \leq d$  и, вследствие интерференции, разрушают его. Энергетическая эффективность остается достаточно высокой (табл. 7) поскольку в данном случае не происходит рассеяние энергии по другим фокальным плоскостям. Разрушение отрезка фокусировки при малых  $M$  не удается компенсировать двукратным увеличением дискретизации (табл. 7).

Результаты испытаний фокусаторов лазерного излучения дальнего ИК-диапазона в кольцо и отрезок описаны в работе [70]. Энергетическая эффективность фокусировки, измеренная методом калиброванных диафрагм, составила для разных экземпляров фокусаторов 60-75% [70], что соответствует приведенным данным моделирования фокусаторов в отрезок (59) с учетом технологических погрешностей изготовления дифракционного микрорельефа.

Представляет интерес исследование фокусаторов в отрезок с непостоянной линейной плотностью. На рис. 25 и в табл. 8 приведены результаты исследования фокусатора в отрезок с линейным распределением линейной плотности и с параметрами:  $f = 500$  мм;  $\lambda = 10,6$  мкм;  $2d = 10$  мм;

$2a = 25,6$  мм;  $N_1 = 256$ ,  $N_2 = 1$ . Фазовая функция фокусатора может быть получена из (20), (21) и, при фокусировке сходящегося сферического пучка в отрезок с двукратным увеличением линейной плотности, имеет вид:

$$\varphi(u, v) = -\frac{k}{f} \left[ 3du - \frac{ad}{9} \sqrt{\left(10 + 6\frac{u}{a}\right)^3} \right], \quad |u| < a, \quad |v| < a. \quad (63)$$

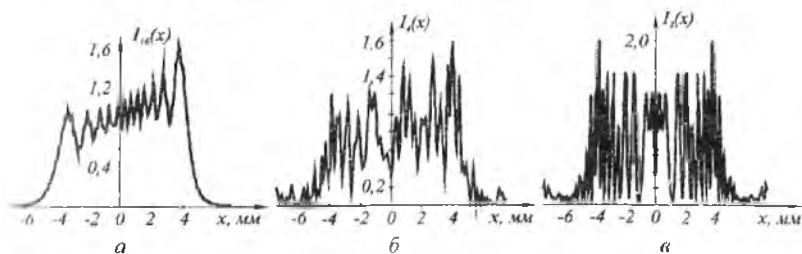


Рис. 25. Распределение интенсивности  $I_M(x) = I_M(x, 0)/I_{156}(x, 0)$  вдоль отрезка фокусировки в фокальной области фокусатора (63) для различного числа уровней квантования  $M$ : (а)  $M = 16$ , (б)  $M = 4$ , (в)  $M = 2$

Таблица 8

Энергетическая эффективность  $E(\varepsilon)$  и среднеквадратичное отклонение  $\delta$  интенсивности от линейного распределения для различного числа уровней квантования  $M$  и элементов дискретизации  $N_1$  фокусатора (63). Параметры фокусатора:  $f = 500$  мм;  $\lambda = 10,6$  мкм;  $2d = 10$  мм;  $2a = 25,6$  мм;  $N_1 = 1$ ,  $\varepsilon_0 = \lambda/f$

M	E(ε)					δ, %
	ε = 0,25 · ε <sub>0</sub>	ε = 0,5 · ε <sub>0</sub>	ε = 0,75 · ε <sub>0</sub>	ε = 1,0 · ε <sub>0</sub>	ε = 1,5 · ε <sub>0</sub>	
$N_1 = 128$						
256	43,4	70,9	80,8	81,5	82,7	30,1
4	38,2	62,2	70,7	71,3	72,4	49,8
2	38,1	62,2	70,7	71,4	72,6	91,1
$N_1 = 256$						
256	44,5	72,7	82,8	83,6	84,8	29,4
4	38,2	62,2	70,8	71,4	72,4	47,9
2	38,2	62,2	70,7	71,4	72,6	81,5

Характер распределения на рис. 25, а в целом отражает двукратное линейное увеличение интенсивности вдоль отрезка фокусировки. Энергетическая эффективность фокусатора (63) близка к энергетической эффективности фокусатора в отрезок с равномерным распределением. В тоже время, увеличение среднеквадратичного отклонения интенсивности  $\delta$  от линейного распределения при уменьшении  $M$  является более существенным. Поскольку бинарный ДОО позволяет сформировать только центрально-симметричное распределение интенсивности, то при  $M = 2$  фокусатор становится не работоспособным (рис. 25, в).

Выше было проанализировано влияние дискретизации и квантования фазовой функции на работу простейших геометрооптических фокусаторов в отрезок. Для рассмотренных фокусаторов с квадратной апертурой длина слоя была постоянной. Это не позволило оценить эффекты неравномерного дифракционного уширения линии фокусировки при неквадратном освещающем пучке и наметить пути их коррекции.

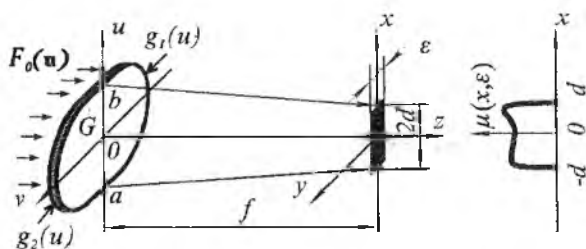


Рис. 26. Геометрия фокусировки в отрезок

В связи с этим проведем анализ более общей задачи фокусировки пучка с комплексной амплитудой  $F_0(\mathbf{u}) = \sqrt{I_0(\mathbf{u})} \exp(i\varphi_0(\mathbf{u}))$ , где  $I_0(\mathbf{u})$  - интенсивность освещающего пучка,  $\varphi_0(\mathbf{u})$  — фаза пучка, в отрезок  $|x| \leq d$  в плоскости  $z = f$  (см. рис. 26). Апертуру фокусатора предполагаем ограниченной кривыми  $v = g_1(u)$ ,  $v = g_2(u)$  и отрезками

прямых  $u=a$ ,  $u=b$ . Фазовая функция фокусатора в отрезок с распределением линейной плотности  $\theta(x)$ ,  $|x| \leq d$  имеет вид (20), (21). Для уяснения сущности геометрооптического решения проведем дифракционный анализ поля в фокальной плоскости фокусатора в отрезок.

В параксиальном приближении интеграла Кирхгофа комплексная амплитуда в плоскости фокусировки имеет вид:

$$w(\mathbf{x}) = \frac{k \exp(ikf)}{2\pi i f} \int_G w_0(\mathbf{u}) \exp(i\varphi(\mathbf{u})) \exp\left(\frac{ik}{2f}(\mathbf{x}-\mathbf{u})^2\right) d^2 \mathbf{u} \quad (64)$$

Подставляя (21) в (64) получим:

$$w(\mathbf{x}) = \frac{k \exp(ikf)}{2\pi i f} \int_G \sqrt{I_0(\mathbf{u})} \times \\ \times \exp\left(\frac{ik}{f} \int_{u_0}^u \kappa(\xi) d\xi\right) \exp\left(-\frac{ik}{f} \mathbf{xu}\right) d^2 \mathbf{u} \quad (65)$$

где функция  $\chi(\xi)$  описывает лучевое соответствие между точками отрезка фокусировки и слоями на апертуре фокусатора. По методу дифракционного расчета [71-73] может быть получена дифракционная аппроксимация интеграла (65), основанная на использовании метода стационарной фазы [12] при интегрировании поперек слоя, то есть по переменной  $u$ , причем:

$$I(\mathbf{x}) = \left| \sqrt{\frac{k}{2\pi f}} \int_{s_1(u_x)}^{s_2(u_x)} \sqrt{I_0(u_x, v)} \left( \frac{d\kappa}{du} \Big|_{u=u_x} \right)^{-1/2} \exp\left(-\frac{ikyv}{f}\right) dv \right|^2 \quad (66)$$

где  $u_x$  — решение уравнения  $x = \chi(u)$  относительно  $u$ .

Аппроксимация (66) хорошо описывает дифракционные эффекты в поперечном сечении фокального отрезка, но не вблизи концов. Введем функцию

$$\mu(x, \varepsilon) = \int_{-\varepsilon/2}^{\varepsilon/2} I(x, y) dy \quad (67)$$

характеризующую распределение энергии в  $\varepsilon$ -окрестности отрезка фокусировки. Подставляя (66) в (67) получим:

$$\begin{aligned} \mu(x, \varepsilon) = & \\ = \int_{-z/2}^{z/2} & \left| \sqrt{\frac{k}{2\pi f}} \int_{g_1(u_x)}^{g_2(u_x)} \sqrt{I_0(u_x, v)} \left( \frac{d\kappa}{du} \Big|_{u=u_x} \right)^{-1/2} \exp\left(-\frac{ikyv}{f}\right) dv \right|^2 dy. \end{aligned} \quad (68)$$

При  $\varepsilon_0 \ll \varepsilon$ , где  $\varepsilon_0$  — дифракционная ширина отрезка, заменим пределы во внешнем интеграле на бесконечные и применим равенство Парсеваля. В результате уравнение (68) с учетом (20) примет вид:

$$\mu(x, \varepsilon) = \theta(x), \quad \varepsilon \gg \varepsilon_0. \quad (69)$$

Согласно (69), под линейной плотностью следует понимать интеграл от интенсивности, взятый в направлении поперек отрезка. Таким образом, геометрикооптический подход (20), (21) ограничивается случаем  $\varepsilon_0 \ll \varepsilon$ , что, например, не позволяет создать требуемое распределение интенсивности вдоль фокального отрезка. Используем дифракционное соотношение (68) для расчета «фокусатора с дифракционными поправками», формирующего требуемое распределение энергии вдоль фокального отрезка при произвольном  $\varepsilon$  [72,73]. Для этого фазовую функцию фокусатора с дифракционными поправками также определим в виде (21), а дифференциальное уравнение для расчета  $\kappa(u)$  в (21) получим из (68) в виде:

$$\begin{aligned} \frac{d\kappa(u)}{du} = & \frac{1}{\mu(\kappa(u), \varepsilon)} \times \\ \times \int_{-z/2}^{z/2} & \left| \sqrt{\frac{k}{2\pi f}} \int_{g_1(u)}^{g_2(u)} \sqrt{I_0(u, v)} \exp\left(-\frac{ikyv}{f}\right) dv \right|^2 dy, \end{aligned} \quad (70)$$

$$\kappa(a) = -d, \quad \kappa(b) = d.$$

При постоянной интенсивности освещающего пучка уравнение (70) примет вид:

$$\begin{aligned} \frac{d\kappa}{du} = & \frac{c}{\mu(\kappa(u), \varepsilon)} \cdot \Phi\left(\frac{k\varepsilon}{4f}(g_2(u) - g_1(u))\right) \cdot (g_2(u) - g_1(u)), \end{aligned} \quad (71)$$

$$\kappa(a) = -d, \quad \kappa(b) = d,$$

где  $c$  — константа;  $\Phi(\beta) = \text{Si}(2\beta) - \beta \sin^2(\beta)$ ,



$$\text{Si}(\beta) = \int_0^{\beta} \frac{\sin(x)}{x} dx, \quad \text{sinc}(\beta) = \frac{\sin(\beta)}{\beta}.$$

При  $\varepsilon \ll \varepsilon_0$  разложим обе части уравнения (71) в ряд по степеням  $\varepsilon$  и учтем только линейные члены разложения. При этом уравнение для  $\kappa(u)$  примет вид:

$$\frac{d\kappa}{du} = \frac{1}{I(\kappa(u), 0)} \left| \sqrt{\frac{k}{2\pi f}} \int_{g_1(u)}^{g_2(u)} \sqrt{I_0(u, v)} dv \right|^2, \quad (72)$$

$$\kappa(a) = -d, \quad \kappa(b) = d,$$

где  $I(x, 0)$  - заданная интенсивность на отрезке при  $y=0$ ,  $|x| \leq d$ .

Интересно провести сравнительный анализ работоспособности геометрикооптического фокусатора (20), (21) и фокусатора с дифракционными поправками (21), (70). Сравнение проведем на примерах фокусировки пучков круглого и кольцевого сечений в отрезок с постоянным распределением энергии. Функция  $\kappa(u)$  для фокусатора с дифракционными поправками при равномерном освещающем пучке круглого сечения радиуса  $R$  ищется из уравнения (71) при  $g_1(u) = -\sqrt{R^2 - u^2}$  и  $g_2(u) = \sqrt{R^2 - u^2}$ . При освещающем пучке кольцевого сечения  $\kappa(u)$  ищется из решения следующего дифференциального уравнения:

$$\frac{d\kappa(u)}{du} = \begin{cases} c \int_{-\varepsilon/2}^{\varepsilon/2} \left[ \sqrt{R_2^2 - u^2} \text{sinc} \left( \frac{k}{f} y \sqrt{R_2^2 - u^2} \right) - \right. \\ \left. - \sqrt{R_1^2 - u^2} \text{sinc} \left( \frac{k}{f} y \sqrt{R_1^2 - u^2} \right) \right]^2 dy, \\ |u| < R_1, \\ c \int_{-\varepsilon/2}^{\varepsilon/2} \left( R_2^2 - u^2 \right) \text{sinc}^2 \left( \frac{k}{f} y \sqrt{R_2^2 - u^2} \right) dy, \\ R_1 \leq |u| \leq R_2, \\ \kappa(-R_2) = -d; \quad \kappa(R_2) = d, \end{cases} \quad (73)$$

где  $c$  — константа,  $R_1$  и  $R_2$  — внутренний и внешний радиусы кольцевого освещающего пучка.

Следует отметить, что дифференциальные уравнения для функций  $x(u)$  геометрикооптических фокусаторов имеют существенно другой вид:

$$\frac{dx(u)}{du} = c (R^2 - u^2)^{1/2}, \quad x(-R) = -d, \quad x(R) = d \quad (74)$$

— при круглом освещающем пучке и

$$\frac{d\kappa(u)}{du} = \begin{cases} \sqrt{R_2^2 - u^2} - \sqrt{R_1^2 - u^2}, & |u| < R_1, \\ \sqrt{R_2^2 - u^2}, & R_1 \leq |u| \leq R_2 \end{cases} \quad (75)$$

— при кольцевом освещающем пучке.

Для характеристики качества работы фокусаторов введем значения энергетической эффективности  $E$  и среднеквадратичного отклонения  $\delta$ . Величина

$$E(\varepsilon) = \frac{\int_{-d}^d \mu(x, \varepsilon) dx}{\iint_G I_0(\mathbf{u}) d^2 \mathbf{u}} \quad (76)$$

характеризует долю энергии освещающего пучка, фокусируемую в  $\varepsilon$ -окрестности фокального отрезка. Величина

$$\delta(\varepsilon) = \frac{1}{I} \left[ \int_{-d}^d (\mu(x, \varepsilon) - \bar{I})^2 dx \right]^{1/2} \quad (77)$$

характеризует среднеквадратичное отклонение распределения энергии  $\mu(x, \varepsilon)$  вдоль фокального отрезка от среднего значения

$\bar{I} = \frac{1}{2d} \int_{-d}^d \mu(x, \varepsilon) dx$ . При  $\varepsilon \ll \varepsilon_0$   $\delta(\varepsilon)$  соответствует среднеквадратичному отклонению распределения интенсивности вдоль геометрического отрезка от постоянной величины.

Характеристики качества фокусировки  
для геометрического фокусатора и фокусаторов с дифракционными  
поправками при освещающем пучке круглого сечения

$\varepsilon$	Геометрооптический фокусатор		Фокусаторы с дифракционными поправками	
	$E(\varepsilon), \%$	$\delta(\varepsilon), \%$	$E(\varepsilon), \%$	$\delta(\varepsilon), \%$
$\varepsilon \ll \varepsilon_0$	-	24,3	-	14,6
$\varepsilon_0/2$	65,6	27,1	65,2	13,4
$\varepsilon_0$	85,9	18,1	85,6	14,5
$3 \cdot \varepsilon_0/2$	88,5	17,6	88,2	16,1
$2 \cdot \varepsilon_0$	95,1	15,8	93,1	14,9

В левой части табл. 9 для различных  $\varepsilon$  приведены расчетные значения  $E(\varepsilon)$  и  $\delta(\varepsilon)$  для геометрического фокусатора в отрезок при освещающем пучке круглого сечения. В правой части табл. 9 приведены аналогичные значения для фокусаторов с дифракционными поправками, рассчитанные при значениях  $\varepsilon$  указанных в первой колонке таблицы, где  $\varepsilon_0 = \lambda f/R$  — дифракционная ширина в центре отрезка фокусировки. Данные табл. 9 получены при следующих параметрах:  $\lambda = 1,06$  мкм,  $f = 100$  мм,  $2d = 0,68$  мм и радиусе освещающего пучка  $R = 5$  мм. Анализ данных табл. 9 показывает, что при фактически равной энергетической эффективности  $E(\varepsilon)$ , фокусатор с дифракционными поправками позволяет сформировать более равномерное распределение энергии в  $\varepsilon$ -окрестности фокального отрезка. При  $\varepsilon > \varepsilon_0$ ,  $\varepsilon = \varepsilon_0/2$  и  $\varepsilon = \varepsilon_0$  среднеквадратичное отклонение  $\delta(\varepsilon)$  для фокусатора с дифракционными поправками меньше, чем для геометрического фокусатора в 1,7; 2 и 1,25 раза соответственно.

Графики функций  $\mu(x, \varepsilon)$  при  $\varepsilon \ll \varepsilon_0$ ,  $\varepsilon = \varepsilon_0/2$  и  $\varepsilon = \varepsilon_0$  для геометрического фокусатора приведены на рис. 27, а для фокусатора с дифракционными поправками — на рис. 28.

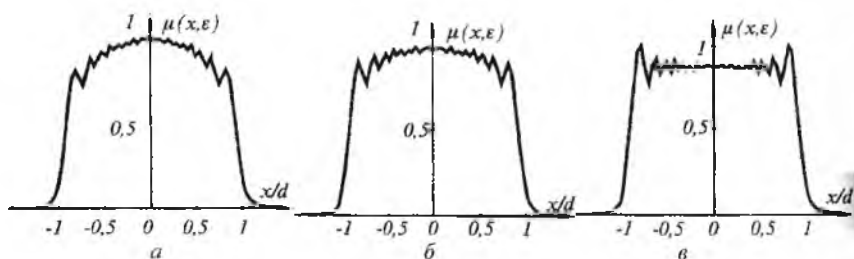


Рис. 27. Функция  $\mu(x, \varepsilon)$  для геометрического фокусатора при равномерном освещающем пучке круглого сечения:  $\varepsilon \ll \varepsilon_0$  (а),  $\varepsilon = \varepsilon_0/2$  (б),  $\varepsilon = \varepsilon_0$  (в)

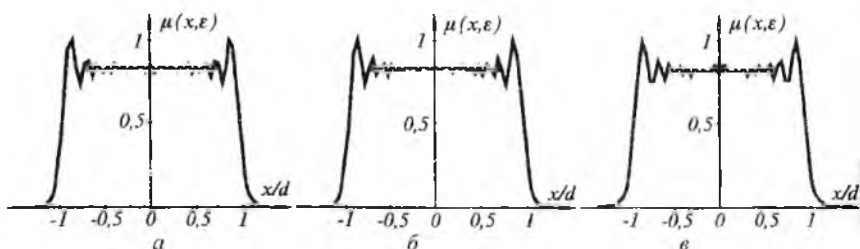


Рис. 28. Функция  $\mu(x, \varepsilon)$  для фокусатора с дифракционными поправками при равномерном освещающем пучке круглого сечения:  $\varepsilon \ll \varepsilon_0$  (а),  $\varepsilon = \varepsilon_0/2$  (б),  $\varepsilon = \varepsilon_0$  (в)

При увеличении  $\varepsilon$  относительно  $\varepsilon_0$  фокусатор с дифракционными поправками не позволяет существенно уменьшить среднеквадратичное отклонение  $\delta(\varepsilon)$  по сравнению с геометрическим фокусатором.

В табл. 10 приведены значения  $E(\varepsilon)$  и  $\delta(\varepsilon)$  для геометрического фокусатора и фокусатора с дифракционными поправками при кольцевом освещающем пучке. При кольцевом освещающем пучке дифракционная ширина в центре фокального отрезка  $\varphi(\mathbf{u}) = -\left(ku^2/2f\right) + f(u) - k\psi_0(\mathbf{u})$ . Расчет проводился при следующих параметрах:  $\lambda = 1,06$  мкм,  $f = 100$  мм,  $2d = 1$  мм и радиусах освещающего пучка  $R_1 = 3$  мм и  $R_2 = 5$  мм.

Характеристики качества фокусировки  
для геометрического фокусатора и фокусаторов  
с дифракционными поправками при кольцевом освещающем пучке

$\varepsilon$	Геометрооптический фокусатор		Фокусаторы с дифракционными поправками	
	$E(\varepsilon), \%$	$\delta(\varepsilon), \%$	$E(\varepsilon), \%$	$\delta(\varepsilon), \%$
$\varepsilon \ll \varepsilon_0$	—	28,3	—	13,3
$\varepsilon_0/4$	62,3	36,3	62,2	16,2
$\varepsilon_0/2$	83,7	18,6	83,6	14,8
$3\varepsilon_0/4$	89,7	18,2	89,5	15,0
$\varepsilon_0$	90,9	15,6	90,8	15,2

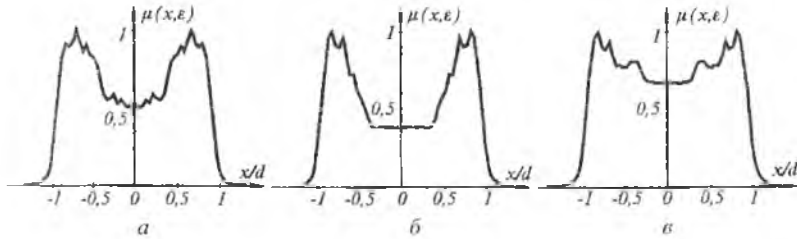


Рис. 29. Функция  $\mu(x, \varepsilon)$  для геометрического фокусатора при равномерном освещающем пучке кольцевого сечения:  $\varepsilon \ll \varepsilon_0$  (а),  $\varepsilon = \varepsilon_0/4$  (б),  $\varepsilon = \varepsilon_0/2$  (в)

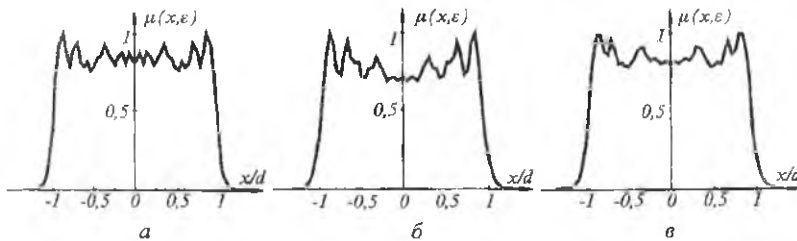


Рис. 30. Функция  $\mu(x, \varepsilon)$  для фокусатора с дифракционными поправками при равномерном освещающем пучке кольцевого сечения:  $\varepsilon \ll \varepsilon_0$  (а),  $\varepsilon = \varepsilon_0/4$  (б),  $\varepsilon = \varepsilon_0/2$  (в)

## 2.6. Составной фокусатор в крест

Под составным или сегментированным фокусатором понимается фокусатор, апертура которого разбита на несколько областей (сегментов), самостоятельно фокусирующих излучение в отдельные области фокусировки. Рассмотренный в п. 2.4 фокусатор в полукольцо занимает промежуточное место между обычным геометрическим фокусатором, представляемым в виде непрерывного набора фокусирующих слоев и составным фокусатором, так как, несмотря на наличие характерной линии разрыва фазы при  $u = 0$ , обе части фокусатора в полукольцо фокусируют в одну и ту же фокальную линию. Особую актуальность составные фокусаторы имеют для лазерной маркировки [74-77], в частности для лазерной маркировки алфавитно-цифровыми символами. Учитывая сложный характер фазовых функций такого рода ДОЭ, представляет интерес дифракционное исследование работоспособности составных фокусаторов.

В качестве примера составного фокусатора рассмотрим фокусатор сходящегося сферического пучка в крест (см. рис. 31). Апертуру фокусатора  $2a \times 2a$  будем предполагать состоящей из четырех сегментов  $a \times a$ , каждый из которых фокусирует в отрезок креста. В этом случае фазовая функция составного фокусатора имеет вид:

$$\varphi(u, v) = \begin{cases} \frac{kd}{2af_0} u^2, & u \cdot v \geq 0, \\ \frac{kd}{2af_0} v^2, & u \cdot v < 0, \end{cases} \quad |u| \leq a, \quad |v| \leq a. \quad (78)$$

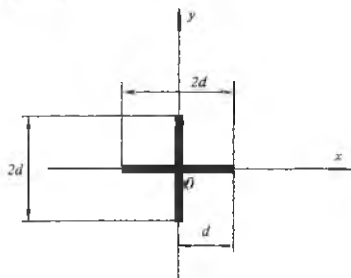


Рис. 31. Область фокусировки фокусатора в крест

Распределение интенсивности в фокальной области фокусатора (78) с параметрами  $f_0 = 750$  мм;  $\lambda = 0,6328$  мкм;  $d = 1$  мм;  $2a = 25,6$  мм;  $N_1 - N_2 = 128$  представлено на рис. 32, на котором четко видна структура крестообразно сфокусированного излучения.

