

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САМАРСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ АКАДЕМИКА С.П. КОРОЛЕВА»
(САМАРСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

РАСЧЁТ СТАТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛИМЫХ БАЛОК

Рекомендовано редакционно-издательским советом федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева» в качестве учебного пособия для обучающихся по основным образовательным программам высшего образования по направлениям подготовки 15.03.01 Машиностроение, 15.03.03 Прикладная механика, 15.03.05 Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств, 22.03.02 Metallургия, 23.03.01 Технология транспортных процессов, 24.03.04 Авиастроение, 24.05.01 Проектирование, производство и эксплуатация ракет и ракетно-космических комплексов, 24.03.01 Ракетные комплексы и космонавтика, 25.03.01 Техническая эксплуатация летательных аппаратов и двигателей, 27.03.02 Управление качеством и по специальностям 24.05.07 Самолёто- и вертолётостроение, 24.05.02 Проектирование авиационных и ракетных двигателей

САМАРА
Издательство Самарского университета
2020

УДК 539.3/6(075)

ББК 30.121я7

P248

Авторы: *В.К. Шадрин, В.С. Вакулюк, В.А. Кирпичёв,
В.Ф. Павлов, В.П. Сазанов*

Рецензенты: д-р физ.-мат. наук, проф. В.П. Радченко,
канд. техн. наук, доц. В.А. Мехеда

P248 **Расчёт статически определимых балок:** учебное пособие /
В.К. Шадрин, В.С. Вакулюк, В.А. Кирпичёв [и др.]. – Самара: Изда-
тельство Самарского университета, 2020. – 128 с.: ил.

ISBN 978-5-7883-1567-6

Изложены методики построения эпюр поперечных сил и изгибающих моментов в статически определимых балках, подкреплённая многочисленными примерами и методики расчётов балок на прочность и жёсткость.

Приведены расчётные схемы балок, необходимые для выполнения расчётно-проектировочных работ.

Пособие предназначено для студентов очной, очно-заочной и заочной форм обучения, изучающих дисциплины «Сопротивление материалов»:

Институт авиационной техники: 15.03.05; 23.03.01; 24.03.04; 24.05.07; 25.03.01; 27.03.02 – 3-4-й семестр; 27.03.02 – 4-й семестр.

Институт ракетно-космической техники: 15.03.01 – 3-й семестр; 15.03.03; 22.03.02; 24.03.01; 24.05.01 – 3-4-й семестр.

Институт двигателей и энергетических установок: 15.03.05; 24.05.02; – 4-5-й семестр; 24.03.05 – 4-й семестр.

Дисциплину «Механика материалов и конструкций» – 13.03.03 – 4-5-й семестр.

Подготовлено на кафедре сопротивления материалов Самарского университета.

УДК 539.3/6(075)

ББК 30.121я7

ISBN 978-5-7883-1567-6

© Самарский университет, 2020

СОДЕРЖАНИЕ

I. Задание	4
Выбор задания	4
Порядок выполнения работы	4
II. Пример выполнения работы	7
1. Построение эпюр поперечных сил, изгибающих моментов (M) и изогнутых осей	7
2. Подбор размеров поперечных сечений	27
3. Сравнение масс балок различных сечений	28
4. Полная проверка прочности балки	29
5. Исследование напряжённо-деформированного состояния в точке 4	31
6. Определение перемещений	33
III. Балки с буквенными значениями нагрузок и размеров	35
IV. Балки с числовыми значениями нагрузок и размеров	96
Библиографический список	127

І. ЗАДАНИЕ

Выбор задания

Номера схемы балок определяются из соотношения

$$\text{№}_{\delta} = \text{№}_{n/n} + N + K_i \cdot n,$$

где №_{δ} – номер балки из разделов III и IV;

N – число, одинаковое для всей группы;

$\text{№}_{n/n}$ – порядковый номер студента в журнале группы;

K_1 – коэффициент для балок с буквенными данными;

K_2 – коэффициент для балок с числовыми данными;

n – последовательно принимает значения: 0; 1; 2; 3; 4.

Соотношения между нагрузками q , F и m для балок с буквенными данными и значения коэффициентов N , K_1 , K_2 задаются преподавателем. Например,

$$F = \frac{ql}{4}; \quad m = \frac{ql^2}{8}; \quad N = 15; \quad K_1 = 216; \quad K_2 = 137.$$

Порядок выполнения работы

1. Изображаются в масштабе схемы балок с буквенными данными, вычисляются реакции опор, указываются их значения на схемах. Строятся эпюры поперечных сил Q и изгибающих моментов M с обозначением характерных ординат.

2. Изображаются в масштабе схемы балок с числовыми данными, вычисляются реакции опор, указываются их значения на схемах. Строятся эпюры поперечных сил и изгибающих моментов. Из условия прочности по нормальным

напряжениям, для каждой балки подбираются двутавровые поперечные сечения.

Для всех буквенных и числовых балок следует показать характер изогнутой оси.

Расчёты по определению значений Q и M в характерных сечениях, в пояснительной записке можно не приводить.

3. Для первой из числовых балок подбираются, кроме двутаврового, прямоугольное, круглое, кольцевое ($d/D = 0,8$), квадратное поперечные сечения, сравниваются массы балок с различными поперечными сечениями.

В расчётах принимается материал балок сталь Ст. 3 с допускаемым напряжением $[\sigma] = 160$ МПа.

4. Проводится исследование напряжённого и деформированного состояний двутавровой балки:

- для исследования выбирается сечение с большими значениями поперечной силы и изгибающего момента, строятся эпюры нормальных и касательных напряжений по высоте сечения;
- вычисляются нормальные и касательные напряжения в точке балки, находящейся на расстоянии $y = h/4$ от нейтральной оси, где h – высота сечения;
- в выделенной точке аналитическим и графическим методами определяются главные напряжения, положение главных площадок, наибольшее касательное напряжение и показывается элемент балки в окрестности выделенной точки с изображением всех напряжений на произвольных и главных площадках;
- по найденным значениям главных напряжений, вычисляются главные линейные деформации $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$, относительное изменение объёма e , удельная энергия деформации u_0 и эквивалентные напряжения по III ($\sigma_{\text{эквIII}}$) и IV ($\sigma_{\text{эквIV}}$) теориям предельных напряжённых состояний.

5. Для одной балки с числовыми данными с помощью дифференциального уравнения изогнутой оси балки определяются прогиб и угол поворота сечения, расположенного в середине пролёта двухопорной балки или на свободном конце консольной балки.

Примечание: по пунктам 3–5, в работе должны быть представлены все расчёты.

6. Оформление работы должно соответствовать требованиям стандарта [1].

II. ПРИМЕР ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Построение эпюр поперечных сил, изгибающих моментов (M) и изогнутых осей

1.1. Буквенная балка № 48 (рис. 1,а)

а) *Определение границ участков.*

Границами участков являются: крайние сечения балки; сечения, в которых приложены сосредоточенные силы или сосредоточенные пары сил, а также начало и конец распределённой силы и сечения, в которых меняется интенсивность распределённой силы.

В нашем случае два участка: AB , BC .

б) *Вычисление реакций опор с помощью уравнений статики.*

Для консольных балок реакции в опоре (в нашем случае H_A , V_A , M_A) определять необязательно, так как внутренние силы на каждом участке можно определить от свободного конца балки.

в) *Построение эпюр поперечных сил.*

Составляем алгебраические уравнения для поперечных сил на каждом участке и вычисляем их значения в характерных сечениях. Для этого, выбираем начало координат и направление оси z на каждом участке.

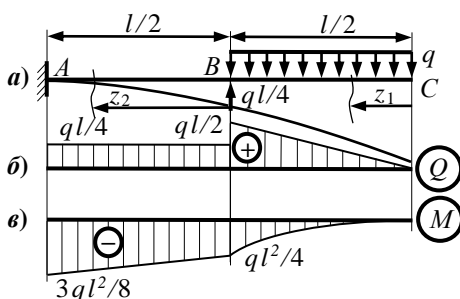


Рис. 1. Буквенная балка № 48

Поперечная сила в любом сечении численно равна сумме проекций на плоскость этого сечения всех внешних сил, действующих по одну сторону от данного сечения.

Правила знаков: $Q > 0$, если внешняя сила поворачивает рассматриваемую часть балки по ходу часовой стрелки и $Q < 0$, если внешняя сила поворачивает рассматриваемую часть балки против хода часовой стрелки:

$$Q(z_1) = q \cdot z_1, \quad Q(z_2) = q \cdot \frac{l}{2} - \frac{ql}{4} = \frac{ql}{4} = const.$$

На первом участке балки поперечная сила меняется по линейному закону, а на втором – постоянна по всей длине:

$$Q_c = Q(0) = 0; \quad Q_B^{\text{пр}} = Q(l/2) = \frac{ql}{2}.$$

Строим эпюру поперечных сил (см. рис. 1,б).

Обращаем внимание на одну особенность, которая возникает при построении эпюр от сосредоточенной силы. Нужно ответить на вопрос, чему равен изгибающий момент в сечении B под сосредоточенной силой: $ql/2$ или $ql/4$ здесь противоречие, так как в одном и том же сечении, действуют

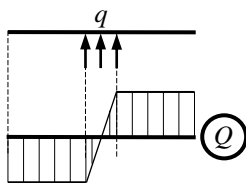


Рис. 2. Характер действия сосредоточенной силы

две различные поперечные силы. На самом деле сила действует не в точке, а на некоторой малой площадке (рис. 2). Тогда, в каждом сечении действует только одна поперечная сила, никакого противоречия нет. Поскольку длина этой площадки несоизмеримо мала по сравнению с длиной балки, на эпюре поперечных сил изображается скачок.

г) Построение эпюры изгибающих моментов.

Составляем алгебраические уравнения для изгибающих моментов на каждом участке и вычисляем их значения в характерных сечениях.

Изгибающий момент в любом сечении численно равен сумме моментов относительно центра тяжести этого се-

чения всех внешних сил, действующих по одну сторону от данного сечения.

Правила знаков: $M > 0$, если внешняя сила направлена вверх и $M < 0$, если внешняя сила направлена вниз:

$$M(z_1) = -q \cdot z_1 \cdot z_1 / 2 = -\frac{qz_1^2}{2},$$

$$M(z_2) = -q \cdot \frac{l}{2} \cdot \left(\frac{l}{4} + z_2 \right) + \frac{ql}{4} \cdot z_2 = -\frac{ql^2}{8} - \frac{ql}{4} \cdot z_2.$$

$$M_C = M(z_1 = 0) = 0, \quad M_B^{\text{сп}} = M\left(z_1 = \frac{l}{2}\right) = -\frac{q}{2} \cdot \left(\frac{l}{2}\right)^2 = -\frac{ql^2}{8}.$$

$$M_B^{\text{лев}} = M(z_2 = 0) = -\frac{ql^2}{8}, \quad M_A = M\left(z_2 = \frac{l}{2}\right) = -\frac{ql^2}{8} - \frac{ql}{4} \cdot \frac{l}{2} = -\frac{ql^2}{4}.$$

Строим эпюру изгибающих моментов, соединяя значение в характерных сечениях на первом участке параболой, а на втором участке – прямой линией (см. рис. 1,б).

д) *Изображение характера изогнутой оси балки.*

По эпюре M , учитывая классические правила знаков, можно построить вид изогнутой оси балки. При этом следует следить за соблюдением условий закрепления и соответствия интенсивности искривления оси, величине значений изгибающих моментов в соответствующих сечениях.

При этом следует иметь в виду, что при построении изогнутой оси балки, перемещения сечений увеличены в десятки-сотни тысяч раз (см. рис. 1,а).

1.2. Буквенная балка № 261 (рис. 3,а)

а) *Определение границ участков.*

В нашем случае два участка: AB , BC .

б) *Вычисление реакций опор с помощью уравнений статики.*

Уравнения необходимо составить так, чтобы неизвестные разделились:

$$\sum M_A = R_C \cdot l - \frac{ql^2}{8} = 0, \quad \Rightarrow \quad R_C = \frac{ql}{8};$$

$$\sum M_C = -R_A \cdot l + \frac{ql^2}{8} = 0, \Rightarrow R_A = -\frac{ql}{8}.$$

$$\text{Проверка: } \sum y = -\frac{ql^2}{8} + \frac{ql}{8} \equiv 0.$$

$$\sum z = H_A = 0.$$

Необходимо обратить внимание, что для балок с прямой осью, всегда, $H_A = 0$

Проверка: $\sum y = -\frac{ql^2}{8} + \frac{ql}{8} \equiv 0$. Это свидетельствует о том, что реакции опор вычислены верно.

в) Построение эпюры поперечных сил.

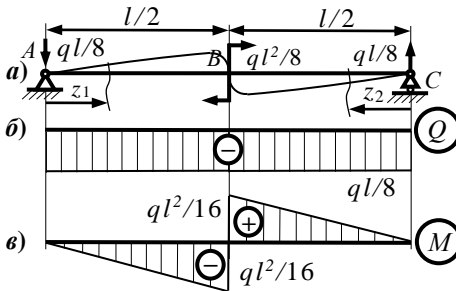


Рис. 3. Буквенная балка № 261

Составляем алгебраические уравнения для поперечных сил на каждом участке и вычисляем их значения в характерных сечениях. Для этого, выбираем начало координат и направление оси на каждом участке.

Поперечная сила в любом сечении численно равна сумме проекций на плоскость этого сечения всех внешних сил, действующих по одну сторону от данного сечения.

Правила знаков: $Q > 0$, если внешняя сила поворачивает рассматриваемую часть балки по ходу часовой стрелки и $Q < 0$, если внешняя сила поворачивает рассматриваемую часть балки против хода часовой стрелки:

$$Q(z_1) = -R_A = -\frac{ql}{8} = const, \quad Q(z_2) = -R_C = -\frac{ql}{8} = const.$$

В данной балке поперечная сила постоянна по всей длине.

Строим эпюру поперечных сил (см. рис. 3, б).

г) **Построение эпюры изгибающих моментов.**

Составляем алгебраические уравнения для изгибающих моментов на каждом участке и вычисляем их значения в характерных сечениях.

Изгибающий момент в любом сечении численно равен сумме моментов относительно центра тяжести этого сечения всех внешних сил, действующих по одну сторону от данного сечения.

Правила знаков: $M > 0$, если внешняя сила направлена вверх и $M < 0$, если внешняя сила направлена вниз:

$$M(z_1) = -R_A \cdot z_1 = -\frac{ql}{8} \cdot z_1, \quad M(z_2) = R_C \cdot z_2 = \frac{ql}{8} \cdot z_2.$$

Полученные уравнения линейные.

$$M_A = M(z_1 = 0) = 0, \quad M_B^{лев} = M(z_1 = \frac{l}{2}) = -\frac{ql}{8} \cdot \frac{l}{2} = -\frac{ql^2}{16}.$$

$$M_C = M(z_2 = 0) = 0, \quad M_B^{прав} = M(z_2 = \frac{l}{2}) = \frac{ql}{8} \cdot \frac{l}{2} = \frac{ql^2}{16}.$$

Строим эпюру изгибающих моментов, соединяя значение в характерных сечениях прямыми линиями (см. рис. 3, в).

