МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ имени академика С.П. КОРОЛЕВА

И.С. АХМЕДЬЯНОВ

## РАСЧЕТ КРУГОВОГО ШПАНГОУТА С УЧЕТОМ ЕГО УПРУГОСТИ

Учебное пособие

CAMAPA 2002 (2003)

УДК 624.072.4

Ахмедьянов И.С. Расчет кругового шпангоута с учетом его упругости: Учеб. пособие / Самар. гос. аэрокосм. ун-т; Самара, 2002. 40 с.

#### ISBN 5-7883-0211-0

Рассматривается методика расчета кругового шпангоута постоянного сечения с учетом его совместной работы с обшивкой цилиндрического отсека корпуса летательного аппарата. Предполагается, что шпангоут нагружен плоской системой сосредоточенных сил и моментов. Приведены числовые примеры, иллюстрирующие методику.

Пособие предназначено для студентов дневного обучения, изучающих курсы "Расчет летательных аппаратов на прочность" и "Расчет самолета на прочность". Может быть использовано студентами при выполнении ими дипломных проектов. Разработано на кафедре прочности летательных аппаратов.

Табл. 11. Ил. 26. Библиогр.: 7 назв.

Печатается по решению редакционно-издательского совета Самарского государственного аэрокосмического университета имени академика С.П.Королева.

Рецензенты : Г.И.Юрин, Л.П.Юмашев

ISBN 5-7883-0211-0

© Самарский государственный аэрокосмический университет, 2002

Предлагаемое учебное пособие посвящено изложению методики расчета силового шпангоута цилиндрического отсека корпуса летательного аппарата. Предполагается, что шпангоут имеет постоянное сечение и нагружен заданной системой сосредоточенных сил и моментов, действующих в плоскости его осевой линии. Расчет выполняется с учетом совместной работы шпангоута и общивки или, как еще принято говорить, с учетом его упругости при определении усилий взаимодействия между ним и общивкой [2,3].

Пособие состоит из двух глав.

В первой главе выводятся основные расчетные зависимости для трех так называемых элементарных состояний, соответствующих действию на шпангоут простейших нагрузок (радиальная сила, касательная сила, сосредоточенный момент). Здесь же на основе метода наложения с использованием элементарных решений строятся соотношения, определяющие напряженное состояние шпангоута и обшивки при действии на шпангоут произвольной плоской системы сосредоточенных нагрузок.

Вторая глава пособия посвящена описанию числовых примеров расчета кругового шпангоута с учетом его упругости.

Пособие предназначено для студентов, изучающих курсы "Расчет летательных аппаратов на прочность" и "Расчет самолета на прочность". Оно может оказаться полезным и при выполнении ими соответствующих разделов дипломных проектов.

### 1. РАСЧЕТ КРУГОВОГО ШПАНГОУТА С УЧЕТОМ ЕГО УПРУГОСТИ

#### 1.1. Предварительные замечания

1.1.1. Круговые шпангоуты постоянного сечения являются одними из основных силовых элементов конструкции современных летательных аппаратов и по своему назначению подразделяются на нормальные, силовые и стыковые. Нормальные шпангоуты служат для сохранения формы поперечного сечения корпуса летательного аппарата, силовые - для восприятия и последующей передачи на корпус значительных сосредоточенных нагрузок со стороны прикрепленных к ним агрегатов и, наконец, стыковые шпангоуты - для соединения отдельных отсеков корпуса летательного аппарата.

Силовые шпангоуты можно рассматривать как замкнутые плоские рамы, нагруженные плоской или пространственной системой сил и моментов, и применять для их расчета методы строительной механики. Как известно, рама считается плоской, если в плоскости ее осевой линии лежит одна из главных осей инерции поперечного сечения рамы. Под осевой линией шпангоута постоянного сечения понимается линия, проходящая через центры тяжести его поперечных сечений.

В предлагаемом пособии рассматриваются круговые шпангоуты (осевая линия - окружность радиуса r), нагруженные в плоскости осевой линии. При таком нагружении в поперечных сечениях шпангоута возникают изгибающие моменты M, нормальные и перерезывающие силы N и Q. Положительные направления величин M, N и Q показаны на рис.1 ( $\varphi$  -утловая координата сечения, отсчитываемая от некоторого начального радиуса).

Внешняя сосредоточенная нагрузка, приложенная к шпангоуту в виде совокупности сосредоточенных сил и моментов, уравновешивается реакцией обшивки, передаваемой на шпангоут по линии их соединения. Если обшивка достаточно тонкая, то ее можно принять безмоментной. При этом реакция обшивки будет представлять собой поток распределенных касательных сил  $q_t(\varphi)$ , действующих на шпангоут со стороны обшивки (рис.2).

Если шпангоут обладает большой жесткостью на изгиб в своей плоскости, то распределение касательных сил  $q_t(\varphi)$  по контуру шпангоута можно в соответствии с балочной теорией расчета тонкостенных конструкций принять в следующем виде:

$$q_{t}(\varphi) = k_{0} + k_{1} \sin \varphi + k_{2} \cos \varphi .$$
<sup>(1)</sup>

Коэффициенты  $k_0$ ,  $k_1$  и  $k_2$  могуг быть определены из условий равновесия шпангоута как твердого тела, нагруженного заданными сосредоточенными воздействиями и потоком касательных сил  $q_t(\varphi)$  со стороны обшивки.



После определения касательных сил  $q_t(\varphi)$  можно, пользуясь методами строительной механики, выполнить расчет внутренних силовых факторов M, N и Q в сечениях шпангоута и затем оценить его напряженное состояние.

1.1.2. Если рассматриваемый шпангоут имеет сравнительно небольшие размеры поперечного сечения, то принятие модели абсолютно жесткого шпангоута при определении реакции обшивки может привести к значительным погрешностям. Это объясняется тем, что недостаточно жесткий шпангоут под воздействием приложенной к нему сосредоточенной нагрузки заметно деформируется вместе с присоединенной к нему обшивкой, что вызывает перераспределение реакции обшивки (по сравнению со случаем жесткого шпангоута). При этом происходит резкое возрастание реакции обшивки в районе приложения сосредоточенной нагрузки. Следствием этого достаточно сложного процесса являются качественные и количественные изменения в распределении внутренних силовых факторов в сечениях рассматриваемого шпангоута.

Из всего сказанного следует, что для расчета силовых шпангоутов, не обладающих большой жесткостью на изгиб, необходим уточненный метод, учитывающий совместную работу шпангоута и упругой обшивки [2,3,5,7]. 1.1.3. Вопрос о том, каким считать конкретно заданный шпангоут - "жестким" или "не очень жестким" (т.е. "упругим"), может быть решен лишь на основе рассмотрения расчетных зависимостей для "упругого" шпангоута и последующего анализа влияния параметров системы "шпангоут + оболочка" на напряженное состояние шпангоута. Этот анализ дает возможность выяснить, при каком сочетании параметров системы заданный шпангоут можно считать жестким и когда он должен быть исследован по схеме "упругого шпангоута". Более подробно этот вопрос будет рассмотрен ниже (см. п. 2.1.4).