Анализ рис. 32 позволяет наметить пути улучшения фазовой функции фокусатора (78). Благодаря уникальности точки пересечения фокальных линий креста (оптическая ось) практически отсутствуют интерференционные эффекты, характерные для каустик подобного вида. Однако имеется значительный всплеск интенсивности в области оптической оси, который можно устранить в ходе проектирования фокусатора. Для этого следует использовать составной фокусатор в крест без центра (см. рис. 33), фазовая функция которого имеет вид

$$\varphi(u, v) = \begin{cases} \frac{k}{2f_0} \left[ \frac{2d - \beta}{2a} u^2 + \beta u \right], & u \cdot v \geq 0, \\ \frac{k}{2f_0} \left[ \frac{2d - \beta}{2a} u^2 + \beta u \right], & u \cdot v < 0, \end{cases} \quad |u| \leq a, \quad |v| \leq a. \quad (79)$$

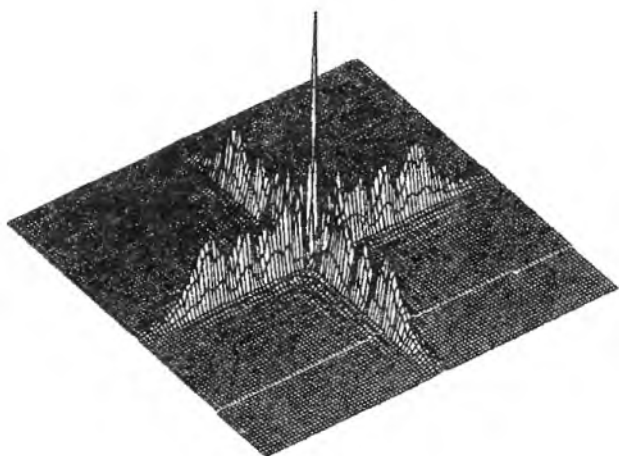


Рис. 32. Распределение интенсивности в фокальной плоскости фокусатора в крест

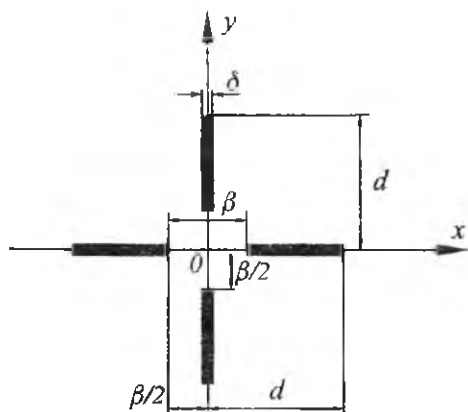


Рис. 33. Область фокусировки фокусатора в крест без центра

Распределение интенсивности в фокальной плоскости фокусатора (79) с параметрами  $f_0 = 750$  мм;  $\lambda = 0,6328$  мкм;  $d = 1$  мм;  $\beta = 0,2$  мм;  $2a = 25,6$  мм;  $N_1 = N_2 = 128$  представлено на рис. 34. Сравнение рис. 32 и 34 позволяет сделать вывод о том, что с помощью оптимизации значения  $\beta$  возможно устранение центрального всплеска.

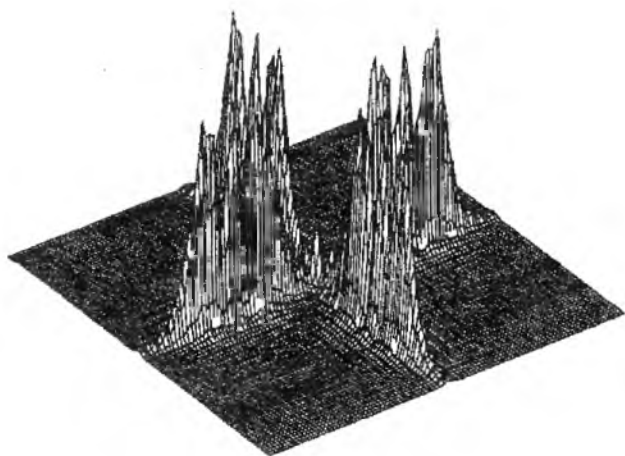


Рис. 34. Распределение интенсивности в фокальной плоскости фокусатора в крест без центра



Значения энергетической эффективности  $E(\varepsilon)$  фокусатора (79) с различным числом уровней квантования фазовой функции представлены в табл. 11.

Таблица 11

Зависимость энергетической эффективности  $E(\varepsilon)$  фокусатора (79)

от параметрами  $f_0 = 750$  мм;  $\lambda = 0,6328$  мкм;  $d = 1$  мм;  $\beta = 0,2$  мм;  $2a = 25,6$  мм;

$N_1 = N_2 = 128$  от числа уровней  $M$  квантования фазы

$\varepsilon$ (мм) \ M	0,02	0,04	0,06	0,08	0,1	0,12	0,14
256	0,452	0,712	0,788	0,792	0,805	0,825	0,832
16	0,450	0,709	0,875	0,789	0,802	0,823	0,830
4	0,385	0,608	0,674	0,677	0,688	0,706	0,712
2	0,369	0,593	0,657	0,661	0,671	0,689	0,695

Здесь  $E(\varepsilon)$  — доля падающей на фокусатор энергии, попадающая в область фокусировки  $D$  (крест без центра с дифракционной шириной линий  $\varepsilon$  (см. рис. 32):

$$D = \{(x, y) : [(\beta/2 \leq |x| \leq d) \wedge |y| \leq \varepsilon] \vee [(\beta/2 \leq |y| \leq d) \wedge |x| \leq \varepsilon]\}$$

Здесь  $\wedge$ ,  $\vee$  — обозначения логических операций над множествами, соответственно конъюнкции и дизъюнкции.

В табл. 11 приведены значения энергетической эффективности  $E(\varepsilon)$  для набора значений дифракционной ширины  $\varepsilon$  в пределах:  $0,02 \text{ мм} \leq \varepsilon \leq 0,14 \text{ мм}$ . Следует отметить, что ширина фокального пятна линзы с такими же параметрами: по уровню спада интенсивности  $0 = 0,1$  определяется по формуле  $\varepsilon_0 = 2 \cdot 2,73(f_0/ka)$  и для указанных параметров составляет  $0,032$  мм [34]. Учитывая результаты исследования фокусаторов в отрезок и тот факт, что в каждый отрезок креста фокусирует только четверть апертуры составного фокусатора, следует ожидать увеличения ширины фокального пятна по крайней мере в 4 раза, что согласуется с данными табл. 11.

Согласно данным табл. 10, для геометрооптического фокусатора распределение энергии  $\mu(x, \varepsilon)$  наиболее неравномерно при  $\varepsilon \ll \varepsilon_0$  и  $\varepsilon = \varepsilon_0/4$ :  $\delta(\varepsilon \ll \varepsilon_0) = 28,7\%$ ,  $\delta(\varepsilon_0/4) = 36\%$  (см. рис. 29, а и 29, б). При указанных параметрах фокусатор с дифракционными поправками характеризуется более чем в два раза меньшим среднеквадратичным отклонением (рис. 30, а, б). При  $\varepsilon = \varepsilon_0/2$  фокусатор с дифракционными поправками позволяет уменьшить  $\delta(\varepsilon)$  уже только в 1,26 раза (рис. 29, в и 30, в), а при  $\varepsilon = \varepsilon_0$  геометрооптический фокусатор и фокусатор с дифракционными поправками работают практически одинаково.

Проведенное исследование показывает, что фокусаторы с дифракционными поправками при освещающих пучках круглого и кольцевого сечений позволяют сформировать требуемое распределение энергии  $\mu(x, \varepsilon)$  вдоль фокального отрезка при произвольном  $\varepsilon$  с погрешностью в 13 - 16%. Геометрооптический фокусатор является частным случаем фокусатора с дифракционными поправками и при значении  $\varepsilon$ , равном дифракционной ширине отрезка фокусировки, формирует распределение энергии  $\mu(x, \varepsilon)$  с ошибкой порядка 15%.

## 2.7. Фокусатор в продольный отрезок

ДОЭ с повышенной глубиной фокуса или фокусатор в отрезок оптической оси впервые был предложен в работе [1]. В последующем было предложено несколько вариантов расчета фазовых функций таких ДОЭ [20, 78-83]. Использование ДОЭ с повышенной глубиной фокуса актуально для лазерных проигрывателей компакт-дисков [84], для получения оптического разряда в газе [85], для создания опорной световой линии в метрологии [79], для бесконтактных измерений [82], для устройств ввода-вывода изображений в компьютер [79], для лазерных технологических установок [86].

Как известно, глубина фокуса высококачественного объектива оценивается [34] по формуле  $L \sim \lambda f_0^2 / a^2$  и составляет, например,

$l \sim 10^{-1}$  мм для объектива с относительным отверстием 1:10. Для повышения глубины фокуса требуется направленное введение сферической аберрации.

Фазовая функция фокусатора в продольный отрезок может быть получена из общих уравнений (13) - (15). Согласно (15), при фокусировке в отрезок оптической оси слои являются окружностями. Тогда, с учетом радиальной симметрии задачи, для расчета фазовой функции фокусатора получим следующую систему уравнений

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi(r) = -k \int_0^r \frac{k\rho}{\sqrt{\rho^2 + (f_0 + z(\rho))^2}} d\rho - \varphi_0(r), \\ \theta(z) \frac{dz(\rho)}{d\rho} = I_0(\rho) \cdot 2\pi\rho, \quad z(0) = 0, \quad z(a) = L. \end{array} \right. \quad (80)$$

Здесь  $r$  - радиальная координата в плоскости фокусатора;  $\theta(z)$  - линейная плотность на отрезке фокусировки  $[0, L]$ ;  $I_0(r)$  и  $\varphi_0(r)$  - соответственно интенсивность и фаза освещающего пучка;  $a$  - радиус фокусатора. Первое уравнение в (80) соответствует уравнению (14) и получено из уравнения наклонов (2) в полярных координатах. Второе уравнение в (80) соответствует закону сохранения светового потока (13), записанному в дифференциальной форме.

При  $f_0 \gg a$  и постоянной линейной плотности  $\theta(z) = \text{const}$  получаем из (80) формулы

$$\varphi(r) = \varphi_0 - \left( \frac{k}{2c} \right) \ln \left[ 1 + 2c\sqrt{r^2 + (f_0 - cr^2)^2} - 2cf_0 + 2c^2r^2 \right], \quad (81)$$

$$c = \frac{L}{a^2}, \quad 0 \leq r \leq a,$$

для плоского освещающего пучка, и

$$\varphi(r) = \varphi_0 - \left( \frac{k}{2c} \right) \ln \left[ 1 + 2c\sqrt{r^2 + (f_0 - cr^2)^2} - 2cf_0 + 2c^2r^2 \right] + k\sqrt{r^2 + f_0^2} \quad (82)$$

для фокусировки в продольный отрезок сходящегося сферического пучка. Остановимся на исследовании фокусатора (82) с равномерной дискретизацией.

Для определения реальной глубины фокуса и размера кружка рассеяния, обеспечиваемых фокусатором при различных параметрах квантования, был проведен вычислительный эксперимент при значениях;  $f_0 = 300$  мм;  $2a = 25,6$  мм;  $L = 15$  мм;  $\lambda = 0,6328$  мкм и числе кольцевых модулей дискретизации  $N = 128$ .

Хорошее представление о работе элемента (82) дают изофоты интенсивности в меридиональном сечении фокальной области (рис. 35) и соответствующие им трехмерные изображения (рис. 36) для различного числа уровней квантования  $M = \infty$ ; 4; 2.

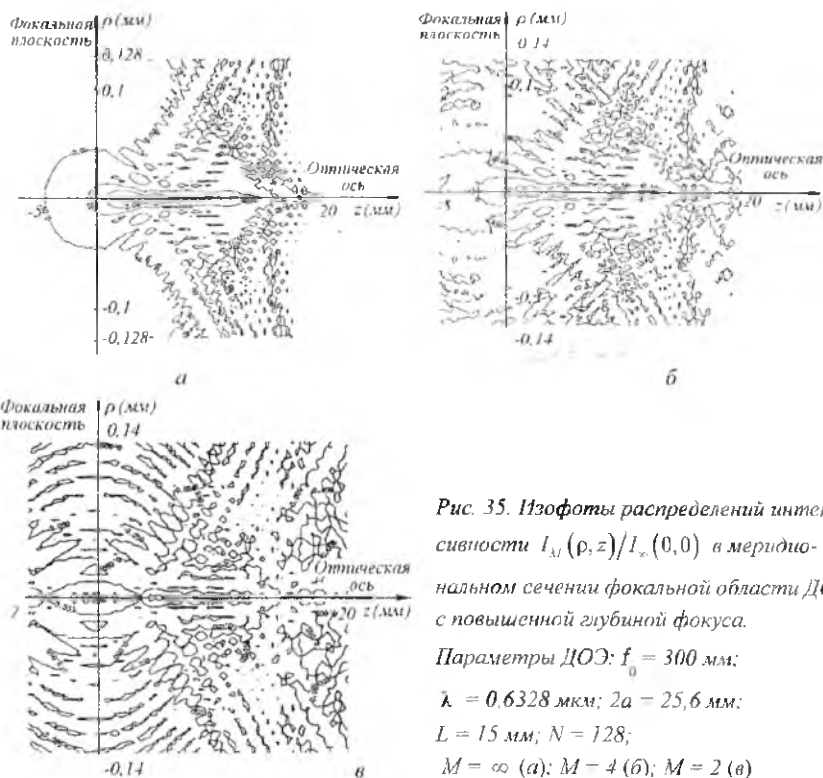


Рис. 35. Изофоты распределений интенсивности  $I_M(\rho, z)/I_\infty(0,0)$  в меридиональном сечении фокальной области ДОЭ с повышенной глубиной фокуса. Параметры ДОЭ:  $f_0 = 300$  мм;  $\lambda = 0,6328$  мкм;  $2a = 25,6$  мм;  $L = 15$  мм;  $N = 128$ ;  $M = \infty$  (а);  $M = 4$  (б);  $M = 2$  (в)

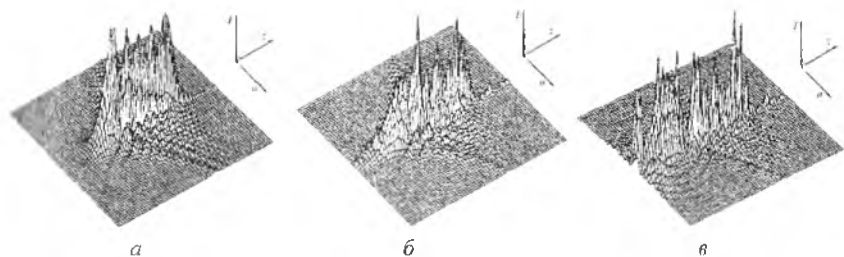


Рис. 36. Распределения интенсивности в меридиональной плоскости вблизи фокальной линии ( $-5 \text{ мм} < z < 20 \text{ мм}$ ;  $0 < \rho < 128 \text{ мкм}$ ) ДОО с повышенной глубиной фокуса. Параметры ДОО:  $f_0 = 300 \text{ мм}$ ;  $\lambda = 0,6328 \text{ мкм}$ ;  $2a = 25,6 \text{ мм}$ ;  $L = 15 \text{ мм}$ ;  $N = 128$ ;  $M = \infty$  (а);  $M = 4$  (б);  $M = 2$  (в)

График распределения интенсивности вдоль оптической оси для тех же параметров ДОО и  $M = \infty$  представлен на рис. 37. Нормировка графика на рис. 37 произведена на значение интенсивности в начальной точке отрезка. Среднеквадратичное отклонение интенсивности вдоль отрезка фокусировки от постоянной величины составляет 37,4%. Заметны спад интенсивности к концам отрезка фокусировки и значительные перепады интенсивности вдоль него. При большом числе уровней квантования фазы ( $M = \infty$ , рис. 35, а и рис. 36, а) наблюдается вытянутая фокальная область с глубиной  $\sim 10$ -15 мм, окруженная поверхностями, которые соответствуют дифракционным кольцам высших порядков. При  $M = 4$  и особенно при  $M = 2$  фокальная область разбивается на 2-3 подобласти глубиной по 2-5 мм, а количество колец высших порядков возрастает. Анализ рис. 35, а показывает, что размер фокального пятна  $\Delta \sim 0,06 \text{ мм}$  сохраняется на расстоянии  $\sim 15 \text{ мм}$ , т.е. обеспечивается значительная глубина фокуса.

Энергетическая эффективность может оцениваться долей  $E(z)$  энергии, проходящей через круг диаметра  $\Delta \sim 0,06 \text{ мм}$ , расположенный на глубине  $z$  в фокальной области, по отношению к полной энергии, падающей на оптический элемент:

$$E(z) = \frac{\int_0^{\Lambda/2} I(\rho, z) \cdot 2\pi\rho d\rho}{\int_0^{\infty} I(\rho, z) \cdot 2\pi\rho d\rho}. \quad (83)$$

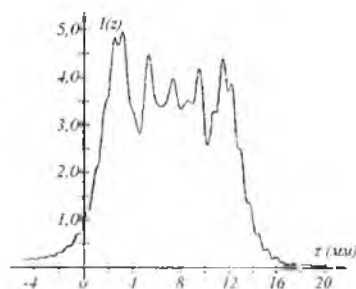


Рис. 37. Распределение интенсивности  $I(z) = I(\theta, z) / I(\theta, 0)$  вдоль оптической оси ДОО с повышенной глубиной фокуса

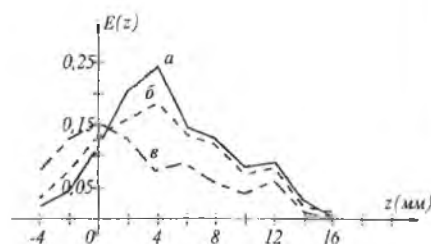


Рис. 38. Энергетическая эффективность ДОО с повышенной глубиной фокуса:

$f_0 = 300$  мм;  $\lambda = 0,6328$  мкм;  $2a = 25,6$  мм;

$\Delta = 30$  мкм;  $L = 15$  мм;  $N = 128$ ,

$M = \infty$  (а);  $M = 4$  (б);  $M = 2$  (в)

График функции  $E(z)$ , приведенный на рис. 37, показывает, что  $E(z)$  не опускается ниже 10% на протяжении примерно 15 мм, а на протяжении примерно 4 мм имеется всплеск выше 15%. При  $M = 2$  среднее значение  $E(z)$  вдоль отрезка фокусировки существенно падает, а всплеск смещается к фокусу объектива. Для сравнения заметим, что энергетическая эффективность объектива с обычной глубиной фокуса составляет  $\sim 78\%$ .

### 3. ФОКУСАТОРЫ В ДВУМЕРНУЮ ОБЛАСТЬ. МЕТОД СОГЛАСОВАННЫХ ПРЯМОУГОЛЬНИКОВ

Цели метода расчета фокусаторов в кривую посвящено большое количество работ, то фокусаторы в плоскую область мало исследованы. Решение обратной задачи фокусировки в плоскую область в приближении геометрической оптики как правило является очень сложным [12]. Пожалуй, единственным исключением является задача фокусировки прямоугольного пучка в прямоугольную область [12, 87 - 89]. Данная задача распадается на две одномерных задачи и может быть решена аналитически [12, 87-89]. В данном параграфе рассмотрен простой численный метод расчета фокусаторов в двумерные области, основанный на базовом аналитическом решении задачи фокусировки в прямоугольник.

Рассмотрим задачу фокусировки в двумерную область произвольной формы. Пусть на фокусатор с апертурой  $G$  в плоскости  $\mathbf{u} = (u, v)$  при  $z = 0$  падает пучок (длина волны  $\lambda$ ) с комплексной амплитудой

$$F_0(\mathbf{u}) = \sqrt{I_0(\mathbf{u})} \exp[i\varphi_0(\mathbf{u})],$$

где  $I_0(\mathbf{u})$  — интенсивность пучка,  $\varphi_0(\mathbf{u})$  — фаза пучка.

Требуется рассчитать фазовую функцию фокусатора  $\varphi(\mathbf{u})$  из условия фокусировки освещающего пучка в область  $D$  при  $z = f$  с заданным распределением интенсивности  $I(\mathbf{x})$ , где  $\mathbf{x} = (x, y)$  — координаты в плоскости фокусировки.

Геометрооптическая фазовая функция фокусатора  $\varphi(\mathbf{u})$  в параксиальном приближении может быть получена из решения следующей системы уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{x}(\mathbf{u}) = \mathbf{u} + f \nabla_{\perp} \varphi(\mathbf{u}) / k, \\ \frac{I_0(\mathbf{u})}{I(\mathbf{x}(\mathbf{u}))} = \frac{d\mathbf{x}(\mathbf{u})}{d\mathbf{u}} = |x'_u(\mathbf{u})y'_v(\mathbf{u}) - x'_v(\mathbf{u})y'_u(\mathbf{u})|, \quad (\mathbf{u}) = y'_v(\mathbf{u}), \\ \varphi(\mathbf{u}) = \int_{u_0}^u \nabla_{\perp} \varphi(\mathbf{u}) d\mathbf{u} - \varphi_0(\mathbf{u}) = -\frac{k\mathbf{u}^2}{2f} + \frac{k}{f} \int_{u_0}^u \mathbf{x}(\mathbf{u}) d\mathbf{u} - \varphi_0(\mathbf{u}). \end{array} \right. \quad (84)$$

Первое уравнение в (84) соответствует уравнению луча и определяет лучевое соответствие между точками  $\mathbf{u}$  апертуры фокусатора и точками  $\mathbf{x}$  области фокусировки  $D$ . Второе уравнение в (84) соответствует дифференциальной форме закона сохранения светового потока по лучевым трубкам и позволяет определить функцию  $\mathbf{x}(\mathbf{u})$  из условия формирования заданного распределения интенсивности  $I(\mathbf{x})$  при  $\mathbf{x} \in D$ . И наконец третье уравнение в (84) соответствует восстановлению фазы по полному дифференциалу, где слагаемое  $-\varphi_0(\mathbf{u})$  введено для компенсации фазы освещающего пучка.

Решение системы (84) в общем случае является очень сложной задачей. Решение системы (84) существенно упрощается для прямоугольной апертуры фокусатора  $G$  и прямоугольной области фокусировки  $D$  при условии факторизуемости функций

$$F_0(\mathbf{u}) = F_1(u) \cdot F_2(v), \quad I(\mathbf{x}) = I_1(x) \cdot I_2(y), \quad (85)$$

то есть при

$$I_0(\mathbf{u}) = I_{01}(u) I_{02}(v), \quad \varphi_0(\mathbf{u}) = \varphi_{01}(u) + \varphi_{02}(v). \quad (86)$$

В этом случае решение двух одномерных задач фокусировки в отрезок позволяет определить двумерную фазовую функцию фокусатора

$$\varphi(\mathbf{u}) = \varphi_1(u) + \varphi_2(v). \quad (87)$$

Фазовая функция  $\varphi_1(u)$  одномерного (цилиндрического) фокусатора, осуществляющего заданное преобразование светового пучка, определяется из следующей системы уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} x(u) = u + f \frac{d\varphi_1(u)}{du} / k, \\ \frac{I_{01}(u)}{I_1(x)} = \frac{dx(u)}{du}, \quad u_0 \leq u \leq u_1, \quad x_0 \leq x \leq x_1, \\ \varphi_1(u) = -\frac{ku^2}{2f} + \frac{k}{f} \int_{u_0}^u x(\xi) d\xi - \varphi_{01}(u). \end{array} \right. \quad (88)$$



Уравнения системы (88) соответствуют уравнению луча, закону сохранения светового потока по лучевым трубкам и уравнению для восстановления фазы. Решение системы уравнений (88) существенно проще, чем решение системы уравнений (84). Например, для случая

$$I_0(x) = \begin{cases} I_1, & x_0 \leq x \leq x_1 \\ 0, & x < x_0, \quad x > x_1 \end{cases}$$

решение системы уравнений (88) имеет вид:

$$\varphi_1(u) = -\frac{ku^2}{2f} + \frac{k}{f} \int_{u_0}^u \left[ \frac{1}{I_1} \int_{u_0}^{\xi} I_{01}(\eta) d\eta - x_0 \right] d\xi - \varphi_{01}(u) \quad (89)$$

и, следовательно, двумерная фазовая функция фокусатора с прямоугольной апертурой в прямоугольную область фокусировки с постоянным распределением интенсивности имеет вид:

$$\begin{aligned} \varphi(\mathbf{u}) = & -k \frac{u^2 + v^2}{2f} + \frac{k}{f} \int_{u_0}^u \left[ \frac{1}{I_1} \int_{u_0}^{\xi} I_{01}(\eta) d\eta - x_0 \right] d\xi + \\ & + \frac{k}{f} \int_{v_0}^v \left[ \frac{1}{I_2} \int_{v_0}^{\eta} I_{02}(\eta) d\eta - y_0 \right] d\eta - \varphi_0(\mathbf{u}), \end{aligned} \quad (90)$$

где  $(x_0, y_0)$  - координаты левого нижнего угла прямоугольника фокусировки.

При непрямоугольной форме хотя бы одной из областей  $G$  и  $D$ , даже при факторизуемых функциях  $F_0(\mathbf{u})$ ,  $I(\mathbf{x})$  фазовая функция фокусатора уже не факторизуется и имеет значительно более сложный вид. Приведенные соотношения (88) - (90) позволяют сформулировать «метод согласованных прямоугольников» для расчета фокусаторов при произвольной форме областей  $G$  и  $D$  и при факторизующихся функциях (85), (86). По этому методу апертура фокусатора (область  $G$ ) и область фокусировки (область  $D$ ) аппроксимируются наборами апертурных прямоугольников  $G_i$  и фокальных прямоугольников  $D_i$ ,  $i = 1, N$ . Далее для каждого апертурного прямоугольника  $G_i$  из уравнений (87), (88) рассчитывается фазовая функция  $\varphi_i(\mathbf{u})$  из условия фокусировки в соответствующий фокальный прямоугольник  $D_i$ . Рассмотрим

описанный метод более детально. Пусть апертура фокусатора  $G$  ограничена кривыми  $v=g_1(u)$ ,  $v=g_2(u)$  и отрезками прямых  $u=u_{\min}$ ,  $u=u_{\max}$  (рис. 39), а область фокусировки  $D$  - кривыми  $y=f_1(x)$ ,  $y=f_2(x)$  и прямыми  $x=x_{\min}$ ,  $x=x_{\max}$  (рис. 40).