Обращаем внимание на одну особенность, которая возникает при построении эпюр от сосредоточенной пары сил. Нужно ответить на вопрос, чему равен изгибающий момент в сечении B : $ql^2/16$ или $-ql^2/16$ здесь противоречие, так как в одном и том же сечении возникают два различных изгибающих момента. На самом деле пара сил действует не в точке, а на некоторой малой площадке (рис. 4). Тогда, в каждом сечении действует только один изгибающий момент, никакого противоречия нет. Поскольку длина этой площадки несоизмеримо мала, по сравнению с длиной балки, на эпюрах M изображается скачок изгибающего момента.

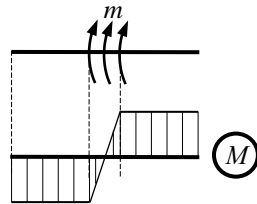


Рис. 4. Характер действия сосредоточенной пары сил

д) *Изображение характера изогнутой оси балки.*

По эпюре M , учитывая классические правила знаков, строим изогнутую ось балки (см. рис.3,а).

1.3. Буквенная балка № 474 (рис. 5,а)

а) *Определение границ участков.*

В нашем случае три участка: AB , BC , CD .

б) *Вычисление реакций опор с помощью уравнений статики.*

Для консольных балок реакции в опорах не определяем.

в) *Построение эпюры поперечных сил.*

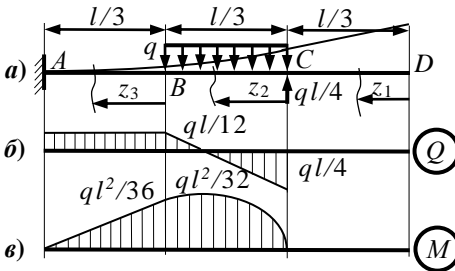


Рис. 5. Буквенная балка № 474

Составляем алгебраические уравнения для поперечных сил на каждом участке и вычисляем их значения в характерных сечениях. Для этого выбираем начало координат и направление оси на каждом участке.

Поперечная сила в любом сечении численно равна сумме проекций на плоскость этого сечения всех внешних сил, действующих по одну сторону от данного сечения.

Правила знаков: $Q > 0$, если внешняя сила поворачивает рассматриваемую часть балки по ходу часовой стрелки и $Q < 0$, если внешняя сила поворачивает рассматриваемую часть балки против хода часовой стрелки.

На первом участке балки поперечная сила постоянна и равна нулю, на втором – меняется по линейному закону и меняет знак, а на третьем – постоянна по всей длине:

$$Q_C = Q(0) = -\frac{ql}{4}; \quad Q_B = Q(l/3) = -\frac{ql}{4} + q \cdot \frac{l}{3} = \frac{ql}{12}.$$

$$q \cdot z_0 - \frac{ql}{4} = 0, \quad \Rightarrow \quad z_0 = \frac{l}{4}.$$

Строим эпюру поперечных сил (см. рис. 5,б).

г) **Построение эпюры изгибающих моментов.**

Составляем алгебраические уравнения для изгибающих моментов на каждом участке и вычисляем их значения в характерных сечениях.

Изгибающий момент в любом сечении численно равен сумме моментов относительно центра тяжести этого сечения всех внешних сил, действующих по одну сторону от данного сечения.

Правила знаков: $M > 0$, если внешняя сила направлена вверх и $M < 0$, если внешняя сила направлена вниз:

$$M(z_1) = 0 = const,$$

$$M(z_2) = -q \cdot z_2 \cdot \frac{z_2}{2} + \frac{ql}{4} \cdot z_2 = -\frac{qz_2^2}{2} + \frac{ql}{4} \cdot z_2.$$

$$M_C = M(z_1 = 0) = 0, \quad M_B^{\text{np}} = M\left(z_2 = \frac{l}{3}\right) = -\frac{q}{2} \cdot \left(\frac{l}{3}\right)^2 + \frac{ql}{4} \cdot \frac{l}{3} = \frac{ql^2}{36},$$

$$M_{\text{эстр}} = M\left(z_2 = z_0 = \frac{l}{4}\right) = -\frac{q}{2} \cdot \left(\frac{l}{4}\right)^2 + \frac{ql}{4} \cdot \frac{l}{4} = \frac{ql^2}{32}.$$

$$M(z_3) = \frac{ql}{4} \cdot \left(\frac{l}{3} + z_3\right) - q \cdot \frac{l}{3} \cdot \left(\frac{l}{6} + z_3\right) = \frac{ql^2}{36} - \frac{ql}{12} \cdot z_3.$$

$$M_B^{\text{лев}} = M(z_3 = 0) = \frac{ql^2}{36}, \quad M_A = M\left(z_3 = \frac{l}{3}\right) = \frac{ql^2}{36} - \frac{ql}{12} \cdot \frac{l}{3} = 0.$$

Строим эпюру изгибающих моментов, соединяя значение в характерных сечениях на втором участке параболой, а на третьем участке – прямой линией (см. рис. 5,в).

д) **Изображение характера изогнутой оси балки.**

По эпюре M , учитывая классические правила знаков, строим изогнутую ось балки (см. рис. 5,а).

1.4. Буквенная балка № 687 (рис. 6,а)

а) **Определение границ участков.**

В нашем случае три участка: AB , BC , CD .

б) **Вычисление реакций опор с помощью уравнений статики.**

В данной балке имеется внутренний шарнир. Уравнения необходимо составить так, чтобы неизвестной была только реакция в опоре D :

$$\sum M_B (\text{прав}) = R_D \cdot \frac{2l}{3} - \frac{ql}{4} \cdot \frac{l}{3} = 0, \Rightarrow R_D = \frac{ql}{8}.$$

Реакции в опоре A можно не определять.

в) **Построение эпюры поперечных сил.**

Составляем алгебраические уравнения для поперечных сил на каждом участке и вычисляем их значения в характерных сечениях. Для этого выбираем начало координат и направление оси на каждом участке.

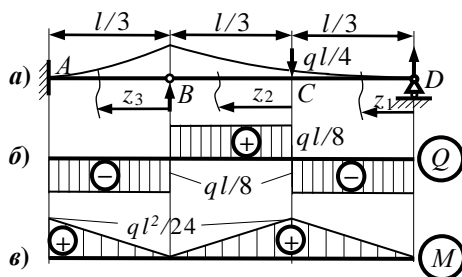


Рис. 6. Буквенная балка № 687

Поперечная сила в любом сечении численно равна сумме проекций на плоскость этого сечения всех внешних сил, действующих по одну сторону от данного сечения.

Правила знаков: $Q > 0$, если внешняя сила поворачивает рассматриваемую часть балки по ходу часовой стрелки и $Q < 0$, если внешняя сила поворачивает рассматриваемую часть балки против хода часовой стрелки:

$$Q(z_1) = -R_D = -\frac{ql}{8} = const, \quad Q(z_2) = -\frac{ql}{8} + \frac{ql}{4} = \frac{ql}{8} = const,$$

$$Q(z_3) = -\frac{ql}{8} + \frac{ql}{4} - \frac{ql}{4} = -\frac{ql}{8} = const.$$

В данной балке поперечная сила постоянна на каждом участке.

Строим эпюру поперечных сил (см. рис. 6, б).

г) **Построение эпюры изгибающих моментов.**

Составляем алгебраические уравнения для изгибающих моментов на каждом участке и вычисляем их значения в характерных сечениях.

Изгибающий момент в любом сечении численно равен сумме моментов относительно центра тяжести этого сечения всех внешних сил, действующих по одну сторону от данного сечения.

Правила знаков: $M > 0$, если внешняя сила направлена вверх и $M < 0$, если внешняя сила направлена вниз:

$$M(z_1) = \frac{ql}{8} \cdot z_1; \quad M_D = M(0) = 0; \quad M_C^{\text{сп}} = M(l/3) = \frac{ql^2}{24};$$

$$M(z_2) = \frac{ql}{8} \cdot \left(z_2 + \frac{l}{3}\right) - \frac{ql}{4} \cdot z_2 = \frac{ql^2}{24} - \frac{ql}{8} \cdot z_2;$$

$$M_C^{\text{лев}} = M(0) = \frac{ql^2}{24}; \quad M_B^{\text{сп}} = M(l/3) = 0.$$

$$M(z_3) = \frac{ql}{8} \cdot \left(z_3 + \frac{2l}{3}\right) - \frac{ql}{4} \cdot \left(z_3 + \frac{l}{3}\right) + \frac{ql}{4} \cdot z_3 = \frac{ql}{8} \cdot z_3;$$

$$M_B^{\text{лев}} = M(0) = 0; \quad M_A = M(l/3) = \frac{ql^2}{24}.$$

Строим эпюру изгибающих моментов, соединяя значение в характерных сечениях прямыми линиями (см. рис. 6, в).

д) *Изображение характера изогнутой оси балки.*

По эпюре M , учитывая классические правила знаков, строим изогнутую ось балки (см. рис. 6, а). При этом учитываем, что углы поворота сечений в шарнире В слева и справа не одинаковы.

1.5. Буквенная балка № 1078 (рис. 7, а)

а) *Определение границ участков.*

В нашем случае четыре участка: AB , BC , CD , DE .

б) *Вычисление реакций опор с помощью уравнений статики.*

В данной балке имеется внутренний шарнир. Первое уравнение равновесия необходимо составить так, чтобы неизвестной была только реакция в опоре E .

$$\sum M_D (\text{прав}) = R_E \cdot \frac{l}{4} - \frac{1}{2} \frac{4q}{l} \left(\frac{l}{4}\right)^2 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{l}{4} = 0, \Rightarrow R_D = \frac{ql}{12}.$$

Для определения двух других реакций разделяем переменные:

$$\sum M_A = \frac{ql}{12} \cdot l - \frac{1}{2} \frac{4q}{l} \left(\frac{l}{4}\right)^2 \cdot \left(l - \frac{1}{3} \cdot \frac{l}{4}\right) + R_C \cdot \frac{l}{2} + \frac{ql}{4} \cdot \frac{l}{4} = 0, \Rightarrow R_C = \frac{3ql}{16}.$$

$$\sum M_C = \frac{ql}{12} \cdot \frac{l}{2} - \frac{1}{2} \frac{4q}{l} \left(\frac{l}{4}\right)^2 \cdot \left(\frac{l}{2} + \frac{3}{4} \cdot \frac{l}{4}\right) + \frac{ql}{4} \cdot \frac{l}{4} - R_A \cdot \frac{l}{2} = 0, \Rightarrow R_A = \frac{5ql}{48}.$$

Проверка:

$$\sum y = \frac{5ql^2}{48} - \frac{ql}{4} + \frac{3ql^2}{16} - \frac{1}{2} \frac{4q}{l} \left(\frac{l}{4}\right)^2 = \frac{18ql^2}{48} - \frac{18ql}{48} \equiv 0.$$

в) Построение эпюры поперечных сил.

Составляем алгебраические уравнения для поперечных сил на каждом участке и вычисляем их значения в характерных сечениях. Для этого выбираем начало координат и направление оси на каждом участке.

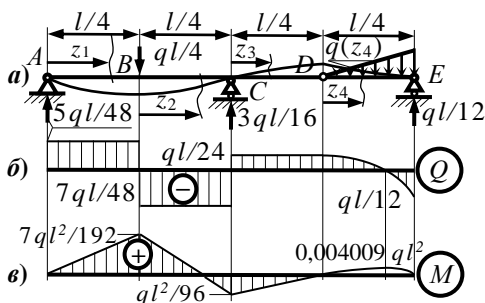


Рис. 7. Буквенная балка № 1078

Поперечная сила в любом сечении численно равна сумме проекций на плоскость этого сечения всех внешних сил, действующих по одну сторону от данного сечения.

Правила знаков: $Q > 0$, если внешняя сила поворачивает рассматриваемую часть балки по ходу часовой стрелки и $Q < 0$, если внешняя сила поворачивает рассматриваемую часть балки против хода часовой стрелки:

$$Q(z_1) = R_A = \frac{5ql}{48} = const, \quad Q(z_2) = \frac{5ql}{48} - \frac{ql}{4} = \frac{7ql}{48} = const,$$

$$Q(z_3) = \frac{5ql}{48} - \frac{ql}{4} + \frac{3ql}{16} = \frac{ql}{24} = const.$$

Для составления уравнения на четвёртом участке, когда $q \neq const$, обязательно нужно определить $q(z_4)$ из пропорции

$$\frac{q(z_4)}{q} = \frac{z_4}{l/4} \Rightarrow q(z_4) = \frac{4q}{l} z_4.$$

$$Q(z_4) = \frac{11ql}{48} - \frac{3ql}{16} - \frac{1}{2}q(z_4) \cdot z_4 = \frac{ql}{24} - \frac{2q}{l} \cdot z_4^2,$$

$$Q_D = Q(0) = \frac{ql}{24}; \quad Q_E = Q\left(\frac{l}{4}\right) = \frac{ql}{24} - \frac{2q}{l} \cdot \left(\frac{l}{4}\right)^2 = -\frac{ql}{12}.$$

На четвёртом участке поперечная сила изменила знак, следовательно, на эпюре изгибающих моментов на этом участке имеется экстремум, для вычисления которого нужно определить z_0 :

$$\frac{ql}{24} - \frac{2q}{l} \cdot z_0^2 = 0, \Rightarrow z_0 = \sqrt{\frac{q \cdot l \cdot l}{24 \cdot 2 \cdot q}} = l \cdot \sqrt{\frac{1}{48}} = 0,1443 l.$$

Строим эпюру поперечных сил (см. рис. 7,б).

г) Построение эпюры изгибающих моментов.

Составляем алгебраические уравнения для изгибающих моментов на каждом участке и вычисляем их значения в характерных сечениях.

Изгибающий момент в любом сечении численно равен сумме моментов относительно центра тяжести этого сечения всех внешних сил, действующих по одну сторону от данного сечения.

Правила знаков: $M > 0$, если внешняя сила направлена вверх и $M < 0$, если внешняя сила направлена вниз.

$$M(z_1) = \frac{7ql}{48} \cdot z_1, \quad M_A = M(0) = 0; \quad M_B^{лев} = M\left(\frac{l}{4}\right) = \frac{7ql^2}{192}.$$

$$M(z_2) = \frac{7ql}{48} \cdot \left(z_2 + \frac{l}{4}\right) - \frac{ql}{4} \cdot z_2 = \frac{7ql^2}{192} - \frac{7ql}{48} \cdot z_2,$$

$$M_B^{np} = M(0) = \frac{ql^2}{192}; \quad M_C^{лев} = M\left(\frac{l}{4}\right) = -\frac{ql^2}{96}.$$

$$M(z_3) = \frac{7ql}{48} \cdot \left(z_3 + \frac{l}{2}\right) - \frac{ql}{4} \cdot \left(z_3 + \frac{l}{4}\right) - \frac{3ql}{16} \cdot z_3 = -\frac{ql^2}{96} + \frac{ql}{24} \cdot z_3,$$

$$M_C^{np} = M(0) = -\frac{ql^2}{96}; \quad M_D^{леб} = M\left(\frac{l}{4}\right) = 0.$$

$$M(z_4) = \frac{5ql}{48} \cdot \left(z_4 + \frac{3l}{4}\right) - \frac{ql}{4} \cdot \left(z_4 + \frac{l}{4}\right) - \frac{3ql}{16} \cdot \left(z_4 + \frac{l}{4}\right) -$$

$$-\frac{1}{2}q(z_4) \cdot z_4 \cdot \frac{1}{3} \cdot z_4 = \frac{ql}{24} \cdot z_4 - \frac{2q}{3l} \cdot z_4^3,$$

$$M_D^{леб} = M(0) = 0, \quad M_E = M\left(\frac{l}{4}\right) = \frac{ql^2}{96} - \frac{ql^2}{96} = 0.$$

$$M_{эктр} = M(0,1443l) = 0,008414 ql^2.$$

Строим эпюру изгибающих моментов, соединяя значение в характерных сечениях на втором участке параболой, а на третьем участке – прямой линией (см. рис. 7,в).

