

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО
СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ РСФСР

КУЙБЫШЕВСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ имени академика С. П. КОРОЛЕВА

В. М. БЕЛОКОНОВ, В. А. ВЬЮЖАНИН

РАСЧЕТ ЛЕТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК
ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ
С ПРИМЕНЕНИЕМ ЭВМ

Утверждено
редакционно-издательским
советом института
в качестве
учебного пособия

Белоконов В. М., Вьюжанин Б. А. *Расчет летных характеристик летательных аппаратов с применением ЭВМ: Учебное пособие.* — Куйбышев: КуАИ, 1987. — 68 с.

Рассматриваются методы расчета программных траекторий запуска на орбиты баллистических и космических летательных аппаратов, а также характеристик устойчивости и управляемости носителя в процессе запуска.

Даны необходимые рекомендации по применению электронных вычислительных машин для выполнения трудоемких расчетов при численном интегрировании траекторий активных участков и построении областей устойчивости летательных аппаратов. Приведены вспомогательные графики и таблицы, облегчающие принятие решений при проектных расчетах.

Учебное пособие рекомендуется для студентов авиационных специальностей, интересующихся задачами расчета движения современных летательных аппаратов.

Ил. 29. Табл. 5. Библиограф. — 12 назв.

Рецензент: Я. А. Мостовой

Целями расчета летных характеристик летательных аппаратов (ЛА) являются определение оптимальной программы управления движением, программной траектории и основных параметров органов управления и автомата стабилизации, обеспечивающих устойчивое программное движение носителя и парирование возмущающих воздействий. Результаты расчета позволяют составить достаточно полное представление о процессе полета и основных летно-технических характеристиках носителя. Они необходимы для проектирования системы управления полетом и проведения тепловых и прочностных расчетов конструкции.

Основными задачами курсового проекта по динамике полета являются закрепление теоретических знаний по одноименному курсу и освоение студентами приемов поверочно-проектировочного расчета программных траекторий и характеристик устойчивости и управляемости ЛА. Курсовой проект способствует усвоению количественных оценок летно-технических характеристик для типичных случаев полета носителей космического и баллистического летательных аппаратов (КЛА и БЛА), развивает у студентов навыки рационального ведения инженерных расчетов и оформления их результатов. В процессе выполнения курсового проекта студенты должны освоить применение электронных цифровых вычислительных машин (ЭЦВМ) на примере решения задач динамики полета.

Настоящее учебное пособие окажет помощь студентам в использовании открытой учебной, научной и справочно-информационной литературы при выполнении курсового или дипломного проекта.

1. РАСЧЕТ ПРОГРАММНОЙ ТРАЕКТОРИИ МНОГОСТУПЕНЧАТОГО ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА

1. ПОДГОТОВКА ИСХОДНЫХ ДАННЫХ К РАСЧЕТУ ТРАЕКТОРИИ

1.1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ, МАССОВЫЕ И ПРОЕКТНЫЕ ПАРАМЕТРЫ МНОГОСТУПЕНЧАТОЙ РАКЕТЫ

Многоступенчатая ракета состоит из полезной нагрузки, выводимой на орбиту, и ускорителей [1]. Ускорителями (ракетными блоками) составной ракеты называется каждая отделяемая часть ракеты, содержащая в своем составе топливо и двигательную установку. Ступенью называется соединение ускорителя (ракетного блока) с полезной нагрузкой, которую разгоняет ускоритель рассматриваемой ступени. Полезной нагрузкой каждой ступени является следующая по порядку работы ступень носителя. Так, ракета на старте является первой ступенью носителя; часть ракеты после отделения ускорителя первой ступени называется второй ступенью и т. д.

Составные ракеты могут иметь последовательное, параллельное и смешанное соединение ускорителей (рис.1). При последовательном соединении (поперечном делении) ускорителей работа двигателей следующей ступени происходит после окончания работы двигателей и отбрасывания ускорителя предыдущей ступени.

При параллельном соединении (продольном делении) ускорителей одновременно работают двигатели всех ускорителей. После выгорания горючего и отделения предыдущего ускорителя продолжают работу двигатели всех остальных ускорителей.

Последовательно связанные ускорители в комбинации с параллельно присоединенными ускорителями образуют смешанную схему ракеты (например, ракеты-носители «Восток», «Сатурн-1В-7», «Торад-Дельта»).

Расчет энергетик многоступенчатой ракеты с параллельным и смешанным соединением ускорителей приводится к расчету

энергетики ракеты с последовательным соединением ускорителей введением понятия об условных ускорителях ступеней. Условный ускоритель ступени включает отбрасываемый блок и часть топлива, выгоревшего из оставшихся блоков за время работы отбрасываемого ускорителя (см. рис. 1).

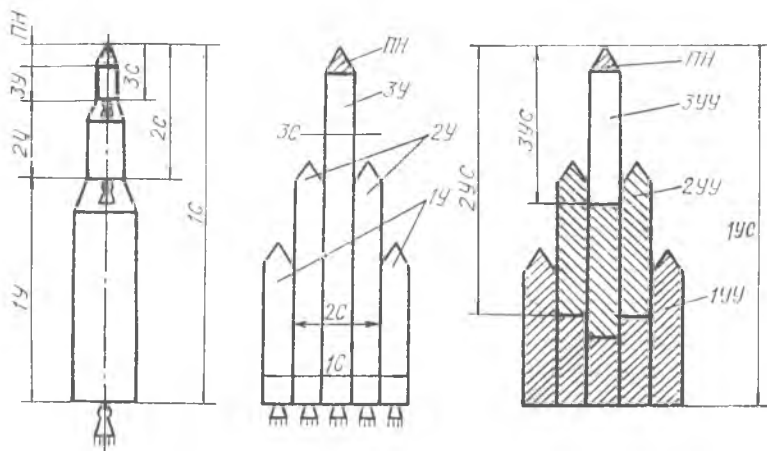


Рис. 1. Схемы последовательного и параллельного соединений ускорителей

При выполнении баллистических расчетов применяют следующие массовые характеристики:

- m_i — начальная масса i -й ступени;
- $m_{\tau i}$ — масса топлива ($m_{ок i} + m_{г i}$) i -го ускорителя;
- $m_{к i}$ — сухая масса i -го ускорителя (масса конструкции);
- $m_{пн}$ — масса полезной нагрузки многоступенчатой ракеты.

Рассмотрим также ряд безразмерных массовых характеристик.

Относительной массой ступени называется отношение начальной массы ступени к массе ее полезной нагрузки (следующей ступени):

$$p_i = \frac{m_i}{m_{i+1}}.$$

Относительной массой многоступенчатой ракеты называется отношение ее стартовой массы к массе полезной нагрузки, выводимой на орбиту:

$$p_{\Sigma} = \frac{m_1}{m_{пн}}, \quad p_{\Sigma} = p_1 \cdot p_2 \dots p_n = \prod_{i=1}^n p_i.$$

Этот параметр непосредственно связан со стоимостью выведения на орбиту полезной нагрузки. Для ракет-носителей КЛА $p_{\Sigma} = 30 \dots 100$, для БЛА $p_{\Sigma} = 20 \dots 40$.

Конструктивной характеристикой ускорителя называется отношение массы ускорителя к его сухой массе:

$$s_i = \frac{m_{ki} + m_{\tau i}}{m_{ki}}$$

Эта характеристика определяет степень совершенства конструкции ускорителей (ракетных блоков) и зависит от типа двигателей: для жидкостных ракетных двигателей (ЖРД) $s_i = 8 \dots 16$, для ракетных двигателей твердого топлива (РДТТ) $s_i = 5 \dots 11$.

Число Циолковского (отношением масс) ступени называется отношение начальной массы ступени к ее массе после выгорания горючего работающего ускорителя:

$$z_i = \frac{m_i}{m_i - m_{\tau i}}, \quad z_i = 3 \dots 6.$$

Эти безразмерные массовые параметры связаны между собой следующим соотношением:

$$\frac{z_i - 1}{z_i} = \frac{p_i - 1}{p_i} \frac{s_i - 1}{s_i}.$$

В задании на курсовую работу указывается прототип ракеты-носителя, для которого конструктивно-компоновочная схема известна. Следует четко уяснить вид соединения ступеней и в случае параллельной или смешанной схемы выделить условные ускорители последовательного соединения ступеней.

1.2. ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ ДЛЯ ПОВЕРОЧНО-ПРОЕКТИРОВОЧНОГО РАСЧЕТА ПРОГРАММНОЙ ТРАЕКТОРИИ

Для поверочно-проектировочного расчета программной траектории запуска космического или баллистического ЛА на опорную орбиту должны быть известны следующие данные.

1. Тактико-технические требования к опорной орбите запускаемого ЛА:

для КЛА — радиусы перигея r_{π} и апогея r_{α} орбиты выведения; угол истинной аномалии ϑ_0 , определяющий положение перигея относительно точки выведения на орбиту, угол наклона i ;

для БЛА — минимальная L_{\min} и максимальная L_{\max} дальности полета, определяющие рабочий диапазон дальностей стрельбы, азимут стрельбы A_0 .

2. Географические условия старта: долгота λ_0 и широта φ_0 пункта старта.

3. Проектные характеристики носителя и его двигательных установок.

Общие характеристики: стартовая масса m_0 , масса полезной нагрузки $m_{пн}$, площадь миделевого (наибольшего) сечения носителя S_m , общая длина носителя L , размах стабилизаторов l .

Характеристики по ступеням нужно представить сводной таблицей (табл. 1).

Т а б л и ц а 1

Проектные характеристики носителя и его двигательных установок

Характеристика	Обозначение	Размерность	Ускоритель 1-й ступени	Ускоритель 2-й ступени	Ускоритель 3-й ступени
Масса ускорителя	$m_{y i}$	т	$m_{y 1}$	$m_{y 2}$	$m_{y 3}$
Масса топлива	$m_{T i}$	т	$m_{T 1}$	$m_{T 2}$	$m_{T 3}$
Тип и число двигателей	—	—	—	—	—
Горючее	—	—	—	—	—
Окислитель	—	—	—	—	—
Соотношение компонентов топлива	κ_i	—	κ_1	κ_2	κ_3
Плотность горючего	$\rho_{r i}$	т/м ³	$\rho_{r 1}$	$\rho_{r 2}$	$\rho_{r 3}$
Плотность окислителя	$\rho_{ок i}$	т/м ³	$\rho_{ок 1}$	$\rho_{ок 2}$	$\rho_{ок 3}$
Тяга двигателей на уровне моря	$P_{0i}, i = \overline{1, m}$	кН	P_{01}	—	—
Тяга двигателей в вакууме	$P_{п i}, i = \overline{1, n}$	кН	$P_{п 1}$	$P_{п 2}$	$P_{п 3}$
Удельная тяга на уровне моря	$P_{уд0i}, i = \overline{1, m}$	м/с	$P_{уд0 1}$	—	—
Удельная тяга в вакууме	$P_{удп i}, i = \overline{1, n}$	м/с	$P_{удп 1}$	$P_{удп 2}$	$P_{удп 3}$
Коэффициент высотности сопла	$\lambda_1 = \frac{P_{удп 1}}{P_{уд0 1}}$	—	λ_1	—	—
Диаметр ускорителя	d_i	м	d_1	d_2	d_3

В таблице обозначено: n — число ступеней носителя, m — число ступеней, работающих в плотных слоях атмосферы.

Проектные характеристики носителя и его двигательных установок выбирают в соответствии с заданным прототипом носителя из справочно-информационной литературы. Недостающие данные принимают на основании статистики по согласованию с преподавателем.

4. Аэродинамические характеристики носителя в стартовой конфигурации, представленные в виде графических или табличных зависимостей в указанных диапазонах аргументов:

$$C_{y\alpha}^{\alpha}(M), M = 0 \div 5,$$

$$C_{x\alpha\min}(M, H), M = 0 \div 5, H = H_{\text{расч}} = 10 \text{ км}.$$

Аэродинамические характеристики берутся из курсовой работы по аэрогазодинамике ЛА.

5. Стандартная атмосфера (СА) Земли [2] представлена значениями абсолютной температуры в узловых точках кусочно-линейной зависимости температуры от высоты:

Высота Н, км	0	11	25	46	54	80	95
Температура воздуха, К	288,16	216,0	216,0	274,0	274,0	185,0	185,0

Подготовка исходных данных завершается определением системы баллистических проектных параметров и характеристик двигательной установки. *Баллистическими проектными параметрами ракеты* называются параметры, которые при заданных конструктивной схеме ракеты, характеристиках двигательных установок и программе полета однозначно определяют конечную скорость выводимой на орбиту полезной нагрузки.

Используем следующую систему проектных параметров.

1. Числа Циолковского ступеней

$$z_i = \frac{m_i}{m_i - m_{\tau i}}, \quad i = 1, \dots, n.$$

Вместо числа Циолковского применяют также один из следующих параметров:

$$a_{ki} = \frac{m_{\tau i}}{m_i} \text{ — коэффициент заполнения топливом ускорителя } i\text{-й ступени [3, 4],$$

$$\mu_{ki} = \frac{m_i - m_{\tau i}}{m_i} \text{ — относительная конечная масса ступени [5],}$$

которые связаны между собою и с z_i соотношениями:

$$\mu_{ki} = \frac{1}{z_i}; \quad \mu_{ki} = 1 - a_{ki}; \quad a_{ki} = 1 - \frac{1}{z_i}; \quad a_{ki} = 1 - \mu_{ki};$$

$$z_i = \frac{1}{\mu_{ki}}; \quad z_i = \frac{1}{1 - a_{ki}}.$$

2. Удельные тяги двигателей на уровне моря и в пустоте:

$$P_{удл i} = \frac{F_{0i}}{\dot{m}_i}, \quad i = \overline{1, m}, \quad P_{удп i} = \frac{P_{0i}}{\dot{m}_i}, \quad i = \overline{1, n}.$$

3. Отношения удельных тяг в пустоте и на Земле (коэффициенты высотности сопел двигателя) для ступеней, работающих в плотных слоях атмосферы:

$$\lambda_i = \frac{P_{удп i}}{P_{удо i}} = \frac{P_{п i}}{P_{о i}}, \quad i = \overline{1, m}.$$

4. Начальные тяговооруженности ступеней:

$$n_{0i} = \frac{P_{0i}}{m_i g_0}, \quad i = \overline{1, m}, \quad n_{\Sigma i} = \frac{P_{п i}}{m_i g_0}, \quad i = \overline{m+1, n}.$$

5. Начальные нагрузки на мидель для ступеней, работающих в плотных слоях атмосферы:

$$\rho_{м i} = \frac{m_i}{S_{м i}}, \quad i = \overline{1, m}.$$

Для каждой ступени должны быть определены также следующие характеристики двигательных установок:

эффективная скорость истечения газов в пустоте $u_i = P_{удп i}$,

$$\text{секундный расход топлива } \dot{m}_i = \frac{P_{п i}}{P_{удп i}},$$

$$\text{время работы ступени } t_{р i} = m_{т i} / \dot{m}_i.$$

Примечание. Для носителей с параллельным соединением ускорителей 1 и 2 ступеней сначала осуществляется приведение носителя к последовательному соединению условных ускорителей:

определяется время работы 1-й ступени, которое равно времени работы отделяемого ускорителя 1-й ступени,

$$\dot{m}_{у 1} = \frac{P_{пу 1}}{P_{удпу 1}}; \quad t_{к 1} = \frac{m_{ту 1}}{\dot{m}_{у 1}};$$

рассчитывается масса топлива Δm_2 , которая расходуется вторым ускорителем за время работы первого,

$$\dot{m}_{у 2} = \frac{F_{пу 2}}{P_{удпу 2}}; \quad \Delta m_2 = \dot{m}_{у 2} t_{к 1};$$

определяются массы топлива 1 и 2 ступеней и масса второй ступени:

$$m_{т 1} = m_{ту 1} + \Delta m_2; \quad m_{т 2} = m_{ту 2} - \Delta m_2; \quad m_2 = m_1 - m_{у 1} - \Delta m_2.$$

Затем определяют эффективные значения проектных параметров 1-й ступени:

удельные тяги на Земле и в пустоте

$$P_{уд\Phi 01} = \frac{P_{01}^{\Sigma}}{\dot{m}_1} = \frac{P_{01} + P_{02}}{\dot{m}_{у 1} + \dot{m}_{у 2}}; \quad P_{уд\Phi п 1} = \frac{P_{п 1}^{\Sigma}}{\dot{m}_1} = \frac{P_{п 1} + P_{п 2}}{\dot{m}_{у 1} + \dot{m}_{у 2}};$$

степень высотности сопла

$$\lambda_{1\Phi} = P_{уд\Phi п 1} / P_{уд\Phi 01} = P_{п 1}^{\Sigma} / P_{01}^{\Sigma};$$

начальную тяговооруженность 1-й ступени

$$n_{01} = \frac{P_{01}^{\Sigma}}{m_1 g_0} = \frac{P_{01} + P_{02}}{m_1 g_0}$$

1.3. РАСЧЕТ ПОТРЕБНОЙ КОНЕЧНОЙ СКОРОСТИ ЗАПУСКА ЛА

Конечная скорость запуска на опорную орбиту является одновременно начальной скоростью орбитального полета, поэтому она определяется через заданные параметры орбиты выведения ЛА.

А. Расчет орбитальных скоростей движения КЛА приведен подробно в курсе лекций и работах [3, 6]. Обычно вывод КЛА производится в перигей орбиты и в направлении, совпадающем с местной горизонталью.

Начальные орбитальные скорости V_0 при запуске в перигее на круговую, эллиптическую, параболическую или гиперболическую орбиты рассчитываются по формулам:

$$V_{кр} = \sqrt{\frac{k}{R + H_0}}; \quad V_{элл} = V_{кр} \sqrt{2 - \frac{r_{\pi}}{a}};$$

$$V_{пар} = \sqrt{2} V_{кр}; \quad V_{гип} = \sqrt{V_{пар}^2 + V_{\infty}^2},$$

где $k = 3,98602 \cdot 10^5 \text{ км}^3/\text{с}^2$ — гравитационный параметр Земли;

$R = 6371 \text{ км}$ — средний радиус Земли;

H_0 — заданная высота круговой орбиты или ее перигея;

$r_{\pi} = R + H_0$ — радиус перигея орбиты выведения;

$a = 0,5 (r_{\pi} + r_{\alpha})$ — большая полуось эллиптической орбиты;

r_{α} — радиус апогея орбиты выведения;

V_{∞} — гиперболический избыток скорости при выходе из гравитационного поля Земли.

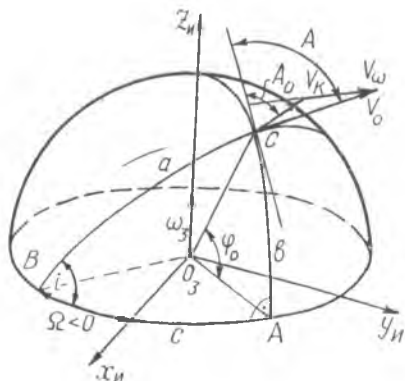


Рис. 2. Определение азимута стрельбы

Для определения азимута стрельбы A_0 необходимо вычислить угол между плоскостью опорной орбиты и местным меридианом пункта старта (рис. 2) из формулы косинусов углов сферического прямоугольного треугольника ABC: $A = \arcsin(\cos i / \cos \varphi_0)$. Скорость полета в конце участка выведения на промежуточную орбиту относительно стартовой

системы координат определяется из формулы

$$V_k = \sqrt{V_0^2 + V_m^2 - 2V_0V_m \sin A},$$

где V_0 — орбитальная скорость на промежуточной орбите;

$V_m = \omega_3 R \cos \varphi_0$ — скорость стартового стола, обусловленная вращением Земли; $\omega_3 = 7,2921 \cdot 10^{-5}$ 1/с — угловая скорость вращения Земли; $R = 6371$ км — средний радиус Земли.