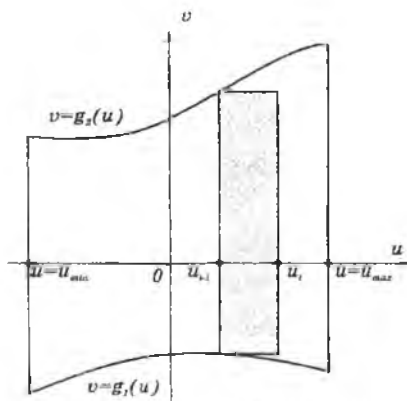


Рис. 39. Апертура фокусатора

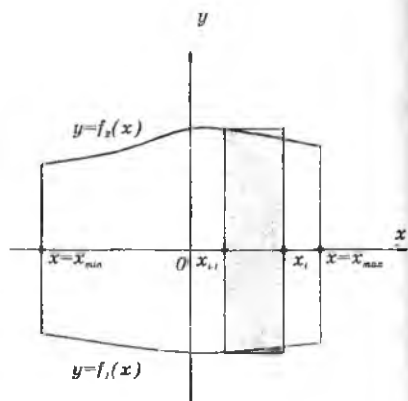


Рис. 40. Область фокусировки

Введем разбиение  $u_i, i = \overline{0, N}$ ,  $u_0 = u_{\min}$ ,  $u_N = u_{\max}$  отрезка  $[u_{\min}, u_{\max}]$  и апертурные прямоугольники  $G_i = [u_{i-1}, u_i] \times [g_1(u_{i-1}), g_2(u_{i-1})]$ . Разбиение  $x_i, i = \overline{0, N}$ ,  $x_0 = x_{\min}$ ,  $x_N = x_{\max}$  отрезка  $[x_{\min}, x_{\max}]$  определяется из решения следующего нелинейного рекуррентного уравнения:

$$\int_{u_{i-1}}^{u_i} \int_{g_1(u_{i-1})}^{g_2(u_{i-1})} I_0(\mathbf{u}) d^2\mathbf{u} = \int_{x_{i-1}}^{x_i} \int_{f_1(x_{i-1})}^{f_2(x_{i-1})} I(x) d^2x, \quad i = \overline{1, N}. \quad (91)$$

Уравнение (91) соответствует закону сохранения светового потока при распространении света из апертурного прямоугольника  $G_i$  в фокальный прямоугольник  $D_i$ .

Решив уравнение (91), получаем приближение области  $D$  набором прямоугольников

$$D_i = [x_{i-1}, x_i] \times [f_1(x_{i-1}), f_2(x_{i-1})], \quad i = \overline{1, N}.$$

Для определения фазовой функции  $\varphi_1(\mathbf{u}) = \varphi_{11}(u) + \varphi_{12}(v)$  в апертурном прямоугольнике необходимо дважды решить систему уравнений (88).

Полученная таким образом фазовая функция фокусатора

$$\begin{aligned} \varphi(\mathbf{u}) = & \sum_{i=1}^N \varphi_i(u, v) \operatorname{rect}\left(\frac{2u - (u_{i-1} + u_i)}{2(u_i - u_{i-1})}\right) \times \\ & \times \operatorname{rect}\left(\frac{2v - (g_1(u_{i-1}) + g_2(u_{i-1}))}{2(g_2(u_{i-1}) - g_1(u_{i-1}))}\right) - \varphi_0(u, v), \end{aligned} \quad (92)$$

$$\text{где } \operatorname{rect}(u) = \begin{cases} 1, & |u| < 0,5, \\ 0, & |u| \geq 0,5, \end{cases}$$

гермит разрывы вдоль прямых  $u = u_i$ ,  $i = \overline{1, N-1}$ , что приводит к интерференции на стыках прямоугольников фокусировки. Для уменьшения величины интерференционных эффектов фазовую функцию  $\varphi(\mathbf{u})$  можно сделать непрерывной вдоль некоторой кривой  $v = f(u)$ . Для этого положим

$$\varphi_i(\mathbf{u}) = \varphi_i(\mathbf{u}) + \bar{\varphi}_i, \quad (93)$$

где

$$\bar{\varphi}_i = \begin{cases} 0, & i = 0, \\ \sum_{j=1}^{i-1} [\varphi_j(u_i, f(u_j)) - \varphi_{j-1}(u_j, f(u_j))], & 2 \leq i \leq N. \end{cases} \quad (94)$$

В качестве примера рассмотрим синтез фокусатора с круглой апертурой  $G = \{(u, v) : u^2 + v^2 \leq R^2\}$ , фокусирующего плоский пучок круглого сечения в прямоугольник  $D = [-b, b] \times [-a, a]$  с постоянной интенсивностью («круглый фокусатор в прямоугольник»).

В данном случае апертура  $G$  приближается набором прямоугольников

$$\begin{aligned} G_i = & [u_{i-1}, u_i] \times \left[ \sqrt{R^2 - u_{i-1}^2}, -\sqrt{R^2 - u_{i-1}^2} \right], \\ i = & \overline{1, N}, \quad u_0 = -R, \quad u_N = R, \end{aligned} \quad (95)$$

а область  $D$  - набором прямоугольников

$$D_i = [x_{i-1}, x_i] \times [-a, a], \quad i = \overline{1, N}, \quad x_0 = -b, \quad x_N = b. \quad (96)$$

Решение уравнения (91), определяющее разбиение фокальной области, имеет вид:

$$x_i = x_{i-1} + \frac{4b(u_i - u_{i-1})\sqrt{R^2 - u_{i-1}^2}}{\pi R^2}, \quad i = \overline{1, N-1}. \quad (97)$$

Фазовая функция  $\varphi_i(\mathbf{u})$ , являющаяся геометрическим решением задачи фокусировки из прямоугольника  $G_i$  в прямоугольник  $D_i$ , определяется уравнением (90). Фазовую добавку  $\tilde{\varphi}_i$  в (93) выберем из условия непрерывности фазовой функции вдоль оси  $u$ :

$$\tilde{\varphi}_i = \begin{cases} 0, & i=1, \\ \sum_{j=1}^{i-1} [\varphi_j(u_j, 0) - \varphi_{j+1}(u_j, 0)], & 2 \leq i \leq N. \end{cases} \quad (98)$$

Для характеристики качества работы фокусатора введем значения энергетической эффективности  $E$  и среднеквадратичного отклонения интенсивности  $\delta$ . Величина

$$E = \iint_D I(\mathbf{x}) d^2 \mathbf{x} / \iint_G I_0(\mathbf{u}) d^2 \mathbf{u}, \quad (99)$$

где  $E$  характеризует долю энергии освещающего пучка, попавшую в область фокусировки. Величина

$$\delta = \frac{1}{\bar{I}} \left[ \frac{1}{\|D\|} \iint_D (I(\mathbf{x}) - \bar{I})^2 d^2 \mathbf{x} \right]^{1/2} \quad (100)$$

характеризует отклонение распределения интенсивности  $I(\mathbf{x})$  от среднего значения интенсивности  $\bar{I} = (1/\|D\|) \iint_D I(\mathbf{x}) d^2 \mathbf{x}$  в области фокусировки,  $\|D\|$  - площадь области  $D$ .

**Пример 2.** Расчет поля от «круглого фокусатора в прямоугольник» проводился при следующих физических параметрах:  $\lambda = 10,6$  мкм,

$l = 800$  мм, радиус освещающего пучка  $R = 20,5$  мм, размер прямоугольника фокусировки –  $8 \times 4$  мм. Апертура фокусатора аппроксимировалась набором шестидесяти прямоугольников, полученных разбиением отрезка  $[-R, R]$  с постоянным шагом. Энергетическая эффективность фокусировки в прямоугольник составила 85,4%, а среднеквадратичное отклонение интенсивности – 34,4%. На рис. 41 представлено трехмерное распределение интенсивности в фокальной области, а на рис. 42 – изофоты трехмерного распределения. Анализ полученных результатов свидетельствует о высоком качестве фокусировки.

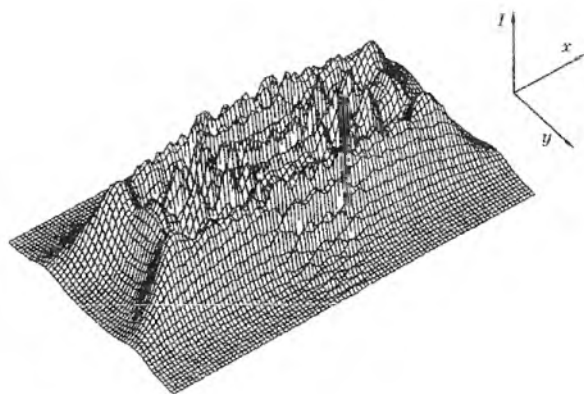


Рис. 41. Распределение интенсивности в фокальной области фокусатора в прямоугольник

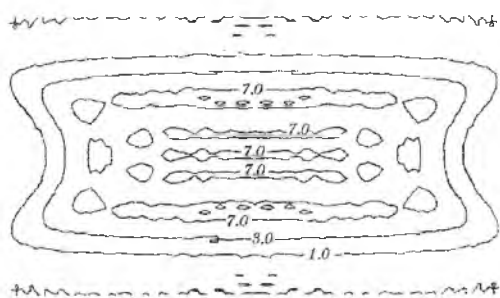


Рис. 42. Изофоты распределения интенсивности в фокальной области фокусатора в прямоугольник

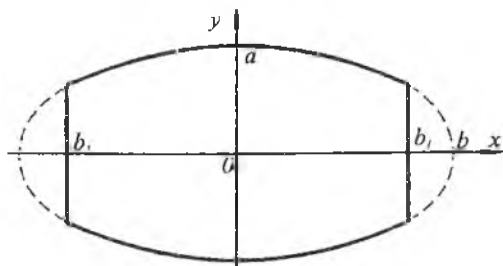


Рис. 43. «Усеченный эллипс»

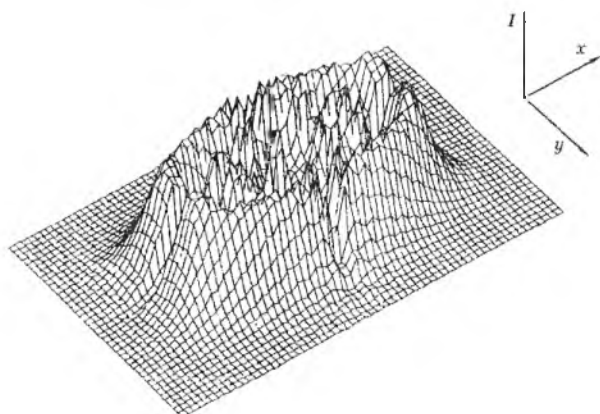


Рис. 44. Распределение интенсивности в фокальной плоскости фокусатора в усеченный эллипс

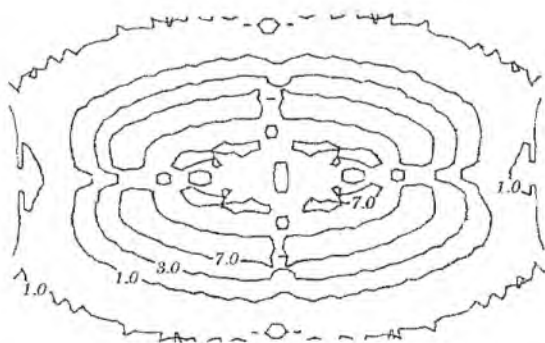


Рис. 45. Изофоты распределения интенсивности в фокальной области фокусатора в усеченный эллипс

**Пример 3.** По методу согласованных прямоугольников был также синтезирован фокусатор с круглой апертурой, фокусирующий плоский пучок круглого сечения в «усеченный эллипс» (рис. 43) с постоянным распределением интенсивности («фокусатор в усеченный эллипс»). Исследование «фокусатора в усеченный эллипс» проводилось при  $\lambda = 10,6$  мкм;  $f = 800$  мм; радиусе освещающего пучка  $R = 20,5$  мм для следующих характерных размеров усеченного эллипса:  $a = 2$  мм,  $b = 4$  мм,  $b_1 = 3,5$  мм. Энергетическая эффективность фокусировки в усеченный эллипс составила 87,6%, а среднеквадратичное отклонение интенсивности – 38,2%. На рис. 44 представлено трехмерное распределение интенсивности в фокальной плоскости фокусатора в усеченный эллипс, а на рис. 45 представлены изофоты трехмерного распределения интенсивности при фокусировке в усеченный эллипс. Результаты расчетов подтверждают работоспособность метода «согласованных прямоугольников» при расчете фокусаторов в сложные двумерные области.

#### 4. МНОГОФОКУСНЫЕ ФОКУСАТОРЫ

Фокусировка в систему одинаковых, смещенных друг относительно друга фокальных кривых, может быть реализована ДОЭ, фазовая функция которых соответствует суперпозиции фазовых функций фокусатора в кривую и многопорядковой дифракционной решетки. ДОЭ такого типа мультиплицируют (повторяют) заданную фокальную линию в одной плоскости. В данном параграфе рассматриваются многофокусные фокусаторы - ДОЭ, предназначенные для фокусировки освещающего пучка в  $N$  линий переменных размеров, расположенных в различных фокальных плоскостях вдоль оптической оси. При этом между линиями формируется заданное распределение энергии

$$I_1, \dots, I_N, \left( \sum_{i=1}^N I_i = 1 \right) \text{ (рис. 46).}$$

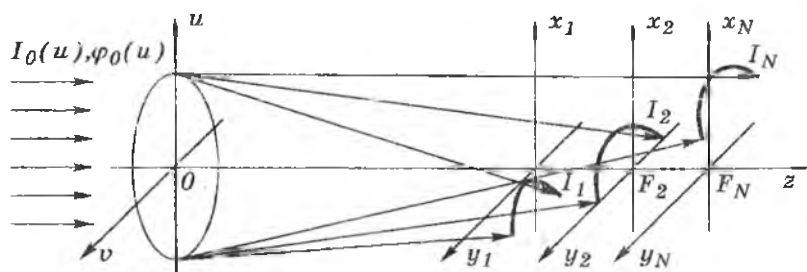


Рис. 46. Процесс фокусировки, реализуемый многофокусным фокусатором

Известно, что введение нелинейности в фазовую функцию ДОЭ приводит к появлению дополнительных дифракционных порядков [90-92, 25-30]. При расчете многофокусных ДОЭ основная идея состоит в использовании дифракционных порядков, возникающих при нелинейном преобразовании параксиальной фазовой функции фокусатора в кривую, заданную уравнениями (17) и (18). При этом изображения, формируемые в дифракционных порядках, соответствуют набору масштабированных линий, расположенных в различных фокальных



плоскостях вдоль оптической оси. Тип нелинейного преобразования фазы фокусатора в кривую влияет на распределение энергии между линиями и может быть выбран из условия формирования заданного распределения энергии между линиями фокусировки.

Согласно вышесказанному, фазовую функцию многофокусного фокусатора представим в виде [25 - 30]:

$$\varphi_{mf}(\mathbf{u}) = \varphi_0(\mathbf{u}) + \varphi_{11}(\mathbf{u}) + \Phi[\varphi_d(\mathbf{u})] - \varphi_0(\mathbf{u}), \quad \mathbf{u} \in G, \quad (101)$$

где

$$\varphi_d(\mathbf{u}) = \text{mod}_{2\pi}(\varphi_2(\mathbf{u}) + \varphi_{22}(\mathbf{u}) + \varphi_{23}(\mathbf{u})). \quad (102)$$

Здесь,  $\varphi_0(\mathbf{u})$  — фаза пучка, освещающего ДОЭ с апертурой  $G$ ,  $\varphi_1(\mathbf{u})$  и  $\varphi_2(\mathbf{u})$  — параксиальные фазовые функции фокусаторов в линии  $L$  с параметрическим уравнением

$$\mathbf{X}(\xi) = (X(\xi), Y(\xi)), \quad \xi \in [0, S], \quad (103)$$

расположенные в фокальных плоскостях  $z = f_1$  и  $z = f_2$ . Согласно общим формулам (17), (18) для фазовой функции фокусатора в кривую, функций  $\varphi_1(\mathbf{u})$ ,  $\varphi_2(\mathbf{u})$  имеют вид:

$$\varphi_i(\mathbf{u}) = -\frac{k\mathbf{u}^2}{2f_i} + \bar{\varphi}_i(\mathbf{u}), \quad i = 1, 2, \quad (104)$$

где

$$\bar{\varphi}_i(\mathbf{u}) = \frac{k}{f_i} \int_{u_0}^u X(\xi(u, v_0)) du + \frac{k}{f_i} \int_{v_0}^v Y(\xi(u, v)) dv. \quad (105)$$

И, наконец, функции

$$\varphi_{11}(\mathbf{u}) = \frac{k}{f_1} \mathbf{x}_1 \mathbf{u}, \quad \varphi_{22}(\mathbf{u}) = \frac{k}{f_2} \mathbf{x}_2 \mathbf{u}, \quad \varphi_{23}(\mathbf{u}) = -\frac{k}{2f_3} \mathbf{u}^2 \quad (106)$$

в (101) являются параксиальными фазовыми функциями призм и линзы, соответственно.

Слагаемое  $\varphi_0(\mathbf{u})$  в (101) введено для компенсации фазы освещающего пучка. Фаза фокусатора  $\varphi_1(\mathbf{u})$ , фазы призм  $\varphi_{11}(\mathbf{u})$ ,  $\varphi_{22}(\mathbf{u})$

и фаза линзы  $\varphi_{23}(\mathbf{u})$  в (101) не участвуют явно в формировании дифракционных порядков, а только дают дополнительные степени свободы в выборе координат фокальных плоскостей, расположения линий в этих плоскостях и масштабирующего множителя, определяющего изменение размеров линий фокусировки. Функция  $\Phi[\varphi_d(\mathbf{u})] \in [0, 2\pi]$  описывает нелинейное преобразование фазы  $\varphi_d(\mathbf{u}) \in [0, 2\pi]$ . Механизм нелинейного преобразования показан на рис. 47. При этом функция  $\Phi[\varphi_d(\mathbf{u})]$  является некоторым аналогом зонной пластинки, которая может быть бинарной, ступенчатой или иметь непрерывно изменяющийся рельеф.

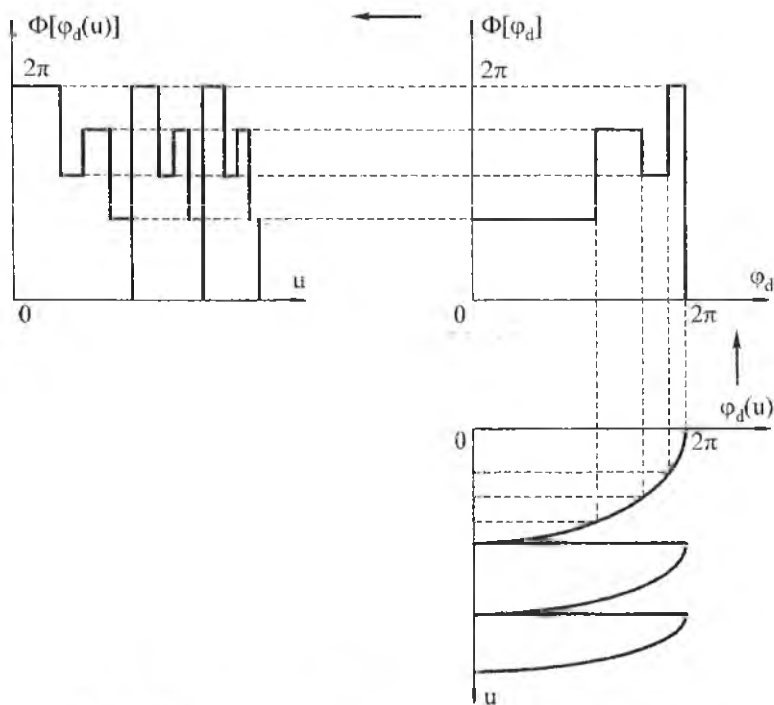


Рис. 47. Нелинейное преобразование фазы (1-мерный случай)

Рассмотрим работу многофокусного фокусатора при освещающем пучке следующего вида:

$$F_0(\mathbf{u}) = \sqrt{I_0(\mathbf{u})} \exp(i\varphi_0(\mathbf{u})).$$

В этом случае поле непосредственно за плоскостью многофокусного фокусатора принимает вид:

$$F(\mathbf{u}) = \sqrt{I_0(\mathbf{u})} \exp(i\varphi_1(\mathbf{u}) + i\varphi_{11}(\mathbf{u}) + i\Phi[\varphi_d(\mathbf{u})]). \quad (107)$$

Для описания процесса формирования набора линий, разложим функцию  $\exp(i\Phi[\xi])$  в ряд Фурье на интервале  $[0, 2\pi]$  [25-30, 90-92]:

$$\exp(i\Phi[\xi]) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} c_j \exp(ij\xi), \quad (108)$$

где

$$c_j = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp(i\Phi[\xi] - ij\xi) d\xi \quad (109)$$

- коэффициенты Фурье;  $\sum_{j=-\infty}^{\infty} |c_j|^2 = 1$ . Подставляя в (108)  $\xi = \varphi_d(\mathbf{u})$ ,

представим с учетом  $2\pi$ -периодичности (107) в виде

$$F(\mathbf{u}) = \sqrt{I_0(\mathbf{u})} \exp(i\varphi_1(\mathbf{u}) + i\varphi_{11}(\mathbf{u})) \times \sum_{j=-\infty}^{\infty} c_j \exp(ij[\varphi_2(\mathbf{u}) + \varphi_{22}(\mathbf{u}) + \varphi_{23}(\mathbf{u})]). \quad (110)$$

Уравнение (110) соответствует суперпозиции пучков с фазовыми функциями:

$$\varphi_j(\mathbf{u}) = -\frac{k\mathbf{u}^2}{2F_j} + p_j \bar{\varphi}_j(\mathbf{u}) + \frac{k}{F_j} \mathbf{X}_j \mathbf{u}, \quad (111)$$

где

$$\bar{\varphi}_j(\mathbf{u}) = \frac{k}{F_j} \int_{u_0}^u X(\xi(u, v_0)) du + \frac{k}{F_j} \int_{v_0}^v Y(\xi(u, v)) dv, \quad (112)$$

$$F_j = \frac{f_1 f_2}{f_2 + j f_1 (1 + f_2/f_3)}, \quad (113)$$

$$P_j = \frac{f_2 + j f_1}{f_2 + j f_1 (1 + f_2/f_3)}, \quad (114)$$

$$\mathbf{X}_j = \frac{\mathbf{x}_1 f_2 + j \mathbf{x}_2 f_1}{f_2 + j f_1 (1 + f_2/f_3)}. \quad (115)$$

Квадраты модулей коэффициентов Фурье (109) представляют распределение энергии между пучками, а функции (111) определяют структуру изображений, формируемых в дифракционных порядках многофокусного фокусатора.

В параграфе 2 показано, что при умножении добавки к линзе в фазовой функции фокусатора в кривую на константу  $p$ , происходит  $p$ -кратное масштабирование линии фокусировки. Согласно указанному свойству и общему виду фазовой функции фокусатора в кривую, фазовая функция (111) обеспечивает в плоскости  $z = F_j$  фокусировку в линию  $L_{p_j}$  с уравнением:

$$\mathbf{X}_{p_j}(\xi) = (p_j X(\xi/p_j), p_j Y(\xi/p_j)), \quad \xi \in [0, p_j S]. \quad (116)$$

Линия  $L_{p_j}$  является масштабированной с коэффициентом  $p_j$  линией  $L$ . Последнее слагаемое в (111) соответствует фазовой функции призмы, которая дает сдвиг  $\mathbf{X}_j$  линии  $L_{p_j}$  в плоскости  $z = F_j$ . Отметим, что процесс формирования линии  $L_{p_j}$  не является полностью независимым от других дифракционных порядков. Действительно, изображения создаваемые в плоскости  $z = F_j$  пучками с фазовыми функциями  $\varphi_k(\mathbf{u})$  при  $k \neq j$ , соответствуют расфокусированным линиям. В общем случае ширина расфокусированных линий на порядок больше, чем дифракционная ширина линии  $L_{p_j}$ , что делает их влияние ничтожно малым. В некоторых редких случаях, когда взаимодействием порядков пренебречь нельзя, выбором векторов  $\mathbf{x}_1$  и  $\mathbf{x}_2$  в (115),

играющих роль параметров несущих, можно разнести паразитные расфокусированные линии относительно полезных линий и тем самым добиться независимого формирования фокальных линий. В связи с изложенным, в последующем мы не будем учитывать взаимодействие между изображениями, формируемыми в различных порядках многофокусного фокусатора.

Обозначим  $j_1, \dots, j_N$  индексы, соответствующие заданным фокальным плоскостям. Для формирования заданного соотношения энергии  $I_1, \dots, I_N$ , между кривыми фокусировки, функцию  $\Phi[\xi]$ ,  $\xi \in [0, 2\pi]$  достаточно определить из следующего условия:

$$|c_j|^2 = I_i, \quad i = 1, \dots, N, \quad (117)$$

где  $c_j$  — коэффициенты Фурье (109) в разложении функции  $\exp(i\Phi[\xi])$ . Согласно (117), будем интерпретировать нелинейное преобразование  $\Phi[\xi]$  как фазовую функцию  $N$ -порядковой дифракционной решетки с периодом  $2\pi$  и интенсивностями  $I_1, \dots, I_N$  в порядках  $j_1, \dots, j_N$  [25 — 30]. Эта интерпретация сводит расчет нелинейного преобразования  $\Phi[\xi]$  к хорошо известной задаче синтеза фазовой дифракционной решетки с заданным распределением интенсивности в дифракционных порядках. При этом энергетическая эффективность решетки

$$E = \sum_{i=1}^N |c_{j_i}|^2$$

определяет долю энергии освещающего пучка фокусируемую в заданных фокальных линиях, а отклонения значений интенсивности в порядках  $j_1, \dots, j_N$  от заданных значений  $I_1, \dots, I_N$  характеризуют ошибку формирования заданного распределения энергии между линиями фокусировки.

Рассмотрим несколько частных случаев многофокусных фокусаторов. При

$$f_3 = \infty \quad (\varphi_{23}(\mathbf{u}) \equiv 0) \quad (118)$$

в (101), (102) и (106), масштабные коэффициенты  $p_j$  в (114), описывающие изменение размера фокальных линий, равны единице. Соответственно, размер фокальных линий одинаков во всех фокальных плоскостях.

При

$$f_3 = -f_2 \quad (119)$$

в (101) и (102), функции (111), (112), определяющие структуру изображений формируемых в дифракционных порядках многофокусного фокусатора, принимают вид:

$$\varphi_j(\mathbf{u}) = -\frac{k\mathbf{u}^2}{2f_1} + p_j \left[ \frac{k}{f_1} \int_{u_0}^u x(\xi(\mathbf{u})) du + \frac{k}{f_1 v_0} \int y(\xi(\mathbf{u})) dv \right] + \frac{k}{f_1} \mathbf{X}_j \mathbf{u}, \quad (120)$$

где

$$p_j = 1 + j \frac{f_1}{f_2}, \quad (121)$$

$$\mathbf{X}_j = \frac{\mathbf{x}_1 f_2 + j \mathbf{x}_2 f_1}{f_2}. \quad (122)$$

Таким образом, при выполнении условия (119), многофокусный фокусатор обеспечивает фокусировку в  $N$  линий в одной фокальной плоскости  $z = f_1$ . При этом масштаб фокальных линий описывается линейной функцией (121).