д) **Изображение характера изогнутой оси балки.**

По эпюре M , учитывая классические правила знаков, строим изогнутую ось балки (см. рис. 7,а).

1.6. Числовая балка № 48 (рис. 8,а)

а) **Определение границ участков.**

В нашем случае два участка: AB , BC .

б) **Вычисление реакций опор с помощью уравнений статики.**

Для консольных балок реакции в опоре (в нашем случае H_C , V_C , M_C) определять необязательно, так как внутренние силы на каждом участке можно определить от свободного конца балки.

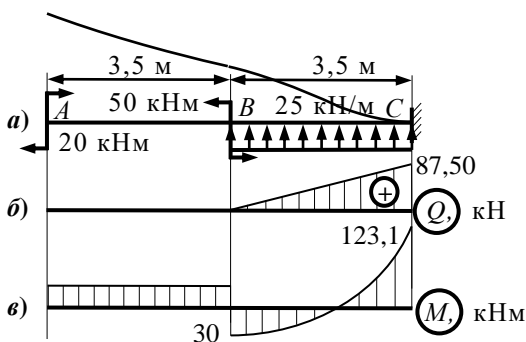


Рис. 8. Числовая балка № 48

в) **Построение эпюры поперечных сил.**

Вычисляем значения поперечных сил в характерных сечениях на каждом участке.

Поперечная сила в любом сечении численно равна сумме проекций на плоскость этого сечения всех внешних сил, действующих по одну сторону от данного сечения.

Правила знаков: $Q > 0$, если внешняя сила поворачивает рассматриваемую часть балки по ходу часовой стрелки и $Q < 0$, если внешняя сила поворачивает рассматриваемую часть балки против хода часовой стрелки:

$$Q_A = 0, \quad Q_B^l = Q_B^p = 0, \quad Q_C = 25 \cdot 3,5 = 78,5 \text{ кН}.$$

На первом участке балки поперечная сила отсутствует, на втором – меняется по линейному закону.

Строим эпюру поперечных сил (см. рис. 8,б).

г) **Построение эпюры изгибающих моментов.**

Вычисляем значения изгибающих моментов в характерных сечениях на каждом участке.

Изгибающий момент в любом сечении численно равен сумме моментов относительно центра тяжести этого сечения всех внешних сил, действующих по одну сторону от данного сечения.

Правила знаков: $M > 0$, если внешняя сила направлена вверх и $M < 0$, если внешняя сила направлена вниз:

$$M_A = 20,00 \text{ кНм}, \quad M_B = 20 - 50 = -30,00 \text{ кНм},$$

$$M_B = 20 - 50 + 25 \cdot 3,5 \cdot 1,75 = 123,1 \text{ кНм}.$$

Строим эпюру изгибающих моментов, соединяя значение в характерных сечениях на первом участке прямой линией, параллельной оси, а на втором участке – параболой (см. рис. 8,в).

д) **Изображение характера изогнутой оси балки.**

По эпюре M , учитывая классические правила знаков, строим изогнутую ось балки (см. рис. 8,а).

1.7. Числовая балка № 185 (рис. 9,а)

а) *Определение границ участков.*

В нашем случае два участка: AB , BC .

б) *Вычисление реакций опор с помощью уравнений статики.*

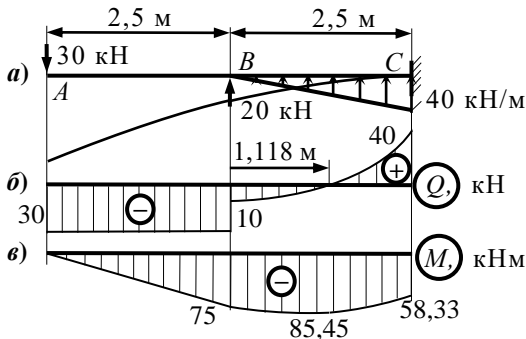


Рис. 9. Числовая балка № 185

Для консольных балок реакции в опоре (в нашем случае H_C , V_C , M_C) определять необязательно, так как внутренние силы на каждом участке можно определить от свободного конца балки.

в) *Построение эпюры поперечных сил.*

Вычисляем значения поперечных сил в характерных сечениях на каждом участке.

Поперечная сила в любом сечении численно равна сумме проекций на плоскость этого сечения всех внешних сил, действующих по одну сторону от данного сечения.

Правила знаков: $Q > 0$, если внешняя сила поворачивает рассматриваемую часть балки по ходу часовой стрелки и $Q < 0$, если внешняя сила поворачивает рассматриваемую часть балки против хода часовой стрелки:

$$Q_A = -30 \text{ кН}, \quad Q_B^l = -30 \text{ кН}, \quad Q_B^r = -30 + 20 = -10,00 \text{ кН}.$$

На участке BC действует неравномерно распределённая нагрузка, поэтому на этом участке необходимо составлять алгебраические уравнения для определения внутренних сил:

$$Q(z_2) = -30 + 20 + \frac{1}{2} q(z_2) \cdot z_2 = -10 + \frac{1}{2} \frac{40}{2,5} z_2 \cdot z_2 = -10 + 8 z_2^2,$$

$$Q_B^r = Q(0) = -10 \text{ кН}, \quad Q_C = Q(2,5 \text{ м}) = -10 + 8 \cdot 2,5^2 = 40,00 \text{ кН},$$

$$z_0 = \sqrt{\frac{10}{8}} z_2 \cdot z_2 = 1,118 \text{ м.}$$

На первом участке балки поперечная сила постоянна, а на втором – меняется по параболическому закону.

Строим эпюру поперечных сил (см. рис. 9,б).

г) **Построение эпюры изгибающих моментов.**

Вычисляем значения изгибающих моментов в характерных сечениях на каждом участке.

Изгибающий момент в любом сечении численно равен сумме моментов относительно центра тяжести этого сечения всех внешних сил, действующих по одну сторону от данного сечения.

Правила знаков: $M > 0$, если внешняя сила направлена вверх и $M < 0$, если внешняя сила направлена вниз:

$$M_A = 0, \quad M_B = -30 \cdot 2,5 = -75,00 \text{ кНм,}$$

$$M(z_2) = -30 \cdot (z_2 + 2,5) + 20 \cdot z_2 + 8z_2 \cdot \frac{z_2}{3} = -75 - 10 \cdot z_2 + 2,667 z_2^3,$$

$$M_B^n = M(0) = -75 \text{ кНм,}$$

$$M_{\text{эстр}} = Q(1,118 \text{ м}) = -75 - 10 \cdot 1,118 + 2,667 \cdot 1,118^3 = -82,45 \text{ кНм,}$$

$$M_C = Q(2,58 \text{ м}) = -75 - 10 \cdot 2,5 + 2,667 \cdot 2,5^3 = -58,33 \text{ кНм,}$$

Строим эпюру изгибающих моментов, соединяя значение в характерных сечениях на первом участке прямой линией, параллельной оси, а на втором участке – кубической параболой (см. рис. 9,в).

д) **Изображение характера изогнутой оси балки.**

По эпюре M , учитывая классические правила знаков, строим изогнутую ось балки (см. рис.9,а).

1.8. Числовая балка № 322 (рис. 10,а)

а) **Определение границ участков.**

В нашем случае три участка: AB , BC , CD .

б) **Вычисление реакций опор с помощью уравнений статики.**

В консольной балке реакции в опоре D можно не определять.

в) Построение эпюры поперечных сил.

Вычисляем значения поперечных сил в характерных сечениях на каждом участке.

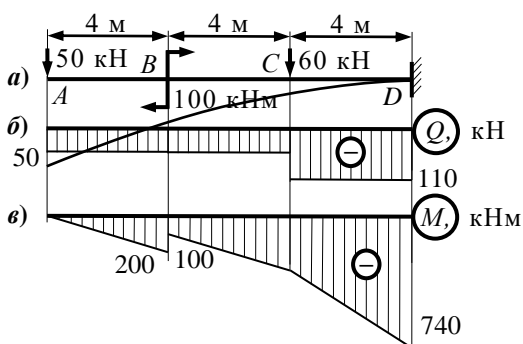


Рис. 10. Числовая балка № 322

Поперечная сила в любом сечении численно равна сумме проекций на плоскость этого сечения всех внешних сил, действующих по одну сторону от данного сечения.

Правила знаков: $Q > 0$, если

внешняя сила поворачивает рассматриваемую часть балки, по ходу часовой стрелки и $Q < 0$, если внешняя сила поворачивает рассматриваемую часть балки, против хода часовой стрелки:

$$Q_A = Q_B = Q_C^l = -50 \text{ кН}, \quad Q_C^p = Q_D = -110 \text{ кН}.$$

Строим эпюру поперечных сил (см. рис. 10, б).

г) Построение эпюры изгибающих моментов.

Вычисляем значения изгибающих моментов в характерных сечениях на каждом участке

Изгибающий момент в любом сечении численно равен сумме моментов относительно центра тяжести этого сечения всех внешних сил, действующих по одну сторону от данного сечения.

Правила знаков: $M > 0$, если внешняя сила направлена вверх и $M < 0$, если внешняя сила направлена вниз.

$$M_A = 0, \quad M_B^l = -50 \cdot 4 = -200 \text{ кН}, \quad M_B^p = -50 \cdot 4 + 100 = -100 \text{ кН}, \\ M_C = -50 \cdot 8 + 100 = -700 \text{ кН}, \quad M_D = -50 \cdot 12 + 100 - 60 \cdot 4 = -1100 \text{ кН}.$$

Строим эпюру изгибающих моментов, соединяя значение в характерных сечениях прямыми линиями (см. рис. 10,в).

д) *Изображение характера изогнутой оси балки.*

По эпюре M , учитывая классические правила знаков, строим изогнутую ось балки (см. рис. 10,а). При этом учитываем, что угол поворота сечения в заделке D равна нулю.

1.9. Числовая балка № 459 (рис. 11,а)

а) *Определение границ участков.*

В нашем случае четыре участка: AB , BC , CD , DE .

б) *Вычисление реакций опор с помощью уравнений статики.*

Уравнения составляем так, чтобы неизвестные разделились:

$$\sum M_A = R_E \cdot 12 + 50 \cdot 9 - 40 \cdot 3 \cdot 4,5 + 70 \cdot 3 = 0, \Rightarrow R_E = -10,00 \text{ кН},$$

$$\sum M_E = -R_E \cdot 12 - 70 \cdot 9 + 40 \cdot 3 \cdot 7,5 - 50 \cdot 3 = 0, \Rightarrow R_A = 10,00 \text{ кН}.$$

Проверка: $\sum y = 10 + 70 - 40 \cdot 3 + 50 - 10 = 130 - 130 \equiv 0$.

в) *Построение эпюры поперечных сил.*

Вычисляем значения поперечных сил в характерных сечениях на каждом участке.

Поперечная сила в любом сечении численно равна сумме проекций на плоскость этого сечения всех внешних сил, действующих по одну сторону от данного сечения.

Правила знаков:

$Q > 0$, если внешняя сила поворачивает рассматриваемую часть балки, по ходу часовой стрелки и $Q < 0$, если внешняя сила поворачивает рассматриваемую часть балки против хода часовой стрелки:

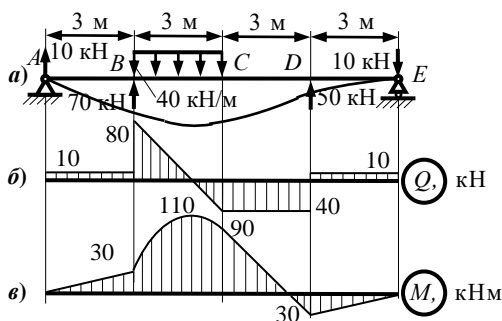


Рис. 11. Числовая балка № 459

$$Q_A = Q_B^n = 10 \text{ кН}, \quad Q_B^n = 10 + 70 = 80 \text{ кН}, \quad z_0 = \frac{80}{40} = 2.000 \text{ м},$$

$$Q_E = Q_D^n = 10 \text{ кН}, \quad Q_D^n = Q_C = 10 - 50 = -40 \text{ кН}.$$

Соединив значения Q в характерных сечениях прямыми линиями, строим эпюру поперечных сил (см. рис. 11, б).

г) **Построение эпюры изгибающих моментов.**

Вычисляем значения изгибающих моментов в характерных сечениях на каждом участке.

Изгибающий момент в любом сечении численно равен сумме моментов относительно центра тяжести этого сечения всех внешних сил, действующих по одну сторону от данного сечения.

Правила знаков: $M > 0$, если внешняя сила направлена вверх и $M < 0$, если внешняя сила направлена вниз:

$$M_A = 0, \quad M_B = 10 \cdot 3 = 30,00 \text{ кНм},$$

$$M_{\text{экстр}} = 10 \cdot 5 + 70 \cdot 2 - 40 \cdot 2 \cdot 1 = 110,0 \text{ кНм},$$

$$M_C = -10 \cdot 6 + 50 \cdot 3 = 90 \text{ кНм}, \quad M_D = -10 \cdot 3 = -30 \text{ кНм},$$

$$M_E = 0.$$

Строим эпюру изгибающих моментов, соединяя значение в характерных сечениях прямыми линиями (участки AB , CD , DE), а на участке BC – квадратной параболой (см. рис. 11, в).

д) **Изображение характера изогнутой оси балки.**

По эпюре M , учитывая классические правила знаков, строим изогнутую ось балки (см. рис. 10, а). При этом следим за тем, чтобы выпуклые и вогнутые линии были сопряжены в сечениях, где меняется знак M .

1.10. Числовая балка № 596 (рис. 12,а)

а) *Определение границ участков.*

В нашем случае четыре участка: AB , BC , CD , DE .

б) *Вычисление реакций опор с помощью уравнений статики.*

В данной балке имеется внутренний шарнир. Первое уравнение равновесия необходимо составить так, чтобы неизвестной была только реакция в опоре A :

$$\sum M_B (\text{лев}) = -R_A \cdot 2 - 55 \cdot 2 \cdot 1 = 0, \Rightarrow R_A = -55,00 \text{ кН},$$

$$\sum M_C = 55 \cdot 4 - 55 \cdot 2 \cdot 3 + 35 \cdot 2 \cdot 1 + 45 + 65 + R_E \cdot 4 = 0,$$

$$\sum M_E = -R_E \cdot 4 + 55 \cdot 8 - 55 \cdot 2 \cdot 7 + 35 \cdot 2 \cdot 5 + 45 + 65 = 0,$$

$$R_E = -17,50 \text{ кНм}, \quad R_E = 32,50 \text{ кНм}.$$

Проверка:

$$\sum y = -55 + 55 \cdot 2 - 35 \cdot 2 + 32,5 - 17,5 = 142,5 - 142,5 \equiv 0.$$

в) *Построение эпюры поперечных сил.*

Составляем алгебраические уравнения для поперечных сил на каждом участке и вычисляем их значения в характерных сечениях. Для этого, выбираем начало координат и направление оси на каждом участке.