### 1.2. Расчет кругового шпангоута на действие радиальной силы

1.2.1. На рис.3 показан цилиндрический отсек корпуса летательного аппарата. Длина отсека 21. Посередине отсека располагается силовой шпангоут, воспринимающий радиальную силу P, приложенную в сечении  $\psi = \pi$ .



Полагаем, что отсек справа и слева ограничен двумя шпангоутами, обладающими гораздо большими жесткостями на изгиб, чем средний шпангоут.

Введем обозначения:

*г* - радиус осевой линии шпангоута,

*R* - радиус срединной поверхности общивки,

δ - толщина общивки.

В общем случае рассматриваемый отсек может быть подкреплен частым стрингерным набором. Для упрошения расчетов нали-

чие стрингеров будем учитывать введением приведенной толщины общивки  $\delta_0$ :

$$\delta_0 = \delta + f_0 / b$$
.

. Здесь  $f_0$  - площадь поперечного сечения стрингера, b - расстояние между стрингерами (предполагаем стрингерный набор равномерным).

Закон изменения касательных усилий  $q_t(\psi)$ , передающихся на шпангоут со стороны обшивки, будем, в отличие от зависимости (1), находить в виде следующего тригонометрического ряда [3,7]:

$$q_{t}(\psi) = b_{1} \sin \psi + b_{2} \sin 2\psi + ... = \sum_{m=1}^{\infty} b_{m} \sin m\psi$$
 (2)

Первый коэффициент *b*<sub>1</sub> ряда (2) находится из уравнения равновесия шпангоута как твердого тела:

$$b_1 = -\frac{P}{\pi r} . \tag{3}$$

Остальные коэффициенты  $b_m (m \ge 2)$  можно определить из условий совместности деформаций шпангоута и оболочки по линии их сопряжения [1] или из принципа минимума потенциальной энергии деформации системы "оболочка + шпангоут" [3,7].

В нашем пособии мы воспользуемся вторым способом, называемым также началом Кастильяно или началом наименьшей работы [4]. Для применения этого способа необходимо составить выражение потенциальной энергии деформации U рассматриваемой системы:

$$U = U_1 + U_2 \,. \tag{4}$$

Здесь  $U_1$  - потенциальная энергия деформации шпангоута, нагруженного радиальной силой P (концевые шпангоуты мы принимаем абсолютно жесткими, так что их потенциальная энергия будет равна нулю),  $U_2$  - потенциальная энергия деформации обшивки, в которой при нагружении шпангоута силой P возникают нормальные и касательные напряжения.

Потенциальную энергию  $U_1$  шпангоута будем определять как энергию изгиба, пренебрегая влиянием нормальных и перерезывающих сил N и Q [6]:

$$U_{1} = \oint \frac{M^{2}}{2EJ} ds = \frac{r}{2EJ} \int_{0}^{2\pi} M^{2} d\psi \quad .$$
 (5)

В этом выражении  $M=M(\psi)$ - изгибающий момент в произвольном сечении шпангоута, EJ - жесткость сечения шпангоута на изгиб (J-момент инерции сечения шпангоута, E - модуль упругости материала шпангоута).

Для шпангоута, нагруженного в сечении  $\psi = \pi$  радиальной силой *P* и распределенными касательными силами  $q_t(\psi)$ , определяемыми рядом (2) (с учетом (3)), зависимость изгибающего момента от угла  $\psi$  будет иметь следующий вид ( $-\pi \le \psi \le \pi$ ) [1]:

$$M(\psi) = \frac{Pr}{2\pi} \left( 1 - \psi \sin \psi - \frac{1}{2} \cos \psi \right) - r^2 \sum_{m=2}^{\infty} \frac{b_m}{m(m^2 - 1)} \cos m\psi.$$
 (6)

Первая часть этого выражения представляет собой изгибающий момент в сечении  $\psi$  шпангоута в предположении, что реакция обшивки найдена как для абсолютно жесткого шпангоута. Вторая часть выражения (6) в виде бесконечного ряда является вкладом упругости шпангоута в величину изгибающего момента.

1.2.2. Для составления потенциальной энергии деформации общивки найдем сначала выражения, определяющие нормальные и касательные напряжения в общивке.

Обозначим через  $N_x$  и S погонные нормальные и касательные усилия в общивке:

$$N_x = \delta_0 \sigma$$
,  $S = \delta \tau$ .

Здесь о - меридиональное нормальное напряжение в общивке,

τ- касательное напряжение (рис.4).

В дальнейшем будем полагать размеры поперечного сечения шпангоута малыми по сравнению с радиусом *r* его осевой линии. Это позволяет принять радиус *R* срединной поверхности общивки равным радиусу шпангоута:

$$R = r$$

Усилия  $N_x$  и *S* связаны между собой уравнением равновесия сил в проекции на ось *x* (рис.5):

$$\frac{\partial N_X}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial S}{\partial \psi} = 0.$$
 (7)

Условие равновесия сил в окружном направлении дает

$$\frac{\partial S}{\partial x} = 0$$



Отсюла

$$S=S(\psi),$$

т.е. касательное усилие S не зависит от координаты x.

Так как рассматриваемый шпангоут расположен посередине отсека корпуса летательного аппарата, то, как следует из рассмотрения рис.3, сдвигающее усилие  $S(\psi)$  в оболочке будет равно  $(0 \le x \le 1)$ 

$$S(\psi) = -\frac{1}{2} q_t(\psi)$$

или по (2) и (3).

$$S(\psi) = \frac{1}{2} \left( \frac{P}{\pi r} \sin \psi - \sum_{m=2}^{\infty} b_m \sin m \psi \right).$$
(8)

Располагая этим выражением, находим по (7):

$$\frac{\partial N_x}{\partial x} = -\frac{1}{2r} \left( \frac{P}{\pi r} \cos \psi - \sum_{m=2}^{\infty} m b_m \cos m \psi \right)$$

Отсюда

$$N_{\chi} = -\frac{x}{2r} \left( \frac{P}{\pi r} \cos \psi - \sum_{m=2}^{\infty} m b_m \cos m \psi \right) + g(\psi),$$

где g(ψ) - произвольная функция угла ψ.

Для определения функции  $g(\psi)$  целесообразно принять, что на правом и левом концах рассматриваемого отсека нормальные напряжения равны нулю, т.е. считать, что отсек длиною 21 как бы "свободно" опирается на прилегающие части корпуса летательного аппарата. В действительности в концевых сечениях отсека нормальные напряжения отличны от нуля и они определяются значениями изгибающих моментов по этим сечениям. Для принимаемой нами модели отсека эти изгибающие моменты можно рассматривать как дополнительную нагрузку на отсек. Расчет отсека на эту нагрузку (т.е. концевые изгибающие моменты) может быть выполнен отдельно по балочной теории расчета тонкостенных конструкций.