Приведем ряд примеров, иллюстрирующих рассмотренный метод.

**Пример 4.** Рассмотрим расчет многофокусного фокусатора (101) - (106), (118) для фокусировки в три отрезка равной длины, расположенных в трех разных фокальных плоскостях. Соотношение энергии между отрезками фокусировки будем считать постоянным. Для расчета фазы многофокусного фокусатора определим функции  $\varphi_1(\mathbf{u})$  и  $\varphi_2(\mathbf{u})$  в (101) и (102) как фазовые функции фокусаторов в отрезки  $|x| \leq d$ , расположенные в плоскостях  $z = f_1$  и  $z = f_2$ . Для случая квадратной

апертуры  $G (2a \times 2a)$  и постоянной интенсивности освещающего пучка, функции  $\varphi_1(\mathbf{u})$  и  $\varphi_2(\mathbf{u})$  несложно получить из уравнений (20) и (21) в следующем виде

$$\begin{cases} \varphi_1(\mathbf{u}) = -\frac{k\mathbf{u}^2}{2f_1} + \frac{kd}{2f_1 a} u^2, \\ \varphi_2(\mathbf{u}) = -\frac{k\mathbf{u}^2}{2f_2} + \frac{kd}{2f_2 a} u^2. \end{cases} \quad (123)$$

Далее определим функцию нелинейного преобразования  $\Phi[\xi]$  как фазовую функцию 3-порядковой дифракционной решетки

$$\Phi[\xi] = \begin{cases} 0, & \xi \in [0, \pi), \\ 2 \tan^{-1}(\pi/2), & \xi \in [\pi, 2\pi). \end{cases} \quad (124)$$

Коэффициенты Фурье функции  $\exp(\Phi[\xi])$  имеют вид

$$c_j = \begin{cases} \frac{1 - (-1)^j}{2\pi i j} \left[ 1 - \exp\left(2i \cdot \tan^{-1} \frac{\pi}{2}\right) \right], & j \neq 0, \quad j = \pm 1, \pm 2, \dots, \\ \frac{1}{2} \left[ 1 + \exp\left(2i \cdot \tan^{-1} \frac{\pi}{2}\right) \right], & j = 0. \end{cases} \quad (125)$$

Согласно (125),  $|c_{-1}|^2 = |c_0|^2 = |c_1|^2 = 0,2884$ , то есть решетка (124) концентрирует в основных трех порядках более 86% энергии. Подстановка уравнений (123), (125) в (110) дает, с учетом трех главных дифракционных порядков, фокусировку в три отрезка в плоскостях  $z = F_j$ ,  $j = -1, 0, 1$ . Центры отрезков в этих плоскостях расположены в точках  $\mathbf{X}_j$ ,  $j = -1, 0, 1$ , координаты которых определены уравнением (115).

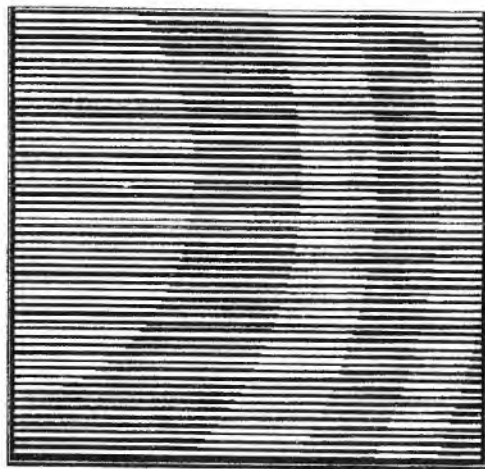


Рис. 48. Фрагмент зонной пластинки  $\Phi[\varphi_d(\mathbf{u})]$

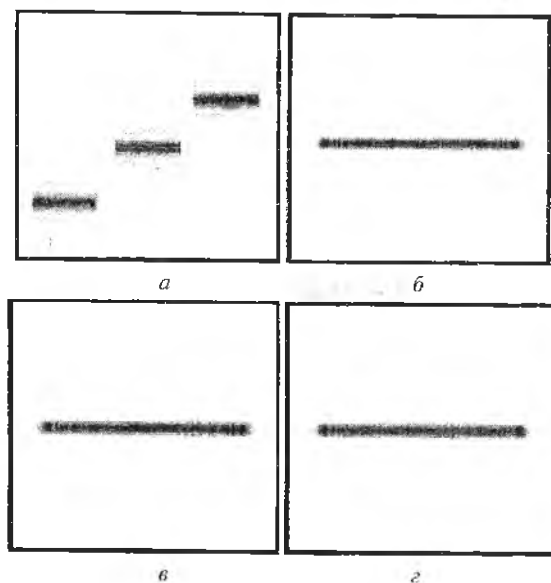


Рис. 49. Полутоновые распределения интенсивности, формируемые многофокусным фокусатором в три линии, расположенные в трех различных фокальных плоскостях: в плоскости  $XOZ$  содержащей фокальные линии (а); в плоскостях  $z = F_j$ ,  $j = -1$  (б), 0 (в), 1 (г)



Для оценки работоспособности многофокусного фокусатора (101) - (103), (118), (123), (124) проводился расчет интенсивности поля, формируемого многофокусным фокусатором, при следующих параметрах:  $\lambda = 1,06$  мкм,  $2d = 8$  мм,  $2a = 9$  мм,  $f_1 = 100$  мм,  $f_2 = 3000$  мм,  $\mathbf{x}_1 = (0, 0)$  мм,  $\mathbf{x}_2 = (145, 0)$  мм. Для указанных параметров координаты фокальных плоскостей равны 96,774 мм ( $j = 1$ ), 100 мм ( $j = 0$ ) и 103,448 мм ( $j = -1$ ), а центры отрезков смещены относительно оптической оси в точки  $\mathbf{X}_1 = (4,677, 0)$  мм,  $\mathbf{X}_0 = (0, 0)$  мм, и  $\mathbf{X}_{-1} = (-5, 0)$  мм. На рис. 48 и 49 представлены фрагмент зонной пластинки  $\Phi[\varphi d(\mathbf{u})]$  и распределения интенсивности, формируемые многофокусным фокусатором. Распределения интенсивности на рис. 49 получены численным расчетом интеграла Френеля-Кирхгофа по методам [20 - 24]. На рис. 49, а приведено полутоновое распределение интенсивности в плоскости  $XOZ$ , содержащей фокальные линии, а на рис. 49, б, в, г — полутоновые распределения интенсивности, сформированные в плоскостях  $z = F_j$ ,  $j = -1, 0, 1$ . Результаты расчетов подтверждают работоспособность представленного метода.

**Пример 5.** Рассмотрим расчет многофокусного фокусатора (101) - (106), (119), с квадратной апертурой  $G$  ( $2a \times 2a$ ), фокусирующего пучок с постоянной интенсивностью в пять отрезков переменной длины в одной плоскости  $z = f_1$ . Пусть 1:2:3:4:5 — заданное соотношение длин фокальных отрезков, а  $x_0$  — заданное расстояние между отрезками (рис. 50, а). Указанные соотношение длин и расстояние между отрезками получаются при  $f_2 = 3f_1$ ,  $j = \overline{-2, 2}$  в (121) и при  $\mathbf{x}_1 = (0, 0)$  и  $\mathbf{x}_2 = (3x_0, 0)$  в (122). При этом функции  $\varphi_1(\mathbf{u})$  и  $\varphi_2(\mathbf{u})$  в (101), (102) имеют вид

$$\begin{cases} \varphi_1(\mathbf{u}) = -\frac{k\mathbf{u}^2}{2f_1} + \frac{kd}{2f_1 a} v^2, \\ \varphi_2(\mathbf{u}) = -\frac{k\mathbf{u}^2}{6f_1} + \frac{kd}{6f_1 a} v^2. \end{cases} \quad (126)$$

Далее, для окончательного определения фазовой функции многофокусного фокусатора, необходимо определить функцию нелинейного преобразования  $\Phi[\xi]$  в (101) как фазовую функцию 5-порядковой дифракционной решетки. Для формирования равной интенсивности на отрезках фокусировки, зададим интенсивности дифракционных порядков решетки пропорциональными длине отрезков:

$$I_j/I_0 = 1 + j/3, j = \overline{-2, 2}, \quad (127)$$

где, согласно условию нормировки  $\left(\sum_{j=1}^N I_j = 1\right)$ ,  $I_0 = 1/5$ .

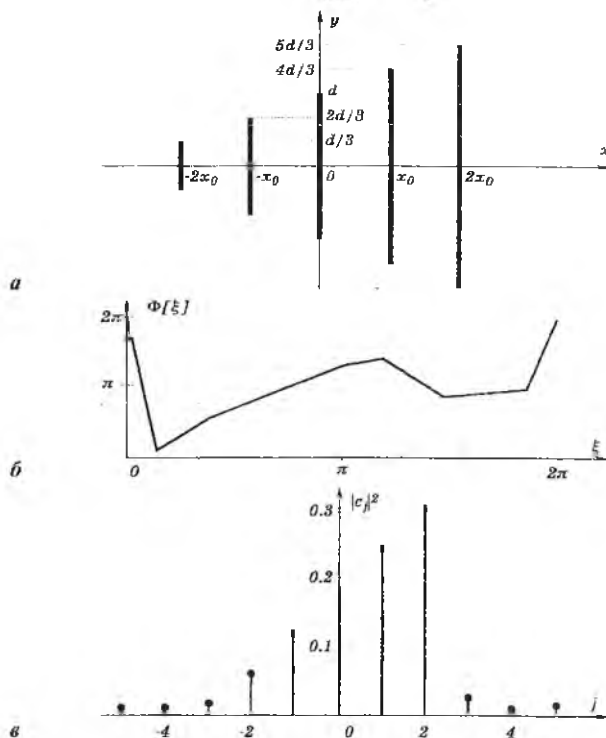


Рис. 50. Геометрия отрезков фокусировки (а); функция нелинейного преобразования  $\Phi[\xi]$  (б); квадраты модулей коэффициентов Фурье для функции  $\exp(i\Phi[\xi])$  (в)

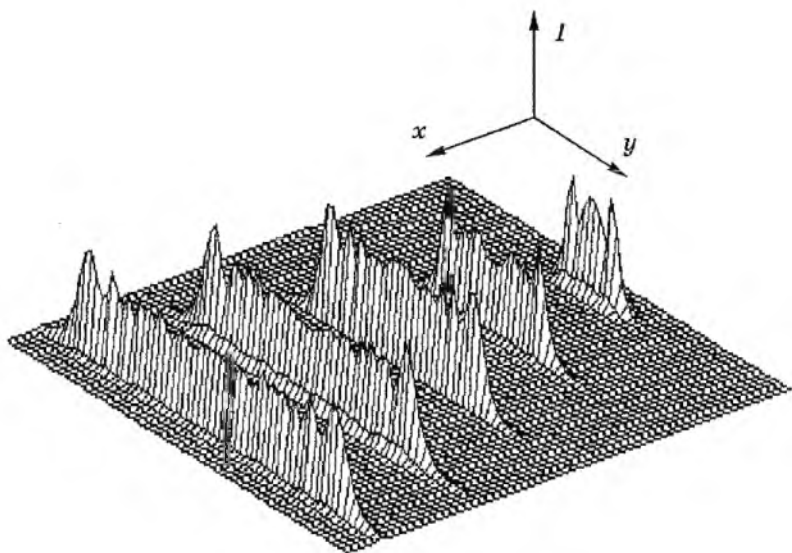


Рис. 51. Распределение интенсивности, сформированное многофокусным фокусатором в плоскости  $z = f_1$  при фокусировке в набор отрезков на рис. 50, а

Требуемая дифракционная решетка с интенсивностью порядков (127) рассчитывалась при помощи адаптивно-аддитивного алгоритма. Энергетическая эффективность решетки составила 88,8% при среднеквадратичной ошибке формирования заданного линейного распределения интенсивности (127) в 1,4%. Фазовая функция рассчитанной решетки на периоде и интенсивности дифракционных порядков решетки показаны на рис. 50, б и 50, в, соответственно. Для оценки работоспособности многофокусного фокусатора (101)-(106), (119), (126) с функцией  $\Phi[\xi]$ , представленной рис. 50, б, проводился численный расчет интенсивности формируемого фокусатором поля при следующих параметрах:  $\lambda = 1,06$  мкм,  $2d = 0,6$  мм,  $2a = 10$  мм,  $f_1 = 100$  мм,  $f_2 = 3f_1 = 300$  мм,  $\mathbf{x}_1 = (0, 0)$  мм, и  $\mathbf{x}_2 = (0,75, 0)$  мм. Расчетное распределение интенсивности представлено на рис. 51 и показывают высокое качество фокусировки.

#### 4.1. Многофокусные бинарные зонные пластинки

Если функция нелинейного преобразования  $\Phi[\xi]$  в уравнении (101) соответствует многопорядковой бинарной решетке, то фазовая функция

$$\varphi_{zp}(\mathbf{u}) = \Phi[\varphi_d(\mathbf{u})] \quad (128)$$

является бинарной зонной пластинкой. Зонная пластинка (128), (102), является частным случаем многофокусного фокусатора (101), (102). Поскольку бинарные элементы представляют особый интерес в связи с простотой их изготовления, специально рассмотрим многофокусные свойства зонной пластики  $\varphi_{zp}(\mathbf{u})$ . Предположим, что зонная пластинка (128), (102) освещается сходящимся сферическим пучком с комплексной амплитудой

$$F_0(\mathbf{u}) = \sqrt{I_0(\mathbf{u})} \exp\left(-\frac{iku^2}{2f_1}\right). \quad (129)$$

Используя уравнения (107)-(110), представим поле непосредственно за пластинкой  $\varphi_{zp}(\mathbf{u})$  в виде

$$\begin{aligned} F(\mathbf{u}) &= \sqrt{I_0(\mathbf{u})} \exp\left(-\frac{iku^2}{2f_1}\right) \sum_{j=-\infty}^{\infty} c_j \exp(ij\varphi_d(\mathbf{u})) = \\ &= \sqrt{I_0(\mathbf{u})} \sum_{j=-\infty}^{\infty} c_j \exp(i\varphi_j(\mathbf{u})), \end{aligned} \quad (130)$$

где  $c_j$  — коэффициенты Фурье (109). Функции  $\varphi_j(\mathbf{u})$  в (130), определяющие структуру изображений формируемых в дифракционных порядках зонной пластины  $\varphi_{zp}(\mathbf{u})$ , имеют вид (111) и соответствуют фазовым функциям фокусатора в масштабированную линию  $L$ . Параметры  $p_j$ ,  $F_j$ ,  $X_j$  определяющие масштаб и расположение фокальных линий, формируемых в  $j$ -м дифракционном порядке, задаются соотношениями:

$$F_i = \frac{f_1 f_2}{f_2 + j f_1 (1 + f_2 / f_3)}, \quad (131)$$

$$p_j = \frac{j f_1}{f_2 + j f_1 (1 + f_2 / f_3)}, \quad (132)$$

$$\mathbf{X}_j = p_j \mathbf{x}_2. \quad (133)$$

При  $f_3 = -f_2$ , линии фокусировки располагаются в одной фокальной плоскости  $z = f_1$ , а изменение размера линий задается линейной функцией

$$p_j = j \frac{f_1}{f_2}. \quad (134)$$

Таким образом, зонная пластинка (128), (102) с функцией  $\Phi[\xi]$ , определенной как фазовая функция  $N$ -порядковой решетки с интенсивностями  $I_1, \dots, I_N$  в порядках  $j_1, \dots, j_N$ , обеспечивает фокусировку сходящегося сферического пучка (129) в  $N$  масштабированных линий в плоскостях  $z = F_k, i = \overline{1, N}$  с соотношением энергий  $I_1, \dots, I_N$  между линиями.

Для функции  $\Phi[\xi]$ , определяемой как фазовая функция  $N$ -порядковой бинарной решетки, модули коэффициентов Фурье  $c_j$  симметричны;

$$|c_j| = |c_{-j}|. \quad (135)$$

Вследствие симметрии расчет многофокусной бинарной пластинки может быть осуществлен только для симметричного набора индексов  $j_i$  и симметричного соотношения энергий  $I_1, \dots, I_N$ .

В заключении рассмотрим расчет бинарной зонной пластинки для фокусировки в центрально-симметричный контур  $C$  в плоскости  $z = f_1$ . Контур  $C$  можно представить как объединение двух центрально-симметричных линий. Предположим, что  $f_3 = -f_2$  и функция  $\varphi_d(\mathbf{u})$  в (128) является фазовой функцией фокусатора в линию  $L$ , равную половине фокального контура  $C$ . В этом случае фокальные линии  $L_{p_1} \equiv L$  и  $L_{p-1}$ , формируемые в +1-ом и -1-ом дифракционных

порядках зонной пластинки  $\varphi_{zp}(\mathbf{u})$  являются центрально-симметричными и образуют заданный контур  $C$  плоскости  $z = f_1$ . Для расчета бинарной зонной пластинки  $\varphi_{zp}(\mathbf{u})$ , определим функцию  $\Phi[\xi]$  как фазовую функцию бинарной 2-порядковой решетки:

$$\Phi[\xi] = \begin{cases} 0, & \xi \in [0, \pi) \\ \pi, & \xi \in [\pi, 2\pi). \end{cases} \quad (136)$$

Коэффициенты Фурье  $c_j$  в разложении функции  $\exp(i\Phi[\xi])$  имеют вид:

$$c_j = \begin{cases} \frac{1 - (-1)^j}{\pi i j}, & j = \pm 1, \pm 2, \dots, \\ 0, & j = 0. \end{cases} \quad (137)$$

Поскольку  $|c_1|^2 = |c_{-1}|^2 = 0,405$ , то с учетом основных +1-го и -1-го порядков в разложении (130), бинарная зонная пластинка (128), (136) фокусирует 81% энергии освещающего пучка в линии  $L_{p_1}$  и  $L_{p_{-1}}$ , формирующие заданный фокальный контур  $C$ .

Рассмотрим ряд примеров расчета многофокусных бинарных пластинок.

**Пример 6.** Рассмотрим расчет бинарной пластинки (128), (102) для фокусировки сходящегося сферического пучка (129) в набор из шести отрезков с соотношением длин 3:2:1:1:2:3 в плоскости  $z = f_1$  (рис. 52, а). Согласно (131) — (133), фокусировка в заданный набор отрезков происходит при следующих параметрах;  $f_1 = f_2$ ,  $f_3 = -f_2$ ,  $x_2 = (x_2, 0)$ . При этом функция  $\varphi_2(\mathbf{u})$  в (102) является фазой фокусатора в отрезок  $|x| \leq d$  в плоскости  $z = f_1$ . При освещающем пучке квадратного сечения ( $2a \times 2a$ ) с постоянной интенсивностью, функция  $\varphi_2(\mathbf{u})$  имеет вид:

$$\varphi_2(\mathbf{u}) = -\frac{k\mathbf{u}^2}{2f_1} + \frac{kd}{2f_1 a} v^2. \quad (138)$$

Для формирования равной интенсивности на отрезках фокусировки, функцию  $\Phi[\xi]$  зададим как фазу бинарной 6-порядковой решетки с интенсивностями порядков, пропорциональными длине отрезков фокусировки

$$I_j/I_0 = |j|, \quad j = \overline{-3, 3}, \quad j \neq 0, \quad (139)$$

где, согласно условию нормировки  $\left( \sum_{i=1}^N I_i = 1 \right)$ ,  $I_0 = 1/5$ .

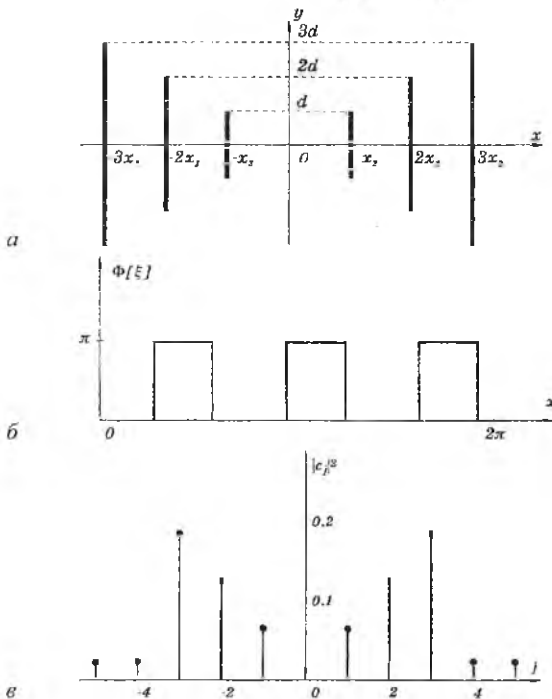


Рис. 52. Геометрия отрезков фокусировки (а); бинарная функция  $\Phi[\xi]$  нелинейного преобразования (б); квадраты модулей коэффициентов Фурье для функции  $\text{sxp}(j\Phi[\xi])$  (в)

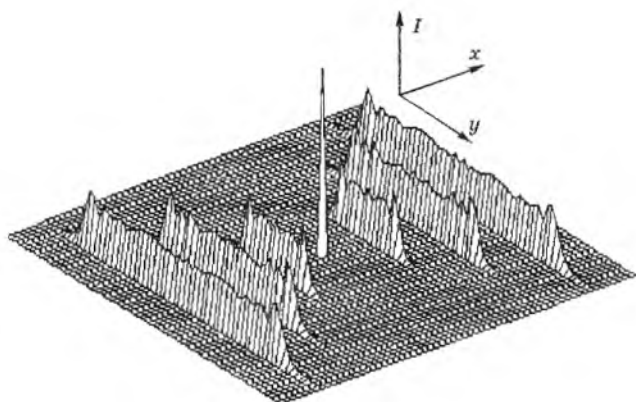


Рис. 53. Распределение интенсивности, создаваемое многофокусной бинарной зонной пластинкой в плоскости  $z = f_1$  при фокусировке в набор отрезков на рис. 52, а

Для расчета бинарной решетки с интенсивностью порядков (139) использовался градиентный алгоритм. Рассчитанный бинарный профиль и интенсивности дифракционных порядков решетки (139) показаны на рис. 52, б и 52, в, соответственно. Энергетическая эффективность решетки на рис. 52, б составляет 74,5% при среднеквадратичной ошибке формирования заданной интенсивности порядков (139) в 1,6%. На рис. 53 приведено расчетное распределение интенсивности, формируемое зонной пластинкой (128), (102), (138) с функцией  $\Phi[\xi]$  на рис. 52, б, рассчитанное при следующих параметрах:  $\lambda = 1,06$  мкм,  $2d = 0,5$  мм,  $2a = 10$  мм,  $f_1 = f_2 = -f_3 = 100$  мм,  $\mathbf{x}_2 = (0,25, 0)$  мм. Рис. 53 демонстрирует высокое качество фокусировки; однако в центре имеется острый пик интенсивности. Пик интенсивности объясняется ошибкой в расчете функции  $\Phi[\xi]$ ; коэффициент Фурье  $c_0$  в разложении функции  $\exp(i\Phi[\xi])$  не равен нулю,  $|c_0|^2 \approx 0,01$ . Согласно (132), изображение, формируемое в нулевом порядке, соответствует точке. Так как в заданных порядках  $j = \overline{-3, 3}$ ,  $j \neq 0$ , энергия распределена равномерно по длине отрезков фокусировки, то центральный



пик интенсивности оказывается относительно большим. В то же время, доля энергии освещающего пучка, сфокусированная в центральном пике составляет всего 1%.

**Пример 7.** Рассмотрим расчет бинарной зонной пластинки (128), (136) для фокусировки в букву "х" в плоскости  $z=f_1$ . Букву "х" предполагаем состоящей из двух центрально-симметричных полуколец радиуса  $R_0$ . В этом случае функция  $\varphi_d(\mathbf{u})$  в (128) является фазовой функцией фокусатора сходящегося сферического пучка в полукольцо с центром в точке  $(-x_0, 0)$  при  $z = f_1$ . Параметр  $x_0$  определяет расстояние между полукольцами. Для освещающего пучка круглого сечения с постоянной интенсивностью функция  $\varphi_d(\mathbf{u})$  может быть получена из (17), (18) в виде:

$$\varphi_d(\mathbf{u}) = \text{mod}_{2\pi} \left[ \frac{k}{f_1} R_0 \text{sign}(u) |u| - \frac{k}{f_1} x_0 u \right], \quad (140)$$

где

$$\text{sign}(u) = \begin{cases} 1, & u \geq 0, \\ -1, & u < 0. \end{cases}$$

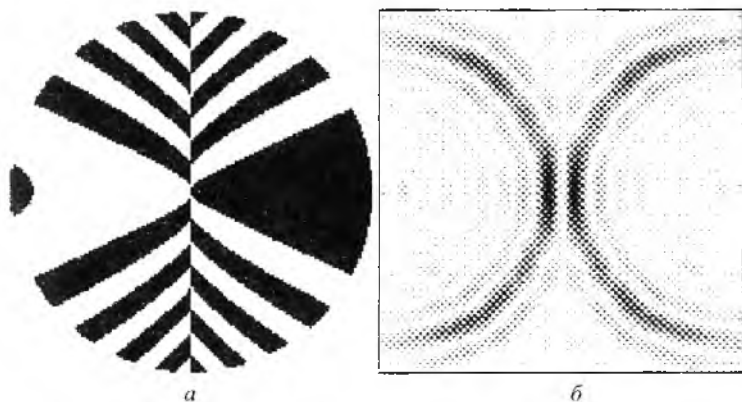


Рис. 54. Бинарная зонная пластинки для фокусировки в букву "х" (а), полутоновое распределение интенсивности, формируемое зонной пластинкой в плоскости  $z = f_1$  (б)

На рис. 54, а показана фотомаска зонной пластинки (128), (136), (140), рассчитанной при следующих параметрах:  $\lambda = 10,6$  мкм,  $R_0 = 5$  мм,  $f_1 = 500$  мм,  $x_0 = 5,5$  мм, радиус освещающего пучка  $R = 4$  мм. Смещение  $x_0 = 5,5$  мм, большее, чем радиус полукольца  $R_0 = 5$  мм, было использовано для избежания интерференции между полями, формируемыми в +1-м и -1-м порядках. Рассчитанное полутонное распределение интенсивности, формируемое зонной пластинкой на рис. 54, а, представлено на рис. 54, б и подтверждает работоспособность изложенного метода расчета.