Поперечная сила в любом сечении численно равна сумме проекций на плоскость этого сечения всех внешних сил, действующих по одну сторону от данного сечения.

Правила знаков: $Q > 0$, если внешняя сила поворачивает рассматриваемую часть балки по ходу часовой стрелки и $Q < 0$, если внешняя сила по-

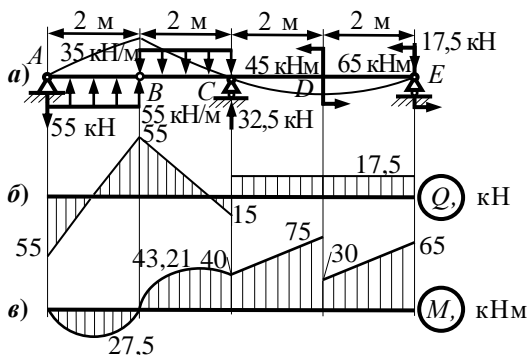


Рис. 12. Числовая балка № 596

ворачивает рассматриваемую часть балки против хода часовой стрелки:

$$Q_A = -55 \text{ кН}, \quad Q_B = -55 + 55 \cdot 2 = 55,00 \text{ кН},$$

$$z_0^I = \frac{55}{55} = 1,000 \text{ м},$$

$$Q_C^II = -55 + 55 \cdot 2 - 35 \cdot 2 = -15,00 \text{ кН}, \quad z_0^{II} = \frac{55}{35} = 1,571 \text{ м},$$

$$Q_C^E = Q_D = Q_E = 17,50 \text{ кН}.$$

Соединив значения Q в характерных сечениях прямыми линиями, строим эпюру поперечных сил (см. рис. 12,б).

г) **Построение эпюры изгибающих моментов.**

Составляем алгебраические уравнения для изгибающих моментов на каждом участке и вычисляем их значения в характерных сечениях.

Изгибающий момент в любом сечении численно равен сумме моментов относительно центра тяжести этого сечения всех внешних сил, действующих по одну сторону от данного сечения.

Правила знаков: $M > 0$, если внешняя сила направлена вверх и $M < 0$, если внешняя сила направлена вниз.

$$M_A = 0, \quad M_{\text{экстр}}^I = -55 \cdot 1 + 55 \cdot 1 \cdot 0,5 = 0 = 27,50 \text{ кН},$$

$$M_B = -55 \cdot 2 + 55 \cdot 2 \cdot 1 = 0,$$

$$M_{\text{экстр}}^{II} = -55 \cdot 3,171 + 55 \cdot 2 \cdot 2,571 = -\frac{1}{2} 35 \cdot 1,571^2 = 43,31 \text{ кН},$$

$$M_C = -55 \cdot 4 + 55 \cdot 2 \cdot 3 - \frac{1}{2} 35 \cdot 2^2 = 40,00 \text{ кН},$$

$$M_E = 65 \text{ кНм}, \quad M_D^{II} = 65 - 17,5 \cdot 2 = 30,00 \text{ кНм},$$

$$M_D^I = 65 - 17,5 \cdot 2 + 45 = 75,00 \text{ кНм}.$$

Строим эпюру изгибающих моментов, соединяя значение в характерных сечениях на участках AB и BC квадратными парабололами, а на участках CD и DE – прямыми линиями (см. рис. 12,в).

д) **Изображение характера изогнутой оси балки.**

По эпюре M , учитывая классические правила знаков, строим изогнутую ось балки (см. рис. 12,а). Следует обратить внимание, что в сечении B (внутренний шарнир) углы поворота слева и справа неодинаковы.

2. Подбор размеров поперечных сечений

Из условия прочности при плоском изгибе подбираем размеры различных поперечных сечений балки № 48 (см. рис. 8):

$$|\sigma|_{\text{наиб}} = \frac{|M|_{\text{наиб}}}{W_x} \leq [\sigma]; \quad W_x \geq \frac{|M|_{\text{наиб}}}{[\sigma]} = \frac{123,1 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} = 769,4 \text{ см}^3.$$

а) **Двутавровое сечение.** Принимаем – двутавр № 40 [2]:
 $W_x = 953,0 \text{ см}^3$, $A^{\text{ДВ}} = 72,6 \text{ см}^2$, $J_x = 19062 \text{ см}^4$, $S_x^{\#} = 545 \text{ см}^3$,
 $h = 400 \text{ мм}$, $b = 155 \text{ мм}$, $s = 8,3 \text{ мм}$, $t = 13,0 \text{ мм}$.

б) **Прямоугольное сечение** ($h/b = 2$).

$$W_x = \frac{b \cdot h^2}{6} = \frac{b \cdot (2b)^2}{6} = \frac{2}{3} b^3; \quad b = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot W_x}{2}} = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 769,4}{2}} = 10,50 \text{ см}.$$

Принимаем [3]: $b = 10,50 \text{ см}$. $A^{\text{пр}} = 2 \cdot b^2 = 2 \cdot 10,5^2 = 220,5 \text{ см}^2$.

в) **Квадратное сечение**

$$W_x = \frac{a^3}{6}; \quad a = \sqrt[3]{6 \cdot W_x} = \sqrt[3]{6 \cdot 769,4} = 16,65 \text{ см}.$$

Принимаем [4]: $a = 17,00 \text{ см}$. $A^{\text{кв}} = a^2 = 17,0^2 = 289,0 \text{ см}^2$.

г) **Круглое сечение.**

$$W_x = \frac{\pi \cdot D^3}{32}; \quad D = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot W_x}{\pi}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 769,4}{\pi}} = 19,86 \text{ см}.$$

Принимаем [5]: $D = 20,00 \text{ см}$.

$$A^{\text{кр}} = \frac{\pi \cdot D^2}{4} = \frac{\pi \cdot 20,0^2}{4} = 314,2 \text{ см}^2.$$

д) **Кольцевое сечение** ($\alpha = d/D = 0.8$):

$$W_x = \frac{\pi \cdot D^3}{32} (1 - \alpha^4); \quad D = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot W_x}{\pi (1 - \alpha^4)}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 769,4}{\pi (1 - 0,8^4)}} = 23,68 \text{ см.}$$

Принимаем [6]: $D = 24,00$ см.

$$A^{\text{кол}} = \frac{\pi \cdot D^2}{4} (1 - \alpha^2) = \frac{\pi \cdot 24,0^2}{4} (1 - 0,8^2) = 162,9 \text{ см}^2.$$

3. Сравнение масс балок различных сечений

$$m^{\text{дв}} : m^{\text{кол}} : m^{\text{пр}} : m^{\text{кв}} : m^{\text{кр}} = A^{\text{дв}} : A^{\text{кол}} : A^{\text{пр}} : A^{\text{кв}} : A^{\text{кр}} = \\ = 72,6 : 162,9 : 220,5 : 289,0 : 314,2 = 1 : 2,24 : 3,04 : 3,98 : 4,33.$$

Из этого сравнения следует, что при плоском изгибе, самым экономичным является двутавровое сечение.

Для остальных числовых балок подбираем только двутавровое сечение.

Балка № 185 (см. рис. 9):

$$W_x \geq \frac{|M|_{\text{наиб}}}{[\sigma]} = \frac{85,45 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} = 534,1 \text{ см}^3.$$

Принимаем двутавр № 33: $W_x = 597,0 \text{ см}^3$, $A = 53,8 \text{ см}^2$, $J_x = 9840 \text{ см}^4$, $S_x^{\#} = 339 \text{ см}^3$, $h = 330$ мм, $b = 140$ мм, $s = 7,0$ мм, $t = 11,2$ мм.

Балка № 332 (см. рис. 10):

$$W_x \geq \frac{|M|_{\text{наиб}}}{[\sigma]} = \frac{740 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} = 4625 \text{ см}^3.$$

Наибольший двутавр № 60 имеет $W_x = 2560,0 \text{ см}^3$, поэтому устанавливаем два двутавра. $W_x = 4625/2 = 2313 \text{ см}^3$.

Принимаем два двутавра № 60: $W_x = 2560,0 \text{ см}^3$, $A = 138,0 \text{ см}^2$, $J_x = 76806 \text{ см}^4$, $S_x^{\#} = 1491 \text{ см}^3$, $h = 600$ мм, $b = 190$ мм, $s = 12,0$ мм, $t = 17,82$ мм.

Балка № 459 (см. рис. 11):

$$W_x \geq \frac{|M|_{\text{наиб}}}{[\sigma]} = \frac{110,0 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} = 687,5 \text{ см}^3.$$

Принимаем двутавр № 36: $W_x = 743,0 \text{ см}^3$, $A = 61,9 \text{ см}^2$,
 $J_x = 13380 \text{ см}^4$, $S_x^\# = 423 \text{ см}^3$, $h = 360 \text{ мм}$, $b = 145 \text{ мм}$, $s = 7,5$
 мм , $t = 12,3 \text{ мм}$.

Балка № 596 (см. рис. 12):

$$W_x \geq \frac{|M|_{\text{наиб}}}{[\sigma]} = \frac{75,00 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} = 468,8 \text{ см}^3.$$

Принимаем двутавр № 30: $W_x = 472,0 \text{ см}^3$, $A = 46,5 \text{ см}^2$,
 $J_x = 7080 \text{ см}^4$, $S_x^\# = 268 \text{ см}^3$, $h = 300 \text{ мм}$, $b = 135 \text{ мм}$, $s = 6,5 \text{ мм}$,
 $t = 10,2 \text{ мм}$.

4. Полная проверка прочности балки

Рассматриваем балку № 459 (см. рис. 11).

Двутавр № 36: $W_x = 743,0 \text{ см}^3$, $A = 61,9 \text{ см}^2$,
 $J_x = 13380 \text{ см}^4$, $S_x^\# = 423 \text{ см}^3$, $h = 360 \text{ мм}$, $b = 145 \text{ мм}$, $s = 7,5 \text{ мм}$,
 $t = 12,3 \text{ мм}$.

1 – опасная точка: Сечение **K** – с наибольшим по абсолютной величине значением изгибающего момента:

$$\sigma^{(1)} = \frac{M_K}{J_x} y^{(1)} = \frac{11 \cdot 10^3}{13380 \cdot 10^{-6}} \left[- \left(\frac{360}{2} \right) \cdot 10^{-3} \right] = -148,0 \text{ МПа},$$

$|\sigma^{(1)}| = [\sigma]$, условие прочности выполняется.

2 – опасная точка: Сечение **B** – с наибольшим по абсолютной величине значением поперечной силы:

$$\tau^{(2)} = \frac{Q \cdot S_x^\#}{J_x \cdot b(y)} = \frac{80,00 \cdot 10^3 \cdot 423 \cdot 10^{-6}}{13380 \cdot 10^{-8} \cdot 7,5 \cdot 10^{-3}} = 33,72 \text{ МПа},$$

$$[\tau]_{IV} = \frac{[\sigma]}{\sqrt{3}} = \frac{160}{\sqrt{3}} = 92,4 \text{ МПа}. \quad |\tau^{(2)}| \leq |\tau|_{IV}, \text{ условие проч-}$$

ности выполняется.

3 – опасная точка: Сечение **C** – с наибольшим сочетанием изгибающего момента и поперечной силы.

$$\sigma^{(3)} = \frac{M}{J_x} y^{(3)} = \frac{90 \cdot 10^3}{13380 \cdot 10^{-6}} \left[- \left(\frac{360}{2} - 12,3 \right) \cdot 10^{-3} \right] = -112,8 \text{ МПа},$$

$$S_{x(3)}^{omc} = S_x^{\#} - \frac{1}{2} \cdot s \cdot \left(\frac{h}{2} - t \right)^2 = 423 - \frac{1}{2} \cdot 0,75 \cdot (18 - 1,23)^2 = 317,5 \text{ см}^3,$$

$$\tau_{ct}^{(3)} = \frac{Q \cdot S_x^{omc}}{J_x \cdot b(y)} = \frac{-40,00 \cdot 10^3 \cdot 317,5 \cdot 10^{-6}}{13380 \cdot 10^{-8} \cdot 7,5 \cdot 10^{-3}} = -12,66 \text{ МПа}.$$

$$\sigma_{\text{экв.1y}} = \sqrt{\sigma^2 + 3 \cdot \tau^2} = \sqrt{112,8^2 + 3 \cdot 12,66^2} = 114,9 \text{ МПа} \leq [\sigma].$$

условие прочности выполняется.

Строим эпюры нормальных и касательных напряжений по высоте двутаврового сечения в сечении С (рис. 13):

$$\tau_{\text{полк}}^{(3)} = \tau_{ct}^{(3)} \cdot \frac{s}{B} = -12,66 \cdot \frac{7,5}{145} = 0,655 \text{ МПа},$$

$$\tau_{\text{max}}^{(3)} = \tau_{ct}^{(3)} \cdot \frac{S_x^{\#}}{S_x^{\text{отс}}} = -12,66 \cdot \frac{423}{317,5} = -16,87 \text{ МПа}.$$

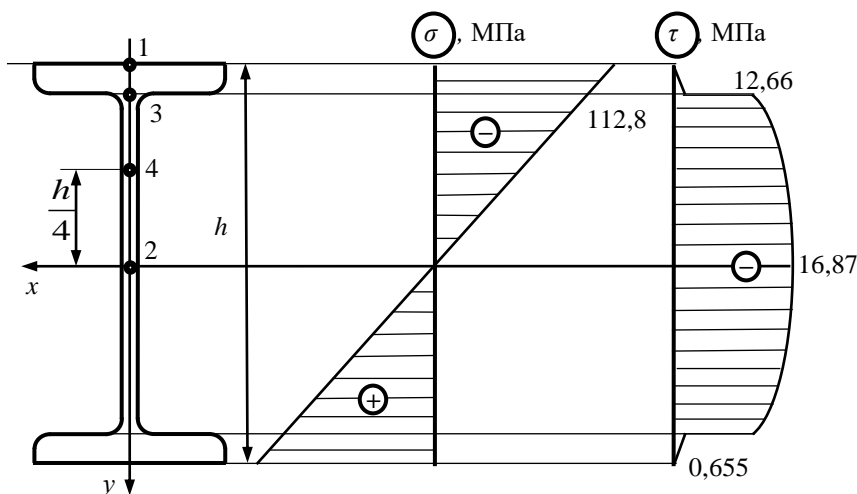


Рис. 13. Эпюры нормальных и касательных напряжений по высоте двутаврового сечения