Азимут стрельбы вычисляется по формуле

$$A_0 = \arccos \left(\frac{V_0}{V_k} \cos A \right).$$

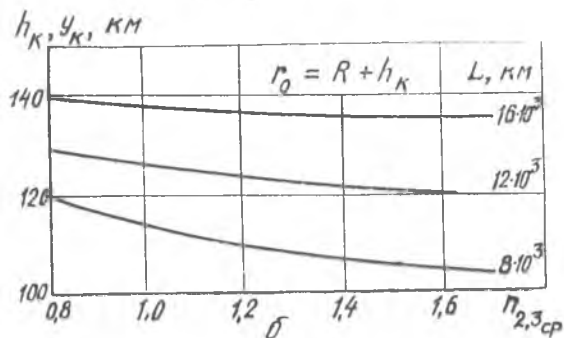
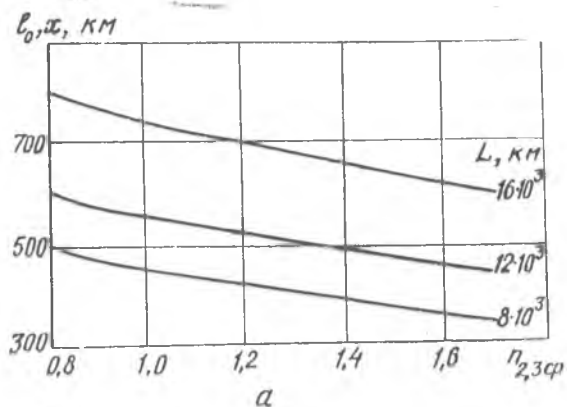


Рис. 3. Зависимости дальности (a) и высоты (b) активного участка от тяговооруженности верхних ступеней и дальности полета

Б. Теория орбитального полета БЛА и ее приложения подробно приведены в работе [5]. Для определения оптимальных величины и направления скорости в конце активного участка, обеспечивающих максимальную дальность баллистического полета, можно использовать схему решения третьей задачи баллистики, по которой определяются последовательно:

угловая дальность

$$\beta = \frac{L - l_0}{R};$$

оптимальный угол наклона траектории в конце активного участка:

$$\operatorname{tg} 2 \Theta_{\text{opt}} = \frac{R \sin \beta}{r_0 - R \cos \beta};$$

минимальная безразмерная скорость $v_{0 \text{ min}} = 2 \operatorname{tg} \frac{\beta}{2} \operatorname{tg} \Theta_{\text{opt}}$;

минимальная скорость бросания $V_{0 \text{ min}} = \sqrt{k v_{0 \text{ min}} / r_0}$.

В этих формулах L , l_0 и r_0 — соответственно полная дальность полета по поверхности Земли, дальность и радиус конца активного участка выведения. Последние два параметра приближенно определяются по графикам рис. 3, полученным обработкой многочисленных поверочных расчетов.

1.1. ОЦЕНКА ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ВОЗМОЖНОСТЕЙ НОСИТЕЛЯ

Оценка энергетических возможностей носителя производится с целью проверки выполнимости задачи выведения носителем номинальной полезной нагрузки на опорную орбиту. Запасы топлива в ускорителях, конструктивно-компоновочная схема ракеты и удельные характеристики двигательной установки определяют располагаемую характеристическую скорость. *Располагаемой характеристической скоростью носителя* называют скорость, которую теоретически может он развить под действием реактивных сил, двигаясь прямолинейно в вакууме при отсутствии гравитации. Эта скорость определяется известной формулой Циолковского:

$$V_{x \text{ расп}} = \sum_{i=1}^n V_{\text{пл}i} = \sum_{i=1}^n u_i \ln z_i,$$

где $u_i = P_{\text{уд}i}$ — эффективная скорость истечения газов;
 n — число ступеней ракеты.

При вычислении $V_{x \text{ расп}}$ следует зафиксировать характеристические скорости каждой ступени в отдельности, которые могут служить верхней оценкой развиваемых каждой ступенью приращений скорости.

Поставленная задача выведения ЛА на опорную орбиту определяет необходимые запасы топлива носителя и, следовательно, потребную для запуска характеристическую скорость.

Найдем сначала идеальную потребную характеристическую скорость запуска. *Идеальной потребной характеристической скоростью запуска* называется скорость, которая должна быть сообщена ЛА на поверхности Земли мгновенным импульсом, чтобы ЛА вышел без сопротивления атмосферы в точку, соответствующую концу активного участка, с заданной орбитальной скоростью V_0 . Эта скорость определяется с помощью интеграла энергии:

$$V_{X_{ид}} = \sqrt{V_0^2 + \frac{2k}{R} \left(1 - \frac{R}{R+H_0} \right)}.$$

А. Идеальные характеристические потребные скорости запуска КЛА на круговую, эллиптическую, параболическую и гиперболическую орбиты вычисляются соответственно по следующим формулам:

$$V_{X_{кр}} = \sqrt{\frac{k}{R+H_0}} \sqrt{\frac{2(R+H_0)}{R} - 1} = V_{кр H_0} \sqrt{\frac{2(R+H_0)}{R} - 1};$$

$$V_{X_{эл}} = \sqrt{\frac{k}{R} \left(2 - \frac{R}{a} \right)} = V_I \sqrt{2 - \frac{R}{a}}; \quad (1.1)$$

$$V_{X_{пар}} = \sqrt{\frac{2k}{R}} = V_{II};$$

$$V_{X_{гип}} = \sqrt{\frac{2k}{R} + V_\infty^2} = \sqrt{V_{II}^2 + V_\infty^2},$$

где V_I и V_{II} — первая и вторая космические скорости.

Б. Идеальная характеристическая потребная скорость за пуска БЛА, для которого $V_0 = V_{0 \min}$, определится по формуле

$$V_{X_{БЛА}} = \sqrt{V_{0 \min}^2 + \frac{2k}{R} \left(1 - \frac{R}{r_0} \right)}. \quad (1.2)$$

При запуске КЛА и БЛА имеют место потери скорости от действия силы тяжести за конечное время запуска, силы сопротивления атмосферы, за счет уменьшения тяги вследствие противодавления атмосферы и потери на программное управление углом атаки. Вместе с тем за счет вращения Земли можно получить выигрыш в скорости выведения, который зависит от географических условий старта: $\Delta V_{вр} = 465 \cos \varphi_0 \sin A_0$.

Потребную характеристическую скорость запуска с учетом этих поправок можно рассчитать по формуле

$$V_{X_{порт}} = V_{X_{ид}} + \Delta V_{G1} + \Delta V_{Xa} + \Delta V_P + \Delta V_{G2} + \Delta V_{a2} - \Delta V_{вр};$$

здесь $V_{X_{ид}}$ — идеальная потребная характеристическая ско-

рость, которая определяется по одной из формул (1.1) для КЛА или по формуле (1.2) для БЛА.

Потери скорости приближенно определяются по вспомогательным таблицам или графикам, составленным для проекторочных расчетов на основании обработки массовых расчетов и представленным в работе [4].

Гравитационные потери скорости при движении первой ступени рассчитываются по формуле

$$\Delta V_{G1} = \frac{P_{уд01}}{n_{01}} I_{g1}(a_{k1}, \Theta_{k1}),$$

где n_{01} и $P_{уд01}$ — начальная тяговооруженность и удельная тяга двигателей 1-й ступени на уровне Земли;

a_{k1} — коэффициент заполнения топливом ускорителя 1-й ступени;

Θ_{k1} — угол наклона траектории в конце работы 1-й ступени (см. примечание);

$I_{g1} = \int_0^{a_{k1}} \sin \theta da$ — вспомогательная функция, определяемая по табл. 2.

Таблица 2

Таблица функции $I_{g1}(a_{k1}, \Theta_{k1})$

a_{k1}	$I_{g1}(a_{k1})$ при Θ_{k1}					
	20°	25°	30°	35°	40°	45°
0.50	0.352	0.371	0.388	0.405	0.422	0.436
0.55	0.369	0.392	0.414	0.436	0.454	0.471
0.60	0.386	0.413	0.438	0.463	0.486	0.506
0.65	0.404	0.434	0.464	0.491	0.518	0.542
0.70	0.421	0.455	0.488	0.520	0.560	0.577
0.75	0.438	0.477	0.513	0.548	0.582	0.612
0.80	0.455	0.498	0.538	0.577	0.614	0.645
0.85	0.472	0.519	0.563	0.606	0.646	0.683
0.90	0.488	0.540	0.588	0.634	0.678	0.718

Потеря скорости на лобовое сопротивление при движении i -й ступени находится по формуле

$$\Delta V_{Xa} = \frac{P_M^3}{P_M} \frac{I_{x1}(a_{k1})}{\sqrt[3]{\sin^2 \Theta_{k1}}} n_{01},$$

где $I_{x1}(a_{k1})$ — вспомогательная функция, определяемая по графику (рис. 4);

$p_m^2 = 12 \text{ т/м}^2$ — эталонная начальная нагрузка на мидель ракеты;
 p_m — нагрузка на мидель рассчитываемой ракеты.

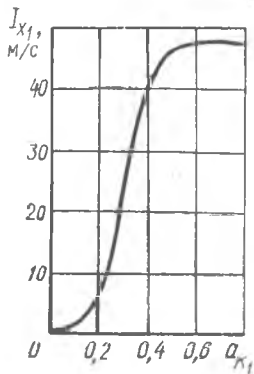


Рис. 4. Зависимость I_{x1} от a_{K1}

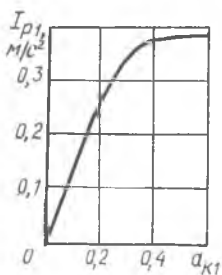


Рис. 5. Зависимость I_{p1} от a_{K1}

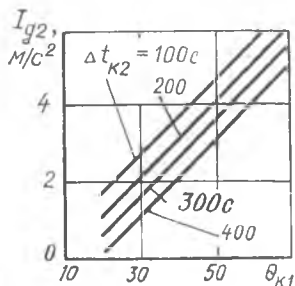


Рис. 6. Зависимость I_{G2} от θ_{K1} и Δt_{K2}

Потеря скорости на статическое противодавление, связанное с изменением тяги в зависимости от высоты, рассчитывается по формуле

$$\Delta V_P = - \frac{\lambda - 1}{(\lambda^2 - 1) g_0} P_{уд01} I_{p1}(a_{K1}),$$

где λ — степень высотности сопла рассматриваемой ракеты;
 $\lambda^2 = 1,15$ — степень высотности сопла эталонной ракеты;
 $I_{p1}(a_{K1})$ — вспомогательная функция, определяемая по графику рис. 5.

Гравитационные потери скорости при движении верхних ступеней носителей КЛА и БЛА рассчитываются различным образом:

1. Для двухступенчатого носителя КЛА в случае непрерывного выведения на круговую орбиту

$$\Delta V_{G2} = t_{K2} I_{G2}(\theta_{K1}, t_{K2}),$$

где t_{K2} — время работы двигателей второй ступени;

I_{G2} — вспомогательная функция, определяемая по графику рис. 6.

2. Для носителя БЛА на второй и третьей ступенях угол наклона траектории изменяется слабо $\theta \approx \theta_{opt}$, поэтому гравитационные потери определяются формулами

$$\Delta V_{G2} = \int_0^{t_{K2}} g \sin \theta dt \approx g_{cp} t_{K2} \sin \theta_{opt};$$

$$\Delta V_{G3} = g_{cp} t_{K3} \sin \theta_{opt}$$

Потеря скорости на программное управление углом атаки имеет место при движении верхних ступеней РН КЛА и определяется для двухступенчатого носителя с ЖРД по формуле

$$\Delta V_{\alpha 2} = t_{k2} n_{o2} I_{\alpha 2}(\Theta_{k1}, t_{k2}),$$

где $I_{\alpha 2}$ — вспомогательная функция, определяемая по графику рис. 7. При запуске БЛА потери скорости на программное управление не учитываются.

Знание располагаемой и потребной характеристических скоростей позволяет теперь оценить энергетические возможности выведения носителем полезной нагрузки на заданную опорную орбиту. Условием успешного выведения номинальной

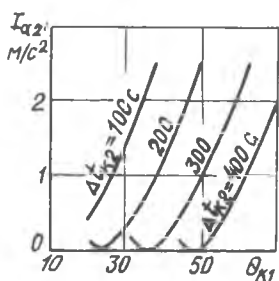


Рис. 7. Зависимость $I_{\alpha 2}$ от Θ_{k1} и $\Delta t_{\alpha 2}$

полезной нагрузки является $V_{X \text{ расп}} \geq V_{X \text{ потр}}$. В случае $V_{X \text{ расп}} > V_{X \text{ потр}}$ следует ожидать, что на заданную орбиту носитель сможет вывести полезную нагрузку, большую номинальной. Если $V_{X \text{ расп}} < V_{X \text{ потр}}$, то запасов топлива для выведения номинальной полезной нагрузки недостаточно.

В том и другом случаях в конце расчета траектории следует определить величину полезной нагрузки, которую сможет вывести носитель на орбиту, указанную в задании.

Примечание. При запуске КЛА ориентировочно можно принимать значения угла наклона траектории Θ_{k1} в конце работы первой ступени в зависимости от высоты выведения H_0 :

Высота орбиты, км	185	200	250	300	400	500
Угол наклона траектории в конце первой ступени, град	20	25	28	30	35	40

Если на 1-й ступени установлены твердотопливные ускорители с корогким временем работы, то следует ориентировочно принимать значение угла наклона траектории в конце работы второй ступени $\Theta_{k2} = 0,5 \Theta_{k1}$, где Θ_{k1} — берется в зависимости от высоты орбиты.

При запуске БЛА угол Θ_{k1} должен превышать потребный оптимальный угол бросания Θ_{opt} на $4-10^\circ$ в зависимости от тяговооруженности второй ступени: $\Theta_{k1} = \Theta_{opt} + \Delta \Theta$, где $\Delta \Theta = 4-6^\circ$ для $n_{o2} = 3,0-1,8$; $\Delta \Theta = 6-10^\circ$ для $n_{o2} = 1,8-1,25$.

2. РАСЧЕТ ПРОГРАММНОЙ ТРАЕКТОРИИ ПЕРВОЙ СТУПЕНИ НОСИТЕЛЯ

2.1. СИСТЕМА ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ДВИЖЕНИЯ

При поверочно-проектировочном расчете траектории первой ступени рассматривается движение ЛА относительно стартовой системы координат в вертикальной плоскости и принимаются следующие допущения: пренебрегают переносной и кориолисовой силами инерции, поле силы тяжести принимается однородным и плоскопараллельным, секундный расход массы принимается постоянным.

Система дифференциальных уравнений в проекциях на оси траекторной системы координат с учетом принятых допущений имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= g_0 (n_{xк} - \sin \Theta), & V_0 &= 0; \\ \dot{\Theta} &= \frac{g_0}{V} (n_{yк} - \cos \Theta), & \Theta_0 &= \pi/2; \\ \dot{x} &= V \cos \Theta, & x_0 &= 0; \\ \dot{y} &= V \sin \Theta, & y_0 &= 0; \end{aligned} \quad (2.1)$$

$$\begin{aligned} \text{где } n_{xк} &= \frac{P - X_a}{m g_0}; & n_{yк} &= \alpha^\circ \frac{(P/57,296) + Y_a^{\alpha^\circ}}{m g_0}; \\ m &= m_0 - |\dot{m}| t; & P &= P_u - (P_\pi - P_0) \frac{p(y)}{p_0}; \end{aligned} \quad (2.2)$$

$$X_a = C_{xa} q S; \quad Y_a^{\alpha^\circ} = C_{ya}^{\alpha^\circ} q S.$$

Параметры атмосферы, использующиеся при вычислении подъемной силы и лобового сопротивления, заданы таблицами стандартной атмосферы (СА) [2] в виде зависимостей плотности ρ , температуры T , давления p и скорости звука a от высоты.

При расчете на ЭЦВМ эти таблицы можно ввести в память машины, а значения параметров атмосферы определять интерполяцией по этим таблицам. Однако делать это нерационально, так как таблицы СА займут много места в памяти ЭЦВМ.

Изберем другой путь для определения параметров атмосферы. Для определения атмосферного давления будем интегрировать дополнительно дифференциальное уравнение равновесия атмосферы:

$$\frac{d p}{d t} = -g \rho \frac{d y}{d t} = -\frac{g p}{R T} \frac{d y}{d t}, \quad p_0 = 101,360 \text{ кН/м}^2, \quad (2.3)$$

где $R = 287,05 \text{ м}^2/\text{с}^2 \text{ град}$ — универсальная газовая постоянная.

Входящая в это уравнение функция $T(y)$ по СА состоит из линейных участков, просто задается и вычисляется (см. с. 8).

Скоростной напор выражается через давление и число М:

$$q = \frac{\rho V^2}{2} = \frac{\kappa}{2} \rho M^2; \quad \kappa = 1,405,$$

скорость звука вычисляется через температуру:

$$a = \sqrt{\kappa RT} = 19,75 \sqrt{T}.$$

Через прсектные параметры первой ступени величины (2.2), стоящие в правых частях дифференциальных уравнений, а также время работы двигателя определяются по формулам

$$n_x = \frac{P - X_a}{m g_0} = \frac{n_{01} \left[\lambda - (\lambda - 1) \frac{p}{p_0} \right] - \frac{1}{g_0 \rho_M} C_x q}{1 - \frac{n_{01} g_0}{P_{y_{до1}}} t}; \quad (2.4)$$

$$n_y = \alpha^0 \frac{(P/57,296) + Y_a^{\alpha^0}}{m g_0} = \alpha^0 \frac{\frac{n_{01}}{57,296} \left[\lambda - (\lambda - 1) \right] + \frac{1}{g_0 \rho_M} C_{y_{до1}}^{\alpha^0}}{1 - \frac{n_{01} g_0}{P_{y_{до1}}} t}; \quad (2.5)$$

$$t_{*1} = \frac{z_1 - 1}{z_1} \frac{P_{y_{до1}}}{n_{01} g_0}. \quad (2.6)$$

2.2. ПОСТРОЕНИЕ ПРОГРАММЫ ПОЛЕТА ПЕРВОЙ СТУПЕНИ

При выборе программы полета носителя на активном участке необходимо обеспечить полезной нагрузке максимально возможную конечную скорость для заданных конечных значений угла наклона траектории и высоты с учетом необходимых ограничений, наложенных условиями старта, аэродинамикой, прочностью конструкции и возможностями системы управления.

Большинство ограничений наложены на движение первой ступени [5, с. 279], поэтому оптимальная программа движения первой ступени строится по ограничениям. Единственная возможность оптимизации заключается в варьировании участка ненулевых углов атаки.

В соответствии с ограничениями траектория первой ступени разделяется на характерные участки (рис. 8).

Стартовый вертикальный участок возможно короткой длительности, продолжительность которого определяется временем, необходимым, чтобы развить достаточную для эффективного действия органов управления скорость $V_1 \cong 50$ м/с. Этот момент времени t_1 может быть приближенно определен из второй фор-

мулы Циолковского, которая является трансцендентным уравнением относительно t_1 :

$$V_1 = P_{уд01} \ln \frac{1}{1 - \frac{n_{01} g_0}{P_{уд01}} t_1} - g_0 t_1. \quad (2.7)$$

Программа на вертикальном участке: $\alpha = 0$ ($\varphi = \Theta = \pi/2$).

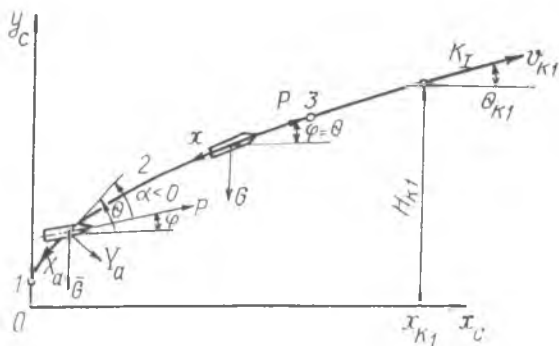


Рис. 8. Основные участки траектории первой ступени

Начальный участок разворота, на котором система управления быстро отклоняет продольную ось носителя до заданного максимального отрицательного угла атаки α_m , затем постепенно уменьшает угол атаки до нулевого или пренебрежимо малого значения.