#### 4.2. ДОЭ с нелинейно скомбинированными фазами

Комбинированный эффект линзы и дифракционной решетки можно создать при помощи одного ДОЭ, фазовая функция которого соответствует сумме фазовых функций линзы и дифракционной решетки. Следующая суперпозиция функций комплексного пропускания любых двух бинарных элементов

$$T(\mathbf{u}) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \exp(i\varphi_{b1}(\mathbf{u})) + i \exp(i\varphi_{b2}(\mathbf{u})) \right) \quad (141)$$

соответствует чисто фазовому элементу с фазовой функцией [121]:

$$\varphi(\varphi_{b1}(\mathbf{u}), \varphi_{b2}(\mathbf{u})) = \begin{cases} \pi/4, & \varphi_{b1}(\mathbf{u}) = 0, \varphi_{b2}(\mathbf{u}) = 0, \\ 3\pi/4, & \varphi_{b1}(\mathbf{u}) = \pi, \varphi_{b2}(\mathbf{u}) = 0, \\ 5\pi/4, & \varphi_{b1}(\mathbf{u}) = \pi, \varphi_{b2}(\mathbf{u}) = \pi, \\ 7\pi/4, & \varphi_{b1}(\mathbf{u}) = 0, \varphi_{b2}(\mathbf{u}) = \pi. \end{cases} \quad (142)$$

Используем уравнения (141), (142) для расчета «ДОЭ с комбинированным эффектом» — ДОЭ, предназначенного для одновременной фокусировки в два набора линий. С этой целью введем функцию  $\varphi(\varphi_{zp1}(\mathbf{u}), \varphi_{zp2}(\mathbf{u}))$ , соответствующую суперпозиции (141) бинарных многофокусных зонных пластинок  $\varphi_{zp1}(\mathbf{u})$  и  $\varphi_{zp2}(\mathbf{u})$ , фокусирующих сходящийся сферический пучок (129) в наборы линий  $S_1$  и  $S_2$ ,

соответственно. Далее, определим фазовую функцию ДОЭ с комбинированным эффектом в виде:

$$\varphi_{\text{сов}}(\mathbf{u}) = \varphi_l(\mathbf{u}) + \varphi(\varphi_{zr1}(\mathbf{u}), \varphi_{zr2}(\mathbf{u})) - \varphi_0(\mathbf{u}), \quad \mathbf{u} \in G, \quad (143)$$

где  $\varphi_0(\mathbf{u})$  — фаза освещающего пучка, а  $\varphi_l(\mathbf{u}) = -(ku^2/2f_1)$  — параксиальная фаза линзы.

Согласно (143) и (141), поле непосредственно за плоскостью ДОЭ с комбинированным эффектом, освещаемым пучком с комплексной амплитудой

$$F_0(\mathbf{u}) = \sqrt{I_0(\mathbf{u})} \exp(i\varphi_0(\mathbf{u}))$$

имеет вид

$$F(\mathbf{u}) = \sqrt{\frac{I_0(\mathbf{u})}{2}} \exp\left(-\frac{iku^2}{2f_1} + i\varphi_{zr1}(\mathbf{u})\right) + i\sqrt{\frac{I_0(\mathbf{u})}{2}} \exp\left(-\frac{iku^2}{2f_1} + i\varphi_{zr2}(\mathbf{u})\right). \quad (144)$$

Члены уравнения (144) соответствуют (с точностью до константы) полям, сформированным бинарными зонными пластинками  $\varphi_{zr1}(\mathbf{u})$  и  $\varphi_{zr2}(\mathbf{u})$  при сходящемся сферическом освещающем пучке (129). Согласно линейности оператора распространения света, ДОЭ с комбинированным эффектом (143), фокусирует одновременно в наборы линий  $S_1$  и  $S_2$ .

**Пример 8.** Рассмотрим расчет ДОЭ с комбинированным эффектом для фокусировки круглого пучка с постоянной интенсивностью в контур квадрата со стороной  $2d$ . Контур квадрата представим в виде двух наборов отрезков  $S_1$  и  $S_2$ . Набор  $S_1$  состоит из двух центрально-симметричных отрезков  $x = d, |y| \leq d$  и  $x = -d, |y| \leq d$ , параллельных оси  $Oy$ , а набор  $S_2$  — из двух центрально-симметричных отрезков  $y = d, |x| \leq d$  и  $y = -d, |x| \leq d$ , параллельных оси  $Ox$ . В этом случае функции  $\varphi_{zr1}(\mathbf{u})$  и  $\varphi_{zr2}(\mathbf{u})$  в (143) соответствуют бинарным зонным пластинкам для фокусировки в наборы отрезков  $S_1$  и  $S_2$  в плоскости  $z = f_1$ . Причем, в силу симметрии задачи фокусировки, выполняется соотношение:

$$\varphi_{zp1}(u, v) = \varphi_{zp2}(v, -u). \quad (145)$$

Фазовая функция зонной пластинки, фокусирующей в набор отрезков  $S_1$ , имеет вид (128), (136). Функция  $\varphi_d(\mathbf{u})$  в (128) имеет вид (102), где  $f_1 = f_2 = -f_3$ ,  $\mathbf{x}_2 = (0, d)$ , а функция  $\varphi_2(\mathbf{u})$  является фазой фокусатора в отрезок  $|x| \leq d$ , в плоскости  $z = f_1$ . При круглом освещающем пучке радиуса  $R$  с постоянной интенсивностью фазовую функцию  $\varphi_2(\mathbf{u})$  можно получить из (20), (21) в виде

$$\varphi_2(\mathbf{u}) = -\frac{ku^2}{2f} + \frac{2kd}{\pi f} \left[ u \cdot \arcsin(u/R) - R \left( 1 - (u/R)^2 \right)^{\frac{1}{2}} + \frac{R}{3} \left( 1 - (u/R)^2 \right)^{\frac{3}{2}} \right], \quad (146)$$

Поскольку для бинарной решетки (136)  $|c_1|^2 = |c_{-1}|^2 = 0,405$ , то, согласно разложению (130)-(133), зонная пластинка (128), (102), (136), (146) фокусирует 81% энергии освещающего пучка в заданный набор отрезков  $S_1$ . Для оценки работоспособности ДОО с комбинированным эффектом проводился расчет распределения интенсивности в плоскости фокусировки при следующих параметрах:  $\lambda = 10,6$  мкм,  $2d = 8$  мм,  $R = 5$  мм,  $f_1 = f_2 = -f_3 = 350$  мм.

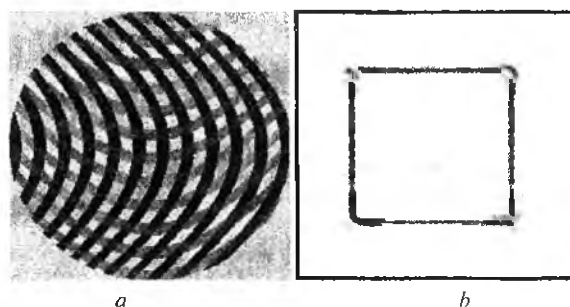


Рис. 55. Фотомаска зонной пластинки  $\varphi(\varphi_{zp1}(\mathbf{u}), \varphi_{zp2}(\mathbf{u}))$  для фокусировки в контур квадрата (а); полутоновое распределение интенсивности, формируемое ДОО с комбинированным эффектом при  $z = f_1$  (б)

На рис. 55, а показана амплитудная маска рассчитанной зонной пластинки  $\varphi(\varphi_{zp1}(\mathbf{u}), \varphi_{zp2}(\mathbf{u}))$  в (143). Приведенное на рис. 55, б полутоновое распределение интенсивности, формируемые ДОО с комбинированным эффектом, подтверждают хорошую работоспособность разработанного подхода.

## 5. ДИФРАКЦИОННЫЕ МНОГОФОКУСНЫЕ ЛИНЗЫ

В качестве частного случая метода расчета многофокусных фокусаторов, рассмотрим расчет многофокусного ДОЭ, обеспечивающего фокусировку в  $N$  точек на оптической оси с распределением энергии  $I_1, \dots, I_N$  между точками (фокусами). ДОЭ такого типа будем называть дифракционной многофокусной линзой. Поскольку точка — это частный случай фокальной линии, то для расчета многофокусной линзы достаточно, в общем представлении (101) для фазы многофокусного фокусатора, заменить фазовые функции  $\varphi_1(\mathbf{u})$ ,  $\varphi_2(\mathbf{u})$  фокусаторов в линию фазовыми функциями линзы. При этом фазовая функция многофокусной линзы принимает вид [28-30]

$$\varphi_{ml}(\mathbf{u}) = \varphi_1(\mathbf{u}) + \Phi[\varphi_2(\mathbf{u})] - \varphi_0(\mathbf{u}), \quad \mathbf{u} \in G, \quad (147)$$

где

$$\varphi_1(\mathbf{u}) = -\frac{k\mathbf{u}^2}{2f_1}, \quad \varphi_2(\mathbf{u}) = \text{mod}_{2\pi} \left[ -\frac{k\mathbf{u}^2}{2f_2} \right] \quad (148)$$

параксиальные фазовые функции линз с фокусами  $f_1$  и  $f_2$ . Функция  $\Phi[\varphi_2(\mathbf{u})]$  в (147) описывает нелинейное преобразование фазы линзы  $\varphi_2(\mathbf{u})$ . Таким образом, многофокусная линза представлена в виде суперпозиции обычной линзы  $\varphi_1(\mathbf{u})$  и зонной пластинки  $\Phi[\varphi_2(\mathbf{u})]$ .

Согласно общему представлению (110), поле непосредственно за плоскостью многофокусной линзы, освещаемой пучком с комплексной амплитудой

$$F_0(\mathbf{u}) = \sqrt{I_0(\mathbf{u})} \exp(i\varphi_0(\mathbf{u})),$$

имеет вид

$$F(\mathbf{u}) = \sqrt{I_0(\mathbf{u})} \exp \left[ -\frac{ik\mathbf{u}^2}{2f_1} \right] \sum_{j=-\infty}^{\infty} c_j \exp \left[ ij \left( -\frac{k\mathbf{u}^2}{2f_2} \right) \right]. \quad (149)$$

Выражение (149) соответствует, в параксиальном приближении, суперпозиции сходящихся сферических пучков с фокусами

$$F_j = \frac{f_1 f_2}{f_2 + j f_1} \quad (150)$$

и распределением энергии  $|c_j|^2$  между пучками. Коэффициенты Фурье  $c_j$  функции  $\exp(i\Phi[\xi])$  определены в уравнении (109).

Пусть  $j_1, \dots, j_N$  — индексы, соответствующие заданным фокусным расстояниям в (150). Тогда, для фокусировки в набор точек  $F_j, i = \overline{1, N}$  с заданным распределением энергии  $I_1, \dots, I_N$  между фокусами, достаточно определить функцию нелинейного преобразования  $\Phi[\xi]$  как фазовую функцию  $N$ -порядковой дифракционной решетки с интенсивностями  $I_1, \dots, I_N$  в порядках  $j_1, \dots, j_N$ .

Как правило, расчет функции  $\Phi[\xi]$  требует применения численных итерационных алгоритмов. В ряде случаев для расчета  $\Phi[\xi]$  можно использовать аналитический метод расчета одномерных фокусаторов (см. (88)). Пусть  $\tilde{\varphi}(\xi), \xi \in [0, d]$  — фазовая функция одномерного фокусатора сходящегося цилиндрического пучка в отрезок с распределением интенсивности  $I(x), x \in [n_1 \Delta, n_2 \Delta]$ , где  $\Delta = \lambda f / d$  — размер дифракционного пятна. Фазовая функция  $\tilde{\varphi}(\xi)$  может быть получена из (88) в виде:

$$\tilde{\varphi}(\xi) = \frac{k}{f} \int_0^\xi \chi(\eta) d\eta, \quad (151)$$

где функция  $\chi(\xi)$  ищется из решения следующего дифференциального уравнения:

$$\frac{d\chi(\xi)}{d\xi} = \frac{1}{I(\chi(\xi))} \quad (152)$$

с граничными условиями  $\chi(0) = n_1 \Delta, \chi(0) = n_2 \Delta$ .

Функцию  $\tilde{\varphi}(\xi)$  можно рассматривать как фазовую функцию дифракционной решетки с периодом  $d$  и интенсивностью дифракционных порядков

$$I_j = \begin{cases} I(j\Delta), & j = \overline{n_1, n_2}, \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases} \quad (153)$$

Следовательно, функция нелинейного преобразования  $\Phi[\xi] = \tilde{\varphi}(\xi)$  может быть рассчитана из уравнений (151), (152). Однако, как было установлено в процессе расчетов, геометрикооптический подход к расчету функции  $\Phi[\xi] = \tilde{\varphi}(\xi)$  оказывается работоспособным только при расчете решеток с большим числом (30 - 40 и более) подряд идущих порядков.

В заключение рассмотрим расчет «многофокусных линз с комбинированным эффектом», предназначенных для фокусировки одновременно в два набора точек. Первый набор состоит из точек, расположенных в одной плоскости, а второй набор — из точек, расположенных на оптической оси. Такие линзы являются частным случаем ДОЭ с комбинированным эффектом.

Если функция нелинейного преобразования  $\Phi[\xi]$  в (147) определена как многопорядковая бинарная решетка, то функция  $\Phi[\varphi_2(\mathbf{u})]$  является бинарной. Суперпозиция (142) функций комплексного пропускания бинарной зонной пластинки  $\Phi[\varphi_2(\mathbf{u})]$  и многопорядковой бинарной решетки  $\varphi_{gr}(\mathbf{u})$  соответствует чисто фазовому элементу с фазовой функцией  $\varphi(\Phi[\varphi_2(\mathbf{u})], \varphi_{gr}(\mathbf{u}))$  (142). Далее, фазовую функцию многофокусной линзы с комбинированным эффектом предлагается определить в виде:

$$\varphi_{cml}(\mathbf{u}) = \varphi_1(\mathbf{u}) + \varphi(\Phi[\varphi_2(\mathbf{u})], \varphi_{gr}(\mathbf{u})) - \varphi_0(\mathbf{u}), \quad \mathbf{u} \in G, \quad (154)$$

где  $\varphi_0(\mathbf{u})$  — фаза освещающего пучка,

$\varphi_1(\mathbf{u})$  — фазовая функция линзы в (147).

Согласно (141), функция комплексного пропускания линзы (154) может быть представлена в виде:

$$\begin{aligned} \exp(i\varphi_{cmi}(\mathbf{u})) &= \frac{1}{\sqrt{2}} \exp(i\varphi_{mi}(\mathbf{u})) + \\ &+ \frac{i}{\sqrt{2}} \exp(i\varphi_i(\mathbf{u}) + i\varphi_{gr}(u) - i\varphi_0(\mathbf{u})). \end{aligned} \quad (155)$$

Первое слагаемое в (155) соответствует многофокусной линзе (147) с функцией  $\Phi[\xi]$ . Второе слагаемое содержит фазовые функции линзы и бинарной решетки и, таким образом, обеспечивает фокусировку в набор точек в плоскости  $z = f_1$ . При этом фаза  $-\varphi_0(\mathbf{u})$  во втором слагаемом компенсирует фазу освещающего пучка. В силу линейности оператора распространения света, линза (154) реализует одновременно фокусировку в наборы точек на оптической оси и в одной фиксированной плоскости.

Рассмотрим ряд примеров расчета многофокусных линз.

**Пример 9.** Рассмотрим расчет бифокальной линзы с фокусами  $f_a$  и  $f_b$  и равной долей энергии в каждом фокусе. Полагая в общем выражении (150) для фокусов многофокусной линзы  $F_1 = f_a$ ,  $F_{-1} = f_b$ , получим

$$f_1 = \frac{2f_a f_b}{f_a + f_b}, \quad f_2 = \frac{2f_a f_b}{f_a - f_b}. \quad (156)$$

Далее, определим функцию нелинейного преобразования  $\Phi[\xi]$  как фазовую функцию 2-порядковой дифракционной решетки (136), (137). Подставляя (156), (137) в (149) получим, с учетом главных ненулевых порядков  $j = \pm 1$ , следующее выражение для поля непосредственно за плоскостью бифокальной линзы:

$$F(\mathbf{u}) = c_1 \exp\left(\frac{iku^2}{2f_a}\right) + c_{-1} \exp\left(-\frac{iku^2}{2f_b}\right). \quad (157)$$

где  $c_{\pm 1}$  - коэффициенты Фурье (137). Выражение (157) описывает заданный процесс фокусировки в две точки (в парааксиальном приближении).



Согласно (137),  $|c_1|^2 = |c_{-1}|^2 = 0,405$ , то есть 81% энергии освещающего пучка концентрируется в требуемых фокусах  $f_a, f_b$ . Представляет интерес сравнение рассмотренной дифракционной линзы (147), (156), (136) с сегментированной бифокальной линзой с апертурой, состоящей из двух равных по площади сегментов. Фазовая функция сегментированной линзы имеет вид:

$$\varphi_s(\mathbf{u}) = \begin{cases} -\frac{k\mathbf{u}^2}{2f_a}, & |\mathbf{u}| \leq \frac{R}{\sqrt{2}} \\ -\frac{k\mathbf{u}^2}{2f_b}, & \frac{R}{\sqrt{2}} < |\mathbf{u}| \leq R. \end{cases} \quad (158)$$

На рис. 56, а представлены графики распределения интенсивности  $I$  (в условных единицах) вдоль оптической оси  $z$  для дифракционной бифокальной линзы (непрерывная кривая) и сегментированной линзы (158) (пунктирная кривая). Графики были получены численным расчетом интеграла Френеля — Кирхгофа при следующих параметрах:  $\lambda = 0,555$  мкм,  $f_a = 30$  мм,  $f_b = 34$  мм,  $R = 1,5$  мм. Рис. 56, а показывает, что у дифракционной бифокальной линзы глубина фокусов меньше, чем у сегментированной линзы. Это объясняется тем, что в каждый фокус дифракционной линзы работает вся апертура. На рис. 56, б, в показана рассчитанная функция рассеяния точки в двух фокальных плоскостях. Введем энергетическую эффективность  $E$  как долю энергии падающего пучка, сфокусированную внутри пятна с радиусом  $\Lambda = 0,61 \lambda z/R$ . В первой фокальной плоскости ( $z = 30$  мм)  $E$  равно 32,8% и 32,6% для дифракционной и сегментированной линз соответственно. Во второй фокальной плоскости ( $z = 34$  мм)  $E$  равно 34,2% и 14,5% соответственно. Поскольку только центральный сегмент сегментированной линзы работает в первую фокальную плоскость, то ширина дифракционного пятна для сегментированной линзы в 1,5 раза больше, чем для дифракционной бифокальной линзы (рис. 56, б). Аналогичный эффект имеет место и во второй фокальной плоскости

с учетом двухлепесткового вида функции рассеяния точки для кольцевого зрачка (см. рис. 56, в). Таким образом, проведенное исследование показывает, что дифракционная бифокальная линза работает подобно обычной (несегментированной) линзе в каждом из двух фокусов.

**Пример 10.** Расчет дифракционной линзы (147) с числом фокусов больше двух не представляет сложности. Рассмотрим расчет 7-фокусной линзы. Фаза 7-фокусной линзы равна сумме фазы обычной линзы  $\varphi_1(\mathbf{u})$  и зонной пластинки  $\Phi[\varphi_2(\mathbf{u})]$ , соответствующей преобразованию линзы  $\varphi_2(\mathbf{u})$  по закон 7-порядковой решетки. На рис. 57а приведен профиль бинарной зонной пластинки  $\Phi[\varphi_2(\mathbf{u})]$ , полученной преобразованием фазы  $\varphi_2(\mathbf{u})$  по закону 7-порядковой бинарной решетки, концентрирующей излучение в порядках  $-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$ , при параметрах:  $\lambda = 1,06$  мкм,  $f_1 = 34$  мм,  $f_2 = 1000$  мм и  $R = 4$  мм. На рис. 57, б показан график распределения интенсивности  $I$  вдоль оптической оси для семифокусной линзы. При этом в требуемые фокусы направляется более 80% энергии освещающего пучка. Доли энергии освещающего пучка, фокусируемые в дифракционной окрестности с радиусом  $\Delta = 0,61\lambda F_j / R$ ,  $j = \overline{-3,3}$  фактически постоянны для требуемых плоскостей  $z = F_j$ ,  $j = \overline{-3,3}$ , а небольшое уменьшение величины интенсивности фокальных пиков с ростом фокусного расстояния связано с увеличением дифракционного размытия (интенсивность в геометрическом фокусе обратно пропорциональна фокусному расстоянию).

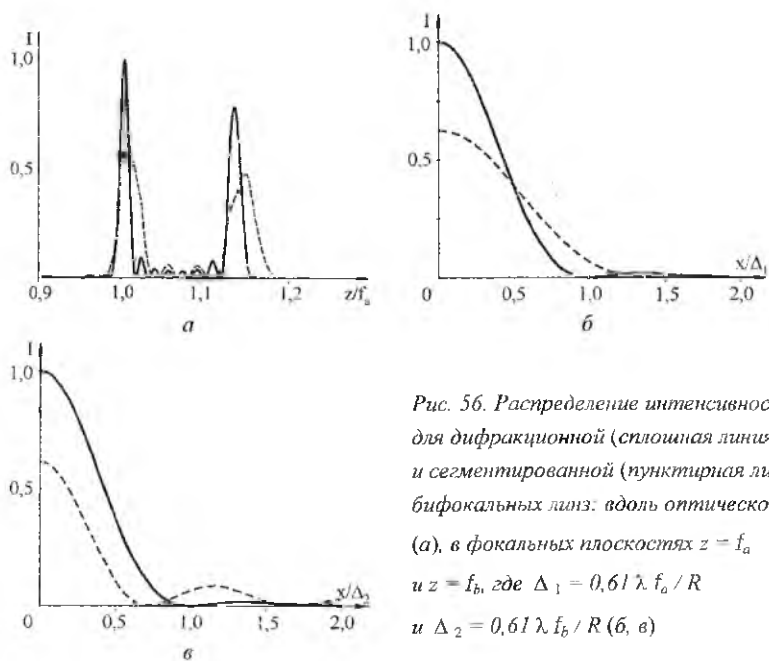


Рис. 56. Распределение интенсивности для дифракционной (сплошная линия) и сегментированной (пунктирная линия) бифокальных линз: вдоль оптической оси (а), в фокальных плоскостях  $z = f_a$  и  $z = f_b$ , где  $\Delta_1 = 0,61 \lambda f_a / R$  и  $\Delta_2 = 0,61 \lambda f_b / R$  (б, в)

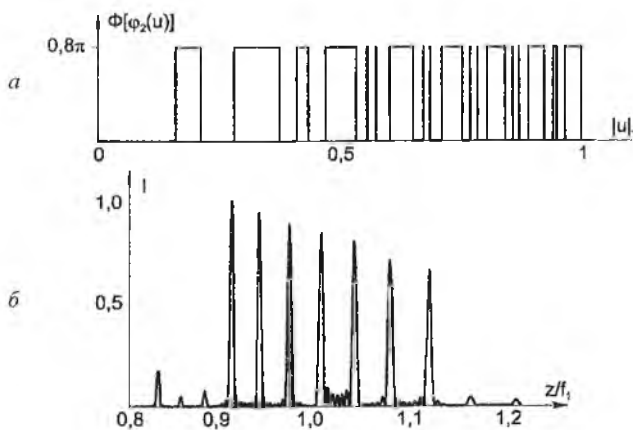


Рис. 57. Функция  $\Phi[\varphi_2(u)]$  для semifокусной линзы (а); распределение интенсивности вдоль оптической оси для semifокусной линзы (б)

**Пример 11.** Рассмотрим аналитический расчет многофокусной линзы, основанный на использовании фазовой функции (151), (152) геометрооптического фокусатора в отрезок в качестве функции нелинейного преобразования  $\Phi[\xi]$ . Напомним, что использование геометрооптического подхода позволяет рассчитать многофокусную линзу для формирования только большого числа (30 - 40 и более) подряд идущих фокусов. Из (147), (148), (151) и (152) несложно получить фазовую функцию линзы с числом фокусов  $N = n_2 - n_1$  равной интенсивности в виде:

$$\varphi_{mf}(\mathbf{u}) = \varphi_1(\mathbf{u}) + \varphi_2(\mathbf{u}) \left[ n_1 + \frac{n_2 - n_1}{4\pi} \varphi_2(\mathbf{u}) \right] - \varphi_0(\mathbf{u}). \quad (159)$$

Координаты фокусов линзы (159) описываются общим выражением (150) при  $j = \overline{n_1, n_2}$ . На рис. 58 приведено распределение интенсивности вдоль оптической оси линзы (159) при следующих параметрах: число фокусов  $N = 40$  ( $n_1 = 20$ ,  $n_2 = 60$ ),  $\lambda = 1,06$  мкм,  $f_1 = 30$  мм,  $f_2 = 4000$  мм,  $R = 4$  мм. Неравномерность фокальных пиков на рис. 58 объясняется как погрешностью геометрооптического расчета функции  $\Phi[\xi]$ , так и усилением дифракционного размытия с ростом фокусного расстояния. Среднеквадратичное отклонение  $\delta$  распределения энергии по фокальным плоскостям линзы (159) от постоянной величины, определяется неравномерностью распределения интенсивности, формируемого геометрооптическим фокусатором в отрезок  $[n_1 \Delta, n_2 \Delta]$ . Для приведенного примера (рис. 58) значение  $\delta$  составляет 25,2%.

Согласно (149), многофокусная линза (147) работает в каждом фокусе подобно обычной линзе. Если

$$f_2 = \frac{R^2}{2\lambda}, \quad (160)$$

то линза  $\varphi_2(\mathbf{u})$  в (147) имеет только одну центральную зону. Для многофокусной линзы (147), (160) расстояние между соседними фокусами

$$l_j = F_{j-1} - F_j \approx 2\lambda \left( \frac{F_j}{R} \right)^2 \quad (161)$$

равно половине длины Френеля  $l_f = 4\lambda f^2 / R^2$ , определяющей размер дифракционного пятна вдоль оптической оси для линзы с фокусом  $f$ . В этом случае многофокусная линза (147), (148), (160) не создает отдельных фокусов, а формирует непрерывное распределение интенсивности вдоль оптической оси. На рис. 59 приведено расчетное распределение интенсивности вдоль оптической оси линзы (159), (160) при параметрах:  $N = 40$  ( $n_1 = 20$ ,  $n_2 = 60$ ),  $\lambda = 1,06$  мкм,  $R = 4$  мм,  $f_1 = 30$  мм,  $f_2 = R^2 / 2\lambda = 7547,17$  мм. Распределение интенсивности на рис. 59, как и ожидалось, имеет непрерывный характер.