5. Исследование напряжённо-деформированного состояния в точке 4

5.1. Определение напряжений (сечение С)

$$\sigma = \frac{M}{J_x} y = \frac{90 \cdot 10^3}{13380 \cdot 10^{-8}} \cdot \left(-\frac{360}{4} \cdot 10^{-3} \right) = -60,54 \text{ МПа},$$

$$S_x^{omc} = S_x^\# - \frac{1}{2} \cdot s \cdot \left(\frac{h}{4} \right)^2 = 423 - \frac{1}{2} \cdot 0,75 \cdot \left(\frac{36}{4} \right)^2 = 392,6 \text{ см}^3,$$

$$\tau = \frac{Q \cdot S_x^{omc}}{J_x \cdot b(y)} = \frac{-40,00 \cdot 10^3 \cdot 392,6 \cdot 10^{-6}}{13380 \cdot 10^{-8} \cdot 0,75 \cdot 10^{-2}} = -15,65 \text{ МПа}.$$

5.2. Напряжённое состояние в окрестности точки 4 (рис.14):

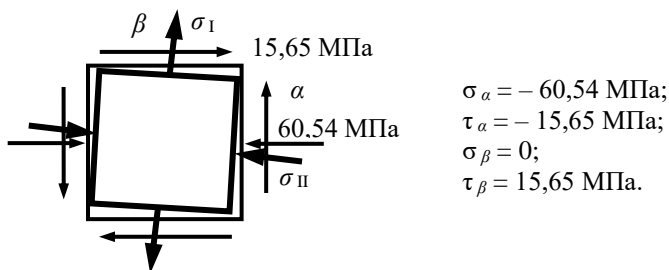


Рис. 14. Напряжённое состояние в окрестности точки 4

5.3. Определение главных напряжений и положение главных площадок аналитическим методом

$$\sigma_{I,II} = \frac{1}{2} \cdot \left[(\sigma_\alpha + \sigma_\beta) \pm \sqrt{(\sigma_\alpha - \sigma_\beta)^2 + 4 \cdot \tau_\alpha^2} \right] =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \left[-60,54 \pm \sqrt{60,54^2 + 4 \cdot 15,65^2} \right] = -30,27 \pm 34,08,$$

$$\sigma_I = \sigma_1 = -30,27 + 34,08 = 3,81 \text{ МПа}. \quad \sigma_2 = 0,$$

$$\sigma_{II} = \sigma_3 = -30,27 - 34,08 = -64,35 \text{ МПа},$$

$$\operatorname{tg} \alpha_0 = -\frac{\tau_\alpha}{\sigma_\alpha - \sigma_{II}} = \frac{15,65}{-60,54 + 64,35} = 4,108, \quad \alpha_0 = 76,32^\circ$$

5.4. Определение главных напряжений и положение главных площадок графическим методом (рис. 15).

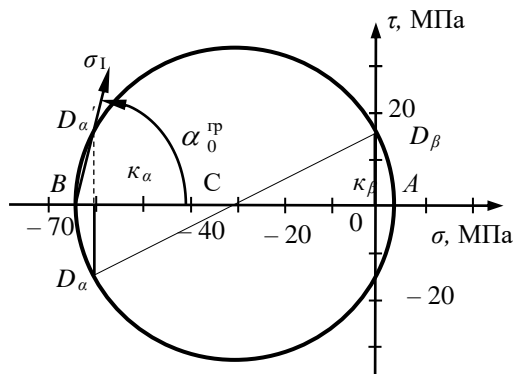


Рисунок 15 – Определение главных напряжений и положения главных площадок графическим методом

$$\sigma_I^{\text{gp}} = OA \approx 3,5 \text{ МПа}, \quad \sigma_{II}^{\text{gp}} = OB \approx -64 \text{ МПа}.$$

5.5. Определение главных деформаций

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E} \cdot [\sigma_1 - \mu \cdot (\sigma_2 + \sigma_3)] = \frac{1}{2 \cdot 10^5} \cdot [3,81 - 0,3 \cdot (-64,35)] = 11,56 \cdot 10^{-5},$$

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{E} \cdot [\sigma_2 - \mu \cdot (\sigma_3 + \sigma_1)] = \frac{1}{2 \cdot 10^5} \cdot [-0,3 \cdot (-64,35 + 3,81)] = 9,081 \cdot 10^{-5},$$

$$\varepsilon_3 = \frac{1}{E} \cdot [\sigma_3 - \mu \cdot (\sigma_1 + \sigma_2)] = \frac{1}{2 \cdot 10^5} \cdot [-64,35 - 0,3 \cdot (3,81)] = -32,75 \cdot 10^{-5}.$$

5.6. Определение относительного изменения объёма

$$e = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = (11,56 + 9,081 - 32,75) \cdot 10^{-5} = -1,211 \cdot 10^{-4}.$$

5.7. Определение удельной энергии деформации

$$\begin{aligned}u_0 &= \frac{1}{2E} [\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\mu (\sigma_1 \cdot \sigma_2 + \sigma_2 \cdot \sigma_3 + \sigma_3 \cdot \sigma_1)] = \\&= \frac{10^{12}}{2 \cdot 2 \cdot 10^{11}} \cdot [3,81^2 + (-64,35)^2 - 2 \cdot 0,3 \cdot (-64,35 \cdot 3,81)] = \\&= 10,76 \text{ кДж} / \text{м}^3.\end{aligned}$$

5.8. Определение эквивалентных напряжений

$$\sigma_{\text{экв III}} = \sigma_1 - \sigma_3 = 3,81 - (-64,35) = 68,16 \text{ МПа} < [\sigma],$$

$$\sigma_{\text{экв IV}} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1 \cdot \sigma_2 - \sigma_2 \cdot \sigma_3 - \sigma_3 \cdot \sigma_1} =$$

$$= \sqrt{3,81^2 + (-64,35)^2 - (-64,35) \cdot 3,81} = 66,34 \text{ МПа} < [\sigma].$$

– условия прочности выполняются.

6. Определение перемещений

Составляем выражения изгибающего момента для произвольных сечений на каждом участке балки № 185 (см. рис. 9), поперечное сечение, двугавр № 33а – $J_x = 9840 \text{ см}^4$.

$$M(z_1) = -50 z_1; \quad M(z_2) = -75 - 10 z_2 - 2,667 z_2^3.$$

Составляем дифференциальные уравнения изогнутой оси балки для каждого участка и дважды интегрируем их:

$$E J_x y_1'' = -30 z_1;$$

$$1) E J_x y_1' = -15 z_1^2 + C_1;$$

$$2) E J_x y_1 = -5 z_1^3 + C_1 z_1 + D_1;$$

$$E J_x y_2'' = -75 - 10 z_2 + 2,667 z_2^3;$$

$$3) E J_x y_2' = -75 z_2 - 5 z_2^2 + 0,6667 z_2^4 + C_2;$$

$$4) EJ_x y_2 = 37,5 z_2^2 - 1,667 z_2^3 - 1,25 z_2^5 + C_2 z_2 + D_2.$$

Составляем граничные условия и, подставляя их в соответствующие уравнения 1) – 4), определяем постоянные интегрирования:

$$\text{I при } z_2 = 2,5 \text{ м, } y_2' = 0; \Rightarrow 3) \Rightarrow$$

$$C_2 = 75 \cdot 2,5 + 5 \cdot 2,5^2 - 0,6667 \cdot 2,5^4 = 192,7 \text{ кН м}^2;$$

$$\text{II при } z_2 = 2,5 \text{ м, } y_2 = 0; \Rightarrow 4) \Rightarrow$$

$$D_2 = 37,5 \cdot 2,5^2 + \frac{5}{3} \cdot 2,5^3 - 0,1333 \cdot 2,5^5 - 192,7 \cdot 2,5 = -234,4 \text{ кН м}^3;$$

$$\text{III при } z_1 = 2,5 \text{ м и } z_2 = 0, \quad y_1' = y_2'; \Rightarrow 1) - 3) \Rightarrow$$

$$-15 \cdot 2,5^2 + C_1 = 192,7 \Rightarrow C_1 = 286,5 \text{ кН м}^2;$$

$$\text{IV при } z_1 = 2,5 \text{ м и } z_2 = 0, \quad y_1 = y_2; \Rightarrow 2) = 4) \Rightarrow$$

$$-\frac{10}{3} \cdot 2,5^3 + 286,5 \cdot 2,5 + D_1 = -234,4 \Rightarrow D_1 = -898,5 \text{ кН м}^3.$$

Подставляем полученные коэффициенты в уравнения 1) – 4) и определяем прогиб и угол поворота в сечении *A*:

$$1) EJ_x y_1' = -15 z_1^2 + 286,5;$$

$$2) EJ_x y_1 = -5 z_1^3 + 286,5 z_1 - 898,5;$$

$$3) EJ_x y_2' = -75 z_2 - 5 z_2^2 + 0,6667 z_2^4 + 192,7;$$

$$4) EJ_x y_2 = 37,5 z_2^2 - 1,667 z_2^3 - 1,25 z_2^5 + 192,7 z_2 - 234,4.$$

$$y_A = y_1(0) = \frac{-898,5 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^{11} \cdot 9840 \cdot 10^{-8}} = -45,66 \text{ мм}.$$

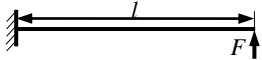
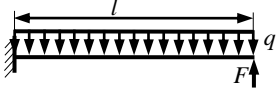

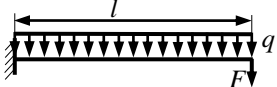
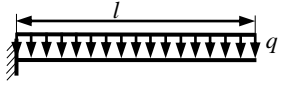
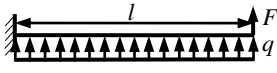
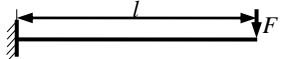

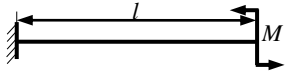
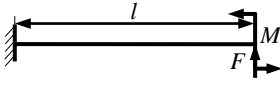
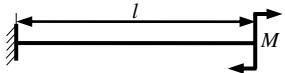
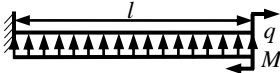
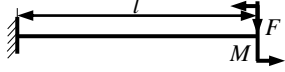

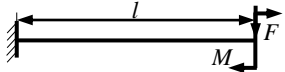
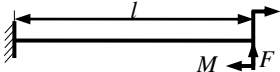
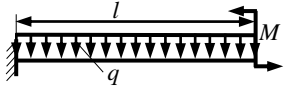
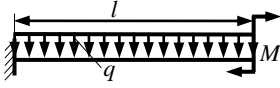
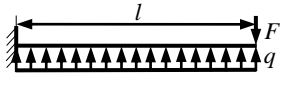
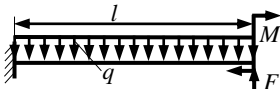
Знак « \leftarrow » означает, что сечение перемещается вниз.

$$\theta_A = y_1'(0) = \frac{286,5 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^{11} \cdot 9840 \cdot 10^{-8}} = 1,456 \cdot 10^{-2} \text{ рад}.$$

Знак « $+$ » означает, что сечение поворачивается против хода часовой стрелки, при $\rightarrow z_1$.

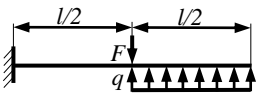
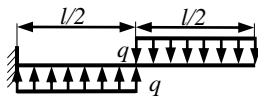
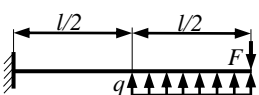
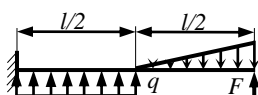
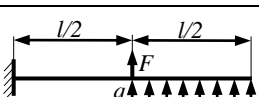
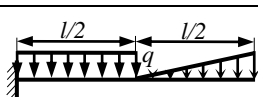
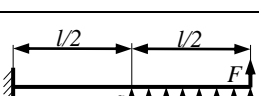
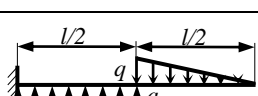
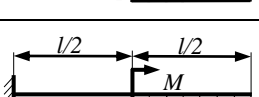
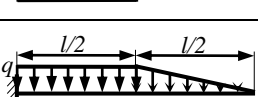
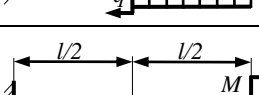
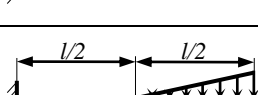
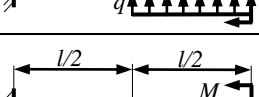
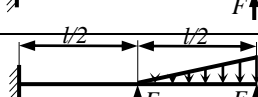
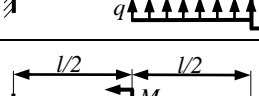
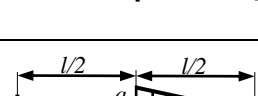
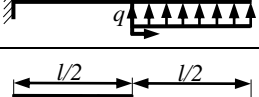
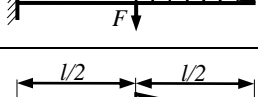

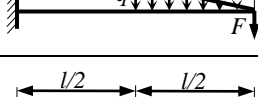
Уточняем характер изогнутой оси балки, с учётом полученных результатов.

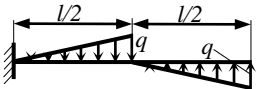
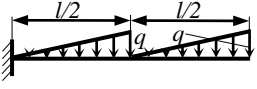
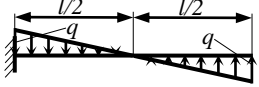
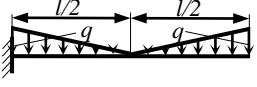
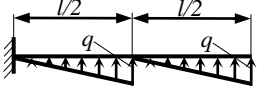
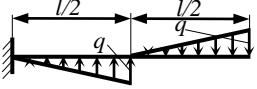
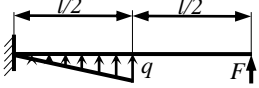
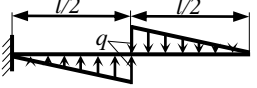
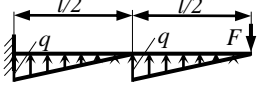
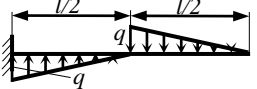
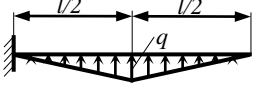
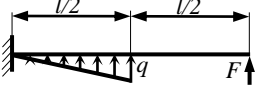
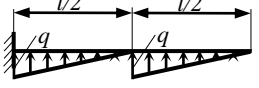
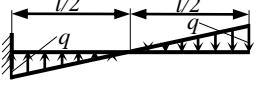
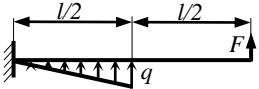
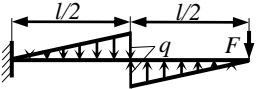
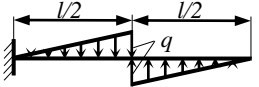
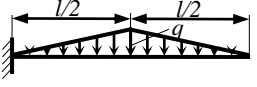
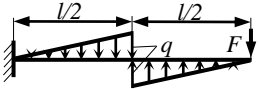
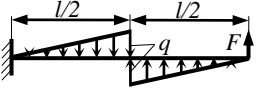
II. БАЛКИ С БУКВЕННЫМИ ЗНАЧЕНИЯМИ НАГРУЗОК И РАЗМЕРОВ