Длительность этого участка определяется моментом времени t_2 , когда достигается скорость $V_2 = 270$ м/с, соответствующая $M_2 = 0,8$. Этот момент времени приблизительно рассчитывается также из уравнения Циолковского:

$$V_2 = P_{уд01} \ln \frac{1}{1 - \frac{n_{01} g_0}{P_{уд01}} t_2} - g_0 t_2. \quad (2.8)$$

Программа изменения угла атаки может быть взята в виде непрерывной функции (рис. 9):

$$\alpha = -\alpha_m \sin^2 \frac{\pi (t - t_1)}{(t - t_1) + k (t_2 - t)}, \quad (2.9)$$

где $k = \frac{t_m - t_1}{t_2 - t_m} = \frac{1}{4}$;

t_m — момент времени, когда достигается минимум угла атаки.

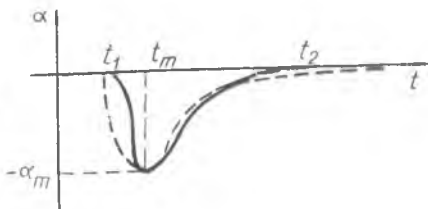


Рис. 9. Программы изменения угла атаки

Зависимость (2.9) определяет семейство программ, зависящих от одного параметра α_m . Варьированием этого параметра α_m определяется программа, обеспечивающая в конце работы первой ступени нужный угол наклона траектории $\Theta_{к1}$.

Угол α_m ориентировочно можно определить по графикам рис. 10, 11 в зависимости от заданного $\Theta_{к1}$ и от тяговооруженности ступени n_{01} . Выбрав шаг варьирования $\Delta \alpha_m$ в окрестности α_m , по результатам расчетов траектории на ЭЦВМ следует построить для заданного носителя график $\Theta_{к1}(\alpha_m)$, по которому определяется уточненное значение α_m . Для найденного значения α_m окончательно выполняется расчет траектории первой ступени.

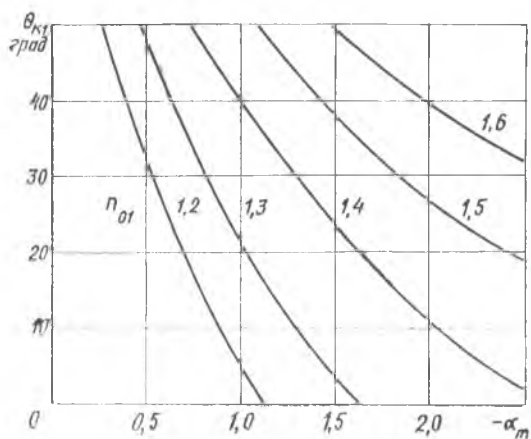


Рис. 10. Зависимость $\Theta_{к1}$ от α_m

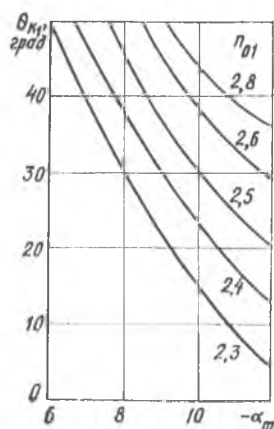


Рис. 11. Зависимость $\Theta_{к1}$ от α_m для больших n_{01}

На участке гравитационного разворота, на котором угол атаки равен нулю, искривление траектории носителя происходит только под действием силы тяжести. За это время носитель проходит околозвуковой диапазон скоростей и совершает разгон до гиперзвуковых скоростей, одновременно преодолевая плотные слои атмосферы с минимальным лобовым сопротивлением.

Для многоступенчатых носителей КЛА и БЛА этим участком заканчивается программа первой ступени. В конце участка гравитационного разворота носитель выйдет на определенную высоту $y_{к1} = H_{к1}$, разовьет скорость $V_{к1}$ и будет иметь заданный угол наклона траектории $\Theta_{к1}$, которые являются начальными условиями для построения программы и расчета траектории второй ступени.

2.3. РАСЧЕТ ТРАЕКТОРИИ ПЕРВОЙ СТУПЕНИ НА ЭЦВМ

Система дифференциальных уравнений (2.1) и (2.3) дополняется машинным уравнением $(dt/dt) = 1$ и записывается в виде

$$\frac{dx_i}{dt} = f_i(x_1, x_2, \dots, x_n), \quad i = 1, \dots, n; \quad n = 6, \quad (2.11)$$

где $x_1 = t$, $x_2 = V$, $x_3 = \Theta$, $x_4 = x$, $x_5 = y$, $x_6 = p$.

Интегрирование системы (2.11) выполняется методом Рунге—Кутты 4 порядка с постоянным шагом интегрирования h по формулам

$$\begin{aligned} x_{k+1,i} &= x_{ki} + \frac{1}{6} k_{1i} + \frac{1}{3} k_{2i} + \frac{1}{3} k_{3i} + \frac{1}{6} k_{4i}; \\ k_{1i} &= hf_i(x_{k1}, \dots, x_{kn}); \\ k_{2i} &= hf_i\left(x_{k1} + \frac{k_{11}}{2}, \dots, x_{kn} + \frac{k_{1n}}{2}\right); \\ k_{3i} &= hf_i\left(x_{k1} + \frac{k_{21}}{2}, \dots, x_{kn} + \frac{k_{2n}}{2}\right); \\ k_{4i} &= hf_i(x_{k1} + k_{31}, \dots, x_{kn} + k_{3n}). \end{aligned} \quad (2.12)$$

Основу программы расчета на ЭЦВМ составляет стандартная программа интегрирования системы дифференциальных уравнений методом Рунге—Кутты, которая многократно обращается к подпрограмме вычисления правых частей уравнений.

В программу расчета также включены: решение трансцендентных уравнений (2.7) и (2.8) для определения длительности вертикального участка t_1 и момента окончания участка начального разворота t_2 , определение времени работы первой ступени $t_{к1}$.

Для выполнения расчета траектории необходимо подготовить и ввести в ЭЦВМ следующий числовой материал: основные проектные параметры первой ступени; границы диапазона чисел M и интервал ΔM ; коэффициенты лобового сопротивления C_x в диапазоне $M=0..5$ с интервалом $\Delta M=0,2$; средний коэффициент наклона кривой подъемной силы C_y^x ср; границы диапазона варьирования угла атаки α_m^{\min} , α_m^{\max} и интервал $\Delta \alpha_n$.

В результате интегрирования на печать выдаются значения фазовых координат x_i (интегрируемых переменных) и основные характеристики движения: число M , скоростной напор q , угол атаки α , поперечная n_y и продольная n_x перегрузки, тяга двигателя P . По этим данным строятся графики зависимости от времени скорости $V(t)$, числа $M(t)$, скоростного напора $q(t)$, высоты $y(t)$ и дальности $x(t)$ полета, продольной $n_x(t)$ и попереч-

ной $n_y(t)$ перегрузок (рис. 12), а также график зависимости скоростного напора от высоты $q(y)$ и траектория $y = f(x)$.

Кроме того, необходимо построить программу полета первой ступени $\alpha(t)$ и графики угла наклона траектории $\Theta(t)$, угла тангажа $\theta(t)$ (рис. 13) и график $\Theta_{к1}(\alpha_m)$ (см. рис. 10).

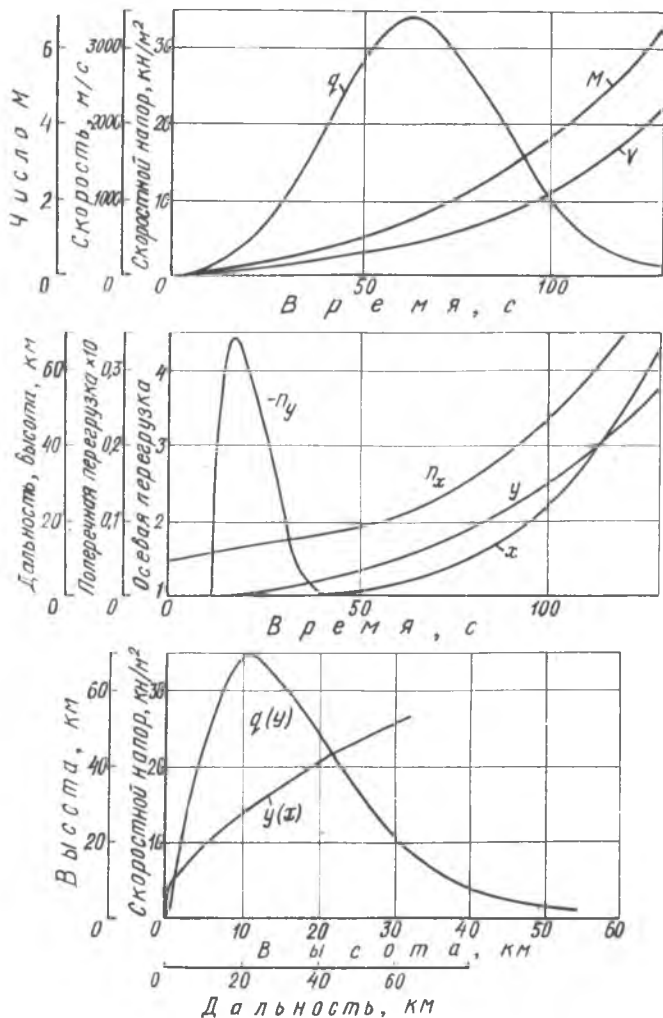


Рис. 12. Результаты расчета движения первой ступени

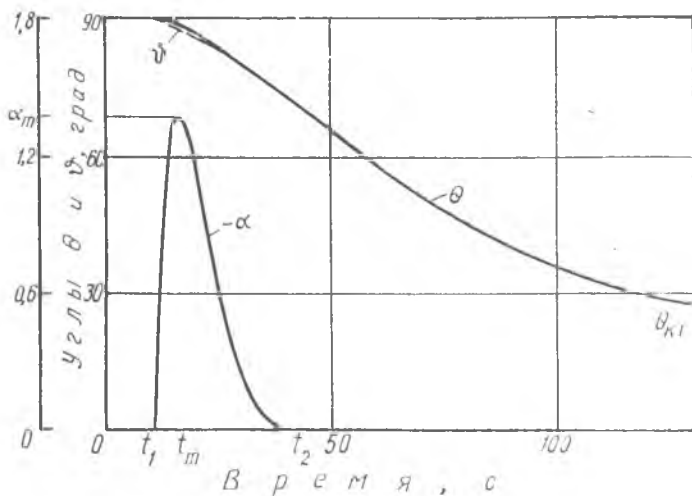


Рис. 13. Программы движения первой ступени

• 3. РАСЧЕТ ОПТИМАЛЬНОЙ ТРАЕКТОРИИ СТУПЕНЕЙ НОСИТЕЛЯ, ДВИЖУЩИХСЯ В РАЗРЕЖЕННОЙ АТМОСФЕРЕ

• 3.1. ВЫБОР СХЕМЫ ВЫВЕДЕНИЯ

Перед началом расчета движения верхних ступеней носителя, работающих в разреженных слоях атмосферы ($H > 50$ км), необходимо произвести выбор схемы выведения. В зависимости от структуры и назначения носителя могут встретиться следующие варианты схем выведения на опорную орбиту.

А. Носитель для вывода КЛА обеспечивает выведение на заданную высоту $H_{орб}$ с заданным углом наклона траектории $\Theta_{орб}$ (при выводе на круговую орбиту или в перигей орбиты $\Theta_{орб} = 0$).

В а р и а н т 1. Вывод на орбиту обеспечивает одна верхняя (вторая) ступень двухступенчатого носителя с ЖРД. При выборе программы движения решается двухпараметрическая крайняя задача выведения ($H_k = H_{орб}$, $\Theta_k = \Theta_{орб}$).

В а р и а н т 2. Вывод на орбиту завершают две верхние ступени трехступенчатого носителя с ЖРД. Промежуточная ступень обеспечивает постепенное уменьшение угла наклона траектории до $\Theta_{к2} = (1/3 \dots 1/4) \Theta_{к1}$. При выборе программы движения этой ступени решается однопараметрическая крайняя

$$\left. \begin{aligned} \dot{u} &= p \cos \varphi - v^2 x, \\ \dot{\omega} &= p \sin \varphi - g_0 + 2v^2 y, \\ x &= u, \quad \dot{y} = \omega, \end{aligned} \right\} \quad (3.1)$$

где $p = \frac{P}{m} = \frac{n_0 g_0}{1 - \beta t} = \frac{n_0 g_0}{1 - a \xi}$ — ускорение силы тяги;

$\beta = \frac{\dot{m}}{m} = \frac{n_0 g_0}{P_{\text{удп}}}$ — относительный секундный расход топлива;

$a = m_{\tau}/m$ — коэффициент наполнения топливом ступени;

$\xi = t/t_{\kappa}$ — базразмерное время;

m_{τ}, m — масса топлива и начальная масса ступени;

t_{κ} — время работы ступени;

$v^2 = g_0/R$.

Начальные условия выражаются через параметры, полученные в конце траектории предыдущей ступени:

$$u_0 = V_{\kappa 1} \cos \Theta_{\kappa 1}, \quad \omega_0 = V_{\kappa 1} \sin \Theta_{\kappa 1}, \quad x_0 = x_{\kappa 1}, \quad y_0 = y_{\kappa 1}.$$

Конечные условия зависят от варианта схемы выведения и обсуждены в п. 3.1.

В качестве приближенно-оптимальной программы угла тангажа примем программу, полученную из решения вариационной задачи движения верхней ступени в плоскопараллельном гравитационном поле вне атмосферы [7]:

$$\operatorname{tg} \varphi = \operatorname{tg} \varphi_0 + Bt, \quad \text{где } B = b/t_{\kappa}.$$

После подстановки этого закона изменения угла тангажа и интегрирования дифференциальных уравнений движения получим формулы [3, с. 4] для двухступенчатого носителя:

$$\left. \begin{aligned} u_{\kappa} &= C_2 + n_0 g_0 t_{\kappa} I_2(a, b, \varphi_0) + \Delta u, \quad C_2 = u_0, \\ \omega_{\kappa} &= C_1 + n_0 g_0 t_{\kappa} I_1(a, b, \varphi_0) + \Delta \omega, \quad C_1 = \omega_0 - g_0 t_{\kappa}, \\ x_{\kappa} &= C_4 + n_0 g_0 t_{\kappa}^2 I_4(a, b, \varphi_0) + \Delta x, \quad C_4 = x_0 + u_0 t_{\kappa}, \\ y_{\kappa} &= C_3 + n_0 g_0 t_{\kappa}^2 I_3(a, b, \varphi_0) + \Delta y, \quad C_3 = y_0 + \omega_0 t_{\kappa} - \frac{g_0 t_{\kappa}^2}{2}, \end{aligned} \right\} \quad (3.3)$$

$$\left. \begin{aligned} \Delta u &= -v^2 (C_6 + n_0 g_0 t_{\kappa}^3 I_6), \quad C_6 = x_0 t_{\kappa} + u_0 \frac{t_{\kappa}^2}{2}, \\ \Delta \omega &= 2v^2 (C_5 + n_0 g_0 t_{\kappa}^3 I_5), \quad C_5 = y_0 t_{\kappa} + \omega_0 \frac{t_{\kappa}^2}{2} - g_0 \frac{t_{\kappa}^3}{6}, \\ \Delta x &= -v^2 (C_8 + n_0 g_0 t_{\kappa}^4 I_8), \quad C_8 = x_0 \frac{t_{\kappa}^2}{2} + u_0 \frac{t_{\kappa}^3}{6}, \\ \Delta y &= 2v^2 (C_7 + n_0 g_0 t_{\kappa}^4 I_7), \quad C_7 = y_0 \frac{t_{\kappa}^2}{2} + \omega_0 \frac{t_{\kappa}^3}{6} - g_0 \frac{t_{\kappa}^4}{24}. \end{aligned} \right\} \quad (3.4)$$

Конечные параметры движения второй ступени вычисляются через координаты и проекции скорости относительно стартовой системы координат по формулам:

$$H_k = y_k + \frac{x_k^2}{2R}; \quad \operatorname{tg} \delta_k = \frac{x_k}{R + y_k};$$

$$\Theta_k = \delta_k + \operatorname{arctg} \frac{\omega_k}{u_k}, \quad V_k = \sqrt{u_k^2 + \omega_k^2}. \quad (3.5)$$

Таблицы интегралов I_1, \dots, I_8 приведены в работе [3] или в учебном пособии кафедры. Таблицы построены для ряда фиксированных значений коэффициента наполнения топливом a ступени.

При расчете движения верхней ступени носителя КЛА действительный коэффициент a может не совпадать с табличными. Для облегчения работы с таблицами следует определить время работы ступени t'_k , соответствующее ближайшему меньшему табличному значению коэффициента a' , $t'_k = t_k a' / a$. Именно по этому времени работы ступени следует решать задачу подбора параметров программы угла тангажа (см. п. 3.3) и определять конечные параметры движения ступени [см. формулы (3.3) — (3.5)].

3.3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ОПТИМАЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ УГЛА ТАНГАЖА ВТОРОЙ СТУПЕНИ ДВУХСТУПЕНЧАТОГО НОСИТЕЛЯ КЛА

При подборе оптимальной программы движения верхней ступени носителя необходимо определить два параметра φ_0 и b из условия получения в конце работы ступени заданных высоты $H_{\text{орб}}$ и угла наклона траектории к местному горизонту $\Theta_{\text{орб}}$.

Рассматриваемая двухпараметрическая краевая задача решается методом последовательных приближений с использованием таблиц интегралов I_1, \dots, I_8 . Предварительно необходимо рассчитать все величины, которые не изменяются при последовательных приближениях: $C_1, C_2, \dots, C_8; n_0 g_0 t_k, n_0 g_0 t_k^2, n_0 g_0 t_k^3, n_0 g_0 t_k^4$. Для начала расчета нужно задать параметры программы начального приближения. За начальное приближение можно принять программу, при которой отсутствует скачок угла тангажа в начале работы второй ступени, а угол атаки стремится к нулю в конце работы двигателя, т. е.

$$\varphi_0^{(0)} = \varphi_{k0} \cong \Theta_k; \quad \varphi_k^{(0)} = \Theta_{\text{орб}},$$

$$b^{(0)} = \operatorname{tg} \varphi_k^{(0)} - \operatorname{tg} \varphi_0^{(0)}.$$

Последовательные приближения выполняются по следующему алгоритму:

«i» приближение

1. По таблицам [3] для принятых $b^{(i-1)}$ и $\varphi_0^{(i-1)}$ определяем интегралы $I_2^{(i)}$, $I_4^{(i)}$, I_5 , ..., I_8 и вычисляем

$$x_k^{(i)} = C_4 + n_0 g_0 t_k^2 I_4^{(i)} + \Delta x, \quad u_k^{(i)} = C_2 + n_0 g_0 t_k I_2^{(i)} + \Delta u.$$

2. Исходя из заданных значений высоты $H_{\text{орб}}$ и угла наклона траектории $\Theta_{\text{орб}}$, по формулам (3.5) определяем

$$y_k^{(i)} = H_{\text{орб}} - \frac{(x_k^{(i)})^2}{2R}, \quad \text{tg } \delta_k^{(i)} = \frac{x_k^{(i)}}{R + y_k^{(i)}},$$

$$w_k^{(i)} = u_k^{(i)} \text{tg} (\Theta_{\text{орб}} - \delta_k^{(i)}).$$

3. Находим потребное значение интегралов I_1 и I_3 :

$$I_1^{(i)} = \frac{w_k^{(i)} - C_1 - \Delta w}{n_0 g_0 t_k}, \quad I_3^{(i)} = \frac{y_k^{(i)} - C_3 - \Delta y}{n_0 g_0 t_k^2}.$$

4. Из таблиц интегралов $I_1(a, b, \varphi_0)$ с использованием линейной интерполяции находим для нужного значения $I_1^{(i)}$ ту пару параметров $b^{(i)}$ и $\varphi_0^{(i)}$, для которой интеграл I_3 равен вычисленному значению $I_3^{(i)}$.