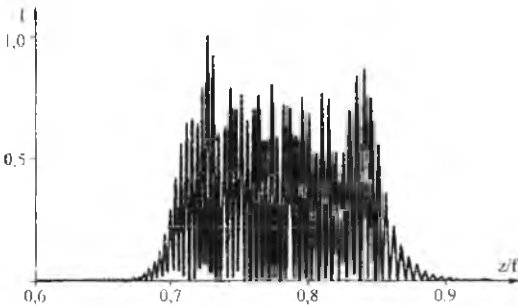


Рис. 58. Осевое распределение интенсивности для аналитически полученной 40-фокусной линзы (159)

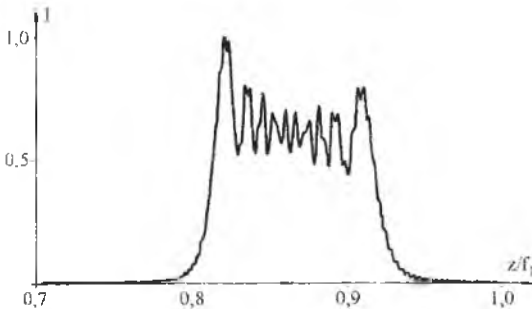


Рис. 59. Распределение интенсивности вдоль оптической оси для многофокусной линзы (159) при  $f_2 = R^2 / 2\lambda$ .

## 6. ДВУХПОРЯДКОВЫЕ ФОКУСАТОРЫ

Многофокусные фокусаторы позволяют сфокусировать излучение в набор фокальных линий разного масштаба, но одинаковой формы. В данном параграфе мы рассмотрим расчет двухпорядковых фокусаторов, предназначенных для фокусировки в две различные фокальные линии  $L_1$  и  $L_2$ . Исходными данными для такого расчета являются фазовые функции  $\varphi_a(\mathbf{u})$  и  $\varphi_b(\mathbf{u})$  фокусаторов в линии  $L_1$  и  $L_2$ , соответственно.

Фазовую функцию двухпорядкового фокусатора предлагается определить в виде [26]

$$\varphi(\mathbf{u}) = \frac{1}{2}[\varphi_a(\mathbf{u}) + \varphi_b(\mathbf{u})] + \Phi[h(\mathbf{u})], \quad (162)$$

где

$$h(\mathbf{u}) = \text{mod}_{2\pi} \left( \frac{1}{2}[\varphi_a(\mathbf{u}) - \varphi_b(\mathbf{u})] \right).$$

Функция  $\Phi[h(\mathbf{u})]$  в (162) как и ранее описывает специально подобранное нелинейное преобразование непрерывной функции  $h(\mathbf{u}) \in [0, 2\pi]$ .

Для определения вида нелинейного преобразования  $\Phi[\xi]$ , проведем анализ работы ДОЭ (162). Разлагая функцию  $\exp(i\Phi[\xi])$  в ряд Фурье на интервале  $[0, 2\pi)$  и полагая  $\xi = h(\mathbf{u})$ , запишем функцию комплексного пропускания ДОЭ (162) в виде

$$\begin{aligned} \exp[i\varphi(\mathbf{u})] &= \\ &= \sum_{j=-\infty}^{\infty} c_j \exp \left[ \frac{i}{2}(\varphi_a(\mathbf{u})(1+j) + \varphi_b(\mathbf{u})(1-j)) \right], \end{aligned} \quad (163)$$

где  $c_j$  — коэффициенты Фурье (109) функции  $\exp(i\Phi[\xi])$ .

Согласно (163), при дифракции освещающего пучка на двухпорядковом фокусаторе (162) формируется много порядков. Изображение,

формируемое в  $j$ -м дифракционном порядке, соответствует преобразованию освещающего пучка ДОЭ с фазовой функцией

$$\varphi_j(\mathbf{u}) = \frac{1}{2} [\varphi_a(\mathbf{u})(1+j) + \varphi_b(\mathbf{u})(1-j)]. \quad (164)$$

Фокусировка в заданные фокальные линии  $L_1$  и  $L_2$  происходит в 1-м и  $-1$ -м дифракционных порядках:  $\varphi_1(\mathbf{u}) = \varphi_a(\mathbf{u})$ ,  $\varphi_{-1}(\mathbf{u}) = \varphi_b(\mathbf{u})$ . Доля энергии освещающего пучка, фокусируемая в  $j$ -м порядке, пропорциональна квадратам модулей коэффициентов Фурье  $c_j$ . Поэтому функция нелинейного преобразования  $\Phi[\xi]$  должна выбираться из условия равенства нулю коэффициентов Фурье  $c_j$  при  $j \neq \pm 1$ . Такой нелинейности соответствует фазовая функция двухпорядковой дифракционной решетки, концентрирующей излучение в 1-м и  $-1$ -м порядках. Для формирования равной интенсивности вдоль фокальных линий  $L_1$ ,  $L_2$ , значения  $|c_1|^2$  и  $|c_{-1}|^2$  при синтезе решетки должны быть выбраны пропорциональными геометрическим размерам линий  $L_1$  и  $L_2$ . При  $|c_1|^2 \neq |c_{-1}|^2$ , расчет двухпорядковой решетки  $\Phi[\xi]$  осуществляется с использованием итерационных процедур. При  $|c_1|^2 = |c_{-1}|^2$ , функция  $\Phi[\xi]$  соответствует фазовой функции двухпорядковой бинарной решетки (136), (137). Для решетки (136)  $|c_1|^2 = |c_{-1}|^2 = 0,405$ . В этом случае двухпорядковый фокусатор (162), (136) фокусирует 81% энергии освещающего пучка в 1-м и  $-1$ -м дифракционных порядках.

Не существует фазовых двухпорядковых решеток с энергетической эффективностью в 100%. Поэтому, наряду с заданными фокальными линиями  $L_1$  и  $L_2$ , двухпорядковый фокусатор (162) также создаст паразитные изображения, соответствующие ненулевым коэффициентам Фурье  $c_j$  при  $j \neq \pm 1$ . Степень влияния паразитных изображений оценивается отдельно в каждой конкретной задаче и при необходимости может быть уменьшена путем «внеосевой» фокусировки. Внеосевая фокусировка состоит во введении фазовых функций призм в функции  $\varphi_a(\mathbf{u})$  и  $\varphi_b(\mathbf{u})$ . Призмы играют роль несущих и позволяют сдвинуть паразитные изображения относительно полезных.

Рассмотренный метод расчета двухпорядковых фокусаторов не накладывает никаких ограничений на структуру функций  $\varphi_a(\mathbf{u})$  и  $\varphi_b(\mathbf{u})$ . Например, функции  $\varphi_a(\mathbf{u})$ ,  $\varphi_b(\mathbf{u})$  в (162) могут быть рассчитаны с использованием итерационных процедур. Если функции  $\varphi_a(\mathbf{u})$  и  $\varphi_b(\mathbf{u})$  являются фазовыми функциями многофокусных фокусаторов, формирующих наборы линий  $S_1$  и  $S_2$ , то двухпорядковый ДОО формирует в 1-м и -1-м порядках наборы фокальных линий  $S_1$  и  $S_2$ .

В последующих примерах мы рассмотрим наиболее практически важные случаи фокусировки в две точки и в два отрезка с различной ориентацией.

**Пример 12.** Рассмотрим расчет двухпорядковой линзы, фокусирующей плоский пучок в две точки  $z = f_a$  и  $z = f_b$  на оптической оси. Фазовая функция двухпорядковой линзы имеет вид (162), где  $\Phi[\xi]$  — фазовая функция двухпорядковой решетки (136), а функции  $\varphi_a(\mathbf{u})$  и  $\varphi_b(\mathbf{u})$  соответствуют фазовым функциям линз с фокусами  $f_a$  и  $f_b$ . В непараксиальном приближении,  $\varphi_a(\mathbf{u})$  и  $\varphi_b(\mathbf{u})$  имеют вид

$$\begin{cases} \varphi_a(\mathbf{u}) = -k\sqrt{f_a^2 + \mathbf{u}^2}, \\ \varphi_b(\mathbf{u}) = -k\sqrt{f_b^2 + \mathbf{u}^2}. \end{cases} \quad (165)$$

В отличие от бифокальной линзы (147), (148), (136), (156) двухпорядковая линза (162), (136), (165) является обобщением на случай непараксиального приближения.

**Пример 13.** Рассмотрим расчет двухпорядкового фокусатора в крест, состоящий из двух перпендикулярных отрезков длины  $2d$ . В этом случае, функция  $\Phi[\xi]$  также имеет вид (136), а функции  $\varphi_a(\mathbf{u})$  и  $\varphi_b(\mathbf{u})$  в (162) являются фазовыми функциями фокусаторов в отрезки, составляющие крест. При квадратной апертуре  $G$  ( $2a \times 2a$ ) фокусатора



и плоском освещающем пучке функции  $\varphi_a(\mathbf{u})$  и  $\varphi_b(\mathbf{u})$  могут быть получены из (20), (21) в виде

$$\begin{cases} \varphi_a(\mathbf{u}) = -\frac{k\mathbf{u}^2}{2f} + \frac{kd}{2fa}u^2, \\ \varphi_b(\mathbf{u}) = -\frac{k\mathbf{u}^2}{2f} + \frac{kd}{2fa}v^2, \end{cases} \quad (166)$$

где  $f$  — расстояние от двухпорядкового фокусатора до фокальной плоскости.

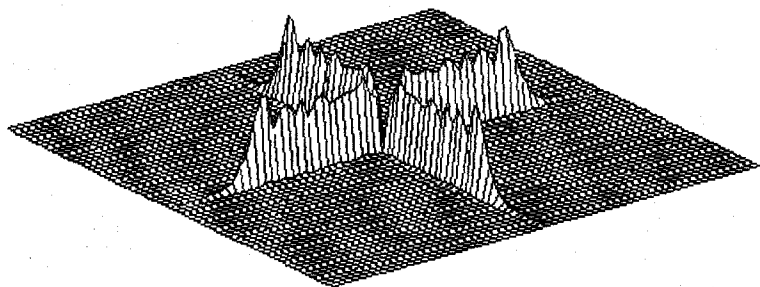
Проведем анализ паразитных изображений, возникающих при фокусировке в крест. Согласно уравнению (164), структура паразитных изображений определяется фазовыми функциями

$$\varphi_j(\mathbf{u}) = -\frac{k\mathbf{u}^2}{2f} + \frac{kd}{4fa}((1+j)u^2 + (1-j)v^2). \quad (167)$$

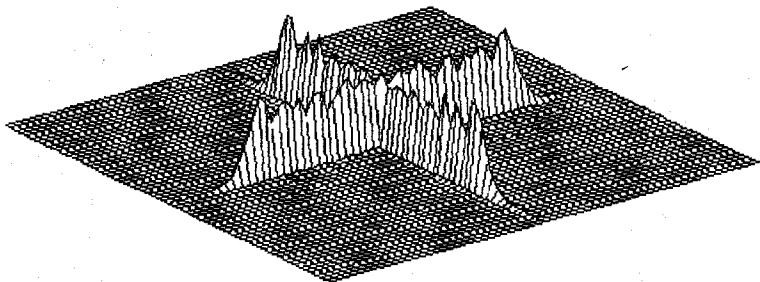
Функция (167) является фазовой функцией фокусатора плоского пучка в прямоугольник [87-89] со сторонами  $|d(1+j)|$  и  $|d(j-1)|$ . Благодаря равномерному распределению энергии по площади прямоугольников интенсивность паразитных порядков будет значительно меньше, чем интенсивность на фокальных линиях, составляющих крест. Это позволяет предположить, что паразитные порядки не должны существенно влиять на качество создаваемого полезного изображения. Для оценки разработанного подхода был проведен дифракционный расчет интенсивности в фокальной плоскости двухпорядкового фокусатора в крест (162), (136), (166) при следующих параметрах:  $\lambda = 1,06$  мкм,  $f = 100$  мм,  $2d = 1,2$  мм,  $2a = 5$  мм (см. рис. 65, а). На рис. 60, а четко видна структура излучения, сфокусированного в форме креста. Паразитные изображения незаметны, однако в центре креста наблюдается спад интенсивности. Спад интенсивности возникает из-за разных знаков коэффициентов Фурье  $c_1$  и  $c_{-1}$  в (137). Согласно (163), это приводит к вычитанию полей, соответствующих фокусировке в отрезки креста. Спад интенсивности в центре креста можно компенсировать при помощи циклического сдвига профиля решетки

(136). При циклическом сдвиге профиля решетки (136) на величину  $\varphi_0$ , коэффициенты Фурье (137) принимают вид

$$c_j^{\varphi_0} = c_j \exp(i j \varphi_0). \quad (168)$$



*a*



*б*

*Рис. 60. Распределение интенсивности в фокальной плоскости двухпорядковых ДФЗ, фокусирующих в крест: для функции  $\Phi[\xi]$  в уравнении (136) (а); при циклическом сдвиге профиля  $\Phi[\xi]$  на  $\pi/6$  (б)*

Амплитуда поля в центре креста пропорциональна величине  $\eta = c_1 \exp(i \varphi_0) + c_{-1} \exp(-i \varphi_0) = 2i c_1 \sin(\varphi_0)$ . Поэтому при  $\varphi_0 = \pi/6$ ,  $\eta = i c_1$  и спад интенсивности в центре должен исчезнуть. Распределение интенсивности поля в фокальной плоскости двухпорядкового фокусатора на рис. 60, б, полученное при циклическом сдвиге профиля (136) на  $\pi/6$  подтверждает отсутствие спада интенсивности в центре креста.

Интересно сравнить двухпорядковый фокусатор в крест с сегментированным фокусатором в крест. Апертура  $2a \times 2a$  сегментированного фокусатора состоит из четырех квадратных сегментов  $a \times a$ , фокусирующих в четыре отрезка длины  $d$ , составляющие крест. Сегментация апертуры при фокусировке в крест приводит к двукратному уменьшению длины слоя и, как следствие, к двукратному увеличению дифракционной ширины отрезков креста. Поэтому, несмотря на то, что двухпорядковый фокусатор теряет 19% энергии освещающего пучка в паразитных порядках, интенсивность на отрезках креста, формируемого двухпорядковым фокусатором, должна быть выше за счет меньшей (в 2 раза) дифракционной ширины линий. Проведенный расчет средней интенсивности поля на геометрическом кресте при вышеуказанных параметрах показал, что для двухпорядкового фокусатора интенсивность на кресте в 1,8 раза выше, чем для сегментированного фокусатора. Для двухпорядкового фокусатора также удалось аналитически скомпенсировать интерференционные эффекты в центре креста, в то время как для сегментированного фокусатора подобная коррекция осуществляется подбором параметров сдвига отрезков креста.

## 7. РАСЧЕТ СПЕКТРАЛЬНЫХ ФОКУСАТОРОВ

Для работы с различными спектральными компонентами можно использовать цветоделительные фазовые дифракционные решетки, позволяющие разделить три различные спектральные компоненты освещающего пучка по  $-1$ ,  $0$  и  $+1$  дифракционным порядкам [31 — 33].

В данном разделе рассмотрен расчет спектральных фокусаторов — фазовых ДОЭ, которые позволяют:

- сфокусировать три различных спектральных компоненты освещающего пучка в три одинаковые фокальные области,
- при изменении длины волны изменять конфигурацию области фокусировки для трех различных длин волн. Основная идея расчетного метода состоит в нелинейном преобразовании фазовой функции фокусатора по закону цветоделительной дифракционной решетки.

### 7.1. Цветоделительные решетки

Для описания работы спектральных фокусаторов предварительно рассмотрим принцип работы цветоделительных фазовых дифракционных решеток [31-33]. Решетка, позволяющая разделить три спектральные компоненты, соответствующие длинам волн

$$\lambda_0, \quad \lambda_{+1} = \frac{\lambda_0 N}{(N+1)}, \quad \lambda_{-1} = \frac{\lambda_0 N}{(N-1)} \quad (169)$$

по  $0$ ,  $+1$  и  $-1$  дифракционным порядкам имеет на периоде  $N$  ступенек равной ширины. Высота ступенек определяется по формуле

$$d_i = \frac{\lambda_0 \cdot i}{(n_0 - 1)}, \quad i = \overline{0, N-1}, \quad (170)$$

где  $n_0$  — показатель преломления материала решетки для длины волны  $\lambda_0$ . Пренебрегая дисперсией материала решетки, получается, что решетка (170) для плоских пучков с длинами волн (169) формирует следующие фазовые набеги;

$$\varphi_0 = 2\pi \cdot i, \quad \varphi_{-1} = 2\pi \cdot i \frac{\lambda_0}{\lambda_{-1}} = 2\pi \cdot i - \frac{2\pi \cdot i}{N},$$

$$\varphi_{+1} = 2\pi \cdot i \frac{\lambda_0}{\lambda_{+1}} = 2\pi \cdot i + \frac{2\pi \cdot i}{N}.$$
(171)

С учетом  $2\pi$ -периодичности фазы, представим распределения фазы (171) в виде:

$$\varphi_0 = 0, \quad \varphi_{-1} = -\frac{2\pi \cdot i}{N}, \quad \varphi_{+1} = \frac{2\pi \cdot i}{N}, \quad i = \overline{0, N-1}.$$
(172)

Согласно (172), для длины волны  $\lambda_0$  фазовый набег равен нулю и, следовательно, данная спектральная компонента направляется в нулевой порядок. Для длин волн  $\lambda_{\pm 1}$  фазовые набег (172) соответствуют фазовым функциям призмы, квантованных по  $N$  уровням;

$$\varphi_{\pm 1} = F_N(\pm 2\pi u/d),$$
(173)

где  $d$  — период решетки, а функция

$$F_N(\xi) = \frac{2\pi}{N} \operatorname{int} \left( \frac{\xi N}{2\pi} \right)$$
(174)

описывает операцию квантования по  $N$  уровням. Это обеспечивает фокусировку длин волн  $\lambda_{\pm 1}$  в порядках  $\pm 1$ . Вследствие квантования, доля энергии спектральных компонент  $\lambda_{\pm 1}$  фокусируемая в порядках  $\pm 1$ , описывается функцией:

$$E(N) = \sin^2(\pi/N).$$
(175)

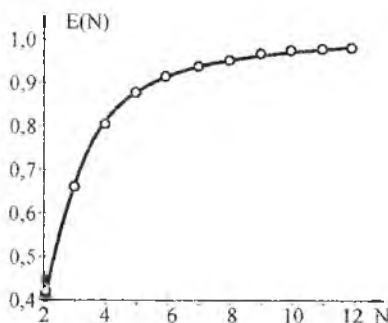


Рис. 61. Энергетическая эффективность линейной решетки, квантованной по  $N$  уровням

График функции  $E(N)$  приведен на рис. 61. Например, при  $N = 4$  решетка (170) направляет 100% энергии спектральной компоненты  $\lambda_0$  в нулевой порядок и 81% энергии спектральных компонент  $\lambda_{-1} = 4\lambda_0/5$  и  $\lambda_{+1} = 4\lambda_0/3$  в порядки +1 и -1.

Длины волн (169) и номера дифракционных порядков для решетки (170) не являются независимыми между собой. При работе только с двумя спектральными компонентами связь длин волн  $\lambda_0/\lambda_{\pm 1} = (N \pm 1)/N$  и номеров порядков можно обобщить. Рассмотрим расчет двухволновой решетки для разделения по двум порядкам с номерами  $m_0$ ,  $m_1$  длин волн  $\lambda_0$ ,  $\lambda_1$ , связанных существенно более общим соотношением

$$\lambda_0/\lambda_1 = M/N, \quad (176)$$

где  $M$  и  $N$  — взаимно-простые числа. Двухволновую решетку предлагается строить из фазовых функций призм

$$\begin{aligned} F_M(\varphi(u)) &= F_M\left(\text{mod}_{2\pi}\left(\frac{2\pi}{d}n_0u\right)\right) = \\ &= \frac{2\pi}{M} \text{int}\left[\frac{M}{2\pi} \text{mod}_{2\pi}\left(\frac{2\pi}{d}m_0u\right)\right], \\ F_N(\varphi_1(u)) &= F_N\left(\text{mod}_{2\pi}\left(\frac{2\pi}{d}n_1u\right)\right) = \\ &= \frac{2\pi}{N} \text{int}\left[\frac{N}{2\pi} \text{mod}_{2\pi}\left(\frac{2\pi}{d}m_1u\right)\right], \end{aligned} \quad (177)$$

квантованных по  $M$  и  $N$  уровням. Определим функцию высоты рельефа двухволновой решетки в виде:

$$h(u) = \frac{\lambda_0}{2\pi(n_0 - 1)} \left[ F_M(\varphi(u)) + 2\pi M_0(F_M(\varphi(u)), F_N(\varphi_1(u))) \right], \quad (178)$$

где  $M_0(F_M(\varphi(u)), F_N(\varphi_1(u)))$  — некоторая неизвестная функция, принимающая целочисленные положительные значения. Для удобства выкладок удобно представить высоту рельефа (178) через индексы

значений  $2\pi i/M$ ,  $i = \overline{0, M-1}$ ,  $2\pi j/N$ ,  $j = \overline{0, N-1}$ , принимаемых квантованными функциями  $F_M(\varphi(\mathbf{u}))$ ,  $F_N(\varphi_1(\mathbf{u}))$ :

$$h(i, j) = \frac{\lambda_0}{2\pi(n_0 - 1)} \left[ \frac{2\pi}{M} i + 2\pi \cdot M_0(i, j) \right], \quad (179)$$

где

$$\begin{aligned} i &= \frac{M}{2\pi} F_M(\varphi(u)), & i &= \overline{0, M-1}, \\ j &= \frac{N}{2\pi} F_N(\varphi_1(u)), & j &= \overline{0, N-1}. \end{aligned} \quad (180)$$

Решетка (179) при  $\lambda = \lambda_0$  формирует фазовый набег

$$\Phi(i, j; \lambda_0) = \frac{2\pi i}{M} + 2\pi M_0(i, j), \quad i = \overline{0, M-1}, \quad j = \overline{0, N-1}, \quad (181)$$

равный по модулю  $2\pi$  фазе квантованной призмы  $F_M(\varphi(u))$ . Это обеспечивает фокусировку компоненты  $\lambda_0$  в порядке  $m_0$ . При  $\lambda = \lambda_1$  фазовый набег, формируемый решеткой, имеет вид

$$\Phi(i, j; \lambda_1) = 2\pi \frac{M}{N} \left[ \frac{i}{M} + M_0(i, j) \right], \quad i = \overline{0, M-1}, \quad j = \overline{0, N-1}. \quad (182)$$

Для фокусировки компоненты  $\lambda_1$  в порядке  $m_1$  функция  $M_0(i, j)$  должна выбираться из условия равенства по модулю  $2\pi$  выражения (182) квантованной фазе  $F_N(\varphi_1(u))$ . Данное условие дает для расчета функции  $M_0(i, j)$  следующее уравнение

$$\begin{aligned} 2\pi \frac{M}{N} \left[ \frac{i}{M} + M_0(i, j) \right] &= 2\pi \left[ \frac{j}{N} + M_1(i, j) \right], \\ i &= \overline{0, M-1}, \quad j = \overline{0, N-1}, \end{aligned} \quad (183)$$

где  $M_1(i, j)$  — произвольная функция, принимающая целочисленные значения. Непосредственной подстановкой можно убедиться, что решение уравнения (183) имеет вид:

$$\begin{cases} M_0(i, j) = \pm\alpha_1(j-i) + Nz = \text{mod}_N(\pm\alpha_1(j-i)), \\ M_1(i, j) = \pm\alpha_2(j-i) + Mz, \\ i = \overline{0, M-1}, \quad j = \overline{0, N-1}, \end{cases} \quad (184)$$

где  $\alpha_1, \alpha_2$  — целые числа, определяемые из решения уравнения

$$M \cdot \alpha_1 - N \cdot \alpha_2 = \pm 1, \quad (185)$$

а  $z$  — наименьшее целое число, выбираемое из условия неотрицательности функции  $M_0(i, j)$ . Поскольку числа  $M$  и  $N$  взаимно-простые, то уравнение (185) всегда имеет решение в целых числах по теореме о наибольшем общем делителе. Согласно (184), рельеф двухволновой решетки имеет вид:

$$h(i, j) = \frac{\lambda_0}{2\pi(n_0 - 1)} \left[ \frac{2\pi}{M} i + 2\pi \cdot \text{mod}_N(\pm\alpha_1(j-i)) \right], \quad (186)$$

где индексы  $(i, j)$  определены в (180). Частным случаем решетки (186) является решетка

$$h(j) = \frac{\lambda_0}{(n_0 - 1)} \text{mod}_N(\pm\alpha_1 j), \quad j = \frac{N}{2\pi} F_N \left( \text{mod}_{2\pi} \left( \frac{2\pi}{d} m_1 u \right) \right) \quad (187)$$

для разделения спектральных компонент

$$\begin{aligned} \lambda_0, \quad \lambda_{+1} = \lambda_0 N / M = \lambda_0 N / (N + p), \\ \lambda_{-1} = \lambda_0 N / (N - p), \quad p = M - N \end{aligned} \quad (188)$$

по порядкам 0 и  $\pm m_1$ . Решетка (170) является частным случаем решетки (188) при  $M = N + 1$  и  $m_1 = 1$ . В дальнейшем будет использована двухволновая решетка для разделения спектральных компонент (188) по 0 и  $\pm 1$  порядкам. Согласно (187), такая решетка имеет на периоде  $N$  ступенек равной ширины с высотой

$$d_i = \frac{\lambda_0}{(n_0 - 1)} \text{mod}_N(\alpha_1 i), \quad i = \overline{0, N-1}, \quad (189)$$

где  $\alpha_1$  определяется из решения уравнения (185).