1		11	
2		12	
3		13	
4		14	
5		15	
6		16	
7		17	
8		18	
9		19	
10		20	

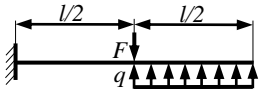
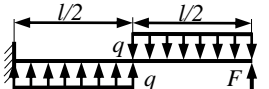
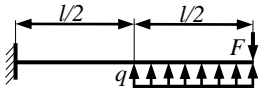
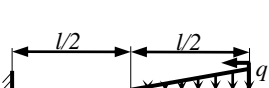
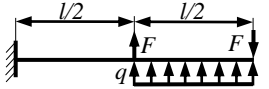
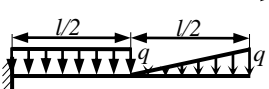
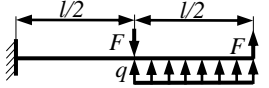
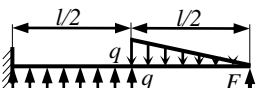
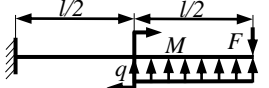
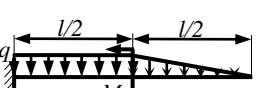
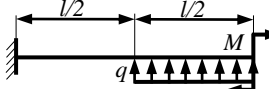
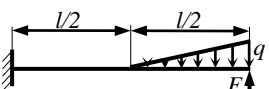
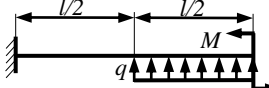
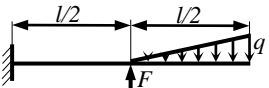
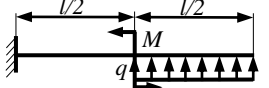
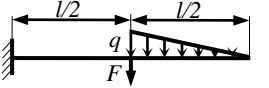
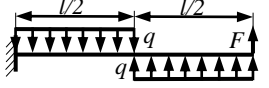
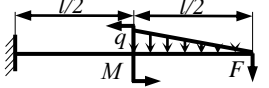
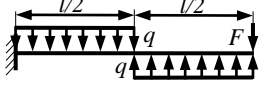
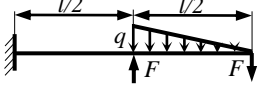
21		31	
22		32	
23		33	
24		34	
25		35	
26		36	
27		37	
28		38	
29		39	
30		40	

41		51	
42		52	
43		53	
44		54	
45		55	
46		56	
47		57	
48		58	
49		59	
50		60	

61		71	
62		72	
63		73	
64		74	
65		75	
66		76	
67		77	
68		78	
69		79	
70		80	

81		91	
82		92	
83		93	
84		94	
85		95	
86		96	
87		97	
88		98	
89		99	
90		100	

101		111	
102		112	
103		113	
104		114	
105		115	
106		116	
107		117	
108		118	
109		119	
110		120	

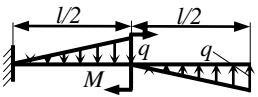
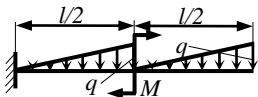

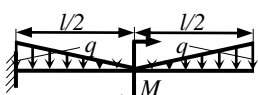
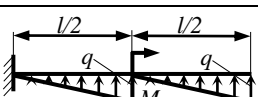
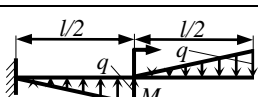
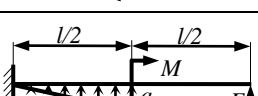
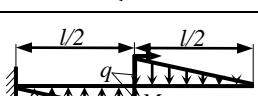
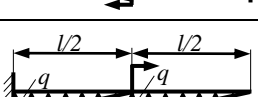
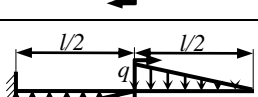
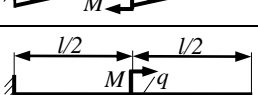
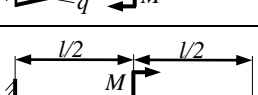
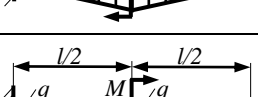
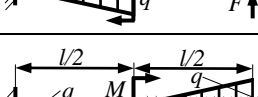

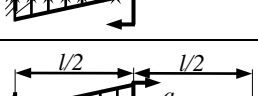
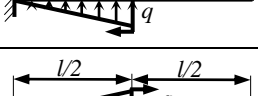
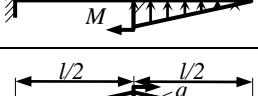
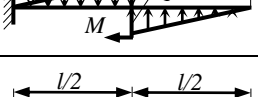
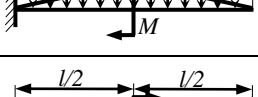
121		131	
122		132	
123		133	
124		134	
125		135	
126		136	
127		137	
128		138	
129		139	
130		140	

141		151	
142		152	
143		153	
144		154	
145		155	
146		156	
147		157	
148		158	
149		159	
150		160	

161		171	
162		172	
163		173	
164		174	
165		175	
166		176	
167		177	
168		178	
169		179	
170		180	

181		191	
182		192	
183		193	
184		194	
185		195	
186		196	
187		197	
188		198	
189		199	
190		200	

201		211	
202		212	
203		213	
204		214	
205		215	
206		216	
207		217	
208		218	
209		219	
210		220	

221		231	
222		232	
223		233	
224		234	
225		235	
226		236	
227		237	
228		238	
229		239	
230		240	

241		251	
242		252	
243		253	
244		254	
245		255	
246		256	
247		257	
248		258	
249		259	
250		260	

261		271	
262		272	
263		273	
264		274	
265		275	
266		276	
267		277	
268		278	
269		279	
270		280	

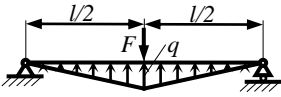
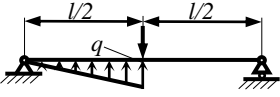
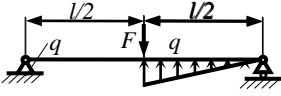
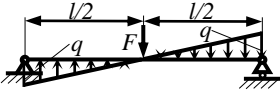
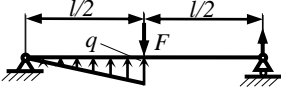
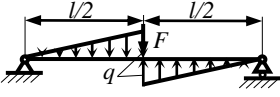
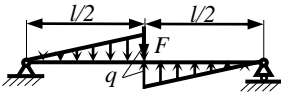
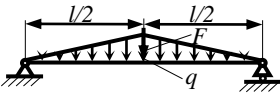
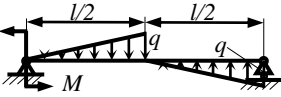
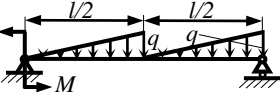
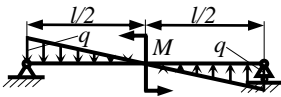
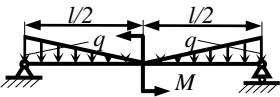
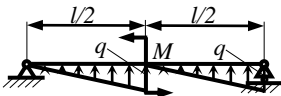
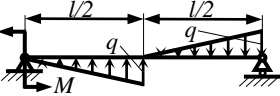
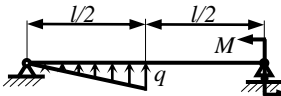
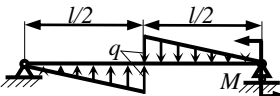
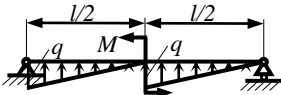
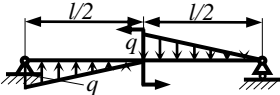
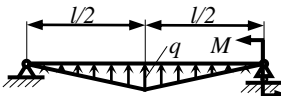
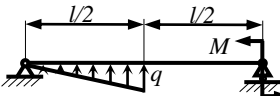
281		291	
282		292	
283		293	
284		294	
285		295	
286		296	
287		297	
288		298	
289		299	
290		300	

301		311	
302		312	
303		313	
304		314	
305		315	
306		316	
307		317	
308		318	
309		319	
310		320	

321		331	
322		332	
323		333	
324		334	
325		335	
326		336	
327		337	
328		338	
329		339	
330		340	

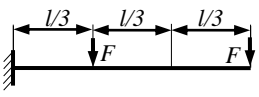
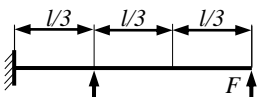
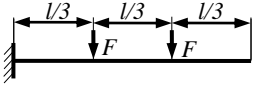
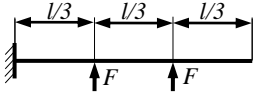
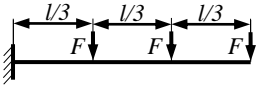
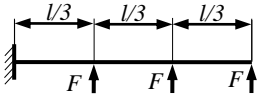
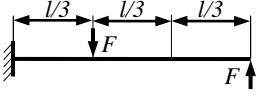
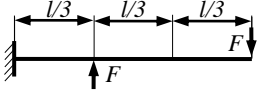
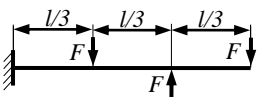
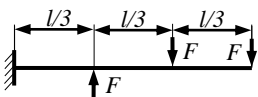
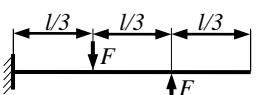
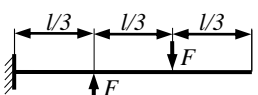
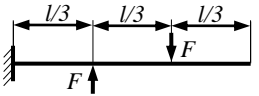
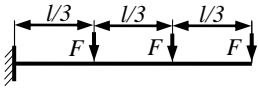
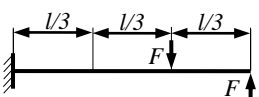
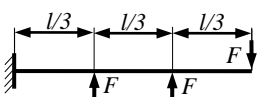
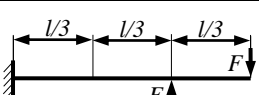
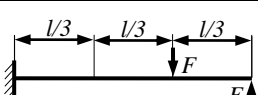
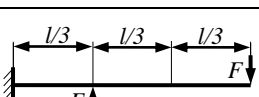
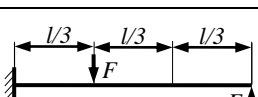
341		351	
342		352	
343		353	
344		354	
345		355	
346		356	
347		357	
348		358	
349		359	
350		360	

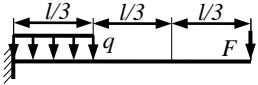
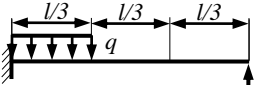
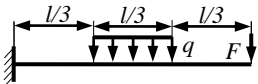
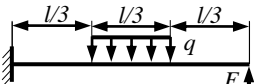
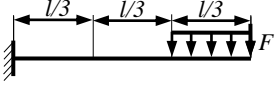
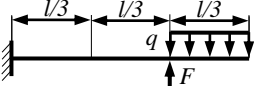
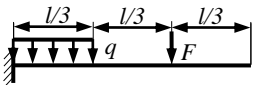
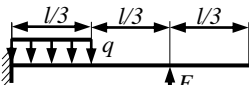
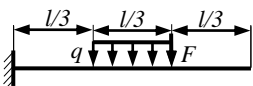
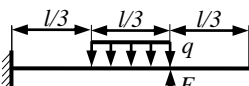
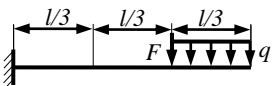
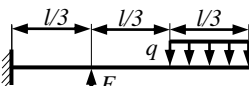
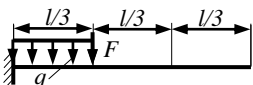
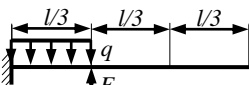
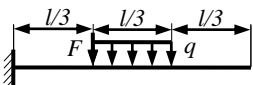
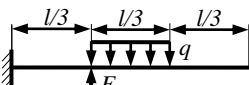
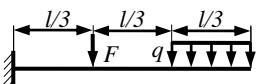
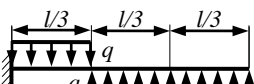
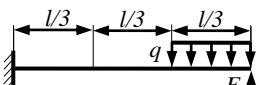
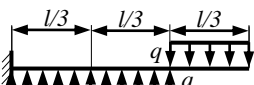
361		371	
362		372	
363		373	
364		374	
365		375	
366		376	
367		377	
368		378	
369		379	
370		380	

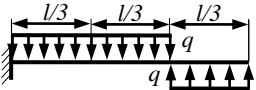
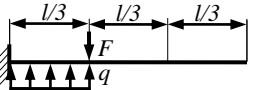
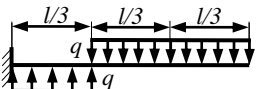
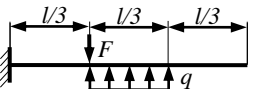
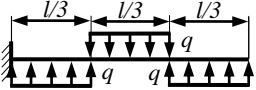
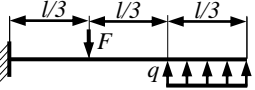
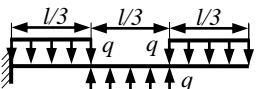
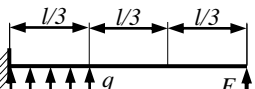
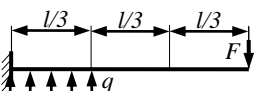
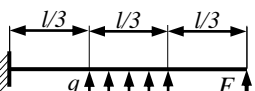
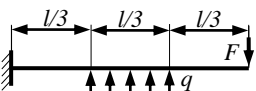
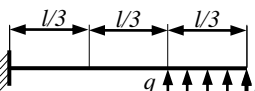
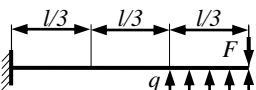
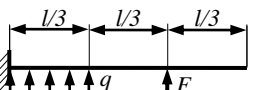
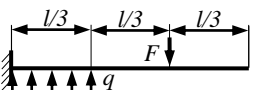
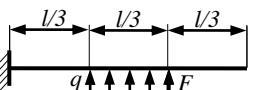
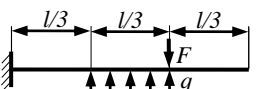
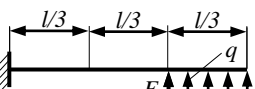
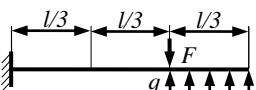
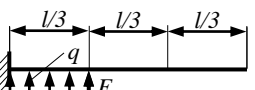
381		391	
382		392	
383		393	
384		394	
385		395	
386		396	
387		397	
388		398	
389		399	
390		400	

401		411	
402		412	
403		413	
404		414	
405		415	
406		416	
407		417	
408		418	
409		419	
410		420	

421		431	
422		432	
423		433	
424		434	
425		435	
426		436	
427		437	
428		438	
429		439	
430		440	