Итак, приняв схему "свободного опирания" отсека, будем иметь  $g(\psi)=0$ 

и, следовательно,

$$N_x = -\frac{x}{2r} \left( \frac{P}{\pi r} \cos \psi - \sum_{m=2}^{\infty} m b_m \cos m \psi \right).$$
(9)

Потенциальная энергия деформации общивки U<sub>2</sub> определяется формулой [4]

$$U_2 = \int_V W dV \, .$$

Здесь *W* - удельная потенциальная энергия общивки, *V* - объем общивки. Имеем [4]

$$W=\frac{1}{2}\,\mathrm{\sigma}\varepsilon_{\underline{x}}+\frac{1}{2}\,\mathrm{\tau}\gamma\,,$$

где ε<sub>x</sub> - меридиональное удлинение общивки, γ - угловая деформация общивки от сдвигающих сил *S*.

Так как

$$\varepsilon_{\chi} = \frac{\sigma}{E_0}, \quad \gamma = \frac{\tau}{G_0},$$

где  $E_0$  - модуль упругости материала общивки,  $G_0$  - модуль сдвига, то

$$W = \frac{\sigma^2}{2E_0} + \frac{\tau^2}{2G_0}.$$
 (10)

Далее, имея в виду симметрию рассматриваемой системы, для ее потенциальной энергии деформации можем записать следующее выражение, используя (4), (5) и (10):

$$U = \frac{r}{EJ} \int_{0}^{\pi} M^{2} d\psi + \frac{2\delta_{0}r}{E_{0}} \int_{0}^{\pi} \int_{0}^{\pi} \sigma^{2} d\psi dx + \frac{2\delta r}{G_{0}} \int_{0}^{\pi} \int_{0}^{\pi} \tau^{2} d\psi dx.$$
(11)

Входящие сюда напряжения о и г выражаются формулами

$$\sigma = -\frac{x}{2\delta_0 r} \left( \frac{P}{\pi r} \cos \psi - \sum_{m=2}^{\infty} m b_m \cos m \psi \right); \quad (12)$$

$$\tau = \frac{1}{2\delta} \left( \frac{P}{\pi r} \sin \psi - \sum_{m=2}^{\infty} b_m \sin m \psi \right).$$
(13)

Неизвестные коэффициенты *b<sub>m</sub>* (*m*≥2) будем искать из условия минимума потенциальной энергии деформации системы "шпангоут + оболочка":

$$\frac{\partial U}{\partial b_m} = 0$$

NIU

$$\frac{2r}{EJ}\int_{0}^{\pi} M \frac{\partial M}{\partial b_{m}} d\psi + \frac{4\delta_{0}r}{E_{0}}\int_{0}^{\pi} \sigma \frac{\partial \sigma}{\partial b_{m}} d\psi dx + \frac{4\delta_{0}r}{G_{0}}\int_{0}^{\pi} \sigma \frac{\partial \tau}{\partial b_{m}} d\psi dx = 0.$$
(14)

Согласно (6), (12) и (13) имеем

$$\frac{\partial M}{\partial b_m} = -\frac{r^2}{m(m^2 - 1)} \cos m\psi; \qquad (15)$$

$$\frac{\partial \sigma}{\partial b_m} = \frac{x}{2\delta_0 r} \, m \cos m \psi \,; \tag{16}$$

$$\frac{\partial \tau}{\partial b_m} = -\frac{1}{2\delta} \sin m \psi \,. \tag{17}$$

Внесем выражения (15) - (17) в (14). В результате преобразований с учетом ортогональности тригонометрических функций получим следующую расчетную формулу для определения коэффициентов  $b_m$ :

$$b_m = (-1)^m \frac{m}{f(m)} \frac{P}{\pi r}.$$
(18)

Здесь

$$f(m) = 1 + \lambda m^2 (m^2 - 1)^2 \left( \frac{E_0}{2G_0} + m^2 \frac{\delta l^2}{6\delta_0 r^2} \right); \quad (19)$$

$$\lambda = \frac{E\Pi}{E_0 r^4 \delta}.$$
 (20)

1.2.3. После определения коэффициентов  $b_m$  можно, используя формулу (6), вычислить значения изгибающих моментов в сечениях шпангоута, нагруженного радиальной силой P в сечении  $\psi = \pi$ .

Распределение нормальных и перерсзывающих сил N и Q по контуру шпангоута найдем, воспользовавшись известными зависимостями [1]

$$Q = \frac{1}{r} \frac{dM}{d\psi};$$
(21)

$$N = \frac{dQ}{d\psi}$$
(22)

или, согласно (6) (-π≤ψ≤π):

$$Q(\psi) = -\frac{P}{2\pi} \left( \psi \cos \psi + \frac{1}{2} \sin \psi \right) + r \sum_{m=2}^{\infty} \frac{b_m}{m^2 - 1} \sin m\psi; \quad (23)$$

$$N(\psi) = -\frac{P}{2\pi} \left( \frac{3}{2} \cos \psi - \psi \sin \psi \right) + r \sum_{m=2}^{\infty} \frac{m b_m}{m^2 - 1} \cos m \psi.$$
 (24)

#### 1.3. Расчет кругового шпангоута на действие касательной силы

1.3.1. Теперь обратимся к случаю нагружения рассматриваемого нами шпангоута касательной силой T, приложенной к нему в сечении  $\psi = \pi$  (рис.6).

В этом случае поток касательных сил  $q_t(\psi)$  со стороны общивки будет обратносимметричен по отношению к сечению  $\psi=0$  и может быть представлен следующим образом:

$$q_t(\psi) = a_0 + a_1 \cos \psi + \sum_{m=2}^{\infty} a_m \cos m\psi.$$
 (25)

Коэффициенты *a*<sup>0</sup> и *a*<sup>1</sup> легко находятся из уравнений равновесия шпангоута как твердого тела:

$$a_0 = -\frac{T}{2\pi r}; a_1 = \frac{T}{\pi r}.$$
 (26)



Рис. 6

Остальные коэффициенты *a<sub>m</sub>* (*m*≥2) можно определить, как и в предыдущем случае нагружения, из условия минимума потенциальной энергии деформации системы. 1.3.2. Как и ранее, касательные усилия S в оболочке будут равны  $(0 \le x \le 1)$ :

$$S(\psi) = -\frac{1}{2}q_t(\psi)$$

или по (25):

$$S(\psi) = -\frac{1}{2} \left( a_0 + a_1 \cos \psi + \sum_{m=2}^{\infty} a_m \cos m\psi \right).$$
(27)