Примечания. При расчете первого приближения поправки Δx , Δy , Δu , Δw можно не учитывать. Поправки Δx , Δy , Δu , Δw , вычисленные для второго приближения, можно принять постоянными для последующих приближений. Во избежание повторения излишних записей расчет целесообразно вести в табличной форме (табл. 3). С достаточной степенью точности расчет параметров программы завершается третьим приближением.

• 3.4. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ
УГЛА ТАНГАЖА ВТОРОЙ СТУПЕНИ НОСИТЕЛЯ
ПРИ ЗАПУСКЕ БЛА

Оптимальной программой полета верхних ступеней носителя БЛА на максимальную дальность является программа постоянного угла тангажа ($\varphi = \varphi_0$, $b = 0$). Необходимое значение угла $\varphi = \varphi_0$ должно быть выбрано так, чтобы обеспечивалось условие для конечного угла наклона траектории:

$$\Theta_{\text{орб}} = \Theta_{\text{opt}}(L) \quad \text{при } t = t_k.$$

Рассматриваемая однопараметрическая краевая задача запуска БЛА решается методом последовательных приближений. Предварительно необходимо рассчитать все величины, которые не изменяются при последовательных приближениях:

$$C_1, C_2, \dots, C_8; n_0 g_0 t_k, n_0 g_0 t_k^2, n_0 g_0 t_k^3, n_0 g_0 t_k^4.$$

Расчетные формулы	Приближение		
	1	2	3
$I_2(a, b, \varphi_0)$			
$I_4(a, b, \varphi_0)$			
$I_5(a, b, \varphi_0)$			
$I_6(a, b, \varphi_0)$			
$I_7(a, b, \varphi_0)$			
$I_8(a, b, \varphi_0)$			
$\Delta x = -v^2(C_8 + n_0 g_0 t_k^4 I_8)$			
$\Delta u = -v^2(C_6 + n_0 g_0 t_k^3 I_6)$			
$x_k = C_4 + n_0 g_0 t_k^2 I_4 + \Delta x$			
$u_k = C_2 + n_0 g_0 t_k I_2 + \Delta u$			
$y_k = H_{0p} + \frac{x_k^2}{2R}$			
$\delta_k = \arctg\left(\frac{x_k}{R + y_k}\right)$			
$w_k = u_k \operatorname{tg}(\Theta_{0p} - \delta_k)$			
$\Delta w = 2v^2(C_5 + n_0 g_0 t_k^3 I_5)$			
$\Delta y = 2v^2(C_7 + n_0 g_0 t_k^4 I_7)$			
$I_1 = \frac{w_k - C_1 - \Delta w}{n_0 g_0 t_k}$			
$I_3 = \frac{y_k - C_3 - \Delta y}{n_0 g_0 t_k^3}$			
b			
φ_0			

Интегралы, входящие в формулы для расчета конечных значений координат и проекций скорости (3.3), (3.4), вычисляются в элементарных функциях при $b = B = 0$ и имеют вид

$$I_1 = A \sin \varphi_0; \quad I_2 = A \cos \varphi_0; \quad I_3 = C \sin \varphi_0; \quad I_4 = C \cos \varphi_0; \\ I_5 = D \sin \varphi_0; \quad I_6 = D \cos \varphi_0; \quad I_7 = E \sin \varphi_0; \quad I_8 = E \cos \varphi_0, \quad (3.6)$$

где

$$A = \frac{1}{a} \ln \frac{1}{1-a}, \quad C = \frac{1}{a^2} \left[a - (1-a) \ln \frac{1}{1-a} \right]; \\ D = \frac{1}{a^2} \left[\frac{(1-a)^2}{2a} \ln \frac{1}{1-a} + \frac{3a-2}{4} \right]; \quad (3.7) \\ E = \frac{1}{a^2} \left\{ \frac{1}{6a^2} \left[(1-a)^3 \ln(1-a) + \frac{1-(1-a)^3}{3} \right] - \frac{1-a}{4} \right\}.$$

За начальное приближение программы принимаем $\varphi_0^{(0)} = \Theta_K$.

Последовательные приближения для решения однопараметрической краевой задачи выполняются по следующему алгоритму:

«i» приближение

1. Для принятого приближения $\varphi_0^{(i-1)}$ по формулам (3.6) и (3.7) определяем интегралы $I_2^{(i)}$, $I_3^{(i)}$, $I_4^{(i)}$, I_5 , ..., I_8 и вычисляем конечные параметры:

$$u_K^{(i)} = C_2 + n_0 g_0 t_K I_2^{(i)} + \Delta u;$$

$$x_K^{(i)} = C_4 + n_0 g_0 t_K^2 I_4^{(i)} + \Delta x;$$

$$y_K^{(i)} = C_3 + n_0 g_0 t_K^2 I_3^{(i)} + \Delta y.$$

2. Исходя из заданного значения оптимального угла бросания $\Theta_K = \Theta_{opt}$, определяем $\omega_K^{(i)}$:

$$\omega_K^{(i)} = u_K^{(i)} \operatorname{tg}(\Theta_{opt} - \delta_K^{(i)}), \quad \operatorname{tg} \delta_K^{(i)} = \frac{x_K^{(i)}}{R + y_K^{(i)}}.$$

3. Вычисляем требуемое значение интеграла I_1 :

$$I_1^{(i)} = \frac{v_K^{(i)} - C_1 - \Delta \omega}{n_0 g_0 t_K}.$$

4. Из формулы для I_1 (3.6) определяем соответствующее значение угла тангажа:

$$\sin \varphi_0^{(i)} = I_1^{(i)} / A.$$

Расчет следует вести в табличной форме (табл. 4).

Расчетные формулы	Приближение		
	1	2	3
$I_2 = A \cos \varphi_0$			
$I_3 = C \sin \varphi_0$			
$I_4 = C \cos \varphi_0$			
$I_5 = D \sin \varphi_0$			
$I_6 = D \cos \varphi_0$			
$I_7 = E \sin \varphi_0$			
$I_8 = E \cos \varphi_0$			
$\Delta u = -v^2(C_5 + n_0 g_0 t_{\kappa}^4 I_6)$			
$\Delta x = -v^2(C_8 + n_0 g_0 t_{\kappa}^4 I_8)$			
$\Delta y = 2 v^2(C_7 + n_0 g_0 t_{\kappa}^4 I_7)$			
$u_{\kappa} = C_2 + n_0 g_0 t_{\kappa} I_2 + \Delta u$			
$x_{\kappa} = C_4 + n_0 g_0 t_{\kappa}^2 I_4 + \Delta x$			
$y_{\kappa} = C_3 + n_0 g_0 t_{\kappa}^2 I_3 + \Delta y$			
$\delta_{\kappa} = \operatorname{arctg} \left(\frac{x_{\kappa}}{R + y_{\kappa}} \right)$			
$\omega_{\kappa} = u_{\kappa} \operatorname{tg} (\Theta_{\text{опт}} - \delta_{\kappa})$			
$\Lambda \omega = 2 v^2(C_5 + n_0 g_0 t_{\kappa}^3 I_5)$			
$I_1 = \frac{\omega_{\kappa} - C_1 - \Lambda \omega}{n_0 g_0 t_{\kappa}}$			
$\varphi_0 = \arcsin \left(\frac{I_1}{A} \right)$			

3.5. РАСЧЕТ КОНЕЧНЫХ ПАРАМЕТРОВ ДВИЖЕНИЯ

После подбора параметров оптимальной программы угла тангажа по найденным параметрам окончательно определяются интегралы I_1, \dots, I_8 и рассчитываются конечные параметры движения верхней ступени относительно стартовой системы координат по формулам (3.3) — (3.5). Затем следует определить ошибки конечных параметров и сравнить их с заданными допустимыми отклонениями. Кроме того, по результатам подбора оптимальных программ определяются аналитические зависимости угла тангажа от времени:

$$\varphi = \operatorname{arctg}(\operatorname{tg} \varphi_0 + bt/t_k)$$

и строятся соответствующие графики $\varphi(t)$ для верхних ступеней носителя (рис. 15).

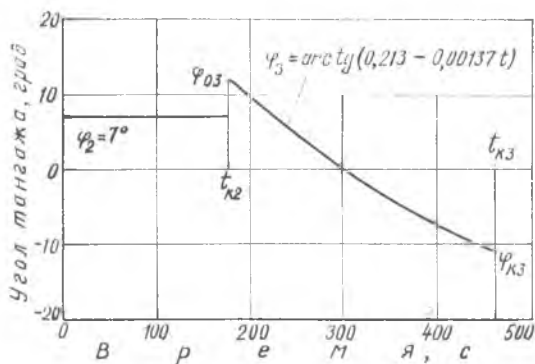


Рис. 15. Оптимальные программы движения верхних ступеней

Примечание. Для варианта запуска КЛА после завершения расчета конечных параметров движения с табличным значением коэффициента наполнения топливом ступени a' следует сделать пересчет конечных параметров движения на действительное значение коэффициента a ступени по следующему алгоритму:

по первой формуле Циолковского определяются приращение скорости и конечная скорость за полное время работы ступени:

$$\Delta V = u_{II} (\ln z - \ln z'), \quad z' = 1 / (1 - a'), \quad V_k = V_{k'} + \Delta V;$$

по второй формуле Циолковского определяется приращение пути, пройденного последней ступенью по дуге орбиты за время $(t_k - t_{k'})$,

$$\Delta S = \left[V_0 t_k + u_{II} t_k \left(1 - \frac{\ln z}{z-1} \right) \right] - \left[\left(V_0 t_{k'} + u_{II} t_{k'} \left(1 - \frac{\ln z'}{z'-1} \right) \right) \right],$$

где V_0 — начальная скорость ступени;

находится приращение угловой дальности ступени и полная угловая дальность:

$$\Delta \delta_k = \Delta S / (R + H_{орб}), \quad \delta_k = \delta'_k + \Delta \delta_k;$$

рассчитываются конечные параметры движения ступени:

$$x_k = (R + H_{орб}) \sin \delta_k, \quad y_k = (R + H_{орб}) \cos \delta_k - R,$$

$$u_k = V_k \cos \delta_k, \quad \omega_k = -V_k \sin \delta_k.$$

3.6. ОБЕСПЕЧЕНИЕ ТРЕБУЕМОЙ ОРБИТАЛЬНОЙ СКОРОСТИ

В результате решения двухпараметрической (для КЛА) или однопараметрической (для БЛА) краевой задачи выведения на орбиту при полном выгорании топлива последней ступени достигается максимально возможная конечная скорость, которая может не совпадать со скоростью, необходимой для движения по заданной орбите. Для обеспечения вывода полезной нагрузки с нужной скоростью необходимо сделать пересчет времени движения последней ступени, что эквивалентно изменению запаса топлива. Принимая, что в конце работы последней ступени движение ЛА происходит без изменения угла наклона траектории (для КЛА $\Theta_{орб} = 0$, для БЛА $\Theta_{орб} = \Theta_{opt}$) и без сопротивления атмосферы, для пересчета скорости применим формулу Циолковского.

Находим избыток (недостаток) скорости с учетом добавки от вращения Земли: $\Delta V = V_k + \Delta V_{вр} - V_{орб}$. Этот избыток (недостаток) скорости возник из-за излишнего (недостаточного) запаса топлива последней ступени.

Определим потребный запас топлива и время работы ступени по формулам:

$$\Delta V = u_n (\ln z_n - \ln z_n') + g_n (t_{kn} - t'_{1n}) \sin \Theta_{орб}.$$

$$z_n' = z_n \exp(-\Delta V / u_n);$$

$$m'_{Tn} = \frac{z_n' - 1}{z_n'} m_n;$$

$$t'_{kn} = m'_{Tn} / \dot{m}_n,$$

здесь n — номер последней ступени, величины со штрихами соответствуют потребным значениям.

С новым значением времени работы t'_{1n} последней ступени носителя необходимо повторить расчет двухпараметрической (для КЛА) или однопараметрической (для БЛА) краевой задачи выведения по алгоритмам пп. 3.3, 3.2 или пп. 3.4, 3.2 соответственно.

Как видно из изложенного выше, выведение на заданную орбиту требует решения трехпараметрической (для КЛА) или

$u_n = P_{99.6} \cdot \dots$

двухпараметрической (для БЛА) краевой задачи, которая решается методом последовательных приближений.

В случае расчета на ЭВМ задача решается с заданной степенью точности путем повторных вычислений. При расчете движения верхних ступеней вручную рекомендуется сделать только один пересчет, чтобы усвоить методику. После пересчета следует найти оценку массы полезной нагрузки, которая может быть выведена на заданную орбиту, если избыток (недостаток) топлива Δm_T учесть в полезной нагрузке

$$\Delta m_T = m_{Tn} - m'_{Tn}; \quad m'_{пн} = m_{пн} + \Delta m_T.$$

4. ПЕРЕХОД ОТ ОТНОСИТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ К АБСОЛЮТНОМУ

В предыдущем расчете найдены координаты и проекции скорости движения ЛА в конце активного участка относительно стартовой системы координат $O x_c y_c z_c$. Для определения характеристик орбитального движения ИСЗ или БЛА необходимо для этого же момента времени вычислить координаты и проекции скорости относительно инерциальной системы отсчета.

В качестве инерциальной системы отсчета возьмем геоцентрическую экваториальную систему координат, ось $O_3 x_n$ которой проходит через меридиан точки старта в момент окончания активного участка. Заметим, что введенная таким образом инерциальная система координат повернута относительно звездной геоцентрической инерциальной системы на угол S , где S — местное звездное время в точке старта в момент выхода ЛА на опорную орбиту [8, с. 13]; [9, с. 87].

Положение стартовой системы координат $O x_c y_c z_c$ относительно принятой инерциальной $O_3 x_n y_n z_n$ определяется широтой пункта старта φ_0 и азимутом запуска A_0 (рис. 16).

Переход от координат конца активного участка x_k, y_k, z_k в стартовой системе к начальным координатам x_0, y_0, z_0 орбитального движения в геоцентрической инерциальной системе (рис. 16) выполняется по формулам [5, с. 109]

$$\begin{aligned} x_0 &= -x_k \cos A_0 \sin \varphi_0 + (R + y_k) \cos \varphi_0; \\ y_0 &= x_k \sin A_0; \\ z_0 &= x_k \cos A_0 \cos \varphi_0 + (R + y_k) \sin \varphi_0. \end{aligned} \quad (4.1)$$

Величина радиуса-вектора начальной точки орбитального движения

$$r_0 = \sqrt{x_0^2 + y_0^2 + z_0^2}. \quad (4.2)$$

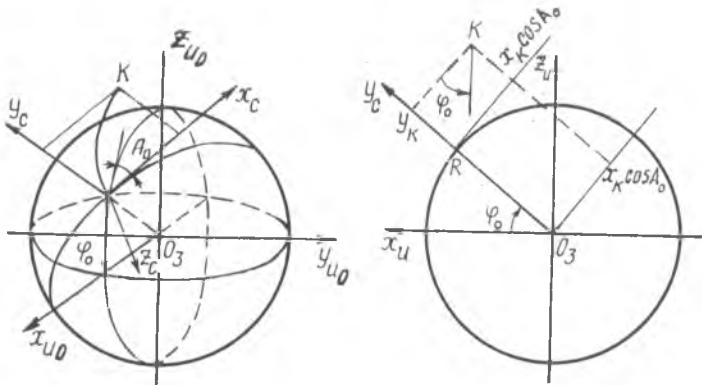


Рис. 16. Переход от стартовой к инерциальной системе координат

Проекции относительной скорости V_K на оси геоцентрической системы $O_3 x_{II} y_{II} z_{II}$ выражаются через проекции относительной скорости u_K, ω_K на стартовые оси аналогичными формулами.

Абсолютная скорость в начале орбитального движения складывается из относительной скорости $V^r = V_K$ и переносной скорости, которая определяется формулой

$$\vec{V}^e = \vec{\omega}_3 \times \vec{r}_0 = \begin{vmatrix} \vec{i}_{II} & \vec{j}_{II} & \vec{k}_{II} \\ 0 & 0 & \omega_3 \\ x_0 & y_0 & z_0 \end{vmatrix} = -\omega_3 y_0 \vec{i}_{II} + \omega_3 x_0 \vec{j}_{II}$$

где $\vec{i}_{II}, \vec{j}_{II}, \vec{k}_{II}$ — единичные векторы геоцентрической системы координат.

Таким образом, проекции абсолютной скорости на геоцентрические оси координат в начальной точке орбиты определяются формулами

$$\begin{aligned} V_{x_0} = \dot{x}_0 &= -u_K \cos A_0 \sin \varphi_0 + \omega_K \cos \varphi_0 - \omega_3 y_0; \\ V_{y_0} = \dot{y}_0 &= u_K \sin A_0 + \omega_3 x_0; \\ V_{z_0} = \dot{z}_0 &= u_K \cos A_0 \cos \varphi_0 + \omega_K \sin \varphi_0. \end{aligned} \quad (4.3)$$

Величина начальной скорости орбитального движения и угол наклона ее к местному горизонту соответственно

$$V_0 = \sqrt{\dot{x}_0^2 + \dot{y}_0^2 + \dot{z}_0^2}, \quad \Theta_0 = \arcsin \frac{x_0 \dot{x}_0 + y_0 \dot{y}_0 + z_0 \dot{z}_0}{r_0 V_0} \quad (4.4)$$

5. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК ДВИЖЕНИЯ ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА НА ОПОРНОЙ ОРБИТЕ

При запуске космических аппаратов определяются элементы орбиты выведения, период обращения и вековые возмущения. Сначала находятся компоненты и модуль секториальной скорости:

$$C_1 = y_0 \dot{z}_0 - z_0 \dot{y}_0, \quad C_2 = z_0 \dot{x}_0 - x_0 \dot{z}_0, \quad C_3 = x_0 \dot{y}_0 - y_0 \dot{x}_0;$$

$$C = \sqrt{C_1^2 + C_2^2 + C_3^2}.$$

Расчет элементов орбиты производится в следующей последовательности:

долгота восходящего узла Ω_0 относительно принятой инерциальной системы отсчета

$$\operatorname{tg} \Omega_0 = -C_1/C_2, \quad \operatorname{sign}(\sin \Omega_0) = \operatorname{sign} C_1, \quad \operatorname{sign}(\cos \Omega_0) = -\operatorname{sign} C_2;$$

наклонение орбиты i относительно плоскости экватора
 $\cos i = C_3/C$;

эксцентриситет e и большая полуось орбиты a

$$e = \sqrt{1 + (v_0 - 2) v_0 \cos^2 \Theta_0}, \quad v_0 = V_0^2 r_0/k = (V_0/V_{кр})^2;$$

$$a = \frac{r_0}{2 - v_0}, \quad p = a(1 - e^2);$$

аргумент перицентра ω

$$\operatorname{tg} \vartheta_0 = \frac{v_0 \sin \Theta_0 \cos \Theta_0}{v_0 \cos^2 \Theta_0 - 1} \quad \begin{array}{l} \operatorname{sign}(\sin \vartheta_0) = \operatorname{sign}(\sin \Theta_0); \\ \operatorname{sign}(\cos \vartheta_0) = \operatorname{sign}(v_0 \cos^2 \Theta_0 - 1); \end{array}$$

$$\cos \Theta_0 = \sqrt{C_1^2 + C_2^2 + C_3^2}/r_0 V_0; \quad \sin \Theta_0 = \frac{x_0 \dot{x}_0 + y_0 \dot{y}_0 + z_0 \dot{z}_0}{r_0 V_0};$$

$$\sin u_0 = \frac{z_0}{r_0 \sin i}; \quad \cos u_0 = \frac{x_0 \cos \Omega + y_0 \sin \Omega}{r_0};$$

$$v_0 = u_0 - \vartheta_0;$$

момент времени прохождения через перицентр

$$\operatorname{tg} \frac{E_0}{2} = \sqrt{\frac{1-e}{1+e}} \operatorname{tg} \frac{\vartheta_0}{2};$$

$$\tau = t_0 - \frac{a^{3/2}}{\sqrt{k}} (E_0 - e \sin E_0).$$

Период обращения

$$T = 2\pi \frac{a^{3/2}}{\sqrt{k}}.$$

Вековые возмущения за один оборот спутника вокруг Земли вследствие ее несферичности [6, с. 315, 338]

$$\frac{d\Omega}{dN} = -\frac{2\pi}{p^2} \frac{\varepsilon}{k} \cos i; \quad \frac{d\omega}{dN} = \frac{\pi}{p^2} \frac{\varepsilon}{k} (5 \cos^2 i - 1),$$

где $\varepsilon = 2,634 \cdot 10^{10} \text{ км}^5/\text{с}^2$, $k = 3,986 \cdot 10^5 \text{ км}^3/\text{с}^2$.