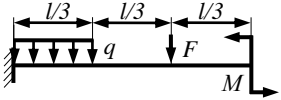
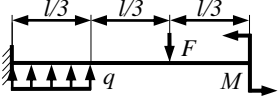
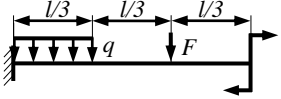
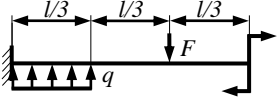
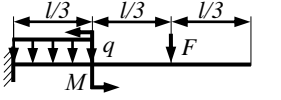
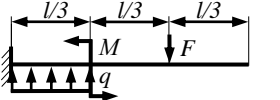
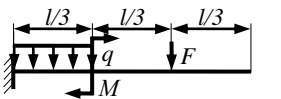
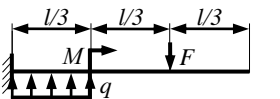
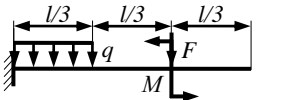
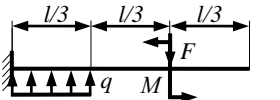
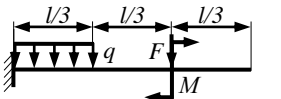
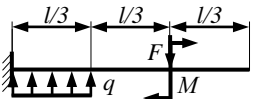
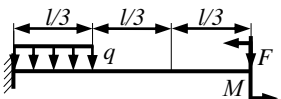
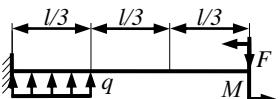
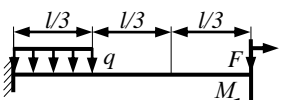
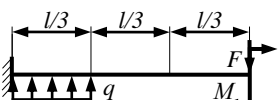
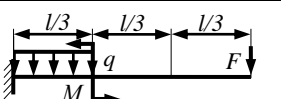
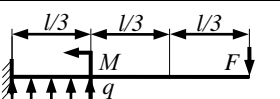
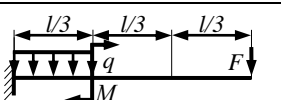
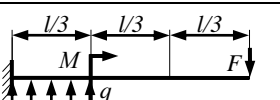
441		451	
442		452	
443		453	
444		454	
445		455	
446		456	
447		457	
448		458	
449		459	
450		460	

461		471	
462		472	
463		473	
464		474	
465		475	
466		476	
467		477	
468		478	
469		479	
470		480	

481		491	
482		492	
483		493	
484		494	
485		495	
486		496	
487		497	
488		498	
489		499	
490		500	

501		511	
502		512	
503		513	
504		514	
505		515	
506		516	
507		517	
508		518	
509		519	
510		520	

521		531	
522		532	
523		533	
524		534	
525		535	
526		536	
527		537	
528		538	
529		539	
530		540	

541		551	
542		552	
543		553	
544		554	
545		555	
546		556	
547		557	
548		558	
549		559	
550		560	

561		571	
562		572	
563		573	
564		574	
565		575	
566		576	
567		577	
568		578	
569		579	
570		580	

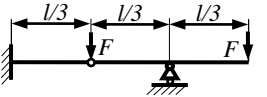
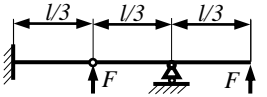
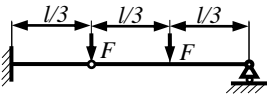
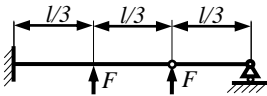
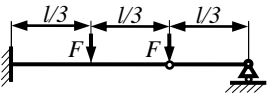
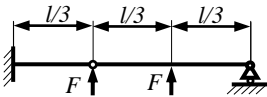
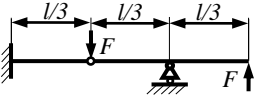
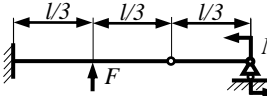
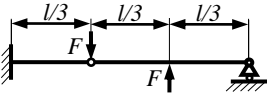
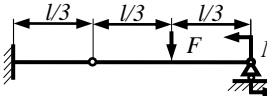
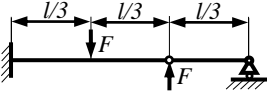
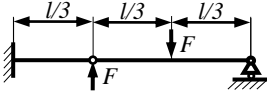
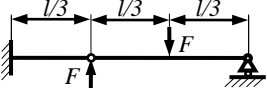
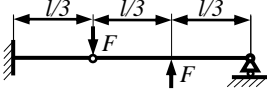
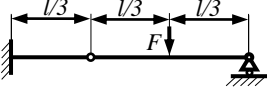
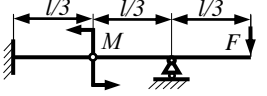
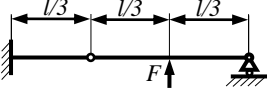
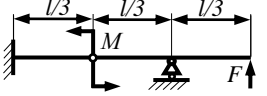
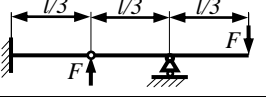
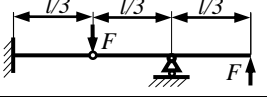
581		591	
582		592	
583		593	
584		594	
585		595	
586		596	
587		597	
588		598	
589		599	
590		600	

601		611	
602		612	
603		613	
604		614	
605		615	
606		616	
607		617	
608		618	
609		619	
610		620	

621		631	
622		632	
623		633	
624		634	
625		635	
626		636	
627		637	
628		638	
629		639	
630		640	

641		651	
642		652	
643		653	
644		654	
645		655	
646		656	
647		657	
648		658	
649		659	
650		660	

661		671	
662		672	
663		673	
664		674	
665		675	
666		676	
667		677	
668		678	
669		679	
670		680	

681		691	
682		692	
683		693	
684		694	
685		695	
686		696	
687		697	
688		698	
689		699	
690		700	

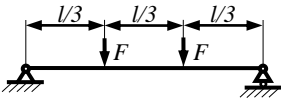
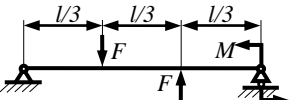
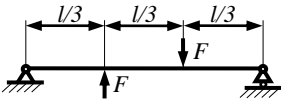
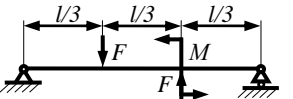
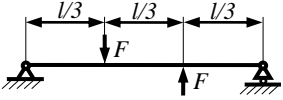
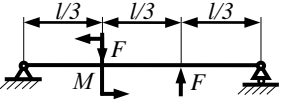
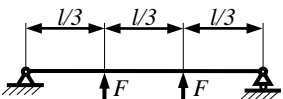
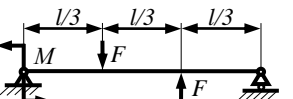
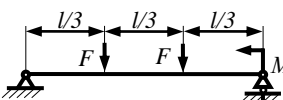
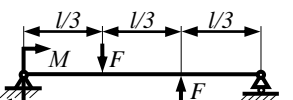
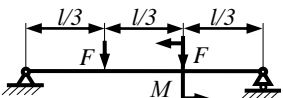
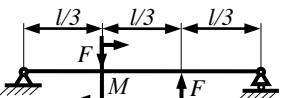
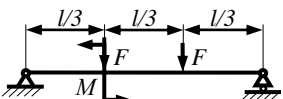
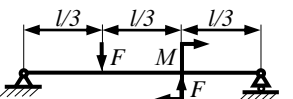
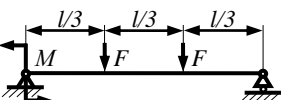
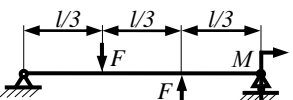
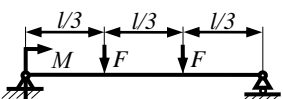
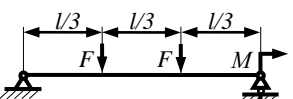
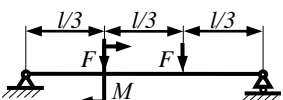
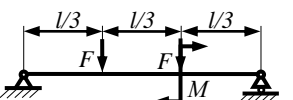
701		711	
702		712	
703		713	
704		714	
705		715	
706		716	
707		717	
708		718	
709		719	
710		720	

721		731	
722		732	
723		733	
724		734	
725		735	
726		736	
727		737	
728		738	
729		739	
730		740	

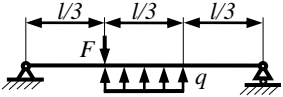
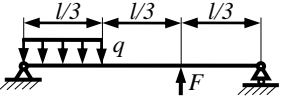
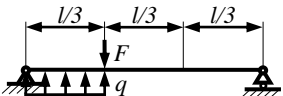
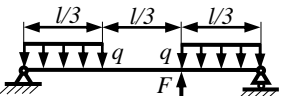
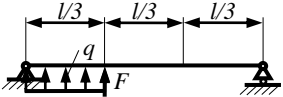
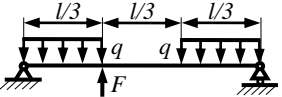
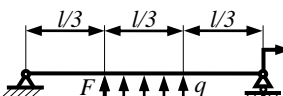
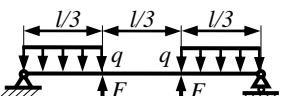
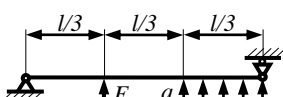
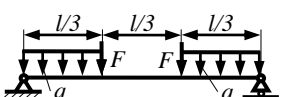
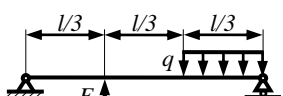
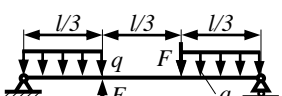
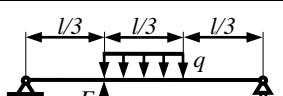
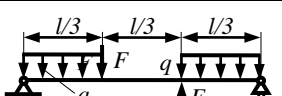
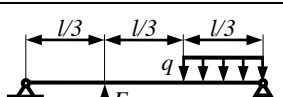
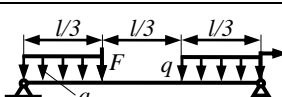
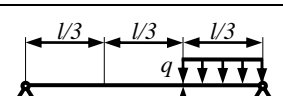
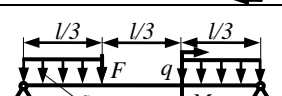
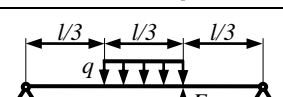
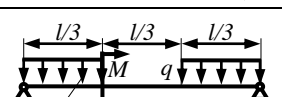
741		751	
742		752	
743		753	
744		754	
745		755	
746		756	
747		757	
748		758	
749		759	
750		760	

761		771	
762		772	
763		773	
764		774	
765		775	
766		776	
767		777	
768		778	
769		779	
770		780	

781		791	
782		792	
783		793	
784		794	
785		795	
786		796	
787		797	
788		798	
789		799	
790		800	

801		811	
802		812	
803		813	
804		814	
805		815	
806		816	
807		817	
808		818	
809		819	
810		820	

821		831	
822		832	
823		833	
824		834	
825		835	
826		836	
827		837	
828		838	
829		839	
830		840	

841		851	
842		852	
843		853	
844		854	
845		855	
846		856	
847		857	
848		858	
849		859	
850		860	

861		871	
862		872	
863		873	
864		874	
865		875	
866		876	
867		877	
868		878	
869		879	
870		880	

881		891	
882		892	
883		893	
884		894	
885		895	
886		896	
887		897	
888		898	
889		899	
890		900	

901		911	
902		912	
903		913	
904		914	
905		915	
906		916	
907		917	
908		918	
909		919	
910		920	

921		931	
922		932	
923		933	
924		934	
925		935	
926		936	
927		937	
928		938	
929		939	
930		940	

941		951	
942		952	
943		953	
944		954	
945		955	
946		956	
947		957	
948		958	
949		959	
950		960	

961		971	
962		972	
963		973	
964		974	
965		975	
966		976	
967		977	
968		978	
969		979	
970		980	

981		991	
982		992	
983		993	
984		994	
985		995	
986		996	
987		997	
988		998	
989		999	
990		1000	

1001		1011	
1002		1012	
1003		1013	
1004		1014	
1005		1015	
1006		1016	
1007		1017	
1008		1018	
1009		1019	
1010		1020	

1021		1031	
1022		1032	
1023		1033	
1024		1034	
1025		1035	
1026		1036	
1027		1037	
1028		1038	
1029		1039	
1030		1040	

1041		1051	
1042		1052	
1043		1053	
1044		1054	
1045		1055	
1046		1056	
1047		1057	
1048		1058	
1049		1059	
1050		1060	

1061		1071	
1062		1072	
1063		1073	
1064		1074	
1065		1075	
1066		1076	
1067		1077	
1068		1078	
1069		1079	
1070		1080	

1081		1091	
1082		1092	
1083		1093	
1084		1094	
1085		1095	
1086		1096	
1087		1097	
1088		1098	
1089		1099	
1090		1100	

1101		1111	
1102		1112	
1103		1113	
1104		1114	
1105		1115	
1106		1116	
1107		1117	
1108		1118	
1109		1119	
1110		1120	

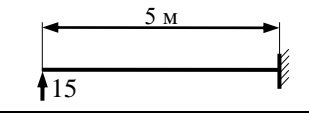
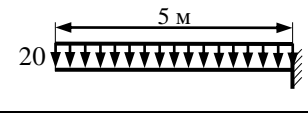
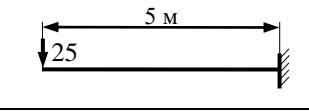
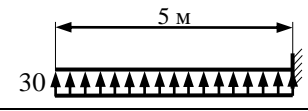
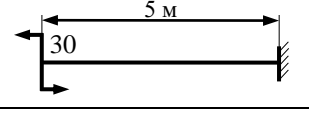
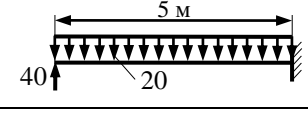
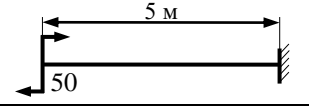
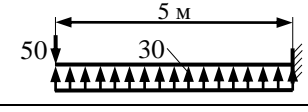
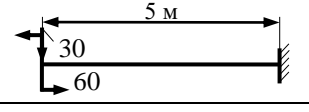
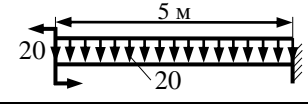
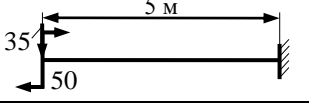
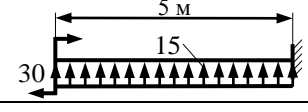
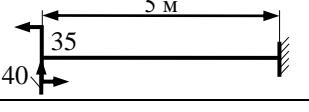
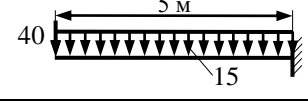
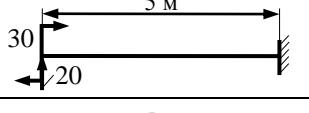
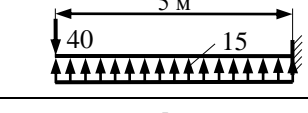
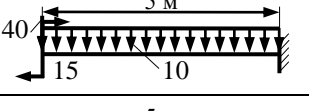
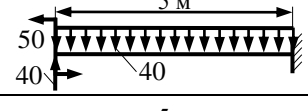
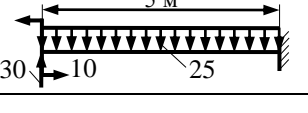
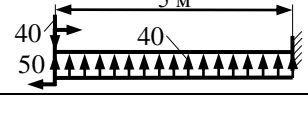
1121		1131	
1122		1132	
1123		1133	
1124		1134	
1125		1135	
1126		1136	
1127		1137	
1128		1138	
1129		1139	
1130		1140	