Используя уравнение равновесия (7) и соотношение (27), находим

$$N_x = -\frac{x}{2r} \left( a_1 \sin \psi + \sum_{m=2}^{\infty} m a_m \sin m \psi \right) + g(\psi).$$
(28)

Приняв прежнюю схему "свободного опирания" отсека, получим, что

 $g(\psi)=0.$ 

В случае нагружения шпангоута касательной силой T и распределенной реакцией общивки  $q_t(\psi)$  по (25) в его сечениях изгибающий момент M, перерезывающая сила Q и нормальная сила Nбудут определяться следующими соотношениями  $(-\pi \le \psi \le \pi)$  [1]:

$$M(\psi) = \frac{Tr}{2\pi} \left( \psi + \psi \cos \psi - \frac{3}{2} \sin \psi \right) + r^2 \sum_{m=2}^{\infty} \frac{a_m}{m(m^2 - 1)} \sin m\psi; \quad (29)$$

$$\mathcal{Q}(\psi) = \frac{T}{2\pi} \left( \psi - \psi \sin \psi - \frac{1}{2} \cos \psi \right) + r \sum_{m=2}^{\infty} \frac{a_m}{m^2 - 1} \cos m\psi; \quad (30)$$

$$N(\psi) = -\frac{T}{2\pi} \left( \psi \cos \psi + \frac{1}{2} \sin \psi \right) - r \sum_{m=2}^{\infty} \frac{m a_m}{m^2 - 1} \sin m \psi. \quad (31)$$

1.3.3. Для нахождения коэффициентов *a*<sub>m</sub> (*m*≥2)будем иметь, как и ранее, условия

$$\frac{\partial U}{\partial a_{nj}} = 0, \qquad (32)$$

где *U* - потенциальная энергия деформации отсека, нагруженного касательной силой *T*, также выражаемая соотношением (11).

В развернутом виде уравнение (32) запишется так:

$$\frac{2r}{EJ}\int_{0}^{\pi}M\frac{\partial M}{\partial a_{m}}d\psi + \frac{4\delta_{0}r}{E_{0}}\int_{0}^{I}\int_{0}^{\pi}\sigma\frac{\partial\sigma}{\partial a_{m}}d\psi dx + \frac{4\delta r}{G_{0}}\int_{0}^{I}\int_{0}^{\pi}\tau\frac{\partial\tau}{\partial a_{m}}d\psi dx = 0.$$
 (33)

Здесь согласно (29) будет

$$\frac{\partial M}{\partial a_m} = \frac{r^2}{m(m^2 - 1)} \sin m\psi.$$
(34)

Кроме того:

$$\sigma = -\frac{x}{2\delta_0 r} \left( a_1 \sin \psi + \sum_{m=2}^{\infty} m a_m \sin m \psi \right); \tag{35}$$

$$\tau = -\frac{1}{2\delta} \left( a_0 + a_1 \cos \psi + \sum_{m=2}^{\infty} a_m cosm\psi \right); \tag{36}$$

$$\frac{\partial \sigma}{\partial a_m} = -\frac{mx}{2\delta_0 r} \sin m\psi; \qquad (37)$$

$$\frac{\partial \tau}{\partial a_m} = -\frac{1}{2\delta} \cos m \psi \,. \tag{38}$$

Подставляя в (33) зависимости (29), (34), (35) - (38), получим следующую формулу для вычисления коэффициентов  $a_m$  ( $m \ge 2$ ):

$$a_m = (-1)^{m+1} \frac{1}{f(m)} \frac{T}{\pi r}.$$
(39)

Функция f(m) по-прежнему выражается зависимостью (19) с учетом (20).

## 1.4. Расчет кругового шпангоута на действие сосредоточенного момента

1.4.1. Пусть, наконец, к шпангоуту исследуемого отсека корпуса летательного аппарата в сечении  $\psi = \pi$  приложен сосредоточенный момент *H* (рис.7).



Рис. 7

При этом поток касательных сил  $q_t(\psi)$  со стороны обшивки, уравновешивающий момент *H*, также может быть представлен в виде ряда (25). Коэффициенты  $a_0$  и  $a_1$  этого ряда, определенные из условий равновесия шпангоута в целом, будут равны [1]:

$$a_0 = -\frac{H}{2\pi r^2}, \ a_1 = 0.$$
 (40)

Остальные коэффициенты  $a_m (m \ge 2)$ , как и в двух предыдущих случаях нагружения шпангоута, находятся из условия минимума потенциальной энергии деформации отсека.

1.4.2. Для шпангоута, нагруженного в сечении  $\psi = \pi$  сосредоточенным моментом *H* и касательными силами (25), распределение внутренних силовых факторов будет определяться формулами ( $-\pi \le \psi \le \pi$ ) [1]:

$$M(\psi) = -\frac{H}{2\pi} (2\sin\psi - \psi) + r^2 \sum_{m=2}^{\infty} \frac{a_m}{m(m^2 - 1)} \sin m\psi; \quad (41)$$

$$Q(\psi) = -\frac{H}{2\pi r} (2\cos\psi - 1) + r \sum_{m=2}^{\infty} \frac{a_m}{m^2 - 1} \cos m\psi; \quad (42)$$

$$N(\psi) = \frac{H}{\pi r} \sin \psi - r \sum_{m=2}^{\infty} \frac{ma_m}{m^2 - 1} \sin m\psi.$$
(43)

Применение принципа минимума потенциальной энергии деформации к случаю нагружения силового шпангоута сосредоточенным моментом приводит к следующей формуле для определения коэффициентов *a<sub>m</sub>*:

$$a_m = (-1)^m \, \frac{m^2 - 1}{f(m)} \frac{H}{\pi r^2} \,. \tag{44}$$

Функция f(m) и здесь имеет вид (19).

1.5. Расчет кругового шпангоута на действие произвольной системы сосредоточенных нагрузок

1.5.1. Если силовой шпангоут корпуса летательного аппарата нагружен сложной системой сосредоточенных сил и моментов, действующих в его плоскости, то его расчет может быть выполнен с помощью метода наложения элементарных решений, соответствующих действию на шпангоут уже рассмотренных нами простейших нагрузок (сил P, T и сосредоточенного момента H).



На рис.8 показан силовой шпангоут с круговой осевой линией, нагруженный сосредоточенными силами  $P_i$ ,  $T_i$  и моментами  $H_i$ , приложенными к нему в сечениях  $\varphi = \alpha_i (i=1.2,...,n)$ .

Согласно принципу независимости действия сил можно записать, что в произвольном сечении иппангоуга, определяемом углом  $\varphi$ , внутренние силовые факторы M, Q и N будут равны:

$$M(\phi) = \sum_{i=1}^{n} M_i(\phi), \ Q(\phi) = \sum_{i=1}^{n} Q_i(\phi), \ N(\phi) = \sum_{i=1}^{n} N_i(\phi).$$
(45)

Здесь  $M_i(\varphi)$ ,  $Q_i(\varphi)$  и  $N_i(\varphi)$  - изгибающий момент, перерезывающая и нормальная силы, вызываемые в сечении  $\varphi$  действием сосредоточенных нагрузок  $P_i$ ,  $T_i$  и  $H_i$ , приложенных в сечении  $\varphi = \alpha_i$ .