Расчет характеристик траектории БЛА

Сначала определяются географические координаты конца активного участка [5, с. 111]:

$$\text{tg}(\lambda_K - \lambda_0) = \frac{y_0}{x_0}; \quad \text{tg} \varphi_K = \frac{z_0 \cos(\lambda_K - \lambda_0)}{x_0}.$$

Решается первая (прямая) задача баллистики и вычисляются элементы эллиптической траектории пассивного полета БЛА в абсолютном движении [5, с. 120]:

$$v_c = \frac{V_0^2 r_0}{k} = \left(\frac{V_0}{V_{кр}} \right)^2; \quad p = v_0 r_0 \cos^2 \Theta_0; \quad e = \sqrt{1 - (2 - v_0) v_0 \cos^2 \Theta_0};$$

$$a = 2R(1 + \text{tg}^2 \Theta_0) - v_0(r_0 + R); \quad b = v_0 R \text{tg} \Theta_0; \quad c = v_0(r_0 - R);$$

$$\text{tg} \frac{\beta_c}{2} = \frac{b + \sqrt{b^2 + ac}}{a}; \quad \delta_K = \arctg \frac{x_K}{R + y_K};$$

$$l_{\text{бал}} = R \beta_c, \quad l_0 = R \delta_K, \quad L = l_0 + l_{\text{бал}}.$$

Скорость и ее угол наклона в точке падения на Землю

$$v_c = \frac{2(r_0 - R) + v_0 R}{r_0}; \quad V_c = \sqrt{\frac{k v_c}{R}}; \quad \cos \Theta_c = \sqrt{\frac{p}{v_c R}}, \quad \Theta_c < 0.$$

Время свободного полета и полное время полета

$$t_c = \frac{r_0}{V_0} \frac{v_0 \cos \Theta_0}{2 - v_0} \left[\text{tg} \Theta_0 - \text{tg} \Theta_c + \frac{\pi - \left(\arcsin \frac{1 - v_c}{e} + \arcsin \frac{1 - v_c}{e} \right)}{\sqrt{(2 - v_0) v_0 \cos \Theta_0}} \right];$$

$$i = t_K + t_c.$$

Далее вычисляются производные, характеризующие отклонения максимальной дальности от параметров в конце активного участка [5, с. 132]:

$$\frac{\partial l_{\text{бал}}}{\partial H_K} = R \frac{v_0 + \frac{2R}{r_0} (1 + \text{tg}^2 \Theta_0) \sin^2 \frac{\beta_c}{2} \text{tg} \frac{\beta_c}{2}}{v_0 (r_0 - R + R \text{tg} \Theta_0 \text{tg} \frac{\beta_c}{2})};$$

$$\frac{\partial l_{\text{бал}}}{\partial V_0} = \frac{4R^2}{V_0} \frac{(1 + \text{tg}^2 \Theta_0) \sin^2 \frac{\beta_c}{2} \text{tg} \frac{\beta_c}{2}}{v_0 (r_0 - R + R \text{tg} \Theta_0 \text{tg} \frac{\beta_c}{2})};$$

$$\frac{\partial l_{\text{бала}}}{\partial \theta_0} = 2 R^2 \frac{(1 + \operatorname{tg}^2 \theta_0) \left(v_0 - 2 \operatorname{tg} \theta_0 \operatorname{tg} \frac{\beta_c}{2} \right) \sin^2 \frac{\beta_c}{2}}{v_0 \left(r_0 - R + R \operatorname{tg} \theta_0 \operatorname{tg} \frac{\beta_c}{2} \right)}.$$

В заключение определяются географические координаты точки падения через координаты конца активного участка:

$$\sin \varphi_c = \sin \varphi_k \cos \beta_c + \cos \varphi_k \sin \beta_c \cos A_0;$$

$$\sin (\lambda_c - \lambda_k + \omega_3 t_c) = \frac{\sin \beta_c \sin A_0}{\cos \varphi_c};$$

$$\cos (\lambda_c - \lambda_k + \omega_3 t_c) = \frac{\cos \beta_c - \sin \varphi_c \sin \varphi_k}{\cos \varphi_c \cos \varphi_k}.$$

По географическим координатам точки падения находят центральный угол β , описанный по трассе в относительном движении, соответствующая баллистическая дальность и относительный азимут в точке падения A_c :

$$\cos \beta = \sin \varphi_k \sin \varphi_c + \cos \varphi_k \cos \varphi_c \cos (\lambda_c - \lambda_k),$$

$$l_{\text{бала отн}} = R \beta;$$

$$\sin A_c = \frac{\cos \varphi_c \sin (\lambda_c - \lambda_k)}{\sin \beta}.$$

6. ВЫВОД КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА НА ЦЕЛЕВУЮ ОРБИТУ

Заданиями на курсовое проектирование предусмотрены следующие основные типы целевых задач полета ракетно-космической системы:

- выведение спутника связи на высокоэллиптическую орбиту;
- выведение спутника связи на геостационарную орбиту;
- полет космического аппарата (КА) к Луне;
- полеты КА к планетам солнечной системы;
- выведение зонда для исследования Солнца.

В соответствии с вариантом задания должны быть определены:

минимальная потребная характеристическая скорость перелета с промежуточной на целевую орбиту;

временные характеристики перелета (моменты включения и время работы двигателей, длительность всего перелета и отдельных участков полета);

затраты топлива на каждом участке перелета и массу полезной нагрузки, выводимой на целевую орбиту.

Перед началом расчета необходимо обосновать целесообразное членение выведенной на промежуточную орбиту космической системы на отдельные космические ракетные блоки и указать количество и цели включения двигателей каждого ракетного блока.

6.1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОТРЕБНОЙ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОЙ СКОРОСТИ ПОЛЕТА КА ДЛЯ ВЫПОЛНЕНИЯ ЦЕЛЕВЫХ ЗАДАЧ

В общем случае полет КА для выполнения целевой задачи является сложной космической операцией и предусматривает многократное включение двигательных установок.

Каждое включение двигательной установки с целью изменения величины и (или) направления скорости КА назовем *элементарной космической операцией*. Потребная характеристическая скорость элементарной операции определяется видом маневра изменения скорости. Потребная характеристическая скорость сложной космической операции является суммой характеристических скоростей элементарных космических операций:

$$V_x = \sum_{i=1}^n V_{xi},$$

где n — число элементарных космических операций.

При решении задачи выведения КА на целевую орбиту будем принимать, что двигатели работают на химических источниках энергии и их тяга достаточно велика. В этом случае время работы двигателей при совершении маневров перехода между орбитами мало по сравнению с общей продолжительностью полета, и можно принять предположение об импульсном изменении скорости.

Приведем основные формулы для расчета потребных импульсов скорости для различных маневров на орбитах, рассматриваемых как элементарные космические операции.

Компланарные маневры

Одноимпульсный переход с круговой орбиты на эллиптическую (и наоборот) (рис. 17). Скорости в перигеуме и апоцентре эллиптической орбиты определяются по формулам

$$V_{\pi} = \sqrt{\frac{2kr_{\alpha}}{r_{\pi}(r_{\alpha} + r_{\pi})}};$$

$$V_{\alpha} = \sqrt{\frac{2kr_{\pi}}{r_{\alpha}(r_{\alpha} + r_{\pi})}};$$

Характеристическая скорость перехода с круговой орбиты на внешнюю эллиптическую (и обратно)

$$\Delta V_1 = V_\pi - V_{кр1} = \sqrt{\frac{k}{r_\pi}} \left(\sqrt{\frac{2r_\alpha}{r_\alpha + r_\pi}} - 1 \right).$$

Характеристическая скорость перехода с круговой на внутреннюю эллиптическую орбиту (и наоборот)

$$\Delta V_1 = V_{кр2} - V_\alpha = \sqrt{\frac{k}{r_\alpha}} \left(1 - \sqrt{\frac{2r_\pi}{r_\alpha + r_\pi}} \right).$$

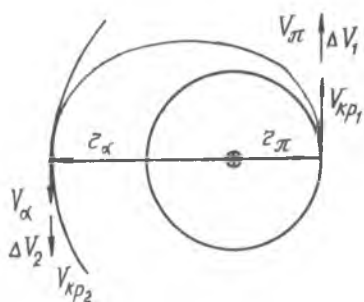


Рис. 17. Одноимпульсный и двухимпульсный переходы между компланарными орбитами

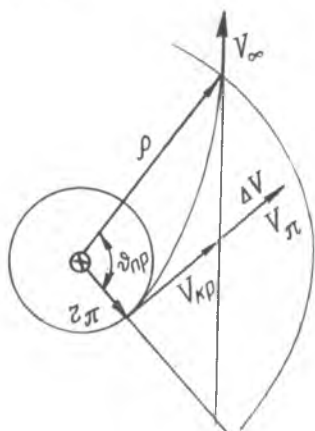


Рис. 18. Переход с круговой на гиперболическую орбиту

Одноимпульсный переход с круговой орбиты на гиперболическую (и наоборот) (рис. 18):

$$V_\pi = \sqrt{V_\infty^2 + \frac{2k}{r_\pi}};$$

$$\Delta V = V_\pi - V_{кр} = \sqrt{V_\infty^2 + \frac{2k}{r_\pi}} - \sqrt{\frac{k}{r_\pi}}.$$

Двухимпульсный перелет между круговыми орбитами осуществляется по гомановскому переходному эллипсу (см. рис. 17):

$$\Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2;$$

$$\Delta V_1 = \sqrt{\frac{k}{r_\pi}} \left(\sqrt{\frac{2r_\alpha}{r_\alpha + r_\pi}} - 1 \right);$$

$$\Delta V_2 = \sqrt{\frac{k}{r_\alpha}} \left(1 - \sqrt{\frac{2r_\pi}{r_\alpha + r_\pi}} \right).$$

Некомпланарные маневры

Одноимпульсный маневр поворота плоскости орбиты (рис. 19):

$$\Delta V = 2 V_{кр} \sin \frac{\Delta i}{2}.$$

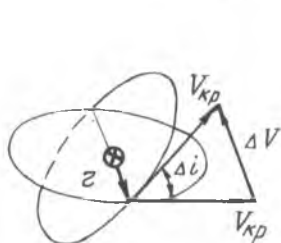


Рис. 19. Одноимпульсный поворот плоскости орбиты

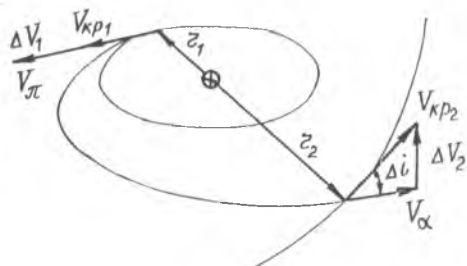


Рис. 20. Двухимпульсный переход между некомпланарными круговыми орбитами

Двухимпульсный маневр перехода между круговыми орбитами (рис. 20):

$$\Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2;$$

$$\Delta V_1 = \sqrt{\frac{k}{r_1} \left(\sqrt{\frac{2r_2}{r_1 + r_2}} - 1 \right)};$$

$$\Delta V_2 = \sqrt{V_{кр2}^2 + V_{\alpha}^2 - 2 V_{кр2} V_{\alpha} \cos \Delta i} =$$

$$= \sqrt{\frac{k}{r_2} \sqrt{1 + \frac{2r_1}{r_1 + r_2}} - 2 \sqrt{\frac{2r_1}{r_1 + r_2}} \cos \Delta i}.$$

6.2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДЛИТЕЛЬНОСТИ ПЕРЕЛЕТА

Импульсные маневры перехода между орбитами являются достаточно точным приближением при условии, что разгон КА под действием приложенной тяги двигателя происходит по дуге исходной орбиты путем соответствующего программирования направления тяги двигателя.

При расчете моментов включения двигателей будем принимать, что двигатель выключается, и тем самым заканчивается приращение скорости перехода в момент касания исходной или конечной орбиты и орбиты перехода (рис. 21).



Рис. 21. Импульсный переход между орбитами

По найденным в п. 6.1 характеристическим скоростям перехода ΔV_i определяются затраты топлива на разгон $m_{\tau i}$ и длительность работы двигателей Δt_i :

$$m_{\tau i} = \frac{z_i - 1}{z_i} m_i; \quad z_i = e^{\Delta V_i u};$$

$$\Delta t_i = \frac{m_{\tau i}}{P} P_{уд},$$

где m — начальная масса КА до включения двигателя;

P — тяга двигателя;

$P_{уд}$ — удельная тяга двигателя;

$u = P_{уд} / g_0$ м/с — эффективная скорость истечения продуктов сгорания.

Длительности перелета по переходным орбитам определяются по формулам Кеплера, соответствующим типу орбит:

для эллиптической орбиты перехода

$$t - \tau = \sqrt{\frac{a^3}{k}} (E - e \sin E); \quad \operatorname{tg} \frac{E}{2} = \sqrt{\frac{1-e}{1+e}} \operatorname{tg} \frac{\theta}{2};$$

$$a = \frac{r_{\pi} + r_{\alpha}}{2}; \quad e = \frac{r_{\alpha} - r_{\pi}}{r_{\alpha} + r_{\pi}};$$

для гиперболической орбиты перелета

$$t - \tau = \sqrt{\frac{a^3}{k}} (e \operatorname{sh} H - H); \quad \operatorname{th} \frac{H}{2} = \sqrt{\frac{e-1}{e+1}} \operatorname{tg} \frac{\theta}{2};$$

$$a = \frac{k}{V_{\infty}^2}; \quad e = 1 + \frac{r_{\pi}}{a}.$$

6.3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ МАССЫ ПОЛЕЗНОЙ НАГРУЗКИ И ПОСТРОЕНИЕ СХЕМЫ ПОЛЕТА КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА

Массой полезной нагрузки ракетно-космической системы назовем *массу космического аппарата, выведенного на конечную орбиту для выполнения целевой задачи полета.*

При использовании для перелета космического аппарата на целевую орбиту одного ракетного блока (ускорителя) космической системы масса полезной нагрузки определяется через характеристическую скорость перелета по формуле Циолковского

$$V_x = u \ln z = u \ln (m_0 / m_{\text{кон}}),$$

откуда

$$m_{\text{пу}} = m_{\text{кон}} = m_0 e^{-V_x / u},$$

Если для перелета космического аппарата с промежуточной на целевую орбиту рационально применить два или более последовательно работающих ракетных блока (ускорителя), то необходимо предварительно распределить суммарную характеристическую скорость по m ступеням космической системы:

$$V_x = V_{x1} + \dots + V_{xm}.$$

Затем, используя характеристические скорости V_{xi} для каждой ступени космической системы, последовательно определяем конечные массы каждой ступени $m_{\text{кон } i}$; начальные массы последующей ступени $m_{0,i+1}$ и в заключение — массу полезной нагрузки космической системы:

$$m_{\text{кон } 1} = m_{01} e^{-V_{x1}/u_1}; \quad m_{02} = m_{\text{кон } 1} - m_{к 1};$$

$$m_{\text{кон } 2} = m_{02} e^{-V_{x2}/u_2}; \quad m_{03} = m_{\text{кон } 2} - m_{к 2};$$

.....

$$m_{\text{пн}} = m_{0,m} e^{-V_{xm}/u_m},$$

где $m_{к i}$ — отбрасываемая масса ракетного блока (ускорителя) после выгорания горючего.

В заключение этого этапа расчета необходимо построить схему перелета космического аппарата с промежуточной орбиты выведения на конечную орбиту для выполнения целевой задачи с указанием моментов включения и выключения двигателей и потребных импульсов скоростей.

II. РАСЧЕТ И ОБЕСПЕЧЕНИЕ УПРАВЛЯЕМОСТИ И УСТОЙЧИВОСТИ ДВИЖЕНИЯ ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА В ПЛОСКОСТИ ТАНГАЖА НА АКТИВНОМ УЧАСТКЕ ПОЛЕТА В АТМОСФЕРЕ

1. ОСНОВНЫЕ ЗАДАЧИ РАСЧЕТА УСТОЙЧИВОСТИ И УПРАВЛЯЕМОСТИ ЛА

Чтобы обеспечить движение ЛА по заданной траектории и необходимую точность полета, ЛА должен быть управляемым, а невозмущенное движение его устойчивым. Эта задача решается бортовой системой управления и стабилизации ЛА. Обычно системы управления и стабилизации объединены в одном комплексе — автомате стабилизации (АС). Устойчивость движения обеспечивается тремя АС — по тангажу, рысканию и крену. Исследованные осевой симметрии ЛА автоматы стабилизации по тангажу и рысканию идентичны.

Начальный этап проектирования связан с динамической моделью ЛА, рассматриваемого как твердое тело. Действительно, если предпринять определенные конструктивные меры, обеспечивающие затухание колебаний жидкости в баках и изгибных колебаний корпуса, то эти степени свободы не оказывают практически заметного влияния на полет ЛА в целом. С моделью твердого тела связано решение следующих вопросов проектирования ЛА: анализ основных возмущений, действующих на ЛА в полете; выбор эффективности органов управления (ОУ) и выбор массовой и аэродинамической компоновки ЛА; обеспечение управляемости ЛА.

Оценка аэродинамических возмущений и нагрузок, а также выбор эффективности ОУ не могут быть произведены без определенных сведений о параметрах АС и устойчивости ЛА, поэтому уже на начальной стадии проектирования ЛА необходимо оценить устойчивость его невозмущенного движения как твердого тела. При этом следует предусмотреть необходимые конструктивные мероприятия, обеспечивающие устойчивость полета ЛА с учетом подвижности жидкости в баках. На последующих

стадиях проектирования должна быть получена полная система уравнений возмущенного движения ЛА с учетом всех степеней свободы. Окончательное уточнение параметров ОУ и АС проводится на основе этих уравнений методом математического моделирования на АВМ или ЭВМ с учетом возможных разбросов параметров всех систем, их нелинейностей и случайных возмущений, возникающих в полете. Одновременно решается задача оценки технической устойчивости и надежности ЛА в полете.

2. ПОДГОТОВКА ИСХОДНЫХ ДАННЫХ ДЛЯ РАСЧЕТА УПРАВЛЯЕМОСТИ И УСТОЙЧИВОСТИ ДВИЖЕНИЯ ЛА

2.1. КОМПОНОВКА И ПРИБЛИЖЕННЫЙ РАСЧЕТ ИНЕРЦИОННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ЛА

Для получения компоновочной схемы ЛА необходимо рассчитать массы окислителя и горючего всех жидкостных ускорителей по формулам

$$m_{\text{гор } i} = \frac{m_{\text{г } i}}{\chi_i + 1}; \quad m_{\text{ок } i} = \chi_i m_{\text{гор } i},$$

где χ_i — массовое соотношение компонентов топлива i -го ускорителя.