## 7.2. Спектральные фокусаторы в набор одинаковых фокальных областей

Использование комбинации цветоделительная решетка — линза позволяет сфокусировать три спектральных компоненты в три точки в фокальной плоскости линзы. Рассмотрим расчет спектрального фокусатора — фазового ДОО, выполняющего разделение и фокусировку трех длин волн (188) в три одинаковых фокальных области заданной формы, расположенных в одной или различных плоскостях вдоль оптической оси (рис.62). Микрорельеф спектрального фокусатора определим в виде:

$$h(\mathbf{u}) = \frac{\lambda_0}{2\pi \cdot (n_0 - 1)} \Phi(\mathbf{u}; \lambda_0) = \frac{\lambda_0}{2\pi(n_0 - 1)} \left[ \varphi(\mathbf{u}) + G(\tilde{\varphi}(\mathbf{u})) \right], \quad (190)$$

где  $\varphi(\mathbf{u}) \in [0, 2\pi)$  — фазовая функция фокусатора, рассчитанная из условия фокусировки плоского монохроматического пучка с длиной волны  $\lambda_0$  в область  $D$  в плоскости  $z = f$ . Для удобства дальнейших выкладок выделим из функции  $\varphi(\mathbf{u})$  фазовую функцию линзы в явном виде

$$\varphi(\mathbf{u}) = \text{mod}_{2\pi} \left( -\frac{\pi \cdot \mathbf{u}^2}{\lambda_0 f} + \varphi_D(\mathbf{u}) \right), \quad (191)$$

где добавка к линзе  $\varphi_D(\mathbf{u})$  обеспечивает фокусировку сходящегося сферического пучка с фокусом  $f$  в область  $D$  при  $z = f$ .

Функция  $G$  в (190) описывает нелинейное преобразование фазы

$$\tilde{\varphi}(\mathbf{u}) = \text{mod}_{2\pi} \left( -\frac{P}{N} \cdot \varphi(\mathbf{u}) + \varphi_{pr}(\mathbf{u}) + \varphi_l(\mathbf{u}) \right) \quad (192)$$

по закону фазового набегу цветоделительной решетки для длины волны  $\lambda_0$ :

$$G(\xi) = 2\pi \cdot \text{mod}_N \left( \alpha_1 \cdot \text{int} \left[ N \cdot \xi / 2\pi \right] \right), \quad \xi \in [0, 2\pi). \quad (193)$$

Функции

$$\varphi_{pr}(\mathbf{u}) = \frac{2\pi}{\lambda_0 f} \mathbf{x}_0 \mathbf{u}, \quad \varphi_l(\mathbf{u}) = -\frac{\pi}{\lambda_0 f_l} \mathbf{u}^2 \quad (194)$$

в (192) являются фазовыми функциями призмы и линзы и предназначены для разделения областей фокусировки для различных длин волн.

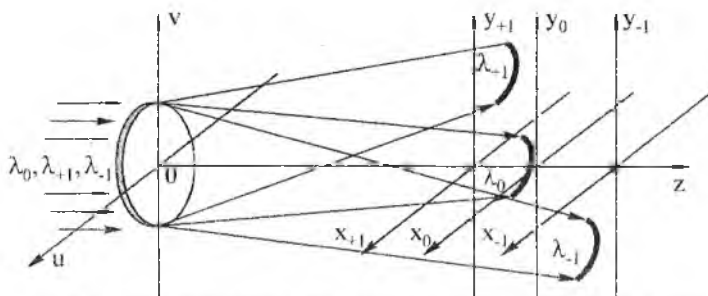


Рис. 62. Геометрия фокусировки спектральных компонент в набор областей

Отметим, что функция  $\Phi(\mathbf{u}; \lambda_0)$  в (190) соответствует фазовому набегу, формируемому спектральным фокусатором для длины волны  $\lambda_0$ . При этом для длины волны  $\lambda \neq \lambda_0$ , фазовый набег имеет вид:

$$\Phi(\mathbf{u}; \lambda) = \frac{\lambda_0}{\lambda} \Phi(\mathbf{u}; \lambda_0). \quad (195)$$

Проведем анализ работы спектрального фокусатора для освещающего пучка, состоящего из трех некогерентных между собой плоских пучков с длинами волн (188). Для описания связи распределения интенсивности поля с фазовым набегом  $\Phi(\mathbf{u}; \lambda)$  будем использовать интеграл Кирхгофа в приближении Френеля:

$$I(\mathbf{x}; z, \lambda) = \left| \frac{1}{\lambda z} \int \exp(i \frac{\lambda_0}{\lambda} \Phi(\mathbf{u}; \lambda_0)) \cdot \exp\left(\frac{i\pi}{\lambda z} (\mathbf{x} - \mathbf{u})^2\right) d^2 \mathbf{u} \right|^2. \quad (196)$$

При  $\lambda = \lambda_0$  фазовый набег, вносимый спектральным ДОЭ, соответствует фазовой функции  $\varphi(\mathbf{u})$ , что обеспечивает фокусировку в область  $D$  в плоскости  $z = f$ . Для пучков с длинами волн  $\lambda_{+1}$  и  $\lambda_{-1}$

фазовые набегги, с учетом  $2\pi$ -периодичности фазы, описываются функциями:

$$\begin{aligned}\Phi(\mathbf{u}; \lambda_{+1}) &= \frac{N+p}{N} (\varphi(\mathbf{u}) + G(\tilde{\varphi}(\mathbf{u}))) = \\ &= \frac{N+p}{N} \varphi(\mathbf{u}) + F_N(\tilde{\varphi}(\mathbf{u})), \\ \Phi(\mathbf{u}; \lambda_{-1}) &= \frac{N-p}{N} (\varphi(\mathbf{u}) + G(\tilde{\varphi}(\mathbf{u}))) = \\ &= \frac{N-p}{N} \varphi(\mathbf{u}) - F_N(\tilde{\varphi}(\mathbf{u})).\end{aligned}\tag{197}$$

Проанализируем работу спектрального фокусатора при длине волны  $\lambda_{+1}$ . Нелинейная операция квантования  $F_N(\tilde{\varphi}(\mathbf{u}))$  в (197) приводит к появлению дополнительных дифракционных порядков [90 - 92, 25 - 30]. Для анализа эффектов квантования разложим комплексную амплитуду поля  $F(\mathbf{u}; \lambda_{+1}) = \exp(i\Phi(\mathbf{u}; \lambda_{+1}))$  непосредственно за плоскостью ДОЭ в ряд по дифракционным порядкам [25 - 30]:

$$\begin{aligned}\exp(i\Phi(\mathbf{u}; \lambda_{+1})) &= \sum_{m=-\infty}^{m=\infty} c_m \exp\left(i \frac{N+p}{N} \varphi(\mathbf{u}) + im \times \right. \\ &\quad \left. \times \left( \left(1 - \frac{N+p}{N}\right) \varphi(\mathbf{u}) + \varphi_{pr}(\mathbf{u}) + \varphi_l(\mathbf{u}) \right) \right),\end{aligned}\tag{198}$$

где

$$c_m = \begin{cases} (-1)^{(m-1)N} \operatorname{sinc}(\pi m/N) \exp(-i\pi/N), & m=1+pN, \quad p=0, \pm 1, \pm 2, \dots, \\ 0, & m \neq 1+pN \end{cases}\tag{199}$$

- коэффициенты Фурье функции  $\exp(iF_N(\xi))$ . Согласно (198), в 1-м порядке дифракции (при  $m=1$  в (198)) формируется пучок с фазовой функцией

$$\Phi_{+1}(\mathbf{u}; \lambda_{+1}) = \varphi(\mathbf{u}) + \varphi_{pr}(\mathbf{u}) + \varphi_l(\mathbf{u}).\tag{200}$$

Для оценки структуры поля, формируемого пучком с фазовым фронтом  $\Phi_{+1}(\mathbf{u}; \lambda_{+1})$ , подставим фазовую функцию (200) в интеграл

Кирхгофа — Френеля (196). Проводя несложные преобразования, представим распределение интенсивности, формируемое в 1-м порядке при

$$z = z_{+1} = \frac{N+p}{N} \cdot \frac{f \cdot f_l}{f + p \cdot f_l} \quad (201)$$

в виде:

$$I(\mathbf{x}; z, \lambda_{+1}) = \left| \frac{1}{\lambda_{+1} z_{+1}} \int_G \exp(i\varphi_D(\mathbf{u}) - \varphi_{pr}(\mathbf{u})) \exp\left(\frac{i\pi}{\lambda_{+1} z_{+1}} \mathbf{xu}\right) d^2 \mathbf{u} \right|^2 = \quad (202)$$

$$= p_{+1}^2 \cdot I((\mathbf{x} \cdot p_{+1} - \mathbf{x}_0); f, \lambda_0),$$

где

$$I(\mathbf{x}; f, \lambda_0) = \left| \frac{1}{\lambda_0 f} \int_G \exp(i\varphi_D(\mathbf{u})) \exp\left(\frac{i\pi}{\lambda_0 f} \mathbf{xu}\right) d^2 \mathbf{u} \right|^2 \quad (203)$$

— распределение интенсивности при  $z = f$ , формируемое при фазовом набеге  $\varphi_D(\mathbf{u})$  для пучка с длиной волны  $\lambda_0$ . По определению функции  $\varphi_D(\mathbf{u})$ , распределение интенсивности (203) соответствует фокусировке в область  $D$ . Согласно (202), (203) распределение интенсивности, формируемое спектральным фокусатором в 1-м порядке при  $\lambda = \lambda_{+1}$  соответствует фокусировке в смещенную на вектор  $\mathbf{x}_0$  область  $D$  в плоскости  $z = z_{+1}$ . Размер области  $D$  в дифракционных пятнах не изменяется. При этом масштабный множитель

$$p_{+1} = 1 + f/f_l \quad (204)$$

в (202) описывает изменение размера области  $D$ , вызванное уменьшением размера дифракционного пятна

$$\Delta(z_{+1}, \lambda_{+1}) = \lambda_{+1} z_{+1} / a = \frac{1}{p_{+1}} (\lambda_0 f / a), \quad (205)$$

где  $a$  — характерный размер апертуры ДОО. Доля энергии  $E$  спектральной компоненты  $\lambda_{+1}$ , фокусируемая в порядке  $+1$ , соответствует квадрату модуля коэффициента Фурье  $c_1$  (см. (198)) и при  $N > 3$  составляет более 80%.

Повторяя приведенные рассуждения для пучка с длиной волны  $\lambda_{-1}$  получим, что фазовый фронт, формируемый ДОЭ (190) — (194) в основном  $-1$ -м порядке дифракции соответствует фокусировке при

$$z = z_{-1} = \frac{N - p}{N} \frac{f \cdot f_1}{f_1 - p \cdot f} \quad (206)$$

в смещенную на вектор  $-\mathbf{x}_0$  область  $D$ . При этом изменение физического размера области  $D$  описывается множителем

$$p_{-1} = 1 - f/f_1. \quad (207)$$

Параметр  $f_1$  в (192), (194) позволяет варьировать положением плоскостей фокусировки. В частности, при  $f_1 = Nf$   $z_{-1} = z_{-1} = f$ . В этом случае длины волн (188) фокусируются в три разнесенные на вектор  $\mathbf{x}_0$  области  $D$  в одной плоскости  $z = f$ .

В заключение отметим, что для снижения требований к разрешающей способности фотолитографической технологии, целесообразно рассчитывать спектральный фокусатор как дополнение к тонкой линзе с фокусом  $f$ . В этом случае вместо функции  $\varphi(\mathbf{u})$  в (190) следует использовать функцию  $\varphi_n(\mathbf{u})$ , рассчитанную на фокусировку сходящегося сферического пучка с фокусом  $f$  в область  $D$  при  $z = f$ .

### 7.3. Спектральные фокусаторы в различные фокальные области

Рассмотренный в пункте 7.2. метод расчета позволяет разделить и сфокусировать волны (188) в три области одинаковой формы, расположенные в одной заданной плоскости или в трех различных плоскостях вдоль оптической оси. Рассмотрим расчет спектральных фокусаторов, позволяющих при изменении длины волны по закону (188) изменять конфигурацию области фокусировки.

Длины волн в (188) не являются независимыми между собой. Поэтому в общем случае метод расчета (190) — (194) может быть модифицирован для случая фокусировки двух различных длин волн из

(188) в две различные области  $D_0$  и  $D_1$ . Обозначим  $\varphi(\mathbf{u})$ ,  $\varphi_1(\mathbf{u})$  - фазовые функции фокусаторов для фокусировки пучков с длинами волн  $\lambda_0, \lambda_{+1}$  в области  $D_0$  и  $D_1$ . Переопределим функцию  $\tilde{\varphi}(\mathbf{u})$  в общем выражении для микрорельефа спектрального ДОЭ (190) в виде:

$$\tilde{\varphi}(\mathbf{u}) = \text{mod}_{2\pi} \left( -\frac{N+p}{N} \varphi(\mathbf{u}) + \varphi_1(\mathbf{u}) \right). \quad (208)$$

При  $\tilde{\varphi}(\mathbf{u})$  (208), спектральный ДОЭ для пучков с длинами волн  $\lambda_0$  и  $\lambda_{+1}$  формирует в 0-м и +1-м порядках дифракции пучки с фазовыми функциями

$$\Phi_0(\mathbf{u}; \lambda_0) = \varphi(\mathbf{u}), \quad \Phi_{+1}(\mathbf{u}; \lambda_{+1}) = \varphi_1(\mathbf{u}), \quad (209)$$

что обеспечивает фокусировку в области  $D_0$  и  $D_1$  соответственно. При длине волны  $\lambda_{-1}$  ДОЭ (190), (193), (208) формирует в основном -1-м порядке пучок с фазовой функцией

$$\Phi_{-1}(\mathbf{u}; \lambda_{-1}) = 2\varphi(\mathbf{u}) - \varphi_1(\mathbf{u}). \quad (210)$$

В случае произвольных функций  $\varphi(\mathbf{u})$  и  $\varphi_1(\mathbf{u})$  структура области, формируемой при  $\lambda = \lambda_{-1}$ , не определена. Однако, при некотором выборе функций  $\varphi(\mathbf{u})$  и  $\varphi_1(\mathbf{u})$ , возможна фокусировка длины волны  $\lambda_{-1}$  в область, являющуюся суперпозицией областей  $D_0$  и  $D_1$ . Предположим, что спектральный фокусатор рассчитывается как добавка к тонкой линзе с фокусом  $f$ . При этом функции  $\varphi_0(\mathbf{u})$ ,  $\varphi_1(\mathbf{u})$  являются фазовыми функциями фокусаторов сходящихся сферических пучков с длинами волн  $\lambda_0$ ;  $\lambda_{+1}$  в области  $D_0$  и  $D_1$  при  $z = f$ . Напомним, что при умножении фазы фокусатора сходящегося сферического пучка на константу  $p$  происходит  $p$ -кратное масштабирование области фокусировки.

Приведем три примера выбора функции  $\varphi(\mathbf{u})$ ,  $\varphi_1(\mathbf{u})$ , позволяющих работать с тремя длинами волн  $\lambda_0$ ,  $\lambda_{+1}$ ,  $\lambda_{-1}$ . Пусть  $\varphi(\mathbf{u})$  — фазовая функция фокусатора, а  $\varphi_1(\mathbf{u})$  — фазовая функция  $N$ -порядковой

дифракционной решетки. Тогда при  $\lambda = \lambda_{-1}$  фазовая функция  $2\varphi(\mathbf{u})$  в (210) реализует фокусировку в область  $2 \times D$ , а функция  $\varphi_1(\mathbf{u})$  выполняет мультипликацию области  $2 \times D$  по  $N$  порядкам. В этом случае спектральный фокусатор, как дополнение к тонкой линзе, при  $\lambda = \lambda_0$  фокусирует в область  $D$ , при  $\lambda = \lambda_{-1}$  — в набор из  $N$  точек, а при  $\lambda = \lambda_{+1}$  — в набор из  $N$  областей с размером  $2D$ .

Пусть  $\varphi(\mathbf{u})$  — фазовая функция фокусатора, а  $\varphi_1(\mathbf{u})$  — фазовая функция дифракционной  $N$ -фокусной линзы, рассмотренной в разделе 5. Тогда при  $\lambda = \lambda_{-1}$  фазовая функция  $2\varphi(\mathbf{u})$  в (210) реализует фокусировку в область  $2 \times D$ , а функция  $\varphi_1(\mathbf{u})$  выполняет мультипликацию области  $2 \times D$  по  $N$  фокальным плоскостям. В этом случае спектральный фокусатор при  $\lambda = \lambda_0$  фокусирует в область  $D$ , при  $\lambda = \lambda_{+1}$  — в набор из  $N$  точек на оптической оси, а при  $\lambda = \lambda_{-1}$  — в набор из  $N$  масштабированных областей  $D$  в различных фокальных плоскостях.

Пусть  $\varphi(\mathbf{u})$ ,  $\varphi_1(\mathbf{u})$  — фазовые функций фокусаторов пучков прямоугольного сечения в отрезки  $|x| \leq d$ ,  $y = 0$  и  $|y| \leq d_1$ ,  $x = 0$ . Тогда при  $\lambda = \lambda_{-1}$  фазовая функция (210) соответствует фокусировке в прямоугольник с размерами  $(4d) \times (2d_1)$  [87-89]. При указанном выборе функций  $\varphi(\mathbf{u})$ ,  $\varphi_1(\mathbf{u})$  спектральный ДОЭ при  $\lambda = \lambda_0$  реализует фокусировку в отрезок оси  $Ox$ , при  $\lambda = \lambda_{+1}$  — в отрезок оси  $Oy$ , а при  $\lambda = \lambda_{-1}$  — в прямоугольник.

#### 7.4. Расчет квантованных спектральных ДОЭ

Технология фотолитографии, традиционно используемая для изготовления ДОЭ, предусматривает квантование дифракционного микрорельефа по  $M$  уровням. Микрорельеф спектрального фокусатора (190) содержит компоненту, соответствующую функции  $\varphi(\mathbf{u})$  и  $N$ -уровневую ступенчатую функцию  $G(\tilde{\varphi}(\mathbf{u}))$ . При квантованной по  $L$  уровням функции  $\varphi(\mathbf{u})$  микрорельеф (174) становится квантованным по  $N_q = L \cdot N$  уровням.

Операция квантования приводит к снижению эффективности фокусировки и появлению дополнительных дифракционных порядков, снижающих качество формируемых изображений. Для компенсации погрешностей квантования на этапе расчета спектрального фокусатора, функцию  $\varphi(\mathbf{u})$  в (190) целесообразно рассчитывать на основе специальных итерационных алгоритмов расчета квантованных фазовых функций. Эти алгоритмы основаны на градиентной оптимизации непрерывной функции, являющейся отрезком ряда разложения по дифракционным порядкам квантованной функции комплексного пропускания.

Спектральные фокусаторы (190), (208), предназначенные для фокусировки двух длин волн  $\lambda_0, \lambda_{+1}$  в две различные области  $D_0$  и  $D_1$ , будем называть двухволновыми ДОЭ. Отметим, что для двухволновых ДОЭ тип функций  $\varphi(\mathbf{u}), \varphi_1(\mathbf{u})$  не играет роли. Действительно, предположение о геометрооптическом типе функций  $\varphi(\mathbf{u}), \varphi_1(\mathbf{u})$  в (190), (208) используется только при описании структуры области, формируемой при  $\lambda = \lambda_{-1}$ .

Расчет двухволновых ДОЭ можно провести с полным учетом влияния паразитных порядков квантования. Согласно (179), расчет квантованных двухволновых ДОЭ с числом уровней квантования



$N_q = M \cdot N$  может быть проведен через квантованные по  $M$  и  $N$  уровням фазовые функции  $F_M(\varphi(\mathbf{u}))$  и  $F_N(\varphi_1(\mathbf{u}))$ . При этом высота рельефа в каждой точке  $\mathbf{u}$  апертуры двухволнового ДОЭ определяется по формуле (179), где числа  $(i, j)$  соответствуют индексам значений квантованных функций  $F_M(\varphi(\mathbf{u}))$ ,  $F_N(\varphi_1(\mathbf{u}))$  в данной точке.

Число уровней квантования  $N_q = M \cdot N$  микрорельефа можно уменьшить. Пусть  $d_1, d_2$  наибольшие делители чисел  $N, M$ ; такие, что  $N = p_1 d_1, p_1 > 1, M = p_2 d_2, p_2 > 1$ . В этом случае, из квантованных функций  $F_{p_2}(\varphi(\mathbf{u}))$  и  $F_{p_1}(\varphi_1(\mathbf{u}))$ , рассчитанных из условия фокусировки пучков с длинами волн  $\lambda_0, \lambda_{+1}$  в области  $D_0$  и  $D_1$ , можно построить двухволновый ДОЭ с числом уровней рельефа  $N_q = p_1 \cdot p_2$  по правилу:

$$h(i, j) = \frac{\lambda_0}{2\pi(n_0 - 1)} \left[ \frac{2\pi}{p_2} i + 2\pi \cdot \text{mod}_N(\pm \alpha_1(d_1 j - d_2 i)) \right], \quad (211)$$

$$i = \overline{0, p_1 - 1}, \quad j = \overline{0, p_2 - 1}.$$

Таким образом, расчет квантованных двухволновых ДОЭ сводится к двум независимым задачам расчета квантованных ДОЭ, для решения которых разработаны специальные итерационные алгоритмы.

Для оценки работоспособности предложенного метода расчета приведем ряд примеров расчета спектральных фокусаторов.

**Пример 14.** Рассчитывается спектральный фокусатор (190) - (194) как дополнение к тонкой линзе с фокусом  $f$  для разделения и фокусировки спектральных компонент (188) в три отрезка в плоскости  $z = f$ . В качестве функции  $\varphi(\mathbf{u})$  в (174)-(178) использовалась фазовая функция фокусатора с дифракционными поправками (21), (70) для фокусировки сходящегося сферического пучка с фокусом  $f$  в отрезок с постоянной интенсивностью

$$\varphi(u) = \text{mod}_{2\pi} \left( \frac{3\pi d}{\lambda_0 f R^3} \left( R^2 \frac{u^2}{2} - \frac{u^4}{12} \right) \right), \quad (212)$$

где  $R$  — радиус апертуры ДОЭ, длина отрезка  $d$  — фокусировки.

Расчет фокусатора проводился для следующих параметров:  $\lambda_0 = 0,525$  мкм,  $\lambda_{+1} = 4\lambda_0/5 = 0,42$  мкм,  $\lambda_{-1} = 4\lambda_0/3 = 0,7$  мкм ( $N = 4$ ,  $p = 1$  в (188)), длина отрезков фокусировки  $d = 30\Delta(\lambda)$ , ( $\Delta(\lambda) = \lambda f/R$ ), радиус апертуры ДОЭ  $R = 2,5$  мм, фокус линзы  $f = 500$  мм, параметры призмы и линзы в (194)  $x_0 = (0, 10\Delta(\lambda_0))$ ,  $f_l = Nf = 2000$  мм. Полутоновое изображение рассчитанного рельефа спектрального фокусатора приведено на рис.63, а. Распределение интенсивности, формируемое спектральным ДОЭ (190) — (194), (212) для освещающего пучка, состоящего из трех взаимно некогерентных плоских пучков с указанными выше длинами волн приведено на рис.63, б. Рисунок 63, б показывает высокое качество фокусировки в три отрезка. Различные длины и интенсивности отрезков на рис.63, б объясняются различным размером дифракционного пятна  $\Delta(\lambda)$  для различных длин волн. Левый, центральный и правый отрезки на рис.63, б соответствуют компонентам  $\lambda_{-1} = 0,7$  мкм,  $\lambda_0 = 0,525$  мкм и  $\lambda_{+1} = 0,42$  мкм, соответственно.

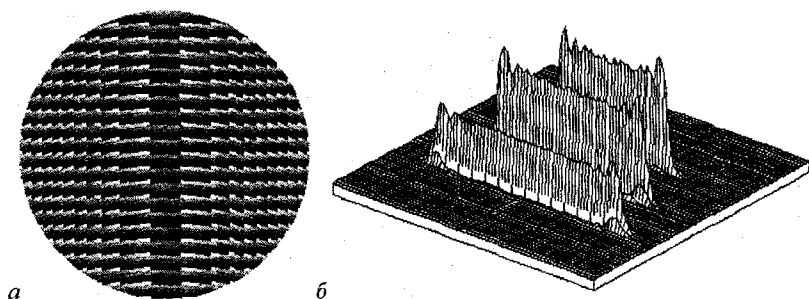


Рис. 63. Полутоновой рельеф спектрального фокусатора для разделения и фокусировки длин волн  $\lambda_0 = 0,525$  мкм,  $\lambda_{+1} = 0,42$  мкм,  $\lambda_{-1} = 0,7$  мкм в три отрезка (а); распределение интенсивности в плоскости фокусировки (б)

**Пример 15.** Рассчитан спектральный фокусатор (190), (208), позволяющий при изменении длины волны по закону (188), изменять конфигурацию фокальной области. Фокусатор был рассчитан как дополнение к линзе для фокусировки длины волны  $\lambda_0 = 0,525$  мкм в отрезок длиной  $20\Delta(\lambda_0)$ , длины волны  $\lambda_{+1} = 0,42$  мкм — в четыре точки и длины волны  $\lambda_{-1} = 0,7$  мкм — в четыре отрезка с длиной  $40\Delta(\lambda_{-1})$ . В качестве функции  $\varphi(\mathbf{u})$  в (190), (208) использовалась фазовая функция (212) фокусатора в отрезок. Для компенсации влияния паразитных дифракционных порядков при фокусировке компонент  $\lambda_{+1}$ ,  $\lambda_{-1}$  в фазу (212) была дополнительно введена фазовая функция призмы  $\varphi_{pr}(v) = (2\pi/\lambda_0 f) y_0 v$  при  $y_0 = 2\Delta(\lambda_0)$ . В качестве функции  $\varphi_1(\mathbf{u})$  в (208) использовалась фазовая функция 4-порядковой дифракционной решетки, принимающая в интервалах периода  $[(l-1) \cdot d/4, l \cdot d/4]$ ,  $l = \overline{1, 4}$  значения  $(0, \pi, \pi/2, 3\pi/2)$ . Данная решетка фокусирует 81% энергии освещающего пучка в порядках  $-2, -1, +1, +2$ .

Полутоновое изображение рассчитанного рельефа спектрального фокусатора приведено на рис.64, а. Распределения интенсивности, формируемое спектральным фокусатором для плоских пучков с длинами волн  $\lambda_0 = 0,525$  мкм,  $\lambda_{+1} = 0,42$  мкм и  $\lambda_{-1} = 0,7$  мкм приведены на рис. 64, б, в, г и ясно показывают структуру излучения, сфокусированного в отрезок, четыре точки и четыре отрезка.