Воспользовавшись ранее полученными результатами, можем записать:

$$\begin{bmatrix} M_i(\varphi) \\ Q_i(\varphi) \\ N_i(\varphi) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} rF_{1P}(\psi_i) & rF_{1T}(\psi_i) & F_{1H}(\psi_i) \\ F_{2P}(\psi_i) & F_{2T}(\psi_i) & \frac{1}{r}F_{2H}(\psi_i) \\ F_{3P}(\psi_i) & F_{3T}(\psi_i) & \frac{1}{r}F_{3H}(\psi_i) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_i \\ T_i \\ H_i \end{bmatrix}.$$
(46)

Здесь

$$\psi_i = \varphi - \alpha_i + \pi, \tag{47}$$

если 0≤φ≤α<sub>1</sub> (рис.9), и

$$\psi_i = \varphi - \alpha_i - \pi \tag{48}$$

приα<sub>*i*</sub>≤φ≤2π (рис.10).





 $-\pi \leq \psi \leq \pi$ .

Выражения для функций  $F_{1P}$ ,...,  $F_{3H}$  получаются из соотношений (6), (23), (24), (29) - (31) и (41) - (43) в таком виде:

$$F_{1P}(\psi) = \frac{1}{2\pi} \left( 1 - \psi \sin \psi - \frac{1}{2} \cos \psi \right) - \sum_{m=2}^{\infty} \frac{B_m}{m^2 - 1} \cos m\psi; \quad (49)$$

$$F_{2P}(\psi) = -\frac{1}{2\pi} \left( \psi \cos \psi + \frac{1}{2} \sin \psi \right) + \sum_{m=2}^{\infty} \frac{mB_m}{m^2 - 1} \sin m\psi;$$
(50)

$$F_{3P}(\psi) = \frac{1}{2\pi} \left( \psi \sin \psi - \frac{3}{2} \cos \psi \right) + \sum_{m=2}^{\infty} \frac{m^2 B_m}{m^2 - 1} \cos m\psi;$$
(51)

$$F_{1T}(\psi) = \frac{1}{2\pi} \left( \psi + \psi \cos \psi - \frac{3}{2} \sin \psi \right) - \sum_{m=2}^{\infty} \frac{B_m}{m(m^2 - 1)} \sin m\psi; \quad (52)$$

$$F_{2T}(\psi) = \frac{1}{2\pi} \left( 1 - \psi \sin \psi - \frac{1}{2} \cos \psi \right) - \sum_{m=2}^{\infty} \frac{B_m}{m^2 - 1} \cos m\psi;$$
(53)

$$F_{3T}(\psi) = -\frac{1}{2\pi} \left( \psi \cos \psi + \frac{1}{2} \sin \psi \right) + \sum_{m=2}^{\infty} \frac{mB_m}{m^2 - 1} \sin m\psi;$$
(54)

$$F_{1H}(\psi) = -\frac{1}{2\pi} (2\sin\psi - \psi) + \sum_{m=2}^{\infty} \frac{B_m}{m} \sin m\psi;$$
 (55)

$$F_{2H}(\psi) = -\frac{1}{2\pi} (2\cos\psi - 1) + \sum_{m=2}^{\infty} B_m \cos m\psi;$$
 (56)

$$F_{3H}(\psi) = \frac{1}{\pi} \sin \psi - \sum_{m=2}^{\infty} m B_m \sin m \psi.$$
(57)

Здесь

$$B_m = \frac{(-1)^m}{\pi f(m)}.$$
(58)

Значения f(m) находятся по формуле (19) с учетом (20).

1.5.2. Для сечения φ=α<sub>i</sub> будут справедливы следующие соотношения:

$$M(\alpha_i + 0) = M(\alpha_i - 0) - H_i; \qquad (59)$$

$$Q(\alpha_i + 1) = Q(\alpha_i - 0) - P_i; \qquad (60)$$

$$N(\alpha_{i} + 0) = N(\alpha_{i} - 0) - T_{i}.$$
 (61)

Здесь под  $F(\alpha_i 0)$  и  $F(\alpha_i + 0)$  понимаются значения функции  $F(\varphi)$  при подходе к сечению  $\varphi = \alpha_i$  со стороны углов, меньших и соответственно больших, чем  $\alpha_i$ .

# 2. ЧИСЛОВЫЕ ПРИМЕРЫ РАСЧЕТА КРУГОВОГО ШПАНГОУТА С УЧЕТОМ ЕГО УПРУГОСТИ

2.1. Числовые примеры расчета кругового шпангоута на простейшие нагрузки

2.1.1. В качестве примера рассмотрим цилиндрический отсек корпуса летательного аппарата со шпангоутом посередине (см. рис.3, а) со следующими параметрами:

*г*=100см, *l*=100см, δ=2мм.

Момент инерции поперечного сечения шпангоута J=48,56см<sup>4</sup>.

Число подкрепляющих общивку стрингеров  $n_0$ =40, площадь сечения стрингера  $f_0$ =1,509см<sup>2</sup>.

Расстояние между стрингерами

$$b = \frac{2\pi r}{n_0} = 157,1$$
MM.

Приведенная толщина общивки

 $\delta_0 = \delta + f_0 / b = 2,961$  MM.

Материалы шпангоута и общивки одинаковы - Д16АТ с модулем упругости  $E=7,2\cdot 10^4$  МПа и коэффициентом Пуассона  $\mu=0,3$ .

Вычислим по формуле (20) обобщенный параметр λ системы:

$$\lambda = \frac{E \pi}{E_0 r^4 \delta} = 2,428 \cdot 10^{-4} \,.$$

Далее, используя формулы (19) и (18), находим коэффициенты *b<sub>m</sub>*, значения которых приведены в табл. 1.

В следующей табл. 2 и на рис.11 представлены безразмерные отношения  $\tilde{q}_t(\psi)$  касательных усилий  $q_t(\psi)$ , вычисленных по соотношению (2), к величине  $P/\pi r$ .

Таблица I

m	$\widetilde{b}_m = \frac{\pi r}{P} b_m$	m	$\widetilde{b}_m = \frac{\pi r}{P} b_m$	m	$\widetilde{b}_{m} = \frac{\pi r}{P} b_{m}$
1	-1	6	0,102892	11	-0,001742
2	1,96986	7	-0,037266	12	0,000958
3	-2,2 <b>6</b> 671	8	0,015223	13	-0,000552
4	1,07797	9	-0,006858	14	0,000331
5	-0,32499	10	0,003345	15	-0,000205

 $\widetilde{q}_t(\psi) = \frac{\pi r}{P} q_t(\psi).$ 

На рис.11 пунктиром показано распределение  $\tilde{q}_t(\psi)$  в предположении абсолютной жесткости шпангоута.