Вычисляются объемы компонентов топлива:

$$V_{\text{гор } i} = m_{\text{гор } i} / \rho_{\text{гор } i}; \quad V_{\text{ок } i} = m_{\text{ок } i} / \rho_{\text{ок } i}.$$

На основе компоновочной схемы прототипа или габаритного чертежа ЛА (см. рис. 1) с учетом вычисленных объемов располагаются топливные баки по ускорителям. При этом желательнее баки с более тяжелыми компонентами помещать выше для более верхнего положения центра масс ЛА. При компоновке необходимо предусмотреть объемы для воздушных подушек в баках, межбаковые, переходные и приборные отсеки, отсеки для двигательных установок (ДУ) в случае ЖРД. В случае твердотопливных ускорителей (ТТУ) отводится небольшой объем в верхней части для переходного или приборного отсека. Остальная часть ускорителя считается равномерно заполненной твердым топливом. Примеры компоновочных схем центрального и бокового блоков ЛА показаны на рис. 22 (масштабы по длине и диаметру выбираются одинаковыми). Вспомогательная связанная ось Ox_1 направляется от носика центрального блока ЛА к донному срезу. На схеме должны быть нанесены координаты

начала $x_{1н}^{(i)}$ и конца $x_{1к}^{(i)}$ каждого i -го ускорителя и полезной нагрузки. Топливные баки и топливные отсеки ТТУ необходимо пронумеровать и обозначить координаты нижних дниц $x_{1ан}^{(j)}$ и свободных поверхностей жидкости $x_{10}^{(j)}$. В случае ТТУ $x_{10}^{(j)}$ обозначает верхнюю границу топлива в отсеке. Для опорожняющихся в процессе полета баков окислителя и горючего следует указать координаты уровней $x_{10}^{(j)}(\bar{t}_n)$ для моментов времени полета $\bar{t}_n = 0,25(n-1)t_{к1}$, $n = \overline{1,5}$. При этом $x_{10}^{(j)}(\bar{t}_1) = x_{10}^{(j)}$, а $x_{10}^{(j)}(\bar{t}_5) = x_{1ан}^{(j)}$, если топливо из j -го бака за время $t_{к1}$ вырабатывается полностью.

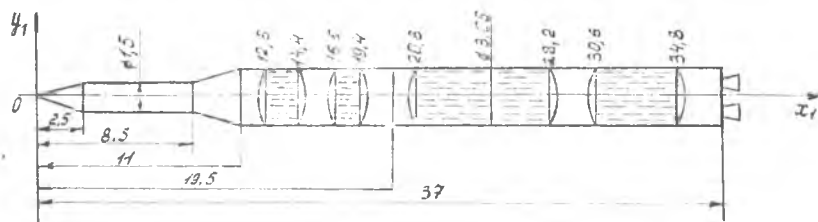


Рис. 22. Компоновочная схема ЛА

Вычисление инерционных характеристик — координаты центра масс $x_{1м}(t)$ и момента инерции $I_z(t)$ — начинается с расчета статического момента S_0 и момента инерции I_0 относительно носика ЛА. При этом отдельно рассчитываются статические моменты и моменты инерции конструкции и компонентов топлива каждого ускорителя, кроме топлива опорожняющихся баков и работающих ТТУ.

Для конструкции i -го ускорителя

$$S_{кi} = 0,5 m_{ки} (x_{1н}^{(i)} + x_{1к}^{(i)}); \quad (2.1)$$

$$I_{ки} = 0,25 m_{ки} [(x_{1н}^{(i)} + x_{1к}^{(i)})^2 + 0,333 l_i^2 + R_i^2], \quad (2.2)$$

где $l_i = x_{1к}^{(i)} - x_{1н}^{(i)}$ — длина ускорителя;

R_i — средний радиус ускорителя.

Формулы (2.1) и (2.2) получены в предположении постоянства погонной массы по длине ускорителя.

Для топлива j -го цилиндрического бака

$$S_{тj} = 0,5 m_{тj} (x_{10}^{(j)} + x_{1ан}^{(j)}); \quad (2.3)$$

$$I_{тj} = 0,25 m_{тj} [(x_{10}^{(j)} + x_{1ан}^{(j)})^2 + 0,333 H_j + R_j^2] + \Delta I_{тj}, \quad (2.4)$$

$$\text{где } \Delta I_{тj} = m_{тj} [1,072 \frac{R_j}{H_j} \operatorname{th} (0,921 \frac{H_j}{R_j}) - 1] R_j^2 \quad (2.5)$$

— поправка, учитывающая подвижность жидкости в баке;

$m_{\tau j}$ — масса топлива в j -м баке;
 $H_j = x_{\text{дан}}^{(j)} - x_{\text{ю}}^{(j)}$ — высота столба жидкости;
 R_j — радиус бака.

Для топлива в j -м коническом баке можно воспользоваться приближенными формулами

$$S_{\tau j} = m_{\tau j} x_{\text{им}}^{(j)} ; \quad (2.6)$$

$$I_{\tau j} = m_{\tau j} \left[x_{\text{им}}^{(j)2} + 0,15 R_{j \text{ дн}}^2 \frac{1 - \bar{R}_{j0}^3}{1 - \bar{R}_{j0}^2} \right] , \quad (2.7)$$

где $x_{\text{им}}^{(j)} = x_{\text{дан}}^{(j)} - 0,25 H_j \frac{1 + 2 \bar{R}_{j0} + \bar{R}_{j0}^2}{1 + \bar{R}_{j0} + \bar{R}_{j0}^2}$ (2.8)

— координата центра масс топлива для прямого конуса;

$$x_{\text{им}}^{(j)} = x_{\text{ю}}^{(j)} + 0,25 H_j \frac{1 + 2 \bar{R}_{j0} + \bar{R}_{j0}^2}{1 + \bar{R}_{j0} + \bar{R}_{j0}^2} \quad (2.9)$$

— координата центра масс топлива для обратного конуса;

$R_{j \text{ дн}}$ — радиус бака у дннца;

\bar{R}_{j0} — радиус бака у свободной поверхности;

$\bar{R}_{j0} = R_{j0} / R_{j \text{ дн}}$.

Вычисляются суммарные инерционные характеристики ЛА:

$$S_{00} = \sum_i S_{\text{ки}} + \sum_j S_{\tau j}; \quad I_{00} = \sum_i I_{\text{ки}} + \sum_j I_{\tau j} .$$

Далее рассчитываются характеристики для пяти моментов времени \bar{t}_n по формулам

$$S_0(\bar{t}_n) = S_{00} + \sum_r S_{\tau r}(\bar{t}_n);$$

$$I_0(\bar{t}_n) = I_{00} + \sum_r I_{\tau r}(\bar{t}_n) ,$$

где r — номера опорожняющихся баков или работающих ТТУ.

Величины $S_{\tau r}(\bar{t}_n)$ и $I_{\tau r}(\bar{t}_n)$ определяются по формулам (2.3) — (2.9) подстановкой в них текущих уровней $x_{\text{ю}}^{(r)}(\bar{t}_n)$ и массы топлива $m_{\tau r}(\bar{t}_n)$.

Окончательно вычисляются

$$x_{\text{м}}(\bar{t}_n) = S_0(\bar{t}_n) / m(\bar{t}_n) ;$$

$$I_z(\bar{t}_n) = I_0(\bar{t}_n) - m(\bar{t}_n) x_{\text{м}}^2(\bar{t}_n) + m_{\text{б}}(\bar{t}_n) h_{\text{б}}^2 ,$$

где $m(\bar{t}_n)$ — масса ЛА в момент \bar{t}_n ;

$m_{\text{б}}(\bar{t}_n)$ — суммарная масса боковых ускорителей в момент \bar{t}_n ;

$h_{\text{б}}$ — среднее расстояние между продольными осями центрального и бокового блоков.

Примечание. 1. При расчете инерционных характеристик массы конструкции или массы топлива боковых ускорителей в формулах (2.1) — (2.3) берутся суммарными для всех блоков.

2. Расчет моментов инерции I_{00} , I_0 (\bar{I}_n) проводится с точностью до 4—5 значащих цифр; все другие расчеты в этом разделе и далее проводятся с точностью до 3—4 значащих цифр.

3. При вычислении гиперболического тангенса можно воспользоваться формулой

$$\operatorname{th} x = \frac{e^{2x} - 1}{e^{2x} + 1}.$$

2.2. ОСНОВНЫЕ ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ ДЛЯ РАСЧЕТА УПРАВЛЯЕМОСТИ И УСТОЙЧИВОСТИ ДВИЖЕНИЯ ЛА

Основными исходными данными являются результаты аэродинамического и баллистического расчетов, а также компоновочная схема и инерционные характеристики ЛА. С целью правильного выбора моментов времени полета, для которых исследуются устойчивость и управляемость ЛА, и удобства расчетов необходимо построить графики всех исходных данных в определенной комбинации. Графики строят по 3—4 на одном листе миллиметровки стандартного формата. Масштабы кривых и начало отсчета ординат выбирают таким образом, чтобы было можно снимать значения параметров с точностью до трех значащих цифр. Это обеспечивает достаточную точность всех последующих исследований для любых произвольно выбранных моментов времени.

Перечислим параметры:

тяга двигательной установки $P(t)$, кН; масса летательного аппарата $m(t)$, т; момент инерции $I_z(t)$, тм²; координата центра масс $x_{1M}(t)$, м (рис. 23);

координата аэродинамического фокуса $x_{1F}(t)$, м;

аэродинамические коэффициенты $c_{x0}(t)$, $c_{ya}^z(t)$, рад⁻¹ (рис. 24);

скорость ветра $W(t)$, м/с; скоростной напор $q(t)$, кПа;

координата аэродинамического фокуса в связанной системе координат $x_F = x_{1M} - x_{1F}$; аэродинамический коэффициент $c_y^z(t) = c_{x0}(t) + c_{ya}^z(t)$, рад⁻¹ (рис. 25).

Для построения графика $W(t)$ следует воспользоваться рис. 26 и зависимостью $H(t) = y(t)$ из расчета траектории.

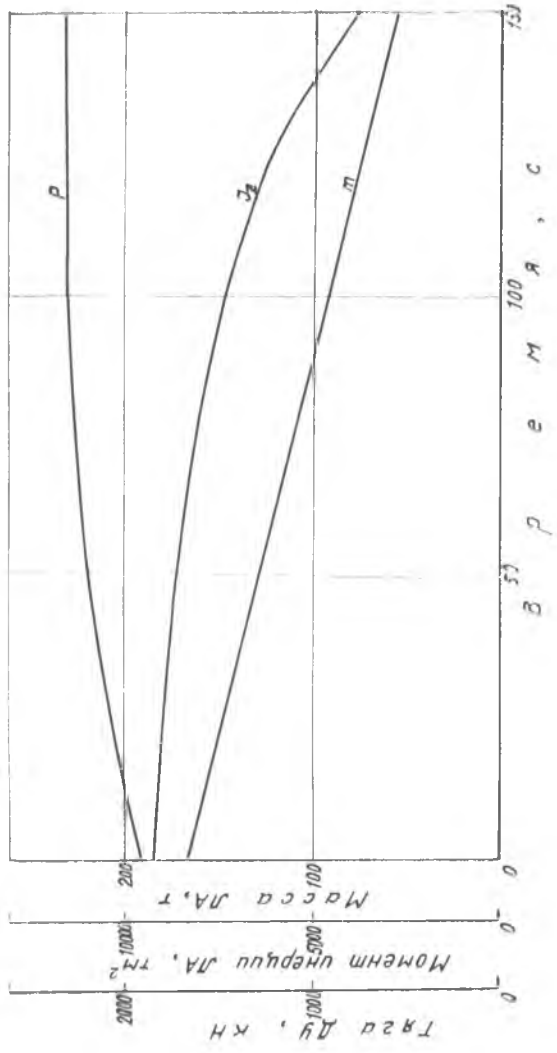


Рис. 23. Графики исходных данных: масса, момент инерции, тяга

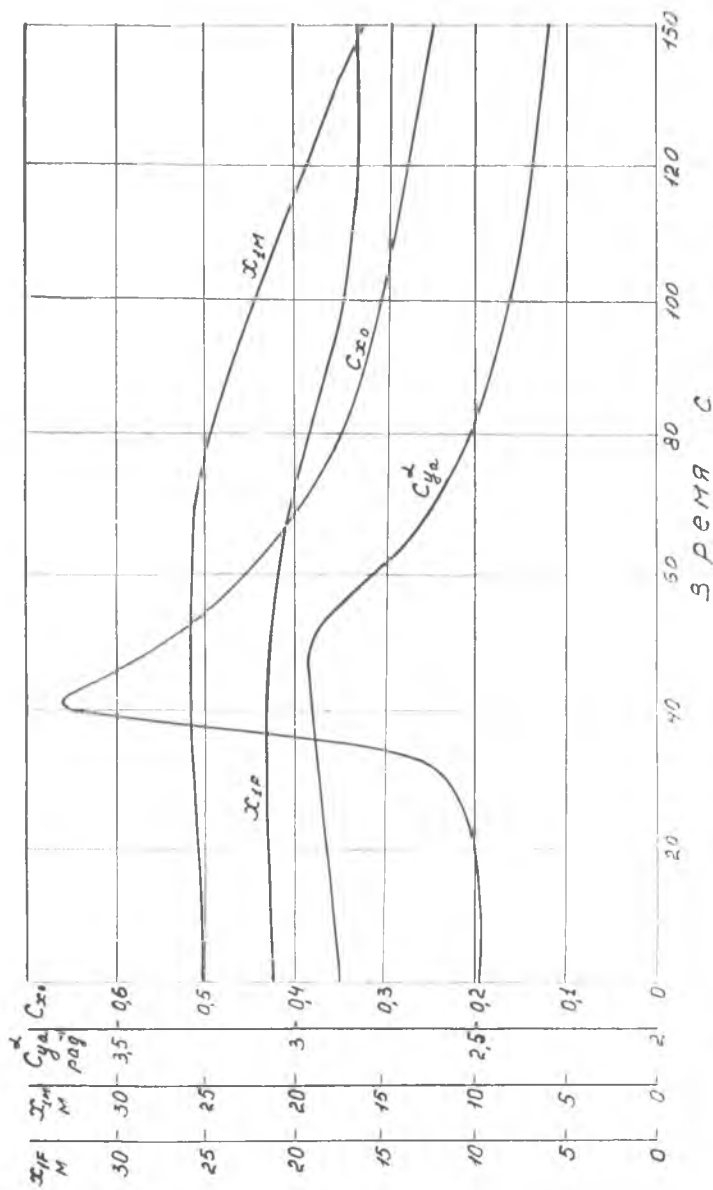


Рис. 24. Графики исходных данных: координата центра масс, аэродинамические характеристики

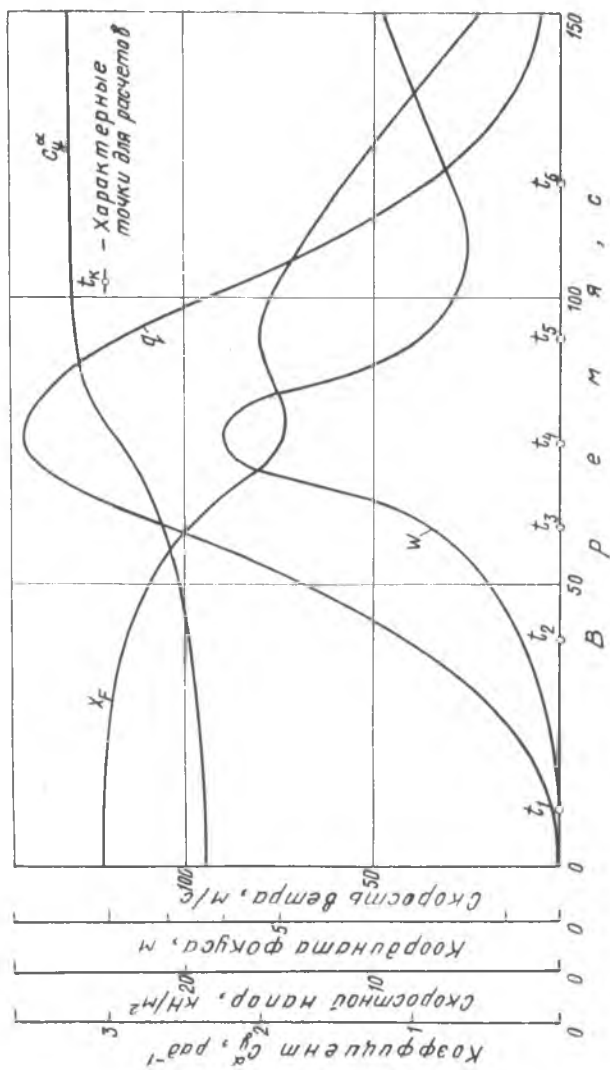


Рис. 25. Графики исходных данных: скорость ветра, скоростной напор, аэродинамические характеристики

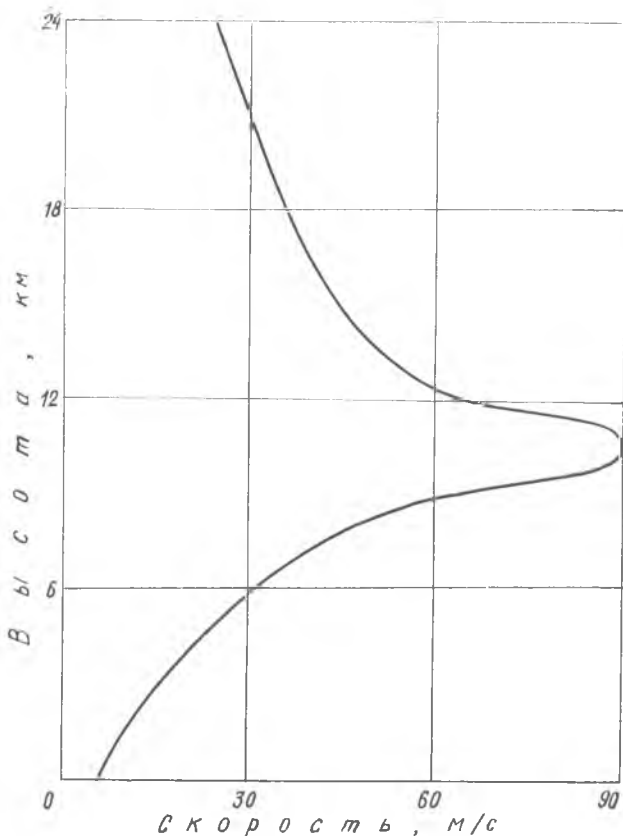


Рис. 26. Профиль скорости ветра по высоте

3. РАСЧЕТ И ОБЕСПЕЧЕНИЕ УПРАВЛЯЕМОСТИ ЛА

3.1. ВЫБОР СПОСОБА УПРАВЛЕНИЯ И ЭФФЕКТИВНОСТИ ОУ

Управляемость ЛА есть его способность изменять кинематические параметры движения (скорости, углы, координаты) под действием управляющих сил и моментов. В задачу расчета и обеспечения управляемости на начальной стадии проектирования (при рассмотрении ЛА как твердого тела) входит решение следующих вопросов:

а) выбор способа управления и расчет эффективности органов управления;

б) подбор стабилизаторов и рациональной весовой компоновки ЛА.

В дальнейшем решения этих вопросов уточняются с учетом всех степеней свободы ЛА и характеристик реального автомата стабилизации.

На современных ЛА управляющие силы и моменты создаются, как правило, путем поворота части (или всех) маршевых двигателей или специальных движков. При управлении (и стабилизации) ЛА в плоскости тангажа наибольшее распространение получил способ управления поворотом маршевых двигателей, которые будем называть в дальнейшем *управляющими двигателями* (УД). Этот способ управления примем для дальнейших расчетов.

В этом случае эффективность органов управления характеризуется отношением управляющего момента при единичном (на один радиан) отклонении УД к моменту инерции ЛА, т. е. коэффициентом

$$c_{\delta} = \frac{P_{\delta} |x_p|}{I_z},$$

где P_{δ} — тяга управляющих двигателей;

$x_p = x_{1m} - x_{1p}$ — координата приложения тяги УД.

Коэффициент c_{δ} определяет также угловое управляющее ускорение, возникающее при повороте УД на один радиан.