1141		1151	
1142		1152	
1143		1153	
1144		1154	
1145		1155	
1146		1156	
1147		1157	
1148		1158	
1149		1159	
1150		1160	

1161		1171	
1162		1172	
1163		1173	
1164		1174	
1165		1175	
1166		1176	
1167		1177	
1168		1178	
1169		1179	
1170		1180	

1181		1191	
1182		1192	
1183		1193	
1184		1194	
1185		1195	
1186		1196	
1187		1197	
1188		1198	
1189		1199	
1190		1200	

**III. БАЛКИ С ЧИСЛОВЫМИ ЗНАЧЕНИЯМИ
НАГРУЗОК И РАЗМЕРОВ
([q] – кН/м, [F] – кН, [M] – кНм)**

1		11	
2		12	
3		13	
4		14	
5		15	
6		16	
7		17	
8		18	
9		19	
10		20	

21		31	
22		32	
23		33	
24		34	
25		35	
26		36	
27		37	
28		38	
29		39	
30		40	

41		51	
42		52	
43		53	
44		54	
45		55	
46		56	
47		57	
48		58	
49		59	
50		60	

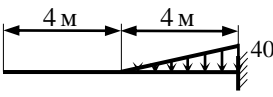
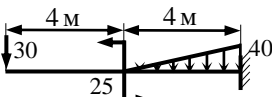
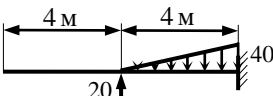
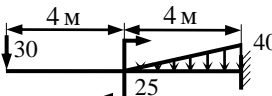
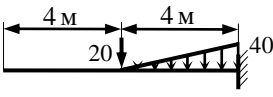
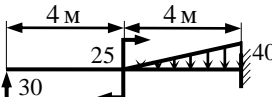
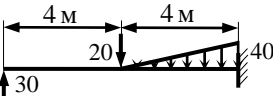
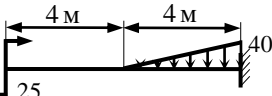
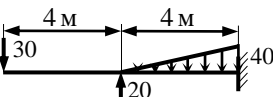
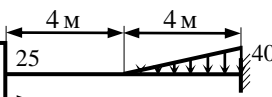
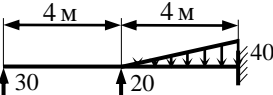
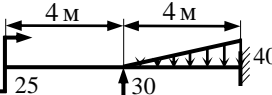
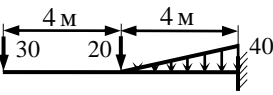
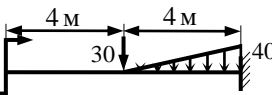
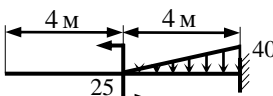
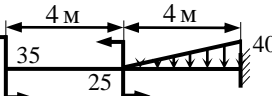
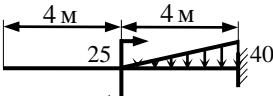
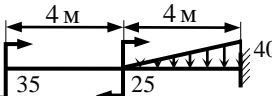
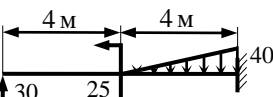
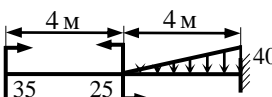
61		71	
62		72	
63		73	
64		74	
65		75	
66		76	
67		77	
68		78	
69		79	
70		80	

81		91	
82		92	
83		93	
84		94	
85		95	
86		96	
87		97	
88		98	
89		99	
90		100	

101		111	
102		112	
103		113	
104		114	
105		115	
106		116	
107		117	
108		118	
109		119	
110		120	

121		131	
122		132	
123		133	
124		134	
125		135	
126		136	
127		137	
128		138	
129		139	
130		140	

141		151	
142		152	
143		153	
144		154	
145		155	
146		156	
147		157	
148		158	
149		159	
150		160	

161		171	
162		172	
163		173	
164		174	
165		175	
166		176	
167		177	
168		178	
169		179	
170		180	

181		191	
182		192	
183		193	
184		194	
185		195	
186		196	
187		197	
188		198	
189		199	
190		200	

201		211	
202		212	
203		213	
204		214	
205		215	
206		216	
207		217	
208		218	
209		219	
210		220	

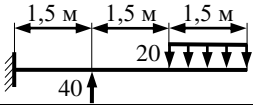
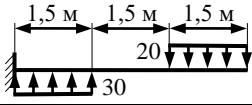
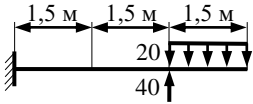
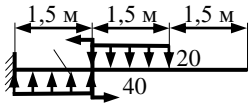
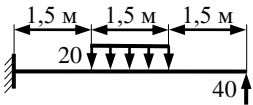
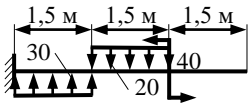
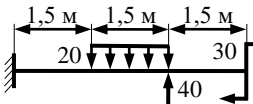
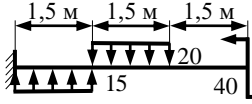
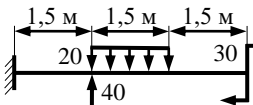
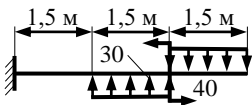
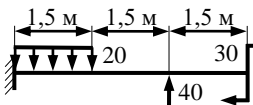
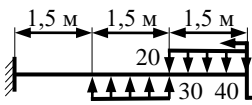
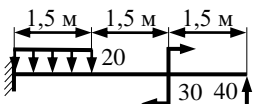
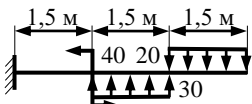
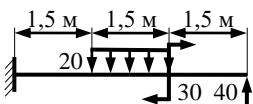
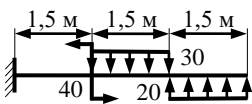
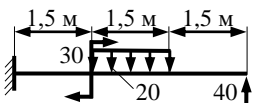
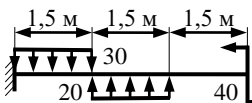
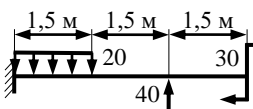
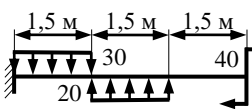
221		231	
222		232	
223		233	
224		234	
225		235	
226		236	
227		237	
228		238	
229		239	
230		240	

241		251	
242		252	
243		253	
244		254	
245		255	
246		256	
247		257	
248		258	
249		259	
250		260	

261		271	
262		272	
263		273	
264		274	
265		275	
266		276	
267		277	
268		278	
269		279	
270		280	

281		291	
282		292	
283		293	
284		294	
285		295	
286		296	
287		297	
288		298	
289		299	
290		300	

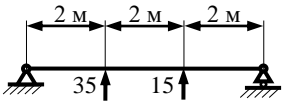
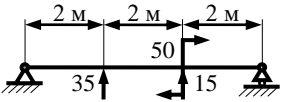
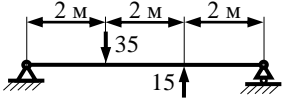
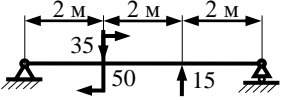
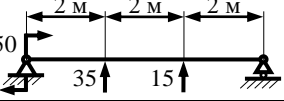
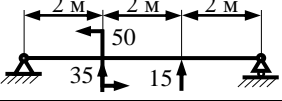
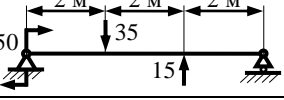
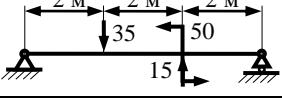
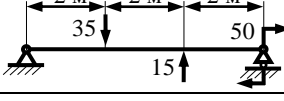
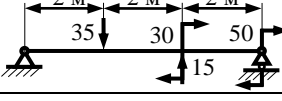
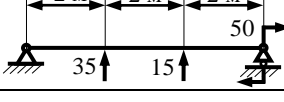
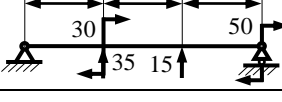
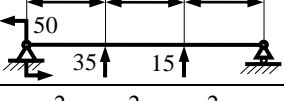
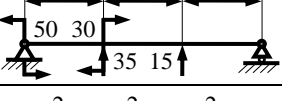
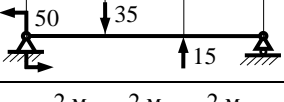
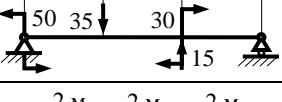
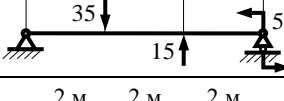
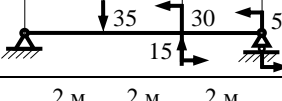
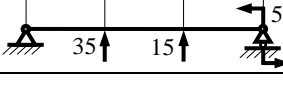
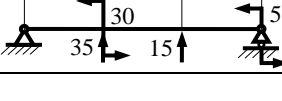
301		311	
302		312	
303		313	
304		314	
305		315	
306		316	
307		317	
308		318	
309		319	
310		320	

321		331	
322		332	
323		333	
324		334	
325		335	
326		336	
327		337	
328		338	
329		339	
330		340	

341		351	
342		352	
343		353	
344		354	
345		355	
346		356	
347		357	
348		358	
349		359	
350		360	

361		371	
362		372	
363		373	
364		374	
365		375	
366		376	
367		377	
368		378	
369		379	
370		380	

381		391	
382		392	
383		393	
384		394	
385		395	
386		396	
387		397	
388		398	
389		399	
390		400	

401		411	
402		412	
403		413	
404		414	
405		415	
406		416	
407		417	
408		418	
409		419	
410		420	

421		431	
422		432	
423		433	
424		434	
425		435	
426		436	
427		437	
428		438	
429		439	
430		440	

441		451	
442		452	
443		453	
444		454	
445		455	
446		456	
447		457	
448		458	
449		459	
450		460	

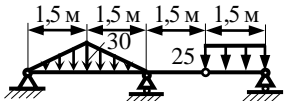
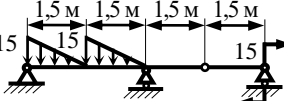
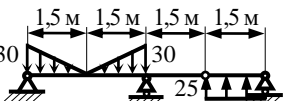
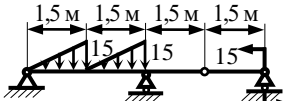
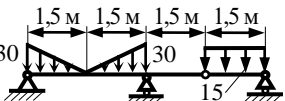
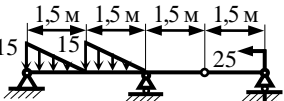
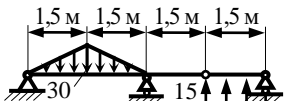
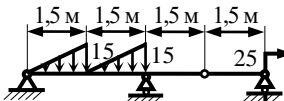
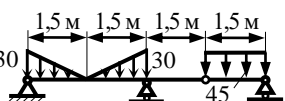
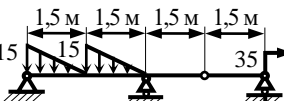
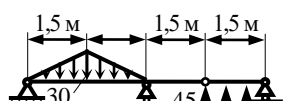
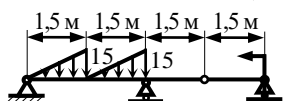
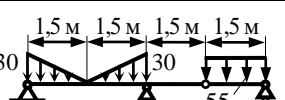
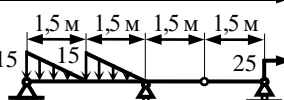
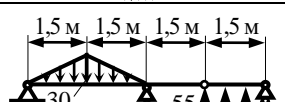
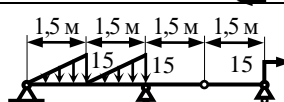
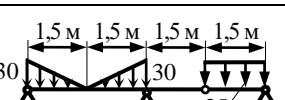
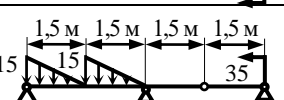
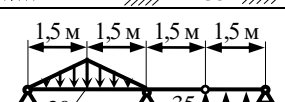
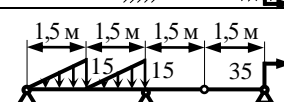
461		471	
462		472	
463		473	
464		474	
465		475	
466		476	
467		477	
468		478	
469		479	
470		480	

481		491	
482		492	
483		493	
484		494	
485		495	
486		496	
487		497	
488		498	
489		499	
490		500	

501		511	
502		512	
503		513	
504		514	
505		515	
506		516	
507		517	
508		518	
509		519	
510		520	

521		531	
522		532	
523		533	
524		534	
525		535	
526		536	
527		537	
528		538	
529		539	
530		540	

541		551	
542		552	
543		553	
544		554	
545		555	
546		556	
547		557	
548		558	
549		559	
550		560	

561		571	
562		572	
563		573	
564		574	
565		575	
566		576	
567		577	
568		578	
569		579	
570		580	

581		591	
582		592	
583		593	
584		594	
585		595	
586		596	
587		597	
588		598	
589		599	
590		600	

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. СТО СГАУ 02068410-004-2018. Общие требования к учебным текстовым документам. – Самара: Изд-во Самарского университета, 2018. – 31 с.
2. Феодосьев, В.И. Сопротивление материалов / В.И. Феодосьев. – Москва: МГТУ им. Баумана, 2010. – 512 с.
3. Расчётно-проектировочные и курсовые работы по сопротивлению материалов: учебное пособие / В.К. Шадрин, В.С. Вакулюк, О.В. Каранаева [и др.]. – Самара: Изд-во Самарского ун-та, 2017. – 136 с.
4. Расчёты на прочность и устойчивость: учебное пособие / Ю.Н. Сургутанова, В.К. Шадрин, В.С. Вакулюк [и др.]. – Самара: Изд-во Самарского ун-та, 2017 – 112 с.
5. Писаренко, Г.С. Справочник по сопротивлению материалов / Г.С. Писаренко, А.П. Яковлев, В.В. Матвеев. – Киев: Изд-во Дельта, 2008. – 816 с.
6. Сопротивление материалов – механика материалов и конструкций: учебник / В.С. Жернаков. – Уфа: УГАТУ, 2012. – 495 с.
7. Сопротивление материалов. Ситуационные задачи. Дидактические материалы для разбора конкретных ситуаций: учебно-метод. пособие / Р.Ч. Гафаров. – Уфа: УГАТУ, 2015. – 99 с.

Учебное издание

*Шадрин Валентин Карпович,
Вакулюк Владимир Степанович,
Кирпичёв Виктор Алексеевич,
Павлов Валентин Федорович,
Сазанов Вячеслав Петрович*

РАСЧЁТ СТАТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛИМЫХ БАЛОК

Учебное пособие

Редактор Л.Р. Дмитриенко
Компьютерная верстка Л.Р. Дмитриенко

Подписано в печать 22.12.2020. Формат 60x84 1/16.
Бумага офсетная. Печ. л. 8,0.
Тираж 25 экз. Заказ . Арт. – 20(РЗУ)/2020.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САМАРСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ АКАДЕМИКА С.П. КОРОЛЕВА»
(САМАРСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)
443086 Самара, Московское шоссе, 34.

Изд-во Самарского университета.
443086 Самара, Московское шоссе, 34.