Таблица 2

ψ°	$\widetilde{q}_t(\psi)$	ψ°	$\widetilde{q}_t(\psi)$	ψ°	$\widetilde{q}_t(\psi)$
0	0	70	0,5152	140	-4,6722
10	-0,1249	80	0,8392	150	-5,5270
20	-0,2275	90	0,9735	160	-5,0671
30	-0,2795	100	0,7241	170	-3,0751
40	-0,2472	110	-0,0607	180	0
50	-0,1004	120	-1,3987		
60	0,1670	130	-3,0869		

Результаты расчетов внутренних силовых факторов *M*, *Q* и *N* в сечениях шпангоута, выполненных по формулам (6), (23) и (24), показаны в табл. 3 и на рис.12, 13 и 14 с использованием обозначений:

$$\widetilde{M}(\psi) = M(\psi)/Pr, \quad \widetilde{Q}(\psi) = Q(\psi)/P, \quad \widetilde{N}(\psi) = N(\psi)/P.$$

На рис.12 - 14 пунктиром изображены графики распределения  $\widetilde{M}$ ,  $\widetilde{Q}$  и  $\widetilde{N}$  для того случая, когда шпангоут при определении реакции общивки принимается абсолютно жестким.

Таблица 3

ψ°	$\widetilde{M}(\psi)$	$\widetilde{Q}(\psi)$	$\widetilde{N}(\psi)$
0	0,000151	0	-0,0170
10	-0,000098	-0,00275	-0,0132
20	-0,000733	-0,00422	-0,0026
30	-0,001437	-0,00341	0,0124
40	-0,001762	0,00015	0,0279
50	-0,001251	0,00599	0,0376
60	0,000372	0,01253	0,0346
70	0,003003	0,01700	0,0132
80	0,005986	0,01599	-0,0278
90	0,008088	0,00653	-0,0816
100	0,007715	-0,01224	-0,1306
110	0,003445	-0,03720	-0,1474
120	-0,005153	-0,05998	-0,1006
130	-0,016588	-0,06712	0,0347
140	-0,026729	-0,04245	0,2622
150	-0,028718	0,02812	0,5524
160	-0,013887	0,15021	0,8389
170	0,026259	0,31548	1,0316
180	0,097378	0,50000	1,0488

При вычислении функций  $q_t(\psi)$ ,  $M(\psi)$ ,  $Q(\psi)$  и  $N(\psi)$  в ряде (2) и в рядах, входящих в соотношения (6), (23) и (24), были удержаны по 15 слагаемых.

2.1.2. Содержанием следующих табл. 4, 5 и 6 являются значения безразмерных коэффициентов  $\tilde{a}_m$  и безразмерных функций  $\tilde{q}_t(\psi)$ ,  $\tilde{M}(\psi)$ ,  $\tilde{Q}(\psi)$ ,  $\tilde{N}(\psi)$ , полученных по формулам (39), (25) и (29) - (31) для исследуемого нами отсека в случае нагружения шпангоута касательной силой T (рис.6):



Рис. 11



Рис. 12



Рис. 13



Рис. 14

$$\begin{split} \widetilde{a}_m &= \frac{\pi r}{T} a_m, \widetilde{q}_t(\psi) = \frac{\pi r}{T} q_t(\psi); \\ \widetilde{M}(\psi) &= M(\psi)/Tr, \ \widetilde{Q}(\psi) = Q(\psi)/T, \ \widetilde{N}(\psi) = N(\psi)/T. \end{split}$$

Таблица 4

m	<i>a</i> <sub>m</sub>	т	ã <sub>m</sub>	m	ãm
0	-1/2	6	-0,0171486	12	-7,9869· 10 <sup>-5</sup>
1	1	7	0,0053237	13	4,2481 · 10 5
2	-0,984932	8	-0,0019028	14	-2,3651· 10 <sup>-5</sup>
3	0,755570	9	0,0007620	15	1,3700 10-5
4	-0,269492	10	-0,0003345	16	-8,2146· 10 <sup>-6</sup>
5	0,064998	11	0,0001584	17	5,0782·10 <sup>-6</sup>

## Таблица 5

ψ°	$\widetilde{q}_t(\psi)$	ψ°	$\widetilde{q}_t(\psi)$	ψ°	$\widehat{q}_t(\psi)$
0	0,052948	70	-0,051019	140	-0,7397
10	0,041903	80	0,068597	150	-1,6452
20	0,010637	90	0,230957	160	-2,5918
30	-0,034576	100	0,386007	170	-3,3235
40	-0,082024	110	0,452295	180	-3,6009
50	-0,114162	120	0,332192		
60	-0,109968	130	-0,056816		

## Таблица 6

ψ°	$\widetilde{M}(\psi)$	$\widetilde{Q}(\psi)$	$\widetilde{N}(\psi)$
0	0	0,000151	0
10	0,0000117	-0,000098	-0,00275
20	-0,0000570	-0,000733	-0,00422
30	-0,0002485	-0,001437	-0,00341
40	-0,0005367	-0,001762	0,00015

Окончание табл. 6

ψ∘	$\widetilde{M}(\psi)$	$\widetilde{Q}(\psi)$	$\widetilde{N}(\psi)$
50	-0,0008145	-0,001251	0,00599
60	-0,0009079	0,000372	0,01253
70	-0,0006248	0,003003	0,01700
80	0,0001620	0,005986	0,01599
90	0,0014142	0,008088	0,00653
100	0,0028410	0,007715	-0,01224
110	0,0038786	0,003445	-0,03720
120	0,0037879	-0,005153	-0,05998
130	0,0019094	-0,016588	-0,06712
140	-0,0019327	-0,026729	-0,04245
150	-0,0069503	-0,028718	0,02812
160	-0,010979	-0,013887	0,15021
170	-0,010319	0,026259	0.31548
180	0	0,097378	0,50000

По данным табл. 5 и 6 построены графики распределения  $\tilde{q}_t$ ,  $\tilde{M}$ ,  $\tilde{Q}$  и  $\tilde{N}$ , приведенные на рис. 15 - 18. Пунктиром на графиках изображены соответствующие зависимости, найденные для абсолютно жесткого шпангоута.