Задача выбора эффективности ОУ сводится, таким образом, к выбору тяги управляющих двигателей P_{δ} . В случае одно- и двухкамерной ДУ $P_{\delta} = P$. В случае многокамерных ДУ на управление по тангажу могут быть задействованы как все камеры сгорания (тогда $P_{\delta} = P$), так и их часть ($P_{\delta} < P$). В последнем случае выбор P_{δ} неоднозначен и решается с учетом как управляемости, так и устойчивости движения. Дело в том, что увеличение P_{δ} ведет к сужению областей устойчивости и ухудшает возможности стабилизации полета. Однако уменьшение P_{δ} приводит к необходимости отклонять УД для компенсации возмущений на большие углы. В такой ситуации необходим разумный компромисс. Он достигается, как правило, при $P_{\delta} \approx 0,5 P$ для многокамерных ДУ. В дальнейшем будем считать, что $P_{\delta} = \beta P$. Тогда задача сводится к определению β . Для примера:

$\beta = 1$ — для одно- и двухкамерных ДУ;

$\beta = 0,33$ или $0,66$ — для трехкамерных ДУ;

$\beta = 0,5$ — для четырехкамерных ДУ;

$\beta = 0,4$ или $0,6$ — для пятикамерных ДУ и т. д.

Параметр β характеризует, таким образом, часть тяги ДУ, приходящуюся на управление.

3.2. ОЦЕНКА УПРАВЛЯЕМОСТИ ЛА
(ОПРЕДЕЛЕНИЕ МАКСИМАЛЬНО ДОПУСТИМОЙ
СТЕПЕНИ СТАТИЧЕСКОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ)

Управляемость (стабилизация) ЛА будет обеспечена, если в любой момент времени полета управляющий момент будет больше возмущающего, т. е.

$$|M_{z \text{ упр}}(t)| = I_z(t) c_{\delta\delta}(t) |\delta_{\delta}(t)| > |M_{z \text{ возм}}(t)|$$

или

$$|\delta_{\delta}(t)| > \frac{|M_{z \text{ возм}}(t)|}{I_z(t) c_{\delta\delta}(t)} \quad (3.1)$$

Пусть $\delta_{\delta \text{ max}}$ — максимальный угол поворота УД в процессе полета. Из конструктивных, весовых и энергетических соображений угол поворота УД ограничен некоторым допустимым значением $\delta_{\delta \text{ доп}}$. По статистике для ЖРД, качающихся в двух плоскостях (тангажа и рыскания) $\delta_{\delta \text{ доп}} = 5 \dots 7^\circ$; для двигателей, поворачивающихся в одной плоскости, $\delta_{\delta \text{ доп}} = 7 \dots 10^\circ$; для ТТУ $\delta_{\delta \text{ доп}} = 12 \dots 15^\circ$.

Величина возмущающего момента в основном определяется скоростью ветра $W(t)$ и степенью статической неустойчивости ЛА, характеризуемой коэффициентом $c_{\delta\delta} = -q S_m c_y^2 x_F / I_z$.

При $x_F > 0$ (аэродинамический фокус ЛА лежит выше центра масс) $c_{\delta\delta} < 0$ и аппарат статически неустойчив. Чем больше $|c_{\delta\delta}|$, тем больше действующее возмущение.

Определим $|c_{\delta\delta}|_{\text{доп}}$ исходя из заданного $\delta_{\delta \text{ доп}}$ для случая максимального скоростного напора q_{max} (момент i_q) и максимальной скорости ветра $W_{\text{max}} = 90$ м/с. Расчет будем проводить в следующей последовательности.

Определяем ветровой угол атаки $\alpha_w = 57,3 W/V$.

Рассчитываем допустимый статический коэффициент усиления АС по ветровому углу атаки

$$a_{w \text{ доп}} = \frac{\delta_{\delta \text{ доп}}}{k_d \alpha_w}$$

где $k_d = 1,2 \dots 1,5$ — коэффициент, учитывающий динамику процесса стабилизации (коэффициент динамичности).

Далее определяем нижнюю допустимую границу области устойчивости по коэффициенту a_0 :

$$a_{0 \text{ и доп}} = \frac{a_{w \text{ доп}}}{1 - \beta a_{w \text{ доп}}}$$

И наконец $|c_{\delta\delta}|_{\text{доп}} = a_{0 \text{ доп}} c_{\delta\delta}$.

Если $|c_{\text{ф}}|_{\text{доп}}$ не меньше располагаемого, т. е.
 $|c_{\text{ф}}|_{\text{доп}} \geq |c_{\text{ф}}|_{\text{расп}} = |c_{\text{ф}}(t_q)|$,
 то ЛА будет управляем.

Далее переходим к расчету устойчивости движения. В противном случае необходимо предварительно подобрать стабилизаторы и заново рассчитать аэродинамические характеристики ЛА.

3.3. ОБЕСПЕЧЕНИЕ УПРАВЛЯЕМОСТИ ЛА (ПОДБОР СТАБИЛИЗАТОРОВ)

Пусть $|c_{\text{ф}}|_{\text{доп}} > |c_{\text{ф}}|_{\text{расп}}$. Вычислим для этого момента времени производные коэффициентов момента по углу атаки:

$$m_{z \text{ расп}}^{\alpha} = (c_{y \text{ ф}}^{\alpha} x_{\text{ф}})_{\text{расп}} / l_{\text{ф}};$$

$$m_{z \text{ доп}}^{\alpha} = \frac{I_z |c_{\text{ф}}|_{\text{доп}}}{q_{\text{max}} S_{\text{м}} l_{\text{ф}}},$$

где $l_{\text{ф}}$ — длина центрального блока ЛА.

Определим потребное приращение площади стабилизаторов (или их площадь в случае отсутствия):

$$\Delta S_{\text{ст}} = S_{\text{м}} l_{\text{ф}} \frac{m_{z \text{ расп}}^{\alpha} - m_{z \text{ доп}}^{\alpha}}{c_{y \text{ ст}}^{\alpha} |x_{\text{ф ст}}|},$$

где $c_{y \text{ ст}}^{\alpha}$ — производная коэффициента нормальной аэродинамической силы стабилизатора (консоли);

$x_{\text{ф ст}} = x_{1 \text{ м}} - x_{1 \text{ ф ст}}$ — координата аэродинамического фокуса стабилизатора. Для определения $c_{y \text{ ст}}^{\alpha}$ надо задаться формой стабилизатора в плане, если его не было.

Для различных чисел Маха, соответствующих выбранным моментам времени (5...7), вычисляются $c_{y \text{ ст}}^{\alpha}(t)$ [10]. В качестве координаты фокуса стабилизатора можно принять $x_{1 \text{ ф ст}} = x_{1 \text{ р}}$. Пересчет аэродинамических характеристик для выбранных моментов времени полета выполняется по формулам:

$$c_{y \text{ а}}^{\alpha} = c_{y \text{ а расп}}^{\alpha} + c_{y \text{ ст}}^{\alpha} \Delta \bar{S}_{\text{ст}};$$

$$c_{y}^{\alpha} = c_{y \text{ расп}}^{\alpha} + c_{y \text{ ст}}^{\alpha} \Delta \bar{S}_{\text{ст}};$$

$$x_{\text{ф}} = (c_{y \text{ расп}}^{\alpha} x_{\text{ф 1 а:п}} + c_{y \text{ ст}}^{\alpha} x_{\text{ф ст}} \Delta \bar{S}_{\text{ст}}) / c_{y \text{ а}}^{\alpha},$$

где $\Delta \bar{S}_{\text{ст}} = \Delta S_{\text{ст}} / S_{\text{м}}$.

Следует отметить, что под $\Delta S_{\text{ст}}$ понимается площадь проекций консолей на плоскость XOZ ЛА.

4. РАСЧЕТ И ОБЕСПЕЧЕНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ ДВИЖЕНИЯ ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА

4.1. УРАВНЕНИЯ ВОЗМУЩЕННОГО ДВИЖЕНИЯ ЛА. РАСЧЕТ КОЭФФИЦИЕНТОВ УРАВНЕНИЙ

Существует много различных определений устойчивости невозмущенного движения ЛА. Наиболее распространенным и широко используемым в практике КБ является понятие устойчивости, предложенное А. А. Ляпуновым. В этом случае рассматривается свободное возмущенное движение системы при некоторых произвольных начальных отклонениях от невозмущенного движения (произвольных начальных условиях). Тогда под *устойчивостью невозмущенного движения ЛА* понимается его способность вернуться на программную (невозмущенную) траекторию после прекращения действия возмущений. В дальнейшем исследуется устойчивость ЛА по Ляпунову.

Рассматривая возмущенное движение ЛА в плоскости тангажа, ограничимся уравнениями короткопериодического движения [11] с учетом ветра:

уравнение линейных ускорений

$$\Delta \ddot{y} + c_{y\dot{y}} \dot{\Delta y} + c_{y\dot{\theta}} \dot{\Delta \theta} + c_{y\ddot{\theta}} \Delta \ddot{\theta} + c_{y\dot{\delta}_y} \Delta \dot{\delta}_y = c_{yW} W_y, \quad (4.1)$$

уравнение угловых ускорений

$$\Delta \ddot{\theta} + c_{\theta\dot{\theta}} \dot{\Delta \theta} + c_{\theta\dot{y}} \dot{\Delta y} + c_{\theta\dot{\delta}_y} \Delta \dot{\delta}_y = c_{\theta W} W_y. \quad (4.2)$$

В дальнейших расчетах пренебрегаем в уравнениях (4.1) и (4.2) членами, пропорциональными угловой скорости вращения $\Delta \dot{\theta}$, т. е. положим ввиду малости $c_{y\dot{\theta}} = c_{\theta\dot{\theta}} = 0$.

Для расчета областей устойчивости и квазиустановившегося режима полета ЛА необходимо рассчитать для 6—7 характерных моментов времени коэффициенты уравнений возмущенного движения (табл. 5).

Расчетные моменты времени выбираются таким образом, чтобы каждую кривую исходных данных можно было графически восстановить через ее ординаты (с известной долей погрешности). Этот выбор проиллюстрирован на рис. 25.

4.2. ВЫБОР ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК И ПЕРЕДАТОЧНЫХ ЧИСЕЛ АС

Линеаризованное уравнение автомата стабилизации в плоскости тангажа имеет вид [11]

$$\tau_2 \Delta \ddot{\delta}_y + \tau_1 \Delta \dot{\delta}_y + \Delta \delta_y = a_0 \Delta \theta + a_1 \dot{\Delta \theta} + a_2 \Delta y + a_3 \dot{\Delta y}, \quad (4.3)$$

где a_i ($i = \overline{0,3}$) — передаточные числа АС по соответствующим входным сигналам;

Расчет коэффициентов уравнений возмущенного движения

Исходные данные и коэффициенты	Размер- ность	Время			
		t_1	t_2	t_n	$t_{\kappa 1}$
<i>Исходные данные</i>					
m	т				
I_z	тм ²				
P	кН				
$P_{\delta} = \beta P$	кН				
c_{x0}					
c_{ya}^z	рад ⁻¹				
$c_{y'}^z = c_{x0} + c_{ya}^z$	рад ⁻¹				
x_{1M}	м				
x_{1F}	м				
x_{1p}	м				
$x_F = x_{1M} - x_{1F}$	м				
$x_p = x_{1M} - x_{1p}$	м				
q	кРа				
V	мс ⁻¹				
S_M	м ²				
<i>Коэффициенты</i>					
$c_{y\delta} = -P_{\delta} / m$	мс ⁻²				
$c_{y\delta} = -(P + c_{ya}^z q S_M) / m$	мс ⁻²				
$c_{y\dot{y}} = c_{ya}^z q S_M / (m V)$	с ⁻¹				
$c_{y\delta} = P_{\delta} x_p / I_z$	с ⁻²				
$c_{y\delta} = -q S_M c_{ya}^z x_F / I_z$	с ⁻²				
$c_{y\dot{y}} = -c_{y\delta} / V$	м ⁻¹ с ⁻¹				

τ_1 и τ_2 — коэффициенты, характеризующие динамические свойства АС.

Уравнение (4.3) можно записать в другом виде:

$$\Delta \delta_{\text{н}} + 2 \varepsilon_{\delta} \omega_{\delta} \Delta \delta_{\text{н}} + \omega_{\delta}^2 \Delta \delta_{\text{н}} = f(t),$$

где ω_{δ} — собственная недемпфированная круговая частота АС, с^{-1} ;

$$\nu_{\delta} = \frac{\omega_{\delta}}{2\pi} — \text{та же частота в ГЦ};$$

ε_{δ} — безразмерный коэффициент демпфирования АС.

Необходимо подобрать параметры τ_2 и τ_1 (ω_{δ} и ε_{δ}). Они связаны очевидными соотношениями

$$\omega_{\delta} = \frac{1}{\sqrt{\tau_2}}; \quad \tau_1 = 2 \varepsilon_{\delta} \sqrt{\tau_2}.$$

Коэффициент демпфирования ε_{δ} , обеспечивающий хорошее качество переходного процесса в АС, выбирается в пределах $\varepsilon_{\delta} = 0,6 \dots 0,8$.

Для обеспечения фазовой стабилизации ЛА на частотах колебания твердого тела ν_0 и частотах колебаний жидкости ν_j в большинстве баков АС должен давать фазовое опережение. Для фазовой стабилизации первого тона изгибных колебаний на частоте $\nu_{1\text{н}}$ — фазовое запаздывание. С учетом перечисленных требований должно выполняться необходимое частотное неравенство

$$\nu_0(t) < \nu_j(t) < \nu_{\delta} < \nu_{1\text{н}}(t).$$

Как правило, для всех ЛА $\nu_0(t) < \nu_j(t)$, поэтому необходимо соответствующим выбором τ_2 обеспечить выполнение неравенства

$$1,2 \nu_{j \text{ max}} \leq \nu_{\delta} \leq 0,8 \nu_{1\text{н min}}. \quad (4.4)$$

Минимальная частота колебаний жидкости в баках соответствует максимальной перегрузке $n_{x \text{ max}}$ и баку с минимальным радиусом $R_{j \text{ min}}$ (время полета близкое $t_{к1}$):

$$\nu_{j \text{ max}} = 0,68 \sqrt{n_{x \text{ max}} / R_{j \text{ min}}}. \quad (4.5)$$

Минимальная частота первого тона изгибных колебаний ЛА имеет место в начале полета. Если она неизвестна, то предварительно можно принять $\nu_{1\text{н min}} = (3 \dots 5) \nu_{j \text{ max}}$.

На основе выражений (4.4) и (4.5) получаем неравенство для выбора параметра τ_2

$$\frac{0,040}{\nu_{1\text{н min}}^2} \leq \tau_2 \leq \frac{0,018}{\nu_{j \text{ max}}^2}. \quad (4.6)$$

Из условия обеспечения общей для всей траектории полега области устойчивости τ_2 должно также удовлетворять неравенству

$$\tau_2 \leq \frac{0,2}{a_{0 \text{ и доп}} c_{y\delta}^2(i_{\text{к1}})}.$$

Для твердотопливного ЛА правая граница в неравенстве (4.6) равна 0, а частоту изгибных колебаний можно принять равной 3...5 Гц. При выборе τ_2 желательно придерживаться середины интервала (4.6). После выбора τ_2 вычисляются τ_1 , частоты ω_δ и ν_δ .

Передаточные числа a_2 и a_3 автомата стабилизации в первом приближении задаются на основе статистических данных:

$$a_2 = (3 \dots 5) 10^{-4} a_{0 \text{ и доп}};$$

$$a_3 = (10 \dots 20) a_2.$$

4.3. РАСЧЕТ ОБЛАСТЕЙ УСТОЙЧИВОСТИ ЛА

Области устойчивости рассчитываются для плоскости передаточных чисел a_0 и a_1 на основе амплитудно-фазочастотных характеристик (АФЧХ) летательного аппарата как объекта управления.

Уравнения возмущенного движения ЛА можно представить в матричном виде:

$$M\ddot{X} + B\dot{X} + CX = K\Delta\delta_0, \quad (4.7)$$

где $X = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n]^T$ — вектор вариаций кинематических параметров движения; M, B, C — квадратные матрицы коэффициентов; K — вектор коэффициентов.

Применительно к уравнениям движения ЛА как твердого тела (4.1) и (4.2) имеем

$$X = [x_1 = \Delta y \quad x_2 = \Delta \theta]^T, \quad n = 2;$$

$$K = [k_1 = -c_{y\delta} \quad k_2 = -c_{\theta\delta}]^T;$$

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} c_{y\dot{y}} & c_{y\dot{\theta}} \\ c_{\theta\dot{y}} & c_{\theta\dot{\theta}} \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 0 & c_{y\delta} \\ 0 & c_{\theta\delta} \end{bmatrix}.$$

Пусть УД колеблются с частотой ω и амплитудой, равной 1, т. е.

$$\Delta\delta_0 = 1 \cdot e^{i\omega t}. \quad (4.8)$$

Тогда в установившемся режиме

$$X = W(i\omega) e^{i\omega t}, \quad (4.9)$$

где $W(i\omega)$ — вектор АФЧХ ЛА как объекта управления.

Представим комплексную функцию $W(i\omega)$ в виде суммы действительной и мнимой частотных характеристик:

$$W(i\omega) = W_d(\omega) + iW_m(\omega). \quad (4.10)$$

Для твердого тела имеем

$$\begin{aligned} W(i\omega) &= [W_y(i\omega) \quad W_\theta(i\omega)]^T; \\ W_g(\omega) &= [W_{\lambda y}(\omega) \quad W_{\lambda\theta}(\omega)]^T; \\ W_m(\omega) &= [W_{my}(\omega) \quad W_{m\theta}(\omega)]^T. \end{aligned}$$

Подставляя выражения (4.8) — (4.10) в уравнение (4.7) и отделяя действительные и мнимые части, получаем решения

$$\begin{aligned} W_d(\omega) &= G^{-1}(\omega) K; \\ W_m(\omega) &= -\omega D^{-1} B W_d(\omega), \end{aligned}$$

где $D = C - \omega^2 M$;

$$G = D + \omega^2 B D^{-1} B.$$

Обратимся к уравнению (4.3) автомата стабилизации. Так как $\Delta \delta_\theta = e^{i\omega t}$, то

$$\Delta y = W_y(i\omega) e^{i\omega t}, \quad \Delta \theta = W_\theta(i\omega) e^{i\omega t}. \quad (4.11)$$

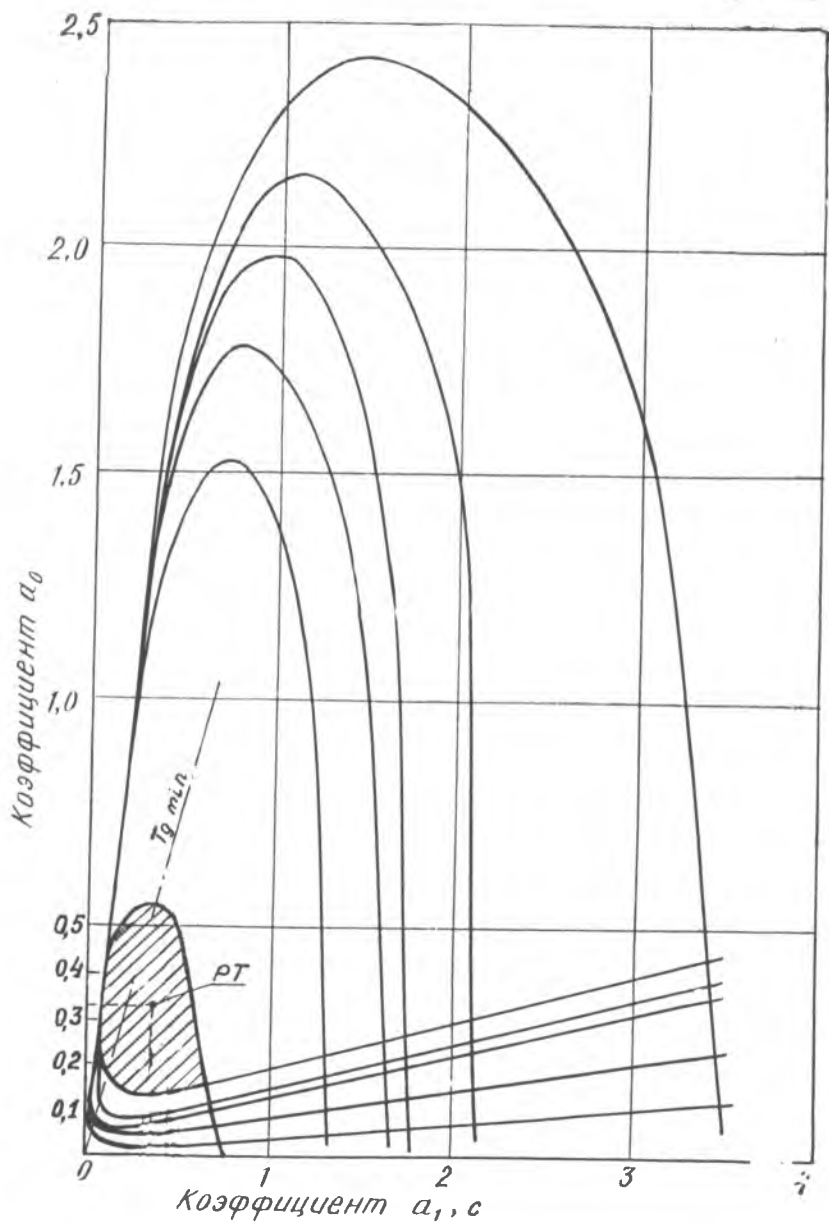
Подставив выражения (4.8) и (4.11) в уравнение АС и отделив действительные и мнимые части, получим два алгебраических уравнения относительно коэффициентов a_0 и a_1 :

$$\begin{aligned} a_0 W_{\lambda\theta}(\omega) - a_1 \omega W_{m\theta}(\omega) &= 1 - \tau_2 \omega^2 - a_2 W_{\lambda y}(\omega) + a_3 \omega W_{my}(\omega); \\ a_0 W_{m\theta}(\omega) + a_1 \omega W_{\lambda\theta}(\omega) &= \omega \tau_1 - a_2 W_{my}(\omega) - a_3 \omega W_{\lambda y}(\omega). \end{aligned}$$

Изменяя ω от $\omega_{\min} (\approx 0,2)$ до $\omega_{\max} (\approx \omega_c)$ с некоторым шагом $\Delta\omega$ получаем для каждой частоты ω_m пару значений $a_0(\omega_m)$ и $a_1(\omega_m)$. Расчет приводится на ЭВМ по программе «OBLUST» для 6—7 моментов времени полета. Входными параметрами к программе являются исходные данные из табл. 5. Программа позволяет рассчитывать области устойчивости для произвольного порядка матричных уравнений (4.7), в частности, с учетом подвижности жидкости в баках. Области устойчивости строятся на одном листе в координатах a_1, a_0 , (рис. 27).