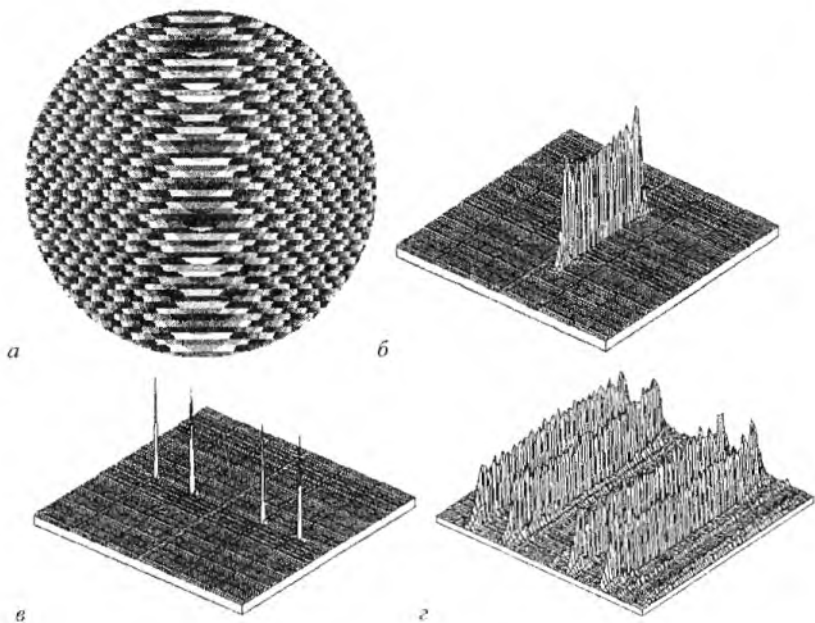


Рис. 64. Полутоновой рельеф спектрального фокусатора для фокусировки длин волн (188) в отрезок, 4 точки и 4 отрезка (а); распределения интенсивности в плоскости фокусировки для  $\lambda_0 = 0,525$  мкм (б),  $\lambda_{+1} = 0,42$  мкм (в),  $\lambda_{-1} = 0,7$  мкм (г)

**Пример 16.** Рассчитан спектральный фокусатор (190), (208) с квадратной апертурой  $2,5 \times 2,5$  мм для фокусировки компоненты  $\lambda_0 = 0,525$  мкм в квадрат  $20\Delta(\lambda_0) \times 20\Delta(\lambda_0)$  и компонент  $\lambda_{+1} = 0,42$  мкм,  $\lambda_{-1} = 0,7$  мкм — в отрезки осей  $Ox$  и  $Oy$  с длинами  $40\Delta(\lambda_{+1})$  и  $40\Delta(\lambda_{-1})$ . В качестве функций  $\varphi(\mathbf{u})$  и  $\varphi_1(\mathbf{u})$  в (190), (208) использовались фазовые функции фокусаторов сходящегося сферического пучка с фокусом  $f$  в квадрат с размером стороны  $K\Delta(\lambda_0)$

$$\varphi(\mathbf{u}) = \text{mod}_{2\pi} \left( \frac{\pi K}{a^2} (u^2 + v^2) \right) \quad (213)$$

и в отрезок оси  $Ox$  длины  $2K\Delta(\lambda_{-1})$

$$\varphi_1(\mathbf{u}) = \frac{2\pi K}{a^2} u^2, \quad (214)$$

где  $a$  — размер стороны апертуры фокусатора.

ДОЭ (190), (208), (213), (214) при длине волны  $\lambda_{-1}$  формирует в основном  $-1$ -м порядке пучок с фазовой функцией

$$\Phi_{-1}(\mathbf{u}; \lambda_{-1}) = 2\varphi(\mathbf{u}) - \varphi_1(\mathbf{u}) = \frac{2\pi K}{a^2} v^2. \quad (215)$$

Фаза (215) соответствует фазовой функции фокусатора сходящегося сферического пучка в отрезок оси  $Oy$  длины  $2K\Delta(\lambda_{-1})$ .

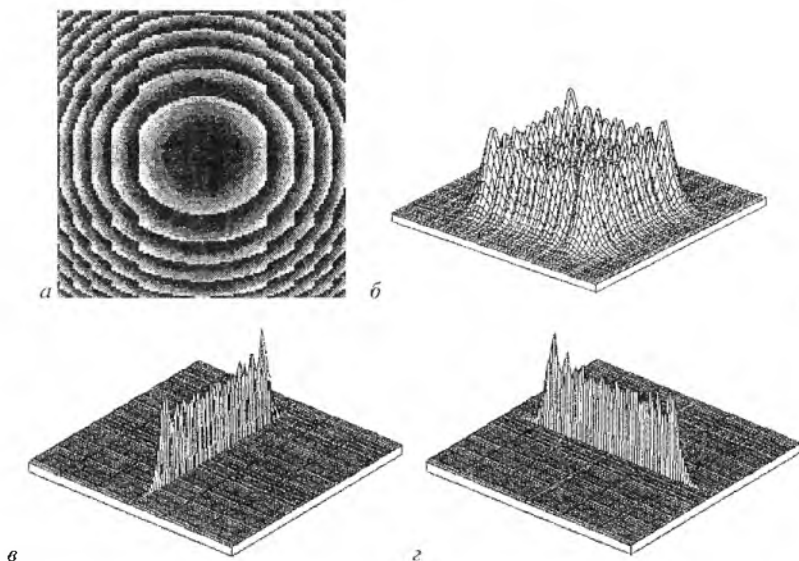


Рис. 65. Полутоновой рельеф спектрального фокусатора для фокусировки длин волн (188) в квадрат, отрезок оси  $Ox$  и отрезок оси  $Oy$  (а); распределения интенсивности в плоскости фокусировки для  $\lambda_0 = 0,525$  мкм (б),  $\lambda_{-1} = 0,42$  мкм (в)  $\lambda_{-1} = 0,7$  мкм (г)

Полутоновое изображение рельефа спектрального фокусатора приведено на рис. 65, а. Распределения интенсивности, формируемые фокусатором для пучков с длинами волн  $\hat{\lambda}_0 = 0,525$  мкм,

$\lambda_{+1} = 0,42$  мкм и  $\lambda_{-1} = 0,7$  мкм приведены на рис.65, б, в, г и ясно показывают структуру излучения, сфокусированного в квадрат и отрезки.

**Пример 17.** Рассчитаны две квантованные спектральные решетки для формирования четырех порядков  $-2, -1, +1, +2$  при длине волны  $\lambda_0$  и трех порядков  $-1, 0, +1$  при длинах волн  $\lambda_{+1} = 3\lambda_0/4$  и  $\lambda_{+1} = 9\lambda_0/4$  соответственно. Расчет квантованных спектральных решеток (период  $d$ ) проводился по формулам (179), (184), (185) на основе квантованных фазовых функций 4-х и 3-порядковой решеток, принимающих в интервалах периода  $[(l-1) \cdot d/4, l \cdot d/4]$ ,  $l = \overline{1,4}$  значениях  $(0, \pi, \pi/2, 3\pi/2)$  и  $(0, 0, 2\pi/3, 2\pi/3)$ , соответственно. Напомним, что значения интенсивностей порядков  $lj$  для решетки с фазой  $\varphi(u)$  определяются как квадраты модулей коэффициентов Фурье функции  $\exp(i\varphi(u))$ . Для 4-порядковой решетки  $L_2 = L_1 = I_1 = I_2 = 0,205$ , а для 3-порядковой решетки  $I_0 = 0,304$ ,  $L_1 = I_1 = 0,25$ . Следовательно, приведенные решетки концентрируют более 80% энергии в требуемых порядках  $-2, -1, +1, +2$  и  $-1, 0, +1$ .

При  $\lambda_{+1} = 3\lambda_0/4$  из (184), (185) получим  $\alpha_1 = 1$  и  $M_0(i, j) = \text{mod}_3(j - i)$ . При этом рельеф спектральной решетки для длин волн  $\lambda_0$  и  $\lambda_{+1} = 3\lambda_0/4$  принимает вид:

$$h(u) = \frac{\lambda_0}{2\pi(n_0 - 1)} \begin{cases} 0, & u \in [0, p/4), \\ 3\pi, & u \in [p/4, p/2), \\ 0,5\pi, & u \in [p/2, 3p/4), \\ 3,5\pi, & u \in [3p/4, p). \end{cases} \quad (216)$$

При  $\lambda_{+1} = 9\lambda_0/4$  из (184), (185) получим  $\alpha_1 = -2$  и  $M_0(i, j) = \text{mod}_6(-2(j - i))$ . В результате рельеф решетки для длин волн  $\lambda_0$  и  $\lambda_{+1} = 9\lambda_0/4$  принимает вид:

$$h(u) = \frac{\lambda_0}{2\pi(n_0 - 1)} \begin{cases} 0, & u \in [0, p/4), \\ 9\pi, & u \in [p/4, p/2), \\ 10,5\pi, & u \in [p/2, 3p/4), \\ 1,5\pi, & u \in [3p/4, p). \end{cases} \quad (217)$$

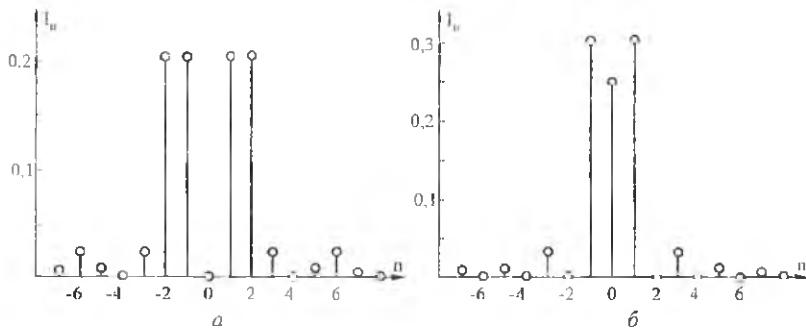


Рис. 66. Интенсивности дифракционных порядков решеток (216), (217) для  $\lambda_0$  (а) и  $\lambda_{+1}$  (б)

Интенсивности дифракционных порядков, формируемых решетками (216) и (217) при освещении решеток плоскими пучками с длинами волн  $\lambda_0$ ,  $\lambda_{+1} = 3\lambda_0/4$  и  $\lambda_0$ ,  $\lambda_{+1} = 9\lambda_0/4$  совпадают и показаны на рис. 66.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В пособии приведены расчет фокусаторов и детальное исследование их работы при различных параметрах с учетом погрешностей квантования и дискретизации фазы, присущих технологии фотолитографии. Методы расчеты фокусаторов в кривые, основанные на построении гладких лучевых соответствий, дополнены дифракционными методами на основе нелинейного преобразования фазы. Метод нелинейного преобразования фазы по закону многопорядковой дифракционной решетки позволил придать фокусатору многофокусные свойства без негативных эффектов сегментации апертуры. Преобразование фазы фокусатора по закону цветоделительной решетки позволяет получить новые элементы, выполняющие одновременно разделение и фокусировку различных длин волн и позволяющие изменять конфигурацию области фокусировки для различных длин волн.

Несмотря на двадцатилетнюю историю фокусаторов в кривую, они не получили широкого распространения. Совершенствование технологий производства ДОО и дальнейшее развитие методов расчета оставляют фокусаторам множество потенциальных применений. Например, изготовление дифракционного рельефа на алмазных пленках позволит использовать фокусаторы для лазеров с мощностью 5-10 Квт, а методы преобразования рельефа зон фокусатора по закону однопорядковых дифракционных решеток, рассчитываемых в рамках строгой электромагнитной теории, позволят достичь энергетической эффективности фокусировки близкой к 100%.



## СПИСОК СПЕЦИАЛЬНЫХ ТЕРМИНОВ

Дифракционная решетка	6, 80, 85, 90, 91, 98, 104, 116
Дифракционные порядки	38, 50, 80, 87, 103
Интеграл Кирхгофа	122, 124
Интенсивность	7, 25, 38, 54, 67, 71, 75, 89, 94, 103
Метод стационарной фазы	55
Многофокусный фокусатор	80, 92
Нелинейное преобразование фазы	6, 82, 101, 121
Параксиальное приближение	112
Слой	11, 12, 15
Спектральный фокусатор	116, 121, 125
Фазовая функция	8, 13, 22, 30, 46, 62, 80, 92, 101, 111, 121, 129
Фокусатор	7, 32, 46, 48, 62, 66, 71, 80, 92, 110, 116, 121, 125
Функция лучевого соответствия	12, 14
Цветоделительная дифракционная решетка	116
Энергетическая эффективность	5, 43, 51, 77, 85, 91, 96

## СПИСОК КОНТРОЛЬНЫХ ВОПРОСОВ

1. Что такое слой в задаче расчета фазовой функции фокусатора в линию?
2. Каким образом показывается, что слой соответствует пересечению конуса и плоскости?
3. Какие уравнения используются при расчете фазовой функции фокусатора в отрезок?
4. Какие криволинейные координаты используются при расчете фокусатора в линию?
5. В чем состоит метод дифракционного расчета поля от фокусатора в отрезок?
6. Как связано изменение дифракционной ширины линии фокусировки с изменением размеров слоев?
7. Каким образом рассчитывается фазовая функция фокусатора в отрезок с дифракционными поправками?
8. В чем состоит метод согласованных прямоугольников для расчета фокусаторов?
9. Какой вид имеет фазовая функция многофокусного фокусатора?
10. За счет чего многофокусный фокусатор формирует дифракционные порядки?
11. Какова структура порядков многофокусного фокусатора?
12. Каким образом обеспечивается заданное распределение энергии между линиями фокусировки в задаче расчета многофокусного фокусатора?
13. Какой вид имеет фазовая функция многофокусной линзы?
14. Какой профиль имеет цветоделительная дифракционная решетка?
15. Какой вид имеет фазовая функция спектрального фокусатора?

## ЛИТЕРАТУРА

1. Голуб М А, Карпеев С В, Прохоров А М, Сисакян И Н, Соيفер В А *Письма в ЖТФ*. 7(10) 618-623 (1981)
2. Голуб М А, Дегтярева В И, Климов А Н, Попов В В, Прохоров А М, Сисакян И Н, Соифер В А *Письма в ЖТФ*. 8(13) 449-451 (1982).
3. Данилов В А, Попов В В, Прохоров А М, Сагателян Д М, Сисакян Е В, Сисакян И Н, Соифер В А *Оптические элементы, фокусирующие когерентное излучение в произвольную фокальную линию* ( М.: ФИАН СССР., 1983).
4. Гончарский А В, Данилов В А, Попов В В, Сисакян И Н, Соифер В А, Степанов В В *Квантовая электроника (Москва)*. 13(3) 660-662 (1986)
5. Васин А Г, Голуб М А, Данилов В А, Казанский Н Л, Сисакян И Н, Соифер В А, Уваров Г В *Расчет и исследование когерентного волнового поля в фокальной области радиально-симметричных оптических элементов* ( М.: ФИАН, 1983)
6. Гончарский А В, Данилов В А, Попов В В, Прохоров А М, Сисакян И Н, Соифер В А, Степанов В В *Доклады АН СССР* 273(3) 605-608 (1983)
7. Данилов В А, Попов В В, Прохоров А М, Сагателян Д М, Сисакян И Н, Соифер В А *Письма в ЖТФ*. 8(13) 810-815 (1982)
8. Гончарский А В, Данилов В А, Попов В В, Прохоров А М, Сисакян И Н, Соифер В А, Степанов В В *Квантовая электроника* 11(1) 166-168 (1984)
9. Гончарский А В, Степанов В В *Доклады АН СССР* 279(4) 788-792 (1984)
10. Гончарский А В, Степанов В В *Журнал вычислительной математики и математической физики*. 26(1) 80-91 (1986)
11. Гончарский А В *Компьютерная оптика* 1 19-31 (1987)
12. Гончарский А В, Попов В В, Степанов В В. *Введение в компьютерную оптику* ( М.: Изд-во МГУ, 1991)
13. Данилов В А., Кинбер Б Е, Шилов А Е *Компьютерная оптика* 1 40-52 (1987)
14. Curcio M *Proceedings SPIE* 306 105-113 (1981)

15. Булатов Е Д, Гридин С А, Даниленко А А *Компьютерная оптика* **1** 167-173 (1987)
16. Воiko Yu B, Solovjev V S, Calixto S, Loughnot D J *Applied Optics*. **33** 787-793 (1994)
17. Соловьев В С *Компьютерная оптика* **10-11** 145-149 (1992)
18. Волков А В, Волоотовский С Г, Гранчак В М, Казанский Н Л, Моисеев О Ю, Соифер В А, Соловьев В С, Якуненкова Д М *Журнал технической физики* **65(9)** 181-185 (1995)
19. Сисакян И Н, Соифер В А *Компьютерная оптика* **1** 5-19 (1987)
20. Голуб М А, Казанский Н Л, Сисакян И Н, Соифер В А *Автометрия* **1** 70-82 (1988)
21. Голуб М А, Казанский Н Л, Соифер В А *Научное приборостроение* **1** 9-23(1993)
22. Голуб М А, Казанский Н Л, Шинкарев М В *Компьютерная оптика* **5** 43-48 (1989)
23. Казанский Н Л *Компьютерная оптика* **3** 22-28 (1988)
24. Казанский Н Л *Компьютерная оптика* **10-11** 128-144 (1992)
25. Голуб М А, Досколович Л Л, Казанский Н Л, Соифер В А, Харитонов С И *Оптика и спектроскопия* **73(1)** 191-195 (1992)
26. Досколович Л Л, Казанский Н Л, Соифер В А *Автометрия* **1** 58-63 (1993)
27. Досколович Л Л, Казанский Н Л, Соифер В А, Харитонов С И *Научное приборостроение* **3(1)** 24-37 (1993)
28. Golub M A, Doskolovich L L, Kazanskiy N L, Kharitonov S I, Soifer V A *Journal of Modern Optics* **39(6)** 1245-1251 (1992)
29. Soifer V A, Doskolovich L L, Golub M A, Kazanskiy N L, Kharitonov S I, Perlo P *Proceedings SPIE* **1992** 226-234 (1993)
30. Soifer V A, Doskolovich L L, Kazanskiy N L *Optical Engineering* **33(11)** 3610-3615 (1994)
31. Dammann H *Appl. Opt.* **17(15)** 2273-2279 (1978)
32. Dammann H *Gratings. Optic* **53** 409-417 (1979)
33. Fam M W, Stern M B *Opt. Lett.* **18** 1214-1216 (1993)
34. Борн М, Вольф Э *Основы оптики* ( М.: Наука, 1973)
35. Li Y, Wolf E *Optics Communications* **39(4)** 211-215 (1981)
36. Erkkila J H *Optics Communications* **43(5)** 313-314 (1982)

37. Givens M P *Optics Communications* **41**(3) 145-148 (1982)
38. Li Y, Wolf E *Journal of Optical Society of America A*. **1**(8) 801-808 (1984)
39. Дементьев А С, Домаркене Д П *Оптика и спектроскопия* **56**(5) 869-872 (1984)
40. Кинбер Б Е, Новоселов С В *Радиотехника и электроника* **30**(8) 1469-1482 (1985)
41. Wenzel R G *Journal Optical Society of America A*. **4**(2) 340-345 (1987)
42. Carter W H *Applied Optics*. **21**(11) 1989-1994 (1982)
43. Li Y, Wolf E *Optics Communications* **42**(3) 151-156 (1982)
44. Федоров В Б, Митяков В Г *Оптика и спектроскопия* **56**(5) 878-883 (1984)
45. Tanaka K, Saga N, Hauchi K *Applied Optics* **24**(8) 1098-1101 (1985)
46. Herman R M, Pardo J, Wiggins T A *Applied Optics* **24**(9) 1346-1354 (1985)
47. Campbell Ch *Optical Engineering* **26**(3) 270-275 (1987)
48. Stamnes J J *Journal Optical Society of America* **71**(1) 15-31 (1981)
49. Дементьев А С, Домаркене Д П *Литовский физический сборник* **24**(3) 59-68 (1984)
50. Bottema M *Journal of Optical Society of America* **59**(12) 1632-1638 (1969)
51. Mozer J, Janicijevic Lj, Vejtulahu R. *J. Optics (Paris)* **12**(5) 309-316 (1981)
52. Janicijevic Lj *J. Optics (Paris)* **13**(4) 199-206 (1982)
53. Janicijevic Lj *J. Optics (Paris)* **18**(1) 23-42 (1987)
54. Байбулатов Ф Х, Минин И В, Минин О В *Радиотехника и электроника* **30** 1681-1688 (1985)
55. Stamnes J J, Gravelseter T, Bentsen O *Acoustical Imaging* **10** 587-606 (1980)
56. Stamnes J J, Gravelseter T *Acoustical Imaging* **10** 575-585 (1980)
57. Пальчикова И Г *Математическое моделирование процесса дифракции световых волн на фазовых зонных пластинках* (Новосибирск, 1989)
58. Коронкевич В П, Пальчикова И Г *Автометрия* **1** 85-100 (1992)
59. Бобров С Т, Грейсух Г И, Туркевич Ю Г *Оптика дифракционных элементов и систем* (Л.:Машиностроение, 1986)
60. Мещеряков Н А, Томилаина Е А *Рук. деп. в ВИНТИ* 4784-87 (1987)
61. Dammann H *Optik* **31**(1) 95-104 (1970)

62. Коронкевич В П, Ленкова Г А, Михальцова И А, Пальчикова И Г, Полещук А Г, Седухин А Г, Чурсин Е Г, Юрлов Ю И *Автометрия* 1 4-25 (1985)
63. Fedotowsky A, Lehovec K *Applied Optics* 13(12) 2919-2923 (1974)
64. Doskolovich L L., Khonina S N, Kotlyar V V, Nikol'sky I V, Soifer V A, Uspleniev G V *Optical and Quantum Electronics* 25 801-814 (1993)
65. Belanger P A, Rioux M *Journ. Canadien de Physique* 54 1774-1780 (1976)
66. Belanger P A, Rioux M *Applied Optics* 17(7) 1080-1086 (1978)
67. Farn M W, Goodman J W *Proceedings SPIE* 1211 1256 (1990)
68. Голуб М А, Казанский Н Л, Сисакян И Н, Сойфер В А, Харитонов С И *Автометрия* 6 8-15 (1987)
69. Golub M A, Doskolovich L L., Kazanskiy N L., Kharitonov S I, Orlova N G, Sisakian I N, Soifer V A *Proceedings SPIE* 1500 194-206 (1991)
70. Данилов В А, Дубовский П Е, Ковш И Б, Политов М В, Сисакян И Н *Научное приборостроение* 3(1) 64-71 (1993)
71. Голуб М А, Казанский Н Л, Сисакян И Н, Сойфер В А, Харитонов С И *Оптика и спектроскопия* 67(6) 1387-1389 (1989)
72. Голуб М А, Досколович Л Л, Сисакян И Н, Сойфер В А, Харитонов С И *Оптика и спектроскопия* 6 1069-1073 (1991)
73. Soifer V A, Doskolovich L L, Golub M A, Kazanskiy N L *Proceedings SPIE* 1718 33-44 (1992)
74. Golub M A, Doskolovich L L, Kazanskiy N L, Kharitonov S I, Sisakian I N, Soifer V A *Proceedings SPIE* 1500 211-221 (1991)
75. Doskolovich L L, Kazanskiy N L, Kharitonov S I, Usplenjev G V *Optics and Lasers in Engineering* 15(5) 311-322 (1991)
76. Голуб М А, Досколович Л Л, Казанский Н Л, Харитонов С И *Компьютерная оптика* 12 3-8 (1992)
77. Doskolovich L L, Golub M A, Kazanskiy N L, Soifer V A, Usplenjev G V *Proceedings SPIE* 1983 647-648 (1993)
78. Казанский Н Л *Компьютерная оптика* 1 90-96 (1987)
79. Пальчикова И Г *Компьютерная оптика* 6. 9-19 (1989)
80. Doskolovich L L, Kazanskiy N L, Soifer V A, Tzaregorodtzev A Ye *Optik* 101(2) 37-41 (1995)
81. Khonina S N, Kotlyar V V, Soifer V A *Journal of Modern Optics* 40 761-769 (1993)

82. Michaltsova I A, Nalivaiko V I, Soldatenkov I S *Optik* 67(3) 267-270 (1984)
83. Kołodziejczyk A, Bara S, Jaroszewicz Z, Sypek M *Journal of Modern Optics* 37(8) 1283-1286 (1990)
84. Brenden B B, Russel J T *Applied Optics* 23(19) 3250-3253 (1984)
85. Tremblay R, D'Astons Y, Roy G, Blanshard M *Optics Communications* 28(2) 193-196 (1979)
86. Rioux M, Tremblay R, Belanger P A *Applied Optics* 17(10) 1532-1536 (1978)
87. Голуб М А, Досколович Л Л, Казанский Н Л, Сисакян И Н, Сойфер В А, Харитонов С И *Компьютерная оптика* 7 42-49 (1990)
88. Голуб М А, Досколович Л Л, Казанский Н Л, Сойфер В А, Харитонов С И *Компьютерная оптика* 10-11 110-122 (1992)
89. Голуб М А, Досколович Л Л, Казанский Н Л, Сисакян И Н, Сойфер В А, Харитонов С И *Компьютерная оптика* 10-11 100-110 (1992)
90. Goodman J W, Silvestri A M *IBM Journ. Res. Develop* 14(9) 478-484 (1969)
91. Dallas W J, Lohmann A W *Optics Communications* 15(2) 78-81 (1972)
92. Dallas J M *Applied Optics* 10 674-676 (1971)

Учебное издание

*Досколович Леонид Леонидович,  
Казанский Николай Львович,  
Сойфер Виктор Александрович*

## **РАСЧЕТ ФОКУСАТОРОВ ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ**

Учебное пособие

Технический редактор *В.С. Павельев*  
Редакторская обработка *О.Ю. Дьяченко*  
Корректорская обработка *И.И. Проломова*  
Доверстка *А.А. Печитайло*

Подписано в печать 14.12.06. Формат 60x84 1/16.  
Бумага офсетная. Печать офсетная.  
Усл. печ. л. 8,37, Усл. кр.-отт. 8,49. Печ.л. 9,0.  
Тираж 50 экз. Заказ 440 . ИДТ-61/2006

Самарский государственный аэрокосмический университет.  
443086 Самара, Московское шоссе, 34.

---

Изд-во Самарского государственного аэрокосмического университета.  
443086 Самара, Московское шоссе, 34.