2.1.3. Результаты расчета рассматриваемого отсека на действие сосредоточенного момента H, приложенного к шпангоуту в сечении  $\psi = \pi$  (рис.7), представлены табл. 7, 8 и 9 и на рис. 19 - 22. В таблицах и на графиках использованы обозначения:

$$\begin{split} \widetilde{a}_m &= \frac{\pi r^2}{H} a_m, \ \widetilde{q}_t(\psi) = \frac{\pi r^2}{H} q_t(\psi), \\ \widetilde{M}(\psi) &= M(\psi)/H, \ \widetilde{Q}(\psi) = r Q(\psi)/H, \ \widetilde{N}(\psi) = r N(\psi)/H. \end{split}$$



Рис. 15



Рис. 16



Рис.17



Рис.18

## Таблица 7

m	$\tilde{a}_m$	m	$\widetilde{a}_m$	m	$\widetilde{a}_m$
0	-1/2	6	0,600201	12	0,011421
1	0	7	-0,255539	13	-0,007137
2	2,95479	8	0,119878	14	0,004612
3	-6,04456	9	-0,060059	15	-0,003069
4	4,04237	10	0,033118	16	0,002095
5	-1,55995	11	-0,019007	17	-0,001463

## Таблица 8

ψ°	$\widetilde{q}_t(\psi)$	ψ°	$\widetilde{q}_t(\psi)$	ψ°	$\overline{q}_t(\psi)$
0	-0,6817	70	2,0070	140	-8,3657
10	-0,6339	80	1,5628	150	-3,2242
20	-0,4621	90	0,0830	160	4,4988
30	-0,1251	100	-2,4780	170	11,988
40	0,4097	110	-5,7029	180	15,219
50	1,0841	120	-8,6545	-	
. 60	1,7210	130	-9,9764		

# Таблица 9

			I GOVINI
ψ°	$\widetilde{M}(\psi)$	$\widetilde{Q}(\psi)$	$\tilde{N}(\psi)$
0	0	-0,0168	0
10	-0,0027	-0,0133	0,0398
20	-0,0043	-0,0034	0,0724
30	-0,0037	0,0110	0,0890
40	-0,0004	0,0261	0,0787
50	0,0052	0,0363	0,0320
60	0,0116	0,0350	-0,0532
70	0,0164	0,0162	-0,1640
80	0,0161	-0,0218	-0,2671
90	0,0079	-0,0735	-0,3099
100	-0,0094	-0,1229	-0,2305

Окончание табл. 9

ψ°	$\widetilde{M}(\psi)$	$\widetilde{Q}(\psi)$	$\widetilde{N}(\psi)$
110	-0,0333	-0,1440	0,0193
120	-0,0562	-0,1057	0,4452
130	-0,0652	0,0181	0,9826
140	-0,0444	0,2355	1,4872
150	0,0212	0,5237	1,7593
160	0,1392	0,8250	1,6129
170	0,3052	1,0579	0,9788
180	0,5000	1,1462	0

Значения коэффициентов  $a_m$  и функций  $q_t(\psi)$ ,  $M(\psi)$ ,  $Q(\psi)$ ,  $N(\psi)$  вычислялись по формулам (25),(40),(44) и (41) - (43).

Графики, соответствующие предположению об абсолютной жесткости шпангоута, на рис. 19 - 22 изображены пунктиром.

2.1.4. Вернемся к вопросу, затронутому в п.1.1.2. Анализ результатов расчетов, выполненных для ряда шпангоутов с различными определяющими параметрами, приводит к выводу о том, что все реальные шпангоуты являются, как правило, "упругими". Следовательно, их расчет должен быть выполнен с учетом совместной работы с общивкой. Однако с целью упрощения расчетов шпангоуты целесообразно разделять на "упругие" и "жесткие". Насколько конкретно заданный шпангоут является упругим или жестким, можно судить, например, по степени отклонения распределения касательных усилий  $q_t$ , определяемых рядами (2) или (25), от простого закона (1), справедливого для абсолютно жесткого шпангоута.

Рассмотрим этот вопрос применительно к случаю нагружения шпангоута радиальной силой P в сечении  $\psi=\pi$ . При этом уравновешивающие касательные усилия  $q_t(\psi)$  со стороны обшивки будут описываться рядом (2). Расчеты показывают, что в (2) определяющими являются первые коэффициенты  $b_m$ . Очевидно, что для достаточно жесткого шпангоута эти коэффициенты должны быть весьма малыми:

$$|b_m| \ll 1.$$

Исходя из (18), найдем коэффициент b<sub>2</sub>:

$$b_2 = \frac{2}{f(2)} \frac{P}{\pi r} = \frac{P}{\pi r} \widetilde{b}_2 \,.$$



Рис. 19



Рис.20



Рис. 21



Рис. 22

При коэффициенте Пуассона µ=0,3 будем иметь

$$\widetilde{b}_2 = \frac{2}{1 + \lambda (46, 8 + 24\chi)},\tag{62}$$

где

$$\chi = \frac{\delta l^2}{\delta_0 r^2}.$$

Полагая

$$\widetilde{b}_2 < \varepsilon$$

где є - заданная малая величина, из (62) получаем неравенство

$$\lambda > \frac{\frac{2}{\varepsilon} - 1}{46.8 + 24\chi}.$$
(63)

Если параметр  $\lambda$  исследуемого шпангоута удовлетворяет неравенству (63), то этот шпангоут можно приближенно (с погрешностью порядка  $\varepsilon$ ) рассматривать как жесткий. В случае невыполнения условия (63) расчет шпангоута необходимо выполнять с учетом его упругости.

Так, например, при  $\chi = 1$  и  $\epsilon = 0.05$  из (63) следует, что для расчета заданного шпангоута как жесткого, необходимо, чтобы его обобщенный параметр  $\lambda$  удовлетворял условию

### λ>0,551.

Неравенство (63) для оценки степени жесткости шпангоута может быть использовано и для случая нагружения его касательной силой *Т*. При этом погрешность принятия исследуемого шпангоута в качестве жесткого будет значительно меньше  $\varepsilon$ .

Далее отметим, что влияние упругости шпангоута наиболее заметно при его нагружении сосредоточенным моментом H (см. п. 2.1.3). Однако в большинстве практически важных случаев сложного нагружения шпангоута сосредоточенные моменты возникают из-за малых эксцентриситетов приложения сосредоточенных сил, так что эти моменты получаются сравнительно малыми. Поэтому напряженное состояние шпангоута в основном будет определяться совокупностью приложенных к нему радиальных и касательных сил.

Из сказанного следует, что с помощью неравенства (63) можно, задавшись значением є, приближенно оценить, является ли заданный шпангоут, нагруженный произвольным образом, "упругим" или "жестким".

2.2. Числовой пример расчета кругового шпангоута на действие сложной нагрузки

2.2.1. В заключение приведем результаты расчета исследуемого шпангоута на действие сложной нагрузки, показанной на рис.23.