Из общей для всех моментов полета области устойчивости выбирается рабочая точка (РТ) автомата стабилизации, т. е. пара передаточных чисел a_0 и a_1 . При этом РТ должна лежать вдали от границ общей области устойчивости и правее прямой, проходящей через начало координат и точку $(T_{\lambda\min}, 1)$, где

$$T_{\lambda\min} = \frac{\tau_1}{1 - \tau_2 \omega_{\max}^2}.$$



Первое требование обусловлено случайным характером границ областей устойчивости; второе — требованием фазового опережения АС на собственных частотах колебаний топлива $\omega_{..}$.

4.4. ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ К КОНСТРУКЦИИ ЛА ДЛЯ ОБЕСПЕЧЕНИЯ УСТОЙЧИВОСТИ ДВИЖЕНИЯ

Известно, что для фазовой стабилизации ЛА как твердого тела, а также гашения колебаний жидкости в баках, уровень в которых ниже центра масс и выше сечения $x_{1в}$, автомат стабилизации должен давать фазовое опережение. Из этих соображений были определены коэффициенты уравнения АС. Координата $x_{1в}$ вычисляется по формуле [11]

$$x_{1в}(t) = x_{1м}(t) - \frac{I_z(t)}{m(t) |x_p(t)|}.$$

График $x_{1в}(t)$ построен на рис. 28, там же построены графики $x_{1н}(t) = x_{1м}(t)$ и $H_i(t)$.

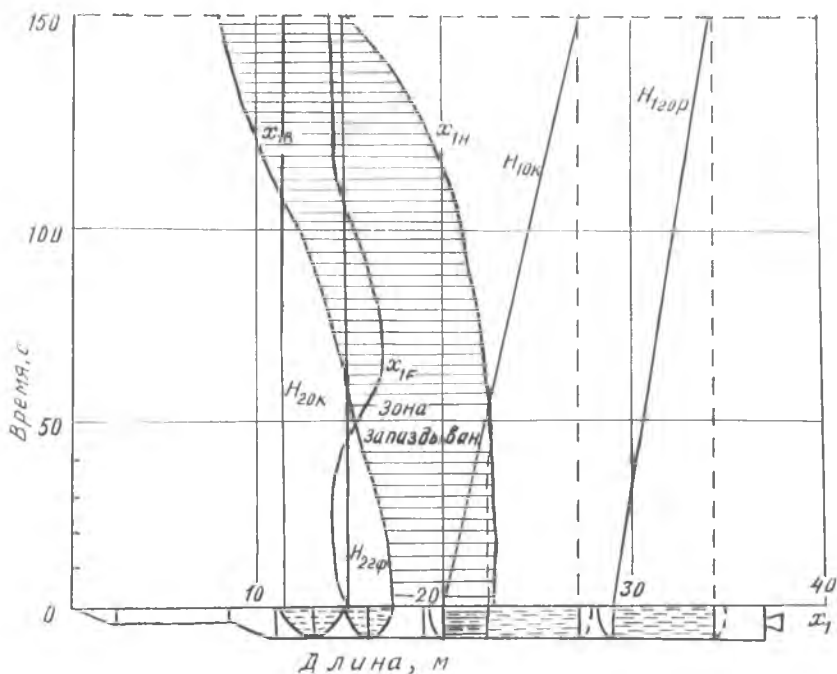


Рис. 28. Уровни топлива и границы зоны запаздывания АС

Однако для фазовой стабилизации жидкости в баках, где уровень выше $x_{1н}(t)$, но ниже $x_{1в}(t)$, от АС требуется фазовое запаздывание. Собственные частоты колебаний жидкости во всех баках довольно близки друг к другу, и поэтому АС на всех этих частотах будет давать фазовое опережение. В результате без специальных конструктивных мероприятий полет ЛА с выбранным АС окажется неустойчивым из-за раскачки жидкости в некоторых баках ЛА. Чтобы этого не произошло, для баков, где уровень жидкости лежит в зоне запаздывания (см. рис. 28) необходимо обеспечить амплитудную стабилизацию или исключить подвижность жидкости вообще. Достигается это с помощью следующих конструктивных мероприятий [12]:

1. Свободную поверхность жидкости в неопорожняющихся на первой ступени полета баках закрывают специальными перфорированными крышками, что исключает ее подвижность.

2. В опорожняющиеся баки ставятся продольные перегородки (с перфорацией) на глубину зоны запаздывания, что приводит к увеличению демпфирования и собственной частоты колебаний жидкости. При этом обеспечивается амплитудная стабилизация.

На частоте первого тона изгибных колебаний корпуса АС должен обеспечить фазовое запаздывание. При этом гиросприбор должны быть установлены как можно ближе к носу ЛА, чтобы обеспечить фазовое запаздывание АС для всех моментов времени полета с учетом разброса динамических характеристик ЛА от изделия к изделию.

4.5. РАСЧЕТ КВАЗИУСТАНОВИВШЕГОСЯ РЕЖИМА ПОЛЕТА. ОЦЕНКА ТЕХНИЧЕСКОЙ УСТОЙЧИВОСТИ ЛА

Квазиустановившийся (или квазibalансировочный) режим полета ЛА соответствует случаю медленного изменения линейных и угловых скоростей движения при полете в струйном течении.

Приняв в уравнениях возмущенного движения (4.1) — (4.3) $\Delta \dot{y} = \Delta \dot{\theta} = \Delta \dot{\delta}_w = 0$, получим алгебраические уравнения квазиустановившегося режима полета

$$c_{y\dot{y}} \Delta \theta_w + c_{y\delta} \Delta \delta_w = c_{y\dot{y}} W_y; \quad (4.12)$$

$$c_{\theta\dot{\theta}} \Delta \theta_w + c_{\theta\delta} \Delta \delta_w = c_{\theta\dot{\theta}} W_y; \quad (4.13)$$

$$\Delta \delta_w = a_0 \Delta \theta_w + a_2 \Delta y_w, \quad (4.14)$$

где Δy_w — квазibalансировочный нормальный снос ЛА;

$\Delta \theta_w$ — квазibalансировочный угол тангажа;

$\Delta \delta_w$ — квазibalансировочный угол поворота УД.

Из уравнений (4.12) — (4.14) получаем

$$\begin{aligned} \Delta \delta_{\vartheta \omega} &= \frac{c_{\vartheta y} c_{y \vartheta} - c_{\vartheta \vartheta} c_{y \vartheta}}{c_{\vartheta z} c_{y \vartheta} - c_{\vartheta \vartheta} c_{y \vartheta}} W_y ; \\ \Delta \vartheta_{\omega} &= (c_{y \vartheta} W_y - c_{y \vartheta} \Delta \delta_{\vartheta \omega}) / c_{y \vartheta} ; \\ \Delta y_{\omega} &= (\Delta \delta_{\vartheta \omega} - a_0 \Delta \vartheta_{\omega}) / a_2, \end{aligned} \quad (4.15)$$

где $W_y = W \sin \Theta$.

Для выбранных моментов времени полета по данным табл. 5 рассчитываются и строятся квазибалансировочные кривые (рис. 29).

По графику $\Delta \delta_{\vartheta \omega}(t)$ определяется максимальный угол поворота УД в плоскости тангажа (момент t_{δ})

$$\delta_{\vartheta \max} = k_{\delta} \max_t |\Delta \delta_{\vartheta \omega}(t)|.$$

Так как в плоскости рыскания ветер может иметь направление, перпендикулярное продольной оси ЛА ($W_z = W$), то

$$\delta_{\psi \max} = \delta_{\vartheta \max} / \sin \Theta (t_{\delta}).$$

В качестве максимального угла поворота УД в плоскостях тангажа и рыскания назначается угол $\delta_{\psi \max}$, т. е. $\delta_{\psi \max} = \delta_{\vartheta \max}$. Аналогично определяются максимальные значения угла рыскания (время t_{ϑ}) и бокового сноса ЛА (время t_y)

$$\psi_{\max} = k_{\delta} \max_t |\Delta \vartheta_{\omega}(t)| / \sin \Theta (t_{\vartheta});$$

$$z_{\max} = k_{\delta} \max_t |\Delta y_{\omega}(t)| / \sin \Theta (t_y).$$

Далее проверяются условия технической устойчивости невозмущенного движения ЛА в плоскостях тангажа и рыскания:

$$\delta_{\max} \leq \delta_{\text{доп}}; \quad (4.16)$$

$$\psi_{\max} \leq \psi_{\text{доп}}; \quad (4.17)$$

$$z_{\max} \leq z_{\text{доп}}. \quad (4.18)$$

По статистике $\psi_{\text{доп}} = 7 \dots 10^\circ$, $z_{\text{доп}} = 200 \dots 300$ м.

Неравенство (4.16) выполняется автоматически (см. разд. 3). Реализацию условия (4.18) можно обеспечить путем соответствующего увеличения передаточного числа a_2 [см. формулу (4.15)]. Если угол рыскания превышает допустимое значение (4.17), то необходимо еще больше увеличить площадь стабилизаторов, т. е. уменьшить степень статической неустойчивости ЛА (повторный расчет в данной работе не производится).

В заключение необходимо сделать вывод о технической устойчивости или неустойчивости ЛА.

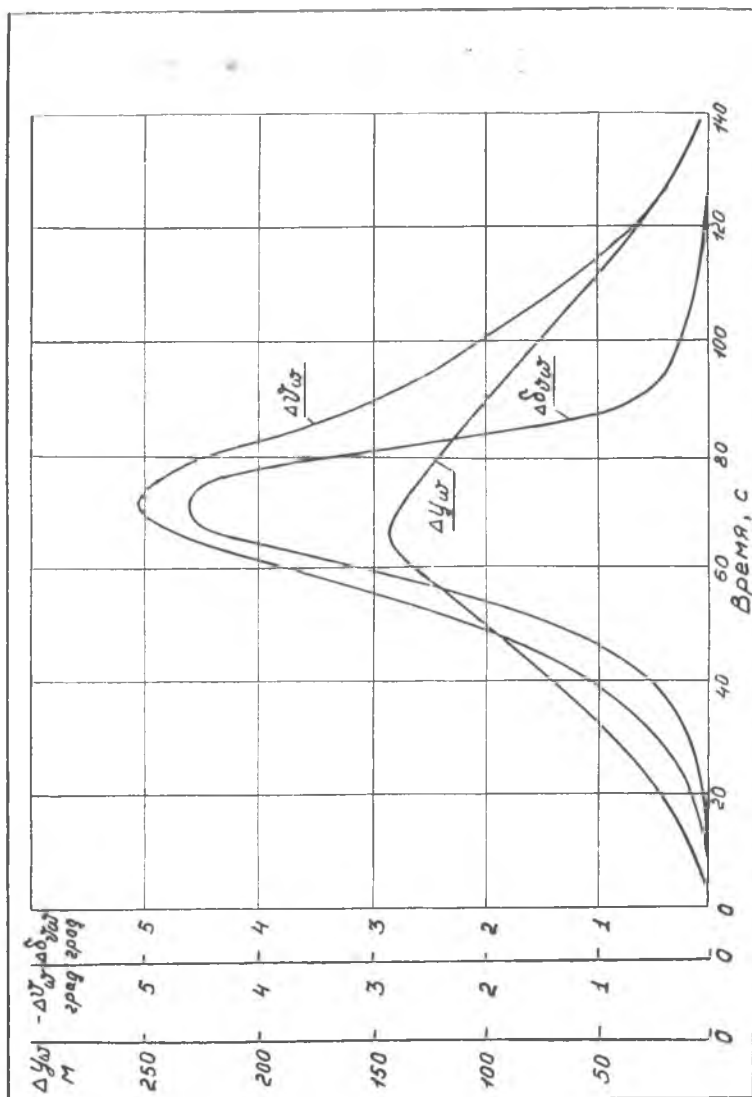


Рис. 29. Квазибалансировочные значения кинематических параметров движения

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Москаленко Г. М. Инженерные методы проектирования в ракетодинамике. — М.: Машиностроение, 1974.
2. Атмосфера стандартная. Параметры ГОСТ 4401-81. — М.: Изд-во стандартов, 1981.
3. Тихонравов М. К. и др. Основы теории полета и элементы проектирования искусственных спутников Земли. — М.: Машиностроение, 1967.
4. Проектирование и испытания баллистических ракет. — М.: Воениздат МО СССР, 1970.
5. Аппазов Р. Ф., Лавров С. С., Мишин В. П. Баллистика управляемых ракет дальнего действия. — М.: Наука, 1966.
6. Эльясберг П. Е. Введение в теорию полета искусственных спутников Земли. — М.: Наука, 1966.
7. Охоцимский Д. Е., Энеев Т. М. Вариационная задача, связанная с запуском искусственного спутника Земли. — Успехи физических наук. Т. 63. Вып. 1а, 1957.
8. Ракеты-носители. — М.: Воениздат, 1981.
9. Основы теории полета космических аппаратов / Под ред. Г. С. Нарчианина и М. К. Тихонравова. — М.: Машиностроение, 1972.
10. Лебедев А. А., Чернобровкин Л. С. Динамика полета. — М.: Машиностроение, 1973.
11. Абгарян К. А., Рапопорт И. М. Динамика ракет. — М.: Машиностроение, 1969.
12. Колесников К. С. Жидкостная ракета как объект регулирования. — М.: Машиностроение, 1969.

Оглавление

Предисловие	3
I. РАСЧЕТ ПРОГРАММНОЙ ТРАЕКТОРИИ МНОГОСТУПЕНЧАТОГО ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА	3
1. Подготовка исходных данных к расчету траектории	3
1.1. Основные понятия, массовые и проектные параметры многоступенчатой ракеты	4
1.2. Исходные данные для поверочно-проектировочного расчета программной траектории	6
1.3. Расчет потребной конечной скорости запуска ЛА	10
1.4. Оценка энергетических возможностей носителя	12
2. Расчет программной траектории первой ступени носителя	17
2.1. Система дифференциальных уравнений движения	17
2.2. Построение программы полета первой ступени	18
2.3. Расчет траектории первой ступени на ЭЦВМ	21
3. Расчет оптимальной траектории ступеней носителя, движущихся в разреженной атмосфере	23
3.1. Выбор схемы выведения	23
3.2. Расчет конечных параметров оптимального движения ступени с учетом кривизны Земли	24
3.3. Определение параметров оптимальной программы угла тангажа второй ступени двухступенчатого носителя КЛА	26
3.4. Определение оптимальной программы угла тангажа второй ступени носителя при запуске БЛА	27
3.5. Расчет конечных параметров движения	31
3.6. Обеспечение требуемой орбитальной скорости	32
4. Переход от относительного движения к абсолютному	33
5. Определение характеристик движения летательного аппарата на опорной орбите	35
6. Вывод космического аппарата на целевую орбиту	37
6.1. Определение потребной характеристической скорости полета КА для выполнения целевых задач	38
6.2. Определение длительности перелета	40
6.3. Определение массы полезной нагрузки и построение схемы полета космического аппарата	41
II. РАСЧЕТ И ОБЕСПЕЧЕНИЕ УПРАВЛЯЕМОСТИ И УСТОЙЧИВОСТИ ДВИЖЕНИЯ ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА В ПЛОСКОСТИ ТАНГАЖА НА АКТИВНОМ УЧАСТКЕ ПОЛЕТА В АТМОСФЕРЕ	43
1. Основные задачи расчета устойчивости и управляемости ЛА	43
2. Подготовка исходных данных для расчета управляемости и устойчивости движения ЛА	44

2.1. Компоновка и приближенный расчет инерционных характеристик ЛА	44
2.2. Основные исходные данные для расчета управляемости и устойчивости движения ЛА	47
3. Расчет и обеспечение управляемости ЛА	51
3.1. Выбор способа управления и эффективности ОУ	51
3.2. Оценка управляемости ЛА (определение максимально допустимой степени статической неустойчивости)	53
3.3. Обеспечение управляемости ЛА (подбор стабилизаторов)	54
4. Расчет и обеспечение устойчивости движения летательного аппарата	55
4.1. Уравнение возмущенного движения ЛА. Расчет коэффициентов уравнений	55
4.2. Выбор динамических характеристик и передаточных чисел АС	55
4.3. Расчет областей устойчивости ЛА	58
4.4. Дополнительные требования к конструкции ЛА для обеспечения устойчивости движения	61
4.5. Расчет квазиустановившегося режима полета. Оценка технической устойчивости ЛА	62
Библиографический список	65

Св. план 1987, поз. 62.

*Виталий Михайлович Белоконов,
Вячеслав Аркадьевич Вьюжанин*

**РАСЧЕТ ЛЕТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ЛЕТАТЕЛЬНЫХ
АППАРАТОВ С ПРИМЕНЕНИЕМ ЭВМ**

Редактор Е. Д. Антипова
Техн. редактор Н. М. Каленюк
Корректор Н. С. Куприянова

Сдано в набор 14.05.87 г. Подписано в печать 6.07.1987 г.
ЕО 00267. Бумага оберточная. Гарнитура литературная.
Печать высокая. Усл. п. л. 4,0. Уч.-изд. л. 3,9. Т. 600 экз.
Заказ 604. Цена 15 к.

Куйбышевский ордена Трудового Красного Знамени
авиационный институт имени академика С. П. Королева,
г. Куйбышев, ул. Молодогвардейская, 151.

Типография ЭОЗ КуАИ, г. Куйбышев, ул. Ульяновская, 18.