Исходные данные:



 $\alpha_1 = 0^\circ, \ \alpha_2 = 120^\circ, \ \alpha_3 = 240^\circ,$   $P_1 = -20\kappa H, \ T_1 = -10\kappa H, \ H_1 = 0.5\kappa Hm,$   $P_2 = 1,3397\kappa H, \ T_2 = 22,321\kappa H, \ H_2 = 0,$  $P_3 = 18,660\kappa H, \ T_3 = -12,321\kappa H, \ H_3 = 0.$ 

Рис. 23

В табл. 10 представлены значения  $M(\phi)$ ,  $Q(\phi)$ ,  $N(\phi)$  и  $q_t(\phi)$ , полученные по описанной выше методике. На рис.24 приведены графики распределения M, Q и N.

Таблица 10

φ°	<i>М,</i> кНм	<i>Q,</i> кН	<i>N,</i> кН	$q_t$ , Н/мм
0+0	-2,2216	9,3860	-14,849	12,613
15	-0,3147	5,1150	-16,397	-14,335
30	0,5068	1,3820	-11,420	-26,612
45	0,5537	-0,7372	-4,9257	-21,154
60	0,2495	-1,3982	-0,6016	-9,7827
75	-0,1096	-1,2574	1,4552	-4,9036
90	-0,3690	-0,6364	3,4942	-10,095
105	-0,3776	0,7394	7,3604	-19,179
120-0	0,1263	3,3369	12,517	-22,472
120+0	0,1263	1,9972	-9,8035	-22,472
135	0,3733	0,1095	-4,8136	-16,188
150	0,2783	-0,7049	-1,8182	-6,1450
165	0,0468	-1,0199	-0,7792	-1,5478
180	-0,2373	-1,1004	0,4063	-6,9310
195	-0,4797	-0,5987	3,8975	-18,018
210	-0,4416	1,1384	9,5358	-23,281

Окончание табл. 10

φ°	М, кНм	<i>Q</i> , кН	<i>N</i> , кН	$q_t$ , Н/мм
225	0,2432	4,2870	13,891	-12,124
240-0	1,8453	7,8850	12,332	12,829
240+0	1,8453	-10,775	24,653	12,829
255	-0,1597	-4,7309	20,394	32,297
270	-0,7898	-0,4466	12,159	32,236
285	-0,5793	1,7410	4,9865	20,438
300	-0,0122	2,3844	0,1954	13,851
315	0,5681	1,8400	-4,6343	20,659
330	0,8153	-0,2715	-11,951	32,857
345	0,2355	-4,5329	-20,435	33,079
360-0	-1,7216	-10,614	-24,849	12,613

Величины *M*, *Q*, *N* и *q*<sub>t</sub>, найденные в предположении абсолютной жесткости шпангоута, даны в табл. 11. Графическое их представление приведено на рис.25.

Таблица 11

φ°	<i>М</i> , кНм	<i>Q</i> , кН	<i>N,</i> кН	$q_t$ , Н/мм
0+0	-4,0257	10,239	-4,549	9,4696
15	-1,5552	8,4483	-8,8199	4,2011
30	0,3224	5,7974	-11,072	-1,3591
45	1,4539	2,8437	-11,125	-6,8321
60	1,8350	0,1591	-9,0474	-11,845
75	1,6066	-1,7337	-5,1458	-16,056
90	1,0329	-2,4204	0,0664	-19,178
105	0,4676	-1,6426	5,9211	-20,999
120-0	0,3074	0,6700	11,662	-21,394
120+0	0,3074	-0,6697	-10,659	-21,394
135	-0,1658	-2,6845	-4,6915	-20,337
150	-0,9614	-3,1383	1,1378	-17,899
165	-1,6840	-2,1654	6,0923	-14,247
180	-1,9976	-0,0796	9,5491	-9,6288

Окончание табл. 11

φ°	М, кНм	<i>Q,</i> кН	<i>N,</i> кН	<i>q</i> <sub>1</sub> , Н/мм
195	-1,6680	2,6641	11,061	-4,3603
210	-0,5928	5,5217	10,402	1,1999
225	1,1831	7,9218	7,5892	6,6730
240-0	3,4683	9,3299	2,8870	11,686
240+0	3,4683	-9,3304	15,208	11,686
255	1,5335	-5,5249	13,511	15,897
270	0,5139	-2,4203	9,9339	19,019
285	0,1677	-0,4395	5,0325	20,840
300	0,1627	0,1593	-0,5019	21,235
315	0,1240	-0,6917	-5,9154	20,178
330	-0,3152	-2,8627	-10,468	17,740
345	-1,4632	-6,0406	-13,510	14,087
360-0	-3,5257	-9,7613	-14,549	9,4696

На рис.26 представлены графики распределения касательных сил  $q_t(\varphi)$ , действующих на шпангоут со стороны общивки и уравновешивающих приложенную к нему внешнюю нагрузку. График, относящийся к "жесткому" шпангоуту, изображен пунктиром.

Все числовые результаты, приведенные в настоящем пособии, были получены на ПЭВМ по программе RING, разработанной на кафедре прочности летательных аппаратов СГАУ доцентом Л.М. Савельевым.











#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Ахмедьянов И.С. Расчет шпангоутов /Куйбышев авиац. ин-т; Куйбышев, 1988. 76 с.

2. Кан С.Н., Сверилов И.А. Расчет самолета на прочность. М: Машиностроение, 1966. 520 с.

3. Оболенский Е.П., Сахаров Б.И., Сибиряков В.А. Прочность летательных аппаратов и их агрегатов. М.: Машиностроение ,1995. 504 с.

4. Образцов И.Ф., Савельев Л.М., Хазанов Х.С. Метод конечных элементов в задачах строительной механики летательных аппаратов. М.: Высш. шк. 1985. 392 с.

5. Прочность, устойчивость, колебания: Справочник в 3Т. Т.1/ Под ред. И.А.Биргера и Я.Г.Пановко. М.: Машиностроение, 1968.832 с.

6. Феодосьев В.И. Сопротивление материалов. М.: Наука, 1986. 512 с.

7. Фигуровский В.И. Расчет на прочность беспилотных летательных аппаратов.

М.: Машиностроение, 1973. 360 с.

### оглавление

ПРЕДИСЛОВИЕ	3
1. РАСЧЕТ КРУГОВОГО ШПАНГОУТА С УЧЕТОМ ЕГО	
УПРУГОСТИ	4
1.1. Предварительные замечания	4
1.2. Расчет кругового шпангоута на действие радиальной силы	6
1.3. Расчет кругового шпангоута на действие касательной силы	13
1.4. Расчет кругового шпангоута на действие сосредоточенного	
момента	15
1.5. Расчет кругового шпангоута на действие произвольной системы	
сосредоточенных нагрузок	17
2. ЧИСЛОВЫЕ ПРИМЕРЫ РАСЧЕТА КРУГОВОГО ШПАНГОУТА	
С УЧЕТОМ ЕГО УПРУГОСТИ	20
2.1. Числовые примеры расчета кругового шпангоута на простейшие	
Нагрузки	20
2.2. Числовой пример расчета кругового шпантоута на действие	
сложной нагрузки.	34
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК	40